

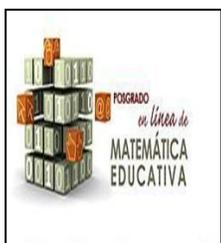
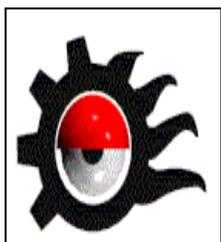


INSTITUTO POLITÉCNICO
NACIONAL

CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN
CIENCIA APLICADA Y TECNOLOGÍA
AVANZADA. UNIDAD LEGARIA.

CICATA-IPN

Diferencias metodológicas y cognitivas en los procedimientos utilizados por estudiantes de la carrera de Sistemas Computacionales en la resolución de problemas de cálculo aplicado.



Tesis que para obtener el grado de

Maestría en Ciencias en
Matemática Educativa.

Presenta:

Miriam Martínez Vázquez

Director de Tesis:

Dr. Alejandro Miguel Rosas
Mendoza.

México, D.F. Mayo de 2011.



**INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO**

ACTA DE REVISIÓN DE TESIS

En la Ciudad de México siendo las 12 horas del día 15 del mes de Marzo del 2011 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de Tesis designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de CICATA LEGARIA para examinar la tesis de grado titulada:

Diferencias metodológicas y cognitivas en los procedimientos utilizados por estudiantes de la carrera de Sistemas Computacionales en la resolución de problemas de cálculo aplicado

Presentada por el alumno:

<u> Martínez </u> <small>Apellido paterno</small>	<u> Vázquez </u> <small>materno</small>	<u> Miriam </u> <small>nombre(s)</small>
Con registro:		
<u> A </u>	<u> 0 </u>	<u> 9 </u>
<u> 0 </u>	<u> 6 </u>	<u> 7 </u>
<u> 4 </u>		

aspirante al grado de:

Maestría en Ciencias en Matemática Educativa

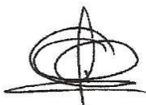
Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron ***SU APROBACION DE LA TESIS***, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISION REVISORA

Director de tesis



 Dr. Alejandro Miguel Rosas Mendoza



 Dr. Apolo Castañeda Alonso



 Dra. Avenilde Rome Vázquez

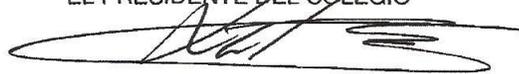


 M. C. Juan Gabriel Molina Zavaleta



 M. C. Fernando Vallejo Aguirre

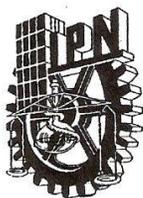
EL PRESIDENTE DEL COLEGIO



 Dr. José Antonio Irán Díaz Góngora



CICATA IPN
Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

CARTA CESIÓN DE DERECHOS

En la Ciudad de México el día 4 del mes Abril del año 2011, el (la) que suscribe Miriam Martínez Vázquez alumno (a) del Programa de Maestría en Ciencias en Matemática Educativa con número de registro A090674, adscrito al Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, Unidad Legaria, manifiesta que es autor (a) intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección de Dr. Alejandro Miguel Rosas Mendoza y cede los derechos del trabajo intitulado Diferencias metodológicas y cognitivas en los procedimientos utilizados por estudiantes de la carrera de Sistemas Computacionales en la resolución de problemas de cálculo aplicado, al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección m230275@yahoo.com.mx. Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.



Miriam Martínez Vázquez

A mis padres, esposo e hijos.

Índice

	<i>Pág.</i>
Glosario	7
Índice de tablas y figuras	8
Resumen	10
Abstract	13
Introducción	15
Capítulo I. Antecedentes	
1.1 Contexto	18
1.2 Origen del fenómeno escolar	22
1.3 Pregunta de investigación	23
1.4 Estado del arte	24
Capítulo II. Marco teórico y metodología	
2.1 Definiciones	30
2.2 Teoría de la comparación	31
2.3 Ingeniería didáctica	33
2.4 Metodología experimental	48
Capítulo III. Aplicación de la actividad	
3.1 Población	78
3.2 Sesión de la aplicación	78
3.3 Observaciones de la aplicación	79
Capítulo IV. Análisis	
4.1 Análisis de la metodología	82
4.2 Análisis del estudio cognitivo	89
4.3 Análisis de las funciones cognitivas	92
4.4 Análisis por temas	97
4.5 Comparación del análisis de la metodología	98
4.6 Comparación del análisis del estudio cognitivo	105
4.7 Comparación del análisis de las funciones cognitivas	109
4.8 Comparación del análisis por temas	114

Capítulo V. Conclusiones	120
Capítulo VI. Tablas y figuras	129
Capítulo VII. Bibliografía	275

Glosario

Carrera: Licenciatura, estudios necesarios para obtener este grado¹.

Bachillerato: estudios posteriores a la secundaria y que le anteceden a la licenciatura.

Constante de proporcionalidad: un factor de error o de incertidumbre en una igualdad².

Esquema: Representación gráfica o simbólica de cosas materiales o inmateriales¹.

Estrategia: En un proceso regulable, conjunto de las reglas que aseguran una decisión óptima en cada momento¹.

Kinestésica: La Inteligencia Kinestésica o de movimiento (cuerpo) está relacionada con el aprendizaje mediante la realización de movimientos, la manipulación de objetos, movimientos corporales, deportes de movimiento competitivos y colaborativos, teatro y representación de papeles, invención o construcción de un modelo o diseño. El alumno con inteligencia kinestésica generalmente se divierte con actividades Físicas como el teatro, baile y además con actividades prácticas. Cualquier actividad que recaiga en TPR/TPRS (Respuesta Total Física/Respuesta Total Física en Cuentos) refuerza la inteligencia corporal³.

Propedéutico: Enseñanza preparatoria para el estudio de una disciplina¹.

Socio cultural: Pertenciente o relativo al estado cultural de una sociedad o grupo social¹.

TIC's: Tecnologías de la información y la comunicación.

¹ Real Academia Española. (Ed.). *Diccionario de la lengua española*. (22.ª ed., Edición electrónica). Madrid: Espasa Calpe. Recuperado en octubre de 2001.

² Ayres, F. (1971). *Teoría y Problemas de Cálculo Diferencial e Integral*. México: McGraw-Hill.

³ Campbell, L., Campbell, B., y Dickinson, D. (2000). *Inteligencias Múltiples, Usos Prácticos de Enseñanza y Aprendizaje*. Argentina: Editorial Troquel.

Índice de tablas y figuras

	<i>Pág.</i>
Diagramas 1	20
Diagrama 1.1	21
Diagrama 1.2	130
Diagrama 1.3	131
Diagrama 1.4	132
Diagrama 1.5	133
Diagrama 1.6	134
Diagrama 1.7	135
Diagrama 1.8	136
Problema 1	
Solución por parte de los profesores: P_2	137
Solución por parte de los estudiantes	
Grupo 1: A1_1	138
Grupo 2: A2_2	142
Grupo 3: A3_8	145
Problema 2	
Solución por parte de los profesores: P_2	148
Solución por parte de los estudiantes	
Grupo 1: A1_1	151
Grupo 2: A2_2	154
Grupo 3: A3_8	157
Tablas de análisis de las respuestas de los estudiantes:	
Metodología	160
Mapa cognitivo	193
Funciones cognitivas	211
Temas	235
Tablas comparativas de los análisis:	
Metodología	239

Mapa cognitivo	246
Funciones cognitivas	250
Temas	254
Aportaciones Grupales	
Grupo 1	255
Grupo 2	256
Grupo 3	258
Actas de Academia de Matemáticas del ICBI.	
Certificación	261
Acta correspondiente al 16 de Marzo del 2000	262
Acta correspondiente al 4 de Diciembre del 2003	266
Acta correspondiente al 27 de Noviembre del 2007	268
Acta correspondiente al 25 de Marzo del 2008	270
Acta correspondiente al 13 de Octubre del 2009	272

Resumen

La presente investigación contempla un estudio de las diferencias metodológicas⁴ y cognitivas en los procedimientos utilizados por estudiantes de la carrera de Sistemas Computacionales en la resolución de problemas de cálculo aplicado.

La investigación se considera un estudio comparativo, por tal motivo analizamos, tres estudios: Educación y sociedad en Hong Kong y Macao: Perspectivas comparativas en continuidad y cambio. (Bray y Koo, 2005); Estudiantes de carreras de ingeniería y ciencias sociales: diferencias en su forma de resolver problemas similares, (Rosas y Pardo, 2009) y el Estudio comparativo de la resolución de problemas en el rendimiento estudiantil en el contenido de Electroquímica. (Matute, Pérez y Di'Bacco, 2009), los cuales nos proporcionaron ejemplos claros de estudios comparativos y nos mostraron la importancia de detectar y analizar las semejanzas y diferencias en los sistemas educativos e identificar sus relaciones.

Estos estudios aportaron conocimientos sobre la Teoría de la Comparación y la Ingeniería Didáctica, como se utilizaron en la aplicación de una actividad que involucra la resolución de un problema, también nos introdujeron a las metodologías de resolución de problemas de Reif, Durán y García.

En la investigación se compararon las diferencias metodológicas y cognitivas en los procedimientos utilizados por estudiantes de los tres primeros semestres, de la carrera de Sistemas Computacionales en la resolución de problemas de cálculo aplicado. Se hace la comparación para determinar, porque surgen éstas diferencias, cuáles son las causas y determinar si éstas diferencias provocan que los estudiantes no logren resolver un problema satisfactoriamente. Para hacerlo se aplicó la Teoría de la Comparación, cuya finalidad es descubrir las semejanzas y diferencias, así como las relaciones que puedan establecerse. (Raventós, 1989, p.64).

Las similitudes que encontramos al iniciar la investigación en los grupos con los que se trabajó, fueron que pertenecen a la misma institución y carrera, por lo que no les afectan las diferencias en los planes de estudio con otras carreras. Además los estudiantes de los tres semestres tienen conocimientos previos de Cálculo Diferencial e integral, pues el perfil que se le pide para ingresar a la carrera contempla un bachillerato general, o bien un propedéutico de Físico-Matemáticas, aunado a que son semestres que llevan materias del área de matemáticas, relacionadas con el Cálculo Diferencial e integral, por ejemplo en primer semestre los estudiantes cursan la materia de Cálculo Diferencial, en segundo semestre la de Cálculo Integral y en tercer semestre la de Ecuaciones Diferenciales. También se detecta un alto índice de reprobación, en estas materias. Las diferencias, radican en que los estudiantes a los cuales se les aplicó la actividad son de semestres

⁴ Ver definiciones de Metodología en el Capítulo II.

distintos, por lo tanto cursan materias del área de matemáticas que son diferentes, así como del resto de su currícula.

La ingeniería didáctica se utilizó como metodología de la investigación, Lezama (2003), la etapa de planeación y la dimensión epistemológica, la iniciamos, al describir lo que originó el problema, en esa parte destacamos la importancia de la resolución de problemas en la educación y las inquietudes en torno a cómo los estudiantes resolvían los problemas que se les planteaban, si utilizaban los algoritmos y procedimientos básicos del cálculo. Se elaboró el objetivo general y los objetivos específicos y se estudiaron las metodologías de resolución de problemas de Reif, Durán y García, como resultado escogimos para el análisis de esta investigación la Metodología de García, ya que sus etapas muestran los detalles en la resolución de un problema, mediante pasos claros y precisos. Esta metodología también nos permitió comparar los pasos, el procedimiento idóneo para resolver los problemas, con las metodologías usadas por los estudiantes.

En la dimensión cognitiva, se utilizó la Teoría del mapa cognitivo y la Teoría de las funciones cognitivas de R. Feuerstein (como lo citó Zúñiga, 2005), las cuales nos permitieron comprender y llevar a cabo el estudio cognitivo de los procesos mentales de los estudiantes utilizados en su procedimiento al resolver dos problemas del cálculo aplicado.

En la dimensión didáctica describimos el sistema de enseñanza de la Licenciatura en Sistemas Computacionales, refiriendo las asignaturas de la carrera, las materias del área de matemáticas, así como los temas matemáticos de dichas materias.

En la etapa del diseño, planeamos las actividades que se siguieron durante la investigación, como fue el cuestionario exploratorio y el diseño de los problemas, las descripciones de cómo se realizaron las aplicaciones de los problemas, la recolección de los datos y el análisis de los resultados.

En la fase experimental, la aplicación de la actividad, se describió la población de estudiantes que participaron en la investigación, la forma en que se aplicó la actividad y las observaciones que hubo durante ésta, así como los medios que se utilizaron para recolectar la información.

Y por último en la etapa de validación, se realizó un análisis de las respuestas por tema, por semestre y por área, para comparar las hipótesis con los resultados obtenidos y de esta forma concluimos que se detectaron entre los alumnos de los diferentes semestres diferencias importantes en la metodología que utilizaron para resolver los problemas de cálculo aplicado; las formas que utilizan para representar el problema y relacionar los datos con las incógnitas son diferentes: tablas, operaciones Aritméticas, gráficas, una línea, expresiones algebraicas, regla de tres, funciones, operaciones y análisis de unidades. Sólo algunos estudiantes identifican los objetivos de los problemas y establecen también lo que desean averiguar, algunos traducen las relaciones encontradas al lenguaje matemático

mediante expresiones algebraicas, que ordenan y utilizan como ecuaciones o funciones. La mayoría mencionan que debe de haber otros caminos de solución, pero ninguno lo lleva a cabo y sólo algunos comprueban que su respuesta cumple con las condiciones de los problemas.

Se observaron entre los alumnos de los diferentes semestres diferencias cognitivas importantes al resolver los problemas, algunos estudiantes además de utilizar Aritmética, también utilizan Pre cálculo y Álgebra y sólo uno utiliza el cálculo, algunos identifican las semejanzas y diferencias entre los datos y generan algoritmos diferentes.

Por lo tanto se puede decir que los estudiantes de semestres superiores utilizan mejor los conocimientos matemáticos previos, como Aritmética, Álgebra y más avanzados, como cálculo, aunque también se observa que no se encuentran suficientemente interiorizados, debido a que presentan errores al aplicar estos conocimientos.

Abstract

This work presents a study about the methodological and cognitive differences found in solution procedures used by Computer Systems students when they solved problems of applied calculus.

We consider our research as a comparative study, this is why we analysed three studies: *Education and Society in Hong Kong and Macao: Comparative perspectives in continuity and change* (Bray & Koo, 2005); *Students of Engineering and Social Sciences university programs: Differences in the way they solve similar problems* (Rosas & Pardo, 2009) and *Comparative study of problem solving influence in students' performance in Electro-chemist* (Matute, Pérez & Di'Bacco, 2009). These studies provided clear examples of comparative studies and showed us the importance of detecting and analyzing the differences and similarities in education systems and their relations.

These studies provided knowledge on Comparative Theory and Didactic Engineering; because of they are used in a didactic activity application involving problem solving they also gave us Reif's, Duran's and Garcia's solution methodologies.

In this research we compared the methodological and cognitive differences found in solving procedures used by students coursing the first three semesters of Computer Systems when they solve problems of applied calculus. In order to do this we applied Comparative Theory. This theory's goal is to find similarities and differences, and the relations we can establish (Raventós, 1989, p.64).

Similarities found at the beginning of the research include that students are enrolled in the same school and same university program; so that there are no differences in the subjects they coursed. Students also have previous knowledge of calculus because students' profile asks for it. Every student had coursed differential calculus in first semester, integral calculus in the second and differential equations in the third. Another similarity is the big amount of failing grades. Differences we established are that students are actually in different semester, from first to third; and they are enrolled in mathematics courses but with different topics.

Didactic Engineering was used as a research methodology (Lezama, 2003); the planning stage and epistemological dimension were started by describing the origin of the problem. In that stage we remarked the importance of problem solving in education and doubts originated by the unknown procedure used by students. After an analysis of Reif's, Duran's and Garcia's' methodologies we chose Garcia's' methodology as the exact research methodology for our own research. This choice was based on the fact that Garcia's' methodology states some stages that let detect every detail in a problems' solution. It also let us compares the steps and procedures studied in a math class with methodologies applied by students.

To study the cognitive dimension we used Cognitive Map Theory and Feuerstein's Cognitive Functions Theory (as cited by Zuñiga, 2005). Both theories let us understand and finish the cognitive study on mind processes used by students when they solve problems.

Didactic dimension was based in the description of the university program named Computer Systems. Description included subjects relative to computing and mathematics subjects.

Design stage included activities planning applied in the research, a set of exploration questions and problems design, descriptions of the application sessions, data collection and analysis of results.

Experimental stage included a description of participating students, the environment and observations while the activity was applied. We also described the way we collected data.

Validation stage included a variety of analysis of answers by topic, semester and knowledge area; comparing hypothesis and students' results led us to conclude that there are important differences in the methodologies used by students. The different ways of representing the problems' data and their relations with unknowns: Tables, arithmetic calculations, graphics, lines, algebraic expressions, rule of three, functions, operations and dimensions analysis. Only a few students identified problems' objectives and they could establish what the need to find, some students translate mathematics relations from common language to mathematical language using algebraic expressions. Students operate those expressions as equations and functions. Most students said that it should be other procedures to solve the problems, but none of them could find other procedure; a few students tried to validate their answer with problem's conditions.

Some important cognitive differences were observed with this research. Some students applied arithmetic but they also involved algebra and other pre-calculus subjects, only one student applied calculus. Some students could identify the similarities and differences on problem's data and they generated different algorithms.

As conclusions we can say that students of advanced semesters do a better use of previous mathematics knowledge like arithmetic, algebra and more advanced courses. We also found that the involved concepts are not completely interiorized because students made mistakes when they applied those concepts.

Introducción

La presente investigación surge a partir de nuestra experiencia como docentes, al observar que en la resolución de problemas, cada estudiante enfrenta los problemas de manera diferente: siguen procedimientos diferentes, aún si han participado de la misma enseñanza, les es difícil identificar las variables que están involucradas, no organizan la información que se les presenta, no relacionan el problema planteado con otros semejantes, no formulan ecuaciones para resolverlos, pues en ocasiones obtienen la solución, mediante una regla de tres o haciendo sumas consecutivas y no siguen alguna estrategia enseñada en la escuela para resolver problemas. En consecuencia, los estudiantes se sienten inseguros de sus soluciones, no saben cómo plantear el problema y no aplican los conocimientos previos que les serían útiles.

Estas complicaciones pueden tener múltiples explicaciones, como que el estudiante no conozca los algoritmos escolares, los procedimientos o estrategias⁵ enseñados en la escuela para resolver el problema, no considera diversas alternativas para resolverlo y no verifica que sus respuestas tengan sentido.

El propósito de este estudio fue hallar y comparar las diferencias metodológicas y cognitivas en los procedimientos utilizados por estudiantes de la carrera de Sistemas Computacionales en la resolución de problemas de cálculo aplicado, cómo los estudiantes resolvieron los problemas que se les plantearon, si utilizaron los algoritmos y procedimientos básicos del cálculo. Esto con el fin de identificar los obstáculos que tienen para resolverlos y así dar posibles soluciones a las complicaciones antes mencionadas. Los estudios comparativos que se contemplaron en la investigación nos mostraron la importancia de detectar y analizar las semejanzas y diferencias, en los sistemas educativos e identificar sus relaciones y como éstas influyen en dichos sistemas. También nos expusieron los conocimientos sobre la Teoría de la Comparación y la Ingeniería Didáctica, cómo se utilizaron en la aplicación de una actividad que involucra la resolución de un problema y nos introdujeron a las metodologías de resolución de problemas de Reif, Durán y García.

La Teoría de la comparación fue la posición teórica adoptada en el marco de la investigación, la cual nos permitió observar, valorar, analizar y determinar las diferencias y semejanzas de las metodologías y procesos cognitivos utilizados por los estudiantes y sus relaciones. Lo que nos permitieron extraer conclusiones y dar algunas explicaciones de los objetos de comparación.

La ingeniería didáctica la utilizamos como metodología de investigación, en la dimensión epistemológica y la planeación, destacamos la importancia de la resolución de problemas

⁵El concepto de estrategia se define en el Capítulo II, definiciones.

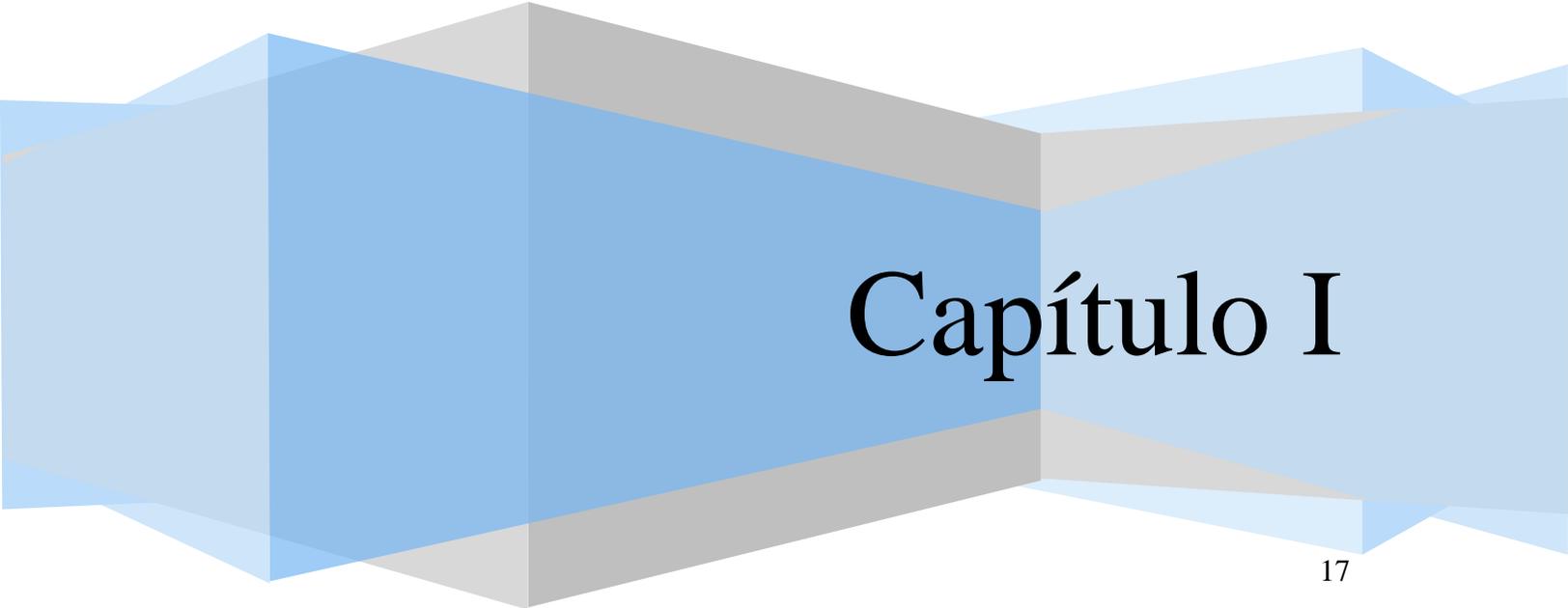
en la educación y las inquietudes en torno a cómo los estudiantes resolvían los problemas que se les planteaban, se estudiaron las metodologías de resolución de problemas de Reif, Durán y García, lo que nos permitió escoger para el análisis de esta investigación la Metodología de García, ya que sus etapas muestran los detalles en la resolución de un problema, mediante pasos claros y precisos. Esta metodología también nos permitió comparar los pasos, el procedimiento idóneo para resolver los problemas, con las metodologías usadas por los estudiantes.

Para poder llevar a cabo el estudio cognitivo y comprender los procesos mentales de los estudiantes utilizados en su procedimiento al resolver dos problemas del cálculo aplicado, se usó la Teoría del mapa cognitivo y la teoría de las funciones cognitivas de R. Feuerstein.

En la dimensión didáctica, se describe el sistema de enseñanza de la Licenciatura en Sistemas Computacionales, refiriendo las asignaturas de la carrera, las materias del área de matemáticas, así como los temas matemáticos de dichas materias. En la etapa del diseño, se planearon las actividades que se siguieron en la investigación, como es el cuestionario exploratorio y el diseño de los problemas, las descripciones de cómo se realizó la aplicación de los problemas, la recolección de los datos y el análisis de los resultados. En la fase experimental, se describe la población de estudiantes que participaron en la investigación, la forma en que se aplicó la actividad y las observaciones que hubo durante ésta, así como los medios que se utilizaron para recolectar la información y por último la etapa de validación, es en donde se realiza el análisis de las respuestas por tema, por semestre y por área, para comparar las hipótesis con los resultados obtenidos y de esta forma concluir.

Antecedentes

En esta sección se describe la carrera que elegimos para realizar la investigación: Licenciatura en Sistemas Computacionales, su programa de estudio y los temas matemáticos que se abordan por semestre. También presentamos las razones que motivaron la investigación y se detallan tres estudios comparativos.



Capítulo I

1.1 Contexto

La investigación se llevó a cabo en la Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo (UAEH), en el Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería (ICBI) en específico en la Licenciatura en Sistemas Computacionales.

Para ingresar a la Licenciatura en Sistemas Computacionales los aspirantes tienen que haber concluido el bachillerato con promedio general no menor de 7 (siete), contar con bachillerato general o área propedéutica afín a la Licenciatura. Si el alumno tiene Bachillerato General, éste le otorga el derecho de ingresar a cualquier oferta de Nivel Superior. En el caso del propedéutico, la Licenciatura en Sistemas Computacionales requiere del propedéutico de Físico-Matemáticas.

El plan de estudios de la Licenciatura consta de 50 materias obligatorias, dentro de las cuales se encuentran las materias que pertenecen al área de matemáticas: Cálculo Diferencial, Lógica Matemática, Álgebra Lineal, Cálculo Integral, Ecuaciones Diferenciales, Probabilidad y Estadística, Métodos Numéricos e Investigación de Operaciones, es decir no importa qué área de elección múltiple escoja el estudiante, tendrá que cursar estas materias del área de matemáticas, pues son obligatorias.

Antes de concluir la licenciatura los estudiantes tienen materias de elección múltiple, una en séptimo, otra en octavo y dos en noveno semestre, que les proporcionan un perfil de egreso, de acuerdo a sus capacidades, habilidades, gustos e inclinaciones. Las áreas de elección múltiple son Mecatrónica, Sistemas de Información, Computación Inteligente, Procesamiento de Imágenes y Señales, Redes y Telecomunicaciones y Computación Educativa, las materias que se llevan en cada área son:

MECATRÓNICA:

- Robótica
- Control de Sistemas Mecatrónicos
- Tópicos Selectos de Mecatrónica
- Interfaces

SISTEMAS DE INFORMACIÓN:

- Tópicos Selectos de Sistemas de Información
- Análisis y Diseño Orientado a Objetos
- Bases de Datos Distribuidas
- Minería de Datos

COMPUTACIÓN INTELIGENTE:

- Tópicos Selectos de Computación Inteligente
- Reconocimiento de Patrones
- Redes Neuronales

-
- Sistemas Basados en Conocimientos

PROCESAMIENTO DE IMÁGENES Y SEÑALES

- Reconocimiento de Patrones
- Procesamiento Digital de Señales
- Procesamiento Digital de Imágenes y Video
- Tópicos selectos de Procesamiento de Imágenes y señales

REDES Y TELECOMUNICACIONES

- Protocolos
- Diseño de Redes
- Tópicos Selectos de Redes
- Seguridad en Redes

COMPUTACIÓN EDUCATIVA

- Tópicos Avanzados de Graficación
- Multimedia
- Tópicos Selectos de Computación Educativa
- Sistemas de Realidad Virtual

De las asignaturas que pertenecen al área de matemáticas, en la Licenciatura de Sistemas Computacionales⁶ sólo una de ellas, Cálculo Diferencial involucra los temas matemáticos que se utilizaron para resolver los problemas que se aplicaron en esta investigación: intervalos y sus tipos; conceptos como, variables dependientes e independientes, sus propiedades, tipos y gráficas; la pendiente de la recta tangente, su concepto y obtención; conceptos de derivada, el de Cauchy, geométrico y como razón de cambio; derivación de funciones: algebraicas, trascendentes y trigonométricas; puntos estacionarios y aplicaciones. Sin embargo estos temas también son útiles y se aplican directamente en otras asignaturas como Cálculo Integral y Ecuaciones Diferenciales, e indirectamente en Lógica Matemática, Álgebra Lineal, Probabilidad y Estadística, Métodos Numéricos e Investigación de Operaciones.

⁶ Véase, sección de Tablas y figuras, diagrama 1.1-1.8.

Diagrama 1. Asignaturas pertenecientes al área de matemáticas de la Licenciatura en Sistemas Computacionales.

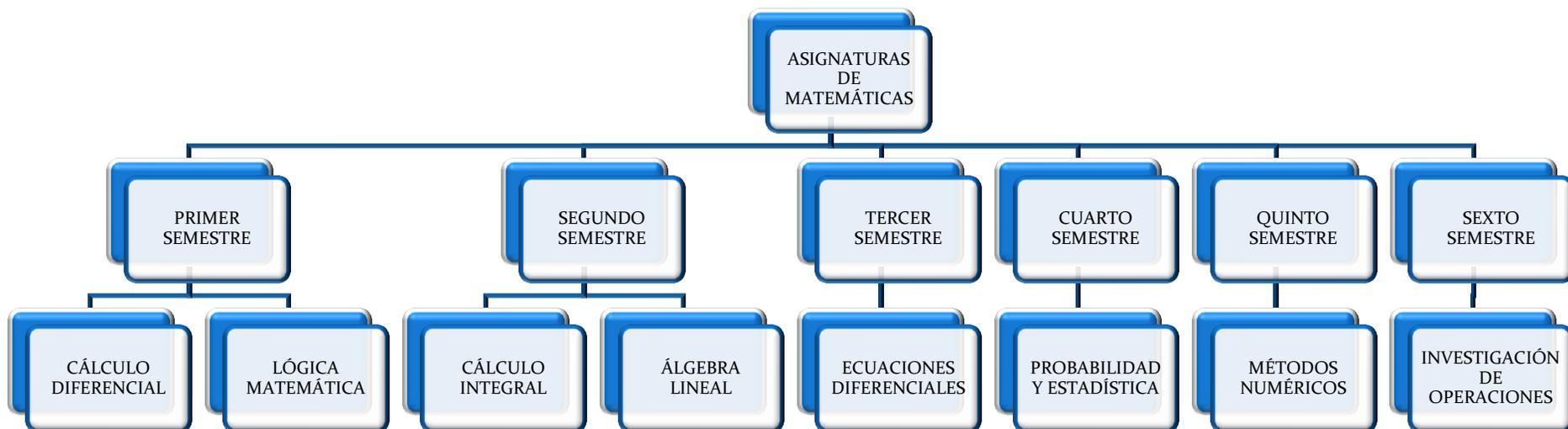
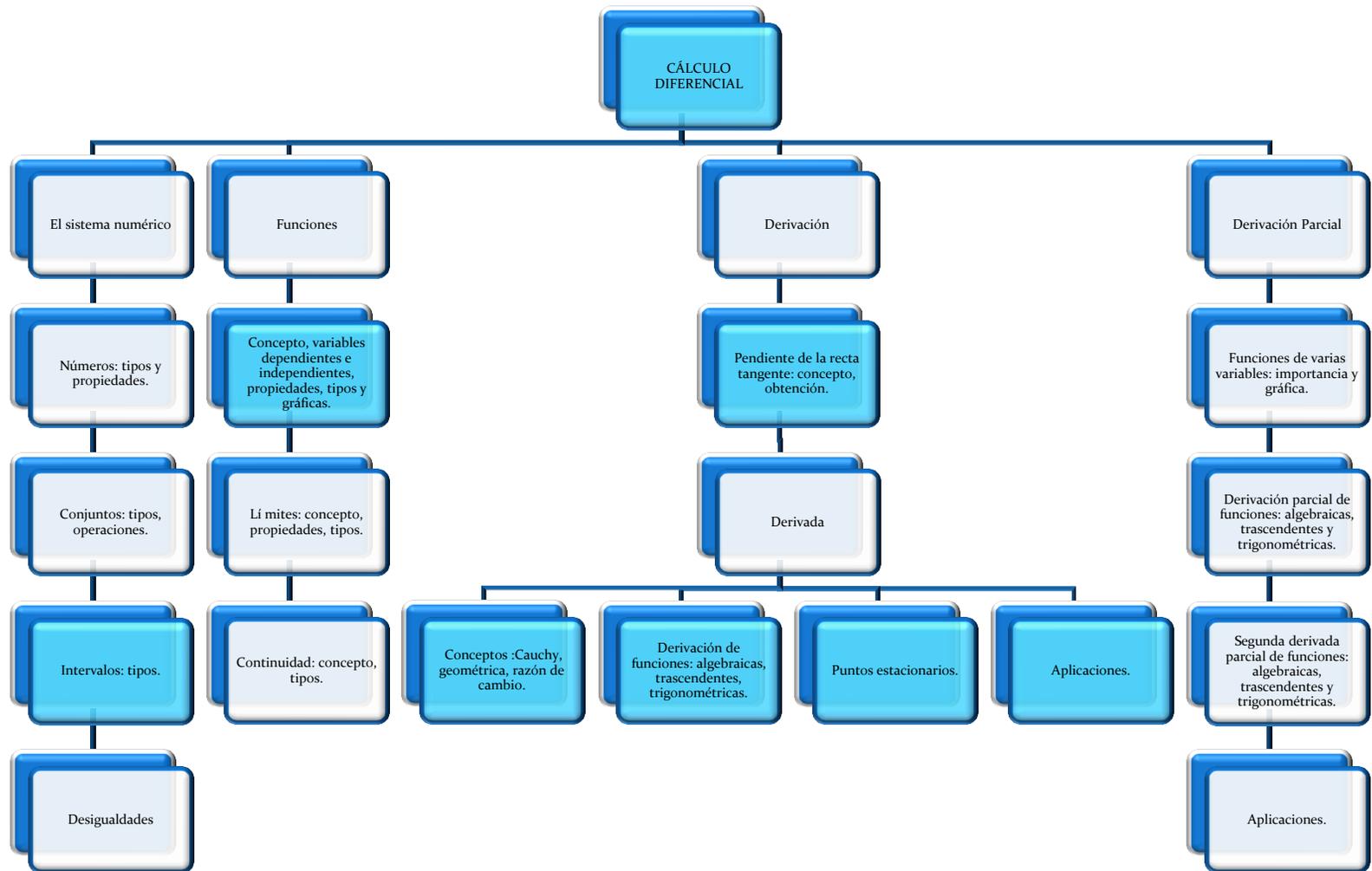


Diagrama 1.1. Asignatura de Cálculo Diferencial. (En secciones subsecuentes se explicará por qué algunos módulos están sombreados en color azul)



1.2 Origen del fenómeno escolar

En México la Reforma de corte constructivista, introducida en la educación primaria en 1993, generó un gran cambio en la forma de enseñar y aprender matemáticas. El nuevo enfoque constructivista se interesaba entre otras cosas por el aprendizaje mediante la resolución de problemas y situaciones problemáticas (Ávila, 1999). En la educación a nivel medio superior y superior los programas de estudio del área de matemáticas incluían desde entonces y hasta ahora, temas y unidades completas que involucran la aplicación de los conceptos previamente estudiados, mediante la resolución de problemas.

Este enfoque ha adquirido relevancia, no sólo como instrumento de evaluación y aplicación de los conceptos, sino como una forma de unir los conceptos con la vida diaria. En este sentido Ávila (2001) expresa que el vínculo entre la matemática y la vida es el elemento esencial del sentido y la razón de la matemática escolar.

En nuestra experiencia como docentes hemos observado que al resolver problemas con los alumnos, cada estudiante enfrenta los problemas de manera diferente: siguen procedimientos diferentes, aún si se les ha enseñada el mismo conocimiento a todos; les es difícil identificar las variables que están involucradas; no organizan la información que se les presenta; no relacionan el problema planteado con otros semejantes; no formulan ecuaciones para resolverlos, pues en ocasiones obtienen la solución, mediante una regla de tres o haciendo sumas consecutivas y no siguen alguna estrategia enseñada en la escuela para resolver problemas. En consecuencia, los estudiantes se sienten inseguros de sus soluciones, no saben cómo plantear el problema y no aplican los conocimientos previos que les serían útiles.

Estas complicaciones pueden tener múltiples respuestas, por ejemplo que el estudiante no conozca los algoritmos escolares, los procedimientos o estrategias enseñados en la escuela para resolver el problema, que no considere las diversas alternativas para resolverlos y no verifique que sus respuestas tengan sentido.

Los profesores de matemáticas concuerdan en que los estudiantes enfrentan las dificultades citadas en la resolución de problemas, pero la problemática es más notoria en los primeros semestres de la carrera, primero, segundo y tercero. En estos tres semestres se abordan los temas de aplicación del cálculo, ya que en estos semestres las materias del área de matemáticas que se cursan, involucran el cálculo. En primero se estudia el Cálculo Diferencial; en segundo el Cálculo Integral y en tercero las Ecuaciones Diferenciales.

La academia de matemáticas⁷ supone que el alto índice de reprobación en estas asignaturas se debe en parte a que los estudiantes no aplican los conocimientos adquiridos anteriormente, tanto del bachillerato como de los semestres anteriores cursados en la

⁷ Ver evidencias de actas de academia de matemáticas en la sección de tablas y figuras.

carrera. Respecto a éste mismo punto, el coordinador de la Lic. en Sistemas Computacionales, así como la sub coordinadora, afirmaron en una reunión de academia que las materias de Cálculo Diferencial, Lógica Matemática , Cálculo Integral, Inglés I y II, son las materias de primero y segundo semestre que mayor índice de reprobación tienen. También son las que causan mayor deserción.

Schoenfeld (como lo citó García, 2000), postula una hipótesis básica consistente en que:

“A pesar de la complejidad, las estructuras mentales de los alumnos pueden ser comprendidas y que tal comprensión ayudará a conocer mejor los modos en que el pensamiento y el aprendizaje tienen lugar. El centro de interés es, por lo tanto, explicar qué es lo que produce el pensamiento productivo e identificar las capacidades que permiten resolver problemas significativos.” (p.1, 2)

Las personas deben examinar y remodelar sus propios métodos de pensamiento de forma sistemática a fin de eliminar obstáculos y de llegar a establecer hábitos mentales eficaces, en otras palabras, lo que Polya denominó como pensamiento productivo (García, 2000).

La finalidad de esta investigación fue hallar las diferencias metodológicas y cognitivas en los procedimientos utilizados por estudiantes de la carrera de Sistemas Computacionales en la resolución de problemas de cálculo aplicado, cómo los estudiantes resolvieron los problemas que se les plantearon, si utilizaron los algoritmos y procedimientos básicos del cálculo. Lo anterior con el fin de identificar los obstáculos que tienen para resolverlos y así dar posibles soluciones a las complicaciones antes mencionadas.

1.3 Pregunta de Investigación

La pregunta de investigación giró alrededor de: ¿Cuáles son las diferencias metodológicas y cognitivas en los procedimientos utilizados por estudiantes de la carrera de Sistemas Computacionales en la resolución de problemas de cálculo aplicado?, pero en torno a ella surgieron otras preguntas, que tuvieron que ver con la investigación:

¿Cómo resolvieron los estudiantes los problemas de cálculo aplicado?

Antes de resolver los problemas, los estudiantes, ¿Los clasificaban?, ¿Sabían qué conocimientos aplicarían para resolverlos?

Después de resolver los problemas, ¿Cuál fue el procedimiento que utilizaron los estudiantes?, ¿Ocuparon alguna estrategia para resolverlos?, ¿Cuál fue? ¿Verificaron sus respuestas?, y otra pregunta interesante que se desprende de ésta es, ¿Cómo validan sus respuestas?

Los estudiantes ¿Utilizaron los algoritmos y procedimientos básicos del cálculo?, ¿Cuáles?

Los estudiantes ¿Utilizaron conocimientos previos, para resolver los problemas?, ¿Cuáles?

¿Cuáles fueron los obstáculos que se les presentaron a los estudiantes para poder resolver los problemas?

¿Existirán diferencias metodológicas en los procedimientos utilizados por los estudiantes en la resolución de los problemas de cálculo aplicado?

¿Existirán diferencias cognitivas en los procedimientos utilizados por los estudiantes en la resolución de problemas de cálculo aplicado?

Si existen esas diferencias en la metodología y en la parte cognitiva, ¿Tendrán que ver con las dificultades y problemas que tienen los estudiantes para resolver problemas de cálculo aplicado?

1.4 Estado del Arte

La investigación actual tuvo como objetivo principal comparar las diferencias metodológicas y cognitivas en los procedimientos utilizados por estudiantes de los tres primeros semestres de la carrera de Sistemas Computacionales en la resolución de problemas de cálculo aplicado, para detectar los obstáculos y dificultades que tuvieron los estudiantes al resolver los problemas, por este motivo contemplamos la revisión de tres estudios comparativos: **Educación y sociedad en Hong Kong y Macao: Perspectivas comparativas en continuidad y cambio.** (Bray y Koo, 2005); **Estudiantes de carreras de ingeniería y ciencias sociales: diferencias en su forma de resolver problemas similares,** (Rosas y Pardo, 2009) y el **Estudio comparativo de la resolución de problemas en el rendimiento estudiantil en el contenido de Electroquímica.** (Matute, Pérez y Di'Bacco, 2009).

El primero de ellos examina las perspectivas comparativas en continuidad y cambio entre dos sociedades, Hong Kong y Macao.

Como muestra el texto (Bray y Koo, 2005):

The fundamental basis of comparative studies of all kinds is identification of similarities and differences. From this identification, analysis usually proceeds to the reasons for the similarities and differences, and to the conceptual implications of the forces which shape the objects being compared.

The field of comparative education resembles all other comparative fields in this respect. Major questions for analysts in the field of comparative education concern the reasons why education systems in different parts of the world are similar to and/or

different from each other. Additional questions concern the links between education systems and the broader societies which those education systems serve. Education systems on the one hand reflect the societies in which they are situated, and on the other hand shape those societies.

Meaningful analysis is facilitated when the units for comparison have sufficient similarity as well as significant difference. In this light, Hong Kong and Macao make an ideal pair for comparison. (p.3).

En este libro descubrimos que los estudios comparativos, a través de la identificación de semejanzas y diferencias generan la información necesaria para tomar decisiones y contribuir a la identidad personal y colectiva de una o varias sociedades, así como a su prosperidad económica, además de proporcionar una educación significativa.

Se espera que los estudios comparativos muestren algunas de las razones por las que los sistemas educativos en diversas partes del mundo son similares o diferentes, ¿tendrán que ver los acoplamientos entre los sistemas de educación y las sociedades?, ya que por una parte los sistemas educativos reflejan a las sociedades en las cuales están situados y por otro lado forman a esas sociedades. El análisis significativo se facilitará cuando los objetos de comparación tengan tanto semejanzas suficientes como diferencias significativas.

Los profesores pueden hacer comparaciones para mejorar el funcionamiento de sus instituciones, en específico para desarrollar modelos teóricos que promuevan la comprensión de las fuerzas que conforman la enseñanza y el aprendizaje.

El estudio de sistemas educativos extranjeros puede hacernos reflexionar, valorar, y evaluar los propios sistemas educativos. Este estudio se centra en los sistemas educativos e institucionales de dos territorios con semejanzas y diferencias históricas, políticas, sociales, económicas y también en sus sectores de educación: Hong Kong y Macao. Su estudio comparativo nos permitió identificar y comprender el grado y las razones de las diferencias y las semejanzas, también demuestra que algunos procesos educativos resultan de las fuerzas económicas, sociales, políticas y que además trabajan con ellas. En sí nos permitió entender algunos aspectos de estas sociedades.

Las semejanzas más inmediatas entre ellos es que ambos territorios están situados en la costa sur de China, ambos han sido colonias de potencias europeas, son sociedades urbanas con sectores agrícolas insignificantes, tienen infraestructuras financieras eficientes y economías de mercado libre, ambos tienen mano de obra altamente productiva y competitiva, así como sistemas de telecomunicación y sistemas de transporte eficiente. Se consideran sociedades abiertas a los cambios y reformas. En ambos territorios el chino es su idioma oficial.

Con respecto a la educación, ambos invirtieron en una educación más elevada, tanto en el nivel educativo, como en la calidad de su educación, pues hicieron reformas a sus sistemas educativos y construyeron escuelas privadas. Ninguno tiene educación técnica o pre vocacional fuerte en los diferentes niveles escolares, éstas se convirtieron en escuelas secundarias. Sus planes de estudio están fuertemente influenciados por modelos australianos, del Reino Unido y E.U.A. La educación se concibe, no como un dispositivo para ejecutar un programa sociopolítico diseñado para establecer metas culturales, sino como un instrumento para el éxito personal, el prestigio social y como parte del desarrollo económico de las comunidades.

Las diferencias más notables son su área y su población, Hong Kong es más grande y más poblada que Macao, pero ambos son muy pequeños cuando son vistos en un contexto regional. Los dos territorios tienen un segundo idioma oficial, el de Hong Kong es el inglés y el de Macao, el portugués, esta diferencia hace que Macao, tenga un papel más débil a nivel internacional.

Las diferencias en sus sistemas educativos, radicó por un tiempo en que en Hong Kong, las escuelas privadas recibían subsidio del gobierno y en Macao no recibían casi ninguna ayuda, pero en la actualidad en cada colonia se mantiene una pequeña cantidad de escuelas apoyadas por fondos públicos y subsidios proporcionados por instituciones privadas. Esto hizo que se elevaran los sueldos de los profesores y la calidad de las escuelas, asemejándose, así a las escuelas de otras partes del mundo, en funciones y organización. Otras diferencias significativas son que Hong Kong, promueve y apoya las TIC's y las matemáticas, mientras que Macao no es tan agresiva en estas áreas.

Así Hong Kong es considerada la entrada a la China Continental y Macao por el contrario, tiene una imagen como destino turístico, como una ciudad de historia y herencia multicultural.

Educación y sociedad en Hong Kong y Macao nos proporciona un ejemplo claro para nuestra investigación, acerca de un estudio comparativo entre dos territorios, la importancia de detectar y analizar las semejanzas y diferencias, en los sistemas educativos, economías, territorios, idiomas, población y ubicación, pero también en identificar sus relaciones y como éstas influyen principalmente en los sistemas educativos.

En el estudio, “Estudiantes de carreras de ingeniería y ciencias sociales”, los autores Rosas y Pardo (2009), afirman que de acuerdo a Bruhn la comparación educativa puede ser de gran utilidad al realizar estudios sobre sistemas escolares, e inclusive como se muestra en la investigación, para romper con prejuicios como el que un estudiante de ingeniería sabe más matemáticas que un alumno del área de ciencias sociales.

Este estudio consistió en que estudiantes de las carreras de ingeniería, arquitectura y animación, arte digital y ciencias sociales resolvieran un problema que indicaba calcular el

área de un estacionamiento para 300 autos, que tenía una forma irregular, utilizando la regla de Simpson. Para lo cual mostró un ejemplo de la aplicación de la regla de Simpson y se les permitió a los estudiantes el uso de calculadoras programables y de cualquier software para realizar los cálculos que requiriera el problema.

Las respuestas de los estudiantes mostraron una gran diversidad en la forma de obtener las mediciones que utilizaron, desde mapas, fotografías y medidores láser, utilizados por los estudiantes de arquitectura, mediciones directas en el estacionamiento, utilizando hectómetros y google earth, por los estudiantes de ingeniería y también mediciones directas en el estacionamiento, inclusive hasta pasos, por los de ciencias sociales.

Los reportes que entregaron se diferenciaban principalmente en las imágenes y el detalle de los gastos realizados durante la resolución del problema, ya que mientras los estudiantes de ingeniería contaban con los cálculos realizados y la aplicación de fórmulas, pero pocos detalles de los costos. Los estudiantes de arquitectura tenían muchas imágenes y detalles del proceso, pero no tenían especificaciones de las aplicaciones de las fórmulas. Por último, los de ciencias sociales incluyeron muchos detalles de los costos que involucró la actividad.

Las conclusiones a las que llegaron los autores es que el desempeño académico no está limitado por la formación de un programa de estudio, los estudiantes de diferentes áreas académicas tienen las habilidades para resolver un problema matemático de la vida diaria y se auxilian de la tecnología para eliminar el obstáculo del uso de las matemáticas en su resolución.

Estudiantes de carreras de ingeniería y ciencias sociales, aportó a esta investigación conocimientos sobre la Teoría de la Comparación y la Ingeniería Didáctica, ya que se utilizaron en la aplicación de una actividad que involucra la resolución de un problema.

“El estudio comparativo de la resolución de problemas en el rendimiento estudiantil en el contenido de Electroquímica”, surge, según las autoras Matute, Pérez y Di’Bacco (2009), por la búsqueda de una mejor enseñanza en el área de química, al observar poca motivación de los estudiantes por las asignaturas de ciencias, el bajo rendimiento estudiantil, los altos índices de deserción escolar, poca creatividad, carencias de estrategias de aprendizaje, dificultades al resolver problemas de Química, les lleva a generar su principal hipótesis: Estos conflictos se deben a la falta de estrategias metodológicas por parte de los educadores que orientan la resolución de problemas, ya que utilizar un enfoque metodológico, organizado y lógico permitirá al estudiante la comprensión y el análisis de los problemas que se les presenten.

De esta manera, las autoras comparan las metodologías de resolución de problemas de: Reif, Durán y García⁸, a través del rendimiento estudiantil en el contenido de electroquímica.

La investigación destaca la importancia de la resolución de problemas, como instrumento de evaluación, aplicación de lo aprendido, contenido obligatorio, estrategia de enseñanza, y actividad de aprendizaje, ya que permite a los estudiantes desarrollar su metodología; sus técnicas de investigación; vincularlo con la realidad cotidiana, relacionando el pensamiento científico con el cotidiano; incrementar la creatividad y la capacidad crítica.

El estudio se llevó a cabo con estudiantes de educación media, en Venezuela, quienes cursaban la asignatura de Química, se determinó que los grupos a los cuales se les aplicarían las actividades podrían ser comparados, ya que sus conocimientos previos y condiciones eran similares. La exploración se inició con actividades que diagnosticaron las concepciones previas de los estudiantes sobre los conceptos a tratar en la investigación: electroquímica, reacciones Redox, celda electroquímica, clasificación de celdas, electrodo, electrolito, corriente eléctrica y electrólisis, así como las metodologías de Reif, Durán y García. Se abordaron estos conceptos de diferentes maneras, con mapas conceptuales, resúmenes, exposiciones, y finalmente se resolvieron problemas con las metodologías aprendidas. Los resultados arrojaron, según las autoras, que dichas metodologías son igualmente efectivas y produjeron un efecto significativo en el aprendizaje de la electroquímica, al ser favorable el rendimiento estudiantil, además los estudiantes adquirieron habilidades y destrezas en la resolución de situaciones.

El estudio comparativo de la resolución de problemas en el rendimiento estudiantil en el contenido de Electroquímica nos introdujo a las metodologías de resolución de problemas de Reif, Durán y García y escogimos para el análisis de esta investigación la Metodología de García, ya que sus etapas muestran los detalles en la resolución de un problema, mediante pasos claros y precisos. Esta metodología también nos permitió comparar los pasos, el procedimiento idóneo para resolver los problemas, con las metodologías usadas por los estudiantes.

En este apartado se analizaron tres estudios comparativos que usan metodologías diferentes, sin embargo todos ellos nos muestran la importancia de la comparación en los sistemas educativos, como éstos nos pueden proporcionar la información necesaria del funcionamiento de las instituciones y las sociedades.

⁸ Las metodologías de resolución de problemas de Reif, Durán y García se detallan en el Capítulo II, Ingeniería Didáctica.

Marco Teórico y Metodología

En esta sección se establecen algunas definiciones útiles para la comprensión de la investigación. Se describe lo que es la metodología de comparación, la forma en que se aplicó la ID en la tesis y la metodología que se siguió en la investigación, mediante un esquema que contiene: el cuestionario exploratorio, el diseño de los problemas, la aplicación de los problemas, la recolección de datos y su análisis.

Capítulo II

2.1 Definiciones

ALGORITMO:

Según el Diccionario de la Lengua Española (Vigésima segunda edición), algoritmo, se define como: *un conjunto ordenado y finito de operaciones que permite hallar la solución de un problema*, o bien, como *el método y notación en las distintas formas del cálculo*. Entonces nosotros vamos a considerar un algoritmo como un procedimiento o conjunto de pasos definidos y ordenados que nos permiten ejecutar determinadas actividades, hasta lograr el objetivo de la actividad a resolver o la solución de un problema, por ejemplo.

PROCEDIMIENTO:

Según el Diccionario de la Lengua Española (Vigésima segunda edición), procedimiento, se define como *la acción de proceder, o el método de ejecutar algunas cosas*. Entonces nosotros consideramos a un procedimiento como el método para hacer o ejecutar determinadas acciones, y que involucra una serie de pasos que permiten realizar el trabajo o las tareas a realizar.

MÉTODO:

Según el Diccionario de la Lengua Española (Vigésima segunda edición), método se define como *el procedimiento que se sigue en las ciencias para hallar la verdad y enseñarla*. Por lo tanto un método es un procedimiento y un procedimiento es un método.

METODOLOGÍA:

Según el Diccionario de la Lengua Española (Vigésima segunda edición), metodología se define como *el conjunto de métodos que se siguen en una investigación científica o en una exposición doctrinal*.

Entonces las diferencias metodológicas en los procedimientos utilizados por los estudiantes en la resolución de problemas de cálculo aplicado serán aquellas diferencias en los pasos que utilizaron para resolver el problema.

ESTRATEGIA:

Según el Diccionario de la Lengua Española (Vigésima segunda edición), estrategia se define como *un proceso regulable, conjunto de las reglas que aseguran una decisión óptima en cada momento*

Siegles (como la citó Herranz Y. y Lacasa D. P., 1995), la define como:

Definimos una estrategia como cualquier procedimiento que nos es obligatorio y que está orientado a una meta. El rasgo de no obligatorio se incluye para distinguir la estrategia de los procedimientos en general. Los procedimientos a diferencia de las estrategias deben representar el único camino para lograr una meta. (p. 98)

Entonces podemos decir que las estrategias son las elecciones de caminos diferentes para lograr un fin.

DIFERENCIAS COGNITIVAS

De acuerdo a Gardner, (como lo citó Zúñiga, 2005), “*el objetivo de las Ciencias Cognitivas es el análisis científico de los procesos mentales y de la estructura de la memoria con el fin de comprender la conducta humana*”. (p. 24)

Novak, (como lo citó Zúñiga, 2005) establece que:

El mapa cognitivo es una técnica mediante la cual podemos exteriorizar conceptos, también ayuda a aprender con significado, explicitar y relacionar al aprendizaje adquirido recientemente con el que ya se poseía, permitiendo la comprensión de los conceptos y sus relaciones jerárquicas. (p. 26)

Entonces el mapa cognitivo es un instrumento que hace posible la representación de una serie de conceptos con un significado y unas relaciones, el mapa nos ayuda a conocer cómo se aprende. A través del mapa cognitivo podemos localizar los puntos específicos en donde aparecen dificultades u obstáculos en el aprendizaje y así evaluar el funcionamiento mental del estudiante.

Las diferencias cognitivas serán las diferencias en los procesos mentales y la estructura de la memoria de los estudiantes.

2.2 Teoría de la Comparación

Cuando queremos analizar un fenómeno, por naturaleza lo relacionamos con algo que ya hemos vivido, que hemos visto o escuchado en algún otro lugar o momento, entonces comparamos. Primeramente debemos de tener definidos los objetos de comparación, pueden ser las cualidades de individuos, el estudio de una corriente educativa, fenómenos educativos, tales como construcciones escolares, métodos de enseñanza, libros de texto, programas, etc.

Adquirimos información de los objetos de comparación a través de la observación y del análisis. Al principio intentamos descubrir sus diferencias, semejanzas y sus relaciones, pero debemos establecer ciertos criterios que nos permitan efectuar la comparación, con la

idea de establecer una relación de semejanza entre dos partes, involucrando aspectos sociales, culturales, geográficos o históricos que afecten a los objetos de la comparación.

Según el Diccionario de la Lengua Española (Vigésima segunda edición), el comparar se define como: *Fijar la atención en dos o más objetos para descubrir sus relaciones o estimar sus diferencias o semejanzas.*

La finalidad de la comparación es entonces el descubrimiento de las semejanzas, las diferencias y las diversas relaciones que pueden establecerse (Raventós, 1989, p.64). Así la comparación tiene entre sus objetivos englobar las diferencias, para unificar la información de los objetos de comparación.

Para que una comparación sea eficiente se tienen que responder una serie de preguntas: ¿Qué es lo que se compara?, o sea el objeto de comparación; ¿Dónde y cuándo se compara?, la localización; ¿Cómo se compara? y ¿En qué sentido se compara?, si se toma en cuenta la evolución o no de los objetos de comparación (Raventós, 1983).

Los comparativistas pedagogos, Bereday y Hilker coinciden en las etapas o grados que determinan el análisis comparativo: La *descripción* nos arroja un conocimiento amplio y completo de lo que se pretende comparar, el objeto de comparación, esto se logra mediante su observación, el estudio de la información que se tiene respecto a él y el contacto personal con el mismo; la *interpretación*, aquí se pretende detectar y por consiguiente eliminar errores, analizar e interpretar la información surgida en la etapa anterior. Esto con el fin de explicar las causas y factores que dieron origen o que afectan los objetos de comparación; la *yuxtaposición*, en esta etapa se relaciona y se confronta toda la información sobre los objetos de comparación, su finalidad es establecer una hipótesis que exprese lo que suponemos provoca los hechos que nos interesa explicar, una respuesta anticipada o la posible solución que creemos pueda satisfacer a las preguntas iniciales; y por último *la comparación*, es donde se valoran, se critican y por consecuencia se extraen conclusiones de la información, de las explicaciones a los objetos de comparación, arrojada en las anteriores etapas (Raventós, 1983).

En esta investigación lo que comparamos fueron las diferencias metodológicas y cognitivas en los procedimientos utilizados por estudiantes de la carrera de Sistemas Computacionales en la resolución de problemas de cálculo aplicado. Se compararon los tres primeros semestres, la investigación se llevó a cabo en las instalaciones de la U.A.E.H., en sus respectivas aulas.

Las similitudes que encontramos en los grupos con los que se trabajó, son que pertenecen a la misma institución y carrera, por lo que no les afectan las diferencias en los planes de estudio con otras carreras, además los estudiantes de los tres semestres tienen conocimientos previos de Cálculo Diferencial e integral, pues el perfil que se le pide para ingresar a la carrera contempla un bachillerato general, o bien un propedéutico de Físico-

Matemáticas, aunado a que son semestres que llevan materias del área de matemáticas, relacionadas con el Cálculo Diferencial e integral, por ejemplo en primer semestre los estudiantes cursan la materia de Cálculo Diferencial, en segundo semestre la de Cálculo Integral y en tercer semestre la de Ecuaciones Diferenciales. También se detecta un alto índice de reprobación, en estas materias, como lo comenta el coordinador de la carrera⁹.

Las diferencias, radican en que los estudiantes a los cuales se les aplicó la actividad son de semestres distintos, por lo tanto cursan materias del área de matemáticas que son diferentes, así como del resto de su currícula.

Entonces podemos identificar como objeto de comparación los procedimientos utilizados por estudiantes y las etapas que determinan el análisis comparativo estarán involucradas en la investigación de la siguiente manera: La descripción, estará dentro del contexto; la interpretación, en el diseño; la yuxtaposición, en el análisis y la comparación, en las conclusiones.

Una vez presentados los elementos del marco teórico, describiremos la metodología que se utilizó para la investigación.

2.3 Ingeniería Didáctica

Lezama (2003) afirma que la ingeniería didáctica es utilizada como metodología de investigación e instrumento para la producción de desarrollos para la enseñanza, así como en el registro de los estudios de caso, cuya validación es interna, basada en la confrontación entre el análisis a priori y a posteriori. En ésta investigación la ingeniería didáctica fue utilizada como metodología de investigación.

Según Lezama, la ingeniería didáctica consta de cuatro fases:

- Planeación, en donde se contempla el análisis preliminar, el cual incluye aspectos como la enseñanza tradicional y sus efectos, las concepciones de los estudiantes, las dificultades, los obstáculos, las restricciones donde se realizará la experiencia y los objetivos perseguidos. Esta fase también involucra tres dimensiones:
 - Epistemológica, relacionada a las características del saber que se está tratando.
 - Cognitiva, asociada a los aspectos cognitivos del sujeto al cual se dirige la enseñanza.
 - Didáctica, relacionada a las características del funcionamiento del sistema de enseñanza.

⁹ Ver Acta de Academia, correspondiente al 13 de Octubre del 2009.

-
- Diseño, involucra un análisis a priori, determinar las restricciones sobre el sistema didáctico y las variables didácticas, que permiten controlar los comportamientos de los estudiantes y los significados construidos. Este análisis es un conjunto de hipótesis sobre lo que harán los estudiantes.
 - Experimental, es la puesta en escena de la situación didáctica, la observación y recolección de la información.
 - Validación, es la confrontación del análisis a priori con el análisis a posteriori. Se examinan y se comparan las hipótesis que se hicieron en la parte del diseño, con los resultados, obtenidos en la fase experimental.

De acuerdo a lo expuesto por Lezama (2003), la ingeniería didáctica en esta investigación la aplicamos de la siguiente manera:

La dimensión epistemológica y la planeación, la iniciamos, al describir lo que originó el problema, en esa parte destacamos la importancia de la resolución de problemas en la educación y las inquietudes en torno a cómo los estudiantes resolvían los problemas que se les planteaban; si utilizaban los algoritmos y procedimientos básicos del cálculo, en síntesis, las diferencias metodológicas y cognitivas en los procedimientos utilizados por los estudiantes.

Así, para adelantarnos a las posibles respuestas de los estudiantes y además para verificar si los problemas estaban planteados correctamente, a varios profesores les entregamos los problemas, pero sólo cuatro los contestaron, esto nos permitió hacer modificaciones y adelantar posibles respuestas y generar algunas hipótesis. Por ejemplo que los mismos profesores no utilizan ninguna metodología de resolución de problemas, cabe destacar que uno de los profesores comentó, que sería más fácil que se les presentará a los estudiantes problemas “comunes”, “tradicionales” del cálculo, como el de la cajita, etc., ésto nos lleva a pensar que en las instituciones se sigue practicando un sistema didáctico tradicional.

Zúñiga (2005), define al sistema didáctico tradicional como:

Aquél en que el profesor tiene el rol principal en el proceso de enseñanza aprendizaje mientras que los estudiantes asumen una actitud pasiva. El aprendizaje sucede principalmente por repetición, no por descubrimiento, lo que conduce a un aprendizaje producto del énfasis en la mecanización del saber (esto no significa que el aprendizaje por repetición sea erróneo o inadecuado, sino que resulta insuficiente). Además, la didáctica empleada está determinada por el discurso de los libros de texto. Las sesiones de clase se diseñan en función del cumplimiento de los programas de estudio (que en muchos casos están elaborados en función de la estructura de contenidos de los libros de texto). En buena medida, estas situaciones se deben a que los profesores no tienen una capacitación profesional en docencia (y mucho menos en didáctica de las matemáticas), lo cual provoca que su trabajo como profesores de matemáticas se guíe

casi exclusivamente por las experiencias vividas como estudiantes, su percepción de lo que significa ser un buen profesor, y lo que dictan los programas y libros de texto oficiales. (p. 9)

Lo anterior nos permite elaborar la siguiente hipótesis, que los profesores están habituados a los problemas “comunes”, “tradicionales” del cálculo y la introducción, preparación y adaptación de problemas, que surgen de la vida cotidiana o de situaciones reales, es más complicada o al menos no es parte de su práctica.

Camarena, (como la citó Zúñiga, 2005) señala que:

La matemática en contexto: ayuda al estudiante a construir su propio conocimiento de una matemática con significado, con amarres firmes y no volátiles; refuerza el desarrollo de habilidades matemáticas, mediante el proceso de resolver problemas vinculados con los intereses del alumno... (p. 10)

Zúñiga (2005) asevera que:

Estas situaciones, producto de la experiencia, creencias y costumbres de los profesores, que a su vez resultan de su inmersión en el sistema didáctico tradicional, repercuten directamente en el aprendizaje de los estudiantes creando ideas falsas sobre lo que se debe (qué y cómo) aprender y sobre la importancia de la matemática misma en su formación. (p. 9)

Artigue (como la citó Zúñiga, 2005) afirma que:

Numerosas investigaciones realizadas muestran, con convergencias sorprendentes, que si bien se puede enseñar a los estudiantes a realizar de forma más o menos mecánica algunos cálculos de derivadas y primitivas y a resolver algunos problemas estándar, se encuentran grandes dificultades para hacerlos entrar en verdad en el campo del cálculo y para hacerlos alcanzar una comprensión satisfactoria de los conceptos y métodos de pensamiento que son el centro de este campo de las matemáticas. Estos estudios también muestran de manera clara que, frente a las dificultades encontradas, la enseñanza tradicional y, en particular, la enseñanza universitaria, aun si tiene otras ambiciones, tiende a centrarse en una práctica algorítmica y algebraica del cálculo y a evaluar en esencia las competencias adquiridas en este dominio. Este fenómeno se convierte en un círculo vicioso: para tener niveles aceptables de éxito, se evalúa aquello que los estudiantes pueden hacer mejor, y esto es, a su vez, considerado por los estudiantes como lo esencial, ya que es lo que se evalúa... (p. 9,10)

La derivada, tiene múltiples aplicaciones, nos puede proporcionar la pendiente de la recta tangente, a la curva en un punto dado, así como también está relacionada con la velocidad y la aceleración de un móvil, de una reacción química, de la descomposición radiactiva, respecto al tiempo. Mediante la derivada, vista como razón de cambio también podemos calcular el ingreso, el costo, la utilidad y la productividad marginal de un artículo o servicio.

El cálculo de extremos en una función, máximos y mínimos, mediante derivadas, es útil desde el punto de vista geométrico, pero también para entender muchas situaciones de la vida cotidiana, estas situaciones dan lugar a los problemas de optimización, en donde se busca la solución óptima, como recorrer una distancia en el menor tiempo posible, gastar el mínimo de material en la construcción de un almacén o maquinaria, lograr una producción con el menor costo, tener la mayor utilidad en la producción y venta de un artículo, etc.

Dentro de la etapa de planeación, se elaboraron los siguientes objetivos:

Objetivo General:

Identificar, analizar y comparar las diferencias metodológicas y cognitivas en los procedimientos utilizados por estudiantes de los tres primeros semestres de la carrera de Sistemas Computacionales en la resolución de problemas de cálculo aplicado, uno que enfatizó en la intuición y otro que exigió una solución formal. Para detectar los obstáculos y dificultades que tienen los estudiantes al resolver problemas y dar posibles soluciones a estos conflictos.

Objetivos Específicos:

- Entender, mostrar y examinar las semejanzas y diferencias en los procedimientos utilizados por los estudiantes para resolver problemas del cálculo aplicado.
- Estudiar y comparar las semejanzas y diferencias en los procedimientos utilizados por los estudiantes para resolver problemas del cálculo aplicado.
- Identificar y analizar qué conocimientos utilizan los estudiantes para resolver los problemas del cálculo aplicado.
- Mostrar algunas de las razones por las que los procedimientos utilizados por los estudiantes para resolver problemas del cálculo aplicado son similares o diferentes.
- Proponer posibles soluciones a las dificultades presentadas por los estudiantes al resolver problemas del cálculo aplicado.

Para estudiar las metodologías usadas por los estudiantes, al resolver los problemas de cálculo aplicado, se tomaron como punto de partida tres modelos de resolución de problemas, citados por Matute, Pérez y Di' Bacco (2009), los cuales presentamos a continuación. Esto permitió comparar los pasos, el procedimiento idóneo para resolverlos, con las metodologías usadas por los estudiantes.

Modelo de resolución de problemas de Reif (Matute, Pérez y Di’Bacco, 2009)

Reif, señala que el éxito obtenido por sujetos en la resolución de problemas se debe tanto al cúmulo de conocimientos adquiridos como al uso de estrategias. Este autor sugiere un procedimiento para la resolución de problemas basado en tres etapas:

1. *Descripción y análisis:* se realiza una descripción básica del problema, se especifican los datos e incógnitas con sus respectivas unidades y se describen las relaciones entre los datos y las incógnitas. Se hace una descripción y análisis teórico del problema.
2. *Síntesis de una solución:* se reescribe el problema sobre la base de los conceptos necesarios, proporcionados por el conocimiento básico que se tenga sobre el contenido estudiado con el fin de facilitar la búsqueda de la solución. Se refina la información para que no existan distractores que generen dudas y permita tomar decisiones correctas que culminen con la solución del problema.
3. *Revisión y mejoramiento de la solución:* se examina nuevamente el problema y sus etapas de solución para determinar si la respuesta obtenida es correcta y razonable y así perfeccionar la solución del problema.

Modelo de Resolución de Problemas de Durán a partir de Polya (Matute, Pérez y Di’Bacco, 2009)

A partir de la Metodología de Polya, Durán diseñó una regla, para facilitar el recuerdo del proceso para la resolución de problemas, llamada AGUA, la cual consta de cuatro etapas en la que el enunciado de cada fase se inicia con cada una de las letras del título de la regla AGUA.

1. *Abordar la situación problemática,* leer y comprender el problema, conocer los datos disponibles, las incógnitas planteadas y las restricciones existentes en el problema.
2. *Generar un plan de acción:*
 - a. Conocer el tema referente al problema, para así poder ubicar las fórmulas y ecuaciones que se aplicarán.
 - b. Relacionar las incógnitas con los datos, fórmulas y ecuaciones.
 - c. Nombrar los pasos necesarios para lograr obtener la incógnita, se deben especificar los cálculos a realizar en cada fórmula, despejar y ordenar las operaciones que se vayan a emplear.
3. *Usar el plan de acción,* seguir paso a paso las operaciones planificadas en la etapa anterior, como realizar despejes, transformar unidades, introducir datos con sus

respectivas unidades en las fórmulas correspondientes y así obtener la respuesta a las incógnitas planteadas.

4. *Análisis de los resultados*, obtenidos, seguir detalladamente, cada uno de los procedimientos llevados a cabo anteriormente, con el fin de evaluar los resultados e inclusive pensar en otras posibles vías de solución.

Modelo de resolución de problemas de García (Matute, Pérez y Di' Bacco, 2009)

La metodología de García, comprende las siguientes etapas para la resolución de problemas:

1. *Representación y replanteamiento del problema*: elaborar un modelo del problema y traducir la información escrita en el mismo a un sistema sobre el cual se pueda operar a través de las siguientes pasos:
 - a. Leer minuciosamente el problema.
 - b. Construir un esquema, para crear una imagen clara de la situación Física a la cual corresponde el problema.
 - c. Definir cuál es el objetivo del problema, preguntándose ¿Qué es lo que se pide en el problema?
 - d. Hacer una lista de los datos y de las incógnitas que presenta el problema.
 - e. Colocar los datos en el esquema y debajo de cada uno colocar sus respectivas unidades.
 - f. Buscar alguna relación entre las incógnitas y los datos, tratando de relacionar las cantidades conocidas con los valores desconocidos.
 - g. Escribir en el lenguaje propio las relaciones claves encontradas.
2. *Pre solución*: presentar la información necesaria para la resolución del problema y hacer una estimación del procedimiento a seguir y de los posibles resultados, los pasos son:
 - a. Seleccionar y escribir la información que considere importante para la resolución del problema.
 - b. Enumerar las ecuaciones matemáticas o principios físicos relacionados con las cantidades presentadas en el problema.
 - c. Hacer una estimación de la respuesta, ordenando las magnitudes y usando las ecuaciones probables y asignarles valores razonables, con el fin de obtener un número aproximado como respuesta.
 - d. Si el problema es largo o complicado, dividirlo en secciones más pequeñas y darle solución por partes.

3. Resolución y revisión: transformación de los datos y de las incógnitas, ejecución de cálculos pertinentes para obtener las respuestas requeridas y la revisión de las mismas, utilizando el siguiente procedimiento:

- a. Transformar los datos que se consideren necesarios, mediante los factores de conversión.
- b. Sustituir datos en fórmulas y ecuaciones para establecer el valor de las incógnitas.
- c. Efectuar los cálculos necesarios.
- d. Verificar si el valor de la respuesta es razonable o posible, es decir, si tiene o no sentido.
- e. Comprobar que la respuesta cumpla con las condiciones impuestas en el enunciado del problema.
- f. Revisar si existen otros caminos de resolución que lleven a la misma respuesta.
- g. Realizar una reflexión global acerca de lo que aportó la resolución del problema en lo metodológico y en lo conceptual.

El estudio de las metodologías de resolución de problemas de Reif, Durán y García, nos permitió escoger para el análisis de esta investigación la Metodología de García, ya que sus etapas muestran los detalles en la resolución de un problema, mediante pasos claros y precisos. Esta metodología también nos permitirá comparar los pasos, el procedimiento idóneo para resolver los problemas, con las metodologías usadas por los estudiantes.

La dimensión cognitiva, se relaciona con los aspectos cognitivos utilizados en los procedimientos para resolver los problemas.

De acuerdo a Gardner, (como lo citó Zúñiga, 2005), “*el objetivo de las Ciencias Cognitivas es el análisis científico de los procesos mentales y de la estructura de la memoria con el fin de comprender la conducta humana*”. (p. 24)

Zúñiga (2005) afirma que “*la ciencia cognitiva se ha constituido en la nueva ciencia de la mente*” (p. 24). Las investigaciones sobre esta área provienen de múltiples disciplinas como la psicología, las ciencias de la computación, la lingüística, las matemáticas, la filosofía, la neurociencia, la física, la cibernética, etc., haciendo con este enfoque multidisciplinario que se tenga una mejor comprensión de la mente humana, de la enseñanza y el aprendizaje y de las habilidades mentales.

La Teoría del mapa cognitivo y la teoría de las funciones cognitivas de R. Feuerstein (como lo citó Zúñiga, 2005), nos permitieron comprender y llevar a cabo el estudio cognitivo de los procesos mentales de los estudiantes utilizados en su procedimiento al resolver dos problemas del cálculo aplicado.

A continuación se define el mapa cognitivo, las funciones cognitivas y se describen sus parámetros y fases, respectivamente.

El mapa cognitivo

Es un instrumento que hace posible la representación de una serie de conceptos con un significado y unas relaciones, el mapa nos ayuda a conocer cómo se aprende. A través del mapa cognitivo podemos localizar los puntos específicos en donde aparecen dificultades u obstáculos en el aprendizaje y así evaluar el funcionamiento mental del estudiante.

Novak, (como lo citó Zúñiga, 2005) establece que:

El mapa cognitivo es una técnica mediante la cual podemos exteriorizar conceptos, también ayuda a aprender con significado, explicitar y relacionar al aprendizaje adquirido recientemente con el que ya se poseía, permitiendo la comprensión de los conceptos y sus relaciones jerárquicas. (p. 26)

Parámetros del mapa cognitivo

El modelo se basa en siete parámetros a través de los cuales se puede analizar y categorizar el acto mental, el cual describe cada función a lo largo del proceso del pensamiento.

1. Contenido:

Los actos mentales se describen de acuerdo con la materia que se trata y tienen que estar relacionados con la competencia del estudiante.

El contenido refleja las diferencias individuales en la educación, ya que según la procedencia sociocultural¹⁰ del individuo éste presentará una competencia en ciertas áreas. Si el contenido es fácil o existe demasiada familiaridad con él, puede producir falta de interés en el estudiante, por el contrario si el contenido educativo es difícil, extraño o exageradamente novedoso puede producir un rechazo.

2. Modalidad del lenguaje

Es la forma de presentación de la información, es la serie de lenguajes en los que se puede expresar un acto mental. Estas formas de presentación pueden ser: figurativa, numérica, simbólica, verbal, gestual, kinestésica, etc.

El rendimiento de un individuo depende de la clase de modalidad empleada, puesto que no todos los individuos son capaces de aprender con la misma facilidad y en la misma forma.

3. Operaciones mentales

Es un conjunto de acciones interiorizadas, organizadas y coordinadas, en función de las cuales realizamos la elaboración de la información que recibimos.

¹⁰ Ver Glosario.

Las acciones que se necesitan para resolver una actividad pueden ir desde el reconocimiento o identificación de objetos hasta niveles más complejos como la clasificación, seriación, multiplicación lógica y las comparaciones.

Dichas operaciones se desarrollan a través de las relaciones que el individuo establece entre las cosas y el medio ambiente.

Las funciones cognitivas, las usan los individuos con el objetivo de procesar la información necesaria para la operatividad mental y así poder comprender los procesos implícitos en el procesamiento de la información, el análisis de la cognición.

4. Fases del acto mental

La fase es un parámetro fundamental en el análisis del acto mental de un sujeto, ya que posibilita el estudio sistemático del proceso del pensamiento, como el de resolver un problema. Las fases del acto mental son: input (entrada), elaboración y output (salida), las cuales están relacionadas de tal forma que cada una de ellas tiene sentido en la medida en que está en estrecha relación con la otra.

Dentro de las fases del acto mental ocurren una serie de funciones y de disfunciones cognitivas, disfunciones que interfieren en el aprendizaje, impidiéndole al sujeto aprender de forma eficaz. Entendiéndose como disfunción cognitiva, la incapacidad para realizar el acto mental, estas disfunciones ayudan a identificar las condiciones del pensamiento y nos indican las deficiencias de las funciones cognitivas que permanecen interiorizadas en el pensamiento.

5. Nivel de complejidad

Es la cantidad y calidad de unidades de información necesarias para que se produzca el acto mental. Una unidad de información es la cantidad mínima de conocimientos que ha de tener un sujeto para que se produzca un acto mental. La complejidad está determinada por el número de unidades de información y la calidad de éstas, en función del grado de innovación y de la familiaridad que el sujeto tenga con el problema. Así cuanto más familiar es la información, menos complejo será el acto mental y, por el contrario, cuanto más novedosa sea la información, más complejo será el acto mental.

6. Nivel de abstracción

Es la distancia que hay entre un acto mental y el objeto o suceso sobre el cual se opera, entonces el contenido puede ir desde la percepción sensorial hasta el nivel más elevado de abstracción y representación mental.

7. Nivel de eficacia

Se basa en dos criterios: rapidez/precisión, y/o la cantidad de esfuerzo proyectado objetiva y subjetivamente por el sujeto en la actividad presente. Sin embargo, un nivel de

complejidad bajo, puede hacer eficaz el acto mental que opera sobre esta actividad, pues es muy difícil separar la eficacia de la verdadera capacidad del sujeto, ya que intervienen otras variables como son las destrezas e informaciones que posee el individuo.

La eficacia de un sujeto está determinada, por la familiaridad, las operaciones involucradas en la actividad y el grado de motivación. Esto nos lleva a entrar en el área de la automatización, la cual describe una familiarización con ciertos componentes de la tarea y a una cierta capacidad para invertir parte de la energía en aquellas tareas que exigen mayor precisión y rapidez. Sin embargo si un sujeto está excesivamente familiarizado con la tarea, puede buscar relaciones o soluciones que realmente no existen o son más complejas de las que realmente sirven.

Las funciones cognitivas

Son consideradas como las condiciones básicas de la inteligencia. Son las funciones que se encuentran previas a las operaciones mentales, sirven para la interiorización de la información y permiten la autorregulación del organismo. La interiorización es el pilar básico del aprendizaje y de la adaptación y, por tanto, de la inteligencia.

“Las funciones cognitivas como actividades del sistema nervioso explican, en parte, la capacidad del individuo para servirse de la experiencia previa en su adaptación a nuevas situaciones” (Feuerstein, como lo citó Zúñiga, 2005). (p. 32)

1. Funciones cognitivas en la fase de entrada

Se refieren a la cantidad y calidad de los datos acumulados por el individuo antes de enfrentarse a la solución de un problema.

- a. Percepción clara: Conocimiento exacto y preciso de la información, de acuerdo con los parámetros de simplicidad y familiaridad. Concerniente a captar todo tipo de información a través de los sentidos.

Su disfunción cognitiva, llamada percepción borrosa, consiste en un proceso pobre e impreciso de los datos, incompletos y sin detalles, por consiguiente lleva a los sujetos a definiciones imprecisas.

- b. Exploración sistemática de una situación de aprendizaje: Capacidad para organizar y planificar la información.

Su disfunción es la impulsividad ante una situación de aprendizaje, es la incapacidad para tratar la información de forma sistemática y planificada.

La impulsividad es una de las principales causas de los fallos en la solución de problemas, Feuerstein la clasifica en tres tipos: el primero se presenta por la rapidez inapropiada con la que una persona responde a una serie de estímulos; el segundo implica un control sobre la conducta motora, es decir los individuos se debaten entre realizar la tarea rápidamente o realizarla con precisión y el tercero es una falta de

control, de atención al incorporar los datos que ya previamente había contemplado el sujeto.

- c. **Habilidades lingüísticas a nivel de entrada:** Capacidad para discriminar y diferenciar objetos, sucesos, relaciones y operaciones a través de reglas verbales, así como también habilidad para establecer el significado de símbolos y signos, codificación y decodificación, ya que los códigos verbales permiten utilizar todo tipo de relaciones y facilitan la comprensión y comunicación de los niveles abstractos del pensamiento.

La disfunción consiste en la incapacidad para entender palabras y conceptos, dificultad para utilizar con precisión y entender adecuadamente las palabras y conceptos que son necesarios en el aprendizaje.

- d. **Orientación espacial:** Capacidad para establecer relaciones entre sucesos y objetos situados en el espacio.

La disfunción es la falta o deficiencia en la orientación espacial, la dificultad para identificar la relación que guardan en el espacio los sucesos y las cosas, la incapacidad para orientarse en el espacio. Incapacita al que aprende para llegar a establecer, representar, proyectar y conceptualizar las relaciones entre objetos y sucesos.

- e. **Orientación temporal:** identificar la relación entre sucesos pasados y futuros.

La incapacidad para establecer relaciones temporales hace que el sujeto no pueda ordenar, resumir, comparar ni secuenciar los sucesos tal y como acontecen en la realidad.

- f. **Conservación, constancia y permanencia del objeto:** significa que permanezcan estables las características de los objetos como el tamaño, la forma, la orientación, la cantidad, etc., a pesar de algunas transformaciones en otros atributos. Esto nos lleva a contemplar la reversibilidad de pensamiento, la cual es considerada, para Piaget (como lo citó Zúñiga, 2005), como la capacidad para ejecutar una acción en los dos sentidos del recorrido, sabiendo que se trata de una misma acción.

La disfunción cognitiva es la irreversibilidad o rigidez del pensamiento que, impide establecer relaciones de los objetos entre sí.

- g. **Organización de la información:** Capacidad para utilizar diferentes fuentes de información a la vez y de esta forma establecer relaciones entre objetos y sucesos. Es la capacidad para encontrar coherencia o incoherencia a diferentes informaciones y de esta forma dar sentido a su respuesta.

La disfunción se manifiesta en la incapacidad del sujeto para relacionar y considerar dos o más fuentes de información a la vez.

- h. Precisión y exactitud en la recogida de la información: es percibir la información con una cierta rigurosidad, lo que implica una selección cuidadosa y esmerada de todos los datos que llevarán a la respuesta correcta.

La disfunción hace que el sujeto sólo se fije de forma parcial en la información, lo cual le llevará a una elaboración pobre de la misma y a una solución inexacta del problema.

2. *Funciones cognitivas en la fase de elaboración*

Están relacionadas con la organización y estructuración de la información en la solución de problemas, que permiten al sujeto hacer un uso eficaz de la información disponible.

- a. Percepción y definición de un problema: habilidad para delimitar qué pide el problema, qué puntos hay que acotar y cómo averiguarlos. Es pensar reflexivamente sobre el problema intentando buscar una definición conveniente, descartando aquellos puntos que sean incompatibles e incongruentes, utilizando todo tipo de información previamente almacenada que tenga cierta relación con el problema presente.

La incapacidad es la imposibilidad de elaborar la información; consecuentemente, las definiciones no tienen sentido para el sujeto, ya que éste muestra una incapacidad para reflexionar, comparar y combinar los elementos del problema.

- b. Selección de información relevante: Capacidad para elegir la información previamente almacenada y relevante para la solución del problema de que se trate.

La información adquirida por el sujeto es almacenada en la memoria a largo plazo; así pues, cuando éste necesita utilizarla sólo tiene que realizar un esfuerzo relativo para recordar todos aquellos objetos, sucesos o conceptos que le son útiles para resolver el problema.

Este proceso cognitivo lleva al sujeto a establecer comparaciones y relaciones entre los sucesos ocurridos en diferentes actividades y momentos. Consecuentemente, esto hace que el que aprende se perciba como verdadero procesador de información y no como mero receptor pasivo.

La incapacidad es cuando el sujeto sólo actúa como un recipiente pasivo de información.

-
- c. Interiorización y representación mental: Capacidad para utilizar símbolos internos de representación.

La deficiencia es una conducta demasiado concreta y sin generalización apropiada; que implica un bajo nivel de abstracción debido al uso restringido de símbolos, signos y conceptos.

- d. Amplitud y flexibilidad mental: Capacidad para utilizar diferentes fuentes de información, estableciendo entre ellas una coordinación y combinación adecuada para llegar al pensamiento operativo.

La incapacidad es la estrechez o cerrazón del campo mental, en la cual el sujeto se limita a seguir una serie de informaciones sin establecer ningún tipo de coordinación, considera las diferentes informaciones como unidades independientes, el sujeto es incapaz de abrir su campo mental y considerar otras posibilidades. Su enfoque se limita a un solo punto de vista, su pensamiento queda limitado y reducido a una información parcializada, todo esto demuestra que el sujeto había adquirido el aprendizaje de forma repetitiva y sin interiorización.

- e. Planificación de la conducta: Capacidad para prever la meta que se quiere conseguir, utilizando la información adquirida previamente, establecer un plan que incluya todas las etapas hasta alcanzar la meta o solución.

La deficiencia es la incapacidad para organizar los datos en la dirección más adecuada, responder de manera episódica y fragmentada.

- f. Organización y estructuración perceptiva: Capacidad para orientar, establecer y proyectar relaciones.

La percepción episódica es la dificultad para agrupar y organizar relaciones de objetos y hechos de la vida cotidiana. Las reproducciones de los sujetos carecen de relaciones básicas de orientación y las formas aparecen desarticuladas.

- g. Conducta comparativa: Capacidad para realizar todo tipo de comparaciones y relacionar objetos y sucesos anticipándose a la situación. Manejo de la información en la medida en que el sujeto necesita utilizar la información adquirida previamente, implica poder resumir la información de forma automática.

La deficiencia es la incapacidad para establecer relaciones de semejanza y diferencia entre objetos y sucesos. La pobreza de vocabulario y de conceptos y el uso restringido de las relaciones espacio-temporales limita la comparación. Esto

también afecta las funciones de la organización sistemática, conducta sumativa, precisión y exactitud.

- h. Pensamiento hipotético: Capacidad para establecer hipótesis y comprobarlas aceptando o rechazando la hipótesis previamente establecida.

La deficiencia es la incapacidad para intuir varias alternativas al explicar un hecho. El pensamiento hipotético deductivo requiere la presentación y anticipación del hecho futuro; incluso exige la validación del mismo, de tal forma que el sujeto, ante diversas alternativas, ha de elegir la más válida y rechazar las otras (Feuerstein, como lo citó Zúñiga, 2005).

- i. Evidencia lógica: Capacidad de demostrar las respuestas a través del razonamiento lógico, formular y razonar con argumentos lógicos la validez de su respuesta.

La deficiencia es la formulación inadecuada de las razones del alumno al exponer sus argumentaciones y además no se da cuenta de cuando éstas son incongruentes.

- j. Clasificación cognitiva: Capacidad para organizar datos en categorías inclusivas y superiores. Incluye las funciones de percepción, conservación y constancia, uso de conceptos, instrumentos verbales y el manejo simultáneo de dos o más fuentes de información, así como de una conducta comparativa, sumativa, del uso de las dimensiones relevantes y del establecimiento de relaciones virtuales y de la atención y la precisión de la respuesta.

La incapacidad es la falta de repertorios conceptuales y de regla a la hora de explicar la transformación exigida por la clasificación.

3. *Funciones cognitivas en la fase de “output”.*

Están relacionadas con la comunicación exacta y precisa de la respuesta o solución del problema presente.

- a. Comunicación explícita: Utilizar un lenguaje claro y preciso que responda al problema formulado en la tarea. Esto supone un cierto nivel de comprensión por parte del sujeto. Exige la descentración y la reversibilidad de pensamiento.

La disfunción es la comunicación egocéntrica, entendida como la falta de precisión, explicación e, incluso, de argumentación por parte del sujeto que habla, de forma que cree que su interlocutor comprende bien y acepta su punto de vista, esto trae como consecuencia problemas de irreversibilidad de pensamiento y de disciplina e influye en la representación y relación espacial.

-
- b. Proyección de relaciones virtuales: Capacidad para ver y establecer relaciones que existen potencialmente pero no en realidad. Exige la reestructuración y configuración de relaciones ante situaciones nuevas.

La incapacidad es la dificultad que presentan algunos sujetos para deducir y proyectar relaciones de tipo diferente.

- c. Regla verbales para comunicar la respuesta: Es la capacidad que se manifiesta en el uso, manejo y deducción de regla verbales para la solución de un problema.

La incapacidad es la falta de vocabulario, conceptos y operaciones mentales hace que el sujeto no pueda comunicar sus soluciones y respuestas de manera correcta.

- d. Elaboración y desinhibición de la comunicación de la respuesta: Capacidad para expresar la respuesta de forma rápida, correcta y sistemática.

La disfunción lleva al estudiante a no emitir ninguna respuesta, ya que se siente fracasado.

- e. Respuestas por ensayo-error: Sistematizan la búsqueda de la meta final.

La deficiencia consiste en que los sujetos no conservan las metas u objetivos establecidos por ellos mismos, por lo tanto reducen su eficiencia en las conductas de ensayo-error.

- f. Precisión y exactitud en las respuestas: Capacidad para pensar y expresar la respuesta correcta a un problema o situación general de aprendizaje.

La incapacidad es una cierta inflexibilidad y falta de fluidez verbal.

- g. Transporte visual: Capacidad para completar una figura y transportarla visualmente. El sistema de referencia es un soporte para el transporte visual de estímulos.

La incapacidad es la inestabilidad de la percepción, la estrechez del campo mental, que lleva a considerar los datos irrelevantes, desechando los datos importantes de la información y la falta de un sistema de referencia estable.

- h. Control de las respuestas: Capacidad para reflexionar antes de emitir cualquier tipo de respuesta. El control y la autocorrección implican procesos metacognitivos.

La incapacidad se manifiesta en las respuestas imprecisas.

En la actividad de esta investigación sólo se analizará la fase de elaboración, pues es la correspondiente al procedimiento, las otras fases escapan a nuestro trabajo de tesis.

También ubicamos el contexto donde se desenvuelve la investigación, describiendo la carrera en donde se llevó a cabo el estudio, esta parte involucra **la dimensión didáctica**, ya que se describe el sistema de enseñanza de la Licenciatura en Sistemas Computacionales, refiriendo las asignaturas de la carrera, las materias del área de matemáticas, así como los temas matemáticos de dichas materias.

La etapa del diseño, se encuentra dentro de la metodología, en la que se planean las actividades que se seguirán en la investigación, como es el cuestionario exploratorio y el diseño de los problemas, las descripciones de cómo se va a realizar la aplicación de los problemas, la recolección de los datos y el análisis de los resultados.

La fase experimental, se lleva a cabo dentro del Capítulo tres, Aplicación de la actividad, en donde se describe la población de estudiantes que participaron en la investigación, la forma en que se aplicó la actividad y las observaciones que hubo durante ésta, así como los medios que se utilizaron para recolectar la información.

Y por último **la etapa de validación**, es la correspondiente al Análisis, en donde se realiza un análisis de las respuestas por tema, por semestre y por área, para comparar las hipótesis con los resultados obtenidos y de esta forma concluir.

2.4 Metodología Experimental

En esta sección se describe la metodología que se siguió en la investigación, mediante el siguiente esquema: cuestionario exploratorio, diseño de los problemas, aplicación de los problemas, recolección de los datos y análisis.

1. *Cuestionario exploratorio*

Se elaboró un cuestionario abierto, en base a que se buscó que la investigación fuera cualitativa. De acuerdo a Alvarez-Gayou (2009), la única opción para la investigación cualitativa mediante cuestionarios, consiste en utilizar preguntas abiertas, una de las ventajas del cuestionario abierto es que puede llegar a una mayor cantidad de personas, pues no es necesario estar cara a cara con ellas. Cuando no se tienen contacto con las personas a las que se les aplicará el cuestionario, es necesario saber una serie de datos importantes como: sexo, género, edad, nivel de escolaridad y ubicación geográfica.

El cuestionario tiene que elaborarse con mucha claridad del problema y de las preguntas de investigación en cuestión. Se deben diseñar de tal forma que lleven a quienes las respondan a un proceso de reflexión propia y personal, que refleje su sentir ante el asunto investigado.

Por este motivo se buscó que las preguntas hicieran reflexionar al estudiante sobre la utilidad de las matemáticas en su carrera y en su vida, e incluso llevarlos a evaluar ellos mismos sus habilidades en matemáticas.

El cuestionario exploratorio también tuvo como finalidad, ordenar el pensamiento del estudiante, guiándolo para que analizara sus respuestas, antes de resolver los problemas y después de hacerlo.

La única opción, según Alvarez_Gayou para la investigación cualitativa mediante cuestionarios, consiste en utilizar preguntas abiertas, estas preguntas pueden agruparse de la siguiente forma:

1. Observar la frecuencia con la que aparece cada respuesta a la pregunta.
2. Elegir las respuestas que se presentan con mayor frecuencia.
3. Clasificar las respuestas en temas, aspectos o rubros.
4. Darle un nombre o título a cada tema, aspecto o rubro (patrón general de respuesta).
5. Asignar el código a cada patrón de respuesta (bibliografía).

El análisis de contenido, puede llevarse a cabo, mediante los siguientes pasos:

1. Determinar que contenido se estudiará, y porqué es importante. Se debe tener un tema previo, preguntas de investigación y objetivos definidos.
2. Deben tenerse claros los elementos a buscar, una guía de análisis, la cual es considerada una propuesta inicial y está expuesta a modificaciones.
3. Decidir cómo se va a definir el campo de observación del contenido, seleccionar el mismo.
4. Decidir la forma de recabar información, reportes, transcripciones.
5. Unificar criterios para la observación y para la codificación o categorización.
6. Asignar el código a cada patrón de respuesta (bibliografía).

En la presente investigación, se analizaron los siguientes aspectos:

- La metodología que utilizaron en sus procedimientos al resolver los problemas y se comparó con el **Modelo de resolución de problemas de García**, (como lo citó Matute, Pérez y Di'Bacco, 2009), con la finalidad de observar si los estudiantes siguen los pasos necesarios para resolver un problema o si la omisión de estos pasos es la que provoca las dificultades al resolverlos.
- Las respuestas de los estudiantes por los temas involucrados en su solución:
- Con respecto al primer problema: Aritmética, Álgebra, geometría, Pre cálculo (funciones) y Cálculo Diferencial.

-
- Para el segundo problema: Aritmética (regla de tres), Física (análisis de unidades), Álgebra (ecuaciones) y Cálculo Diferencial.
 - El proceso cognitivo usado por los estudiantes en sus procedimientos al resolver los problemas y se compararon. El mapa cognitivo y la función cognitiva en la fase de elaboración, fueron las categorías de análisis.

Se clasificaron las respuestas de los estudiantes por semestre, primero, segundo y tercer semestre y por área, considerando: la metodología que utilizaron los estudiantes y los procesos cognitivos asociados a la resolución de los problemas.

A continuación se analizaron cada una de las preguntas del cuestionario exploratorio, para determinar lo que se pretende obtener en cada una de ellas:

I. Datos generales: (Los datos generales se colocaron para mantener un control y orden sobre las evidencias, para saber a qué grupo y semestre pertenecían, no se harán análisis sobre la edad y el sexo, debido a que éstos aspectos no interfieren o afectan la investigación.)

II. Cuestionario sobre Matemáticas:

Escribe los cursos de matemáticas que has realizado: (La indicación tuvo como finalidad saber los cursos de matemáticas que han realizado los alumnos, pues se desconoce cuáles son los que han tomado antes de ingresar a la Universidad, aunque el requisito para hacerlo es tener un propedéutico de Físico-Matemáticas, algunos ingresan con bachilleratos generales. Otra razón, es que algunos alumnos o alumnas son repetidores, quiere decir que están por segunda o tercera ocasión en la misma materia.

¿Cuál es el último curso de matemáticas que realizaste? (La pregunta tienen como objetivo saber el último curso de matemáticas que realizó el estudiante, pues algunos alumnos o alumnas son repetidores, quiere decir que están por segunda o tercera ocasión en la misma materia. Entonces pueden cursar una materia de segundo semestre, por ejemplo, pero estar en cuarto semestre.

¿Qué nivel de 0% al 100% de habilidades, consideras tener en matemáticas (donde 0% significa que no recuerdas, ni puedes resolver problemas específicos de matemáticas y 100% significa que puedes resolver sin dificultad los problemas específicos de matemáticas que se ven en la escuela)? (La pregunta tuvo como propósito hacer que el estudiante reflexionara sobre que tanto trabajo le cuesta resolver problemas específicos de matemáticas).

Escribe tu opinión sobre la utilidad de las matemáticas en tu carrera: (La indicación buscó que el estudiante lograra contextualizar las matemáticas en su carrera, como comenta

Camarena (2000)...*que el estudiante esté capacitado para hacer la transferencia del conocimiento de la matemática a las áreas que la requieren y con ello las competencias profesionales y laborales se vean favorecidas.* (p.2)

Escribe tu opinión sobre la utilidad de las matemáticas en tu vida: (La indicación buscó que el estudiante lograra contextualizar las matemáticas en su vida).

¿A qué materia crees que corresponde el problema? (La pregunta intenta que el estudiante ubique el problema, indicando la materia).

En tus palabras ¿Qué crees que dice el problema? (La pregunta busca que el estudiante reformule el problema con sus propias palabras).

¿Qué se busca en el problema? (La pregunta hace que el estudiante ubique los objetivos del problema).

¿Cómo crees que debe resolverse el problema? (La pregunta intenta que el estudiante piense que procedimientos aplicará para resolver el problema, que operaciones hará, que elabore hipótesis para resolverlo).

¿Qué respuesta crees que se obtendrá? (En base a los objetivos e hipótesis que planteo el estudiante en las preguntas anteriores, ésta pregunta busca que el estudiante de una respuesta adelantada del problema, esto le permitirá reflexionar si lo que dijo anteriormente lo lleva efectivamente a la respuesta del problema).

Una vez que hayas resuelto el problema contesta las siguientes preguntas:

Escribe los pasos de tu solución: (La indicación hace que el estudiante escriba el procedimiento que utilizó para resolver el problema).

¿Por qué lo hiciste de esa manera? (La pregunta busca que el estudiante reflexione sobre el procedimiento que utilizó y de esta forma elabore argumentos que lo justifiquen que defiendan la utilidad de su proceder).

¿Para qué lo hiciste de esa forma? (La pregunta busca que el estudiante reflexione sobre el procedimiento que utilizó y verifique si efectivamente llegó a cumplir los objetivos del problema).

¿Qué esperabas obtener? (La pregunta hace que el estudiante recuerde lo que creyó que se obtendría, para que lo compare con lo que obtuvo e inicie el proceso de verificación de sus respuestas).

¿Pensaste que así salía la respuesta?, ¿Por qué? (Las preguntas buscan que el estudiante compare lo que había planeado para resolver el problema, con los procedimientos que finalmente utilizó para resolverlo).

¿Desde el principio sabías que saldría así el resultado o la solución fue saliendo “sola”? (La pregunta busca que el estudiante verifique si utilizó el procedimiento que había planeado o improvisó otro diferente).

¿Cómo puedes estar seguro (a) que así es la solución? (La pregunta busca que el estudiante compruebe que su solución es correcta, mediante otros métodos y la justifique, mediante argumentos lógicos).

2. *Diseño del problema*

Se diseñaron y resolvieron dos problemas de aplicación del Cálculo Diferencial, uno que enfatizó en la intuición y otro que exigió una solución formal. Los diseños de los problemas se elaboran en base a la importancia que tiene la resolución de problemas dentro de la matemática escolar:

Ávila (2001) expresa que el vínculo entre la matemática y la vida es el elemento esencial del sentido y la razón de la matemática escolar.

Camarena, (como la citó Zúñiga, 2005) señala que:

La matemática en contexto: ayuda al estudiante a construir su propio conocimiento de una matemática con significado, con amarres firmes y no volátiles; refuerza el desarrollo de habilidades matemáticas, mediante el proceso de resolver problemas vinculados con los intereses del alumno... (p. 10)

Schoenfeld (como lo citó García, 2000), postula una hipótesis básica consistente en que:

“A pesar de la complejidad, las estructuras mentales de los alumnos pueden ser comprendidas y que tal comprensión ayudará a conocer mejor los modos en que el pensamiento y el aprendizaje tienen lugar. El centro de interés es, por lo tanto, explicar qué es lo que produce el pensamiento productivo e identificar las capacidades que permiten resolver problemas significativos.” (p.1, 2)

Camarena (2000) plantea una estrategia didáctica denominada la Matemáticas en Contexto, en donde se le presenta al estudiante una matemática contextualizada en las áreas del conocimiento de su futura profesión en estudio, en actividades de la vida cotidiana y en actividades profesionales y laborales, todo ello a través de eventos contextualizados, los cuales pueden ser problemas o proyectos. Y para lo cual establece 9 etapas:

1. Identificar los eventos (o problemas) contextualizados.
 - Identificación de nociones previas. Si se conocen las nociones previas con que cuenta el estudiante, el docente podrá diseñar sus actividades a partir de éstas.

Los temas que involucran los problemas se supusieron conocidos por todos los estudiantes a los que se les aplicaría la actividad, pues aunque fueran de diferentes semestres, el perfil que se les pidió para ingresar a la carrera contemplaba un bachillerato general, o bien un propedéutico de Físico-Matemáticas. Aunado a esto se consideró que son semestres que llevan materias del área de matemáticas, relacionadas con el Cálculo Diferencial e Integral, por ejemplo en primer semestre los estudiantes cursan la materia de Cálculo Diferencial, en segundo semestre la de Cálculo Integral y en tercer semestre la de Ecuaciones Diferenciales.

2.- Plantear el evento (o problema) contextualizado.

Se aplicó el cuestionario exploratorio, así como los problemas a profesores que imparten las materias de Cálculo Diferencial, Integral y Ecuaciones Diferenciales en la carrera de Sistemas computacionales de la U.A.E.H.¹¹. Esto con la finalidad de anticipar las respuestas de los estudiantes y de que los problemas o el cuestionario fueran entendidos en apego al diseño formulado.

3.- Determinar las variables y las constantes del evento (o problema).

Dentro de los enunciados de los problemas se hacen explícitas las variables y constantes de los problemas.

4.- Incluir los temas y conceptos matemáticos necesarios para el desarrollo del modelo matemático y solución del evento (o problema).

- Tránsito entre los diferentes registros de representación. En la matemática se cuenta con los registros numérico, algebraico, analítico, contextual y visual, éste último incluye gráficas, diagramas, esquemas y dibujos, los cuales deben ser usados por el profesor para poder llegar a los diferentes estilos de aprendizaje de la matemática.

Los problemas no especifican en su redacción, que el estudiante los represente de alguna forma, los estudiantes serán los que decidan como representarlo, ya que lo que se pretende es descubrir que formas utilizan para hacerlo.

- Tránsito del lenguaje natural al matemático y viceversa.

Se pretende que los estudiantes transiten entre estos dos lenguajes para que puedan llegar a una solución.

5.- Determinar el modelo matemático.

- *La modelación matemática se concibe como el proceso cognitivo que se tiene que llevar a cabo para llegar a la construcción del modelo matemático de un problema u objeto del área del contexto.*

¹¹ Véase sección de Tablas y figuras, solución a los problemas 1 y 2, por parte de los profesores.

- Este proceso cognitivo consta de tres momentos, los que constituyen los indicadores de la modelación matemática:
 - Identificar variables y constantes del problema, se incluye la identificación de lo que varía y lo que permanece constante, que generalmente se encuentra implícito.
 - Establecer relaciones entre éstas a través de los conceptos involucrados en el problema, implícita o explícitamente, ya sean del área de la matemática o del contexto.
 - Validar la “relación matemática” que modela al problema, para lo cual hay que regresarse y verificar que involucre a todos los datos, variables y conceptos del problema. Dependiendo del problema, algunas veces se puede validar el modelo matemático a través de ver si la expresión matemática predice la información otorgada o la información experimental. En otros casos, para validar el modelo, es necesario dar la solución matemática para ver que se predican los elementos involucrados.
Un punto importante de mencionar es que el modelo matemático no es único, hay varias representaciones matemáticas que describen el mismo problema, razón por la cual se hace necesaria la validación del mismo.
- Si el alumno no puede construir un modelo matemático de un evento a abordar, significa que no puede hacer la transferencia del conocimiento matemático a otras ciencias.

6.- Dar la solución matemática del evento (o problema).

7.- Determinar la solución requerida por el evento (o problema).

8.- Interpretar la solución en términos del evento (o problema) y disciplinas del contexto.

9.- Presentar una matemática descontextualizada.

La etapa 5 a la 8, se observa en la solución de los problemas:

Problema 1

(Enunciado original) El precio de las llamadas locales en un teléfono celular es de \$1.25 por minuto, durante los primeros tres minutos, más \$0.25 por cada periodo adicional de dos minutos.

- a) ¿Cuánto te gastarías si tardaras en hablar 3, 8 y 19 minutos?
- b) ¿Cuál es el incremento en el precio durante los primeros tres minutos?
- c) ¿Cuál es el incremento en el precio después de los tres minutos?

Se hicieron modificaciones muy pequeñas en la redacción, para que fuera más claro y al final quedó de la siguiente forma:

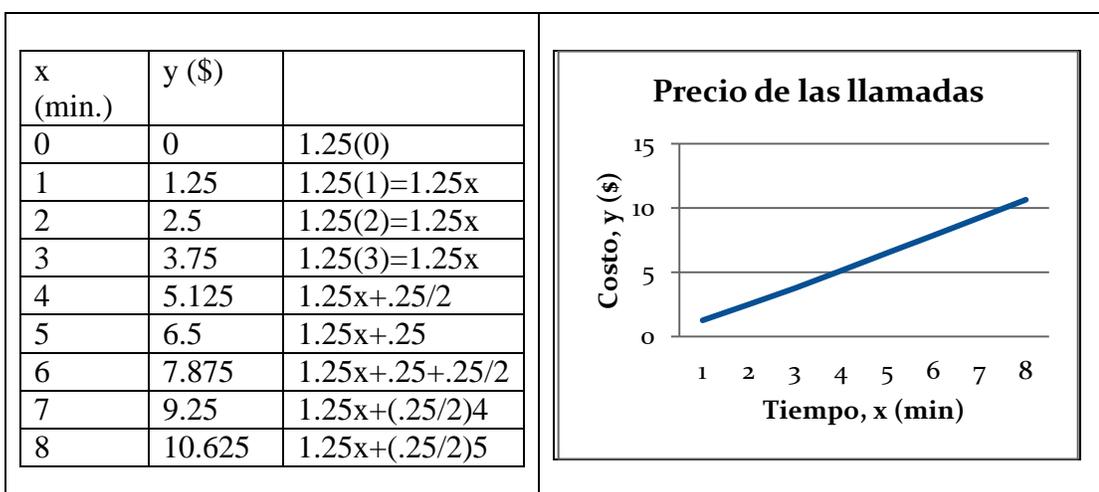
El precio de las llamadas locales en un teléfono celular es de \$1.25 por minuto, durante los primeros tres minutos, a partir del cuarto, el minuto aumenta \$0.25 por cada periodo adicional de dos minutos.

- a) ¿Cuánto te gastarías si tardaras en hablar 3, 8 y 19 minutos?
- b) ¿Cuál es el incremento en el precio durante los primeros tres minutos?
- c) ¿Cuál es el incremento en el precio después de los tres minutos?

En este problema existen varios caminos, procedimientos que nos pueden llevar a la solución:

Solución:

- a) Primero podemos tabular y así encontrar el costo al hablar 3, 8 y 19 min., pero eso no es lo más importante, pues el tabular nos daría una idea del comportamiento que describe el problema y encontrar, así la función.



La función que describe el precio de las llamadas es:

$$f(x) = \begin{cases} 1.25x & 0 < x \leq 3 \\ 1.25x + \frac{0.25}{2}(x - 3) & 3 < x < \infty \end{cases}$$

Entonces tenemos ya, dos formas de encontrar el costo al hablar 3, 8 y 19 min.

$f(3) = \$3.75$
 $f(8) = \$10.625$
 $f(19) = \$25.75$

- b) El cálculo del incremento en el precio durante los primeros tres minutos, se puede hacer de varias formas, establecemos tres procedimientos:

<p>1. Aritmética: Con una resta entre los valores de y, en el intervalo $0 < x \leq 3$.</p>	<p>2. Geometría: Si se considera que en el intervalo $0 < x \leq 3$, los valores tienen la misma</p>	<p>3. Cálculo Diferencial: Si utilizamos el concepto de derivada, desde el punto de vista geométrico,</p>
---	--	---

$3.75 - 2.5 = 1.25$	<p>pendiente, entonces tendrán también los mismos incrementos. Y si aplicamos la fórmula de la pendiente entre dos puntos, comprobaremos que el incremento es igual a la pendiente en los primeros tres minutos.</p> $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\text{Incremento} = m$ $= \frac{3.75 - 2.5}{3 - 2} = 1.25$	<p>“la derivada es la pendiente de la recta tangente a la curva $[f(x)]$ en un punto P” y también desde la interpretación analítica “la derivada es la razón de cambio instantánea de la función en el punto dado”. Entonces el incremento será la derivada de la función en el intervalo $0 < x \leq 3$.</p> $f(x) = 1.25x$ $\text{Incremento} = f'(x) = 1.25$
---------------------	--	--

- c) El cálculo del incremento en el precio después de los tres minutos, se puede hacer de varias formas, establecemos tres procedimientos:

<p>1. Aritmética: Con una resta entre los valores de y, en el intervalo $3 < x < \infty$</p> $10.625 - 9.25 = 1.375$	<p>2. Geometría: Si se considera que en el intervalo $3 < x < \infty$, los valores tienen la misma pendiente, entonces tendrán también los mismos incrementos. Y si aplicamos la fórmula de la pendiente entre dos puntos, comprobaremos que el incremento es igual a la pendiente en los primeros tres minutos.</p> $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\text{Incremento} = m$ $= \frac{10.625 - 9.25}{8 - 7} = 1.375$	<p>3. Cálculo Diferencial: Si utilizamos el concepto de derivada, desde el punto de vista geométrico, “la derivada es la pendiente de la recta tangente a la curva $[f(x)]$ en un punto P” y también desde la interpretación analítica “la derivada es la razón de cambio instantánea de la función en el punto dado”. Entonces el incremento será la derivada de la función en el intervalo $3 < x < \infty$.</p> $f(x) = 1.25x + \frac{0.25}{2}(x - 3)$ $\text{Incremento} =$ $f'(x) = 1.25 + \frac{0.25}{2} = 1.375$
---	---	---

Problema 2

(Enunciado original) Tengo una flotilla de camiones y necesito saber ¿Cuál es la velocidad a la que deben ir para que el costo por kilómetro sea mínimo?

Si el costo del combustible que consume un camión es proporcional al cuadrado de la velocidad e independientemente de la velocidad, el costo por hora se incrementa por otras causas (afinación, llantas...) en \$150.00 por hora.

El costo del diesel es de \$8.24 (Enero 2010) y su rendimiento es de 4.3 km/litro (Ejemplo: Camión GVW de 6.5 toneladas, resultado en pruebas de consumo de combustible combinado en modos de autopista y reparto).

- ¿Cuál es el costo por hora, cuando la velocidad es de 60 Km/h.?
- Escribe la función del costo por hora
- Obtén la constante de proporcionalidad.
- Escribe la función del costo por kilómetro.
- ¿Cuál es la velocidad más económica?

Se hicieron modificaciones en la redacción, para que fuera más claro y guiar a los estudiantes en el procedimiento, de tal forma que el problema que se les aplicó a los estudiantes fue el siguiente:

Tengo una flotilla de camiones y necesito saber ¿Cuál es la velocidad a la que deben ir para que el costo del litro de diesel por kilómetro [(\$ 1)/km] sea mínimo?

Toma en consideración la siguiente información:

- Coloca las unidades en cada una de tus respuestas, haciendo un análisis de las mismas.
 - El costo del combustible que consume un camión es proporcional al cuadrado de la velocidad.
 - El costo del litro del diesel es de \$8.24 (Enero 2010) y su rendimiento es de 4.3 km/l (Ejemplo: Camión GVW de 6.5 toneladas, resultado en pruebas de consumo de combustible combinado en modos de autopista y reparto).
- ¿Cuántos litros por hora (l/h) de diesel se consumen, cuando la velocidad es de 60km/h?
 - ¿Cuál es el costo del litro de diesel por hora [(\$ 1)/h], cuando la velocidad es de 60 Km/h?
 - Escribe la función del costo del litro de diesel por hora.
 - Obtén la constante de proporcionalidad.
 - Si el costo del litro de diesel por hora, independientemente de la velocidad, se incrementa por otras causas (afinación, llantas...) en \$150.00 por hora. Escribe la función del costo del litro de diesel por kilómetro [(\$ 1)/km].
 - ¿Cuál es la velocidad más económica?

Solución:

Primero convertimos las cantidades que tenemos en decimales, en fracciones para no arrastrar errores en los decimales, así entonces $4.3 = \frac{43}{10}$ y $8.24 = \frac{206}{25}$

- a) De acuerdo a la información proporcionada en el problema, el rendimiento del diesel, es de 4.3 km/l, entonces se aplica una regla de tres, para obtener los litros que se consumen si se recorre una distancia de 60 km.

$$\begin{array}{r} 4.3 \text{ km} \quad - 1 \text{ l} \\ 60 \text{ km/h} \quad - 1 \\ \hline \text{l/h} = \frac{(60 \text{ km/h})(1 \text{ l})}{\frac{4.3}{10} \text{ km}} = \frac{600}{43} \text{ l/h} \end{array}$$

Si se multiplican los litros obtenidos por el costo del diesel, se obtiene el costo por hora, cuando la velocidad es de 60 Km/h.

$$\text{Costo por hora} = \left(\frac{600}{43} \frac{\text{l}}{\text{h}}\right) \left(\$ \frac{206}{25}\right) = \frac{4944}{43} \frac{\$ \text{l}}{\text{h}} = 114.9767$$

- b) De la descripción del problema se deduce que $C=kv^2$, siendo C, el costo, k, la constante de proporcionalidad (un factor de error o de incertidumbre en la igualdad), y v, velocidad.
- c) Como es un problema con datos actuales, es necesario obtener la constante de proporcionalidad, entonces se despeja la ecuación anterior y se sustituyen los valores que ya se obtuvieron:

$$k = \frac{C}{v^2} = \frac{\frac{4944}{43} \frac{\$ \text{l}}{\text{h}}}{60^2 \left(\frac{\text{km}}{\text{h}}\right)^2} = \frac{103}{3225} \frac{\$ \text{l h}}{\text{km}^2}$$

- d) Si me dicen en la descripción del problema que el costo por hora se incrementa por otras causas (afinación, llantas...) en \$150.00 por hora. Entonces el costo total por hora será:

$$C_T = kv^2 + 150$$

Pero me están pidiendo en el problema: ¿Cuál es la velocidad a la que deben ir los camiones para que el costo por kilómetro sea mínimo? Por lo tanto si hago un análisis de unidades:

$$C_T = \left(\frac{\$ \text{l h}}{\text{km}^2}\right) \left(\frac{\text{km}^2}{\text{h}^2}\right) + \frac{\$ \text{l}}{\text{h}}$$

$$C_T = \frac{\$ \text{l}}{\text{h}} + \frac{\$ \text{l}}{\text{h}}$$

Si dividimos entre la velocidad, obtendremos el costo por kilómetro.

$$C_T = \frac{\frac{\$ \text{l}}{\text{h}}}{\frac{\text{km}}{\text{h}}} + \frac{\frac{\$ \text{l}}{\text{h}}}{\frac{\text{km}}{\text{h}}} = \frac{\$ \text{l}}{\text{km}}$$

Entonces la ecuación quedaría:

$$C_T = kv^2 + 150$$

$$C_T = \frac{kv^2 + 150}{v}$$

Sí sustituimos y simplificamos:

$$C_T = \frac{103}{3225} v + \frac{150}{v}$$

e) Para saber ¿Cuál es la velocidad más económica?, primero aplico máximos y mínimos para encontrar un mínimo en el costo por kilómetro y encontrar, así la velocidad más económica.

$$C_T = \frac{103}{3225} v + 150v^{-1}$$

$$\frac{dC}{dv} = \frac{103}{3225} - \frac{150}{v^2}$$

$$\frac{dC}{dv} = \frac{103v^2 - 483750}{3225v^2} = \frac{(\sqrt{103} v - \sqrt{483750})(\sqrt{103} v + \sqrt{483750})}{v^2}$$

$$\sqrt{103} v = \sqrt{483750}$$

$$v = \frac{\sqrt{483750}}{\sqrt{103}} = 68.53175864$$

Comprobamos que tenemos un mínimo:

$$v < 68.53175864 \quad f'(60) = (-)$$

$$v > 68.53175864 \quad f'(70) = (+)$$

Por lo tanto la velocidad más económica es $68.53175864 \frac{km}{h}$

A continuación se muestra la actividad que se aplicó, la cual incluye el cuestionario exploratorio y los dos problemas de aplicación del Cálculo Diferencial:

Por favor contesta el cuestionario y los problemas con el mayor detalle que te sea posible. Agradecemos tu colaboración.

I. Datos generales:

1.1 Nombre _____ 1.2. Sexo _____
 1.3 Edad _____ 1.4 Semestre _____ 1.5. Grupo _____

II. Cuestionario sobre Matemáticas:

2.1 Escribe los cursos de matemáticas que has realizado:

2.2 ¿Cuál es el último curso de matemáticas que realizaste? _____

2.3 ¿Qué nivel de 0% al 100% de habilidades, consideras tener en matemáticas (donde 0% significa que no recuerdas, ni puedes resolver problemas específicos de matemáticas y 100% significa que puedes resolver sin dificultad los problemas específicos de matemáticas que se ven en la escuela)?

2.4 Escribe tu opinión sobre la utilidad de las matemáticas en tu carrera:

2.5 Escribe tu opinión sobre la utilidad de las matemáticas en tu vida:

Resuelve los problemas, siguiendo cuidadosamente las instrucciones.

III. PROBLEMA 1

El precio de las llamadas locales en un teléfono celular es de \$1.25 por minuto, durante los primeros tres minutos, a partir del cuarto, el minuto aumenta \$0.25 por cada periodo adicional de dos minutos.

- d) ¿Cuánto te gastarías si tardaras en hablar 3, 8 y 19 minutos?
- e) ¿Cuál es el incremento en el precio durante los primeros tres minutos?
- f) ¿Cuál es el incremento en el precio después de los tres minutos?

Lee cuidadosamente el problema 1 y antes de resolverlo contesta las siguientes preguntas:

3.1 ¿A qué materia crees que corresponde el problema? _____

3.2 En tus palabras ¿Qué crees que dice el problema?

3.3 ¿Qué se busca en el problema?

3.4 ¿Cómo crees que debe resolverse el problema?

3.5 ¿Qué respuesta crees que se obtendrá?

3.6 Resuelve el problema. (En esta parte se dejó un espacio para que el estudiante resolviera libremente el problema)

Una vez que hayas resuelto el problema contesta las siguientes preguntas:

3.7 Escribe los pasos de tu solución:

3.8 ¿Por qué lo hiciste de esa manera?

3.9 ¿Para qué lo hiciste de esa forma?

3.10 ¿Qué esperabas obtener?

3.11 ¿Pensaste que así salía la respuesta?, ¿Por qué?

3.12 ¿Desde el principio sabías que saldría así el resultado o la solución fue saliendo “sola”?

3.13 ¿Cómo puedes estar seguro (a) que así es la solución?

IV. PROBLEMA 2

Tengo una flotilla de camiones y necesito saber ¿Cuál es la velocidad a la que deben ir para que el costo del litro de diesel por kilómetro [(\$ 1)/km] sea mínimo?

Toma en consideración la siguiente información:

- Coloca las unidades en cada una de tus respuestas, haciendo un análisis de las mismas.
- El costo del combustible que consume un camión es proporcional al cuadrado de la velocidad.

- El costo del litro del diesel es de \$8.24 (Enero 2010) y su rendimiento es de 4.3 km/l (Ejemplo: Camión GVW de 6.5 toneladas, resultado en pruebas de consumo de combustible combinado en modos de autopista y reparto).
- f) ¿Cuántos litros por hora (l/h) de diesel se consumen, cuando la velocidad es de 60km/h?
 - g) ¿Cuál es el costo del litro de diesel por hora [(\$ l)/h], cuando la velocidad es de 60 Km/h?
 - h) Escribe la función del costo del litro de diesel por hora.
 - i) Obtén la constante de proporcionalidad.
 - j) Si el costo del litro de diesel por hora, independientemente de la velocidad, se incrementa por otras causas (afinación, llantas...) en \$150.00 por hora. Escribe la función del costo del litro de diesel por kilómetro [(\$ l)/km].
 - k) ¿Cuál es la velocidad más económica?

Lee cuidadosamente el problema 2 y antes de resolverlo contesta las siguientes preguntas:

4.1 ¿A qué materia crees que corresponde el problema? _____

4.2 En tus palabras ¿Qué crees que dice el problema?

4.3 ¿Qué se busca en el problema?

4.4 ¿Cómo crees que debe resolverse el problema?

4.5 ¿Qué respuesta crees que se obtendrá?

4.6 Resuelve el problema. (En esta parte se dejó un espacio para que el estudiante resolviera libremente el problema)

Una vez que hayas resuelto el problema contesta las siguientes preguntas:

4.7 Escribe los pasos de tu solución:

4.8 ¿Por qué lo hiciste de esa manera?

4.9 ¿Para qué lo hiciste de esa forma?

4.10 ¿Qué esperabas obtener?

4.11 ¿Pensaste que así salía la respuesta?, ¿Por qué?

4.12 ¿Desde el principio sabías que saldría así el resultado o la solución fue saliendo “sola”?

4.13 ¿Cómo puedes estar seguro (a) que así es la solución?

3. *Aplicación del problema*

Con anterioridad a la aplicación de la actividad se elaboraron oficios dirigidos al Director y Secretario Académico del Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería (ICBI), de la UAEH, así como al coordinador de la carrera de Sistemas Computacionales y a los profesores de las asignaturas de Cálculo Diferencial y Ecuaciones Diferenciales, para contar con su apoyo en la realización de la actividad y mantenerlos informados, pues el grupo correspondiente a la asignatura de Cálculo Integral está a mi cargo.

La ejecución de la actividad se llevó a cabo en dos sesiones diferentes, una de media hora y la otra de dos horas, las cuales fueron grabadas en video, como parte de las evidencias.

- a. La primera sesión de media hora fue para explicar a los estudiantes, los objetivos y el procedimiento a seguir en la realización de la actividad, que consistió en un cuestionario exploratorio y dos problemas de aplicación del cálculo, con el fin de no ocupar este tiempo en la aplicación de la actividad.

El profesor de la asignatura explicó a sus estudiantes como contó la actividad en la calificación correspondiente.

- b. En la segunda sesión de dos horas, se aplicó la actividad: se les entregaron a los estudiantes, tanto los problemas como el cuestionario exploratorio en hojas impresas y se dieron las instrucciones correspondientes, las cuales consisten en que los estudiantes contesten el cuestionario exploratorio y los problemas en el espacio marcado, utilizando formulario y calculadora, si es que lo requieren.

- c. Se aplicó la actividad a estudiantes de los tres primeros semestres de la carrera de Sistemas Computacionales, perteneciente a la U.A.E.H., en el horario de las materias pertenecientes al área de matemáticas. Se les entregaron tanto los problemas como el cuestionario exploratorio en hojas impresas y se dieron las instrucciones correspondientes.

La participación de nosotros y del profesor fue nula, exceptuando las instrucciones. Sólo orientamos a los alumnos, cuando éstos tuvieron dudas e inquietudes, respecto a las instrucciones de la actividad o bien de los problemas.

La actividad tuvo una duración de dos horas, incluyendo el tiempo dedicado a proporcionar las instrucciones a los estudiantes.

4. *Recolección de datos*

Los datos se recolectaron en las hojas impresas, que contestaron los estudiantes, las cuales se digitalizaron para conservarlas como evidencia¹². Debido a que las interacciones verbales son importantes ya que proporcionan indicios de la forma de pensar, también se video grabaron las sesiones en los tres diferentes grupos.

5. *Análisis*

Los resultados se analizaron de la siguiente manera:

- a. Se analizó la metodología que utilizaron en sus procedimientos al resolver los problemas y se comparó con el **Modelo de resolución de problemas de García**, (como lo citó Matute, Pérez y Di’Bacco, 2009), con la finalidad de observar si los estudiantes siguen los pasos necesarios para resolver un problema o si la omisión de estos pasos es la que provoca las dificultades al resolverlos.
- b. Se analizó el proceso cognitivo usado por los estudiantes en sus procedimientos al resolver los problemas y se compararon. El mapa cognitivo y la función cognitiva en la fase de elaboración, fueron las categorías de análisis.
- c. Se analizaron y se compararon las respuestas de los estudiantes por los temas involucrados en su solución:
Con respecto al primer problema: Aritmética, Álgebra, geometría, Pre cálculo (funciones) y Cálculo Diferencial.
Para el segundo problema: Aritmética (regla de tres), Física (análisis de unidades), Álgebra (ecuaciones) y Cálculo Diferencial.
- d. Se analizaron y se compararon las respuestas de los estudiantes por semestre, primero, segundo y tercer semestre.
- e. Se analizaron y se compararon las respuestas de los estudiantes por área, considerando: la metodología que utilizaron los estudiantes y los procesos cognitivos asociados a la resolución de los problemas.

Para poder llevar a cabo este procedimiento diseñamos una serie de tablas que nos permitieron analizar y evaluar los datos obtenidos a partir de la aplicación del cuestionario exploratorio y los problemas, se justifican las características que deberían tener los estudiantes en cada paso de su solución a los problemas, en base o siguiendo la Metodología de García y la Teoría de la Mapa Cognitivo y de las Funciones Cognitivas de Feuerstein. A continuación mostramos las tablas de evaluación incluyendo una descripción de los elementos incluidos en ellas.

DESCRIPCIÓN DE LOS ELEMENTOS Y CARACTERÍSTICAS A EVALUAR EN LA METODOLOGÍA DE ANÁLISIS DE LAS RESPUESTAS.

¹² Las digitalizaciones de las respuestas de algunos estudiantes se encuentran ubicadas en la sección de Tablas y figuras.

Tabla 1.1 Descripción de los elementos y características a evaluar en el análisis de la metodología, en su primera etapa.

Primera etapa: Representación y replanteamiento del problema	
Procedimiento	Elementos y justificación
Construir un esquema.	El estudiante construye una serie de pasos gráficos o de texto que incluyen los elementos básicos del problema, mostrando la forma en que por sí mismo puede proseguir en la solución del problema. Consideramos que los puntos mencionados antes muestran que el alumno ha logrado interpretar el problema informalmente y ha abstraído la suficiente información para utilizar los conocimientos matemáticos previos en la solución. También se toma en cuenta que conforme se tengan más detalles en el esquema, este será mejor.
Definir el objetivo del problema, ¿Qué es lo que se pide en el problema?	El estudiante extrae del enunciado del problema, el objetivo principal, lo que busca encontrar el problema, identificándolo dentro de varios cuestionamientos. En ocasiones sólo lo plasman mediante la letra con la que inicia lo que quieren encontrar, enseguida del signo igual y el signo de interrogación o mediante la palabra o un enunciado que describa lo que el enunciado del problema les pide encontrar. Identifica lo que quiere el problema.
Listar los datos y las incógnitas que presenta el problema.	El estudiante escribe los datos y las incógnitas que explícitamente le muestra el enunciado del problema. Lo puede hacer dentro del esquema o fuera de él, en forma de listado. Identifica lo que tiene y lo que desea averiguar.
Colocar los datos en el esquema y sus respectivas unidades.	El estudiante le pone las unidades a los datos y los coloca en el esquema para que no tenga confusiones y empiece a relacionar los datos y sus unidades con las incógnitas y las posibles ecuaciones que se formarán. Organiza lo que tiene.
Buscar alguna relación entre las incógnitas y los datos.	El estudiante busca relacionar las incógnitas con los datos, algo que le dé una idea del comportamiento del fenómeno o la situación que está analizando y lo puede hacer mediante una gráfica, una tabulación, una regla de tres, una recta numérica, una función. Relaciona lo que tiene con lo que desea averiguar.
Escribir en el lenguaje matemático las relaciones claves encontradas.	El estudiante traduce las relaciones encontradas al lenguaje matemático, mediante un intervalo, una función, una fórmula o una ecuación conocida. Traduce lo que tiene al lenguaje matemático, tiene habilidad para manejar el lenguaje matemático.

	Tiene un nivel de abstracción y generalización.
--	---

Tabla 1.2 Descripción de los elementos y características a evaluar en el análisis de la metodología, en su segunda etapa.

Segunda etapa: Pre solución	
Procedimiento	Elementos y justificación
Seleccionar y escribir la información importante para la resolución del problema.	El estudiante hace un resumen, vuelve a escribir la información, escogiendo la más útil para resolver el problema. Puede hacerlo en forma de lista, subrayándola o marcándola de algún modo. Clasifica la información.
Enumerar las ecuaciones matemáticas.	El estudiante ordena las funciones, las fórmulas o ecuaciones conocidas que utilizará para resolver el problema. Puede enumerarlas u ordenarlas en forma de lista.
Ordenar las magnitudes, usar las ecuaciones probables y asignarles valores razonables.	El estudiante ordena los datos y los ubica en las funciones generadas o fórmulas conocidas. Empieza a sustituir y obtener otros datos que necesita y que no están directa o explícitamente en el enunciado del problema.
Dividir el problema en secciones o partes más pequeñas.	El estudiante crea unidades para resolver el problema en partes. Identifica un nivel de complejidad.

Tabla 1.3 Descripción de los elementos y características a evaluar en el análisis de la metodología, en su tercera etapa.

Tercera etapa: Resolución y revisión	
Procedimiento	Elementos y justificación
Transformar los datos mediante los factores de conversión.	El estudiante identifica que las unidades de los datos que se relacionan no concuerdan y busca convertir dichas unidades. Compara las unidades.
Sustituir datos en fórmulas y ecuaciones.	El estudiante reemplaza las variables de las funciones, fórmulas o ecuaciones conocidas con los datos proporcionados por el enunciado y los encontrados por él.
Efectuar los cálculos necesarios.	El estudiante realiza los cálculos, identificando la prioridad de las operaciones y la importancia de los signos.
Verificar si el valor de la respuesta es razonable o posible.	El estudiante compara sus hipótesis iniciales, su objetivo principal, con lo que obtuvo. Establece razonamientos lógicos que confirman la validez de la solución. Estos razonamientos puede extraerlos de la vida cotidiana, pues determinan si la respuesta es viable o no.

Comprobar que la respuesta cumpla con las condiciones impuestas en el enunciado del problema.	El estudiante demuestra que la respuesta es correcta, si las unidades son congruentes, si la respuesta se encuentra dentro del intervalo establecido en las condiciones, si cumple con el objetivo principal establecido en el enunciado del problema y si cumple con las condiciones del algoritmo matemático que se usó.
Revisar si existen otros caminos de resolución que lleven a la misma respuesta.	El estudiante establece otra u otras alternativas para la solución del problema. Puede sólo nombrar un procedimiento, hacer un bosquejo o bien validarlo.
Realizar una reflexión global acerca de lo que aportó la resolución del problema en lo metodológico y en lo conceptual.	El estudiante manifiesta su opinión acerca del problema, si lo ayudo a reafirmar sus conocimientos, si lo conectó con la vida cotidiana, si aplicó los conocimientos adquiridos.

Tabla 2 Descripción de los elementos y características a evaluar en el análisis del mapa cognitivo.

Teoría del mapa cognitivo	
Parámetros	Elementos y justificación
Contenido: materia que se trata.	<p>El primer problema puede resolverse utilizando diferentes contenidos, como los temas involucrados en su solución: Aritmética, Álgebra, geometría, Pre cálculo (funciones) y Cálculo Diferencial, en el segundo problema, los temas implicados son: Aritmética (regla de tres), Física (análisis de unidades), Álgebra (ecuaciones) y Cálculo Diferencial.</p> <p>El contenido refleja las diferencias individuales en la educación, ya que según la procedencia sociocultural¹³ del individuo éste presentará una competencia en ciertas áreas.</p> <p>Competencias matemáticas del estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Construye e interpreta modelos matemáticos deterministas o aleatorios mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales o formales. • Propone, formula, define y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques. • Propone explicaciones de los resultados

¹³ Ver Glosario.

	<p>obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Argumenta la solución obtenida de un problema, con Métodos Numéricos, gráficos, analíticos y variacionales, mediante el lenguaje verbal y matemático. • Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento. • Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemáticamente magnitudes del espacio y las propiedades Físicas de los objetos que lo rodean. • Elige un enfoque determinista o uno aleatorio para el estudio de un proceso o fenómeno, y argumenta su pertinencia. • Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos. <p>Si el contenido es fácil o existe demasiada familiaridad con él, puede producir falta de interés en el estudiante, por el contrario si el contenido educativo es difícil, extraño o exageradamente novedoso puede producir un rechazo.</p>
<p>Modalidad del lenguaje: figurativa, numérica, simbólica, verbal, gestual, kinestésica, etc.</p>	<p>Es la forma en que el estudiante presenta la información, es la serie de lenguajes que ocupa para expresar el problema.</p> <p>La actividad de esta investigación maneja las modalidades:</p> <p>Numérica, porque el estudiante expresa los datos, resultados y operaciones, mediante números.</p> <p>Simbólica, porque el estudiante debe emplear la simbología adecuada de la Aritmética, el Álgebra, la geometría, las funciones, el Cálculo Diferencial, la Física, según sea el tema que aplique en la solución del problema.</p> <p>Verbal, sólo cuando el estudiante externa verbalmente su opinión acerca del problema, cuando al final de la actividad se le pregunta al grupo ¿Qué les pareció la actividad?</p>
<p>Operaciones mentales: Acciones: reconocimiento o identificación, clasificación, seriación, multiplicación lógica y</p>	<p>Las funciones cognitivas, las usan los estudiantes para procesar la información y así poder comprender los procesos implícitos en el procesamiento de la información.</p>

comparación.	<p>Las acciones que se necesitan para resolver una actividad pueden ir desde el reconocimiento o identificación de objetos hasta niveles más complejos como la clasificación, seriación, multiplicación lógica y las comparaciones.</p> <p>En la actividad de esta investigación, dichas acciones pueden observarse, desde que el estudiante realiza un esquema del problema; identifica lo que tiene y lo que desea averiguar: lo organiza y lo relaciona; traduce las relaciones encontradas al lenguaje matemático, llegando así a un nivel de abstracción y generalización; y cuando clasifica la información.</p>
Fases del acto mental: input (entrada), elaboración y output (salida).	<p>Las fases del acto mental posibilitan el estudio sistemático del proceso del pensamiento del estudiante. Dentro de ellas ocurren una serie de funciones y de disfunciones cognitivas, disfunciones que interfieren en el aprendizaje, impidiéndole al estudiante aprender de forma eficaz, pero que ayudan a identificar las condiciones del pensamiento y nos indican las deficiencias que permanecen en él.</p> <p>En la actividad de esta investigación sólo se analizará la fase de elaboración, pues es la correspondiente al procedimiento, las otras fases escapan a nuestro trabajo de tesis.</p>
Nivel de complejidad: cantidad de conocimientos que ha de tener un sujeto para que se produzca un acto mental.	<p>La complejidad está determinada por el número de unidades de información, o sea la cantidad mínima de conocimientos que ha de tener un estudiante para que se produzca un acto mental y la calidad de éstas.</p> <p>La complejidad está en función del grado de innovación y de la familiaridad que el estudiante tenga con el problema. Así cuanto más familiar es la información, menos complejo será el acto mental y, por el contrario, cuanto más novedosa sea la información, más complejo será el acto mental.</p> <p>Se considera que la actividad de esta investigación tiene un nivel de complejidad medio-alto, ya que requiere de operaciones mentales complejas como clasificación, comparación, abstracción y generalización, pero los niveles de estas operaciones no necesariamente tienen que ser altos, ya que los estudiantes están familiarizados con la información, pues la han aprendido previamente en el bachillerato o en los cursos anteriores.</p>
Nivel de abstracción: desde percepción sensorial hasta abstracción y representación	<p>Es la distancia que hay entre un acto mental y el objeto o suceso sobre el cual se opera.</p> <p>El nivel de abstracción de la actividad se considera</p>

mental.	medio-alto, ya que el estudiante utiliza símbolos, signos y conceptos, traduce lo que tiene al lenguaje matemático, ocupa un cierto nivel de abstracción y generalización, pero se ha proveído de estos recursos actualmente y en cursos anteriores.
Nivel de eficacia: rapidez/precisión y/o la cantidad de esfuerzo proyectado objetiva y subjetivamente por el sujeto en la actividad.	La eficacia del estudiante está determinada, por la familiaridad con el contenido, las operaciones involucradas en la actividad y el grado de motivación que recibe del medio, así como de sus destrezas e informaciones que posee. El nivel de eficacia es considerado medio, ya que el estudiante está familiarizado con el contenido, así como con las operaciones, funciones y algoritmos involucrados en los problemas.

Tabla 3 Descripción de los elementos y características a evaluar en el análisis de las funciones cognitivas en la fase de elaboración.

Funciones cognitivas en la fase de elaboración: Están relacionadas con la organización y estructuración de la información en la solución de problemas, que permiten al estudiante hacer un uso eficaz de la información disponible.	
Parámetros	Elementos y justificación
Percepción y definición de un problema: delimitar qué pide el problema, crear una definición conveniente, combinar los elementos del problema.	El estudiante tiene la habilidad para delimitar qué pide el problema, investiga una definición conveniente; averigua qué puntos hay que acotar, descartando aquellos puntos que sean incompatibles e incongruentes y busca cómo averiguarlos, utilizando todo tipo de información previamente almacenada que tenga cierta relación con el problema presente. Por el contrario el estudiante puede mostrar una incapacidad para elaborar la información, sus definiciones no tienen sentido, no compara, ni combina los elementos del problema.
Selección de información relevante: capacidad para elegir la información previamente almacenada y relevante para la solución del problema, establecer comparaciones y relaciones con la información.	El estudiante recuerda todos aquellos objetos, sucesos o conceptos que le son útiles para resolver el problema, procesa la información, por lo tanto establece comparaciones y relaciones entre los sucesos ocurridos en diferentes actividades y momentos. Por el contrario el estudiante puede actuar sólo como un recipiente pasivo de información y no hacer nada.
Interiorización y representación mental: Capacidad para utilizar	El estudiante realiza un esquema del problema; identifica lo que tiene y lo que desea averiguar: lo

<p>símbolos, signos y conceptos. Llegar a la generalización y a un nivel de abstracción.</p>	<p>organiza y lo relaciona; traduce las relaciones encontradas al lenguaje matemático, clasifica la información, llegando así a un nivel de abstracción y generalización.</p> <p>Por el contrario el estudiante puede mostrar una conducta demasiado concreta, tiene un uso restringido de símbolos, signos y conceptos, por lo tanto no generaliza, lo que implica un bajo nivel de abstracción.</p>
<p>Amplitud y flexibilidad mental: Capacidad para utilizar diferentes fuentes de información, estableciendo entre ellas una coordinación y combinación adecuada.</p>	<p>El estudiante busca relacionar las incógnitas con los datos, algo que le de una idea del comportamiento del fenómeno o la situación que está analizando y lo puede hacer mediante, una gráfica, una tabulación, una regla de tres, una recta numérica, una función. Relaciona lo que tiene con lo que desea averiguar.</p> <p>Por el contrario el estudiante no busca otras posibilidades. Su enfoque se limita a un solo punto de vista.</p>
<p>Planificación de la conducta: Capacidad para prever la meta que se quiere conseguir, establecer un plan para alcanzar la meta o solución.</p>	<p>El estudiante organiza los datos, funciones, fórmulas para manipularlos de tal forma que respondan a los cuestionamientos del problema, ya sea haciendo un resumen, volviendo a escribir la información, escogiendo la más útil para resolver el problema, ordenando los datos, las funciones, las fórmulas o ecuaciones conocidas.</p> <p>Por el contrario el estudiante puede no tener un plan de acción y responder de manera episódica y fragmentada.</p>
<p>Organización y estructuración perceptiva: capacidad para agrupar y organizar relaciones de objetos y hechos de la vida cotidiana.</p>	<p>El estudiante relaciona lo que tiene con lo que desea averiguar, lo agrupa y organiza.</p> <p>Por el contrario el estudiante puede no relacionar los objetos o hechos y dejarlos desarticulados.</p>
<p>Conducta comparativa: capacidad para establecer relaciones de semejanza y diferencia entre objetos y sucesos.</p>	<p>El estudiante, utiliza los conocimientos adquiridos anteriormente, resume la información, relaciona los datos, los objetos, los hechos, se anticipa a la respuesta, con todas estas capacidades, entonces identifica semejanzas y diferencias entre los datos, los objetos o los hechos y los compara. Esto le permite observar errores y corregirlos.</p> <p>Por el contrario el estudiante puede carecer de conceptos y conocimientos, así como de la capacidad de organización que puede llevarlo a la incapacidad de comparar.</p>
<p>Pensamiento hipotético: capacidad</p>	<p>El estudiante contempla varias alternativas para</p>

para establecer hipótesis y comprobarlas, intuir varias alternativas al explicar un hecho y validarlas.	explicar el fenómeno que trata el problema y además genera un plan para comprobarlas. Por el contrario el estudiante sólo tiene una opción o ninguna para explicar el fenómeno que trata el problema, o bien, tiene varias alternativas pero carece de un plan para comprobarlas.
Evidencia lógica: formular y razonar con argumentos lógicos la validez de la respuesta.	El estudiante demuestra que su solución es correcta, que tiene sentido, a través de argumentos y razonamientos lógicos. Por el contrario, el estudiante puede no demostrar sus respuestas y no darse cuenta que su solución carece de sentido, o bien, puede demostrar que su solución es correcta, pero con formulaciones inadecuadas.
Clasificación cognitiva: capacidad para organizar datos, uso de conceptos, instrumentos verbales y establecimiento de relaciones para llegar a la precisión de la respuesta.	El estudiante organiza los datos en categorías, utiliza los conceptos, maneja dos o más fuentes de información, compara, establece relaciones entre los datos, los objetos y los hechos, siguiendo las reglas pertinentes (unidades congruentes, las condiciones del problema, las reglas del despeje, las reglas para máximos y mínimos) y de esta forma proporcionar una respuesta, una solución que cumpla con las condiciones planteadas en el problema. Por el contrario el estudiante puede omitir alguno de estos aspectos y no llegar a la respuesta o solución correcta.

Tabla 4 Descripción de los elementos y características a evaluar en el análisis de los temas involucrados en el problema 1.

Problema 1	
Temas	Elementos y justificación
Aritmética	El estudiante puede resolver el problema sólo empleando Aritmética: Para el primer inciso, necesita para los tres primeros minutos, multiplicar el costo del minuto por los minutos correspondientes, después de los tres minutos necesita multiplicar el costo de cada minuto por los minutos correspondientes más el incremento por minuto que resulta ser $(.25/2)$, por los minutos correspondientes. Para el segundo inciso, necesita hacer una resta de un resultado superior menos uno inferior, correspondiente a los tres primeros minutos. Y en el tercer inciso también necesita hacer una resta de un

	resultado superior menos uno inferior, en el periodo después de los tres primeros minutos.
Álgebra	El Álgebra se puede utilizar al encontrar las funciones que describen el precio de las llamadas: $f(x) = \begin{cases} 1.25x & 0 < x \leq 3 \\ 1.25x + \frac{0.25}{2}(x - 3) & 3 < x < \infty \end{cases}$
Geometría	La geometría se puede utilizar en el inciso (b) y c, si se considera que en el intervalo $0 < x \leq 3$, los valores tienen la misma pendiente, entonces tendrán también los mismos incrementos. Y si aplicamos la fórmula de la pendiente entre dos puntos $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, comprobaremos que el incremento es igual a la pendiente en los primeros tres minutos y lo mismo sucede en el intervalo $3 < x < \infty$.
Pre cálculo: funciones	El estudiante puede resolver el problema utilizando funciones, la tabulación y graficación lo ayudarán a darse una idea del comportamiento que describe el problema y encontrar así la función.
Cálculo Diferencial	El Cálculo Diferencial se puede utilizar en el inciso (b) y (c), si utilizamos el concepto de derivada. Desde el punto de vista geométrico, “la derivada es la pendiente de la recta tangente a la curva $f(x)$ en un punto P” y también desde la interpretación analítica “la derivada es la razón de cambio instantánea de la función en el punto dado”. Entonces el incremento será la derivada de la función en el intervalo $3 < x < \infty$ y lo mismo sucede en el intervalo $3 < x < \infty$.

Tabla 5 Descripción de los elementos y características a evaluar en el análisis de los temas involucrados en el problema 2.

Problema 2	
Temas	Elementos y justificación
Aritmética: regla de tres	La Aritmética se puede utilizar en el problema cuando convertimos las cantidades que tenemos en decimales, en fracciones para no arrastrar errores en los decimales, o bien cuando de acuerdo a la información proporcionada en el problema, el rendimiento del diesel, es de 4.3 km/l, entonces se aplica una regla de tres, para obtener los litros que se consumen si se recorre una distancia de 60 km. Si se multiplican los litros obtenidos por el costo del diesel, se obtiene el costo por hora, cuando la velocidad es de 60 Km/h.
Física: análisis de unidades	La Física se utiliza cuando se hace un análisis de unidades pues de acuerdo a la información

	<p>proporcionada en el problema, el rendimiento del diesel, es de 4.3 km/l, entonces se aplica una regla de tres, para obtener los litros que se consumen si se recorre una distancia de 60 km. Si se multiplican los litros obtenidos por el costo del diesel, se obtiene el costo por hora, cuando la velocidad es de 60 Km/h. También se hace un análisis de unidades cuando en el inciso (e), el problema pide escribir la función del costo del litro de diesel por kilómetro [(\$ l)/km].</p>
Álgebra: ecuaciones	<p>El Álgebra se usa cuando de la descripción de la información que proporciona el problema se deduce que $C=kv^2$, siendo C, el costo, k, la constante de proporcionalidad (un factor de error o de incertidumbre en la igualdad), y v, velocidad. Como es un problema con datos actuales, es necesario obtener la constante de proporcionalidad, entonces se despeja la ecuación anterior y se sustituyen los valores que ya se obtuvieron.</p> <p>También en el inciso (e), el problema nos pide que el costo por hora se incremente por otras causas (afinación, llantas...) en \$150.00 por hora. Entonces el costo total por hora será: $C_T = kv^2 + 150$. Pero me están pidiendo en el problema escribir la función del costo del litro de diesel por kilómetro [(\$ l)/km], entonces se hace una análisis de unidades y se descubre que se tiene que dividir la ecuación entre la velocidad para obtener el costo por kilómetro y la ecuación quedaría:</p> $C_T = \frac{kv^2 + 150}{v}$
Cálculo Diferencial	<p>Para saber ¿Cuál es la velocidad más económica?, esta pregunta corresponde al último inciso, se aplican máximos y mínimos para hallar un mínimo en el costo por kilómetro y encontrar, así la velocidad más económica.</p>

Aplicación de la actividad

En esta sección se describe la población de estudiantes que participó en la actividad, la forma en que se aplicó, las sesiones que se planearon y cómo fueron llevadas a cabo. Asimismo, se describe la actitud de los estudiantes frente a la actividad y los comentarios que se vertieron en cada una de las sesiones.

Capítulo III

Debido a que la planeación favoreció la secuencia de aplicación, pues no hubo ningún contratiempo, la aplicación de la actividad no cambió de acuerdo a lo planeado, pero a fin de favorecer la lectura se colocó como sucedió.

3.1 Población

Participaron en la actividad el Director y el Secretario Académico del I.C.B.I de la U.A.E.H. y el Coordinador de la Licenciatura en Sistemas Computacionales, al proporcionar los permisos para llevar a cabo la actividad, también colaboraron los profesores de las asignaturas de Cálculo Diferencial y Ecuaciones Diferenciales, para contar con su apoyo en la realización de la actividad y mantenerlos informados, pues el grupo correspondiente a la asignatura de Cálculo Integral está a mi cargo.

Los estudiantes que participaron pertenecen a los tres primeros semestres de la carrera de Sistemas Computacionales:

- El primer grupo estuvo formado por 31 estudiantes, desde ahora lo llamaremos Grupo 1, corresponde a la asignatura de Cálculo Diferencial, perteneciente al primer semestre. A los estudiantes los denominaremos como $A1_1 \dots A1_n$.
- El segundo grupo estuvo formado por 10 estudiantes, que llamaremos Grupo 2, concierne a la asignatura de Cálculo Integral, la cual se vincula al segundo semestre. A los alumnos los nombraremos como $A2_1 \dots A2_n$.
- El tercer grupo estuvo formado por 11 estudiantes, al cual le asignaremos Grupo 3, pertenece a la asignatura de Ecuaciones Diferenciales, correspondiente al tercer semestre. Los alumnos serán $A3_1 \dots A3_n$.

Los estudiantes fueron voluntarios, sin embargo la actividad contó como un punto extra para su calificación del segundo examen parcial, en las materias de Cálculo Diferencial, Cálculo Integral y Ecuaciones Diferenciales, respectivamente.

Los estudiantes que participaron tienen conocimientos previos de Aritmética, Álgebra, Trigonometría, Geometría, Cálculo Diferencial e Integral, Probabilidad y Estadística, ya que para ingresar a la Licenciatura en Sistemas Computaciones los aspirantes tienen que haber concluido el bachillerato con un área propedéutica afín al área de Físico-Matemáticas.

3.2 Sesión de aplicación

La actividad se llevó a cabo en sus salones de clases, en los horarios correspondientes a las

materias del área de matemáticas, Cálculo Diferencial, Cálculo Integral y Ecuaciones Diferenciales, la actividad se cubrió en dos sesiones diferentes, una de media hora y la otra de dos horas, las cuales fueron grabadas en video, como parte de las evidencias.

- La primera sesión de quince minutos y consistió en explicar a los estudiantes, los objetivos y el procedimiento a seguir en la realización de la actividad.

El profesor de la asignatura explicó a sus estudiantes como contó la actividad en la calificación correspondiente.

- En la segunda sesión de dos horas, se aplicó la actividad: se les entregaron a los estudiantes, tanto los problemas, como el cuestionario exploratorio en hojas impresas y se dieron las instrucciones correspondientes, las cuales consisten en que los estudiantes contesten el cuestionario exploratorio y los problemas en el espacio marcado, utilizando formulario y calculadora, si es que lo requieren. La actividad tuvo una duración de dos horas, incluyendo el tiempo dedicado a proporcionar las instrucciones a los estudiantes y las opiniones que externaron al final, acerca de la actividad.

La participación de nosotros y del profesor en esta sesión sólo fue para dar las instrucciones y orientar a los estudiantes, cuando éstos tuvieron dudas e inquietudes, respecto a las instrucciones de la actividad o bien de los problemas.

- El Grupo 1 tuvo la primera sesión el jueves 7 de Octubre del 2010 a las 9:00 hrs. y la segunda el viernes 8 de Octubre del 2010 a las 9:00 hrs.; el Grupo 2 tuvo la primera sesión el viernes 1 de Octubre del 2010 a las 11:00 hrs. y la segunda el lunes 4 de Octubre del 2010 a las 11:00 hrs. y el Grupo 3 tuvo la primera sesión el lunes 4 de Octubre del 2010 a las 7:00 hrs. y la segunda el miércoles 6 de Octubre del 2010 a las 7:00 hrs.

3.3 Observaciones de la aplicación

Los estudiantes fueron participativos y cooperaron en todos los aspectos, llegaron puntualmente a realizar la actividad, se mostraron respetuosos y concentrados. Algunos se mostraron un poco nerviosos ante la cámara.

En el Grupo 1, intentaron ayudarse, sin embargo se les explicó que el objetivo, era analizar lo que hicieran de manera individual, lo comprendieron y no lo intentaron hacer nuevamente. En el Grupo 2 y 3 no hubo este problema pues los estudiantes no intentaron ayudarse en ninguna ocasión, sólo se pedían calculadora, lápiz o goma.

Al final de la sesión de dos horas, en cada grupo se les preguntó de manera informal ¿cómo habían sentido la actividad? En general los grupos concluyeron que el primer problema había sido más sencillo que el segundo, ya que éste último, involucraba conceptos de Física, como el análisis de unidades y aplicación del Cálculo Diferencial, que era lo que

realmente se les complicaba. En cuanto a las preguntas previas a cada problema, comentaron que les sirvieron para ubicar el problema y los obligaba a releerlo, por otro lado las preguntas después de cada problema los inducían a que verificaran sus respuestas.

Análisis

En esta sección se analizan las respuestas de los estudiantes por los temas involucrados en su solución, tanto del primer problema como del segundo; también se analizan sus respuestas por semestre, primero, segundo y tercero, así como sus respuestas por área, refiriéndonos a su metodología y parte cognitiva.

Capítulo IV

Debido al gran volumen de información obtenido en la aplicación de los problemas y a la cantidad de tablas diferentes que permiten analizar aspectos específicos de las respuestas de los alumnos, decidimos realizar el análisis de dos alumnos por cada grupo estudiado en esta investigación. El único criterio de selección de los estudiantes consistió en elegir aquellos cuyas hojas de respuesta estuvieran llenas de detalles. No se observó si los detalles eran correctos o incorrectos porque el estudio no se centra en estudiantes de "buen desempeño" o de "mal desempeño" escolar, sino en aspectos cognitivos y metodológicos.

4.1 Análisis de la metodología¹⁴

Análisis de la metodología que utilizaron los estudiantes en sus procedimientos al resolver los problemas, comparada mediante el **Modelo de resolución de problemas de García**, (como lo citó Matute, Pérez y Di’Bacco, 2009):

La metodología de García, comprende las siguientes etapas para la resolución de problemas:

Tabla 6.1.1.1 Análisis de la metodología del problema 1, grupo 1, en su primera etapa.

Problema 1					
GRUPO 1					
Primera etapa: Representación y replanteamiento del problema					
Procedimiento	A1_1	A1_14	Semejanzas	Diferencias	Conclusiones
Construir un esquema	La estudiante construyó una tabla que incluye los elementos básicos del problema, mostrando el costo a los tres minutos y después el costo cada par de minutos, por ejemplo, 4-5, 5-6, etc., lo anterior muestra que la alumna ha logrado interpretar el problema, pero	La estudiante construye una línea, donde muestra que a partir del minuto 4, existe un aumento y lo representa con un pico, después plantea lo que hace en cada inciso y argumenta sus respuestas, lo anterior muestra que la alumna ha logrado interpretar el problema, pero existe un error,	Las dos estudiantes han logrado interpretar el problema, pero ambas tienen errores a partir del cuarto minuto, en los minutos en los cuales el incremento no es de \$0.25, si no de la mitad.	La estudiante A1_1 construye una tabla, mientras que la alumna A1_14 elabora una línea, con un pico como incremento.	Las dos estudiantes interpretan el problema utilizando diferentes representaciones : una tabla o una línea, pero a pesar de esto tienen errores a partir del cuarto minuto.

¹⁴ Las tablas de análisis de los grupos que no se han contemplado en esta sección, se encuentran ubicadas en el apartado de Tablas y figuras.

	<p>existe un error, pues cuando tiene que evaluar el minuto 4-5, omite el costo del minuto 4 y de los minutos en los cuales el incremento no es de \$0.25, si no de la mitad.</p>	<p>pues cuando tiene que evaluar el minuto 8, multiplica los minutos (8) por el costo del minuto (\$1.25) y le suma \$.5, que corresponden a 5 minutos que les llama "adicionales". Omite el costo de los minutos en los cuales el incremento no es de \$0.25, si no de la mitad.</p>			
<p>Definir el objetivo del problema, ¿Qué es lo que se pide en el problema?</p>	<p>La estudiante identifica lo que busca el problema, mediante un enunciado "El cálculo del costo de una llamada que realizas de acuerdo al tiempo que tardas en hacerlo".</p>	<p>La estudiante identifica lo que busca el problema, mediante un enunciado: "...cuanto gastaría en ciertos minutos y cuáles serían los incrementos".</p>	<p>Ambas estudiantes identifican lo que busca el problema.</p>	<p>Sólo la alumna A1_14 identifica los dos objetivos del problema.</p>	<p>Las dos alumnas identifican un objetivo del problema, el costo, sin embargo sólo una, A1_14 establece que también se necesita encontrar los incrementos del costo.</p>
<p>Listar los datos y las incógnitas que presenta el problema</p>	<p>La estudiante escribe los datos fuera de la tabla, el costo por minuto y el incremento (escribe: "incremento de \$0.25 después del min.4", de ahí que omita el costo del minuto 4), pero no coloca lo que desea averiguar.</p>	<p>La estudiante no escribe los datos, sólo hace operaciones.</p>	<p>Ambas alumnas identifican los datos del problema.</p>	<p>La estudiante A1_1, escribe los datos, mientras que la alumna A1_14, los utiliza directamente en las operaciones.</p>	<p>Las dos estudiantes solo identifican los datos del problema.</p>

Colocar los datos en el esquema y sus respectivas unidades	La estudiante coloca las unidades de los datos, pero no se los coloca a los resultados que va obteniendo en la tabla, organiza lo que tiene y empieza a relacionar los minutos con los costos. Algunos datos los coloca fuera de la tabla.	Cuando la estudiante hace las operaciones con los datos, les coloca las unidades respectivas, minutos y el signo de pesos.	Ambas estudiantes le colocan las unidades a los datos.		Las dos alumnas colocan las unidades en los datos.
Buscar alguna relación entre las incógnitas y los datos	La estudiante relaciona los minutos con los costos, esto le da una idea del comportamiento del fenómeno, lo hace mediante una tabulación.	La estudiante relaciona los minutos con los costos, lo hace mediante una serie de operaciones, multiplicaciones y sumas.	Ambas alumnas relacionan los minutos con los costos.	La estudiante A1_1 relaciona los minutos con los costos mediante una tabulación, mientras que la alumna A1_14 lo hace mediante una serie de operaciones.	Las dos estudiantes encuentran alguna relación entre los datos y las incógnitas pero aplican diferentes formas de hacerlo con tablas o con operaciones.
Escribir en el lenguaje matemático las relaciones claves encontradas	La estudiante no traduce las relaciones encontradas al lenguaje matemático, sólo menciona en la pregunta 3.4, que el problema puede resolverse <i>“Con una tabla de proporción, con una gráfica que nos lleve al</i>	La estudiante no traduce las relaciones encontradas al lenguaje matemático.	Ninguna de las estudiantes traduce las relaciones encontradas al lenguaje matemático.	La estudiante A1_1, comenta que puede resolver el problema mediante una derivada o una ecuación, mientras que la alumna A1_14 no lo	Ninguna de las estudiantes traduce las relaciones encontradas al lenguaje matemático.

	<i>cálculo de la derivada, con una ecuación</i> ".			contempla.	
--	--	--	--	------------	--

Tabla 6.1.1.2 Análisis de la metodología del problema 1, grupo 1, en su segunda etapa.

Problema 1					
GRUPO 1					
Segunda etapa: Pre solución					
Procedimiento	A1_1	A1_14	Semejanzas	Diferencias	Conclusiones
Seleccionar y escribir la información importante para la resolución del problema	La estudiante vuelve a escribir la información, escogiendo los datos que le son útiles para resolver el problema, el costo por minuto y el incremento.	La estudiante vuelve a escribir la información, escogiendo los datos que le son útiles para resolver el problema, el costo por minuto y el incremento.	Ambas alumnas escogen los datos que les son útiles para resolver el problema.		Las dos estudiantes seleccionan los datos que les son útiles para resolver el problema.
Enumerar las ecuaciones matemáticas	La estudiante no elabora funciones, no utiliza fórmulas y ecuaciones conocidas.	La estudiante no elabora funciones, no utiliza fórmulas y ecuaciones conocidas.	Ambas estudiantes no elaboran funciones, ni utilizan fórmulas o ecuaciones conocidas.		Ninguna de las estudiantes elabora funciones, fórmulas o ecuaciones conocidas.
Ordenar las magnitudes, usar las ecuaciones probables y asignarles valores razonables	La estudiante no elabora funciones, no utiliza fórmulas y ecuaciones conocidas, por lo tanto no sustituye los datos en ninguna ecuación, de esta forma no puede obtener otros datos que necesita y que no están directa o explícitamente en el enunciado del problema, como cuando omite el costo de los minutos	La estudiante no elabora funciones, no utiliza fórmulas y ecuaciones conocidas, por lo tanto no sustituye los datos en ninguna ecuación, de esta forma no puede obtener otros datos que necesita y que no están directa o explícitamente en el enunciado del problema, como cuando omite el costo de los minutos	Ninguna de las alumnas sustituye los datos en ninguna ecuación.		Ninguna de las alumnas sustituye los datos en ecuaciones, pues no elaboran ninguna.

	en los cuales el incremento no es de \$0.25, sino de la mitad.	en los cuales el incremento no es de \$0.25, sino de la mitad.			
Dividir el problema en secciones o partes más pequeñas	La estudiante resuelve el problema en partes, hace los cálculos del costo minuto a minuto.	La estudiante resuelve el problema en partes, hace una serie de operaciones separadas.	Ambas estudiantes resuelven el problema en partes.	La estudiante A1_1 hace los cálculos del costo de la llamada minuto a minuto, mientras que la alumna A1_14 lo hace mediante una serie de operaciones separadas.	Las dos estudiantes resuelven el problema en partes, una lo hace minuto a minuto, mientras la otra realiza una serie de operaciones separadas.

Tabla 6.1.1.3 Análisis de la metodología del problema 1, grupo 1, en su tercera etapa.

Problema 1					
GRUPO 1					
Tercera etapa: Resolución y revisión					
Procedimiento	A1_1	A1_14	Semejanzas	Diferencias	Conclusiones
Transformar los datos mediante los factores de conversión	La estudiante identifica que el tiempo se mide en minutos y que el costo dependerá del tiempo, no necesita de un minucioso análisis de unidades.	La estudiante identifica que el tiempo se mide en minutos y que el costo dependerá del tiempo, no necesita de un minucioso análisis de unidades.	Ambas alumnas identifica que el tiempo se mide en minutos y que el costo dependerá del tiempo.		El problema no necesita que los datos se transformen.
Sustituir datos en fórmulas y ecuaciones	La estudiante no elabora funciones, no utiliza fórmulas y ecuaciones conocidas, por lo tanto no sustituye los datos en ninguna	La estudiante no elabora funciones, no utiliza fórmulas y ecuaciones conocidas, por lo tanto no sustituye los datos en ninguna ecuación.	Ambas alumnas omiten sustituir los datos en las ecuaciones.		Ninguna de las alumnas sustituye los datos en ecuaciones, pues no elaboran ninguna.

	ecuación.				
Efectuar los cálculos necesarios	La estudiante realiza los cálculos, dentro de la tabla que elabora y continúa con los cálculos fuera de la tabla.	La estudiante realiza una serie de operaciones, multiplicaciones y sumas con los datos.	Ambas estudiantes realizan operaciones, multiplicaciones y sumas con los datos.		Las dos estudiantes realizan operaciones Aritméticas para resolver el problema.
Verificar si el valor de la respuesta es razonable o posible	La estudiante establece razonamientos lógicos, como que el <i>“precio tenía que ser mayor obviamente”</i> , aunque comenta <i>“pues la verdad pensaba que era mayor a esta cantidad, porque si de por si es caro, imaginaba una cuenta muy larga”</i> , este razonamiento lo extrae de la vida cotidiana y le da la certeza de que su respuesta es viable.	La estudiante establece razonamientos lógicos como que no existe ningún incremento en el precio durante los tres primeros minutos, porque el incremento comienza a partir de los 4 min. y a pesar de que argumenta que después de 4 min., en concreto cada dos min. incrementa \$0.25, después afirma que el incremento es de \$0.002.	Ambas estudiantes establecen razonamientos lógicos que explican sus respuestas.		Las dos estudiantes establecen razonamientos lógicos que les dan la certeza de que su solución es viable.
Comprobar que la respuesta cumpla con las condiciones impuestas en el enunciado del problema	La estudiante demuestra que la respuesta es correcta, pues se encuentra dentro del intervalo establecido en las condiciones, cumple con el objetivo principal	La estudiante demuestra que la respuesta es correcta, pues se encuentra dentro del intervalo establecido en las condiciones, cumple con el objetivo principal establecido en	Ambas alumnas tienen una respuesta que cumple con las condiciones, pero sólo hasta los tres minutos, después de estos, tienen errores.		Las dos alumnas comprueban que su respuesta cumple con las condiciones del problema hasta los tres minutos, en los minutos subsecuentes

	establecido en el enunciado del problema, pero como no elabora ninguna función no puede verificar si cumple con las condiciones de un algoritmo matemático, entonces no se percata de su error en el incremento del precio después de los tres minutos.	el enunciado del problema, pero como no elabora ninguna función no puede verificar si cumple con las condiciones de un algoritmo matemático, entonces no se percata de su error en el incremento del precio después de los tres minutos.			tienen errores.
Revisar si existen otros caminos de resolución que lleven a la misma respuesta	La estudiante comenta que puede comprobar su solución con otro método, pero no menciona ningún procedimiento .	La estudiante no establece otros métodos de solución.	Ninguna de las estudiantes establece otros métodos de solución.		Ninguna de las estudiantes establece otros caminos de solución
Realizar una reflexión global acerca de lo que aportó la resolución del problema en lo metodológico y en lo conceptual	La estudiante no manifiesta su opinión acerca del problema, al menos no de manera individual ¹⁵ .	La estudiante no manifiesta su opinión acerca del problema, al menos no de manera individual ¹⁶ .	Ninguna de las alumnas manifiesta su opinión acerca del problema.		Ninguna de las estudiantes manifiesta su opinión individual acerca del problema.

¹⁵ Ver Aportaciones Grupales, en el apartado de Tablas y figuras.

¹⁶ Ver Aportaciones Grupales, en el apartado de Tablas y figuras.

4.2 Análisis del estudio cognitivo¹⁷

Análisis del estudio cognitivo de los procesos mentales de los estudiantes utilizados en su procedimiento al resolver dos problemas del cálculo aplicado, comparado con la Teoría del mapa cognitivo y la Teoría de las funciones cognitivas, en la fase de elaboración, de R. Feuerstein (como lo citó Zúñiga, 2005):

Tabla 7.1.1 Análisis del mapa cognitivo del problema 1, grupo 1.

Problema 1					
GRUPO 1					
Teoría del mapa cognitivo					
Parámetros	A1_1	A1_14	Semejanzas	Diferencias	Conclusiones
Contenido: materia que se trata	En este problema existen varios caminos o procedimientos que nos pueden llevar a la solución, la estudiante utilizó Aritmética, relaciones y funciones representadas mediante una tabulación.	En este problema existen varios caminos o procedimientos que nos pueden llevar a la solución, la estudiante utilizó Aritmética.	Ambas estudiantes utilizaron Aritmética para resolver el problema.	La estudiante A1_1 además utilizó relaciones y funciones representadas mediante una tabulación.	Los dos estudiantes utilizaron Aritmética para resolver el problema, solo una estudiante utilizó relaciones y funciones representadas mediante una tabulación.
Modalidad del lenguaje: figurativa, numérica, simbólica, verbal, gestual, kinestésica, etc.	La estudiante utilizó un lenguaje numérico ya que expresa los datos, resultados y operaciones, mediante números y modalidad simbólica, por que la alumna emplea la simbología adecuada de la	La estudiante utilizó un lenguaje numérico ya que expresa los datos, resultados y operaciones, mediante números y modalidad simbólica, por que la alumna emplea la simbología adecuada de la	Ambas alumnas utilizaron un lenguaje numérico y simbólico.	La estudiante A1_1 utilizó la simbología adecuada de la Aritmética y de las funciones, mientras que la alumna A1_14, sólo utilizó él de la Aritmética.	Las dos estudiantes utilizaron un lenguaje numérico y la simbología adecuada de la Aritmética, solo una de ellas utilizó también la simbología de las funciones.

¹⁷ Las tablas de análisis de los grupos que no se han contemplado en esta sección, se encuentran ubicadas en el apartado de Tablas y figuras.

	Aritmética y de las funciones (aunque se queda sólo en la tabulación).	Aritmética.			
Operaciones mentales: acciones reconocimiento o identificación, clasificación, seriación, multiplicación lógica y comparación	La estudiante realiza un esquema del problema, identifica lo que tiene, los datos: el costo y el incremento y lo que desea averiguar: <i>“El cálculo del costo de una llamada que realizas de acuerdo al tiempo que tardas en hacerlo”</i> , organiza la información y la relaciona, mediante una tabla, a la cual llama <i>“tabla de proporción”</i> ; traduce las relaciones encontradas, como incrementos.	La estudiante realiza un esquema del problema, identifica lo que tiene, los datos: el costo y el incremento y lo que desea averiguar: <i>“...cuanto gastaría en ciertos minutos y cuáles serían los incrementos”</i> . Relaciona los minutos con los costos, lo hace mediante una serie de operaciones, multiplicaciones y sumas.	Ambas estudiantes realizan un esquema del problema, identifican lo que tienen y lo que desean averiguar.	Relacionan lo que tienen y lo que desean averiguar de manera diferente una de ellas relaciona los minutos con los costos mediante una tabla y la otra lo hace mediante una serie de operaciones Aritméticas.	Las dos estudiantes identifican lo que tienen y lo que desean averiguar, pero lo hacen de manera diferente una de ellas relaciona los minutos con los costos mediante una tabla y la otra lo hace mediante una serie de operaciones Aritméticas.
Fases del acto mental: input (entrada), elaboración y output (salida)	Sólo se analizó la fase de elaboración y se podrá observar con mayor detalle en la tabla <i>“Funciones cognitivas en la fase de elaboración”</i> .	Sólo se analizó la fase de elaboración y se podrá observar con mayor detalle en la tabla <i>“Funciones cognitivas en la fase de elaboración”</i> .			Sólo se analizó la fase de elaboración y se podrá observar con mayor detalle en la tabla <i>“Funciones cognitivas en la fase de elaboración”</i> .
Nivel de	Se considera	Se considera	Ambas	La	Si el

<p>complejidad: cantidad de conocimientos que ha de tener un sujeto para que se produzca un acto mental</p>	<p>que el problema tiene un nivel de complejidad medio-alto, la alumna utilizó Aritmética y Pre cálculo al utilizar una tabla que contenía la función de los costos, conocimientos aprendidos previamente en el bachillerato o en los cursos anteriores.</p>	<p>que el problema tiene un nivel de complejidad medio-alto, la alumna utilizó Aritmética, conocimientos aprendidos previamente en la educación básica.</p>	<p>alumnas utilizan Aritmética.</p>	<p>estudiante A1_1 además utiliza Pre cálculo.</p>	<p>estudiante utiliza Aritmética o Álgebra para resolver el problema los conocimientos utilizados son aprendidos en la educación básica, si utiliza Pre cálculo los conocimientos utilizados son aprendidos en el bachillerato o en los cursos anteriores. En este punto ambas alumnas utilizan Aritmética, pero una de ellas además utiliza Pre cálculo.</p>
<p>Nivel de abstracción: desde percepción sensorial hasta abstracción y representación mental</p>	<p>El nivel de abstracción de la actividad se considera medio-alto, la alumna utiliza símbolos, signos y conceptos, como cálculos aritméticos, relaciones entre datos e incrementos, sin embargo esta información no la utiliza para obtener una ecuación,</p>	<p>El nivel de abstracción de la actividad se considera medio-alto, la alumna utiliza símbolos, signos y conceptos, como cálculos aritméticos, sin embargo esta información no la utiliza para obtener una ecuación, se considera que ocupa un cierto nivel de abstracción.</p>	<p>Ambas estudiantes utilizan signos y conceptos como cálculos aritméticos, pero ninguna obtiene una ecuación.</p>	<p>La estudiante A1_1 además elabora relaciones entre los datos e incrementos.</p>	<p>Las dos estudiantes utilizan signos, cálculos aritméticos pero ninguna utiliza esta información para obtener una ecuación.</p>

	se considera que ocupa un cierto nivel de abstracción.				
Nivel de eficacia: rapidez/precisión y/o la cantidad de esfuerzo proyectado objetiva y subjetivamente por el sujeto en la actividad	El nivel de eficacia es considerado medio, ya que la alumna esta familiarizada con el contenido, así como con las operaciones y funciones involucradas en el problema, sin embargo al omitir el costo de los minutos en los cuales el incremento no es de \$0.25, si no de la mitad y sólo establecerlo como de \$1.25, cae en una falta de precisión, teniendo algunos resultados erróneos.	El nivel de eficacia es considerado medio, ya que la alumna esta familiarizada con el contenido, así como con las operaciones sin embargo al omitir el costo de un minuto par, en donde el incremento no es de \$0.25, si no de la mitad, cae en una falta de precisión, teniendo algunos resultados erróneos.	Ambas alumnas están familiarizadas con el contenido, sin embargo caen en una falta de precisión, teniendo algunos resultados erróneos.		Las dos alumnas comprueban que su respuesta cumple con las condiciones del problema hasta los tres minutos, en los minutos subsecuentes ya no lo hacen y tienen errores.

4.3 Análisis de las funciones cognitivas¹⁸

Tabla 8.1.1 Análisis de las funciones cognitivas en la fase de elaboración del problema 1, grupo 1.

Problema 1					
GRUPO 1					
Funciones cognitivas en la fase de elaboración					
Parámetros	A1_1	A1_14	Semejanzas	Diferencias	Conclusiones

¹⁸ Las tablas de análisis de los grupos que no se han contemplado en esta sección, se encuentran ubicadas en el apartado de Tablas y figuras.

Percepción y definición de un problema: delimitar qué pide el problema, crear una definición conveniente, combinar los elementos del problema	La estudiante sabe lo que busca el problema: <i>“El cálculo del costo de una llamada que realizas de acuerdo al tiempo que tardas en hacerlo”</i> y propone como averiguarlo: <i>“Con una tabla de proporción, con una gráfica que nos lleve al cálculo de la derivada, con una ecuación”</i> .	La estudiante sabe lo que busca el problema: <i>“...cuanto [sic] gastaría en ciertos minutos y cuáles serían los incrementos”</i> y propone como averiguarlo: <i>“Pues sacando lo de los 3 min. y después incrementar el costo adicional cada 2 min”</i> .	Ambas alumnas saben lo que busca el problema y proponen un método para solucionarlo.		Las dos alumnas identifican un objetivo del problema, el costo, sin embargo sólo una, A1_14, establece que también se necesita encontrar los incrementos del costo.
Selección de información relevante: capacidad para elegir la información previamente almacenada y relevante para la solución del problema, establecer comparaciones y relaciones con la información	La estudiante realiza un esquema del problema, identifica lo que tiene, los datos: el costo y el incremento y lo que desea averiguar, organiza la información y la relaciona, mediante una tabla, a la cual llama <i>“tabla de proporción”</i> ; traduce las relaciones encontradas, como incrementos.	La estudiante construye una línea, donde muestra que a partir del minuto 4, existe un aumento y lo representa con un pico, después plantea lo que hace en cada inciso y argumenta sus respuestas, traduce las relaciones encontradas, como <i>“adicionales”</i> , los cuales pueden ser interpretados como los incrementos.	Ambas estudiantes traducen las relaciones encontradas como incrementos.	La estudiante A1_1 organiza la información y la relaciona mediante una tabla, mientras que la alumna A1_14 elabora una línea, con un pico como incremento, plantea lo que hace en cada inciso y argumenta sus respuestas.	Las dos estudiantes seleccionan los datos que les son útiles para resolver el problema.
Interiorización y representación mental: Capacidad	La estudiante utiliza símbolos, signos y conceptos,	La estudiante utiliza símbolos, signos y conceptos,	Ambas alumnas utilizan símbolos, signos y		Las dos estudiantes utilizan signos, cálculos

para utilizar símbolos, signos y conceptos. Llegar a la generalización y a un nivel de abstracción	como cálculos aritméticos, relaciones entre datos e incrementos, sin embargo esta información no la utiliza para obtener una ecuación, se considera que ocupa un cierto nivel de abstracción.	como cálculos aritméticos, relaciones entre datos e incrementos, sin embargo esta información no la utiliza para obtener una ecuación, se considera que ocupa un cierto nivel de abstracción.	cálculos aritméticos. Ninguna elabora una ecuación.		aritméticos pero ninguna utiliza esta información para obtener una ecuación.
Amplitud y flexibilidad mental: Capacidad para utilizar diferentes fuentes de información, estableciendo entre ellas una coordinación y combinación adecuada	La estudiante relaciona los datos: los minutos, los costos, mediante una tabla, ésta le da una idea del comportamiento o del fenómeno.	La estudiante relaciona los datos: los minutos, los costos, mediante una serie de operaciones que la llevan a establecer los “ <i>adicionales</i> ” (incrementos), esto le da una idea del comportamiento o del fenómeno.	Ambas estudiantes relacionan los datos.	La estudiante A1_1 lo hace mediante una tabla, mientras que la alumna A1_14 lo hace mediante una serie de operaciones .	Las dos estudiantes relacionan los minutos con los costos de diferentes formas una de ellas lo hace mediante una tabla y la otra mediante una serie de operaciones Aritméticas.
Planificación de la conducta: Capacidad para prever la meta que se quiere conseguir, establecer un plan para alcanzar la meta o solución	La estudiante cuenta con un plan de acción para responder a las preguntas planteadas por el problema, enlista los datos, organiza la información y la relaciona, mediante una tabla.	La estudiante cuenta con un plan de acción para responder a las preguntas planteadas por el problema, relaciona los datos, mediante una serie de operaciones, plantea lo que hace en cada inciso y argumenta sus respuestas.	Ambas alumnas cuentan con un plan de acción para resolver el problema.	La estudiante A1_1 lo hace mediante una tabla, mientras que la alumna A1_14 lo hace mediante una serie de operaciones .	Las dos estudiantes cuentan con un plan de acción para resolver el problema, pero lo hacen de manera diferente una lo hace mediante una tabla y la otra mediante una serie de operaciones Aritméticas.
Organización y estructuración	La estudiante relaciona lo que	La estudiante relaciona lo que	Ambas estudiantes	La estudiante	Las dos estudiantes

<p>perceptiva: capacidad para agrupar y organizar relaciones de objetos y hechos de la vida cotidiana</p>	<p>tiene con lo que desea averiguar, lo agrupa y organiza, mediante una tabla.</p>	<p>tiene con lo que desea averiguar, mediante una serie de operaciones, plantea lo que hace en cada inciso y argumenta sus respuestas.</p>	<p>relacionan lo que tienen con lo que desean averiguar.</p>	<p>A1_1 lo hace mediante una tabla, mientras que la alumna A1_14 lo hace mediante una serie de operaciones .</p>	<p>identifican lo que tienen y lo que desean averiguar, pero lo hacen de manera diferente una de ellas relaciona los minutos con los costos mediante una tabla y la otra lo hace mediante una serie de operaciones Aritméticas.</p>
<p>Conducta comparativa: capacidad para establecer relaciones de semejanza y diferencia entre objetos y sucesos</p>	<p>La estudiante identifica semejanzas y diferencias entre los datos, determina que el incremento del costo en los minutos pares a partir del cuarto minuto es de tan sólo \$1.25 y en los impares es de \$1.5 cayendo de esta forma en un error que no corrige.</p>	<p>La estudiante identifica sólo semejanzas entre los datos, determina que el incremento del costo en los minutos pares e impares a partir del cuarto minuto es de \$0.25 cayendo de esta forma en un error que no corrige.</p>		<p>La estudiante A1_1 identifica semejanzas y diferencias entre los datos, sin embargo la alumna A1_14 sólo advierte las semejanzas.</p>	<p>Una de las estudiantes identifica las semejanzas y diferencias entre los datos, al percatarse de que el incremento a partir del cuarto minuto no es el mismo en los minutos pares que en los impares, sin embargo para la otra estudiante el incremento del precio es el mismo para todos los minutos.</p>
<p>Pensamiento hipotético: capacidad para establecer hipótesis y comprobarlas, intuir varias alternativas al</p>	<p>La estudiante contempla varias alternativas para explicar el fenómeno que trata el problema:</p>	<p>La estudiante no contempla varias alternativas para explicar el fenómeno que trata el problema.</p>		<p>La estudiante A1_1 contempla varias alternativas para explicar el</p>	<p>Solo una estudiante establece otro camino para llegar a la solución del problema, pero no lo</p>

explicar un hecho y validarlas	“Con una tabla de proporción, con una gráfica que nos lleve al cálculo de la derivada, con una ecuación”, pero sólo sigue una, la tabla y carece de un plan para comprobarlas.			problema, la alumna A1_14 no.	realiza.
Evidencia lógica: formular y razonar con argumentos lógicos la validez de la respuesta	La estudiante establece razonamientos lógicos, como que el “ <i>precio tenía que ser mayor obviamente</i> ”, aunque comenta “ <i>pues la verdad pensaba que era mayor a esta cantidad, porque si de por si es caro, imaginaba una cuenta muy larga</i> ”, este razonamiento lo extrae de la vida cotidiana y le da la certeza de que su respuesta es viable.	La estudiante establece razonamientos lógicos, como que: no existe ningún incremento en el precio durante los tres primeros minutos, porque el incremento comienza a partir de los 4 min. y a pesar de que argumenta que después de 4 min., en concreto cada dos min. incrementa \$0.25, después afirma que el incremento es de \$0.002.	Ambas estudiantes establecen razonamientos lógicos para explicar el problema y comentan que el costo de la llamada sube, se incrementa.		Los dos estudiantes establecen razonamientos lógicos que les dan la certeza de que su solución es viable.
Clasificación cognitiva: capacidad para organizar datos, uso de conceptos, instrumentos verbales y establecimiento de relaciones para llegar a la	La estudiante demuestra que la respuesta es correcta, en los tres primeros minutos, pues se encuentra dentro del intervalo establecido en las condiciones, cumple con el	La estudiante demuestra que la respuesta es correcta, en los tres primeros minutos, pues se encuentra dentro del intervalo establecido en las condiciones, cumple con el	Ambas estudiantes demuestran que la respuesta es correcta en los tres primeros minutos a partir del cuarto existen errores.		Las dos alumnas comprueban que su respuesta cumple con las condiciones del problema hasta los tres minutos, en los minutos

precisión de la respuesta	objetivo principal establecido en el enunciado del problema, pero como no elabora ninguna función no puede verificar si cumple con las condiciones de un algoritmo matemático, entonces no se percata de su error en el incremento del precio después de los tres minutos.	objetivo principal establecido en el enunciado del problema, pero como no elabora ninguna función no puede verificar si cumple con las condiciones de un algoritmo matemático, entonces no se percata de su error en el incremento del precio después de los tres minutos.			subsecuentes tienen errores.
---------------------------	--	--	--	--	------------------------------

4.4 Análisis por temas¹⁹

Se analizaron y se compararon las respuestas de los estudiantes por los temas involucrados en su solución: Aritmética, Álgebra, Geometría, Pre cálculo y Cálculo Diferencial, con respecto al primer problema; Aritmética, Física, Álgebra y Cálculo Diferencial para el segundo problema.

Tabla 18.1.1 Análisis de los temas involucrados en el problema 1, correspondiente al grupo1.

GRUPO 1					
Problema 1					
Temas	A1_1	A1_14	Semejanzas	Diferencias	Conclusiones
Aritmética	La estudiante utilizó una serie de sumas consecutivas para ir obteniendo los resultados.	La estudiante utilizó una serie de multiplicaciones y sumas para ir obteniendo los resultados.	Ambas estudiantes utilizan sumas para obtener los resultados.	La estudiante A1_14 también utiliza multiplicaciones.	Las dos estudiantes utilizan Aritmética para resolver el problema.
Álgebra	No utilizó Álgebra.	No utilizó Álgebra.	Ninguna utilizó		Ninguna utilizó

¹⁹ Las tablas de análisis de los grupos que no se han contemplado en esta sección, se encuentran ubicadas en el apartado de Tablas y figuras.

			Álgebra.		Álgebra.
Geometría	No utilizó geometría.	No utilizó geometría.	Ninguna utilizó geometría.		Ninguna utilizó geometría.
Pre cálculo: funciones	Utilizó una tabla en la cual estableció relaciones con los minutos y los costos, concluyendo que existe un incremento en los minutos pares, después del cuarto minuto del \$1.25 y en los minutos impares del \$1.5.	No utilizó Pre cálculo.		Solo la estudiante A1_1 utilizó una tabla.	Solo una estudiante utilizó una tabla para establecer relaciones y poder resolver el problema, hace una introducción al Pre cálculo.
Cálculo Diferencial	No utilizó Cálculo Diferencial.	No utilizó Cálculo Diferencial.	Ninguna utilizó Cálculo Diferencial.		Ninguna utilizó Cálculo Diferencial.

4.5 Comparación del análisis de la metodología²⁰

A continuación se comparan las metodologías utilizadas por los estudiantes por grupos, los cuales pertenecen a diferentes semestres, basándose en las conclusiones de cada grupo, con respecto a cada rubro del procedimiento

Tabla 9.1 Comparación de la metodología por grupos, en su primera etapa, correspondiente al problema 1.

Problema 1						
TABLA COMPARATIVA POR GRUPO: METODOLOGÍA						
Primera etapa: Representación y replanteamiento del problema						
	Conclusiones					
Procedimiento	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Semejanzas	Diferencias	Conclusiones
Construir un esquema	Las dos estudiantes interpretan el	Sólo una estudiante interpreta el	Los dos estudiantes interpretan el	De los 6 estudiantes que se	Las formas que	Los estudiantes toman

²⁰ Las tablas de análisis de los grupos que no se han contemplado en esta sección, se encuentran ubicadas en el apartado de Tablas y figuras.

	problema utilizando diferentes representaciones: una tabla, una línea, pero a pesar de esto tienen errores a partir del cuarto minuto.	problema utilizando como representación del mismo, una gráfica.	problema utilizando diferentes representaciones: una tabla, una serie de operaciones y relaciones, pero a pesar de esto tienen errores a partir del cuarto minuto.	analizaron, 5 de ellos interpretaron el problema.	utilizan los estudiantes para representar el problema son diferentes: una tabla, una línea, una gráfica una serie de operaciones y relaciones.	conocimientos de Aritmética y Pre cálculo para representar el problema, pero a pesar de esto tienen errores a partir del cuarto minuto.
Definir el objetivo del problema, ¿Qué es lo que se pide en el problema?	Las dos alumnas identifican un objetivo del problema, el costo, sin embargo sólo una, A1_14 establece que también se necesita encontrar los incrementos del costo.	Los dos alumnos identifican un objetivo del problema, uno de ellos establece que es el costo de la llamada, la otra que es el incremento.	Los dos alumnos identifican los dos objetivos del problema, el costo de la llamada, y el incremento.	Todos los estudiantes identifican un objetivo del problema, ya sea el costo de la llamada o el incremento.	Solo tres alumnos identifican los dos objetivos del problema, el costo de la llamada y el incremento.	El no identificar desde un principio los dos objetivos del problema, empieza a generar dificultades, pues los estudiantes no abordan el problema completo sólo partes aisladas que no relacionan.
Listar los datos y las incógnitas que presenta el problema	Las dos estudiantes identifican los datos del problema.	Los dos estudiantes identifican los datos del problema y uno de ellos establece una incógnita.	Los dos estudiantes identifican los datos del problema y uno de ellos establece que desea averiguar.	Todos los estudiantes identifican los datos del problema.	Dos estudiantes van más allá y establecen también lo que desean averiguar.	A los estudiantes les es más fácil identificar los datos del problema, que otras cuestiones como los objetivos,

						las variables o las incógnitas.
Colocar los datos en el esquema y sus respectivas unidades	Las dos alumnas colocan las unidades en los datos.	Los dos alumnos colocan las unidades en los datos.	Los dos alumnos colocan las unidades en los datos.	Todos los estudiantes colocan las unidades en los datos.		Las unidades que se manejan en este problema, son muy comunes y los estudiantes están familiarizados con ellas, por este motivo no surge ninguna dificultad para colocarlas en los datos.
Buscar alguna relación entre las incógnitas y los datos	Las dos estudiantes encuentran alguna relación entre los datos y las incógnitas pero aplican diferentes formas de hacerlo con tablas o con operaciones.	Los dos estudiantes encuentran alguna relación entre los datos y las incógnitas pero aplican diferentes formas de hacerlo con gráficas y expresiones algebraicas o con operaciones Aritméticas.	Los dos estudiantes encuentran alguna relación entre los datos y las incógnitas pero aplican diferentes formas de hacerlo con una tabulación y regla de tres o con operaciones Aritméticas.	Todos los estudiantes encuentran alguna relación entre los datos y las incógnitas.	Los estudiantes aplican diferentes formas de relacionar los datos con las incógnitas: con tablas, operaciones Aritméticas, gráficas, expresiones algebraicas, regla de tres, pero lo que más utilizan en este problema son operaciones Aritméticas.	Los estudiantes descubren diferentes formas de relacionar los datos con las incógnitas: tablas, operaciones Aritméticas, gráficas, expresiones algebraicas, regla de tres, pero lo que más utilizan en este problema son operaciones Aritméticas.

Escribir en el lenguaje matemático las relaciones claves encontradas	Ninguna de las estudiantes traduce las relaciones encontradas al lenguaje matemático.	Sólo una estudiante traduce las relaciones encontradas al lenguaje matemático mediante una serie de expresiones algebraicas.	Ninguno de los estudiantes traduce las relaciones encontradas al lenguaje matemático.	La mayoría de los estudiantes no traduce las relaciones encontradas al lenguaje matemático.	Sólo una estudiante traduce las relaciones encontradas al lenguaje matemático mediante una serie de expresiones algebraicas.	Como la mayoría de los estudiantes utiliza operaciones Aritméticas para resolver el problema, no generalizan mediante una expresión algebraica, función o ecuación.
--	---	--	---	---	--	---

Tabla 9.2 Comparación de la metodología por grupos, en su segunda etapa, correspondiente al problema 1.

Problema 1						
TABLA COMPARATIVA POR GRUPO: METODOLOGÍA						
Segunda etapa: Pre solución						
Procedimiento	Conclusiones			Similitudes	Diferencias	Conclusiones
	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3			
Seleccionar y escribir la información importante para la resolución del problema	Las dos estudiantes seleccionan los datos que les son útiles para resolver el problema.	Los dos estudiantes seleccionan los datos que les son útiles para resolver el problema.	Los dos estudiantes seleccionan los datos que les son útiles para resolver el problema.	Todos los estudiantes seleccionan los datos que les son útiles para resolver el problema.		Si bien, todos los estudiantes seleccionan la información importante para resolver el problema, no lo hacen de forma correcta, ya que todos cometen errores, por omitir alguna información, como el que a partir del cuarto minuto el incremento

						en el precio de la llamada ya no es el mismo y es uno para los minutos pares y otro para los noes.
Enumerar las ecuaciones matemáticas	Ninguna de las estudiantes elabora funciones, fórmulas o ecuaciones conocidas.	Sólo una estudiante elabora una serie de expresiones algebraicas y las ordena.	Ninguno de los estudiantes elabora funciones, ni utiliza ecuaciones conocidas.	La mayoría de los estudiantes no elabora funciones, fórmulas o ecuaciones conocidas.	Sólo una estudiante elabora una serie de expresiones algebraicas y las ordena.	De los 6 estudiantes que se analizaron, solo una de ellos, elabora una serie de expresiones algebraicas y las ordena. Los estudiantes no generalizan mediante una expresión algebraica, función o ecuación.
Ordenar las magnitudes, usar las ecuaciones probables y asignarles valores razonables	Ninguna de las alumnas sustituye los datos en ecuaciones, pues no elaboran ninguna.	Sólo una estudiante elabora dos expresiones algebraicas, que utiliza como ecuaciones, sustituye los datos con los minutos pedidos en el enunciado del problema.	Ninguno de los estudiantes sustituye los datos en alguna ecuación, pues no elaboran ninguna.	Los estudiantes no sustituyen los datos en ecuaciones, pues no elaboran ninguna.	Sólo una estudiante elabora dos expresiones algebraicas, que utiliza como ecuaciones, sustituye los datos con los minutos pedidos en el enunciado del problema.	Al no elaborar ecuaciones o funciones, los estudiantes por consiguiente no sustituyen los datos en ninguna expresión, sólo lo hace una estudiante.
Dividir el	Las dos	Los dos	Solo un	La mayoría	Dos	El problema

problema en secciones o partes más pequeñas	estudiantes resuelven el problema en partes, una lo hace minuto a minuto, mientras la otra realiza una serie de operaciones separadas.	estudiantes resuelven el problema de acuerdo a cada inciso.	estudiante resuelve el problema en partes, hace los cálculos del costo de la llamada, minuto a minuto.	de los estudiantes resuelve el problema de acuerdo a cada inciso.	estudiantes resuelven el problema minuto a minuto y algunos hacen una serie de operaciones separadas.	ya se encuentra seccionado, de acuerdo a los incisos, sin embargo algunos estudiantes resuelven el problema minuto a minuto, o bien mediante una serie de operaciones separadas.
---	--	---	--	---	---	--

Tabla 9.3 Comparación de la metodología por grupos, en su tercera etapa, correspondiente al problema 1.

Problema 1						
TABLA COMPARATIVA POR GRUPO: METODOLOGÍA						
Tercera etapa: Resolución y revisión						
Procedimiento	Conclusiones			Semejanzas	Diferencias	Conclusiones
	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3			
Transformar los datos mediante los factores de conversión	El problema no necesita que los datos se transformen.	El problema no necesita que los datos se transformen.	El problema no necesita que los datos se transformen.			El problema no necesita que los datos se transformen.
Sustituir datos en fórmulas y ecuaciones	Ninguna de las alumnas sustituye los datos en ecuaciones, pues no elaboran ninguna.	Sólo una estudiante elabora dos expresiones algebraicas, que utiliza como ecuaciones, sustituye los datos con los minutos pedidos en el enunciado del problema.	Ninguno de los estudiantes sustituye los datos en alguna ecuación, pues no elaboran ninguna.	Los estudiantes no sustituyen los datos en ecuaciones, pues no elaboran ninguna.	Sólo una estudiante elabora dos expresiones algebraicas, que utiliza como ecuaciones, sustituye los datos con los minutos pedidos en el	Al no elaborar ecuaciones o funciones, los estudiantes por consiguiente no sustituyen los datos en ninguna expresión, sólo lo hace una estudiante.

					enunciado del problema.	
Efectuar los cálculos necesarios	Las dos estudiantes realizan operaciones Aritméticas para resolver el problema.	Los dos estudiantes realizan operaciones Aritméticas para resolver el problema.	Los dos estudiantes realizan operaciones Aritméticas para resolver el problema.	Todos los estudiantes realizan operaciones Aritméticas para resolver el problema.		Todos los estudiantes realizan los cálculos necesarios para resolver el problema, sin embargo estas operaciones, en algunos casos no son las correctas.
Verificar si el valor de la respuesta es razonable o posible	Las dos estudiantes establecen razonamientos lógicos que les dan la certeza de que su solución es viable.	Los dos estudiantes establecen razonamientos lógicos que les dan la certeza de que su solución es viable.	Los dos estudiantes establecen razonamientos lógicos que les dan la certeza de que su solución es viable.	Todos los estudiantes establecen razonamientos lógicos que les dan la certeza de que su solución es viable.		Todos los estudiantes establecen razonamientos lógicos que les dan la certeza de que su solución es viable, sin embargo no todos verifican que su respuesta es correcta.
Comprobar que la respuesta cumpla con las condiciones impuestas en el enunciado del problema	Las dos alumnas comprueban que su respuesta cumple con las condiciones del problema hasta los tres minutos, en los minutos subsiguientes tienen errores.	Los dos alumnos comprueban que su respuesta cumple con las condiciones del problema hasta los tres minutos, en los minutos subsiguientes tienen errores.	Los dos alumnos comprueban que su respuesta cumple con las condiciones del problema hasta los tres minutos, en los minutos subsiguientes tienen errores.	Todos los alumnos comprueban que su respuesta cumple con las condiciones del problema hasta los tres minutos, en los minutos subsiguientes tienen errores.		Todos los alumnos comprueban que su respuesta cumple con las condiciones del problema hasta los tres minutos, en los minutos subsiguientes tienen errores,

						pues algunos, incrementan la misma cantidad cada minuto, otros incrementan de más o de menos.
Revisar si existen otros caminos de resolución que lleven a la misma respuesta	Ninguna de las estudiantes establece otros caminos de solución.	Solo una estudiante establece otro camino para llegar a la solución del problema, pero no lo realiza.	Ambos estudiantes reconocen que debe de haber otros métodos de solución del problema, sin embargo no especifican ninguno.		La mitad de los estudiantes solo menciona que debe de haber otros caminos de solución, pero ninguno lo lleva a cabo.	Ninguno de los estudiantes aplica otro método para la resolución del problema.
Realizar una reflexión global acerca de lo que aportó la resolución del problema en lo metodológico y en lo conceptual	Ninguna de las estudiantes manifiesta su opinión individual acerca del problema.	Ninguno de los estudiantes manifiesta su opinión individual acerca del problema.	Ninguno de los estudiantes manifiesta su opinión individual acerca del problema.	Ninguno de los estudiantes manifiesta su opinión individual acerca del problema.		Ninguno de los estudiantes manifiesta su opinión individual acerca del problema.

4.6 Comparación del análisis del estudio cognitivo²¹

²¹ Las tablas de análisis de los grupos que no se han contemplado en esta sección, se encuentran ubicadas en el apartado de Tablas y figuras.

A continuación se comparan los mapas cognitivos y las funciones cognitivas en la fase de elaboración de los estudiantes por grupos, los cuales pertenecen a diferentes semestres, basándose en las conclusiones de cada grupo, con respecto a cada parámetro.

Tabla 10 Comparación de los mapas cognitivos por grupos, correspondiente al problema 1.

Problema 1						
TABLA COMPARATIVA POR GRUPO: TEORÍA DEL MAPA COGNITIVO						
Parámetros	Conclusiones			Semejanzas	Diferencias	Conclusiones
	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3			
Contenido: materia que se trata	Las dos estudiantes utilizaron Aritmética para resolver el problema, solo una estudiante utilizó relaciones y funciones representadas mediante una tabulación.	Los dos estudiantes utilizaron Aritmética para resolver el problema, solo una estudiante utilizó gráficas y una serie de expresiones algebraicas, ecuaciones y tablas.	Los dos estudiantes utilizaron Aritmética para resolver el problema.	Todos los estudiantes utilizaron Aritmética para resolver el problema.	Algunos estudiantes además utilizaron Pre cálculo y Álgebra.	Los conocimientos que aplican los estudiantes para resolver el problema pertenecen a las materias de Aritmética, Álgebra y Pre cálculo, sin embargo lo que más utilizan son operaciones Aritméticas.
Modalidad del lenguaje: figurativa, numérica, simbólica, verbal, gestual, kinestésica, etc.	Las dos estudiantes utilizaron un lenguaje numérico y la simbología adecuada de la Aritmética, solo una de ellas utilizó también la simbología de las funciones.	Los dos estudiantes utilizaron un lenguaje numérico y la simbología adecuada de la Aritmética, solo una de ellas utilizó también la simbología del Álgebra y de las funciones.	Los dos estudiantes utilizaron un lenguaje numérico y la simbología adecuada de la Aritmética.	Todos los estudiantes utilizaron un lenguaje numérico y la simbología adecuada de la Aritmética.	Solo dos alumnas utilizaron la simbología adecuada de las funciones y una de ellas del Álgebra.	Como todos los estudiantes utilizan operaciones Aritméticas para resolver el problema, ocupan un lenguaje numérico y la simbología adecuada de la Aritmética, solo algunas estudiantes aplican la simbología adecuada de las funciones

						y del Álgebra.
Operaciones mentales: acciones reconocimiento o identificación, clasificación, seriación, multiplicación lógica y comparación	Las dos estudiantes identifican lo que tienen y lo que desean averiguar, pero lo hacen de manera diferente una de ellas relaciona los minutos con los costos mediante una tabla y la otra lo hace mediante una serie de operaciones Aritméticas.	Los dos estudiantes identifican lo que tienen y lo que desean averiguar, pero lo hacen de manera diferente una de ellas relaciona los minutos con los costos mediante dos gráficas y ecuaciones y el otro lo hace mediante una serie de operaciones Aritméticas.	Los dos estudiantes identifican lo que tienen y lo que desean averiguar, pero lo hacen de manera diferente uno de ellos relaciona los minutos con los costos mediante una tabla y la otra lo hace mediante una serie de operaciones Aritméticas.	Todos los estudiantes identifican lo que tienen y lo que desean averiguar.	Los estudiantes identifican lo que tienen y lo que desean averiguar pero lo hacen de manera diferente, mediante tablas, operaciones Aritméticas, gráficas y ecuaciones.	Los estudiantes realizan operaciones mentales como el reconocimiento e identificación de lo que tienen y lo que desean averiguar, además clasifican la información y la relacionan mediante tablas, operaciones Aritméticas, gráficas y ecuaciones.
Fases del acto mental: input (entrada), elaboración y output (salida)	Sólo se analizó la fase de elaboración y se podrá observar con mayor detalle en la tabla "Funciones cognitivas en la fase de elaboración".	Sólo se analizó la fase de elaboración y se podrá observar con mayor detalle en la tabla "Funciones cognitivas en la fase de elaboración".	Sólo se analizó la fase de elaboración y se podrá observar con mayor detalle en la tabla "Funciones cognitivas en la fase de elaboración".	Sólo se analizó la fase de elaboración y se podrá observar con mayor detalle en la tabla "Funciones cognitivas en la fase de elaboración".		Sólo se analizó la fase de elaboración y se podrá observar con mayor detalle en la tabla "Funciones cognitivas en la fase de elaboración".
Nivel de	Si el	Si el	Si el	Todos los	La mitad de	Se considera

<p>complejidad: cantidad de conocimientos que ha de tener un sujeto para que se produzca un acto mental</p>	<p>estudiante utiliza Aritmética o Álgebra para resolver el problema los conocimientos utilizados son aprendidos en la educación básica, si utiliza Pre cálculo los conocimientos utilizados son aprendidos en el bachillerato o en los cursos anteriores. Las alumnas utilizan Aritmética, pero una de ellas además utiliza Pre cálculo.</p>	<p>estudiante utiliza Aritmética o Álgebra para resolver el problema los conocimientos utilizados son aprendidos en la educación básica, si utiliza Pre cálculo los conocimientos utilizados son aprendidos en el bachillerato o en los cursos anteriores. Los alumnos utilizan Aritmética, pero una de ellas además utiliza Álgebra y funciones.</p>	<p>estudiante utiliza Aritmética o Álgebra para resolver el problema los conocimientos utilizados son aprendidos en la educación básica, si utiliza Pre cálculo los conocimientos utilizados son aprendidos en el bachillerato o en los cursos anteriores. Los alumnos utilizan Aritmética, pero uno de ellos además utiliza conocimientos de Pre cálculo.</p>	<p>estudiantes utilizan Aritmética para resolver el problema, conocimientos aprendidos en la educación básica.</p>	<p>los estudiantes analizados también utilizan Pre cálculo y Álgebra, conocimientos aprendidos en el bachillerato o en los cursos anteriores de la carrera de Sistemas Computacionales.</p>	<p>que el problema tiene un nivel de complejidad medio-alto, debido a que los estudiantes necesitan de conocimientos aprendidos en la educación básica, en el bachillerato o en los cursos anteriores de la carrera de Sistemas Computacionales. Todos los estudiantes utilizan Aritmética y solo algunos, la mitad también utilizan Pre cálculo y Álgebra.</p>
<p>Nivel de abstracción: desde percepción sensorial hasta abstracción y representación mental</p>	<p>Las dos estudiantes utilizan signos, cálculos aritméticos pero ninguna utiliza esta información para obtener</p>	<p>Los dos estudiantes utilizan signos, cálculos aritméticos pero una de ellas además utiliza Álgebra y funciones,</p>	<p>Los dos estudiantes utilizan signos, cálculos aritméticos pero ninguno elabora una ecuación.</p>	<p>Todos los estudiantes utilizan signos, cálculos aritméticos.</p>	<p>Solo una de las estudiantes utiliza Álgebra y funciones, se considera que tiene un cierto nivel de abstracción.</p>	<p>La mayoría de los estudiantes no utiliza la información que tienen y los recursos que implementaron para obtener una ecuación,</p>

	una ecuación.	ocupa un cierto nivel de abstracción.				sólo una de ellos lo hace, utiliza Álgebra y funciones.
Nivel de eficacia: rapidez/precisión y/o la cantidad de esfuerzo proyectado objetiva y subjetivamente por el sujeto en la actividad	Las dos alumnas comprueban que su respuesta cumple con las condiciones del problema hasta los tres minutos, en los minutos subsecuentes tienen errores.	Los dos alumnos comprueban que su respuesta cumple con las condiciones del problema hasta los tres minutos, en los minutos subsecuentes tienen errores.	Los dos alumnos comprueban que su respuesta cumple con las condiciones del problema hasta los tres minutos, en los minutos subsecuentes tienen errores.	Todos los alumnos comprueban que su respuesta cumple con las condiciones del problema hasta los tres minutos, en los minutos subsecuentes tienen errores.		Todos los alumnos comprueban que su respuesta cumple con las condiciones del problema hasta los tres minutos, en los minutos subsecuentes tienen errores, pues algunos, incrementan la misma cantidad cada minuto, otros incrementan de más o de menos.

4.7 Comparación del análisis de las funciones cognitivas²²

Tabla 11 Comparación de las funciones cognitivas en la fase de elaboración por grupos, correspondiente al problema 1.

Problema 1						
TABLA COMPARATIVA POR GRUPO: FUNCIONES COGNITIVAS EN LA FASE DE ELABORACIÓN						
Parámetros	Conclusiones			Semejanzas	Diferencias	Conclusiones
	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3			
Percepción y definición de un problema:	Las dos alumnas identifican un objetivo	Los dos alumnos identifican un objetivo	Los dos alumnos identifican los dos	Todos los estudiantes identifican un objetivo	Solo tres alumnos identifican los dos	El no identificar desde un principio los

²² Las tablas de análisis de los grupos que no se han contemplado en esta sección, se encuentran ubicadas en el apartado de Tablas y figuras.

delimitar qué pide el problema, crear una definición conveniente, combinar los elementos del problema	del problema, el costo, sin embargo sólo una, A1_14 establece que también se necesita encontrar los incrementos del costo.	del problema, uno de ellos establece que es el costo de la llamada, la otra que es el incremento.	objetivos del problema, el costo de la llamada, y el incremento.	del problema, ya sea el costo de la llamada o el incremento.	objetivos del problema, el costo de la llamada y el incremento.	dos objetivos del problema, genera dificultades, pues los estudiantes no abordan el problema completo sólo partes aisladas que no relacionan.
Selección de información relevante: capacidad para elegir la información previamente almacenada y relevante para la solución del problema, establecer comparaciones y relaciones con la información	Las dos estudiantes seleccionan los datos que les son útiles para resolver el problema.	Los dos estudiantes seleccionan los datos que les son útiles para resolver el problema.	Los dos estudiantes seleccionan los datos que les son útiles para resolver el problema.	Todos los estudiantes seleccionan los datos que les son útiles para resolver el problema.		Todos los estudiantes seleccionan los datos que les son útiles para resolver el problema, sin embargo omiten información útil para realizarlo correctamente o bien, no relacionan correctamente la información.
Interiorización y representación mental: Capacidad para utilizar símbolos, signos y conceptos. Llegar a la generalización y a un nivel de abstracción	Las dos estudiantes utilizan signos, cálculos aritméticos pero ninguna utiliza esta información para obtener una ecuación.	Los dos estudiantes utilizan signos, cálculos aritméticos pero una de ellas además utiliza Álgebra y funciones, ocupa un cierto nivel de abstracción	Los dos estudiantes utilizan signos, cálculos aritméticos pero ninguno elabora una ecuación.	Todos los estudiantes utilizan signos, cálculos aritméticos.	Solo una de las estudiantes utiliza Álgebra y funciones, se considera que tiene un cierto nivel de abstracción y generalización.	La mayoría de los estudiantes no utiliza la información que tienen y los recursos que implementaron para obtener una ecuación, sólo una de ellos lo hace, utiliza Álgebra y

		.				funciones.
Amplitud y flexibilidad mental: Capacidad para utilizar diferentes fuentes de información, estableciendo o entre ellas una coordinación y combinación adecuada.	Las dos estudiantes relacionan los minutos con los costos de diferentes formas una de ellas lo hace mediante una tabla y la otra mediante una serie de operaciones Aritméticas .	Los dos estudiantes encuentran alguna relación entre los datos pero aplican diferentes formas de hacerlo con gráficas y expresiones algebraicas o con operaciones Aritméticas .	Los dos estudiantes encuentran alguna relación entre los datos y las incógnitas pero aplican diferentes formas de hacerlo con una tabulación y regla de tres o con operaciones Aritméticas .	Todos los estudiantes encuentran alguna relación entre los datos y las incógnitas.	Los estudiantes aplican diferentes formas de relacionar los datos con las incógnitas: con tablas, operaciones Aritméticas, gráficas, expresiones algebraicas, regla de tres.	Los estudiantes descubren diferentes formas de relacionar los datos con las incógnitas: tablas, operaciones Aritméticas, gráficas, expresiones algebraicas, regla de tres, pero lo que más utilizan en este problema son operaciones Aritméticas.
Planificación de la conducta: Capacidad para prever la meta que se quiere conseguir, establecer un plan para alcanzar la meta o solución	Las dos estudiantes cuentan con un plan de acción para resolver el problema, pero lo hacen de manera diferente una lo hace mediante una tabla y la otra mediante una serie de operaciones Aritméticas .	Las dos estudiantes cuentan con un plan de acción para resolver el problema, pero lo hacen de manera diferente una lo hace con gráficas y expresiones algebraicas y el otro lo hace mediante una serie de operaciones Aritméticas .	Las dos estudiantes cuentan con un plan de acción para resolver el problema, pero lo hacen de manera diferente, con una tabulación y regla de tres o con operaciones Aritméticas .	Todos los estudiantes cuentan con un plan de acción para resolver el problema.	Los estudiantes elaboran su plan, pero lo hacen de manera diferente, mediante tablas, operaciones Aritméticas, gráficas y expresiones algebraicas.	Los estudiantes planifican lo que deben hacer para resolver el problema y lo hacen de diferentes formas, mediante tablas, operaciones Aritméticas, gráficas y expresiones algebraicas.

<p>Organización y estructuración perceptiva: capacidad para agrupar y organizar relaciones de objetos y hechos de la vida cotidiana</p>	<p>Las dos estudiantes identifican lo que tienen y lo que desean averiguar, pero lo hacen de manera diferente una de ellas relaciona los minutos con los costos mediante una tabla y la otra lo hace mediante una serie de operaciones Aritméticas .</p>	<p>Las dos estudiantes identifican lo que tienen y lo que desean averiguar, pero lo hacen de manera diferente una lo hace con gráficas y expresiones algebraicas y el otro lo hace mediante una serie de operaciones Aritméticas .</p>	<p>Los dos estudiantes identifican lo que tienen y lo que desean averiguar, pero lo hacen de manera diferente con una tabulación y regla de tres o con operaciones Aritméticas .</p>	<p>Todos los estudiantes identifican lo que tienen y lo que desean averiguar.</p>	<p>Los estudiantes identifican lo que tienen y lo que desean averiguar pero lo hacen de manera diferente, mediante tablas, operaciones Aritméticas, gráficas y ecuaciones.</p>	<p>Los estudiantes realizan operaciones mentales como el reconocimiento e identificación de lo que tienen y lo que desean averiguar, además clasifican la información y la relacionan mediante tablas, operaciones Aritméticas, gráficas y ecuaciones.</p>
<p>Conducta comparativa : capacidad para establecer relaciones de semejanza y diferencia entre objetos y sucesos</p>	<p>Una de las estudiantes identifica las semejanzas y diferencias entre los datos, al percatarse de que el incremento a partir del cuarto minuto no es el mismo en los minutos pares que en los impares, sin embargo para la otra</p>	<p>Una de las estudiantes identifica las semejanzas y diferencias entre los datos, al determinar dos algoritmos diferentes, uno para los primeros tres minutos y otro para minutos de 4 a más, sin embargo para el otro estudiante</p>	<p>Un de los estudiantes identifica las semejanzas y diferencias entre los datos, al determinar dos incrementos diferentes, uno para los primeros tres minutos y otro a partir del cuarto minuto, sin embargo para la otra</p>		<p>La mitad de los estudiantes identifica las semejanzas y diferencias entre los datos, pero lo hace de manera diferente, se percatan que los incrementos no son iguales para los primeros tres minutos y después de ellos, generan algoritmos</p>	<p>La mitad de los estudiantes tiene la capacidad para establecer las diferencias entre los datos y se percatan que los incrementos no son iguales para los primeros tres minutos y después de ellos.</p>

	estudiante el incremento del precio es el mismo para todos los minutos.	el incremento del precio es el mismo para todos los minutos.	estudiante el incremento del precio es el mismo para todos los minutos.		diferentes para estos dos casos. Los demás estudiantes consideran que el incremento del precio es el mismo para todos los minutos.	
Pensamiento hipotético: capacidad para establecer hipótesis y comprobarlas, intuir varias alternativas al explicar un hecho y validarlas	Solo una estudiante establece otro camino para llegar a la solución del problema, pero no lo realiza.	Solo una estudiante establece otro camino para llegar a la solución del problema, pero no lo realiza.	Ambos estudiantes reconocen que debe de haber otros métodos de solución del problema, sin embargo no especifican ninguno.		La mitad de los estudiantes solo menciona que debe de haber otros caminos de solución, pero ninguno lo lleva a cabo.	Ninguno de los estudiantes aplica otro método para la resolución del problema.
Evidencia lógica: formular y razonar con argumentos lógicos la validez de la respuesta	Los dos estudiantes establecen razonamientos lógicos que les dan la certeza de que su solución es viable.	Los dos estudiantes establecen razonamientos lógicos que les dan la certeza de que su solución es viable.	Los dos estudiantes establecen razonamientos lógicos que les dan la certeza de que su solución es viable.	Todos los estudiantes establecen razonamientos lógicos que les dan la certeza de que su solución es viable.		Todos los estudiantes establecen razonamientos lógicos que les dan la certeza de que su solución es viable, sin embargo no todos verifican que su respuesta es correcta.
Clasificación cognitiva: capacidad para organizar datos, uso de	Las dos alumnas comprueban que su respuesta cumple con las	Los dos alumnos comprueban que su respuesta cumple con las	Los dos alumnos comprueban que su respuesta cumple con las	Todos los alumnos comprueban que su respuesta cumple con las		Todos los alumnos comprueban que su respuesta cumple con las

conceptos, instrumentos verbales y establecimiento de relaciones para llegar a la precisión de la respuesta	condiciones del problema hasta los tres minutos, en los minutos subsecuentes tienen errores.	las condiciones del problema hasta los tres minutos, en los minutos subsecuentes tienen errores.	condiciones del problema hasta los tres minutos, en los minutos subsecuentes tienen errores.	condiciones del problema hasta los tres minutos, en los minutos subsecuentes tienen errores.		condiciones del problema hasta los tres minutos, en los minutos subsecuentes tienen errores, pues algunos, incrementan la misma cantidad cada minuto, otros incrementan de más o de menos.
---	--	--	--	--	--	--

4.8 Comparación del análisis por temas²³

A continuación se comparan los temas involucrados en los problemas uno y dos, por grupos, los cuales pertenecen a diferentes semestres, basándose en las conclusiones de cada grupo, con respecto a cada tema.

Tabla 19.1 Comparación de los temas involucrados en el problema 1 por grupos.

TABLA COMPARATIVA POR GRUPO: TEMAS DEL PROBLEMA 1						
Temas	Conclusiones			Semejanzas	Diferencias	Conclusiones
	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3			
Aritmética	Las dos estudiantes utilizan Aritmética para resolver el problema.	Los dos estudiantes utilizan Aritmética para resolver el problema.	Los dos estudiantes utilizan Aritmética para resolver el problema.	Todos los estudiantes utilizan Aritmética para resolver el problema.		El problema puede ser resuelto utilizando Aritmética, Álgebra geometría, Pre cálculo y Cálculo Diferencial,

²³ Las tablas de análisis de los grupos que no se han contemplado en esta sección, se encuentran ubicadas en el apartado de Tablas y figuras.

						pero los estudiantes sólo utilizaron Aritmética.
Álgebra	Ninguna utilizó Álgebra.	Sólo una estudiante utiliza Álgebra, al elaborar una serie de expresiones algebraicas que utilizó como ecuaciones.	Ninguno utilizó Álgebra.		Sólo una estudiante utiliza Álgebra, al elaborar una serie de expresiones algebraicas que aplica como ecuaciones.	Al utilizar solo Aritmética, los estudiantes no emplean otros conocimientos aprendidos como el Álgebra, para elaborar ecuaciones.
Geometría	Ninguna utilizó geometría.	Ninguno utilizó geometría.	Ninguno utilizó geometría.	Ninguna utilizó geometría.		Al utilizar solo Aritmética, los estudiantes no emplean otros conocimientos aprendidos como la geometría, para obtener los incrementos por medio de la pendiente, tanto en el intervalo de tres minutos como después de éstos.
Pre cálculo: funciones	Solo una estudiante utilizó una tabla para establecer relaciones y poder resolver el problema, hace una introducción al Pre cálculo.	Solo una estudiante utilizó dos gráficas para representar los minutos y los costos y otra para mostrar los incrementos, hace una introducción al Pre	Ninguno utilizó Pre cálculo.		Solo dos estudiantes utilizan representaciones del problema como tablas y gráficas.	La mayoría de los estudiantes no emplean representaciones para interpretar el problema.

		cálculo.				
Cálculo Diferencial	Ninguna utilizó Cálculo Diferencial .	Ninguno utilizó Cálculo Diferencial .	Ninguno utilizó Cálculo Diferencia l.	Ninguno utilizó Cálculo Diferencia l.		Al utilizar sólo Aritmética, los estudiantes no emplean otros conocimientos aprendidos como el Cálculo Diferencial, para obtener los incrementos por medio de la derivada, tanto en el intervalo de tres minutos como después de éstos.

La pregunta de investigación giró alrededor de: **¿Cuáles son las diferencias metodológicas y cognitivas en los procedimientos utilizados por estudiantes de la carrera de Sistemas Computacionales en la resolución de problemas de cálculo aplicado?**

Respecto al primer problema:

Las diferencias metodológicas que se detectaron en los procedimientos que utilizaron los estudiantes para resolver el primer problema fueron:

- Las formas que utilizan los estudiantes para representar el problema y relacionar los datos con las incógnitas son diferentes: tablas, operaciones Aritméticas, gráficas, una línea, expresiones algebraicas y regla de tres.
- Sólo tres alumnos identifican los dos objetivos del problema, el costo de la llamada y el incremento; dos estudiantes van más allá y establecen también lo que desean averiguar.
- Sólo una estudiante traduce las relaciones encontradas al lenguaje matemático mediante dos expresiones algebraicas, las ordena y las utiliza como ecuaciones.
- Dos estudiantes resuelven el problema minuto a minuto y algunos hacen una serie de operaciones separadas.
- La mitad de los estudiantes sólo menciona que debe de haber otros caminos de solución, pero ninguno lo lleva a cabo.

Las diferencias cognitivas, que se observaron en los procedimientos que utilizaron los estudiantes para resolver el primer problema fueron:

- Sólo tres alumnos identifican los dos objetivos del problema, el costo de la llamada y el incremento.
- Algunos estudiantes además de la Aritmética, utilizaron Pre cálculo y Álgebra.
- Sólo dos alumnas utilizaron la simbología adecuada de las funciones y una de ellas la del Álgebra.
- Los estudiantes identifican lo que tienen y lo que desean averiguar, elaboran su plan y relacionan los datos con las incógnitas, pero lo hacen de manera diferente, mediante tablas, operaciones aritméticas, gráficas y ecuaciones.
- La mitad de los estudiantes identifica las semejanzas y diferencias entre los datos, se percatan que los incrementos no son iguales para los primeros tres minutos y después de ellos, generan algoritmos diferentes para estos dos casos.
- Los demás estudiantes consideran que el incremento del precio es el mismo para todos los minutos.

Respecto al segundo problema:

Las diferencias metodológicas que se detectaron en los procedimientos que utilizaron los estudiantes para resolver el segundo problema fueron:

- Las formas que utilizan los estudiantes para representar el problema, relacionar los datos con las incógnitas son diferentes: regla de tres, funciones, operaciones, y análisis de unidades.
- Sólo dos alumnos identifican el verdadero objetivo del problema, encontrar la velocidad más económica y cuatro estudiantes van más allá y establecen también lo que desean averiguar.
- Cuatro alumnos comprueban que su respuesta cumple con las condiciones del problema para los incisos (a) y (b), una sólo para el inciso (a) y otra para ningún inciso.

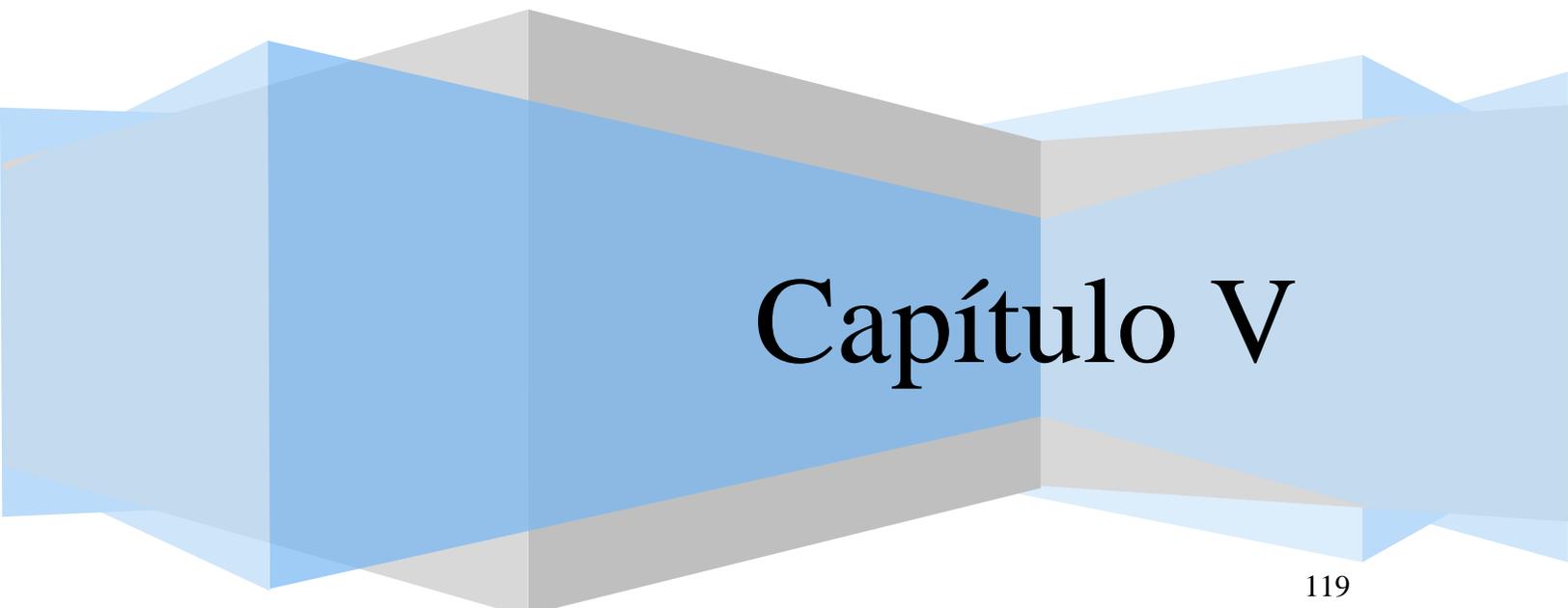
Las diferencias cognitivas que se observaron en los procedimientos que utilizaron los estudiantes para resolver el segundo problema fueron:

- Los estudiantes identifican diferentes materias, a las cuales pertenece el problema: “Cálculo, Álgebra, Física y Ecuaciones (se refieren a Ecuaciones Diferenciales, pero solo escriben ecuaciones)”.
- Sólo dos alumnos identifican el verdadero objetivo del problema, encontrar la velocidad más económica.
- Cuatro estudiantes utilizaron la simbología adecuada del Álgebra y de las funciones y sólo uno utiliza la del cálculo.

-
- Los estudiantes identifican lo que tienen, lo que desean averiguar y relacionan los datos con las incógnitas, pero lo hacen de manera diferente, mediante regla de tres, funciones, operaciones, y análisis de unidades, se considera que tienen un cierto nivel de abstracción.

Al analizar las tablas podemos notar que el estudiante aplica diferentes estrategias para dar solución a los problemas, ya que los problemas que se aplicaron en la actividad son diferentes a los que aborda el estudiante en el aula, y los obliga a pensar entonces en otros caminos para resolverlos.

Conclusiones



Capítulo V

La pregunta de investigación: ¿Cuáles son las diferencias metodológicas y cognitivas en los procedimientos utilizados por estudiantes de la carrera de Sistemas Computacionales en la resolución de problemas de cálculo aplicado?, se situó en un contexto de educación superior, en donde, según el plan de estudios de la Licenciatura en Sistemas Computacionales, ocho asignaturas del área de matemáticas se consideran obligatorias, dentro de las cuales se encuentra el Cálculo Diferencial, esta asignatura involucra los temas matemáticos que se utilizaron para resolver los problemas que se aplicaron en ésta investigación.

Es basto el interés en la resolución de problemas, ya que autores como: Ávila (2001) expresa que el vínculo entre la matemática y la vida, es el elemento esencial del sentido y la razón de la matemática escolar; Camarena, (como la citó Zúñiga, 2005) señala que la matemática en contexto, ayuda al estudiante a construir su propio conocimiento, refuerza el desarrollo de habilidades matemáticas, mediante el proceso de resolver problemas; Artigue (como la citó Zúñiga, 2005) afirma que se encuentran grandes dificultades para que los estudiantes alcancen una comprensión satisfactoria de los conceptos y métodos del cálculo, debido a que la enseñanza universitaria, tiende a centrarse en una práctica algorítmica y algebraica del cálculo y a evaluar en esencia las competencias adquiridas en este dominio. Observando la importancia de la resolución de problemas se optó por identificar, analizar y comparar las diferencias metodológicas y cognitivas en los procedimientos utilizados por estudiantes de los tres primeros semestres de la carrera de Sistemas Computacionales en la resolución de problemas de cálculo aplicado, uno que enfatizó en la intuición y otro que exigió una solución formal. Para detectar los obstáculos y dificultades que tienen los estudiantes al resolver problemas y dar posibles explicaciones y soluciones a estos conflictos. Ya que como postula Schoenfeld (como lo citó García, 2000), la finalidad es explicar qué es lo que produce el pensamiento productivo e identificar las capacidades que permiten resolver problemas.

Debido a que se compararon las diferencias metodológicas y cognitivas en los procedimientos utilizados por los estudiantes, se tomaron como punto de partida tres modelos de resolución de problemas, citados por Matute, Pérez y Di'Bacco (2009). El estudio de estas metodologías, nos permitió escoger para el análisis de esta investigación la Metodología de García, ya que sus etapas muestran los detalles en la resolución de un problema, mediante pasos claros y precisos y de esta forma nos permitió comparar los pasos, el procedimiento idóneo para resolver los problemas, con las metodologías usadas por los estudiantes. Para identificar, analizar y comparar las diferencias cognitivas usamos la Teoría del Mapa Cognitivo y la Teoría de las Funciones Cognitivas de R. Feuerstein (como lo citó Zúñiga, 2005), las cuales nos permitieron comprender y llevar a cabo el estudio cognitivo de los procesos mentales de los estudiantes utilizados en su procedimiento al resolver dos problemas del cálculo aplicado.

Lezama (2003) afirma que la ingeniería didáctica es utilizada como metodología de investigación e instrumento para la producción de desarrollos para la enseñanza, así como en el registro de los estudios de caso, cuya validación es interna, basada en la confrontación entre el análisis a priori y a posteriori. En ésta investigación la ingeniería didáctica fue utilizada como metodología de investigación, la cual nos permitió planear de manera acertada las actividades de la investigación, su diseño, aplicación y validación, así como abordar la pregunta de investigación en diferentes aspectos, epistemológico, cognitivo, y didáctico.

Finalmente se hace una reflexión general de los resultados obtenidos:

El modelo de resolución de problemas de García permitió comparar los pasos, el procedimiento idóneo para resolver los problemas, con las metodologías usadas por los estudiantes.

Respecto al primer problema:

Metodología.

Con respecto al primer problema de la actividad que se aplicó a los estudiantes durante la investigación, al seguir la metodología que aplicaron, observamos que los estudiantes toman conocimientos de Aritmética y Pre cálculo para representar el problema, seleccionan la información importante para resolverlo pero a pesar de esto tienen errores, por omitir alguna información, como por ejemplo que a partir del cuarto minuto el incremento en el precio de la llamada ya no es el mismo y es uno para los minutos pares y otro para los nones. También el no identificar desde un principio los dos objetivos del problema, encontrar el costo de la llamada y el incremento del costo al pasar los minutos, les generó dificultades, pues los estudiantes no abordan el problema completo sólo partes aisladas que no relacionan, les es más fácil identificar los datos del problema, que otras cuestiones como los objetivos, las variables o las incógnitas.

Los estudiantes emplean diferentes formas de relacionar los datos con las incógnitas: tablas, operaciones aritméticas, gráficas, expresiones algebraicas, regla de tres, pero lo que más utilizan en este problema son operaciones aritméticas, lo que no les permite generalizar mediante una expresión algebraica, función o ecuación. De los 6 estudiantes que se analizaron, sólo una de ellos, elabora una serie de expresiones algebraicas, para resolver el problema.

Los estudiantes realizan los cálculos necesarios para resolver el problema, algunos estudiantes lo hacen minuto a minuto, sin embargo estas operaciones, en algunos casos no son las correctas.

Debido a que, en el cuestionario se colocaron preguntas como: ¿Por qué lo hiciste de esa manera?; ¿Para qué lo hiciste de esa forma?; ¿Qué esperabas obtener?; ¿Pensaste que así

salía la respuesta?, ¿Por qué?; ¿Desde el principio sabías que saldría así el resultado o la solución fue saliendo “sola”? Los estudiantes establecen razonamientos lógicos que les dan la certeza de que su solución es viable, sin embargo no todos verifican que su respuesta sea correcta. Aunque se les planteó la última pregunta del cuestionario, ¿Cómo puedes estar seguro (a) que así es la solución?, algunos sólo la contestan pero no realizan un procedimiento para verificar su respuesta. Convendría entonces agregar en la última pregunta: “¿Cómo puedes estar seguro (a) que así es la solución? Realiza un procedimiento.

Ellos comprueban que su respuesta cumple con las condiciones del problema hasta los tres minutos, en los minutos subsecuentes tienen errores, pues algunos incrementan la misma cantidad cada minuto, otros incrementan de más o de menos.

Los estudiantes siguen una metodología para resolver el primer problema, sin embargo omiten algunos pasos o éstos están incompletos, como el error de no establecer todos los objetivos del problema, no elaborar funciones o ecuaciones, no seccionar el problema, para poder ver detalles del mismo y poder eliminar los errores que se tuvieron. Por lo que se puede decir que ninguno de los estudiantes analizados utilizó estrategias metodológicas suficientemente consistentes que los ayudaran a elaborar procedimientos ordenados y lógicos que les permitieran comprender, analizar y resolver problemas aplicando el cálculo, ya que durante la carrera, los estudiantes no aprenden ninguna metodología para la resolución de problemas, por consiguiente la falta de una metodología es independiente del semestre que cursan los alumnos. Aunque también consideramos que la naturaleza de los problemas, el hecho de que no sean problemas tradicionales, que tengan un contexto diferente a los problemas que se muestran en las clases de Cálculo Diferencial, hace que los estudiantes no apliquen una metodología propia para este tipo de problemas.

Mapa cognitivo y funciones cognitivas.

La Teoría del mapa cognitivo y la teoría de las funciones cognitivas de R. Feuerstein, nos permitieron tener categorías para comprender cómo el estudiante resuelve los problemas de aplicación del cálculo y establecer las dificultades y obstáculos en el funcionamiento mental del estudiante. Conocer cómo relaciona los problemas que se le presentaron con el aprendizaje adquirido recientemente y con el que ya poseía, la capacidad del individuo para aplicar la experiencia previa y adaptarla a nuevas situaciones, cómo organiza y estructura la información en la solución de problemas, que le permiten hacer un uso eficaz de la información disponible.

Al analizar el mapa cognitivo nos percatamos que los conocimientos que aplican los estudiantes para resolver el primer problema pertenecen a las materias de Aritmética, Álgebra y Pre cálculo. Sin embargo, lo que más utilizan son operaciones aritméticas, por consiguiente ocupan un lenguaje numérico y la simbología adecuada de la Aritmética, sólo una estudiante aplica la simbología adecuada de las funciones y del Álgebra.

Todos los estudiantes realizan operaciones mentales como el reconocimiento e identificación de lo que tienen y lo que desean averiguar, además clasifican la información y la relacionan mediante tablas, operaciones Aritméticas y gráficas. Sin embargo ninguno utiliza la información que tienen y los recursos que implementaron para obtener una ecuación, sólo una alumna lo hace, utiliza Álgebra y funciones.

El mapa cognitivo nos muestra que todos los estudiantes desarrollan las primeras operaciones mentales. Sin embargo, no todos logran clasificar correctamente la información y comparar los datos para darse cuenta de las diferencias entre ellos, de tal forma que la mayoría no llega a un nivel de generalización y abstracción.

Las funciones cognitivas nos permitieron detectar en donde surgían las dificultades para resolver el primer problema, y los resultados arrojaron que:

1. Los estudiantes no identifican desde un principio los dos objetivos del problema, lo que trae como consecuencia que no aborden el problema completo sólo partes aisladas que no relacionan.
2. Sólo la mitad de los estudiantes se dio cuenta de las diferencias entre los datos, por consiguiente no se percatan que los incrementos no son iguales para los primeros tres minutos y los minutos posteriores.
3. Elaboran hipótesis para resolver el problema, pero carecen de un plan para validarlas.
4. Ninguno confirma la validez de su solución, porque no están seguros de ésta, porque no saben que camino seguir para comprobar su respuesta o bien, crean razonamientos lógicos que los llevan a establecer la eficacia de su solución, pero no los utilizan, debido a que no relacionan los conocimientos del cálculo aprendidos previamente con los problemas a resolver.

La manera de proponer los problemas, sobre todo las preguntas que hacen énfasis sobre las partes de la resolución del problema y las respuestas de los alumnos nos permitieron observar aspectos cognitivos de los estudiantes, los cuales reflejan que el aprendizaje de los contenidos de Álgebra, funciones y Cálculo ha sido insuficiente, debido a que los estudiantes no han podido relacionar de manera significativa los conocimientos aprendidos, con los problemas de aplicación. Existieron interacciones entre los conocimientos previos de Aritmética, Álgebra y funciones, pero no del Cálculo.

Temas.

Con respecto a los temas que se aplicaron para solucionar el primer problema, éste puede ser resuelto utilizando Aritmética, Álgebra, Geometría, Pre cálculo y Cálculo Diferencial, pero los estudiantes prefirieron utilizar Aritmética. Al utilizar sólo esta materia, los estudiantes no emplean otros conocimientos aprendidos en cursos anteriores, como Álgebra, para elaborar ecuaciones; o Geometría y Cálculo Diferencial para obtener los

incrementos por medio de la pendiente o la derivada tanto en el intervalo de tres minutos como después de éstos. Debido a que como ya se había explicado anteriormente el diseño del problema uno, enfatizó en la intuición, los estudiantes podían resolverlo de diferentes formas, tomar diferentes caminos de solución y escogieron la aritmética.

Respecto al segundo problema:

Metodología.

En el segundo problema los estudiantes toman conocimientos de Aritmética, Pre cálculo y Álgebra para representar el problema, pero a pesar de esto tienen errores, pues no identifican desde un principio el verdadero objetivo del problema, la velocidad más económica. Sin embargo descubren diferentes formas de relacionar los datos con las incógnitas: regla de tres, funciones, operaciones y análisis de unidades. La mayoría de los estudiantes traduce las relaciones encontradas al lenguaje matemático, generalizan mediante expresiones algebraicas, funciones o ecuaciones, que ordenan de acuerdo a los incisos del problema.

Otra dificultad importante que surge son las unidades que se manejan en este problema, ya que se requiere de dos análisis de unidades para poder resolver el problema, los estudiantes sólo lo hacen en el inciso (a), aunque están familiarizados con ellas, surgen algunas dificultades en los análisis que llevan a resultados erróneos: no seleccionan correctamente los datos a utilizar, no relacionan adecuadamente la información, por estos motivos ningún estudiante llega a encontrar la velocidad más económica a la que debe ir el camión.

La mayoría de los estudiantes, establece razonamientos lógicos que les dan la certeza de que su solución es viable, pero ninguno confirma la validez de su solución, comprueban que su respuesta cumple con las condiciones del segundo problema para los incisos (a) y (b), en los incisos subsecuentes cometen errores o lo dejan inconcluso.

La mayoría de los estudiantes siguen una metodología más estructurada, ordenada y lógica para resolver el segundo problema. Sin embargo, también omiten algunos pasos o éstos están incompletos, como por ejemplo el no identificar desde un principio el verdadero objetivo del problema, no seleccionar correctamente los datos a utilizar, no relacionar adecuadamente la información, no confirmar la validez de su solución, debido a estas omisiones, ningún estudiante llega a encontrar la velocidad más económica a la que debe ir el camión. Y al igual que el primer problema, ninguno de los estudiantes analizados utilizó estrategias metodológicas suficientemente consistentes que los ayudaran a elaborar procedimientos ordenados y lógicos que les permitieran comprender, analizar y resolver problemas aplicando el Cálculo, ya que durante la carrera, los estudiantes no aprenden ninguna metodología para la resolución de problemas, por consiguiente la falta de una metodología es independiente del semestre que cursan los alumnos.

Creemos que debido a que la estructura del problema dos es más formal que el problema uno, hace que los estudiantes traigan a sus mentes problemas que han abordado en sus cursos de Álgebra, Física y Cálculo Diferencial. Las preguntas en el problema: ¿Cuántos litros por hora (l/h) de diesel se consumen, cuando la velocidad es de 60km/h?, ¿Cuál es el costo del litro de diesel por hora [(\$ l)/h], cuando la velocidad es de 60 Km/h? los van guiando a hacer un análisis de unidades. Las indicaciones: Escribe la función del costo del litro de diesel por hora y escribe la función del costo del litro de diesel por kilómetro [(\$ l)/km], los inducen a elaborar una ecuación.

Mapa cognitivo y funciones cognitivas.

Dentro del mapa cognitivo pudimos observar que los conocimientos que aplican los estudiantes para resolver el segundo problema pertenecen a las materias de Aritmética, Álgebra, Física y Cálculo Diferencial. Sin embargo difiere de lo que comentan los estudiantes, pues ellos suponen que las materias, a las cuales pertenece el segundo problema son Cálculo, Álgebra, Física y Ecuaciones, entonces desde este punto podemos detectar que los estudiantes tienen dificultades en identificar las materias a las cuales pertenece este problema.

Los estudiantes utilizan operaciones aritméticas y aplican las unidades correspondientes a los datos para resolver el problema, ocupan un lenguaje numérico y la simbología adecuada de la Aritmética y la Física, sólo algunos estudiantes aplican la simbología adecuada de las funciones y del Álgebra y sólo uno la del Cálculo. Realizan operaciones mentales como el reconocimiento e identificación de lo que tienen y lo que desean averiguar, además clasifican la información y la relacionan mediante regla de tres, funciones, operaciones, y análisis de unidades. Lo que permite ver esto son las tablas que diseñamos con base en los parámetros del Mapa cognitivo y las Funciones cognitivas de R. Feuerstein. Entonces podemos decir que la mayoría de los estudiantes utiliza la información que tienen y los recursos que implementaron para obtener una ecuación, sólo una de ellos no lo hace.

Las funciones cognitivas nos permitieron identificar algunas de las dificultades de los estudiantes al resolver el segundo problema, dificultades como:

1. El no identificar desde un principio el verdadero objetivo del problema, pues los estudiantes no abordan el problema completo sino sólo partes aisladas.
2. No seleccionar la información importante de forma acertada, ya que todos cometen errores, al no hacer correctamente el análisis de unidades.
3. No aplican correctamente el Álgebra cuando elaboran las ecuaciones que les han de servir para resolver el problema.
4. Debido a que no generan la ecuación de la velocidad, no pueden aplicar el Cálculo (máximos y mínimos) para determinar la velocidad más económica.
5. Elaboran hipótesis para resolver el problema, pero carecen de un plan para validarlas.

-
6. Ninguno confirma la validez de su solución, porque no están seguros de ésta, porque no saben qué camino seguir para comprobar su respuesta o bien, crean razonamientos lógicos que los llevan a establecer la eficacia de su solución, pero no los utilizan, debido a que no relacionan los conocimientos aprendidos previamente con los problemas a resolver, ya sean de Álgebra, Física o Cálculo Diferencial.

Las respuestas de los alumnos nos permitieron observar aspectos cognitivos de los estudiantes, los cuales reflejan que al igual que en el problema uno, el aprendizaje de los contenidos de Álgebra, funciones y Cálculo ha sido insuficiente, debido a que los estudiantes no han podido relacionar de manera significativa los conocimientos aprendidos, con los problemas de aplicación y por consiguiente no logran movilizarlos para resolver el problema. Existieron interacciones entre los conocimientos previos de Aritmética, Álgebra, Física y funciones, pero no del Cálculo.

Temas.

El problema puede resolverse utilizando Aritmética, Física, Álgebra y Cálculo Diferencial, los estudiantes efectúan operaciones aritméticas y regla de tres, al hacer un análisis de unidades, pero sólo lo hacen en el inciso (a), elaboran funciones, esto les permite relacionar la información que tienen y ocupan un cierto nivel de abstracción y generalización. Sin embargo no emplean otros conocimientos aprendidos como el Cálculo Diferencial, para obtener la velocidad más económica.

Se detectaron entre los alumnos de los diferentes semestres diferencias importantes en la metodología que utilizaron para resolver el primer problema de cálculo aplicado, las formas que utilizan para representar el problema y relacionar los datos con las incógnitas son diferentes: tablas, operaciones Aritméticas, gráficas, una línea, expresiones algebraicas y regla de tres, sólo un alumno de segundo semestre y los dos del tercer semestre identifican los dos objetivos del problema, el costo de la llamada y el incremento. Dos estudiantes, de segundo y tercer semestre van más allá y establecen también lo que desean averiguar, sólo una estudiante de segundo semestre traduce las relaciones encontradas al lenguaje matemático mediante dos expresiones algebraicas, las ordena y las utiliza como ecuaciones. Y dos estudiantes, de primero y tercer semestre resuelven el problema minuto a minuto, los demás hacen una serie de operaciones separadas. Un estudiante de segundo semestre y los dos del tercer semestre mencionan que debe de haber otros caminos de solución, pero ninguno lo lleva a cabo.

También se descubrieron diferencias importantes en la metodología que utilizaron los alumnos de los diferentes semestres para resolver el segundo problema de cálculo aplicado, las formas que utilizan los estudiantes para representar el problema, relacionar los datos con las incógnitas son diferentes: regla de tres, funciones, operaciones, y análisis de unidades. Dos alumnos, de segundo y tercer semestre identifican el verdadero objetivo del problema,

encontrar la velocidad más económica y cuatro estudiantes, los dos de primer y tercer semestre van más allá y establecen también lo que desean averiguar, una alumna del primer semestre, un alumno del segundo semestre y los dos del tercer semestre comprueban que su respuesta cumple con las condiciones del problema para los incisos (a) y (b).

Creemos que estas diferencias se deben a que los estudiantes aplican los conocimientos aprendidos previamente de diferente forma, lo que no es incorrecto, sino que el conflicto viene cuando no identifican los objetivos del problema, o lo hacen de forma incompleta, la explicación que encontramos para esta dificultad es que los estudiantes no han llevado dentro de sus asignaturas de la licenciatura una metodología para resolver problemas. El problema uno, puede resolverse aún si no se elabora ninguna función, sin embargo ésta podría hacer que el estudiante verificara sus respuestas, sin embargo el enfoque, la redacción del problema uno, no le sugiere al alumno que elabore alguna función. Por el contrario el problema dos, le sugiere al alumno que elabore varias veces funciones y lo hace.

Se observaron entre los alumnos de los diferentes semestres diferencias cognitivas importantes al resolver el primer problema de cálculo aplicado, como se mencionó en las diferencias metodológicas las formas que utilizan para representar el problema y relacionar los datos con las incógnitas son diferentes. Además sólo un alumno de segundo semestre y los dos del tercer semestre identifican los dos objetivos del problema, una estudiante de primero y otra de segundo además de la Aritmética, utilizaron Pre cálculo y Álgebra, un estudiante de cada semestre identifica las semejanzas y diferencias entre los datos, se percatan que los incrementos no son iguales para los primeros tres minutos y los minutos posteriores, generan algoritmos diferentes para estos dos casos, los demás consideran que el incremento del precio es el mismo para todos los minutos.

Asimismo, aparecieron entre los alumnos de diferentes semestres diferencias cognitivas importantes al resolver el segundo problema de Cálculo aplicado, como se mencionó en las diferencias metodológicas las formas que utilizan para representar el problema y relacionar los datos con las incógnitas son diferentes. Además dos alumnos, de segundo y tercer semestre identifican el verdadero objetivo del problema, una estudiante de primer semestre y uno de segundo identifican que el problema pertenece al Cálculo, y el otro estudiante de primero y el de segundo comentan que corresponde al Álgebra, mientras que los del tercer semestre afirman que se relaciona con Física y ecuaciones; una alumna del primer semestre, un alumno del segundo semestre y los dos del tercer semestre utilizaron la simbología adecuada del Álgebra y la de las funciones y sólo uno de tercer semestre utiliza la del cálculo.

Por lo tanto, se puede decir que los estudiantes de semestres superiores utilizan mejor los conocimientos matemáticos previos, como Aritmética, Álgebra y más avanzados, como

Cálculo, aunque también se observa que no se encuentran suficientemente interiorizados, debido a que presentan errores al aplicar estos conocimientos.

El análisis de los profesores nos muestra que al igual que los alumnos, no tienen una metodología definida para resolver los problemas. Sin embargo identifican con más exactitud los problemas, además muestran una aplicación de los conocimientos aritméticos, algebraicos y de cálculo más completa y específica, tienden a resolver los problemas por varios caminos, utilizando Aritmética y haciendo los cálculos paso a paso. En el caso del primer problema, además de elaborar ecuaciones más útiles para resolver el segundo problema. Los profesores aplican Cálculo Diferencial e identifican que es un problema de optimización, pues aplican máximos y mínimos.

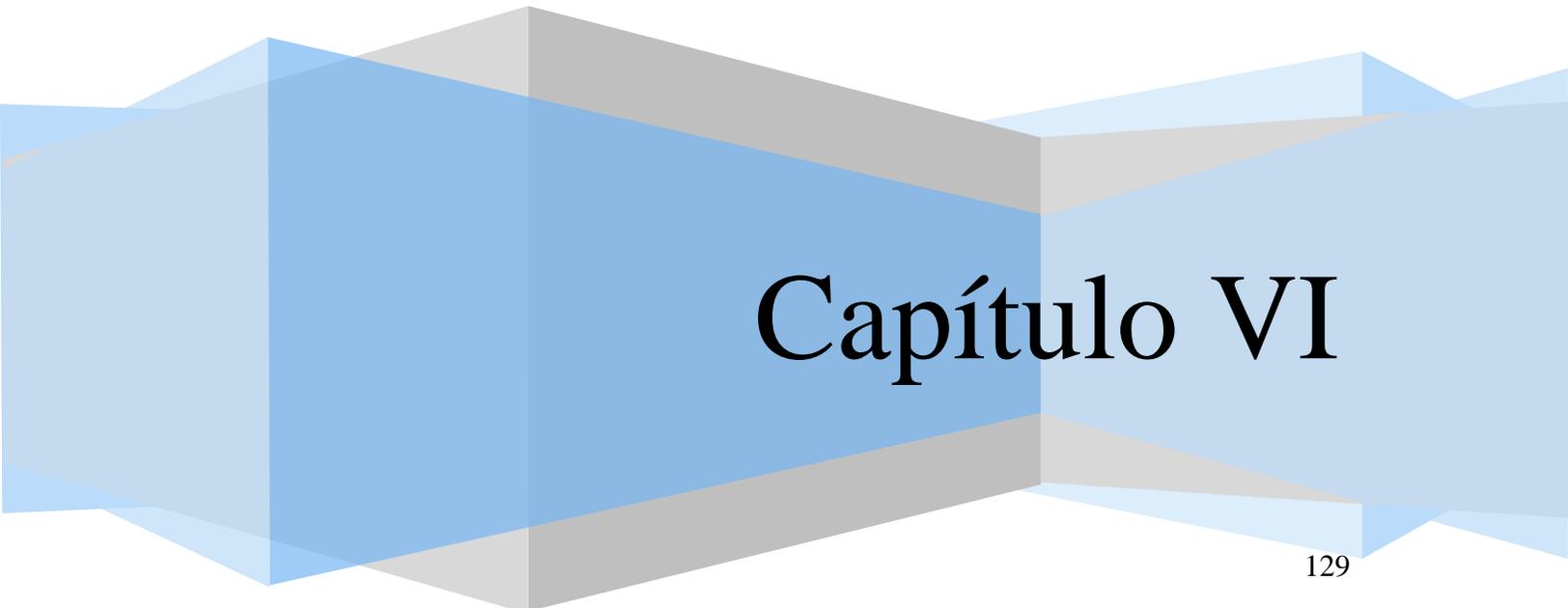
Debido a los resultados que arrojó ésta investigación sería pertinente que en los programas de estudio de las materias de matemáticas o bien en las academias de matemáticas se pida que cuando se aborden temas sobre la resolución de problemas de cálculo aplicado, éstos vayan acompañados de la enseñanza de una técnica de solución de problemas, para que los estudiantes tengan un modelo sobre el cual guiarse para resolver problemas. Asimismo, que los profesores y profesoras traten durante sus clases diferentes problemas de aplicación del Cálculo, no sólo los tradicionales y fuera de contexto, sino aquellos que tengan más relación con la vida cotidiana, para que los estudiantes le encuentren sentido al Cálculo y se produzca un aprendizaje significativo en ellos.

Después de esta investigación y habiendo observado que los estudiantes tienen dificultades desde identificar los objetivos de los problemas, es pertinente hacer un estudio sobre la fase de entrada, para analizar la percepción del problema y el grado de comprensión de los estudiantes en el proceso de resolución de los problemas.

También se puede planear una secuencia que involucre la solución de problemas de aplicación de cálculo en contexto, siguiendo alguno de los modelos de resolución de problemas y aplicarla a los mismos grupos de esta investigación, para determinar si existe un aprendizaje significativo al incluir estos aspectos en una actividad en el aula.

Tablas y figuras

En esta sección se colocan los temas matemáticos por semestre que se cubren en la Licenciatura de Sistemas Computacionales, las soluciones a los problemas que se aplicaron, la digitalización de la solución a los problemas, por parte de un profesor y por los estudiantes, así como las tablas de análisis.



Capítulo VI

Diagrama 1.2. Temas de la Asignatura de Lógica Matemática.

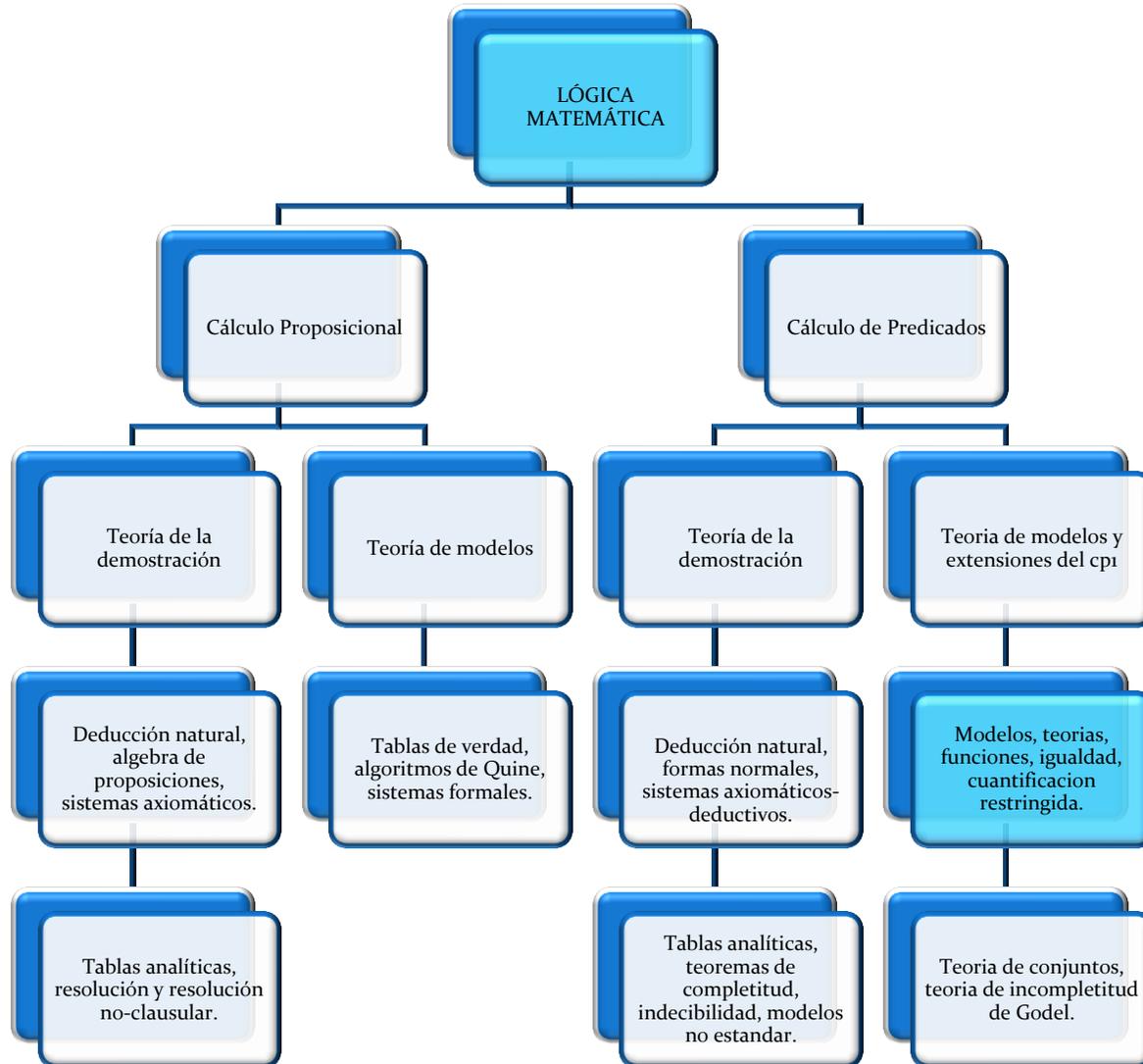


Diagrama 1.3. Temas de la Asignatura de Cálculo Integral.

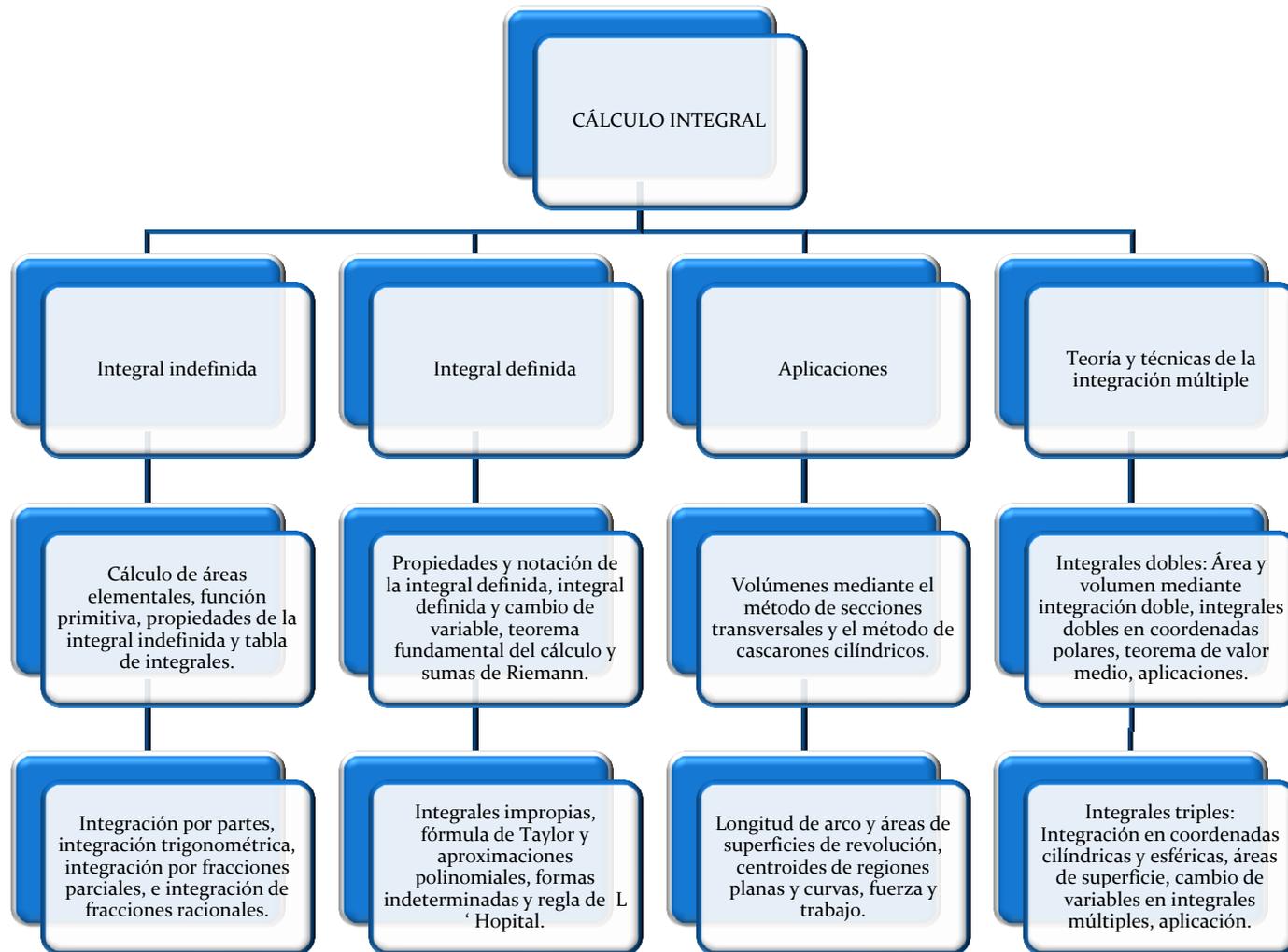


Diagrama 1.4. Temas de la Asignatura de Álgebra Lineal.

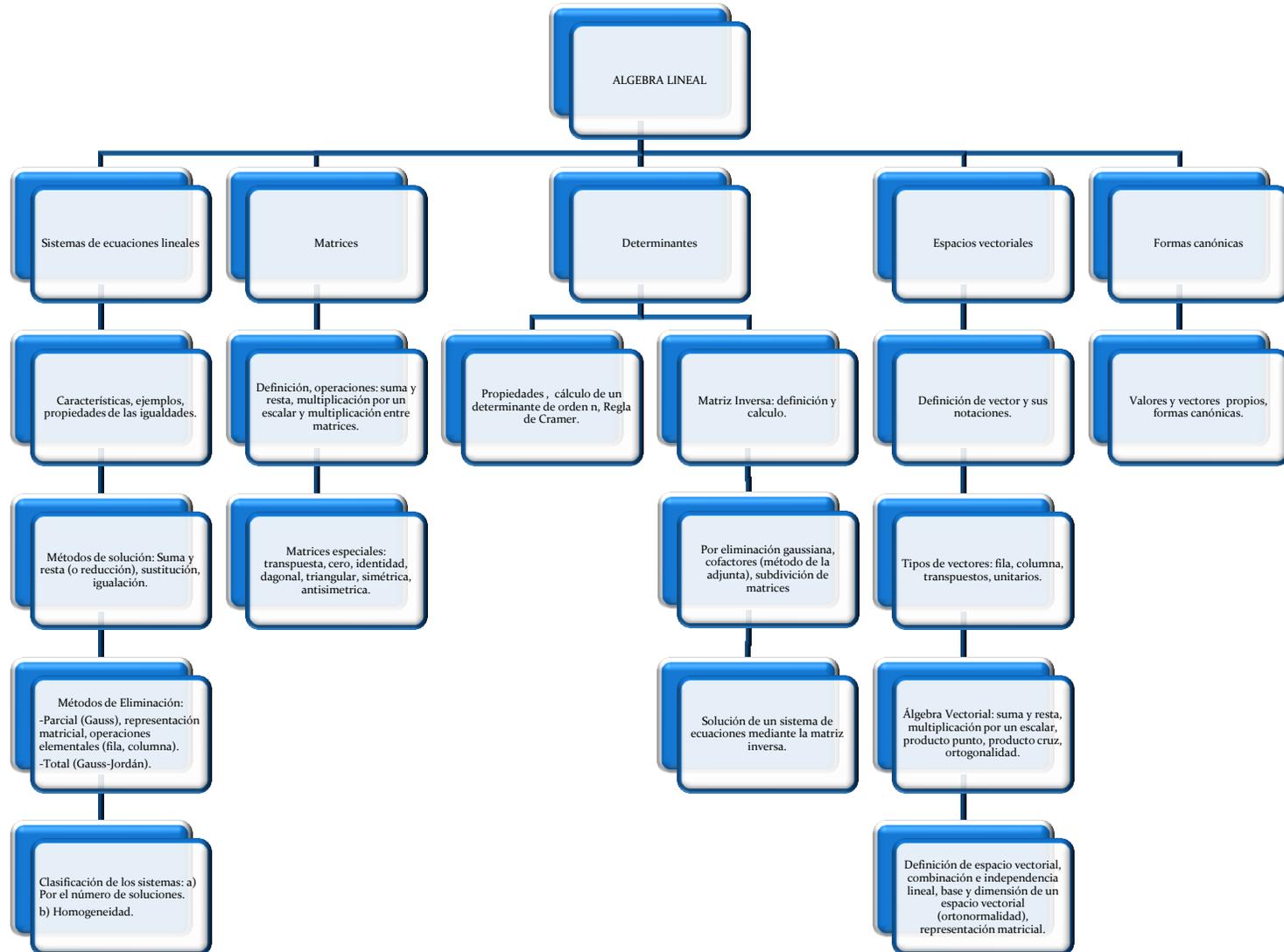


Diagrama 1.5. Temas de la Asignatura de Ecuaciones Diferenciales.

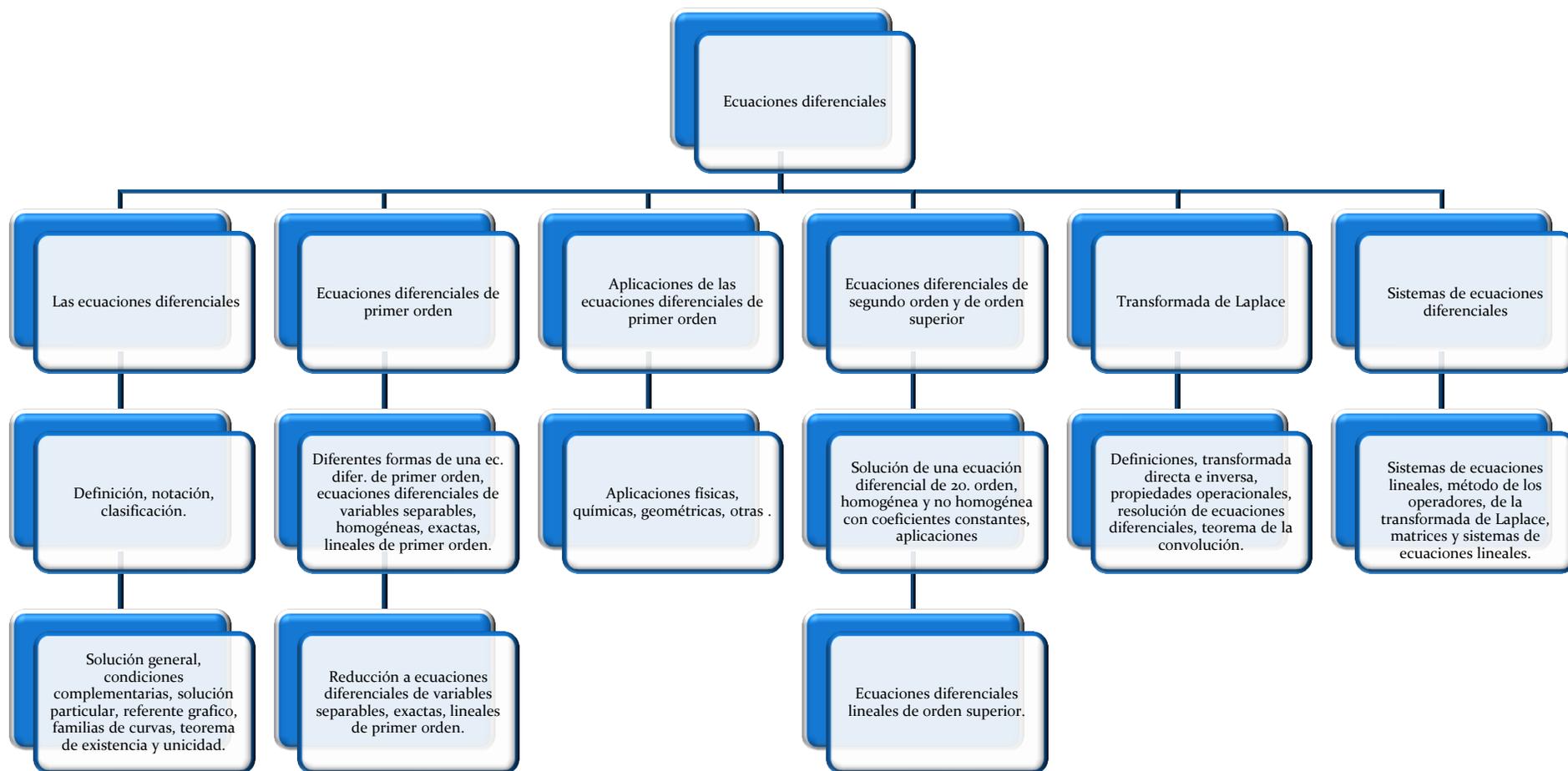


Diagrama 1.6. Temas de la Asignatura de Probabilidad y Estadística.

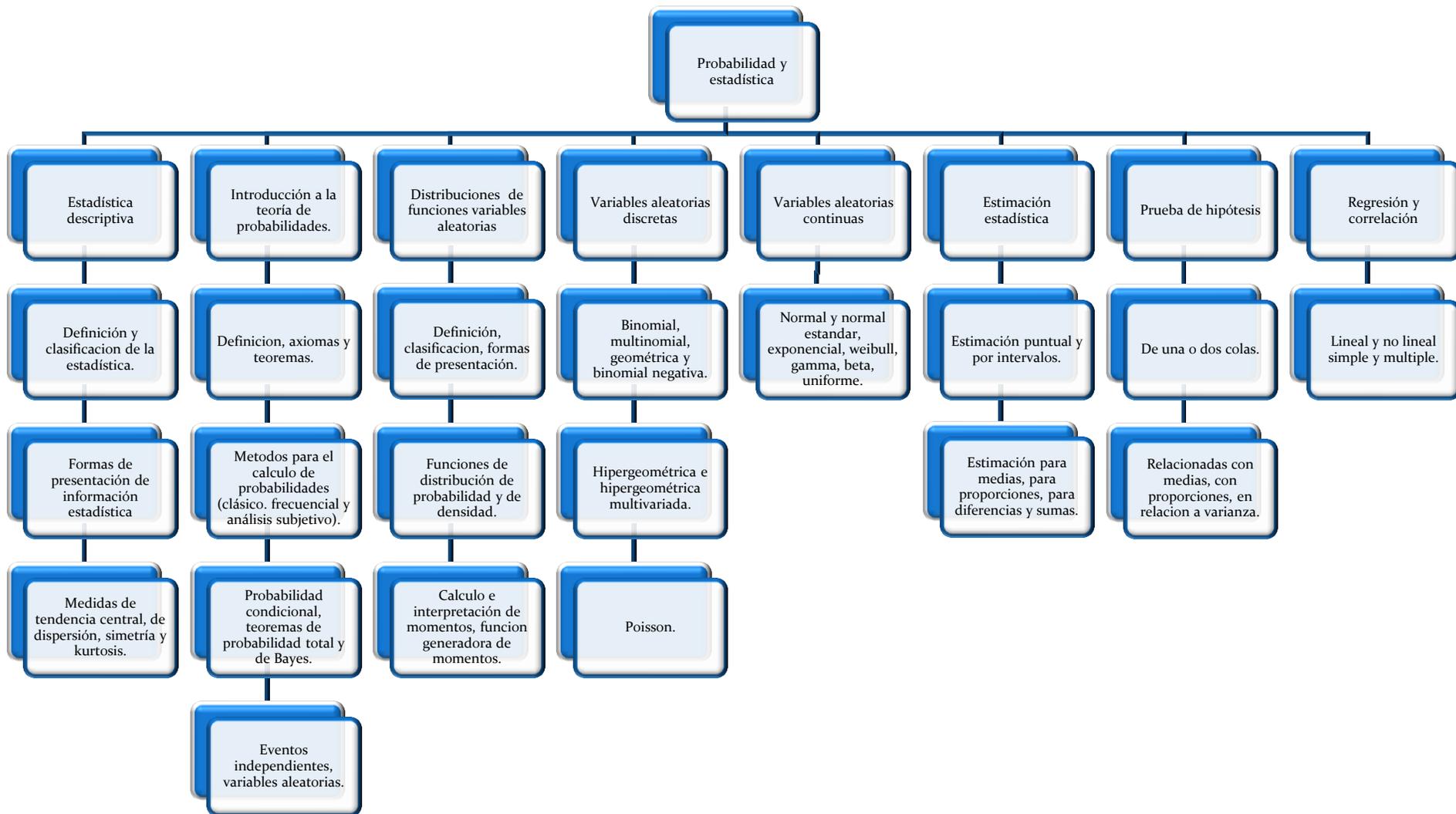


Diagrama 1.7. Temas de la Asignatura de Métodos Numéricos.

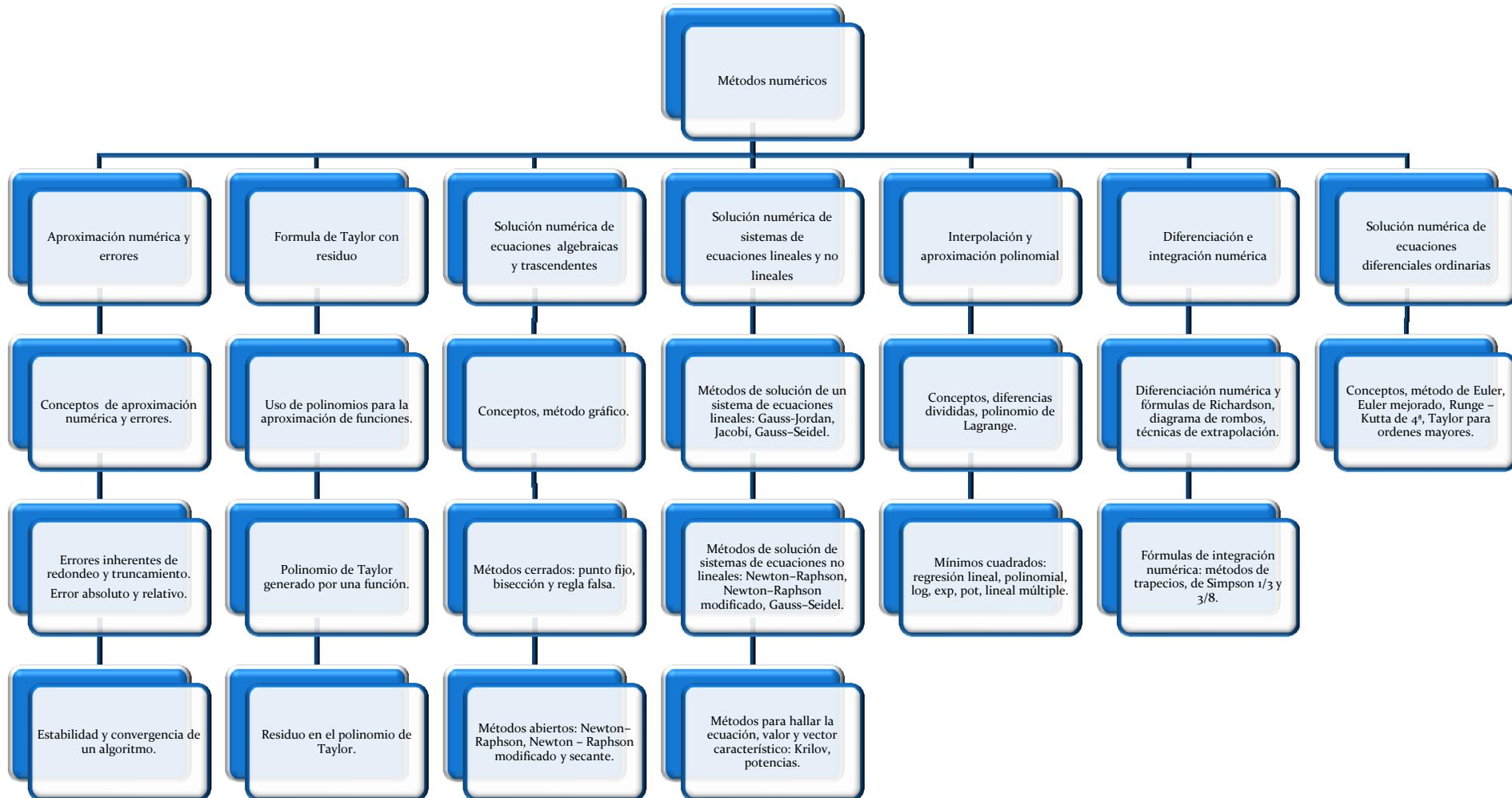
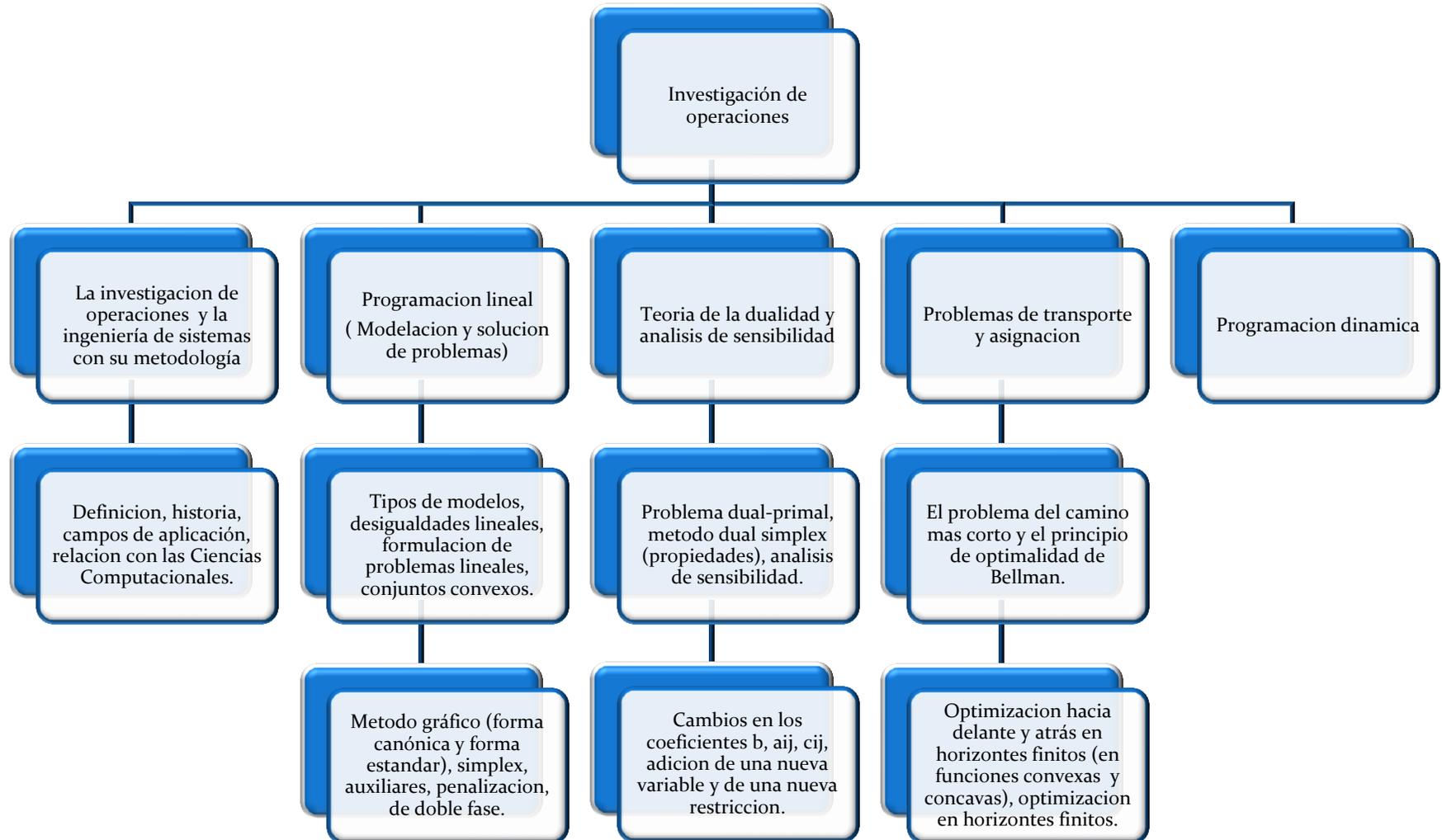
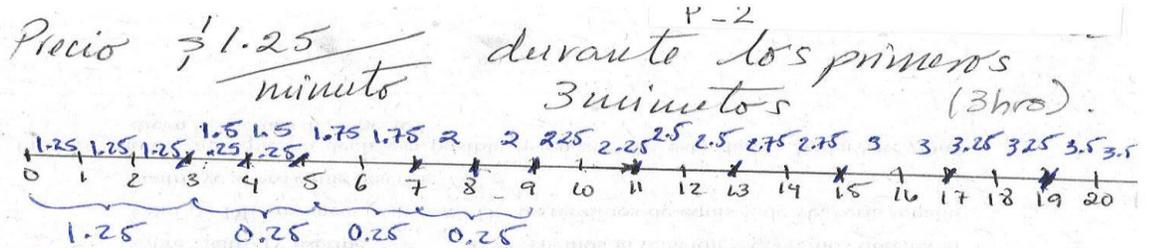


Diagrama 1.8. Temas de la Asignatura de Investigación de Operaciones.



Problema 1

Solución por parte de los profesores: P_2



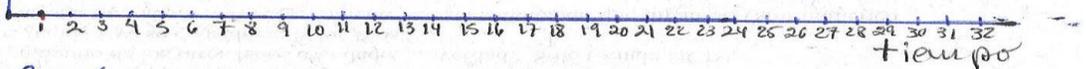
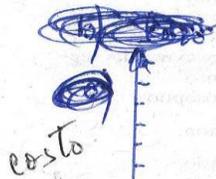
a) $\frac{1}{3} 3.75$ por 3 minutos

$$\begin{array}{r} 3.75 \\ 3 \\ 3.5 \\ \hline 10.25 \\ 2 \end{array}$$

12.25 por 8 minutos

$$\begin{array}{r} 1.25 \\ \times 19 \\ \hline 11.25 \\ 12.5 \\ \hline 23.75 \end{array}$$

+ incrementos
 $[0.5 + 1 + 1.5 + 2 + 2.5 + 3 + 3.5 + 4] = 23.75 + 18 = 41.75$ por 19 minutos



b) Caro

c) Se incrementa 0.5 por dos minutos

2.1) Aritmética, Cálculo discreto

2.2) Tengo un estado inicial, el cual varía (aumenta) conforme al tiempo.

2.3) Encontrar un estado final

2.4) Mirar el comportamiento inductivamente y tratar de generalizar.

sin embargo $C_i = C$

$$c_1 + c_2 + c_3 + (c_4 + \Delta t) + c_5 + \Delta t + c_6 + 2\Delta t + c_7 + 2\Delta t + \dots$$
$$3c + \underbrace{(2c + 2\Delta t)}_{\substack{\uparrow \\ \text{estado} \\ \text{inicial} + \\ 1^{\text{a}} \text{ variación}}} + \underbrace{(2c + 4\Delta t)}_{\substack{\uparrow \\ \text{estado inicial} \\ + \text{variación} \\ \text{de la variación.}}} + \dots$$

Solución por parte de los estudiantes

Grupo 1: A1_1

Por favor contesta el cuestionario y los problemas con el mayor detalle que te sea posible. Agradecemos tu colaboración.

I. Datos generales:

1.1 Nombre A 1 - 1 1.2 Sexo Femenino
1.3 Edad 18 años 1.4 Semestre Primero 1.5 Grupo 2

II. Cuestionario sobre Matemáticas:

2.1 Escribe los cursos de matemáticas que has realizado:

Aritmética, Álgebra, Trigonometría, Geometría Analítica, Cálculo Diferencial y Cálculo Integral.

2.2 ¿Cuál es el último curso de matemáticas que realizaste? Cálculo Integral

2.3 ¿Qué nivel de 0% al 100% de habilidades, consideras tener en matemáticas (donde 0% significa que no recuerdas, ni puedes resolver problemas específicos de matemáticas y 100% significa que puedes resolver sin dificultad los problemas específicos de matemáticas que se ven en la escuela)?
un 60%.

2.4 Escribe tu opinión sobre la utilidad de las matemáticas en tu carrera:

Pues es de mera importancia manejar cursos de matemáticas ya que toda actividad de programación requiere de lógica, razonamiento y precisión. (Reflexión fundamentada).

2.5 Escribe tu opinión sobre la utilidad de las matemáticas en tu vida:

Es un eje de partida y un punto de desarrollo en todas las ciencias, es una respuesta a nuestras necesidades y una explicación a nuestra vida, aunque depende de nosotros darle un sentido verdadero.

Resuelve los problemas, siguiendo cuidadosamente las instrucciones.

III. PROBLEMA 1

El precio de las llamadas locales en un teléfono celular es de \$1.25 por minuto, durante los primeros tres minutos, a partir del cuarto, el minuto aumenta \$0.25 por cada periodo adicional de dos minutos.

- ¿Cuánto te gastarías si tardaras en hablar 3, 8 y 19 minutos?
- ¿Cuál es el incremento en el precio durante los primeros tres minutos?
- ¿Cuál es el incremento en el precio después de los tres minutos?

Lee cuidadosamente el problema 1 y antes de resolverlo contesta las siguientes preguntas:

3.1 ¿A qué materia crees que corresponde el problema? Pues se puede pertenecer a cualquiera de ellas porque para resolver un problema puede ser de maneras diversas, y además pienso que los caminos que tenemos nos llevan a desarrollar 2 o 3 métodos más, puede aplicarse en álgebra, en cálculo, aunque pienso que con esquemas y gráficas también.

3.2 En tus palabras ¿Qué crees que dice el problema?

~~Tarea del cálculo de costos a partir de una~~ Que calculemos el precio de una llamada conforme pasa el tiempo e incrementa el precio para ver la cantidad de dinero que se incrementa el precio cada 2 minutos.

3.3 ¿Qué se busca en el problema?

El cálculo del costo de una llamada que realizas de acuerdo al tiempo que tardes en hacerlo.

3.4 ¿Cómo crees que debe resolverse el problema?

Con una tabla de proporción, con una gráfica que nos lleve al cálculo de la derivada, con una ecuación.

3.5 ¿Qué respuesta crees que se obtendrá?

Pues en el caso a) es el aumento monetario que se agregará a una llamada después de 8 y 19 minutos. En el caso de los otros incisos es solamente identificar los datos.

3.6 Resuelve el problema.

Datos

1-2 \$ 1.25
2-3 \$ 2.50
3-4 \$ 3.75

- \$ 1.25 por minuto (primeros 3)
- Incremento de \$ 0.25 (después del por cada 2 minutos. (min 4))

a)

Minutos	Costos
1-3	3.75
4 ^a 5	5
5 ^a 6	6.50
6 ^a 7	7.75
7 a 8	9.25
8 a 9	10.50
17 a (18)	23.00

9-10 12
10-11 13.25
11-12 14.75
12-13 16
13-14 17.50
14-15 18.75

15-16 20.25
16-17 21.5
18-19 24.25
(19-20) 25.75

a)

En 3 minutos \$ 3.75

En 8 min \$ 10.50

en 19 min \$ 25.75

b) El incremento en el precio es constante durante los primeros 3 minutos ya que sólo aumenta en \$ 1.25

c) El incremento en el precio después de los 3 minutos fue de entre \$ 1.25 y \$ 1.50 en el precio total por minuto y cada 2 minutos.

Una vez que hayas resuelto el problema contesta las siguientes preguntas:

3.7 Escribe los pasos de tu solución:

Primero identifiqué los datos que me proporcionaba el problema y los que buscaba para solucionarlo, después comencé a construir una tabla para visualizar mejor el problema y con ella hallar una relación entre los datos y el resultado, después de encontrar la relación continúe con la tabla pero encuentre una segunda relación para no hacer más grande la tabla, luego la terminé para comprobar mi respuesta.

3.8 ¿Por qué lo hiciste de esa manera?

Porque me pareció una forma buena para resolverla o más bien una primera forma de resolverla, porque tras un resultado tentativo puedes comprobarla con otras formas que tienen que resultar en algo cercano u igual.

3.9 ¿Para qué lo hiciste de esa forma?

Para construir una vista más fácil del problema y que ello me llevara a encontrar soluciones más grandes.

3.10 ¿Qué esperabas obtener?

Pues la verdad pensaba que era mayor a esta cantidad porque si de por si es caro imaginaba una cuenta muy larga.

3.11 ¿Pensaste que así salía la respuesta?, ¿Por qué?

Si, porque el precio tenía que ser mayor obviamente no pense en el precio exacto pero pense que por cada 4 min después de las primeras 3 se aumentarían \$50 a la cuenta normal.

3.12 ¿Desde el principio sabías que saldría así el resultado o la solución fue saliendo "sola"?

No lo imaginaba así y el procedimiento me fue dando la respuesta y una relación al cabo de cada paso.

3.13 ¿Cómo puedes estar seguro (a) que así es la solución?

Comprobando con otro método.

IV. PROBLEMA 2

Tengo una flotilla de camiones y necesito saber ¿Cuál es la velocidad a la que deben ir para que el costo del litro de diesel por kilómetro [(\$ lt)/km] sea mínimo?

Toma en consideración la siguiente información:

- Coloca las unidades en cada una de tus respuestas, haciendo un análisis de las mismas.
- El costo del combustible que consume un camión es proporcional al cuadrado de la velocidad.

Grupo 2: A2_2

Por favor contesta el cuestionario y los problemas con el mayor detalle que te sea posible. Agradecemos tu colaboración.

I. Datos generales:

1.1 Nombre A2-2 1.2. Sexo Femenino
1.3 Edad 19 años 1.4 Semestre segundo 1.5. Grupo 2

II. Cuestionario sobre Matemáticas:

2.1 Escribe los cursos de matemáticas que has realizado:

Algebra, Trigonometria, Algebra Lineal, Funciones, Precálculo,
Cálculo Diferencial, Cálculo Integral

2.2 ¿Cuál es el último curso de matemáticas que realizaste? Cálculo Diferencial

2.3 ¿Qué nivel de 0% al 100% de habilidades, consideras tener en matemáticas (donde 0% significa que no recuerdas, ni puedes resolver problemas específicos de matemáticas y 100% significa que puedes resolver sin dificultad los problemas específicos de matemáticas que se ven en la escuela)?
60%

2.4 Escribe tu opinión sobre la utilidad de las matemáticas en tu carrera:

Muy importantes ya que para poder programar utilizamos el
pensamiento lógico, también observamos los datos de entrada
que tenemos y a lo que queremos llegar, mediante algoritmos para
resolverlos y llegar a nuestro resultado

2.5 Escribe tu opinión sobre la utilidad de las matemáticas en tu vida:

También son muy importantes ya que en la vida diaria utilizamos las
matemáticas para resolver problemas en los costos de los productos,
también se pueden utilizar funciones para administrar tiempo y dinero.

Resuelve los problemas, siguiendo cuidadosamente las instrucciones.

III. PROBLEMA 1

El precio de las llamadas locales en un teléfono celular es de \$1.25 por minuto, durante los primeros tres minutos, a partir del cuarto, el minuto aumenta \$0.25 por cada periodo adicional de dos minutos.

- a) ¿Cuánto te gastarías si tardaras en hablar 3, 8 y 19 minutos? \$3.75, \$10.75, \$25.87
b) ¿Cuál es el incremento en el precio durante los primeros tres minutos? Ninguno
c) ¿Cuál es el incremento en el precio después de los tres minutos?

$$1.25x + 0.125(x-4) + 0.25$$

Lee cuidadosamente el problema 1 y antes de resolverlo contesta las siguientes preguntas:

3.1 ¿A qué materia crees que corresponde el problema? Algebra

3.2 En tus palabras ¿Qué crees que dice el problema?

En los primeros 3 minutos el costo por minuto es de \$1.25, en el minuto 4 ya se le agrega \$0.25, el cual va aumentando cada dos minutos.

3.3 ¿Qué se busca en el problema?

Encontrar el incremento del precio debido al tiempo

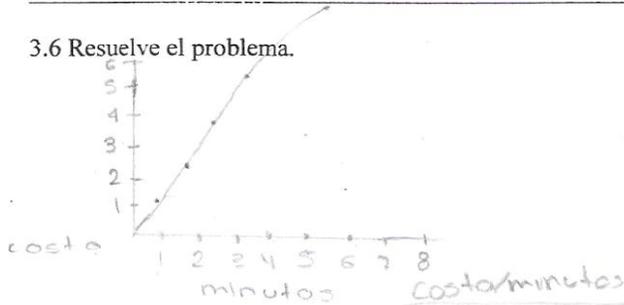
3.4 ¿Cómo crees que debe resolverse el problema?

Diseñar un algoritmo donde x sean los minutos, también se debe involucrar el costo por minuto y el aumento por minuto

3.5 ¿Qué respuesta crees que se obtendrá?

Una función donde podamos encontrar el costo por minuto

3.6 Resuelve el problema.



\$1.25 por minuto

\$0.25 a partir del 3er minuto por cada periodo de dos minutos

Para los primeros 3 minutos será así:

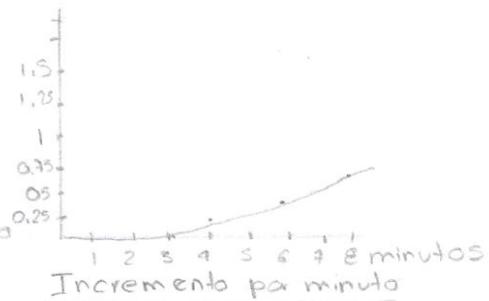
$$1.25x$$

De 4 a más:

$$1.25x + 0.125(x-4) + 0.25$$

Minutos	Costo
3	\$ 3.75
8	\$ 10.75
19	\$ 25.875

Incremento



Una vez que hayas resuelto el problema contesta las siguientes preguntas:

3.7 Escribe los pasos de tu solución:

1- Realice 2 gráficas para notar el costo y el incremento por minuto
2- Luego resolví el costo de los 3 primeros minutos
3- Diseñé una función para resolver lo de los 4 minutos en adelante
4- Compré mi solución con 3.8 y 19 minutos

3.8 ¿Por qué lo hiciste de esa manera?

Se me hizo más fácil primero ver el incremento en las gráficas para darme la idea del cuanto iba en aumento

3.9 ¿Para qué lo hiciste de esa forma?

Se me hizo más fácil

3.10 ¿Qué esperabas obtener?

Una función que me ayudara a encontrar el costo de cualquier cantidad de minutos

3.11 ¿Pensaste que así salía la respuesta?, ¿Por qué?

Tuve en mente que x debería ser los minutos realizadas, solo debió de acomodar los costos y el incremento

3.12 ¿Desde el principio sabías que saldría así el resultado o la solución fue saliendo “sola”?

Sabía que debería salir desde el principio, por esa base mucho por que no quedaba conforme

3.13 ¿Cómo puedes estar seguro (a) que así es la solución?

Comprando sustituyendo el valor de x o también haciendo la suma de cada minuto

IV. PROBLEMA 2

Tengo una flotilla de camiones y necesito saber ¿Cuál es la velocidad a la que deben ir para que el costo del litro de diesel por kilómetro [(\$ lt)/km] sea mínimo?

Toma en consideración la siguiente información:

- Coloca las unidades en cada una de tus respuestas, haciendo un análisis de las mismas.
- El costo del combustible que consume un camión es proporcional al cuadrado de la velocidad.

Grupo 3: A3_8

Por favor contesta el cuestionario y los problemas con el mayor detalle que te sea posible. Agradecemos tu colaboración.

I. Datos generales:

1.1 Nombre A3-8 1.2. Sexo Masculino.
1.3 Edad 19 años. 1.4 Semestre Tercero. 1.5. Grupo 2

II. Cuestionario sobre Matemáticas:

2.1 Escribe los cursos de matemáticas que has realizado:

Álgebra, trigonometría, Geometría Analítica, Cálculo Diferencial e Integral
Álgebra lineal.

2.2 ¿Cuál es el último curso de matemáticas que realizaste? Cálculo Integral.

2.3 ¿Qué nivel de 0% al 100% de habilidades, consideras tener en matemáticas (donde 0% significa que no recuerdas, ni puedes resolver problemas específicos de matemáticas y 100% significa que puedes resolver sin dificultad los problemas específicos de matemáticas que se ven en la escuela)?
65%

2.4 Escribe tu opinión sobre la utilidad de las matemáticas en tu carrera:

Bueno, pues creo que su utilidad es muy útil, porque se aplica en todo lo que se hace en esta carrera, es la base para poder lograr el objetivo de no se, crear un programa por ejemplo. En fin, una computadora funciona en base a las matemáticas, y nosotros usamos a toda la máquina, así que pues tenemos que usar las matemáticas para todo.

2.5 Escribe tu opinión sobre la utilidad de las matemáticas en tu vida:

Bueno, pues las matemáticas en mi vida y yo creo que es todo, todas es muy pero muy importante, pues las utilizo para todo, desde contar mi dinero, para poderlo administrar, saber cuánto voy a gastar, lo que voy a tener, para no desvalenciarlo y poder tener siempre algo de dinero, a fin... las uso para casi si no es que todo.

Resuelve los problemas, siguiendo cuidadosamente las instrucciones.

III. PROBLEMA 1

El precio de las llamadas locales en un teléfono celular es de \$1.25 por minuto, durante los primeros tres minutos, a partir del cuarto, el minuto aumenta \$0.25 por cada periodo adicional de dos minutos.

- ¿Cuánto te gastarías si tardaras en hablar 3, 8 y 19 minutos?
- ¿Cuál es el incremento en el precio durante los primeros tres minutos?
- ¿Cuál es el incremento en el precio después de los tres minutos?

Lee cuidadosamente el problema 1 y antes de resolverlo contesta las siguientes preguntas:

3.1 ¿A qué materia crees que corresponde el problema? Álgebra (dinámica)

3.2 En tus palabras ¿Qué crees que dice el problema?

Que tenemos que sacar el costo antes de los 3 minutos y después de los 3 minutos para saber cuánto va a pagar en X cantidad de minutos, además de su porcentaje que aumenta este.

3.3 ¿Qué se busca en el problema?

Que se pueda identificar el costo a pagar en ciertos minutos, además de encontrar el porcentaje que aumenta a la tarifa después (de en adelante) los 3 minutos.

3.4 ¿Cómo crees que debe resolverse el problema?

Haciendo un análisis del costo x minuto, para multiplicarlo por los minutos hablados, y sumarle lo que aumenta si es que se pasa de ese tiempo.

3.5 ¿Qué respuesta crees que se obtendrá?

Pues la cantidad a pagar en el tiempo que nos pide.

3.6 Resuelve el problema.

Datos.

Costo x min = \$1.25 (en los primeros 3)

A partir del 4º aumenta = \$0.25 (X % periodo adicional de 2 minutos) (X min extra. 125)

a) ¿Cuánto gastó si tardó 3, 8 y 19 min?

R= 3 minutos = \$3.75, 8 min = \$9.375 y 19 min = \$24.5

b) ¿Cuál es el incremento en el precio durante los 1º 3 mins?

R= Aumenta el 300% ó el 100% por minuto durante los 3 primeros.

c) ¿Cuál es el incremento en el precio después de los 3 minutos?

R= Aumenta un 10% o sea, aumenta en sí el 110%. A partir del 4º min en adelante.

3 min pagará: $3 \times 1.25 = 3.75$

3 min pagará = \$3.75

4 min paga = 3.875

5 min paga = 5.25

6 min paga = 6.625

7 min paga = 8

8 min paga = 9.375

9 min paga = 10.75

10 min paga = 12.125

11 min " = 13.5

12 min " = 14.875

13 min " = 16.25

14 min " = 17.625

15 min " = 19

16 min " = 20.375

17 min " = 21.75

18 min " = 23.125

19 min " = 24.5

$$\begin{array}{r} b) 1.25 - 100\% \\ 3.75 - X \\ = 300\% \end{array}$$

$$\begin{array}{r} c) 1.25 - 100\% \\ .125 - X \\ = 10\% \end{array}$$

Una vez que hayas resuelto el problema contesta las siguientes preguntas:

3.7 Escribe los pasos de tu solución:

a) Multipliqué el costo x min x los 3 min, y para los otros realice una tabla donde a partir del 4° min, le sumaba 0.25 que es la mitad de 0.25 que es por cada 2 minutos, y para las otras preguntas, sólo le saque el % con una regla de 3.

3.8 ¿Por qué lo hiciste de esa manera?

Porque se me hace más sencillo.

3.9 ¿Para qué lo hiciste de esa forma?

Para obtener una tabla con los valores del costo por cada minuto que se va aumentando.

3.10 ¿Qué esperabas obtener?

Con la cantidad a pagar por cierta cantidad de minutos.

3.11 ¿Pensaste que así salía la respuesta?, ¿Por qué?

Si, porque a pesar de que mmm digamos que es un poco laborioso, es muy sencilla de obtener.

3.12 ¿Desde el principio sabías que saldría así el resultado o la solución fue saliendo "sola"?

Mmm, digamos que se fue dando poco a poco.

3.13 ¿Cómo puedes estar seguro (a) que así es la solución?

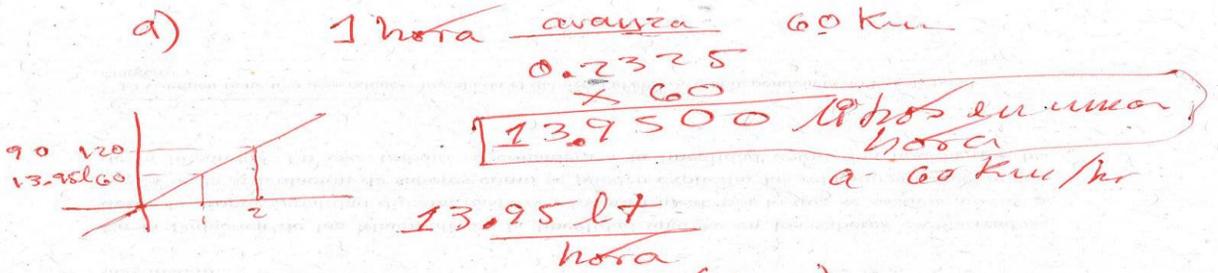
Por que hay métodos para comprobar Δ

IV. PROBLEMA 2

Tengo una flotilla de camiones y necesito saber ¿Cuál es la velocidad a la que deben ir para que el costo del litro de diesel por kilómetro [(\$ lt)/km] sea mínimo?

Toma en consideración la siguiente información:

- Coloca las unidades en cada una de tus respuestas, haciendo un análisis de las mismas.
- El costo del combustible que consume un camión es proporcional al cuadrado de la velocidad.



b) $(13.95 \frac{\text{lt}}{\text{hora}}) (\$8.24)$

$$\begin{array}{r} 13.95 \\ \times 8.24 \\ \hline 5580 \\ 2790 \\ \hline 1149480 \end{array}$$
 litros hora

c) $C = k \left(\frac{dx}{dt}\right)^2$

d) $k = \frac{c}{v^2} = \frac{\$114.948 \frac{\text{litro}}{\text{hora}}}{(60 \frac{\text{km}}{\text{hora}})^2}$
 $k = 0.040263 \frac{\text{litro} \cdot \text{hora}}{\text{km}^2 \cdot \text{hora}}$

e) $C = kv^2 + 150x$

f)

$$\int 2kv + 150$$

$$\frac{2kv^2}{2} + 150v$$

$$\frac{\$150}{\text{hora}} \left(\frac{x}{v}\right)$$

$\bar{C} = \frac{\text{Costo}}{x} = k \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + 150x$

$C' = 2kv$
 $C'' = 2k$

costo por unidad: $\frac{kv}{v} = kv$

Costo marginal: $\bar{C}' = 2kv$
 Costo promedio: $\bar{C} = \frac{c}{v} = \frac{kv^2}{v}$
 $2kv = kv$

$$y = kv^2 \text{ costo total}$$

x : distancia recorrida
 \bar{y} costo promedio

$$\bar{y} = \frac{y}{x}$$

$$y = f(x)$$

$$y = k \left(\frac{dx}{dt} \right)^2$$

$$\frac{d\bar{y}}{dx} =$$

$$\bar{c} = \frac{c}{v} = \frac{kv^2}{v}$$

$$\frac{d\bar{c}}{dv} = \frac{v \frac{dkv^2}{dv} - kv^2}{v^2}$$

$$\frac{d\bar{c}}{dv} = \frac{v(2kv) - kv^2}{v^2}$$

$$\frac{d\bar{c}}{dv} = \frac{2kv^2 - kv^2}{v^2}$$

$$\frac{d\bar{c}}{dv} = \frac{kv^2(2-k)}{v^2}$$

$$\boxed{\frac{d\bar{c}}{dv} = k}$$

$$C_2 = kv^2 + 150$$

costo promedio

$$\bar{C}_2 = \frac{kv^2 + 150}{v}$$

$$\bar{C}_2 = kv + \frac{150}{v}$$

$$\bar{C}_2' = k - \frac{150}{v^2}$$

$$k - \frac{150}{v^2} = 0$$

$$\frac{150}{v^2} = k$$

$$v = \sqrt{\frac{150}{k}}$$

$$v = \sqrt{\frac{150}{0.04023}} = 0.059 \frac{\text{km}}{\text{hora}}$$

espacio
 $\frac{\text{km}}{\text{hora}}$

tiempo
 $\frac{\text{hora}}{\text{km}}$

$v = \text{espacio} \left(\frac{1}{\text{tiempo}} \right)$

$$\frac{1}{v} = \frac{\text{tiempo}}{\text{espacio}}$$

Solución por parte de los estudiantes

Grupo 1: A1_1

- El costo del litro del diesel es de \$8.24 (Enero 2010) y su rendimiento es de 4.3 km/Lt (Ejemplo: Camión GVW de 6.5 toneladas, resultado en pruebas de consumo de combustible combinado en modos de autopista y reparto).
- a) ¿Cuántos litros por hora (Lt/hr) de diesel se consumen, cuando la velocidad es de 60km/hr?
- b) ¿Cuál es el costo del litro de diesel por hora [(\$ Lt)/hr], cuando la velocidad es de 60 Km/hr?
- c) Escribe la función del costo del litro de diesel por hora.
- d) Obtén la constante de proporcionalidad.
- e) Si el costo del litro de diesel por hora, independientemente de la velocidad, se incrementa por otras causas (afinación, llantas...) en \$150.00 por hora. Escribe la función del costo del litro de diesel por kilómetro [(\$ Lt)/km].
- f) ¿Cuál es la velocidad más económica?

Lee cuidadosamente el problema 2 y antes de resolverlo contesta las siguientes preguntas:

4.1 ¿A qué materia crees que corresponde el problema? álgebra, cálculo,

4.2 En tus palabras ¿Qué crees que dice el problema?

Trata de que se quiere economizar al mínimo, el uso de combustibles y por referencia en un estudio con el gasto de dinero se quiere que ~~se~~ se encuentre la velocidad ideal para lograr este ahorro.

4.3 ¿Qué se busca en el problema?

Una solución de acuerdo a una V tentativa, el costo de litro de diesel por hora y una proporción entre el costo y la velocidad, siendo el objetivo principal un costo bajo y la velocidad que se requiera en ese caso.

4.4 ¿Cómo crees que debe resolverse el problema?

Bueno pues puede ser conforme a cálculos arbitrarios (al principio), tablas, fórmulas matemáticas, fórmulas físicas, Estableciendo ecuaciones.

4.5 ¿Qué respuesta crees que se obtendrá?

Una fórmula para calcular el rendimiento variando la velocidad y una V ideal para el ahorro.

4.6 Resuelve el problema.

- Lt diesel \$8.24
- rendimiento 7.3 Km/Lt
- costo de combustible = v^2

$$\begin{aligned}\text{costo} &= (60 \text{ Km/hr})^2 \\ &= 3600 \text{ Km}^2/\text{hr}^2\end{aligned}$$

a) La cantidad de litros por hora de acuerdo a la referencia dada es de:

cerca de 13 Lt/Km y a que si aplicamos la fórmula $v = \frac{d}{t}$ entonces $\frac{60 \text{ Km}}{h} = \frac{60 \text{ Km}}{1h}$

b) Se puede resolver con una regla de 3 usando la referencia.

$$\begin{array}{ccc} \$8.24 & \longrightarrow & 4.3 \text{ Km/L} \\ & \longrightarrow & \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 13.07 \\
 4.3 \overline{) 600} \\
 \underline{170} \\
 410
 \end{array}$$

b)

$$\frac{3600}{x} = 60$$

$$8.24 \overline{) 3600} \text{ costo}$$

$$\sqrt{436} = 20.90L$$

$\frac{L}{h}$

$v = 60 \text{ Km/h}$ En 60 Km cuántos L?

1L → 4.3 Km
 13.9534 L → 60 Km

13.9534 $\frac{L}{h}$ (a)

(b) $\begin{matrix} \$20.90 \\ 43 \end{matrix}$ → 4.3 Km/h
 → 13
 → por Litro

(c) $f(\$/h) = \sqrt{\frac{x}{t}}$ tiempo

(d) La cte de proporcionalidad varia segun la Δv .

(e) $f(\$/h) = \sqrt{\frac{x}{t}} + 150$

(f) La v mas económica sería una inicial en 0 porque así no gastaría combustible, pero pienso que 30 Km/h se acerca al costo de un litro sobrepasandole sólo en 1.76 y garantiza una v mayor.

Una vez que hayas resuelto el problema contesta las siguientes preguntas:

4.7 Escribe los pasos de tu solución:

Identificar los pasos, buscar una fórmula o método que reduzca las dimensiones del problema y una relación con algo ya conocido.

4.8 ¿Por qué lo hiciste de esa manera?

porque me parecía un método sencillo y claro.

4.9 ¿Para qué lo hiciste de esa forma?

para obtener una relación.

4.10 ¿Qué esperabas obtener?

una solución con unidades de l^3/h

4.11 ¿Pensaste que así salía la respuesta?, ¿Por qué?

Si porque con reglas de 3 puede hacerse siempre que te dan datos de referencia.

4.12 ¿Desde el principio sabías que saldría así el resultado o la solución fue saliendo "sola"?

no, esta vez me ayudo el procedimiento.

4.13 ¿Cómo puedes estar seguro (a) que así es la solución?

Buscando fórmulas correctas esta vez.

Grupo 2: A2_2

- El costo del litro del diesel es de \$8.24 (Enero 2010) y su rendimiento es de 4.3 km/lt (Ejemplo: Camión GVW de 6.5 toneladas, resultado en pruebas de consumo de combustible combinado en modos de autopista y reparto).
- ¿Cuántos litros por hora (lt/hr) de diesel se consumen, cuando la velocidad es de 60km/hr?
 - ¿Cuál es el costo del litro de diesel por hora [(\$ lt)/hr], cuando la velocidad es de 60 Km/hr?
 - Escribe la función del costo del litro de diesel por hora.
 - Obtén la constante de proporcionalidad.
 - Si el costo del litro de diesel por hora, independientemente de la velocidad, se incrementa por otras causas (afinación, llantas...) en \$150.00 por hora. Escribe la función del costo del litro de diesel por kilómetro [(\$ lt)/km].
 - ¿Cuál es la velocidad más económica?

Lee cuidadosamente el problema 2 y antes de resolverlo contesta las siguientes preguntas:

4.1 ¿A qué materia crees que corresponde el problema? Algebra

4.2 En tus palabras ¿Qué crees que dice el problema?
Encontrar la velocidad más económica

4.3 ¿Qué se busca en el problema?
La velocidad a la que deberia para que el costo del litro de diesel sea mas económica

4.4 ¿Cómo crees que debe resolverse el problema?
se tiene que tomar en cuenta las unidades para poder acomodar los datos

4.5 ¿Qué respuesta crees que se obtendrá?
La velocidad para calcular el costo por litro de diesel

4.6 Resuelve el problema.

$$\$/\text{km} = \frac{(\$)(\text{h})}{\text{km}}$$

$$\$/\text{h} \Rightarrow (\text{km}/\text{h})^2$$

$$\$/\text{h} = \$8.24$$

$$4.3 \text{ km}/\text{h}$$

$$60 \text{ km}/\text{hr}$$

$$\boxed{\$8.24 \Rightarrow 67.89 \text{ km}/\text{h}}$$

$$\boxed{\$7.282 \Rightarrow 60 \text{ km}/\text{h}}$$

Una vez que hayas resuelto el problema contesta las siguientes preguntas:

4.7 Escribe los pasos de tu solución:

Ordenar las unidades

4.8 ¿Por qué lo hiciste de esa manera?

Se me hizo más fácil

4.9 ¿Para qué lo hiciste de esa forma?

Visualizar mejor las unidades

4.10 ¿Qué esperabas obtener?

el costo mínimo

4.11 ¿Pensaste que así salía la respuesta?, ¿Por qué?

No

4.12 ¿Desde el principio sabías que saldría así el resultado o la solución fue saliendo "sola"?

fue saliendo "sola"

4.13 ¿Cómo puedes estar seguro (a) que así es la solución?

comprobando las unidades

Grupo 3: A3_8

- El costo del litro del diesel es de \$8.24 (Enero 2010) y su rendimiento es de 4.3 km/lit (Ejemplo: Camión GVW de 6.5 toneladas, resultado en pruebas de consumo de combustible combinado en modos de autopista y reparto).
- a) ¿Cuántos litros por hora (lit/hr) de diesel se consumen, cuando la velocidad es de 60km/hr?
- b) ¿Cuál es el costo del litro de diesel por hora [(\$ lit)/hr], cuando la velocidad es de 60 Km/hr?
- c) Escribe la función del costo del litro de diesel por hora.
- d) Obtén la constante de proporcionalidad.
- e) Si el costo del litro de diesel por hora, independientemente de la velocidad, se incrementa por otras causas (afinación, llantas...) en \$150.00 por hora. Escribe la función del costo del litro de diesel por kilómetro [(\$ lit)/km].
- f) ¿Cuál es la velocidad más económica?

Lee cuidadosamente el problema 2 y antes de resolverlo contesta las siguientes preguntas:

4.1 ¿A qué materia crees que corresponde el problema? ecuaciones

4.2 En tus palabras ¿Qué crees que dice el problema?

Que se debe de sacar cuanto consume de diesel a una velocidad de 60 km/h, el costo y buscar el costo de litro de diesel si se le aumenta \$150.00 por gastos extras x hora y buscar la velocidad mas economica para que convenga.

4.3 ¿Qué se busca en el problema?

Buscar la velocidad mas economica para ver a que velocidad se puede gastar menos gasolina y ahorrarle mas al patrón.

4.4 ¿Cómo crees que debe resolverse el problema?

Usar con unas ecuaciones

4.5 ¿Qué respuesta crees que se obtendrá?

la velocidad mas estable para poder gastar menos.

4.6 Resuelve el problema.

Dato: si
litro = \$8.24 → Rinde 4.3 km/lit
el costo del diesel es proporcional al cuadrado de la velocidad.

a) ¿Cuántos litros/hr se consumen si la vel es de 60 km/hr?

$$\frac{60 \text{ km/h}}{4.3 \text{ km/lit}} = 13.953 \text{ lit/hr.}$$

b) Costo dl litro de diesel x hora, si la vel es de 60 km/hr?

$$13.953 \text{ lit/h} * \$8.24 = \$114.976 \text{ por litro.}$$

d) Costo del litro por hora + \$150 por otros costos.

$$114.976 + 150 = 264.976 \text{ por hora } xD.$$

?

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)$$

$e^{\int P(x) dx}$

ya viene escrito.

$v = 60 \text{ km/hr}$ velocidad q' toma.

$L = 38.24$ costo x litro

$r = 4.3 \text{ km/Lt}$
rendimiento

$$L\left(\frac{v}{r}\right) = v^2$$

Una vez que hayas resuelto el problema contesta las siguientes preguntas:

4.7 Escribe los pasos de tu solución:

Identificar lo que pedía, para poder realizar las operaciones con los mismos datos similares.

4.8 ¿Por qué lo hiciste de esa manera?

Por que es la que recuerdo.

4.9 ¿Para qué lo hiciste de esa forma?

Para que me diera los resultados que pedía, mejor las funciones.

4.10 ¿Qué esperabas obtener?

Mmm pues esos resultados.

4.11 ¿Pensaste que así salía la respuesta?, ¿Por qué?

pues por que con esas operaciones se resuelven esos tipos de problemas.

4.12 ¿Desde el principio sabías que saldría así el resultado o la solución fue saliendo "sola"?

Se fue dando poco a poco.

4.13 ¿Cómo puedes estar seguro (a) que así es la solución?

por que derivar el resultado y te tiene que dar la función original.

Tablas de análisis de las respuestas de los estudiantes:

Metodología

Tabla 6.1.2.1 Análisis de la metodología del problema 1, grupo 2, en su primera etapa.

Problema 1					
GRUPO 2					
Primera etapa: Representación y replanteamiento del problema					
Procedimiento	A2_2	A2_9	Semejanzas	Diferencias	Conclusiones
Construir un esquema	La estudiante construyó dos gráficas, la primera muestra la función costo/minutos, según lo escribió incluye los elementos básicos del problema, mostrando el costo minuto a minuto, lo anterior muestra que la alumna ha logrado interpretar el problema, pero existe un error cuando tiene que evaluar del minuto 4 en adelante; según lo indica. En la segunda gráfica muestra los incrementos por minuto.	El estudiante no elabora ningún esquema, solo realiza una serie de operaciones que lo llevan a la solución del problema.	Ambos alumnos efectúan operaciones que llevan a la solución del problema.	La estudiante A2_2 construye dos gráficas, mientras que el alumno A2_9, solo realiza operaciones .	Los dos estudiantes interpretan el problema utilizando diferentes representaciones : gráficas, una serie de operaciones, pero a pesar de esto tienen errores a partir del cuarto minuto.
Definir el objetivo del problema, ¿Qué es lo que se pide en el problema?	La estudiante identifica lo que busca el problema, mediante un enunciado <i>“Encontrar el</i>	El estudiante identifica lo que busca el problema, mediante un enunciado <i>“Saber cuanto se</i>	Ambos estudiantes identifican lo que busca el problema.	La estudiante A2_2, sólo menciona el incremento del precio, mientras	Los dos alumnos identifican un objetivo del problema, uno de ellos establece que es

	<i>incremento del precio debido al tiempo”.</i>	<i>gasta en una llamada, en un determinado tiempo”.</i>		que el alumno A2_9, menciona el gasto de una llamada.	el costo de la llamada, la otra que es el incremento.
Listar los datos y las incógnitas que presenta el problema	La estudiante muestra los datos en la primera gráfica, la única incógnita que maneja, la representa por la letra x.	El estudiante muestra los datos del problema, pero ya sustituidos en las operaciones que realiza.	Ambos estudiantes muestran los datos.	La estudiante A2_2, muestra los datos en la gráfica y contempla una incógnita, mientras que el alumno A2_9, los sustituye en las operaciones que realiza.	Los dos estudiantes identifican los datos del problema y uno de ellos establece una incógnita.
Colocar los datos en el esquema y sus respectivas unidades	La estudiante coloca los datos en la primera gráfica, organiza lo que tiene y empieza a relacionar los minutos con los costos, mediante una serie de expresiones algebraicas.	El estudiante coloca los datos del problema, con algunas unidades, sustituidos en las operaciones que realiza.	Ambos alumnos le colocan las unidades a los datos.	La diferencia radica en donde sustituyen los datos, la estudiante A2_2, lo hace en la gráfica, mientras que el alumno A2_9, lo hace en las operaciones .	Los dos alumnos colocan las unidades en los datos.
Buscar alguna relación entre las incógnitas y los datos	La estudiante relaciona los minutos con los costos, esto le da una idea del comportamiento del fenómeno, lo hace mediante una gráfica y	El estudiante relaciona los minutos con los costos, esto le da una idea del comportamiento del fenómeno, lo hace mediante una serie de operaciones	Ambos estudiantes relacionan los minutos con los costos.	La estudiante A2_2 relaciona los minutos con los costos mediante una gráfica y una serie	Los dos estudiantes encuentran alguna relación entre los datos y las incógnitas pero aplican diferentes formas de hacerlo con

	una serie de expresiones algebraicas.	Aritméticas (sumas y multiplicaciones), en el inciso (a).		de expresiones algebraicas, mientras que el alumno A2_9 lo hace mediante una serie de operaciones Aritméticas.	gráficas y expresiones algebraicas o con operaciones Aritméticas.
Escribir en el lenguaje matemático las relaciones claves encontradas	La estudiante traduce las relaciones encontradas al lenguaje matemático mediante una serie de expresiones algebraicas.	El estudiante no traduce las relaciones encontradas al lenguaje matemático.		La estudiante A2_2 traduce las relaciones encontradas al lenguaje matemático, mientras que el alumno A2_9 no lo hace.	Sólo un estudiante traduce las relaciones encontradas al lenguaje matemático mediante una serie de expresiones algebraicas.

Tabla 6.1.2.2 Análisis de la metodología del problema 1, grupo 2, en su segunda etapa.

Problema 1					
GRUPO 2					
Segunda etapa: Pre solución					
Procedimiento	A2_2	A2_9	Semejanzas	Diferencias	Conclusiones
Seleccionar y escribir la información importante para la resolución del problema	La estudiante vuelve a escribir la información, escogiendo los datos que le son útiles para resolver el problema, el costo por minuto y el incremento.	El estudiante vuelve a escribir la información, escogiendo los datos que le son útiles para resolver el problema, el costo por minuto y el incremento.	Ambos alumnos vuelven a escribir la información y escogen los datos que les son útiles.		Los dos estudiantes seleccionan los datos que les son útiles para resolver el problema.
Enumerar las ecuaciones matemáticas	La estudiante elabora una serie de expresiones algebraicas y las ordena.	El estudiante no elabora funciones, no utiliza fórmulas y ecuaciones conocidas.		La estudiante A2_2 elabora una serie de expresiones	Sólo un estudiante elabora una serie de expresiones algebraicas y

				algebraicas y las ordena, mientras que el alumno A2_9, no lo hace.	las ordena.
Ordenar las magnitudes, usar las ecuaciones probables y asignarles valores razonables	La estudiante elabora dos expresiones algebraicas, que utiliza como ecuaciones, sustituye los datos con los minutos pedidos en el enunciado del problema y obtiene resultados razonables, sin embargo la segunda ecuación que formula es incorrecta, debido a que por cada minuto la alumna aumenta \$0.125 más de lo que indica el enunciado.	El estudiante no elabora funciones, no utiliza fórmulas y ecuaciones conocidas, por lo tanto no sustituye los datos en ninguna ecuación, de esta forma no puede obtener otros datos que necesita y que no están directa o explícitamente en el enunciado del problema, como cuando aumenta el \$0.25 en cada minuto, dándole, en consecuencia un costo más alto.	Ambos estudiantes, cometen errores, aumentan el costo de la llamada más de lo debido.	La estudiante A2_2 elabora dos ecuaciones probables, mientras que el alumno A2_9 no lo hace.	Sólo un estudiante elabora dos expresiones algebraicas, que utiliza como ecuaciones, sustituye los datos con los minutos pedidos en el enunciado del problema.
Dividir el problema en secciones o partes más pequeñas	La estudiante resuelve el problema en partes, primero grafica, después establece la ecuación para los primeros tres minutos, después formula la ecuación de 4 a más minutos	El estudiante resuelve el problema en partes, hace una serie de operaciones separadas, para el inciso (a).	Ambos alumnos resuelven el problema en partes.	La estudiante A2_2, intenta hacer los incisos (a), (b) y (c), mientras que el alumno A2_9, sólo intenta el inciso (a).	Los dos estudiantes resuelven el problema de acuerdo a cada inciso.

	y obtiene el costo de los minutos que establece el enunciado del problema, después elabora la gráfica de los incrementos y resuelve los inciso (b) y c.				
--	---	--	--	--	--

Tabla 6.1.2.3 Análisis de la metodología del problema 1, grupo 2, en su tercera etapa.

Problema 1					
GRUPO 2					
Tercera etapa: Resolución y revisión					
Procedimiento	A2_2	A2_9	Semejanzas	Diferencias	Conclusiones
Transformar los datos mediante los factores de conversión	La estudiante identifica que el tiempo se mide en minutos y que el costo dependerá del tiempo, no necesita de un minucioso análisis de unidades.	El estudiante identifica que el tiempo se mide en minutos y que el costo dependerá del tiempo, no necesita de un minucioso análisis de unidades.	Ambos estudiantes identifican y aplican las unidades de las cantidades que usaran en el problema.		El problema no necesita que los datos se transformen.
Sustituir datos en fórmulas y ecuaciones	La estudiante elabora dos expresiones algebraicas, que utiliza como ecuaciones, sustituye los datos con los minutos pedidos en el enunciado del problema.	El estudiante no elabora funciones, no utiliza fórmulas y ecuaciones conocidas, por lo tanto no sustituye los datos en ninguna ecuación, lo hace en las operaciones Aritméticas (sumas y multiplicaciones).	Ambos alumnos sustituyen los datos.	La estudiante sustituye los datos en las expresiones algebraicas y el alumno A2_9 lo hace en las operaciones Aritméticas.	Sólo un estudiante elabora dos expresiones algebraicas, que utiliza como ecuaciones, sustituye los datos con los minutos pedidos en el enunciado del problema.
Efectuar los cálculos necesarios	La estudiante realiza los cálculos, en las	El estudiante realiza una serie de operaciones	Ambos estudiantes realizan los		Los dos estudiantes realizan

	ecuaciones (aunque no los muestra), elabora una tabla con los resultados obtenidos para los minutos 3,8 y 19.	Aritméticas con los datos (multiplicaciones y sumas).	cálculos.		operaciones Aritméticas para resolver el problema.
Verificar si el valor de la respuesta es razonable o posible	La estudiante establece varios razonamientos lógicos, que le dan la certeza de que su respuesta es viable: 1. <i>“Se me hizo más fácil primero ver el incremento en las gráficas para darme la idea de cuanto iba en aumento”</i> , 2. <i>“Una función que me ayudara a encontrar el costo de cualquier cantidad de minutos”</i> , 3. <i>“Tuve en mente que x debería ser los minutos realizados, sólo debía de acomodar los costos y el incremento”</i> , 4. <i>“...borre [sic] mucho porque no quedaba conforme”</i> , 5. <i>“Comprobando sustituyendo el valor de x o también</i>	El estudiante establece razonamientos lógicos como que el problema debe de resolverse <i>“sumando y multiplicando”</i> , sin embargo acepta que no tiene la certeza de que la solución del problema, tal como la resolvió sea la adecuada y expresa: <i>“no estoy muy seguro porque me revolví”</i> .	Ambos estudiantes establecen razonamientos lógicos.	La estudiante A2_2 establece más hipótesis para verificar su respuesta que el alumno A2_9.	Los dos estudiantes establecen razonamientos lógicos que les dan la certeza de que su solución es viable.

	<i>haciendo la suma de cada minuto</i> ".				
Comprobar que la respuesta cumpla con las condiciones impuestas en el enunciado del problema	La estudiante demuestra que la respuesta es correcta, pues se encuentra dentro del intervalo establecido en las condiciones, cumple con el objetivo principal establecido en el enunciado del problema, pero no se percata de su error en el incremento del precio después de los tres minutos, debido a que por cada minuto la alumna aumenta \$0.125 más de lo que indica el enunciado.	El estudiante demuestra que la respuesta es correcta, sólo para el costo al hablar durante los tres minutos, pues se encuentra dentro del intervalo establecido en las condiciones, cumple con el objetivo principal establecido en el enunciado del problema, pero como no elabora ninguna función no puede verificar si cumple con las condiciones de un algoritmo matemático, entonces no se percata de su error en el incremento del precio después de los tres minutos.	Ambos alumnos tienen una respuesta correcta hasta el minuto 3, a partir del cuarto minuto cometen errores.		Los dos alumnos comprueban que su respuesta cumple con las condiciones del problema hasta los tres minutos, en los minutos subsecuentes tienen errores.
Revisar si existen otros caminos de resolución que lleven a la misma respuesta	La estudiante comenta que puede comprobar su solución <i>"...sustituyend o el valor de x o también haciendo la suma de cada minuto"</i> , pero sólo sustituye x en sus ecuaciones, no hace la suma	El estudiante no establece otros métodos de solución.		Solo la estudiante A2_2, establece otros caminos para llegar a la solución del problema.	Solo una estudiante establece otro camino para llegar a la solución del problema, pero no lo realiza.

	minuto a minuto.				
Realizar una reflexión global acerca de lo que aportó la resolución del problema en lo metodológico y en lo conceptual	La estudiante no manifiesta su opinión acerca del problema, al menos no de manera individual ²⁴ .	El estudiante no manifiesta su opinión acerca del problema, al menos no de manera individual ²⁵ .	Ningún estudiante manifiesta, de manera individual su opinión acerca del problema.		Ninguno de los estudiantes manifiesta su opinión individual acerca del problema.

Tabla 6.1.3.1 Análisis de la metodología del problema 1, grupo 3, en su primera etapa.

Problema 1					
GRUPO 3					
Primera etapa: Representación y replanteamiento del problema					
Procedimiento	A3_1	A3_8	Semejanzas	Diferencias	Conclusiones
Construir un esquema	La estudiante plantea lo que hace en cada inciso, mediante una serie de operaciones y relaciones, lo anterior muestra que la alumna ha logrado interpretar el problema, pero existe un error, aumenta el \$0.25 en cada minuto, dándole, en consecuencia un costo más alto a la llamada.	El estudiante plantea lo que hace en cada inciso, mediante una serie de operaciones y relaciones, además construyó una tabla que incluye los elementos básicos del problema, mostrando el costo a los tres minutos y después el costo cada minuto, lo anterior muestra que el alumno ha logrado interpretar el problema, pero	Ambos estudiantes plantean lo que hacen en cada inciso mediante una serie de operaciones y relaciones.	El estudiante A3_8 además construye una tabla con los elementos básicos del problema.	Los dos estudiantes interpretan el problema utilizando diferentes representaciones : una tabla, una serie de operaciones y relaciones, pero a pesar de esto tienen errores a partir del cuarto minuto.

²⁴ Ver Aportaciones Grupales, en el apartado de Tablas y figuras.

²⁵ Ver Aportaciones Grupales, en el apartado de Tablas y figuras.

		<p>existe un error, en el minuto 4, omite el costo del minuto y sólo aumenta el precio \$0.125, por lo consiguiente sus resultados a partir de éste minuto son erróneos, aún cuando el incremento que maneja en los demás minutos es correcto, de \$1.375.</p>			
<p>Definir el objetivo del problema, ¿Qué es lo que se pide en el problema?</p>	<p>La estudiante identifica lo que busca el problema, mediante un enunciado: <i>“Saber cuanto [sic] se gastaría en 8, 3 y 19 minutos, el incremento del precio en los primeros 3 minutos y el incremento del precio después de los 3 minutos, tomando en cuenta los datos que nos dan en el problema”</i>.</p>	<p>El estudiante identifica lo que busca el problema, mediante un enunciado <i>“Que se pueda identificar el costo al pagar en ciertos minutos, además de encontrar el porcentaje que aumenta a la tarifa después (de en este caso) los 3 minutos”</i>.</p>	<p>Ambos estudiantes identifican lo que busca el problema.</p>		<p>Los dos alumnos identifican los dos objetivos del problema, el costo de la llamada, y el incremento.</p>
<p>Listar los datos y las incógnitas que presenta el problema</p>	<p>La estudiante escribe los datos y las preguntas del enunciado del problema.</p>	<p>El estudiante escribe los datos y las preguntas del enunciado del problema y lo que desea averiguar [escribe: <i>“costo x min=\$1.25</i></p>	<p>Ambos alumnos escriben los datos y las preguntas del problema.</p>	<p>El estudiante A3_8 además escribe que desea averiguar en el problema.</p>	<p>Los dos estudiantes identifican los datos del problema y uno de ellos establece lo que desea averiguar.</p>

		(en los primeros 3)”, “A partir del 4º aumenta = \$0.25 (x c/periodo adicional de 2 minutos) (x min extra .125)”]			
Colocar los datos en el esquema y sus respectivas unidades	Cuando la estudiante hace las operaciones con los datos, les coloca las unidades respectivas, minutos y el signo de pesos.	El estudiante coloca los datos en la tabla con algunas unidades, omite el signo de pesos, organiza lo que tiene y empieza a relacionar los minutos con los costos.	Ambos estudiantes les colocan las unidades a los datos.		Los dos alumnos colocan las unidades en los datos.
Buscar alguna relación entre las incógnitas y los datos	La estudiante relaciona los minutos con los costos, lo hace mediante una serie de operaciones, multiplicaciones y sumas.	El estudiante relaciona los minutos con los costos, esto le da una idea del comportamiento del fenómeno, lo hace mediante una tabulación en el inciso (a) y regla de tres en el inciso (b) y (c).	Ambos alumnos relacionan los minutos con los costos.	La estudiante A3_1 relaciona los minutos con los costos mediante una serie de operaciones, mientras que el alumno A3_8 lo hace mediante una tabulación y regla de tres.	Los dos estudiantes encuentran alguna relación entre los datos y las incógnitas pero aplican diferentes formas de hacerlo con una tabulación y regla de tres o con operaciones Aritméticas.
Escribir en el lenguaje matemático las relaciones encontradas	La estudiante no traduce las relaciones encontradas al lenguaje matemático, pues no elabora ninguna función.	El estudiante no traduce las relaciones encontradas al lenguaje matemático, pues no elabora ninguna función.	Ninguno de los estudiantes traduce las relaciones encontradas al lenguaje matemático.		Ninguno de los estudiantes traduce las relaciones encontradas al lenguaje matemático.

Tabla 6.1.3.2 Análisis de la metodología del problema 1, grupo 3, en su segunda etapa.

Problema 1					
GRUPO 3					
Segunda etapa: Pre solución					
Procedimiento	A3_1	A3_8	Semejanzas	Diferencias	Conclusiones
Seleccionar y escribir la información importante para la resolución del problema	La estudiante vuelve a escribir la información, escogiendo los datos que le son útiles para resolver el problema, el costo por minuto y el incremento.	El estudiante vuelve a escribir la información, escogiendo los datos que le son útiles para resolver el problema, el costo por minuto y el incremento.	Ambos alumnos vuelven a escribir la información y escogen los datos que les son útiles para resolver el problema.		Los dos estudiantes seleccionan los datos que les son útiles para resolver el problema.
Enumerar las ecuaciones matemáticas	La estudiante no elabora funciones, no utiliza fórmulas ni ecuaciones conocidas.	El estudiante no elabora funciones, no utiliza fórmulas ni ecuaciones conocidas.	Ninguno de los estudiantes elabora funciones, ni utiliza ecuaciones conocidas.		Ninguno de los estudiantes elabora funciones, ni utiliza ecuaciones conocidas.
Ordenar las magnitudes, usar las ecuaciones probables y asignarles valores razonables	La estudiante no elabora funciones, no utiliza fórmulas ni ecuaciones conocidas, por lo tanto no sustituye los datos en ninguna ecuación, de esta forma no puede obtener otros datos que necesita y que no están directamente o explícitamente en el enunciado del problema, como cuando aumenta el \$0.25 en cada minuto, dándole, en consecuencia un costo más alto a la llamada.	El estudiante no elabora funciones, no utiliza fórmulas ni ecuaciones conocidas, por lo tanto no sustituye los datos en ninguna ecuación, de esta forma no puede percatarse de los errores que va cometiendo, como cuando omite el costo del minuto y sólo aumenta el precio \$0.125.	Ninguno de los estudiantes sustituye los datos en alguna ecuación.		Ninguno de los estudiantes sustituye los datos en alguna ecuación, pues no elaboran ninguna.

Dividir el problema en secciones o partes más pequeñas	La estudiante resuelve el problema en partes, hace una serie de operaciones separadas, para el inciso (a).	El estudiante resuelve el problema en partes, hace los cálculos del costo minuto a minuto.		La estudiante A3_1 no resuelve el problema en partes, mientras que el alumno A3_8 si lo hace, pues calculó el costo minuto a minuto.	Solo un estudiante resuelve el problema en partes, hace los cálculos del costo de la llamada, minuto a minuto.
--	--	--	--	--	--

Tabla 6.1.3.3 Análisis de la metodología del problema 1, grupo 3, en su tercera etapa.

Problema 1					
GRUPO 3					
Tercera etapa: Resolución y revisión					
Procedimiento	A3_1	A3_8	Semejanzas	Diferencias	Conclusiones
Transformar los datos mediante los factores de conversión	La estudiante identifica que el tiempo se mide en minutos y que el costo dependerá del tiempo, no necesita de un minucioso análisis de unidades.	El estudiante identifica que el tiempo se mide en minutos y que el costo dependerá del tiempo, no necesita de un minucioso análisis de unidades.	Ambos estudiantes identifican las unidades de los datos que se manejaron en el problema.		El problema no necesita que los datos se transformen.
Sustituir datos en fórmulas y ecuaciones	La estudiante no elabora funciones, no utiliza fórmulas ni ecuaciones conocidas, por lo tanto no sustituye los datos en ninguna ecuación, lo hace en las operaciones Aritméticas (sumas y multiplicaciones)	El estudiante no elabora funciones, no utiliza fórmulas ni ecuaciones conocidas, por lo tanto no sustituye los datos en ninguna ecuación.	Ninguno de los estudiantes sustituye los datos en fórmulas o ecuaciones, pues no elaboran ninguna.		Ninguno de los estudiantes sustituye los datos en alguna ecuación, pues no elaboran ninguna.
Efectuar los	La estudiante	El estudiante	Ambos		Los dos

cálculos necesarios	realiza una serie de operaciones Aritméticas con los datos (multiplicaciones y sumas).	realiza una serie de operaciones Aritméticas con los datos (multiplicaciones y sumas).	alumnos realizan operaciones Aritméticas.		estudiantes realizan operaciones Aritméticas para resolver el problema.
Verificar si el valor de la respuesta es razonable o posible	La estudiante establece razonamientos lógicos como que el problema debe de resolverse <i>“Primero leerse cuidadosamente porque considero que para contestar las preguntas adecuadamente necesitamos pensar de manera lógica los datos que nos dan y después contestar las preguntas”</i> , sin embargo acepta no estar segura de la solución.	El estudiante establece razonamientos lógicos, como que el problema debe de resolverse <i>“Haciendo un análisis del costo por minuto, para multiplicarlo por los minutos hablados y sumarle lo que aumenta si es que se pasa de ese tiempo”</i> , también menciona que <i>“...hay métodos para comprobar”</i> la solución del problema, sin embargo no establece ninguno.	Ambos estudiantes establecen razonamientos lógicos para explicar la veracidad de su respuesta. La estudiante A3_1, comenta que para resolver el problema se necesita pensar de una manera lógica, mientras que el alumno A3_8 comenta que se debe de hacer un análisis.		Los dos estudiantes establecen razonamientos lógicos que les dan la certeza de que su solución es viable.
Comprobar que la respuesta cumpla con las condiciones impuestas en el enunciado del problema	La estudiante demuestra que la respuesta es correcta, sólo para el costo al hablar durante los tres primeros minutos, pues se encuentra dentro del intervalo establecido en las condiciones, cumple con el objetivo principal establecido en el enunciado del	El estudiante demuestra que la respuesta es correcta, sólo para el costo al hablar durante los tres primeros minutos, pues se encuentra dentro del intervalo establecido en las condiciones, cumple con el objetivo principal establecido en el enunciado del	Ambos alumnos demuestran que su respuesta es correcta al hablar durante los tres primeros minutos y a partir del cuarto tienen errores.		Los dos alumnos comprueban que su respuesta cumple con las condiciones del problema hasta los tres minutos, en los minutos subsecuentes tienen errores.

	problema, pero como no elabora ninguna función no puede verificar si cumple con las condiciones de un algoritmo matemático, entonces no se percata de su error en el incremento del precio después de los tres minutos.	problema, pero como no elabora ninguna función no puede verificar si cumple con las condiciones de un algoritmo matemático, entonces no se percata de su error en el incremento del precio después de los tres minutos.			
Revisar si existen otros caminos de resolución que lleven a la misma respuesta	La estudiante no establece otros métodos de solución, sólo comenta: “...me parece que se resuelve de manera lógica, no se me ocurre alguna fórmula, aunque se que debe de haber alguna o algún método más fácil para resolver el problema”.	El estudiante comenta que: “...hay métodos para comprobar” la solución del problema, sin embargo no establece ninguno.	Ambos estudiantes reconocen que debe de haber otros métodos de solución del problema, sin embargo no especifican ninguno.		Ambos estudiantes reconocen que debe de haber otros métodos de solución del problema, sin embargo no especifican ninguno.
Realizar una reflexión global acerca de lo que aportó la resolución del problema en lo metodológico y en lo conceptual	La estudiante no manifiesta su opinión acerca del problema, al menos no de manera individual ²⁶ .	Una alumna no manifiesta su opinión acerca del problema, al menos no de manera individual ²⁷ .	Ambos alumnos omiten manifestar su opinión de manera individual acerca del problema.		Ninguno de los estudiantes manifiesta su opinión individual acerca del problema.

Tabla 12.2.1.1 Análisis de la metodología del problema 2, grupo 1, en su primera etapa.

Problema 2
GRUPO 1

²⁶ Ver Aportaciones Grupales, en el apartado de Tablas y figuras.

²⁷ Ver Aportaciones Grupales, en el apartado de Tablas y figuras.

Primera etapa: Representación y replanteamiento del problema					
Procedimiento	A1_1	A1_14	Semejanzas	Diferencias	Conclusiones
Construir un esquema	La estudiante construye una serie de pasos que incluyen los elementos básicos del problema, como los datos: el costo del litro del diesel, el rendimiento y la función del costo del combustible, muestra en cada uno de los incisos lo que puede hacer, con una serie de funciones e instrucciones. Por lo tanto el estudiante ha logrado interpretar el problema informalmente y ha abstraído la suficiente información para utilizar los conocimientos matemáticos previos en la solución.	La estudiante muestra en cada uno de los incisos lo que puede hacer, con una serie de funciones e instrucciones. Por lo tanto el estudiante ha logrado interpretar el problema informalmente y ha abstraído la suficiente información para utilizar los conocimientos matemáticos previos en la solución.	Ambas estudiantes muestran lo que pueden hacer en cada uno de los incisos y han logrado interpretar el problema.		Las dos estudiantes interpretan el problema utilizando con una serie de funciones e instrucciones.
Definir el objetivo del problema, ¿Qué es lo que se pide en el problema?	La estudiante establece lo que se busca en el problema <i>“Una solución de acuerdo a una V tentativa, el costo de litro de diesel por hora y una proporción entre el costo y la velocidad, siendo el objetivo principal un</i>	La estudiante establece lo que se busca en el problema <i>“La velocidad del camión”</i> .	Ambas alumnas establecen lo que se busca en el problema.		Las dos alumnas identifican un objetivo del problema, la velocidad, sin embargo una de ellas también establece el otro objetivo que un costo bajo con dicha velocidad.

	<i>costo bajo y la velocidad que se requeriría en ese caso”.</i>				
Listar los datos y las incógnitas que presenta el problema	La estudiante escribe los datos que explícitamente le muestra el enunciado del problema: el costo del litro del diesel, el rendimiento y la función del costo del combustible. También identifica en cada uno de los incisos lo que desea averiguar: los litros por hora, el costo por litro, \$/h, la constante de proporcionalidad y la velocidad más económica.	La estudiante no escribe los datos en forma de lista, pero si identifica en cada uno de los incisos lo que desea averiguar: los litros por hora, el costo, el costo del diesel, la función del costo del litro de diesel por hora (pero la coloca en otro inciso, el d y omite la constante de proporcionalidad) y del costo del litro del diesel por kilómetro (lo intenta, aunque no llega a la correcta) y la velocidad más económica (lo intenta, aunque no llega a la correcta).	Ambas estudiantes identifican lo que se desea averiguar en cada uno de los incisos.	La estudiante A1_1 escribe los datos, no así la alumna A1_14.	Las dos estudiantes identifican los datos del problema y lo que se desea averiguar en cada uno de los incisos.
Colocar los datos en el esquema y sus respectivas unidades	La estudiante le pone las unidades a los datos y los empieza a relacionar, mediante regla de tres en los dos primeros incisos y mediante funciones en los inciso (c) y (e).	La estudiante le pone las unidades a los datos y los empieza a relacionar, mediante operaciones directas en los incisos (a) y (b) y funciones en los incisos (c), (d), (e) y (f).	Ambas estudiantes le colocan las unidades a los datos y los relacionan.	La estudiante A1_1 relaciona los datos mediante regla de tres y funciones, mientras que la alumna A1_14 lo hace mediante operaciones y funciones.	Las dos alumnas colocan las unidades en los datos.

Buscar alguna relación entre las incógnitas y los datos	La estudiante relaciona las incógnitas con los datos, y lo hace mediante una regla de tres, en los dos primeros incisos y mediante funciones en los inciso (c) y (e).	La estudiante relaciona las incógnitas con los datos, y lo hace mediante operaciones directas en los incisos (a) y (b) y funciones en los incisos (c), (d), (e) y (f).	Ambas alumnas relacionan los datos con las incógnitas.	La estudiante A1_1 relaciona los datos mediante regla de tres y funciones, mientras que la alumna A1_14 lo hace mediante operaciones y funciones.	Las dos estudiantes encuentran alguna relación entre los datos y las incógnitas pero aplican diferentes formas de hacerlo mediante regla de tres y funciones u operaciones y funciones.
Escribir en el lenguaje matemático las relaciones claves encontradas	La estudiante traduce las relaciones encontradas al lenguaje matemático, mediante una regla de tres, en los dos primeros incisos y mediante funciones en los inciso (c) y (e). Tiene un nivel de abstracción y generalización.	La estudiante traduce las relaciones encontradas al lenguaje matemático, mediante operaciones directas en los incisos (a) y (b) y funciones en los incisos (c), (d), (e) y (f).	Ambas estudiantes traducen las relaciones encontradas al lenguaje matemático.	La estudiante A1_1 traduce las relaciones encontradas al lenguaje matemático mediante regla de tres y funciones, mientras que la alumna A1_14 lo hace mediante operaciones y funciones.	Las dos estudiantes traducen las relaciones encontradas al lenguaje matemático pero aplican diferentes formas de hacerlo mediante regla de tres y funciones u operaciones y funciones.

Tabla 12.2.1.2 Análisis de la metodología del problema 2, grupo 1, en su segunda etapa.

Problema 2					
GRUPO 1					
Segunda etapa: Pre solución					
Procedimiento	A1_1	A1_14	Semejanzas	Diferencias	Conclusiones
Seleccionar y escribir la información importante	La estudiante en el inciso (a) hace una	La estudiante en el inciso (a) hace una serie de operaciones que	Ambas estudiantes resuelven correctamente	La estudiante A1_14 elabora los incisos (b) y (c)	Las dos estudiantes seleccionan los datos que

para la resolución del problema	serie de operaciones y al final selecciona la información más útil para resolverlo, encontrando la respuesta correcta, en los demás incisos hace lo mismo, sin embargo para el inciso (b), la información seleccionada no es la apropiada y en el inciso (c) y (e), la función que construye no es la correcta. Clasifica la información, pero no de manera adecuada.	la llevan (a) un resultado, el cual lo relaciona y utiliza para el inciso (b), después con la información del problema elabora la función del inciso (c), pero la coloca en el inciso (d) y omite la constante de proporcionalidad, en el inciso (e), la información seleccionada no es la correcta y por lo tanto la función que construye es errónea, así como el resultado del inciso (f).	e el inciso (a) con una serie de operaciones, para el inciso (e) las funciones que construyen no son las correctas.	correctamente, sólo que el (c) lo coloca en el (d) y omite la constante de proporcionalidad.	les son útiles para resolver el problema.
Enumerar las ecuaciones matemáticas	La estudiante ordena las funciones de acuerdo a los incisos que va resolviendo.	La estudiante ordena las funciones de acuerdo a los incisos que va resolviendo.	Ambas alumnas ordenan las funciones de acuerdo a los incisos del problema.		Las dos alumnas ordenan las funciones de acuerdo a los incisos del problema.
Ordenar las magnitudes, usar las ecuaciones probables y asignarles valores razonables	La estudiante empieza a sustituir y obtiene un dato que necesita (el inciso (a)), pero no lo	La estudiante en los primeros incisos no utiliza ecuaciones, pero si relaciones que sustituye con los datos que le otorga el enunciado del	Ambas estudiantes sustituyen los datos en las relaciones que van haciendo.		Las dos estudiantes sustituyen los datos en las relaciones que van haciendo.

	utiliza en el inciso siguiente.	problema y los que van surgiendo en la resolución de éste.			
Dividir el problema en secciones o partes más pequeñas	La estudiante resuelve el problema de acuerdo a los incisos planteados por éste.	La estudiante resuelve el problema de acuerdo a los incisos planteados por éste.	Ambas alumnas resuelven el problema de acuerdo a los incisos.		Las dos estudiantes resuelven el problema en partes, de acuerdo a los incisos del problema.

Tabla 12.2.1.3 Análisis de la metodología del problema 2, grupo 1, en su tercera etapa.

Problema 2					
GRUPO 1					
Tercera etapa: Resolución y revisión					
Procedimiento	A1_1	A1_14	Semejanzas	Diferencias	Conclusiones
Transformar los datos mediante los factores de conversión	El problema requiere que se haga un análisis de unidades en dos ocasiones, en el inciso (a) y en el (e), el estudiante sólo lo hace en el inciso (a).	El problema requiere que se haga un análisis de unidades en dos ocasiones, en el inciso (a) y en el (e), el estudiante sólo lo hace en el inciso (a).	Ambas estudiantes hacen el análisis de unidades sólo en el inciso (a).		El problema necesita que se haga un análisis de unidades en dos ocasiones, las estudiantes solo lo hacen en el inciso (a).
Sustituir datos en fórmulas y ecuaciones	La estudiante utiliza los datos para elaborar relaciones y realiza una regla de tres en el inciso (a), la cual es correcta, en el inciso (b), realiza una serie de operaciones que le da un resultado incorrecto, en los incisos (c), y (e) sólo bosqueja una serie de fórmulas incorrectas, las cuales no sustituye con ningún	La estudiante en los primeros incisos no utiliza ecuaciones, pero si relaciones que sustituye con los datos que le otorga el enunciado del problema y los que van surgiendo en la resolución	Ambas estudiantes sustituyen los datos en las relaciones que van haciendo.		Las dos estudiantes sustituyen los datos en las relaciones que van haciendo.

	<p>dato y por último los incisos (d) y (f) los soluciona con razonamientos lógicos, incorrectos, también.</p>	<p>de éste, en el inciso (e), la información seleccionada no es la correcta y por lo tanto la función que construye es errónea, así como el resultado del inciso (f).</p>			
<p>Efectuar los cálculos necesarios</p>	<p>La estudiante realiza los cálculos, sólo en los incisos (a) y (b).</p>	<p>La estudiante realiza los cálculos, en los incisos (a), (b), (e) y (f), pero sólo son correctos en el (a) y (b).</p>	<p>Ambas alumnas realizan los cálculos.</p>	<p>La estudiante A1_1 sólo realiza los cálculos en los incisos (a) y (b), mientras que la alumna A1_14 lo hace en los incisos (a), (b), (e) y (f).</p>	<p>Las dos estudiantes realizan operaciones correctas para resolver los incisos (a) y (b).</p>
<p>Verificar si el valor de la respuesta es razonable o posible</p>	<p>La estudiante establece un razonamiento lógico: <i>“La V más económica sería una inicial en 0 porque así no gastaría combustible, pero pienso que 30 km/h se acerca al costo de un litro sobrepasándole sólo en 1.76 y garantiza una velocidad mayor”</i>. No confirma la validez de la solución, pues en este razonamiento no utiliza ninguno de los datos del problema, ni los que el estudiante obtuvo en</p>	<p>La estudiante no establece un razonamiento lógico que la lleve a confirmar la validez de la solución.</p>	<p>Ninguna de las estudiantes confirma la validez de su solución.</p>		<p>Solo una estudiante establece razonamientos lógicos que les dan la certeza de que su solución es viable, pero ninguna confirma la validez de su solución.</p>

	los incisos (a) y (b).				
Comprobar que la respuesta cumpla con las condiciones impuestas en el enunciado del problema	La estudiante llega a una respuesta correcta en el inciso (a). Pero en los demás incisos la alumna no demuestra que las respuestas sean correctas, la respuestas no se encuentra dentro de las condiciones establecidas, no cumplen con el objetivo principal que muestra el enunciado del problema y no cumple con las condiciones de los algoritmos matemáticos que se usaron.	La estudiante llega a una respuesta correcta en el inciso (a), (b), y (c) (aunque la coloca en el inciso (d)), en los demás incisos la alumna no demuestra que la respuesta es correcta, la respuestas no se encuentra dentro de las condiciones establecidas, no cumplen con el objetivo principal que muestra el enunciado del problema ya que los algoritmos matemáticos que se usaron en el inciso (e) no son correctos.	Ambas estudiantes llegan a una respuesta correcta en el inciso (a).	Sólo la alumna A1_14 llega a una respuesta correcta en el inciso (b) y (c), aunque éste último está incompleto .	Las dos alumnas comprueban que su respuesta cumple con las condiciones del problema sólo para el inciso (a) y solo una de ellas las cumple para el inciso (b).
Revisar si existen otros caminos de resolución que lleven a la misma respuesta	La estudiante establece que el problema puede resolverse mediante: "... <i>cálculos arbitrarios (al principio), tablas, fórmulas matemáticas, fórmulas Físicas, estableciendo ecuaciones</i> ", pero ella no elabora tablas y las fórmulas que	La estudiante establece que el problema puede resolverse: "... <i>sacando cuantos litros de diesel se necesita en determinado camión con x velocidad y viceversa</i> ".	Ambas alumnas determinan otros caminos de solución, sin embargo ninguna de las dos los sigue.		Las dos estudiantes establecen otros caminos de solución, sin embargo ninguna de las dos los sigue.

	establece en los incisos (c) y (e) no las utiliza.				
Realizar una reflexión global acerca de lo que aportó la resolución del problema en lo metodológico y en lo conceptual	La estudiante no manifiesta su opinión acerca del problema, al menos no de manera individual ²⁸ .	La estudiante no manifiesta su opinión acerca del problema, al menos no de manera individual ²⁹ .	Ninguna de las estudiantes manifiesta su opinión acerca del problema.		Ninguna de las estudiantes manifiesta su opinión individual acerca del problema.

Tabla 12.2.2.1 Análisis de la metodología del problema 2, grupo 2, en su primera etapa.

Problema 2					
GRUPO 2					
Primera etapa: Representación y replanteamiento del problema					
Procedimiento	A2_2	A2_9	Semejanzas	Diferencias	Conclusiones
Construir un esquema	La estudiante no construye ningún esquema del problema, sólo muestra los datos, un análisis de unidades y algunas relaciones con los resultados erróneos, que no muestra de donde los obtiene.	El estudiante construye una serie de pasos que incluyen los elementos básicos del problema, como los datos: el costo del litro del diesel, el rendimiento, muestra en cada uno de los incisos lo que puede hacer, con una serie de funciones, relaciones y algunos análisis de unidades. Por lo tanto el estudiante ha logrado interpretar el problema informalmente y ha abstraído la	Ambos estudiantes muestran los datos y algunos análisis de unidades.	Sólo el estudiante A2_9 muestra lo que puede hacer en cada uno de los incisos.	Los dos estudiantes interpretan el problema utilizando un análisis de unidades, algunas relaciones y uno de ellos una serie de funciones.

²⁸ Ver Aportaciones Grupales, en el apartado de Tablas y figuras.

²⁹ Ver Aportaciones Grupales, en el apartado de Tablas y figuras.

		suficiente información para utilizar los conocimientos matemáticos previos en la solución.			
Definir el objetivo del problema, ¿Qué es lo que se pide en el problema?	La estudiante identifica lo que busca el problema, mediante un enunciado “La velocidad a la que debe ir para que el costo del litro de diesel sea más económico”.	El estudiante identifica lo que busca el problema, mediante un enunciado “Economizar lo más posible con óptima calidad”.	Ambos estudiantes identifican lo que busca el problema.		Los dos alumnos identifican el objetivo del problema, uno de ellos la velocidad más económica y el otro establece que economizar es el objetivo.
Listar los datos y las incógnitas que presenta el problema	La estudiante muestra los datos en forma de lista: el costo del litro de diesel y el rendimiento.	El estudiante muestra los datos relacionándolos: el costo del litro de diesel y el rendimiento, así como el rendimiento con la velocidad de 60 km/h.	Ambas estudiantes muestran los datos.	La estudiante A2_2 lo hace en forma de lista y el alumno A2_9 lo hace relacionándolos.	Los dos estudiantes identifican los datos del problema.
Colocar los datos en el esquema y sus respectivas unidades	La estudiante no coloca los datos en el esquema, pues no tiene uno, pero si le coloca las unidades a los datos.	El estudiante le coloca las unidades a los datos y a sus respuestas.	Ambos estudiantes le colocan las unidades a los datos.		Los dos alumnos colocan las unidades en los datos.
Buscar alguna relación entre las incógnitas y los datos	La estudiante relaciona los datos y las incógnitas, mediante un análisis de unidades (el	El estudiante relaciona las incógnitas con los datos, y lo hace mediante regla de tres, que transforma en funciones en los	Ambos alumnos relacionan las incógnitas con los datos.	La estudiante A2_2 lo hace mediante un análisis de unidades, mientras el alumno A2_9 lo hace mediante	Las dos estudiantes encuentran alguna relación entre los datos y las incógnitas pero aplican

	cual es erróneo).	incisos (a) y (b).		regla de tres que transforma en funciones.	diferentes formas de hacerlo mediante un análisis de unidades o regla de tres que transforma en funciones
Escribir en el lenguaje matemático las relaciones claves encontradas	La estudiante no traduce las relaciones encontradas, pues no elabora ningún algoritmo.	El estudiante traduce las relaciones encontradas al lenguaje matemático, mediante regla de tres y funciones en los dos primeros incisos. Tiene un nivel de abstracción y generalización.		La estudiante A2_2 no elabora ningún algoritmo, mientras que el alumno A2_9 elabora dos funciones.	Solo uno de los estudiantes traduce las relaciones encontradas al lenguaje matemático, elabora dos funciones.

Tabla 12.2.2.2 Análisis de la metodología del problema 2, grupo 2, en su segunda etapa.

Problema 2					
GRUPO 2					
Segunda etapa: Pre solución					
Procedimiento	A2_2	A2_9	Semejanzas	Diferencias	Conclusiones
Seleccionar y escribir la información importante para la resolución del problema	La estudiante identifica la información importante para resolver el problema, como los datos y sus unidades.	El estudiante hace una regla de tres, en el inciso (a), la cual traduce en una función, que la lleva a un resultado, el cual lo relaciona y utiliza para el inciso (b), después con la información del problema intenta elaborar la función del inciso (c), pero sólo realiza un análisis de	Ambos estudiantes identifican los datos y sus unidades para resolver el problema.	El estudiante A2_9 además relaciona los resultados para obtener otros incisos.	Los dos estudiantes seleccionan los datos que les son útiles para resolver el problema.

		unidades.			
Enumerar las ecuaciones matemáticas	La estudiante no elabora ninguna ecuación matemática.	El estudiante ordena las funciones de acuerdo a los incisos que va resolviendo.		Sólo el estudiante A2_9 ordena las funciones, pues la alumna A2_2 no elabora ninguna función.	Solo un alumno ordena las funciones de acuerdo a los incisos del problema.
Ordenar las magnitudes, usar las ecuaciones probables y asignarles valores razonables	La estudiante ordena la información que tiene, como los datos, no elabora ninguna ecuación, pero obtiene dos resultados, sin embargo no muestra ningún indicio de cómo los adquirió.	El estudiante hace una regla de tres, en el inciso (a), la cual traduce en una función, que la lleva a un resultado, el cual lo relaciona y utiliza para el siguiente inciso, el (b).	Ambos estudiantes ordenan la información que tienen.	Sólo el estudiante A2_9 le asigna valores a las funciones, pues la alumna A2_2 no elabora ninguna función.	Solo un alumno sustituye los datos en las funciones que va haciendo.
Dividir el problema en secciones o partes más pequeñas	La estudiante no divide el problema en partes y tampoco señala los incisos que esta resolviendo.	El estudiante resuelve el problema de acuerdo a los incisos planteados por éste.		Sólo el estudiante A2_9 resuelve el problema de acuerdo a los incisos.	Solo un alumno resuelve el problema en partes, de acuerdo a los incisos del problema.

Tabla 12.2.2.3 Análisis de la metodología del problema 2, grupo 2, en su tercera etapa.

Problema 2					
GRUPO 2					
Tercera etapa: Resolución y revisión					
Procedimiento	A2_2	A2_9	Semejanzas	Diferencias	Conclusiones
Transformar los datos mediante los factores de conversión	La estudiante realiza un análisis de datos (erróneo), pero no marca el inciso.	El problema requiere que se haga un análisis de datos en dos ocasiones, en el	Ambos alumnos realizan un análisis de unidades.		El problema necesita que se haga un análisis de unidades en dos ocasiones, los estudiantes

		inciso (a) y en el (e), el estudiante sólo lo hace en el inciso (a).			solo lo hacen en el inciso (a).
Sustituir datos en fórmulas y ecuaciones	La estudiante no sustituye ningún dato, porque no elabora ninguna ecuación, sin embargo obtiene dos resultados, pero no muestra ningún indicio de cómo los adquirió.	El estudiante hace una regla de tres, en el inciso (a), la cual traduce en una función, que la lleva a un resultado, el cual lo relaciona y utiliza para el inciso (b), después con la información del problema intenta elaborar la función del inciso (c), pero sólo realiza un análisis de unidades.		Sólo el estudiante A2_9 le asigna valores a las funciones, pues la alumna A2_2 no elabora ninguna función.	Solo un estudiante sustituye los datos en las funciones que va creando.
Efectuar los cálculos necesarios	La estudiante obtiene dos resultados, pero no muestra ningún indicio de cómo los adquirió.	El estudiante realiza los cálculos, en los incisos (a) y (b).	Ambos estudiantes realizan cálculos.		Los dos estudiantes realizan operaciones para resolver los incisos, pero ella no muestra su procedimiento.
Verificar si el valor de la respuesta es razonable o posible	La estudiante comenta que puede verificar sus respuestas " <i>comprobando las unidades</i> ", sin embargo no lo hace, pues no llega a una respuesta.	El estudiante no establece un razonamiento lógico que la lleve a confirmar la validez de la solución.	Ninguno de los estudiantes verifica su respuesta.		Solo una estudiante establece un razonamiento lógico que le da la certeza que de que su solución es viable, pero ninguno confirma la validez de su solución.
Comprobar que la respuesta	La alumna no demuestra que las respuestas	El estudiante llega a una respuesta		Sólo el estudiante A2_9 llega	Solo un alumno comprueba que su respuesta

cumpla con las condiciones impuestas en el enunciado del problema	sean correctas, la respuestas no se encuentra dentro de las condiciones establecidas, no cumplen con el objetivo principal que muestra el enunciado del problema y no muestra ningún indicio de cómo los adquirió.	correcta en los incisos (a) y (b). En el inciso (c) el alumno no demuestra que la respuesta es correcta, pues solo hace un análisis de unidades, la respuesta no se encuentra dentro de las condiciones establecidas, no cumple con el objetivo principal que muestra el enunciado.		a una respuesta correcta en los incisos (a) y (b).	cumple con las condiciones del problema para el inciso (a) y (b).
Revisar si existen otros caminos de resolución que lleven a la misma respuesta	La estudiante comenta que para poder resolver el problema: “ <i>Se tienen que tomar en cuenta las unidades para poder acomodar los datos</i> ”.	El estudiante establece que el problema debe resolverse “ <i>despejando y sustituyendo, también multiplicando y dividiendo</i> ”.	Ambos alumnos muestran alternativas para resolver el problema.		Los dos estudiantes establecen otros caminos de solución, o bien muestran el que siguieron ellos.
Realizar una reflexión global acerca de lo que aportó la resolución del problema en lo metodológico y en lo conceptual	La estudiante no manifiesta su opinión acerca del problema, al menos no de manera individual ³⁰ .	La estudiante no manifiesta su opinión acerca del problema, al menos no de manera individual ³¹ .	Ninguno de los estudiantes manifiesta su opinión acerca del problema.		Ninguno de las estudiantes manifiesta su opinión individual acerca del problema.

Tabla 12.2.3.1 Análisis de la metodología del problema 2, grupo 3, en su primera etapa.

Problema 2
GRUPO 3
Primera etapa: Representación y replanteamiento del problema

³⁰ Ver Aportaciones Grupales, en el apartado de Tablas y figuras.

³¹ Ver Aportaciones Grupales, en el apartado de Tablas y figuras.

Procedimiento	A3_1	A3_8	Semejanzas	Diferencias	Conclusiones
Construir un esquema	La estudiante construye una serie de pasos que incluyen los elementos básicos del problema, como los datos: el costo del litro del diesel, el rendimiento y la función del costo del combustible, muestra en cada uno de los incisos lo que puede hacer, con una serie de funciones e instrucciones. Por lo tanto la estudiante ha logrado interpretar el problema informalmente y ha abstraído la suficiente información para utilizar los conocimientos matemáticos previos en la solución.	El estudiante construye una serie de pasos que incluyen los elementos básicos del problema, como los datos: el costo del litro del diesel, el rendimiento y la función del costo del combustible, muestra en cada uno de los incisos lo que puede hacer, con una serie de operaciones. Por lo tanto el alumno ha logrado interpretar el problema informalmente y ha abstraído la suficiente información para utilizar los conocimientos matemáticos previos en la solución.	Ambos estudiantes han logrado interpretar el problema.	La estudiante A3_1 lo hace mediante una serie de funciones e instrucciones, mientras el estudiante A3_8 lo hace mediante una serie de operaciones.	Los dos estudiantes interpretan el problema utilizando una serie de funciones e instrucciones o una serie de operaciones.
Definir el objetivo del problema, ¿Qué es lo que se pide en el problema?	La estudiante establece lo que se busca en el problema <i>“Nos pide calcular algunos datos para poder contestar las preguntas que nos da”</i> .	El estudiante establece lo que se busca en el problema <i>“...la velocidad más económica para ver a que velocidad se puede gastar menos gasolina y ahorrarle más al patrón”</i> .	Ambos estudiantes establecen lo que busca el problema.	La estudiante A3_1 comenta que el objetivo del problema es calcular datos, mientras que el estudiante A3_8 comenta que el objetivo es encontrar la velocidad más	Solo un estudiante identifica el objetivo del problema, la velocidad más económica.

				económica.	
Listar los datos y las incógnitas que presenta el problema	La estudiante escribe los datos que explícitamente le muestra el enunciado del problema: el costo del litro del diesel y el rendimiento. También identifica en cada uno de los incisos lo que desea averiguar: los litros por hora y el costo del litro por cada hora.	El estudiante escribe los datos que explícitamente le muestra el enunciado del problema: el costo del litro del diesel, el rendimiento y la función del costo del diesel. También identifica en cada uno de los incisos lo que desea averiguar: los litros por hora y el costo del litro por cada hora.	Ambos estudiantes escriben los datos e identifican en cada inciso lo que desean averiguar.		Los dos estudiantes identifican los datos del problema y lo que desean averiguar en cada inciso.
Colocar los datos en el esquema y sus respectivas unidades	La estudiante le pone las unidades a los datos y los empieza a relacionar, mediante regla de tres en los dos primeros incisos y mediante funciones en los inciso (c) y (e).	El estudiante le pone las unidades a los datos y los empieza a relacionar, mediante operaciones en los tres primeros incisos, elabora una fórmula en el inciso (c), la cual es correcta, sólo le falta la constante de proporcionalidad y después intenta aplicar Cálculo Diferencial, escribiendo: $\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x),$ pero menciona que ya no se acuerda.	Ambos estudiantes le colocan las unidades a los datos y los relacionan.	La estudiante A3_1 relaciona los datos mediante regla de tres y funciones, mientras que el alumno A3_8 lo hace mediante operaciones y funciones.	Los dos alumnos colocan las unidades en los datos.
Buscar alguna relación entre las incógnitas y los datos	La estudiante relaciona las incógnitas con los datos, y lo	El estudiante relaciona las incógnitas con los datos, y lo	Ambos alumnos relacionan las	La estudiante A3_1 relaciona los datos con las	Los dos estudiantes encuentran alguna

	hace mediante una regla de tres, en los dos primeros incisos y mediante funciones en los inciso (c) y €.	hace mediante una serie de operaciones, en los tres primeros incisos y mediante una función en el inciso (c).	incógnitas con los datos.	incógnitas mediante regla de tres y funciones, mientras que el alumno A3_8 lo hace mediante operaciones y funciones.	relación entre los datos y las incógnitas pero aplican diferentes formas de hacerlo mediante regla de tres y funciones u operaciones y funciones.
Escribir en el lenguaje matemático las relaciones claves encontradas	La estudiante traduce las relaciones encontradas al lenguaje matemático, mediante una regla de tres, en los dos primeros incisos y mediante funciones en los inciso (c) y (e). Tiene un nivel de abstracción y generalización.	El estudiante traduce las relaciones encontradas al lenguaje matemático, mediante funciones en el inciso (c), (e) intenta aplicar Cálculo Diferencial, escribiendo: $\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)$. Tiene un nivel de abstracción y generalización.	Ambos alumnos traducen las relaciones encontradas al lenguaje matemático.	La estudiante A3_1 traduce las relaciones encontradas mediante regla de tres y funciones, mientras que el alumno A3_8 lo hace mediante operaciones y funciones.	Los dos estudiantes traducen las relaciones encontradas al lenguaje matemático, elaboran funciones.

Tabla 12.2.3.2 Análisis de la metodología del problema 2, grupo 3, en su segunda etapa.

Problema 2					
GRUPO 3					
Segunda etapa: Pre solución					
Procedimiento	A3_1	A3_8	Semejanzas	Diferencias	Conclusiones
Seleccionar y escribir la información importante para la resolución del problema	La estudiante en los incisos (a) y (b) hace una serie de operaciones, regla de tres, encontrando la respuesta correcta, en el inciso (c) elabora una fórmula la cual es correcta, sólo y (e), las	El estudiante en el inciso (a), (b) y (c) hace una serie de operaciones, encontrando la respuesta correcta, en el inciso (c) elabora una fórmula la cual es correcta, sólo le falta la	Ambos estudiantes seleccionan y escriben la información correcta en los incisos (a) y (b), pero para los demás incisos la información	El estudiante A3_8 selecciona la información correcta para el inciso (c), sólo le falta la constante de proporcionalidad.	Los dos estudiantes seleccionan los datos que les son útiles para resolver el problema.

	funciones que construye no son las correctas. Clasifica la información, pero no de manera adecuada.	constante de proporcionalidad y después intenta aplicar Cálculo Diferencial, escribiendo: $\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)$.	no es la adecuada.		
Enumerar las ecuaciones matemáticas	La estudiante ordena las funciones de acuerdo a los incisos que va resolviendo.	El estudiante ordena las funciones de acuerdo a los incisos que va resolviendo.	Ambos estudiantes ordenan las funciones de acuerdo a los incisos.		Los dos alumnos ordenan las funciones de acuerdo a los incisos del problema.
Ordenar las magnitudes, usar las ecuaciones probables y asignarles valores razonables	La estudiante empieza a sustituir y obtiene un dato que necesita (el inciso (a)) y lo utiliza en el inciso siguiente.	El estudiante sustituye los datos en el inciso (a) y el resultado lo utiliza en el inciso siguiente.	Ambos estudiantes sustituyen los datos y los utilizan en los incisos posteriores.		Los dos estudiantes sustituyen los datos en las funciones que van haciendo.
Dividir el problema en secciones o partes más pequeñas	La estudiante resuelve el problema de acuerdo a los incisos planteados por éste.	El estudiante resuelve el problema de acuerdo a los incisos planteados por éste.	Ambos estudiantes resuelven el problema de acuerdo a los incisos.		Los dos estudiantes resuelven el problema en partes, de acuerdo a los incisos del problema.

Tabla 12.2.3.3 Análisis de la metodología del problema 2, grupo 3, en su tercera etapa.

Problema 2					
GRUPO 3					
Tercera etapa: Resolución y revisión					
Procedimiento	A3_1	A3_8	Semejanzas	Diferencias	Conclusiones
Transformar los datos mediante los factores de conversión	El problema requiere que se haga un análisis de unidades en	El problema requiere que se haga un análisis de unidades en dos ocasiones,	Ambos estudiantes solo realizan el análisis de unidades en		El problema necesita que se haga un análisis de unidades en

	dos ocasiones, en el inciso (a) y en el (e), el estudiante sólo lo hace en el inciso (a).	en el inciso (a) y en el (e), el estudiante sólo lo hace en el inciso (a).	el inciso (a).		dos ocasiones, los estudiantes solo lo hacen en el inciso (a).
Sustituir datos en fórmulas y ecuaciones	La estudiante utiliza los datos para elaborar relaciones y realiza una serie de operaciones y regla de tres en los incisos (a) y (b), las cuales son correctas, en el inciso (c), elabora una función incorrecta, en la cual no sustituye con ningún dato y por último en el inciso (e), también elabora una función incorrecta, sustituyendo datos.	El estudiante utiliza los datos para elaborar relaciones y realiza una serie de operaciones en el inciso (a), (b) y (c), las cuales son correctas, en el inciso (c), elabora una fórmula la cual es correcta, sólo le falta la constante de proporcionalidad y después intenta aplicar Cálculo Diferencial, escribiendo: $\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)$.	Ambos estudiantes sustituyen los datos.	La estudiante A3_1 lo hace en las relaciones y regla de tres que establece, mientras que el alumno A1_8 lo hace directamente en las operaciones.	Los dos estudiantes sustituyen los datos en las funciones que van construyendo.
Efectuar los cálculos necesarios	La estudiante realiza los cálculos, sólo en los incisos (a) y (b).	El estudiante realiza los cálculos en los incisos (a), (b) y (c).	Ambos estudiantes realizan cálculos en los incisos (a) y (b).		Los dos estudiantes realizan operaciones para resolver los incisos (a) y (b).
Verificar si el valor de la respuesta es razonable o posible	La estudiante establece un razonamiento lógico para resolver el problema: <i>“Primero leer cuidadosamente y analizar</i>	El estudiante establece un razonamiento lógico para resolver el problema: <i>“Identificar lo que pedía, para poder realizar</i>	Ambos estudiantes establecen razonamientos lógicos para verificar su respuesta, pero ninguno confirma la		Los dos estudiantes establecen razonamientos lógicos que les dan la certeza de que su solución es

	<p>los datos y preguntas que se dan, y después realizar operaciones”. No confirma la validez de la solución, pero admite no estar segura de su solución.</p>	<p>las operaciones con los mmm datos similares” y para verificar su respuesta comenta “...derivar el resultado y te tiene que dar la función original”, pero no lo hace en su solución.</p>	<p>validez de su solución.</p>		<p>viable, pero ninguno confirma la validez de su solución.</p>
<p>Comprobar que la respuesta cumpla con las condiciones impuestas en el enunciado del problema</p>	<p>La estudiante llega a una respuesta correcta en los incisos (a) y (b). Pero en los demás incisos la alumna no demuestra que las respuestas sean correctas, la respuestas no se encuentra dentro de las condiciones establecidas, no cumplen con el objetivo principal que muestra el enunciado del problema y no cumple con las condiciones de los algoritmos matemáticos que se usaron.</p>	<p>El estudiante llega a una respuesta correcta en el inciso (a), (b) y (c), aunque en el (c), la función que elabora le falta la constante de proporcionalidad, los demás incisos no los resuelve.</p>	<p>Ambos estudiantes llegan a una respuesta correcta en los incisos (a) y (b).</p>	<p>El estudiante A3_8 llega a una respuesta correcta para el inciso (c), sólo le falta la constante de proporcionalidad.</p>	<p>Los dos alumnos comprueban que su respuesta cumple con las condiciones del problema para los incisos (a) y (b).</p>
<p>Revisar si existen otros caminos de resolución que lleven a la misma respuesta</p>	<p>La estudiante establece que el problema puede resolverse aplicando los siguientes pasos:”Primer</p>	<p>El estudiante menciona que se puede “...derivar el resultado y te tiene que dar la función original”, pero</p>	<p>Ambos estudiantes establecen otro camino para la solución del problema.</p>		<p>Los dos estudiantes establecen otro camino de solución, o bien muestran el que</p>

	<i>o leerlo cuidadosamente y hacer operaciones</i> ”, no menciona otro camino de solución.	no lo hace en su solución.			siguieron ellos.
Realizar una reflexión global acerca de lo que aportó la resolución del problema en lo metodológico y en lo conceptual	La estudiante no manifiesta su opinión acerca del problema, al menos no de manera individual ³² .	El estudiante no manifiesta su opinión acerca del problema, al menos no de manera individual ³³ .	Ninguno de los alumnos manifiesta su opinión acerca del problema.		Ninguno de las estudiantes manifiesta su opinión individual acerca del problema.

Mapa cognitivo

Tabla 7.1.2 Análisis del mapa cognitivo del problema 1, grupo 2.

Problema 1					
GRUPO 2					
Teoría del mapa cognitivo					
Parámetros	A2_2	A2_9	Semejanzas	Diferencias	Conclusiones
Contenido: materia que se trata	En este problema existen varios caminos o procedimientos que nos pueden llevar a la solución, la estudiante utilizó Aritmética, gráficas y una serie de expresiones algebraicas que la llevaron a elaborar dos ecuaciones y	En este problema existen varios caminos o procedimientos que nos pueden llevar a la solución, el estudiante utilizó Aritmética.	Ambos estudiantes utilizan Aritmética para resolver el problema.	La estudiante A2_2 además elabora gráficas y una serie de expresiones algebraicas, ecuaciones y tablas.	Los dos estudiantes utilizaron Aritmética para resolver el problema, solo una estudiante utilizó gráficas y una serie de expresiones algebraicas, ecuaciones y tablas.

³² Ver Aportaciones Grupales, en el apartado de Tablas y figuras.

³³ Ver Aportaciones Grupales, en el apartado de Tablas y figuras.

	una tabulación para mostrar sus resultados				
Modalidad del lenguaje: figurativa, numérica, simbólica, verbal, gestual, kinestésica, etc.	La estudiante utilizó un lenguaje numérico ya que expresa los datos, resultados y operaciones, mediante números y modalidad simbólica, por qué emplea la simbología adecuada de la Aritmética, del Álgebra y de las funciones.	El estudiante utilizó un lenguaje numérico ya que expresa los datos, resultados y operaciones, mediante números y modalidad simbólica, por qué emplea la simbología adecuada de la Aritmética.	Ambos alumnos utilizaron un lenguaje numérico y simbólico.	La estudiante A2_2 emplea la simbología adecuada de la Aritmética, el Álgebra y de las funciones, mientras que el alumno A2_9, sólo lo hace con la Aritmética.	Los dos estudiantes utilizaron un lenguaje numérico y la simbología adecuada de la Aritmética, sólo una de ellas utilizó también la simbología del Álgebra y de las funciones.
Operaciones mentales: acciones reconocimiento o identificación, clasificación, seriación, multiplicación lógica y comparación	La estudiante realiza un esquema del problema, identifica lo que tiene, los datos: el costo y el incremento y lo que desea averiguar: <i>“Encontrar el incremento del precio debido al tiempo”</i> , organiza la información y la relaciona, mediante dos gráficas, traduce las relaciones encontradas, en ecuaciones, de esta forma llega a un nivel de abstracción y generalización .	El estudiante no realiza un esquema del problema, pero si identifica lo que tiene, los datos: el costo y el incremento y lo que desea averiguar: <i>“...cuanto [sic] se gasta en una llamada en un determinado tiempo”</i> .	Ambos estudiantes identifican lo que tienen y lo que desean averiguar.	La estudiante A2_2 pretende encontrar el incremento, mientras que el alumno A2_9, quiere averiguar el gasto.	Los dos estudiantes identifican lo que tienen y lo que desean averiguar, pero lo hacen de manera diferente una de ellas relaciona los minutos con los costos mediante dos gráficas y ecuaciones y el otro lo hace mediante una serie de operaciones Aritméticas.

Fases del acto mental: input (entrada), elaboración y output (salida)	Sólo se analizó la fase de elaboración y se podrá observar con mayor detalle en la tabla “Funciones cognitivas en la fase de elaboración”.	Sólo se analizó la fase de elaboración y se podrá observar con mayor detalle en la tabla “Funciones cognitivas en la fase de elaboración”.			Sólo se analizó la fase de elaboración y se podrá observar con mayor detalle en la tabla “Funciones cognitivas en la fase de elaboración”.
Nivel de complejidad: cantidad de conocimientos que ha de tener un sujeto para que se produzca un acto mental	Se considera que el problema tiene un nivel de complejidad medio-alto, la alumna utilizó Aritmética, Álgebra y funciones, conocimientos aprendidos previamente en el bachillerato o en los cursos anteriores.	Se considera que el problema tiene un nivel de complejidad medio-alto, el alumno utilizó Aritmética, conocimientos aprendidos previamente en la educación básica.	Ambos estudiantes utilizan Aritmética para resolver el problema.	La estudiante A2_2 además utiliza Álgebra y funciones.	Si el estudiante utiliza Aritmética o Álgebra para resolver el problema los conocimientos utilizados son aprendidos en la educación básica, si utiliza Pre cálculo los conocimientos utilizados son aprendidos en el bachillerato o en los cursos anteriores. Los alumnos utilizan Aritmética, pero una de ellas además utiliza Álgebra y funciones.
Nivel de abstracción: desde percepción sensorial hasta abstracción y representación mental	El nivel de abstracción de la actividad se considera medio-alto, la alumna utiliza símbolos, signos y	El nivel de abstracción de la actividad se considera medio-alto, el alumno utilizó símbolos, signos y	Ambos alumnos utilizan símbolos, signos y cálculos aritméticos.	La estudiante A2_2 además relaciona los datos e incrementos , mediante	Los dos estudiantes utilizan signos, cálculos aritméticos pero una de ellas además

	conceptos, como cálculos aritméticos, relaciona los datos e incrementos, mediante gráficas y ecuaciones. Se considera que ocupa un cierto nivel de abstracción.	conceptos, como cálculos aritméticos, sin embargo esta información no la utiliza para obtener una ecuación, se considera que ocupa un cierto nivel de abstracción.		gráficas y ecuaciones.	utiliza Álgebra y funciones, ocupa un cierto nivel de abstracción.
Nivel de eficacia: rapidez/precisión y/o la cantidad de esfuerzo proyectado objetiva y subjetivamente por el sujeto en la actividad	El nivel de eficacia es considerado medio, ya que la alumna está familiarizada con el contenido, así como con las operaciones y funciones involucradas en el problema, sin embargo debido a que por cada minuto la alumna aumenta \$0.125 más de lo que indica el enunciado, cae en una falta de precisión, teniendo algunos resultados erróneos.	El nivel de eficacia es considerado medio, ya que el alumno está familiarizado con el contenido, así como con las operaciones sin embargo, aumenta el \$0.25 en cada minuto, dándole, en consecuencia un costo más alto, por lo tanto cae en una falta de precisión, teniendo sólo correcto el costo correspondiente a los tres minutos.	Ambos alumnos están familiarizados con el contenido, sin embargo caen en una falta de precisión, teniendo algunos resultados erróneos.		Los dos alumnos comprueban que su respuesta cumple con las condiciones del problema hasta los tres minutos, en los minutos subsecuentes tienen errores.

Tabla 7.1.3 Análisis del mapa cognitivo del problema 1, grupo 3.

Problema 1					
GRUPO 3					
Teoría del mapa cognitivo					
Parámetros	A3_1	A3_8	Semejanzas	Diferencias	Conclusiones

Contenido: materia que se trata	En este problema existen varios caminos o procedimientos que nos pueden llevar a la solución, la estudiante utilizó Aritmética.	En este problema existen varios caminos o procedimientos que nos pueden llevar a la solución, el estudiante utilizó Aritmética.	Ambos estudiantes utilizan Aritmética para resolver el problema.		Los dos estudiantes utilizaron Aritmética para resolver el problema.
Modalidad del lenguaje: figurativa, numérica, simbólica, verbal, gestual, kinestésica, etc.	La estudiante utilizó un lenguaje numérico ya que expresa los datos, resultados y operaciones, mediante números y lenguaje simbólico, porque emplea la simbología adecuada de la Aritmética.	El estudiante utilizó un lenguaje numérico ya que expresa los datos, resultados y operaciones, mediante números y lenguaje simbólico, porque emplea la simbología adecuada de la Aritmética.	Ambos alumnos utilizaron un lenguaje numérico y simbólico.		Los dos estudiantes utilizaron un lenguaje numérico y la simbología adecuada de la Aritmética.
Operaciones mentales: acciones reconocimiento o identificación, clasificación, seriación, multiplicación lógica y comparación	La estudiante no realiza un esquema del problema, pero si identifica lo que tiene, los datos: el costo y el incremento y lo que desea averiguar:” <i>Saber cuanto [sic] se gastaría en 8, 3 y 19 minutos, el incremento del precio en los primeros 3 minutos y el incremento del precio después de los 3</i>	El estudiante plantea lo que hace en cada inciso, mediante una serie de operaciones y relaciones, además construyó una tabla que incluye los elementos básicos del problema, mostrando el costo a los tres minutos y después el costo cada minuto pero existe un error, en el minuto 4,	Ambos estudiantes identifican lo que tienen y lo que desean averiguar.	El estudiante A3_8 además plantea lo que hace en cada inciso y construye una tabla.	Los dos estudiantes identifican lo que tienen y lo que desean averiguar, pero lo hacen de manera diferente uno de ellos relaciona los minutos con los costos mediante una tabla y la otra lo hace mediante una serie de operaciones Aritméticas.

	<i>minutos, tomando en cuenta los datos que nos dan en el problema”.</i>	omite el costo del minuto y sólo aumenta el precio \$0.125, por lo consiguiente sus resultados a partir de éste minuto son erróneos, aún cuando el incremento que maneja en los demás minutos es correcto, de \$1.375.			
Fases del acto mental: input (entrada), elaboración y output (salida)	Sólo se analizó la fase de elaboración y se podrá observar con mayor detalle en la tabla “Funciones cognitivas en la fase de elaboración”.	Sólo se analizó la fase de elaboración y se podrá observar con mayor detalle en la tabla “Funciones cognitivas en la fase de elaboración”.			Sólo se analizó la fase de elaboración y se podrá observar con mayor detalle en la tabla “Funciones cognitivas en la fase de elaboración”.
Nivel de complejidad: cantidad de conocimientos que ha de tener un sujeto para que se produzca un acto mental	Se considera que el problema tiene un nivel de complejidad medio-alto, la alumna utilizó Aritmética, conocimientos aprendidos previamente en la educación básica.	Se considera que el problema tiene un nivel de complejidad medio-alto, el alumno utilizó Aritmética, conocimientos aprendidos previamente en la educación básica y una tabla, en la cual aplica conocimientos de Pre cálculo, conocimientos aprendidos en bachillerato o en cursos	Ambos estudiantes utilizan Aritmética para resolver el problema.	El estudiante A3_8 además construye una tabla, en la cual aplica conocimientos de Pre cálculo.	Si el estudiante utiliza Aritmética o Álgebra para resolver el problema los conocimientos utilizados son aprendidos en la educación básica, si utiliza Pre cálculo los conocimientos utilizados son aprendidos en el bachillerato o

		anteriores en la Universidad.			en los cursos anteriores. Los alumnos utilizan Aritmética, pero uno de ellos además utiliza conocimientos de Pre cálculo.
Nivel de abstracción: desde percepción sensorial hasta abstracción y representación mental	El nivel de abstracción de la actividad se considera medio-alto, la alumna utilizó símbolos, signos y conceptos, como cálculos aritméticos, sin embargo esta información no la utiliza para obtener una ecuación, se considera que ocupa un cierto nivel de abstracción.	El nivel de abstracción de la actividad se considera medio-alto, el alumno utilizó símbolos, signos y conceptos, como cálculos aritméticos, sin embargo esta información no la utiliza para obtener una ecuación, pero si una tabla, se considera que ocupa un cierto nivel de abstracción.	Ambos alumnos utilizan símbolos, signos y cálculos aritméticos. Ninguno elabora una ecuación.		Los dos estudiantes utilizan signos, cálculos aritméticos pero ninguno elabora una ecuación.
Nivel de eficacia: rapidez/precisión y/o la cantidad de esfuerzo proyectado objetiva y subjetivamente por el sujeto en la actividad	El nivel de eficacia es considerado medio, ya que la alumna esta familiarizada con el contenido, así como con las operaciones sin embargo, aumenta el \$0.25 en cada minuto, dándole, en consecuencia un costo más	El nivel de eficacia es considerado medio, ya que el alumno esta familiarizado con el contenido, así como con las operaciones sin embargo, existe un error, en el minuto 4, omite el costo del minuto y sólo aumenta el precio	Ambos alumnos están familiarizados con el contenido, sin embargo caen en una falta de precisión, teniendo algunos resultados erróneos.		Los dos alumnos comprueban que su respuesta cumple con las condiciones del problema hasta los tres minutos, en los minutos subsecuentes tienen errores.

	alto, por lo tanto cae en una falta de precisión, teniendo sólo correcto el costo correspondiente a los tres minutos.	\$0.125, por consiguiente sus resultados a partir de éste minuto son erróneos por lo tanto cae en una falta de precisión, teniendo sólo correcto el costo correspondiente a los tres minutos.			
--	---	---	--	--	--

Tabla 13.2.1 Análisis del mapa cognitivo del problema 2, grupo 1.

Problema 2					
GRUPO 1					
Teoría del mapa cognitivo					
Parámetros	A1_1	A1_14	Semejanzas	Diferencias	Conclusiones
Contenido: materia que se trata	La estudiante identifica que el problema corresponde a la materia de Álgebra y Cálculo.	La estudiante identifica que el problema corresponde a la materia Cálculo Diferencial.	Ambas alumnas identifican que el problema pertenece al Cálculo.	Solo la estudiante A1_1 identifica que el problema pertenece también al Álgebra.	Las dos estudiantes identifican que el problema pertenece al Cálculo, solo una de ellas menciona que también al Álgebra.
Modalidad del lenguaje: figurativa, numérica, simbólica, verbal, gestual, kinestésica, etc.	El estudiante utilizó un lenguaje numérico ya que expresa los datos, resultados y operaciones, mediante números y modalidad simbólica, por qué emplea la simbología adecuada de la	El estudiante utilizó un lenguaje numérico ya que expresa los datos, resultados y operaciones, mediante números y modalidad simbólica, por qué emplea la simbología adecuada de la	Ambas estudiantes utilizan un lenguaje numérico y simbólico.		Las dos estudiantes utilizaron un lenguaje numérico y la simbología adecuada de la Aritmética, Física, Álgebra y de las funciones.

	Aritmética, la Física y el Álgebra (aunque las fórmulas que elabora son incorrectas). No utiliza el cálculo.	Aritmética, de la Física (en el manejo de las unidades) y del Álgebra al elaborar la función del costo del litro diesel por hora (aunque omite la constante de proporcionalidad). No utiliza el cálculo.			
Operaciones mentales: acciones reconocimientos o identificación, clasificación, seriación, multiplicación lógica y comparación	El estudiante identifica los datos: el costo del litro del diesel, el rendimiento y la función del costo del combustible. También identifica en cada uno de los incisos lo que desea averiguar: los litros por hora, el costo por litro, \$/h, la constante de proporcionalidad y la velocidad más económica, utiliza esta información para elaborar relaciones como regla de tres, operaciones y bosqueja fórmulas.	La estudiante no escribe los datos en forma de lista, pero si identifica en cada uno de los incisos lo que desea averiguar: los litros por hora, el costo, el costo del diesel, la función del costo del litro de diesel por hora (pero la coloca en otro inciso, el d y omite la constante de proporcionalidad) y del costo del litro del diesel por kilómetro (lo intenta, aunque no llega a la correcta) y la velocidad más económica (lo intenta, aunque no llega a la correcta).	Ambas estudiantes identifican lo que desean averiguar en cada uno de los incisos y relacionan los datos con operaciones y funciones.		Las dos estudiantes identifican lo que tienen y lo que desean averiguar, relacionando los datos con operaciones y funciones.
Fases del acto mental: input (entrada),	Sólo se analizó la fase de elaboración y se podrá	Sólo se analizó la fase de elaboración y se podrá observar			Sólo se analizó la fase de elaboración

elaboración y output (salida)	observar con mayor detalle en la tabla "Funciones cognitivas en la fase de elaboración".	con mayor detalle en la tabla "Funciones cognitivas en la fase de elaboración".			y se podrá observar con mayor detalle en la tabla "Funciones cognitivas en la fase de elaboración".
Nivel de complejidad: cantidad de conocimientos que ha de tener un sujeto para que se produzca un acto mental	Se considera que el problema tiene un nivel de complejidad medio-alto. La alumna realiza una regla de tres en el inciso (a), la cual es correcta, en el inciso (b), realiza una serie de operaciones que le da un resultado incorrecto, en los incisos (c), y (e) sólo bosqueja una serie de fórmulas incorrectas, las cuales no sustituye con ningún dato y por último los incisos (d) y (f) los soluciona con razonamientos lógicos, incorrectos. La estudiante esta familiarizada con la información, pues la han aprendido	Se considera que el problema tiene un nivel de complejidad medio-alto. La estudiante en el inciso (a) hace una serie de operaciones que la llevan a un resultado, el cual lo relaciona y utiliza para el inciso (b), después con la información del problema elabora la función del inciso (c), pero la coloca en el inciso (d) y omite la constante de proporcionalidad, en el inciso (e), la información seleccionada no es la correcta y por lo tanto la función que construye es errónea, así como el resultado del inciso (f).	Ambas estudiantes están familiarizadas con la información para resolver el problema, realizan una serie de operaciones y funciones.		Si el estudiante utiliza Aritmética o Álgebra para resolver el problema los conocimientos utilizados son aprendidos en la educación básica, si utiliza Pre cálculo o Cálculo Diferencial los conocimientos utilizados son aprendidos en el bachillerato o en los cursos anteriores. Las alumnas utilizan Aritmética y funciones.

	previamente en el bachillerato o en los cursos anteriores, sin embargo no utiliza los conocimientos de Álgebra en el inciso (c) y (e), así los conocimientos de Física en el análisis de unidades del inciso (b) y el cálculo (máximos y mínimos) en el inciso (f).				
Nivel de abstracción: desde percepción sensorial hasta abstracción y representación mental	El nivel de abstracción de la actividad se considera medio-alto, la alumna utiliza símbolos, signos y conceptos, como cálculos aritméticos, relaciones entre datos, como la regla de tres del inciso (a), elabora funciones, pero estas son incorrectas, se considera que ocupa un cierto nivel de abstracción.	El nivel de abstracción de la actividad se considera medio-alto, la alumna utiliza símbolos, signos y conceptos, como cálculos aritméticos, relaciones entre datos, elabora funciones, se considera que ocupa un cierto nivel de abstracción.	Ambas alumnas utilizan símbolos, signos, cálculos aritméticos y elaboran funciones.		Los dos estudiantes utilizan signos, cálculos aritméticos y elaboran funciones.
Nivel de eficacia: rapidez/precisión y/o la cantidad de esfuerzo proyectado	El nivel de eficacia es considerado medio, ya que la alumna está familiarizada con el	El nivel de eficacia es considerado medio, ya que la alumna está familiarizada con el	Ambas alumnas están familiarizadas con el contenido del	Además la estudiante A1_14 tiene correctas la respuesta del inciso (b) y del (c) (aunque la	Los dos alumnos comprueban que su respuesta cumple con las

objetiva y subjetivamente por el sujeto en la actividad	contenido, así como con las operaciones, relaciones y fórmulas involucradas en el problema, sin embargo sólo establece correctamente una relación, la del inciso (a), pues en los demás incisos no existe una coherencia entre los datos, las unidades y las funciones.	contenido, así como con las operaciones, relaciones y fórmulas involucradas en el problema, establece correctamente dos relaciones, la del inciso (a) y (b), así como la función del inciso (c) (aunque la coloca en el inciso (d) y omite la constante de proporcionalidad) en los demás incisos no existe una coherencia entre los datos, las unidades y las funciones.	problema y su respuesta del inciso (a) es correcta.	coloca en el inciso (d) y omite la constante de proporcionalidad).	condiciones del problema en el inciso (a), solo un estudiante cumple las condiciones en el inciso (b) también.
---	---	---	---	--	--

Tabla 13.2.2 Análisis del mapa cognitivo del problema 2, grupo 2.

Problema 2					
GRUPO 2					
Teoría del mapa cognitivo					
Parámetros	A2_2	A2_9	Semejanzas	Diferencias	Conclusiones
Contenido: materia que se trata	La estudiante establece que el problema corresponde a la materia de Álgebra.	El estudiante identifica que el problema corresponde a la materia de Cálculo.		La estudiante A2_2 establece que el problema corresponde a la materia de Álgebra, mientras que el estudiante A2_9 comenta que corresponde a la materia de Cálculo.	Una estudiante identifica que el problema pertenece al Álgebra y el otro que pertenece al Cálculo.
Modalidad del lenguaje:	La estudiante utilizó un	El estudiante utilizó un	Ambos estudiantes	El estudiante A2_9 además	Los dos estudiantes

figurativa, numérica, simbólica, verbal, gestual, kinestésica, etc.	lenguaje numérico ya que expresa los datos y resultados, mediante números y modalidad simbólica, por qué emplea la simbología adecuada de la Aritmética y de la Física (por las unidades). No utiliza el cálculo.	lenguaje numérico ya que expresa los datos, resultados y operaciones, mediante números y modalidad simbólica, por qué emplea la simbología adecuada de la Aritmética, de la Física (en el manejo de las unidades) y del Álgebra al elaborar una función en el inciso (a). No utiliza el cálculo.	utilizaron un lenguaje numérico y simbólico, no utilizan el cálculo y emplean la simbología de la Aritmética y la Física.	emplea la simbología del Álgebra.	utilizaron un lenguaje numérico y la simbología adecuada de la Aritmética y la Física, solo uno de ellos utiliza la simbología del Álgebra.
Operaciones mentales: acciones reconocimiento o identificación, clasificación, seriación, multiplicación lógica y comparación	La estudiante relaciona los datos y las incógnitas, mediante un análisis de unidades (el cual es erróneo), no traduce las relaciones encontradas, pues no elabora ningún algoritmo.	El estudiante no escribe los datos en forma de lista, pero si los relaciona, mediante regla de tres y funciones, además identifica lo que desea averiguar: los litros por hora, el costo del litro de diesel por hora.	Ambos estudiantes relacionan los datos.	La estudiante A2_2 lo hace mediante un análisis de unidades, mientras que el alumno A2_9 lo hace mediante regla de tres y funciones.	Los dos estudiantes identifican lo que tienen y lo que desean averiguar, relacionando los datos con análisis de unidades o bien regla de tres y funciones.
Fases del acto mental: input (entrada), elaboración y output (salida)	Sólo se analizó la fase de elaboración y se podrá observar con mayor detalle en la	Sólo se analizó la fase de elaboración y se podrá observar con mayor detalle en la tabla			Sólo se analizó la fase de elaboración y se podrá observar con mayor detalle en la tabla "Funciones

	tabla “Funciones cognitivas en la fase de elaboración”.	“Funciones cognitivas en la fase de elaboración”.			cognitivas en la fase de elaboración”.
Nivel de complejidad: cantidad de conocimientos que ha de tener un sujeto para que se produzca un acto mental	Se considera que el problema tiene un nivel de complejidad medio-alto. La estudiante identifica la información importante para resolver el problema, como los datos y sus unidades, ordena la información que tiene, no elabora ninguna ecuación, pero obtiene dos resultados, sin embargo no muestra ningún indicio de cómo los adquirió.	Se considera que el problema tiene un nivel de complejidad medio-alto. El estudiante aplica una regla de tres, en el inciso (a), la cual traduce en una función, que la lleva a un resultado, el cual lo relaciona y utiliza para el inciso (b), después con la información del problema intenta elaborar la función del inciso (c), pero sólo realiza un análisis de unidades.	Ambos estudiantes identifican y ordenan la información importante para resolver el problema.	Sólo el estudiante A2_9 relaciona los datos mediante regla de tres y funciones para obtener resultados.	Si el estudiante utiliza Aritmética o Álgebra para resolver el problema los conocimientos utilizados son aprendidos en la educación básica, si utiliza Pre cálculo o Cálculo Diferencial los conocimientos utilizados son aprendidos en el bachillerato o en los cursos anteriores. Los alumnos utilizan Aritmética, regla de tres y funciones.
Nivel de abstracción: desde percepción sensorial hasta abstracción y representación mental	El nivel de abstracción de la actividad se considera medio-alto, la alumna utiliza símbolos, signos y conceptos, sólo para mostrar los datos con sus	El nivel de abstracción de la actividad se considera medio-alto, el alumno utiliza símbolos, signos y conceptos, como cálculos aritméticos,	Ambos estudiantes utilizan símbolos y signos.	Solo el estudiante A2_9 alcanza un cierto nivel de abstracción ya que elabora funciones con las relaciones y los datos del problema.	Los dos estudiantes utilizan signos, símbolos, cálculos aritméticos y sólo un estudiante elabora funciones.

	unidades. No existe ningún nivel de abstracción.	relaciones entre datos, elabora funciones, se considera que ocupa un cierto nivel de abstracción.			
Nivel de eficacia: rapidez/precisión y/o la cantidad de esfuerzo proyectado objetiva y subjetivamente por el sujeto en la actividad	El nivel de eficacia es considerado medio, ya que la alumna esta familiarizada con el contenido, así como con las operaciones, relaciones y fórmulas involucradas en el problema, sin embargo la alumna sólo muestra los datos con sus unidades.	El nivel de eficacia es considerado medio, ya que el alumno esta familiarizado con el contenido, así como con las operaciones, relaciones y fórmulas involucradas en el problema, establece correctamente relaciones, la del inciso (a) y (b) y una función en el inciso (a). En el inciso (c) no existe una coherencia entre los datos y las unidades.	Ambos estudiantes están familiarizados con el contenido involucrado en el problema.	Solo el alumno A2_9 establece correctamente dos respuestas las de los incisos (a) y (b).	Solo un estudiante comprueba que su respuesta cumple con las condiciones del problema en los incisos (a) y (b).

Tabla 13.2.3 Análisis del mapa cognitivo del problema 2, grupo 3.

Problema 2					
GRUPO 3					
Teoría del mapa cognitivo					
Parámetros	A3_1	A3_8	Semejanzas	Diferencias	Conclusiones
Contenido: materia que se trata	La estudiante identifica	El estudiante identifica que el problema		La estudiante A3_1 identifica que el problema	Una estudiante identifica

	que el problema corresponde a la materia de Física.	corresponde a la materia de "ecuaciones".		pertenece a la materia de Física, mientras que el alumno A3_8 comenta que pertenece a "ecuaciones".	que el problema pertenece a Física y el otro que pertenece a "ecuaciones".
Modalidad del lenguaje: figurativa, numérica, simbólica, verbal, gestual, kinestésica, etc.	La estudiante utilizó un lenguaje numérico ya que expresa los datos, resultados y operaciones, mediante números y lenguaje simbólico, porque emplea la simbología adecuada de la Aritmética, de la Física y del Álgebra. No utiliza el cálculo.	El estudiante utilizó un lenguaje numérico ya que expresa los datos, resultados y operaciones, mediante números y lenguaje simbólico, porque emplea la simbología adecuada de la Aritmética, de la Física y del Álgebra. E intenta utilizar el cálculo.	Ambos estudiantes utilizaron el lenguaje numérico y la simbología de la Aritmética, Física y el Álgebra.	Sólo el estudiante A3_8 intenta utilizar la simbología del cálculo.	Los dos estudiantes utilizaron un lenguaje numérico y la simbología adecuada de la Aritmética, Física y Álgebra, solo uno de ellos utiliza la simbología del cálculo.
Operaciones mentales: acciones reconocimiento o identificación, clasificación, seriación, multiplicación lógica y comparación	La estudiante identifica los datos: el costo del litro del diesel y el rendimiento, así como lo que desea averiguar en cada uno de los incisos: los litros por hora y el costo por litro, utiliza esta información	El estudiante identifica los datos: el costo del litro del diesel y el rendimiento, así como lo que desea averiguar en cada uno de los incisos: los litros por hora y el costo por litro, utiliza esta información para elaborar relaciones, operaciones y funciones.	Ambos estudiantes identifican los datos y lo que desean averiguar, mediante relaciones, operaciones y funciones.		Los dos estudiantes identifican lo que tienen y lo que desean averiguar, relacionando los datos mediante relaciones, operaciones y funciones.

	para elaborar relaciones como regla de tres, operaciones y funciones.				
Fases del acto mental: input (entrada), elaboración y output (salida)	Sólo se analizó la fase de elaboración y se podrá observar con mayor detalle en la tabla "Funciones cognitivas en la fase de elaboración".	Sólo se analizó la fase de elaboración y se podrá observar con mayor detalle en la tabla "Funciones cognitivas en la fase de elaboración".			Sólo se analizó la fase de elaboración y se podrá observar con mayor detalle en la tabla "Funciones cognitivas en la fase de elaboración".
Nivel de complejidad: cantidad de conocimientos que ha de tener un sujeto para que se produzca un acto mental	Se considera que el problema tiene un nivel de complejidad medio-alto. La alumna realiza una regla de tres que traduce en una función, en el inciso (a), la cual es correcta, en el inciso (b), realiza una serie de operaciones que le da un resultado correcto, en los incisos (c) y (e) sólo bosqueja una serie de funciones incorrectas. La	Se considera que el problema tiene un nivel de complejidad medio-alto. El alumno realiza una serie de operaciones en los incisos (a), (b) y (c) que le dan un resultado correcto, en el inciso (c) elabora una fórmula la cual es correcta, sólo le falta la constante de proporcionalidad y después intenta aplicar Cálculo Diferencial, escribiendo: $\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)$. El estudiante está familiarizado	Ambos estudiantes están familiarizados con la información para resolver el problema.	La estudiante A3_1 realiza regla de tres y funciones para resolver los incisos, mientras que el alumno A3_8 realiza una serie de operaciones y funciones.	Si el estudiante utiliza Aritmética o Álgebra para resolver el problema los conocimientos utilizados son aprendidos en la educación básica, si utiliza Pre cálculo o Cálculo Diferencial los conocimientos utilizados son aprendidos en el bachillerato o en los cursos anteriores. Los alumnos utilizaron

	estudiante esta familiarizada con la información, pues la han aprendido previamente en el bachillerato o en los cursos anteriores, sin embargo no utiliza el cálculo (máximos y mínimos) en el inciso (f).	con la información, pues la han aprendido previamente en el bachillerato o en los cursos anteriores.			Aritmética, regla de tres y funciones.
Nivel de abstracción: desde percepción sensorial hasta abstracción y representación mental	El nivel de abstracción de la actividad se considera medio-alto, la alumna utiliza símbolos, signos y conceptos, como cálculos aritméticos, relaciones entre datos, como la regla de tres del inciso (a) y (b), elabora funciones. Se considera que ocupa un cierto nivel de abstracción.	El nivel de abstracción de la actividad se considera medio-alto, el alumno utiliza símbolos, signos y conceptos, como cálculos aritméticos, relaciones entre datos, elabora funciones. Se considera que ocupa un cierto nivel de abstracción.	Ambos alumnos ocupan un cierto nivel de abstracción ya que elaboran relaciones y funciones para resolver el problema.		Los dos estudiantes utilizan signos, símbolos, cálculos aritméticos, elaboran relaciones y funciones para resolver el problema.
Nivel de eficacia: rapidez/precisión y/o la cantidad	El nivel de eficacia es considerado medio, ya que la	El nivel de eficacia es considerado medio, ya que el alumno esta	Ambos estudiantes contestaron correctamente e los incisos	Sólo el estudiante A3_8 contestó correctamente el inciso (c),	Los dos estudiantes comprueban que su respuesta

de esfuerzo proyectado objetiva y subjetivamente por el sujeto en la actividad	alumna esta familiarizada con el contenido, así como con las operaciones, relaciones y fórmulas involucradas en el problema, establece correctamente una relación, la del inciso (a) y (b) pues en los demás incisos no existe una coherencia entre los datos, las unidades y las funciones.	familiarizado con el contenido, así como con las operaciones, relaciones y fórmulas involucradas en el problema, establece correctamente las operaciones de los incisos (a) y (b). En el inciso (c) elabora una fórmula la cual es correcta, sólo le falta la constante de proporcionalidad.	(a) y (b).	sólo le falta la constante de proporcionalidad.	cumple con las condiciones del problema en los incisos (a) y (b).
--	--	--	------------	---	---

Funciones cognitivas

Tabla 8.1.2 Análisis de las funciones cognitivas en la fase de elaboración del problema 1, grupo 2.

Problema 1					
GRUPO 2					
Funciones cognitivas en la fase de elaboración					
Parámetros	A2_2	A2_9	Semejanzas	Diferencias	Conclusiones
Percepción y definición de un problema: delimitar qué pide el problema, crear una definición conveniente, combinar los elementos del problema	La estudiante sabe lo que busca el problema: <i>“Encontrar el incremento del precio debido al tiempo”</i>	El estudiante sabe lo que busca el problema: <i>“...cuanto [sic] se gasta en una llamada en un determinado tiempo”</i> y propone como averiguarlo: <i>“sumando y</i>	Ambos alumnos saben lo que busca el problema.		Los dos alumnos identifican un objetivo del problema, uno de ellos establece que es el costo de la llamada, la otra que es el incremento.

		<i>multiplicando</i> ”.			
Selección de información relevante: capacidad para elegir la información previamente almacenada y relevante para la solución del problema, establecer comparaciones y relaciones con la información	La estudiante realiza un esquema del problema, identifica lo que tiene, mediante dos gráficas, la primera muestra la función costo/minutos (según lo escribió), incluye los elementos básicos del problema, mostrando el costo minuto a minuto. En la segunda gráfica muestra los incrementos por minuto. También organiza la información, la relaciona y traduce las relaciones encontradas, mediante dos ecuaciones.	El estudiante muestra los datos del problema, pero ya sustituidos en las operaciones Aritméticas (sumas y multiplicaciones) que realiza, de esta forma relaciona los minutos con los costos.	Ambos estudiantes muestran los datos.	La estudiante A2_2 lo hace mediante dos gráficas y dos ecuaciones, mientras que el alumno A2_9 lo hace mediante operaciones Aritméticas.	Los dos estudiantes seleccionan los datos que les son útiles para resolver el problema.
Interiorización y representación mental: Capacidad para utilizar símbolos, signos y conceptos. Llegar a la generalización y a un nivel de abstracción	La estudiante utiliza símbolos, signos y conceptos, como cálculos aritméticos, relaciones entre datos e incrementos, esta información la utiliza para obtener dos ecuaciones, se considera que	El estudiante utiliza símbolos, signos y conceptos, como cálculos aritméticos, relaciones entre datos e incrementos, sin embargo esta información no la utiliza para obtener una ecuación, se considera que ocupa un cierto	Ambos alumnos utilizan símbolos, signos y cálculos aritméticos.	La estudiante A2_2 elabora dos ecuaciones, mientras que el estudiante A2_9 no lo hace.	Los dos estudiantes utilizan signos, cálculos aritméticos pero una de ellas además utiliza Álgebra y funciones, ocupa un cierto nivel de abstracción.

	ocupa un cierto nivel de abstracción y generalización.	nivel de abstracción.			
Amplitud y flexibilidad mental: Capacidad para utilizar diferentes fuentes de información, estableciendo entre ellas una coordinación y combinación adecuada.	La estudiante relaciona los datos: los minutos, los costos, mediante gráficas, estas le dan una idea del comportamiento del fenómeno, para después elaborar dos ecuaciones.	El estudiante relaciona los datos: los minutos, los costos, mediante una serie de operaciones Aritméticas (sumas y multiplicaciones), esto le da una idea del comportamiento del fenómeno.	Ambos estudiantes relacionan los datos.	La estudiante A2_2 lo hace mediante dos gráficas y dos ecuaciones, mientras que el alumno A2_9 lo hace mediante operaciones Aritméticas.	Los dos estudiantes encuentran alguna relación entre los datos pero aplican diferentes formas de hacerlo con gráficas y expresiones algebraicas o con operaciones Aritméticas.
Planificación de la conducta: Capacidad para prever la meta que se quiere conseguir, establecer un plan para alcanzar la meta o solución	La estudiante cuenta con un plan de acción para responder a las preguntas planteadas por el problema, organiza la información y la relaciona, mediante gráficas, según sus palabras <i>“Se me hizo más fácil primero ver el incremento en las gráficas para darme la idea de cuanto iba en aumento”</i> . También comenta que debe <i>“Diseñar un algoritmo donde x sean los minutos y</i>	El estudiante cuenta con un plan de acción para responder a las preguntas planteadas por el problema, relaciona los datos, mediante una serie de operaciones.	Ambas alumnas cuentan con un plan de acción para resolver el problema.	La estudiante A2_2 lo hace mediante dos gráficas y dos ecuaciones, mientras que el alumno A2_9 lo hace mediante operaciones Aritméticas.	Las dos estudiantes cuentan con un plan de acción para resolver el problema, pero lo hacen de manera diferente una lo hace con gráficas y expresiones algebraicas y el otro lo hace mediante una serie de operaciones Aritméticas.

	<i>también se debe involucrar el costo por minuto y el aumento por minuto”.</i>				
Organización y estructuración perceptiva: capacidad para agrupar y organizar relaciones de objetos y hechos de la vida cotidiana	La estudiante relaciona lo que tiene con lo que desea averiguar, lo agrupa y organiza, mediante gráficas y algoritmos.	El estudiante relaciona lo que tiene con lo que desea averiguar, mediante una serie de operaciones.	Ambos estudiantes relacionan lo que tienen con lo que desean averiguar.	La estudiante A2_2 lo hace mediante dos gráficas y dos ecuaciones, mientras que el alumno A2_9 lo hace mediante operaciones Aritméticas.	Las dos estudiantes identifican lo que tienen y lo que desean averiguar, pero lo hacen de manera diferente una lo hace con gráficas y expresiones algebraicas y el otro lo hace mediante una serie de operaciones Aritméticas.
Conducta comparativa: capacidad para establecer relaciones de semejanza y diferencia entre objetos y sucesos	La estudiante identifica semejanzas y diferencias entre los datos y la forma de utilizarlos, determina dos algoritmos diferentes, uno para los primeros tres minutos y otro para minutos de 4 a más, en éste último cae en un error que no corrige.	El estudiante identifica sólo semejanzas entre los datos, determina que el incremento del costo en los minutos pares e impares a partir del cuarto minuto es de \$0.25 cayendo de esta forma en un error que no corrige, aumentar el \$0.25 en cada minuto, dándole, en consecuencia un costo más alto a cada llamada.		La estudiante A2_2 identifica semejanzas y diferencias entre los datos, sin embargo el alumno A2_9 sólo advierte las semejanzas.	Una de las estudiantes identifica las semejanzas y diferencias entre los datos, al determinar dos algoritmos diferentes, uno para los primeros tres minutos y otro para minutos de 4 a más, sin embargo para el otro estudiante el incremento del precio es el mismo para todos los minutos.

<p>Pensamiento hipotético: capacidad para establecer hipótesis y comprobarlas, intuir varias alternativas al explicar un hecho y validarlas</p>	<p>La estudiante contempla otra alternativa para explicar el fenómeno que trata el problema: “...o también haciendo la suma de cada minuto”, pero no lo hace y sólo comenta que se puede comprobar “...sustituyend o el valor de x”.</p>	<p>El estudiante no contempla varias alternativas para explicar el fenómeno que trata el problema.</p>		<p>La estudiante A2_2 contempla otra alternativa para explicar el problema, el alumno A2_9 no.</p>	<p>Solo una estudiante establece otro camino para llegar a la solución del problema, pero no lo realiza.</p>
<p>Evidencia lógica: formular y razonar con argumentos lógicos la validez de la respuesta</p>	<p>La estudiante establece varios razonamientos lógicos, que le dan la certeza de que su respuesta es viable: 1. “Se me hizo más fácil primero ver el incremento en las gráficas para darme la idea de cuanto iba en aumento”, 2. “Una función que me ayudara a encontrar el costo de cualquier cantidad de minutos”, 3. “Tuve en mente que x debería ser los minutos realizados, sólo debía de acomodar los costos y el</p>	<p>El estudiante establece razonamientos lógicos, como que el problema debe de resolverse “sumando y multiplicando”, sin embargo acepta que no tiene la certeza de que la solución del problema, tal como la resolvió sea la adecuada y expresa: “no estoy muy seguro porque me revolví”.</p>	<p>Ambos estudiantes establecen razonamientos lógicos para explicar el problema.</p>	<p>La estudiante A2_2 se percibe más segura de su solución que el estudiante A2_9.</p>	<p>Los dos estudiantes establecen razonamientos lógicos que les dan la certeza de que su solución es viable.</p>

	<p><i>incremento”, 4. “...borre mucho porque no quedaba conforme”, 5. “Comprobando sustituyendo el valor de x o también haciendo la suma de cada minuto”.</i></p>				
<p>Clasificación cognitiva: capacidad para organizar datos, uso de conceptos, instrumentos verbales y establecimiento de relaciones para llegar a la precisión de la respuesta</p>	<p>La estudiante demuestra que la respuesta es correcta, durante los tres primeros minutos, pues se encuentra dentro del intervalo establecido en las condiciones, cumple con el objetivo principal establecido en el enunciado del problema, pero no se percata de su error en el incremento del precio después de los tres minutos, debido a que por cada minuto la alumna aumenta \$0.125 más de lo que indica el enunciado.</p>	<p>El estudiante demuestra que la respuesta es correcta, sólo para el costo al hablar durante los tres minutos, pues se encuentra dentro del intervalo establecido en las condiciones, cumple con el objetivo principal establecido en el enunciado del problema, pero como no elabora ninguna función no puede verificar si cumple con las condiciones de un algoritmo matemático, entonces no se percata de su error en el incremento del precio después de los tres minutos.</p>	<p>Ambas estudiantes demuestran que la respuesta es correcta en los tres primeros minutos a partir del cuarto existen errores.</p>		<p>Los dos alumnos comprueban que su respuesta cumple con las condiciones del problema hasta los tres minutos, en los minutos subsecuentes tienen errores.</p>

Tabla 8.1.3 Análisis de las funciones cognitivas en la fase de elaboración del problema 1, grupo 3.

Problema 1

GRUPO 3					
Funciones cognitivas en la fase de elaboración					
Parámetros	A3_1	A3_8	Semejanzas	Diferencias	Conclusiones
Percepción y definición de un problema: delimitar qué pide el problema, crear una definición conveniente, combinar los elementos del problema	La estudiante sabe lo que busca el problema:” <i>Saber cuanto [sic] se gastaría en 8, 3 y 19 minutos, el incremento del precio en los primeros 3 minutos y el incremento del precio después de los 3 minutos, tomando en cuenta los datos que nos dan en el problema”.</i>	El estudiante sabe lo que busca el problema: <i>“Que se pueda identificar el costo al pagar en ciertos minutos, además de encontrar el porcentaje que aumenta a la tarifa después (de en este caso) los 3 minutos”.</i>	Ambos alumnos saben lo que busca el problema.		Los dos alumnos identifican los dos objetivos del problema, el costo de la llamada, y el incremento.
Selección de información relevante: capacidad para elegir la información previamente almacenada y relevante para la solución del problema, establecer comparaciones y relaciones con la información	La estudiante muestra los datos del problema, y sustituidos en las operaciones Aritméticas (sumas y multiplicaciones) que realiza, de esta forma relaciona los minutos con los costos.	El estudiante identifica lo que tiene, los datos: el costo y el incremento y lo que desea averiguar, organiza la información y la relaciona, mediante una tabla y mediante una serie de operaciones Aritméticas.	Ambos estudiantes muestran los datos y los relacionan mediante operaciones Aritméticas.	El alumno A3_8 relaciona los datos, también mediante una tabla.	Los dos estudiantes seleccionan los datos que les son útiles para resolver el problema.
Interiorización y representación mental: Capacidad para utilizar símbolos, signos y conceptos. Llegar a la generalización y a un nivel de abstracción	La estudiante utiliza símbolos, signos y conceptos, como cálculos aritméticos, relaciones entre datos e incrementos, sin embargo esta información no la utiliza para obtener una	El estudiante utiliza símbolos, signos y conceptos, como cálculos aritméticos, relaciones entre datos e incrementos, sin embargo esta información no	Ambos alumnos utilizan símbolos, signos y cálculos aritméticos, pero ninguno obtiene una ecuación.		Los dos estudiantes utilizan signos, cálculos aritméticos pero ninguno elabora una ecuación.

	ecuación, se considera que ocupa un cierto nivel de abstracción.	la utiliza para obtener una ecuación, se considera que ocupa un cierto nivel de abstracción.			
Amplitud y flexibilidad mental: Capacidad para utilizar diferentes fuentes de información, estableciendo entre ellas una coordinación y combinación adecuada.	La estudiante relaciona los datos: los minutos, los costos, mediante una serie de operaciones Aritméticas (sumas y multiplicaciones) , esto le da una idea del comportamiento del fenómeno.	El estudiante relaciona los datos: los minutos, los costos, mediante una tabla y una serie de operaciones Aritméticas, esto le da una idea del comportamiento o del fenómeno.	Ambos estudiantes relacionan los datos, mediante operaciones Aritméticas.	El alumno A3_8 relaciona también los datos mediante una tabla.	Los dos estudiantes encuentran alguna relación entre los datos y las incógnitas pero aplican diferentes formas de hacerlo con una tabulación y regla de tres o con operaciones Aritméticas.
Planificación de la conducta: Capacidad para prever la meta que se quiere conseguir, establecer un plan para alcanzar la meta o solución	La estudiante cuenta con un plan de acción para responder a las preguntas planteadas por el problema, relaciona los datos, mediante una serie de operaciones.	El estudiante cuenta con un plan de acción para responder a las preguntas planteadas por el problema, enlista los datos, organiza la información y la relaciona, mediante una tabla y una serie de operaciones.	Ambos alumnos cuentan con un plan de acción para resolver el problema.		Las dos estudiantes cuentan con un plan de acción para resolver el problema, pero lo hacen de manera diferente, con una tabulación y regla de tres o con operaciones Aritméticas.
Organización y estructuración perceptiva: capacidad para agrupar y organizar relaciones de objetos y hechos de la vida cotidiana	La estudiante relaciona lo que tiene con lo que desea averiguar, mediante una serie de operaciones.	El estudiante relaciona lo que tiene con lo que desea averiguar, lo agrupa y organiza, mediante una tabla y una serie de operaciones.	Ambos estudiantes relacionan lo que tienen con lo que desean averiguar, mediante una serie de operaciones Aritméticas.	El alumno A3_8 relaciona también los datos mediante una tabla.	Los dos estudiantes identifican lo que tienen y lo que desean averiguar, pero lo hacen de manera diferente con una tabulación y

					regla de tres o con operaciones Aritméticas.
Conducta comparativa: capacidad para establecer relaciones de semejanza y diferencia entre objetos y sucesos	La estudiante identifica sólo semejanzas entre los datos, determina que el incremento del costo en los minutos pares e impares a partir del cuarto minuto es de \$0.25 cayendo de esta forma en un error que no corrige, aumentar el \$0.25 en cada minuto, dándole, en consecuencia un costo más alto a cada llamada.	El estudiante identifica semejanzas y diferencias entre los datos, determina que el incremento del costo en los primeros tres minutos es de \$1.25 y a partir del cuarto minuto es de \$1.375, siendo esto correcto, sin embargo el alumno no se percata de ello y obtiene los incrementos en el inciso (b) y (c) de manera errónea, por regla de tres.		El estudiante A3_8 identifica semejanzas y diferencias entre los datos, sin embargo la alumna A3_1 sólo advierte las semejanzas .	Uno de los estudiantes identifica las semejanzas y diferencias entre los datos, al determinar dos incrementos diferentes, uno para los primeros tres minutos y otro a partir del cuarto minuto, sin embargo para la otra estudiante el incremento del precio es el mismo para todos los minutos.
Pensamiento hipotético: capacidad para establecer hipótesis y comprobarlas, intuir varias alternativas al explicar un hecho y validarlas	La estudiante no contempla varias alternativas para explicar el fenómeno que trata el problema, solo comenta que: <i>"...me parece que se resuelve de manera lógica, no se me ocurre alguna fórmula, aunque se que debe de haber alguna o algún método más fácil para resolver el problema"</i> .	El estudiante comenta que: <i>"...hay métodos para comprobar"</i> la solución del problema, sin embargo no establece ninguno.	Ambos estudiantes mencionan otra alternativa para resolver el problema, sin embargo no establecen ninguna.		Ambos estudiantes reconocen que debe de haber otros métodos de solución del problema, sin embargo no especifican ninguno.
Evidencia lógica:	El estudiante establece	El estudiante establece	Ambos estudiantes		Los dos estudiantes

<p>formular y razonar con argumentos lógicos la validez de la respuesta</p>	<p>razonamientos lógicos, como que el problema debe de resolverse <i>“Primero leerse cuidadosamente porque considero que para contestar las preguntas adecuadamente necesitamos pensar de manera lógica los datos que nos dan y después contestar las preguntas”,</i> sin embargo acepta no estar segura de la solución.</p>	<p>razonamientos lógicos, como que el problema debe de resolverse <i>“Haciendo un análisis del costo por minuto, para multiplicarlo por los minutos hablados y sumarle lo que aumenta si es que se pasa de ese tiempo”,</i> también menciona que <i>“...hay métodos para comprobar”</i> la solución del problema, sin embargo no establece ninguno.</p>	<p>establecen razonamientos lógicos para explicar el problema.</p>		<p>establecen razonamientos lógicos que les dan la certeza de que su solución es viable.</p>
<p>Clasificación cognitiva: capacidad para organizar datos, uso de conceptos, instrumentos verbales y establecimiento de relaciones para llegar a la precisión de la respuesta</p>	<p>La estudiante demuestra que la respuesta es correcta, sólo para el costo al hablar durante los tres minutos, pues se encuentra dentro del intervalo establecido en las condiciones, cumple con el objetivo principal establecido en el enunciado del problema, pero como no elabora ninguna función no puede verificar si cumple con las condiciones de un algoritmo</p>	<p>El estudiante demuestra que la respuesta es correcta, sólo para el costo al hablar durante los tres minutos, pues se encuentra dentro del intervalo establecido en las condiciones, cumple con el objetivo principal establecido en el enunciado del problema, pero como no elabora ninguna función no puede verificar</p>	<p>Ambas estudiantes demuestran que la respuesta es correcta en los tres primeros minutos a partir del cuarto existen errores.</p>		<p>Los dos alumnos comprueban que su respuesta cumple con las condiciones del problema hasta los tres minutos, en los minutos subsecuentes tienen errores.</p>

	matemático, entonces no se percata de su error en el incremento del precio después de los tres minutos.	si cumple con las condiciones de un algoritmo matemático, entonces no se percata de su error en el incremento del precio después de los tres minutos.			
--	---	---	--	--	--

Tabla 14.2.1 Análisis de las funciones cognitivas en la fase de elaboración del problema 2, grupo 1.

Problema 2					
GRUPO 1					
Funciones cognitivas en la fase de elaboración					
Parámetros	A1_1	A1_14	Semejanzas	Diferencias	Conclusiones
Percepción y definición de un problema: delimitar qué pide el problema, crear una definición conveniente, combinar los elementos del problema	La estudiante establece lo que pide el problema “ <i>Una solución de acuerdo a una V tentativa, el costo de litro de diesel por hora y una proporción entre el costo y la velocidad, siendo el objetivo principal un costo bajo y la velocidad que se requeriría en ese caso</i> ”.	La estudiante establece lo que pide el problema “ <i>La velocidad del camión</i> ”.	Ambas estudiantes establecen lo que pide el problema, la velocidad.	La alumna A1_1 además menciona que esa velocidad permita tener un costo bajo.	Las dos alumnas identifican un objetivo del problema, la velocidad, sin embargo una de ellas también establece el otro objetivo que un costo bajo con dicha velocidad.
Selección de información relevante: capacidad para elegir la información previamente almacenada y relevante para la solución	La estudiante en el inciso (a) hace una serie de operaciones y al final selecciona la información más útil para resolverlo, encontrando la	La estudiante en el inciso (a) hace una serie de operaciones que la llevan a un resultado, el cual lo relaciona y utiliza para el inciso (b) ,	Ambas alumnas seleccionan la información correcta para resolver el inciso (a).	Sólo la estudiante A1_14 selecciona la información correcta para resolver los incisos (b) y (c) (aunque lo coloca en el	Las dos estudiantes seleccionan los datos que les son útiles para resolver el problema.

del problema, establecer comparaciones y relaciones con la información	respuesta correcta, en los demás incisos utiliza esta información para elaborar relaciones como regla de tres, operaciones y bosqueja fórmulas, sin embargo para el inciso (b), la información seleccionada no es la correcta y en el inciso (c) y (e), la fórmula que construye no es la correcta.	después con la información del problema elabora la función del inciso (c), pero la coloca en el inciso (d) y omite la constante de proporcionalidad, en el inciso (e), la información seleccionada no es la correcta y por lo tanto la función que construye es errónea, así como el resultado del inciso (f).		inciso (d) y omite la constante de proporcionalidad).	
Interiorización y representación mental: Capacidad para utilizar símbolos, signos y conceptos. Llegar a la generalización y a un nivel de abstracción	La estudiante utiliza símbolos, signos y conceptos, como cálculos aritméticos, relaciones entre datos, como la regla de tres del inciso (a), elabora fórmulas, pero estas son incorrectas, se considera que ocupa un cierto nivel de abstracción.	La alumna utiliza símbolos, signos y conceptos, como cálculos aritméticos, relaciones entre datos, elabora funciones, se considera que ocupa un cierto nivel de abstracción.	Ambas estudiantes ocupan un cierto nivel de abstracción ya que utilizan símbolos, signos y elaboran funciones.		Las dos estudiantes utilizan signos, cálculos aritméticos y elaboran funciones, ocupan un cierto nivel de abstracción.
Amplitud y flexibilidad mental: Capacidad para utilizar diferentes fuentes de información, estableciendo	La estudiante identifica los datos: el costo del litro del diesel, el rendimiento y la función del costo del combustible,	La estudiante no escribe los datos en forma de lista, pero si identifica en cada uno de los incisos lo que desea averiguar,	Ambas estudiantes identifican los datos y lo que desean averiguar, mediante relaciones,		Las dos estudiantes encuentran alguna relación entre los datos y las incógnitas pero aplican

entre ellas una coordinación y combinación adecuada.	utiliza esta información para elaborar relaciones como regla de tres, operaciones y bosqueja fórmulas.	elabora relaciones, operaciones y bosqueja fórmulas.	operaciones y funciones.		diferentes formas de hacerlo mediante regla de tres y funciones u operaciones y funciones.
Planificación de la conducta: Capacidad para prever la meta que se quiere conseguir, establecer un plan para alcanzar la meta o solución	La estudiante establece un plan de acción para obtener la solución en cada inciso, escribe los datos del enunciado del problema: el costo del litro del diesel, el rendimiento y la función del costo del combustible, identifica en cada uno de los incisos lo que desea averiguar: los litros por hora, el costo por litro, \$/h, la constante de proporcionalidad y la velocidad más económica, relaciona los datos mediante regla de tres en los dos primeros incisos y fórmulas en los inciso (c) y (e) .	La estudiante establece un plan de acción para obtener la solución en cada inciso: los litros por hora, el costo, el costo del diesel, la función del costo del litro de diesel por hora (pero la coloca en otro inciso, el d y omite la constante de proporcionalidad) y del costo del litro del diesel por kilómetro (lo intenta, aunque no llega a la correcta) y la velocidad más económica (lo intenta, aunque no llega a la correcta). Relaciona los datos mediante operaciones en los dos primeros incisos y fórmulas en los inciso (c) y (e).	Ambas alumnas establecen un plan de acción para resolver el problema, mediante operaciones, relaciones y fórmulas.		Las dos estudiantes cuentan con un plan de acción para resolver el problema, mediante operaciones, relaciones y fórmulas.
Organización y estructuración perceptiva:	La estudiante relaciona lo que tiene con lo que desea averiguar,	La estudiante relaciona lo que tiene con lo que desea	Ambas estudiantes relacionan lo que		Las dos estudiantes identifican lo que tienen

capacidad para agrupar y organizar relaciones de objetos y hechos de la vida cotidiana	lo agrupa y organiza, mediante regla de tres en los dos primeros incisos y fórmulas en los inciso (c) y (e).	averiguar, establece correctamente dos relaciones, en los incisos (a) y (b), así como la función del inciso (c) (aunque la coloca en el inciso (d) y omite la constante de proporcionalidad) en los demás incisos no existe una coherencia entre los datos, las unidades y las funciones.	tienen con lo que desean averiguar, mediante relaciones y funciones.		y lo que desean averiguar, lo hacen mediante relaciones y funciones.
Conducta comparativa: capacidad para establecer relaciones de semejanza y diferencia entre objetos y sucesos	La estudiante identifica semejanzas y diferencias entre los datos del inciso (a), por eso establece una regla de tres, en la cual obtiene correctamente los l/h, sin embargo en los demás incisos, no identifica las relaciones correctas entre los datos originales y el que obtuvo en el inciso (a) y por ese motivo no culmina satisfactoriamente los otros incisos.	La estudiante identifica semejanzas y diferencias entre los datos y las unidades de los incisos (a) y (b), como consecuencia llega a un resultado óptimo, después con la información del problema elabora la función del inciso (c), pero la coloca en el inciso (d) y omite la constante de proporcionalidad, en el inciso (e), la información seleccionada no es la correcta y por lo tanto la	Ambas alumnas identifican semejanzas y diferencias al establecer relaciones y funciones.		Las dos estudiantes identifican las semejanzas y diferencias entre los datos, al establecer relaciones y funciones.

		función que construye es errónea, así como el resultado del inciso (f) .			
Pensamiento hipotético: capacidad para establecer hipótesis y comprobarlas , intuir varias alternativas al explicar un hecho y validarlas	La estudiante contempla varias alternativas para explicar el fenómeno que trata el problema: “Cálculos arbitrarios (al principio), tablas, fórmulas matemáticas, Físicas, estableciendo ecuaciones”, pero no realiza tablas y no existe coherencia entre los datos, las unidades y las funciones, además carece de un plan para comprobarlas.	La estudiante establece que el problema puede resolverse: “...sacando cuantos litros de diesel se necesita en determinado camión con x velocidad y viceversa”.	Ambas estudiantes establecen hipótesis para resolver el problema, pero no tienen un plan para validarlas.		Las dos estudiantes establecen otros caminos de solución, pero no tienen un plan para validarlos.
Evidencia lógica: formular y razonar con argumentos lógicos la validez de la respuesta	La estudiante establece un razonamiento lógico: “La V más económica sería una inicial en 0 porque así no gastaría combustible, pero pienso que 30 km/h se acerca al costo de un litro sobrepasándole sólo en 1.76 y garantiza una velocidad mayor”. No confirma la	La estudiante no establece un razonamiento lógico que la lleve a confirmar la validez de la solución.	Ninguna de las alumnas confirma la validez de su solución.	Sólo la estudiante A1_1 establece un razonamiento lógico pero no lo utiliza para validar su respuesta.	Sólo una estudiante establece razonamientos lógicos que les dan la certeza de que su solución es viable, pero ninguna confirma la validez de su solución.

	validez de la solución, pues en este razonamiento no utiliza ninguno de los datos del problema, ni los que el estudiante obtuvo en los incisos (a) y (b).				
Clasificación cognitiva: capacidad para organizar datos, uso de conceptos, instrumentos verbales y establecimiento de relaciones para llegar a la precisión de la respuesta	La estudiante llega a una respuesta correcta en el inciso (a). Pero en los demás incisos la alumna no demuestra que las respuestas sean correctas, la respuestas no se encuentra dentro de las condiciones establecidas, no cumplen con el objetivo principal que muestra el enunciado del problema y no cumple con las condiciones de los algoritmos matemáticos que se usaron.	La estudiante llega a una respuesta correcta en el inciso (a), (b), y (c) (aunque la coloca en el inciso (d)), en los demás incisos la alumna no demuestra que la respuesta es correcta, la respuestas no se encuentra dentro de las condiciones establecidas, no cumplen con el objetivo principal que muestra el enunciado del problema ya que los algoritmos matemáticos que se usaron en el inciso (e) no son correctos.	Ambas estudiantes organizan los datos y establecen relaciones, pero solo llegan a la respuesta correcta del inciso (a).	La estudiante A1_14 además llega a la respuesta correcta de los incisos (b) y (c) (aunque la coloca en el inciso (d)).	Las dos alumnas comprueban que su respuesta cumple con las condiciones del problema sólo para el inciso (a) y solo una de ellas las cumple para el inciso (b).

Tabla 14.2.2 Análisis de las funciones cognitivas en la fase de elaboración del problema 2, grupo 2.

Problema 2
GRUPO 2
Funciones cognitivas en la fase de elaboración

Parámetros	A2_2	A2_9	Semejanzas	Diferencias	Conclusiones
Percepción y definición de un problema: delimitar qué pide el problema, crear una definición conveniente, combinar los elementos del problema	La estudiante identifica lo que busca el problema, mediante un enunciado “ <i>La velocidad a la que debe ir para que el costo del litro de diesel sea más económico</i> ”.	La estudiante establece lo que pide el problema “ <i>economizar lo más posible con óptima calidad</i> ”.	Ambas estudiantes establecen lo que pide el problema.	La estudiante A2_2 afirma que lo que pide el problema es la velocidad más económica, mientras que el alumno A2_9 establece que es “ <i>economizar lo más posible con óptima calidad</i> ”.	Los dos alumnos identifican el objetivo del problema, uno de ellos comenta que el objetivo es “ <i>La velocidad a la que debe ir para que el costo del litro de diesel sea más económico</i> ” y el otro establece que “ <i>economizar lo más posible con óptima calidad</i> ” es el objetivo.
Selección de información relevante: capacidad para elegir la información previamente almacenada y relevante para la solución del problema, establecer comparaciones y relaciones con la información	La estudiante identifica la información importante para resolver el problema, como los datos y sus unidades, hace un análisis de unidades y algunas relaciones con resultados, que no muestra de donde los obtiene.	El estudiante hace una regla de tres, en el inciso (a), la cual traduce en una función, que la lleva a un resultado, el cual lo relaciona y utiliza para el inciso (b), después con la información del problema intenta elaborar la función del inciso (c), pero sólo realiza un análisis de unidades.	Ambos estudiantes identifican los datos y sus unidades para resolver el problema.	El estudiante A2_9 además relaciona los resultados para obtener otros incisos.	Los dos estudiantes seleccionan los datos que les son útiles para resolver el problema.
Interiorización y representación mental: Capacidad para utilizar	La alumna utiliza símbolos, signos y conceptos, sólo para mostrar	El alumno utiliza símbolos, signos y conceptos, como cálculos	Ambos estudiantes utilizan símbolos y signos.	Solo el estudiante A2_9 alcanza un cierto nivel de	Los dos estudiantes utilizan signos, símbolos, cálculos

símbolos, signos y conceptos. Llegar a la generalización y a un nivel de abstracción	los datos con sus unidades. No existe ningún nivel de abstracción.	aritméticos, relaciones entre datos, elabora funciones, se considera que ocupa un cierto nivel de abstracción.		abstracción ya que elabora funciones con las relaciones y los datos del problema.	aritméticos. Solo uno de ellos elabora funciones, ocupa un cierto nivel de abstracción.
Amplitud y flexibilidad mental: Capacidad para utilizar diferentes fuentes de información, estableciendo entre ellas una coordinación y combinación adecuada.	La estudiante sólo comenta que para poder resolver el problema: “ <i>Se tienen que tomar en cuenta las unidades para poder acomodar los datos</i> ”.	El estudiante identifica y utiliza los datos, así como lo que desea averiguar, elabora relaciones, operaciones y funciones.		La estudiante A2_2 establece que para poder resolver el problema se tienen que tomar en cuenta las unidades, mientras que el estudiante A2_9 elabora funciones con las relaciones y los datos del problema, para poder resolverlo.	Las dos estudiantes encuentran alguna relación entre los datos y las incógnitas pero aplican diferentes formas de hacerlo mediante un análisis de unidades o regla de tres que transforma en funciones.
Planificación de la conducta: Capacidad para prever la meta que se quiere conseguir, establecer un plan para alcanzar la meta o solución	La estudiante carece de un plan de acción para alcanzar el objetivo del problema.	El estudiante establece un plan de acción para obtener la solución en los incisos (a), (b) y (c), elaborando relaciones y funciones.		Sólo el estudiante A2_9 establece un plan de acción para resolver el problema.	Sólo un estudiante cuenta con un plan de acción para resolver el problema, mediante operaciones, relaciones y fórmulas.
Organización y estructuración perceptiva: capacidad para agrupar y organizar relaciones de objetos y hechos de la vida cotidiana	La estudiante ordena la información que tiene, como los datos, no elabora ninguna ecuación, pero obtiene dos resultados, sin embargo no muestra ningún	El estudiante relaciona lo que tiene con lo que desea averiguar, establece correctamente dos relaciones, la de los incisos (a) y (b), así como la función del		Sólo el estudiante A2_9 relaciona lo que tiene con lo que desea averiguar.	Los dos estudiantes identifican lo que tienen, pero sólo uno lo relaciona con lo que desea averiguar. , lo hace mediante relaciones y

	indicio de cómo los adquirió.	inciso (a).			funciones.
Conducta comparativa: capacidad para establecer relaciones de semejanza y diferencia entre objetos y sucesos	La estudiante no establece semejanzas, ni diferencias, sin embargo comenta que <i>“Se tiene que tomar en cuenta las unidades para poder acomodar los datos”</i> , entonces para ello tendría que buscar las semejanzas y diferencias de los datos, respecto a sus unidades.	El estudiante identifica semejanzas y diferencias entre los datos y las unidades de los incisos (a) y (b), como consecuencia llega a un resultado óptimo, después con la información del problema intenta elaborar la función del inciso (c), pero solo hace un análisis de unidades.		Sólo el estudiante A2_9 identifica semejanzas y diferencias entre los datos y las unidades de los incisos (a) y (b), mientras que la estudiante A2_2 sólo lo comenta en un enunciado.	Sólo un estudiante identifica las semejanzas y diferencias entre los datos, al establecer relaciones y funciones.
Pensamiento hipotético: capacidad para establecer hipótesis y comprobarlas, intuir varias alternativas al explicar un hecho y validarlas	La estudiante comenta que puede verificar sus respuestas <i>“comprobando las unidades”</i> , sin embargo no lo hace, pues no llega a una respuesta.	El estudiante establece que el problema puede resolverse: <i>“despejando y sustituyendo, también multiplicando y dividiendo”</i> .	Ambos estudiantes establecen hipótesis para resolver el problema, pero no tienen un plan para validarlas.		Los dos estudiantes establecen otros caminos de solución, o bien muestran el que siguieron ellos.
Evidencia lógica: formular y razonar con argumentos lógicos la validez de la respuesta	La estudiante sólo comenta que para poder resolver el problema: <i>“Se tienen que tomar en cuenta las unidades para poder acomodar los datos”</i> .	El estudiante no establece un razonamiento lógico que la lleve a confirmar la validez de la solución.	Ninguna de las alumnas confirma la validez de su solución.		Solo una estudiante establece un razonamiento lógico que le da la certeza de que su solución es viable, pero ninguno confirma la validez de su solución.
Clasificación cognitiva:	La alumna no demuestra que	El estudiante llega a una		Sólo el alumno	Sólo un alumno

capacidad para organizar datos, uso de conceptos, instrumentos verbales y establecimiento de relaciones para llegar a la precisión de la respuesta	las respuestas sean correctas, la respuestas no se encuentra dentro de las condiciones establecidas, no cumplen con el objetivo principal que muestra el enunciado del problema y no muestra ningún indicio de cómo los adquirió.	respuesta correcta en los incisos (a) y (b). En el inciso (c) el alumno no demuestra que la respuesta es correcta, pues solo hace un análisis de unidades, la respuesta no se encuentra dentro de las condiciones establecidas, no cumple con el objetivo principal que muestra el enunciado.		A2_9 organiza los datos y establece relaciones, de esta forma llega a la respuesta correcta de los incisos (a) y (b).	comprueba que su respuesta cumple con las condiciones del problema para los incisos (a) y (b).
--	---	---	--	---	--

Tabla 14.2.3 Análisis de las funciones cognitivas en la fase de elaboración del problema 2, grupo 3.

Problema 2					
GRUPO 3					
Funciones cognitivas en la fase de elaboración					
Parámetros	A3_1	A3_8	Semejanzas	Diferencias	Conclusiones
Percepción y definición de un problema: delimitar qué pide el problema, crear una definición conveniente, combinar los elementos del problema	La estudiante establece lo que pide el problema " <i>...calcular algunos datos para poder contestar las preguntas que nos da</i> ".	El estudiante establece lo que se busca en el problema " <i>...la velocidad más económica para ver a que velocidad se puede gastar menos gasolina y ahorrarle más al patrón</i> ".	Ambos estudiantes establecen lo que pide el problema.	La estudiante A3_1 establece que calcular datos, mientras que el alumno A3_8 determina que la velocidad que gaste menos.	Solo un estudiante identifica el objetivo del problema, la velocidad más económica.
Selección de información relevante: capacidad para elegir la información previamente almacenada y	La estudiante en el inciso (a) hace una serie de operaciones y al final selecciona la información más útil para	El estudiante en el inciso (a), (b) y (c) hace una serie de operaciones, encontrando la respuesta correcta, en el	Ambos alumnos seleccionan la información correcta para resolver los	Solo el estudiante A3_8 selecciona la información correcta para resolver el inciso (c) (sólo le falta la	Los dos estudiantes seleccionan los datos que les son útiles para resolver el problema.

relevante para la solución del problema, establecer comparaciones y relaciones con la información	resolverlo, mediante una regla de tres, encontrando la respuesta correcta, utiliza esta información para contestar el inciso (b), elabora relaciones como regla de tres, operaciones y funciones, sin embargo en el inciso (c) y (e), la fórmula que construye no es la correcta.	inciso (c) elabora una fórmula la cual es correcta, sólo le falta la constante de proporcionalidad y después intenta aplicar Cálculo Diferencial, escribiendo: $\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)$.	incisos (a) y (b).	constante de proporcionalidad).	
Interiorización y representación mental: Capacidad para utilizar símbolos, signos y conceptos. Llegar a la generalización y a un nivel de abstracción	La estudiante utiliza símbolos, signos y conceptos, como cálculos aritméticos, relaciones entre datos, como la regla de tres del inciso (a), elabora fórmulas, pero estas son incorrectas, se considera que ocupa un cierto nivel de abstracción.	El alumno utiliza símbolos, signos y conceptos, como cálculos aritméticos, relaciones entre datos, elabora funciones. Se considera que ocupa un cierto nivel de abstracción.	Ambos estudiantes ocupan un cierto nivel de abstracción ya que utilizan símbolos, signos y elaboran funciones.		Los dos estudiantes utilizan signos, símbolos, cálculos aritméticos, elaboran funciones, ocupan un cierto nivel de abstracción.
Amplitud y flexibilidad mental: Capacidad para utilizar diferentes fuentes de información, estableciendo entre ellas una	La estudiante identifica los datos: el costo del litro del diesel y el rendimiento, utiliza esta información para elaborar relaciones como regla de	El estudiante identifica los datos: el costo del litro del diesel y el rendimiento, utiliza esta información para elaborar relaciones, operaciones y	Ambos estudiantes identifican los datos y lo que desean averiguar, mediante relaciones, operaciones y		Los dos estudiantes encuentran alguna relación entre los datos y las incógnitas pero aplican diferentes formas de

coordinación y combinación adecuada.	tres, operaciones y funciones.	funciones.	funciones.		hacerlo mediante regla de tres y funciones u operaciones y funciones.
Planificación de la conducta: Capacidad para prever la meta que se quiere conseguir, establecer un plan para alcanzar la meta o solución	La estudiante establece un plan de acción para obtener la solución en cada inciso, escribe los datos del enunciado del problema: el costo del litro del diesel y el rendimiento, identifica en cada uno de los incisos lo que desea averiguar: los litros por hora, el costo por litro, relaciona los datos mediante regla de tres en los dos primeros incisos y fórmulas en los inciso (c) y (e).	El estudiante establece un plan de acción para obtener la solución en cada inciso, escribe los datos del enunciado del problema, el costo del litro del diesel, el rendimiento y la función del costo del combustible, muestra en cada uno de los incisos lo que puede hacer, con una serie de operaciones. También identifica en cada uno de los incisos lo que desea averiguar: los litros por hora, el costo por litro, relaciona los datos mediante operaciones en los dos primeros incisos y fórmulas en el inciso (c).	Ambos alumnos establecen un plan de acción para resolver el problema, identificando en cada inciso lo que desean averiguar.		Los dos estudiantes cuentan con un plan de acción para resolver el problema, identificando en cada inciso lo que desean averiguar y mediante operaciones, relaciones y fórmulas.
Organización y estructuración perceptiva: capacidad	La estudiante relaciona lo que tiene con lo que desea averiguar, lo agrupa y	El estudiante relaciona lo que tiene con lo que desea averiguar, lo agrupa y	Ambos estudiantes relacionan lo que tienen con		Los dos estudiantes identifican lo que tienen y lo que

para agrupar y organizar relaciones de objetos y hechos de la vida cotidiana	organiza, mediante regla de tres en los dos primeros incisos y fórmulas en los inciso (c) y (e).	organiza, mediante operaciones en los dos primeros incisos y fórmulas en el inciso (c).	lo que desean averiguar, mediante operaciones, relaciones y funciones.		desean averiguar, mediante operaciones, relaciones y funciones.
Conducta comparativa: capacidad para establecer relaciones de semejanza y diferencia entre objetos y sucesos	La estudiante identifica semejanzas y diferencias entre los datos del inciso (a), por eso establece una regla de tres, en la cual obtiene correctamente los l/h y lo utiliza en el inciso (b), de manera correcta. En los demás incisos, no identifica las relaciones correctas entre los datos originales y los que obtuvo en los incisos (a) y (b), por ese motivo no culmina satisfactoriamente los otros incisos.	El estudiante identifica semejanzas y diferencias entre los datos del inciso (a), por eso establece una operación, en la cual obtiene correctamente los l/h y lo utiliza en el inciso (b), de manera correcta. En los demás incisos, no identifica las relaciones correctas entre los datos originales y los que obtuvo en los incisos (a) y (b), por ese motivo no culmina satisfactoriamente los otros incisos.	Ambos alumnos identifican semejanzas y diferencias al establecer relaciones y funciones.		Los dos estudiantes identifican las semejanzas y diferencias entre los datos, al establecer relaciones y funciones.
Pensamiento hipotético: capacidad para establecer hipótesis y comprobarlas, intuir varias alternativas al explicar un hecho y	La estudiante contempla algunas alternativas para explicar el fenómeno que trata el problema: “Primero leerlo cuidadosamente y hacer operaciones”,	El estudiante menciona que se puede “...derivar el resultado y te tiene que dar la función original”, pero no lo hace en su solución.	Ambos estudiantes establecen hipótesis para resolver el problema, pero no tienen un plan para validarlas.		Los dos estudiantes establecen otro camino de solución, o bien muestran el que siguieron ellos, pero no tienen un plan para

validarlas	<i>“...y analizar los datos y preguntas que se dan y después hacer operaciones”.</i>				validarlos.
Evidencia lógica: formular y razonar con argumentos lógicos la validez de la respuesta	La estudiante establece un razonamiento lógico para resolver el problema: <i>“Primero leer cuidadosamente y analizar los datos y preguntas que se dan, y después realizar operaciones”.</i> No confirma la validez de la solución, pero admite no estar segura de su solución.	El estudiante establece un razonamiento lógico para resolver el problema: <i>“Identificar lo que pedía, para poder realizar las operaciones con los mmm datos similares”</i> y para verificar su respuesta comenta <i>“...derivar el resultado y te tiene que dar la función original”</i> , pero no lo hace en su solución.	Ninguno de los alumnos confirma la validez de su solución.		Los dos estudiantes establecen razonamientos lógicos que les dan la certeza de que su solución es viable, pero ninguno confirma la validez de su solución.
Clasificación cognitiva: capacidad para organizar datos, uso de conceptos, instrumentos verbales y establecimiento de relaciones para llegar a la precisión de la respuesta	La estudiante llega a una respuesta correcta en los incisos (a) y (b). Pero en los demás incisos la alumna no demuestra que las respuestas sean correctas, la respuestas no se encuentra dentro de las condiciones establecidas, no cumplen con el objetivo principal que muestra el enunciado del problema y no	El estudiante llega a una respuesta correcta en el inciso (a), (b) y (c), aunque en el c, la función que elabora le falta la constante de proporcionalidad, los demás incisos no los resuelve.	Ambos estudiantes organizan los datos y establecen relaciones, pero solo llegan a la respuesta correcta de los incisos (a) y (b).	Sólo el estudiante A3_8 llega a la respuesta correcta del inciso (c) (le falta la constante de proporcionalidad).	Los dos alumnos comprueban que su respuesta cumple con las condiciones del problema para los incisos (a) y (b).

	cumple con las condiciones de los algoritmos matemáticos que se usaron.				
--	---	--	--	--	--

Temas

Tabla 18.1.2 Análisis de los temas involucrados en el problema 1, correspondiente al grupo 2.

GRUPO 2					
Problema 1					
Temas	A2_2	A2_9	Semejanzas	Diferencias	Conclusiones
Aritmética	La estudiante utiliza Aritmética al efectuar las operaciones.	El estudiante utiliza Aritmética al efectuar las operaciones.	Ambos estudiantes efectúan operaciones Aritméticas.		Los dos estudiantes utilizan Aritmética para resolver el problema.
Álgebra	La estudiante utilizó Álgebra al traducir las relaciones encontradas en las gráficas que elaboró al lenguaje matemático, mediante una serie de expresiones algebraicas que utilizó como ecuaciones.	No utilizó Álgebra.		Sólo la estudiante A2_2 utiliza Álgebra.	Sólo una estudiante utiliza Álgebra, al elaborar una serie de expresiones algebraicas que utilizó como ecuaciones.
Geometría	No utilizó geometría.	No utilizó geometría.	Ninguno utilizó geometría.		Ninguno utilizó geometría.
Pre cálculo: funciones	La estudiante utilizó dos gráficas, una para representar los minutos y los costos y otra para mostrar los incrementos.	No utilizó Pre cálculo.		Sólo la estudiante A2_2 utiliza dos gráficas.	Solo una estudiante utilizó dos gráficas una para representar los minutos y los costos y otra para mostrar los incrementos, hace una introducción al Pre cálculo.

Cálculo Diferencial	No utilizó Cálculo Diferencial.	No utilizó Cálculo Diferencial.	Ninguno utilizó Cálculo Diferencial.		Ninguno utilizó Cálculo Diferencial.
---------------------	---------------------------------	---------------------------------	--------------------------------------	--	--------------------------------------

Tabla 18.1.3 Análisis de los temas involucrados en el problema 1, correspondiente al grupo 3.

GRUPO 3					
Problema 1					
Temas	A3_1	A3_8	Semejanzas	Diferencias	Conclusiones
Aritmética	La estudiante utiliza Aritmética al efectuar las operaciones.	El estudiante utiliza Aritmética al efectuar las operaciones.	Ambos estudiantes efectúan operaciones Aritméticas.		Los dos estudiantes utilizan Aritmética para resolver el problema.
Álgebra	No utilizó Álgebra.	No utilizó Álgebra.	Ninguno utilizó Álgebra.		Ninguno utilizó Álgebra.
Geometría	No utilizó geometría.	No utilizó geometría.	Ninguno utilizó geometría.		Ninguno utilizó geometría.
Pre cálculo: funciones	No utilizó Pre cálculo.	No utilizó Pre cálculo.	Ninguno utilizó Pre cálculo.		Ninguno utilizó Pre cálculo.
Cálculo Diferencial	No utilizó Cálculo Diferencial.	No utilizó Cálculo Diferencial.	Ninguno utilizó Cálculo Diferencial.		Ninguno utilizó Cálculo Diferencial.

Tabla 18.2.1 Análisis de los temas involucrados en el problema 2, correspondiente al grupo 1.

GRUPO 1					
Problema 2					
Temas	A1_1	A1_14	Semejanzas	Diferencias	Conclusiones
Aritmética: regla de tres	La estudiante utiliza correctamente una regla de tres en el inciso (a), realiza una serie de operaciones en el inciso (b), que lo llevan a determinar una regla de tres incorrecta.	La estudiante realiza una serie de operaciones en el inciso (a), que la llevan a determinar el inciso (b).	Ambas estudiantes realizan una serie de operaciones.	Sólo la estudiante A1_1 realiza dos regla de tres.	Las dos estudiantes realizan una serie de operaciones y sólo una de ellas realiza dos regla de tres para resolver el problema.
Física: análisis de unidades	La estudiante hace un correcto análisis de unidades en el	La estudiante hace un correcto análisis de	Ambas alumnas realizan		Los dos estudiantes realizan

	inciso (a).	unidades en los incisos (a) y (b).	análisis de unidades.		análisis de unidades para resolver el problema.
Álgebra: ecuaciones	La estudiante elabora una función al principio, la del costo del combustible, ésta es correcta, pero le hace falta la constante de proporcionalidad, sin embargo no la utiliza en el inciso (c), que es donde la solicita el problema, en cambio elabora dos ecuaciones, para el inciso (c) y (e) que son incorrectas.	La estudiante elabora una función en el inciso (d), la del costo del combustible, ésta es correcta, pero le hace falta la constante de proporcionalidad y va ubicada en el inciso (c) y (e) labora otra función en el inciso (e) que es incorrecta.	Ambas estudiantes elaboran funciones.		Los dos estudiantes elaboran funciones.
Cálculo Diferencial	No utiliza Cálculo Diferencial.	No utiliza Cálculo Diferencial.	Ninguna utilizó Cálculo Diferencial.		Ninguna utilizó Cálculo Diferencial.

Tabla 18.2.2 Análisis de los temas involucrados en el problema 2, correspondiente al grupo 2.

GRUPO 2					
Problema 2					
Temas	A2_2	A2_9	Semejanzas	Diferencias	Conclusiones
Aritmética: regla de tres	La estudiante utiliza Aritmética, pues obtiene dos resultados, sin embargo no se observan las operaciones que efectuó.	El estudiante realiza una serie de operaciones Aritméticas en el inciso (a), que la llevan a determinar el inciso (b).	Ambos estudiantes utilizan operaciones Aritméticas.		Las dos estudiantes realizan una serie de operaciones Aritméticas para resolver el problema.
Física: análisis de unidades	La estudiante coloca las unidades en los datos.	El estudiante hace un correcto análisis de unidades en los incisos (a) y (b).		El estudiante A2_9 hace un análisis de unidades, mientras que la alumna A2_2 solo	Solo un estudiante hace un análisis de unidades.

				coloca las unidades en los datos.	
Álgebra: ecuaciones	No utiliza Álgebra.	El estudiante elabora una función en el inciso (a), que resulta de una regla de tres.		Sólo el estudiante A2_2 elabora una función.	Solo un estudiante elabora una función.
Cálculo Diferencial	No utiliza Cálculo Diferencial.	No utiliza Cálculo Diferencial.	Ninguno utilizó Cálculo Diferencial.		Ninguna utilizó Cálculo Diferencial.

Tabla 18.2.3 Análisis de los temas involucrados en el problema 2, correspondiente al grupo 3.

GRUPO 3					
Problema 2					
Temas	A3_1	A3_8	Semejanzas	Diferencias	Conclusiones
Aritmética: regla de tres	La estudiante utiliza correctamente una regla de tres en el inciso (a), realiza una serie de operaciones correctas en el inciso (b).	El estudiante realiza una serie de operaciones Aritméticas en el inciso (a), que la llevan a determinar el inciso (b).	Ambos estudiantes utilizan operaciones Aritméticas.	Solo la estudiante A3_1 realiza una regla de tres.	Las dos estudiantes realizan una serie de operaciones y solo una de ellas realiza una regla de tres para resolver el problema.
Física: análisis de unidades	La estudiante hace un correcto análisis de unidades en los incisos (a) y (b).	El estudiante hace un correcto análisis de unidades en los incisos (a) y (b).	Ambos estudiantes hacen un análisis de unidades.		Las dos estudiantes realizan análisis de unidades para resolver el problema.
Álgebra: ecuaciones	La estudiante elabora una función a partir de la regla de tres en el inciso (a). Elabora dos ecuaciones, para el inciso (c) y (e) que son incorrectas.	El estudiante elabora una función en el inciso (c), la del costo del combustible, ésta es correcta, pero le hace falta la constante de proporcionalidad.	Ambos estudiantes elaboran funciones.		Las dos estudiantes elaboran funciones.
Cálculo Diferencial	No utiliza Cálculo Diferencial.	El estudiante intenta aplicar Cálculo		Sólo el estudiante A3_9	Sólo un estudiante intenta aplicar

		Diferencial, escribiendo: $\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)$, pero menciona que no se acuerda.		intenta aplicar Cálculo Diferencial.	Cálculo Diferencial.
--	--	--	--	--------------------------------------	----------------------

Tablas comparativas de los análisis:

Metodología

Se compararon a continuación las metodologías utilizadas por los estudiantes por grupos, los cuales pertenecen a diferentes semestres, basándose en las conclusiones de cada grupo, con respecto a cada rubro del procedimiento

Tabla 15.1 Comparación de la metodología por grupos, en su primera etapa, correspondiente al problema 2.

Problema 2						
TABLA COMPARATIVA POR GRUPO: METODOLOGÍA						
Primera etapa: Representación y replanteamiento del problema						
	Conclusiones					
Procedimiento	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Semejanzas	Diferencias	Conclusiones
Construir un esquema	Las dos estudiantes interpretan el problema utilizando una serie de funciones e instrucciones.	Los dos estudiantes interpretan el problema utilizando un análisis de unidades, algunas relaciones y uno de ellos una serie de funciones.	Los dos estudiantes interpretan el problema utilizando una serie de funciones e instrucciones o una serie de operaciones.	Todos los estudiantes que se analizaron interpretan el problema.	Las formas que utilizan los estudiantes para representar el problema son diferentes: funciones e instrucciones, análisis de unidades, relaciones, y operaciones.	Los estudiantes toman conocimientos de Aritmética, Pre cálculo y Álgebra para representar el problema, pero a pesar de esta diversidad tienen errores.
Definir el objetivo del problema, ¿Qué es lo que se pide	Las dos alumnas identifican un objetivo del	Los dos alumnos identifican el objetivo del	Solo un estudiante identifica el objetivo del problema,	La mayoría de los estudiantes, cinco de	Solo dos alumnos identifican el verdadero objetivo del	El no identificar desde un principio el verdadero

en el problema?	problema, la velocidad, sin embargo una de ellas también establece el otro objetivo que exista un costo bajo con dicha velocidad.	problema, uno de ellos la velocidad más económica y el otro establece que economizar es el objetivo.	la velocidad más económica.	los seis identifican un objetivo del problema, ya sea la velocidad o economizar.	problema, encontrar la velocidad más económica	objetivo del problema, empieza a generar dificultades, pues los estudiantes no abordan el problema completo sólo partes aisladas que no relacionan.
Listar los datos y las incógnitas que presenta el problema	Las dos estudiantes identifican los datos del problema y lo que se desea averiguar en cada uno de los incisos.	Los dos estudiantes identifican los datos del problema.	Los dos estudiantes identifican los datos del problema y lo que desean averiguar en cada inciso.	Todos los estudiantes identifican los datos del problema.	Cuatro estudiantes van más allá y establecen también lo que desean averiguar.	A los estudiantes les es más fácil identificar los datos del problema, que otras cuestiones como los objetivos o las variables o las incógnitas.
Colocar los datos en el esquema y sus respectivas unidades	Las dos alumnas colocan las unidades en los datos.	Los dos alumnos colocan las unidades en los datos.	Los dos alumnos colocan las unidades en los datos.	Todos los estudiantes colocan las unidades en los datos.		Las unidades que se manejan en éste problema, son muy importantes, ya que se requiere de por lo menos dos análisis de unidades para poder resolver el problema, aunque los estudiantes están familiarizados con ellas, surgen algunas dificultades

						en los análisis de unidades que llevan a resultados erróneos por parte de los estudiantes.
Buscar alguna relación entre las incógnitas y los datos	Las dos estudiantes encuentran alguna relación entre los datos y las incógnitas pero aplican diferentes formas de hacerlo mediante regla de tres y funciones u operaciones y funciones.	Las dos estudiantes encuentran alguna relación entre los datos y las incógnitas pero aplican diferentes formas de hacerlo mediante un análisis de unidades o regla de tres que transforma en funciones	Los dos estudiantes encuentran alguna relación entre los datos y las incógnitas pero aplican diferentes formas de hacerlo mediante regla de tres y funciones u operaciones y funciones.	Todos los estudiantes encuentran alguna relación entre los datos y las incógnitas.	Los estudiantes aplican diferentes formas de relacionar los datos con las incógnitas, mediante regla de tres, funciones, operaciones , y análisis de unidades.	Los estudiantes descubren diferentes formas de relacionar los datos con las incógnitas: regla de tres, funciones, operaciones, y análisis de unidades.
Escribir en el lenguaje matemático las relaciones claves encontradas	Las dos estudiantes traducen las relaciones encontradas al lenguaje matemático pero aplican diferentes formas de hacerlo mediante regla de tres y funciones u operaciones y funciones.	Solo uno de los estudiantes traduce las relaciones encontradas al lenguaje matemático, elabora dos funciones.	Los dos estudiantes traducen las relaciones encontradas al lenguaje matemático, elaboran funciones.	La mayoría de los estudiantes, cinco de los seis traducen las relaciones encontradas al lenguaje matemático.	Los estudiantes aplican diferentes formas de traducir las relaciones encontradas al lenguaje matemático mediante regla de tres, funciones, operaciones , y análisis de unidades.	La mayoría de los estudiantes traduce las relaciones encontradas al lenguaje matemático, generalizan mediante una expresión algebraica, función o ecuación.

Tabla 15.2 Comparación de la metodología por grupos, en su segunda etapa, correspondiente al problema 2.

Problema 2						
TABLA COMPARATIVA POR GRUPO: METODOLOGÍA						
Segunda etapa: Pre solución						
Procedimiento	Conclusiones			Semejanzas	Diferencias	Conclusiones
	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3			
Seleccionar y escribir la información importante para la resolución del problema	Las dos estudiantes seleccionan los datos que les son útiles para resolver el problema.	Los dos estudiantes seleccionan los datos que les son útiles para resolver el problema.	Los dos estudiantes seleccionan los datos que les son útiles para resolver el problema.	Todos los estudiantes seleccionan los datos que les son útiles para resolver el problema.		Si bien todos los estudiantes seleccionan la información importante para resolver el problema, no lo hacen de forma correcta, ya que todos cometen errores, al no hacer correctamente el análisis de unidades, al no utilizar correctamente la información, al no aplicar correctamente el Álgebra cuando elaboran las ecuaciones que les han de servir para resolver el problema y al no aplicar el cálculo para obtener finalmente la velocidad más económica.
Enumerar las ecuaciones matemáticas	Las dos alumnas ordenan las funciones de acuerdo	Solo un alumno ordena las funciones de acuerdo	Los dos alumnos ordenan las funciones de acuerdo	La mayoría de los estudiantes, cinco de los seis		La mayoría de los estudiantes ordenan las funciones de

	a los incisos del problema.	a los incisos del problema.	a los incisos del problema.	ordenan las funciones de acuerdo a los incisos del problema.		acuerdo a los incisos del problema, ya que van elaborando sus relaciones, funciones y ecuaciones, de acuerdo a como van resolviendo el problema.
Ordenar las magnitudes, usar las ecuaciones probables y asignarles valores razonables	Las dos estudiantes sustituyen los datos en las relaciones que van haciendo.	Solo un estudiante sustituye los datos en las funciones que va haciendo.	Los dos estudiantes sustituyen los datos en las funciones que van haciendo.	La mayoría de los estudiantes, cinco de los seis sustituyen los datos en las funciones que van haciendo.		Como la mayoría de los estudiantes elaboran funciones o ecuaciones, entonces sustituyen los datos en las funciones que van haciendo.
Dividir el problema en secciones o partes más pequeñas	Las dos estudiantes resuelven el problema en partes, de acuerdo a los incisos del problema.	Sólo un estudiante resuelve el problema en partes, de acuerdo a los incisos del problema.	Los dos estudiantes resuelven el problema en partes, de acuerdo a los incisos del problema.	La mayoría de los estudiantes resuelve el problema de acuerdo a cada inciso.		El problema ya se encuentra seccionado, de acuerdo a los incisos, los estudiantes solo siguen este orden.

Tabla 15.3 Comparación de la metodología por grupos, en su tercera etapa, correspondiente al problema 2.

Problema 2						
TABLA COMPARATIVA POR GRUPO: METODOLOGÍA						
Tercera etapa: Resolución y revisión						
Procedimiento	Conclusiones			Semejanzas	Diferencias	Conclusiones
	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3			
Transformar los datos mediante	El problema necesita que se haga un	El problema necesita que se haga un	El problema necesita que se haga un	Todos los estudiantes realizan un		El problema necesita que se haga un

los factores de conversión	análisis de unidades en dos ocasiones, las estudiantes sólo lo hacen en el inciso (a).	análisis de unidades en dos ocasiones, las estudiantes sólo lo hacen en el inciso (a).	análisis de unidades en dos ocasiones, los estudiantes sólo lo hacen en el inciso (a).	análisis de unidades en el inciso (a).		análisis de unidades en dos ocasiones, los estudiantes solo lo hacen en el inciso (a), por éste motivo ningún estudiante llega a encontrar la velocidad más económica a la que debe ir el camión.
Sustituir datos en fórmulas y ecuaciones	Las dos estudiantes sustituyen los datos en las relaciones que van haciendo.	Sólo un estudiante sustituye los datos en las funciones que va haciendo.	Los dos estudiantes sustituyen los datos en las funciones que van haciendo.	La mayoría de los estudiantes, cinco de los seis sustituyen los datos en las funciones que van haciendo.		Como la mayoría de los estudiantes elaboran funciones o ecuaciones, entonces sustituyen los datos en las funciones que van haciendo.
Efectuar los cálculos necesarios	Las dos estudiantes realizan operaciones correctas para resolver los incisos (a) y (b).	Los dos estudiantes realizan operaciones para resolver los incisos, pero una de ellas no muestra su procedimiento.	Los dos estudiantes realizan operaciones para resolver los incisos (a) y (b).	Todos los estudiantes realizan operaciones Aritméticas para resolver el problema.		Todos los estudiantes realizan los cálculos necesarios para resolver el problema, sin embargo estas operaciones, en algunos casos no son las correctas.
Verificar si	Sólo una	Sólo una	Los dos	La mayoría		La mayoría

el valor de la respuesta es razonable o posible	estudiante establece razonamientos lógicos que les dan la certeza de que su solución es viable, pero ninguna confirma la validez de su solución.	estudiante establece un razonamiento lógico que le da la certeza de que su solución es viable, pero ninguno confirma la validez de su solución.	estudiantes establecen razonamientos lógicos que les dan la certeza de que su solución es viable, pero ninguno confirma la validez de su solución.	de los estudiantes, cuatro de los seis establecen razonamientos lógicos que les dan la certeza de que su solución es viable.		de los estudiantes, cuatro de seis establecen razonamientos lógicos que les dan la certeza de que su solución es viable, pero ninguna confirma la validez de su solución.
Comprobar que la respuesta cumpla con las condiciones impuestas en el enunciado del problema	Las dos alumnas comprueban que su respuesta cumple con las condiciones del problema sólo para el inciso (a) y solo una de ellas las cumple para el inciso (b).	Sólo un alumno comprueba que su respuesta cumple con las condiciones del problema para los incisos (a) y (b).	Los dos alumnos comprueban que su respuesta cumple con las condiciones del problema para los incisos (a) y (b).	Todos los alumnos no comprueban que su respuesta cumple con las condiciones del problema para los incisos (c), (d), (e) y (f).	Cuatro alumnos comprueban que su respuesta cumple con las condiciones del problema para los incisos (a) y (b), una solo para el inciso (a) y otra para ningún inciso.	La mayoría de los alumnos, cuatro de los seis comprueban que su respuesta cumple con las condiciones del problema para los incisos (a) y (b), en los incisos subsiguientes cometen errores o lo dejan inconcluso.
Revisar si existen otros caminos de resolución que lleven a la misma respuesta	Las dos estudiantes establecen otros caminos de solución, sin embargo ninguna de las dos los sigue.	Los dos estudiantes establecen otros caminos de solución, o bien muestran el que siguieron ellos.	Los dos estudiantes establecen otro camino de solución, o bien muestran el que siguieron ellos.	Todos los estudiantes establecen otros caminos de solución o bien muestran el que siguieron ellos.		Ninguno de los estudiantes aplica otro método para la resolución del problema.
Realizar una	Ninguna de las	Ninguna de las	Ninguno de las	Ninguno de los		Ninguno de los

reflexión global acerca de lo que aportó la resolución del problema en lo metodológico y en lo conceptual	estudiantes manifiesta su opinión individual acerca del problema.	estudiantes manifiesta su opinión individual acerca del problema.	estudiantes manifiesta su opinión individual acerca del problema.	estudiantes manifiesta su opinión individual acerca del problema.		estudiantes manifiesta su opinión individual acerca del problema.
---	---	---	---	---	--	---

Mapa cognitivo

Se compararon a continuación los mapas cognitivos y las funciones cognitivas en la fase de elaboración de los estudiantes por grupos, los cuales pertenecen a diferentes semestres, basándose en las conclusiones de cada grupo, con respecto a cada parámetro.

Tabla 16 Comparación de los mapas cognitivos por grupos, correspondiente al problema 2.

Problema 2						
TABLA COMPARATIVA POR GRUPO: TEORÍA DEL MAPA COGNITIVO						
Parámetros	Conclusiones			Semejanzas	Diferencias	Conclusiones
	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3			
Contenido: materia que se trata	Las dos estudiantes identifican que el problema pertenece al Cálculo, solo una de ellas menciona que también al Álgebra.	Una estudiante identifica que el problema pertenece al Álgebra y el otro que pertenece al Cálculo.	Una estudiante identifica que el problema pertenece a Física y el otro que pertenece a “ecuaciones”.		Los estudiantes identifican diferentes materias, a las cuales pertenece el problema: Cálculo, Álgebra, Física y ecuaciones.	Los conocimientos que aplican los estudiantes para resolver el problema pertenecen a las materias de Aritmética, Álgebra y Física y Cálculo Diferencial, sin embargo lo que comentan los estudiantes es que las materias, a las cuales

						pertenece el problema son Cálculo, Álgebra, Física y ecuaciones.
Modalidad del lenguaje: figurativa, numérica, simbólica, verbal, gestual, kinestésica, etc.	Las dos estudiantes utilizaron un lenguaje numérico y la simbología adecuada de la Aritmética, Física, Álgebra y de las funciones.	Los dos estudiantes utilizaron un lenguaje numérico y la simbología adecuada de la Aritmética y la Física, solo uno de ellos utiliza la simbología del Álgebra.	Los dos estudiantes utilizaron un lenguaje numérico y la simbología adecuada de la Aritmética, Física y Álgebra, solo uno de ellos utiliza la simbología del cálculo.	Todos los estudiantes utilizaron un lenguaje numérico y la simbología adecuada de la Aritmética y la Física.	Cuatro estudiantes utilizaron la simbología adecuada de la de las funciones y sólo uno utiliza la del cálculo	Todos los estudiantes utilizan operaciones Aritméticas y aplican las unidades correspondientes a los datos para resolver el problema, ocupan un lenguaje numérico y la simbología adecuada de la Aritmética y la Física, solo algunos estudiantes aplican la simbología adecuada de las funciones y del Álgebra y sólo uno la del cálculo.
Operaciones mentales: acciones reconocimiento o identificación, clasificación, seriación, multiplicación lógica y comparación	Las dos estudiantes identifican lo que tienen y lo que desean averiguar, relacionan los datos con operaciones y funciones.	Los dos estudiantes identifican lo que tienen y lo que desean averiguar, relacionan los datos con análisis de unidades o bien regla	Los dos estudiantes identifican lo que tienen y lo que desean averiguar, relacionan los datos mediante relaciones, operación	Todos los estudiantes identifican lo que tienen y lo que desean averiguar.	Los estudiantes identifican lo que tienen y lo que desean averiguar pero lo hacen de manera diferente, mediante regla de tres, funciones, operaciones,	Los estudiantes realizan operaciones mentales como el reconocimiento e identificación de lo que tienen y lo que desean averiguar, además clasifican la

		de tres y funciones.	es y funciones.		y análisis de unidades.	información y la relacionan mediante regla de tres, funciones, operaciones, y análisis de unidades.
Fases del acto mental: input (entrada), elaboración y output (salida)	Sólo se analizó la fase de elaboración y se podrá observar con mayor detalle en la tabla “Funciones cognitivas en la fase de elaboración”.	Sólo se analizó la fase de elaboración y se podrá observar con mayor detalle en la tabla “Funciones cognitivas en la fase de elaboración”.	Sólo se analizó la fase de elaboración y se podrá observar con mayor detalle en la tabla “Funciones cognitivas en la fase de elaboración”.	Sólo se analizó la fase de elaboración y se podrá observar con mayor detalle en la tabla “Funciones cognitivas en la fase de elaboración”.		Sólo se analizó la fase de elaboración y se podrá observar con mayor detalle en la tabla “Funciones cognitivas en la fase de elaboración”.
Nivel de complejidad : cantidad de conocimientos que ha de tener un sujeto para que se produzca un acto mental	Si el estudiante utiliza Aritmética o Álgebra para resolver el problema los conocimientos utilizados son aprendidos en la educación básica, si utiliza Pre cálculo o Cálculo Diferencial los conocimientos utilizados	Si el estudiante utiliza Aritmética o Álgebra para resolver el problema los conocimientos utilizados son aprendidos en la educación básica, si utiliza Pre cálculo o Cálculo Diferencial los conocimientos utilizados	Si el estudiante utiliza Aritmética o Álgebra para resolver el problema los conocimientos utilizados son aprendidos en la educación básica, si utiliza Pre cálculo o Cálculo Diferencial los conocimientos utilizados	Todos los estudiantes utilizan Aritmética y funciones para resolver el problema, conocimientos aprendidos en el bachillerato o en los cursos anteriores de la carrera de Sistemas Computacionales.	La mayoría de los estudiantes analizados, 4 también utilizan regla de tres, conocimientos aprendidos en la educación básica, en el bachillerato o en los cursos anteriores de la carrera de Sistemas Computacionales.	Se considera que el problema tiene un nivel de complejidad medio-alto, debido a que los estudiantes necesitan de conocimientos aprendidos en la educación básica, en el bachillerato o en los cursos anteriores de la carrera de Sistemas Computacionales. Todos

	son aprendidos en el bachillerato o en los cursos anteriores. Las alumnas utilizan Aritmética y funciones.	son aprendidos en el bachillerato o en los cursos anteriores. Los alumnos utilizan Aritmética, regla de tres y funciones.	son aprendidos en el bachillerato o en los cursos anteriores. Los alumnos utilizaron Aritmética, regla de tres y funciones.			los estudiantes utilizan Aritmética y funciones, la mayoría también utilizan regla de tres.
Nivel de abstracción: desde percepción sensorial hasta abstracción y representación mental	Los dos estudiantes utilizan signos, cálculos aritméticos y elaboran funciones.	Los dos estudiantes utilizan signos, símbolos, cálculos aritméticos y sólo un estudiante elabora funciones.	Los dos estudiantes utilizan signos, símbolos, cálculos aritméticos, elaboran relaciones y funciones para resolver el problema.	Todos los estudiantes utilizan signos y cálculos aritméticos.	La mayoría, cinco de los seis utiliza también funciones y relaciones, se considera que tienen un cierto nivel de abstracción.	La mayoría de los estudiantes utiliza la información que tienen y los recursos que implementaron para obtener una ecuación, sólo una de ellos no lo hace.
Nivel de eficacia: rapidez/precisión y/o la cantidad de esfuerzo proyectado objetiva y subjetivamente por el sujeto en la actividad	Los dos alumnos comprueban que su respuesta cumple con las condiciones del problema en el inciso (a), solo un estudiante cumple las condiciones en el inciso (b) también.	Sólo un estudiante comprueba que su respuesta cumple con las condiciones del problema en los incisos (a) y (b).	Los dos estudiantes comprueban que su respuesta cumple con las condiciones del problema en los incisos (a) y (b).	Todos los alumnos no comprueban que su respuesta cumple con las condiciones del problema para los incisos (c), (d), (e) y (f).	Cuatro alumnos comprueban que su respuesta cumple con las condiciones del problema para los incisos (a) y (b), una solo para el inciso (a) y otra para ningún inciso.	La mayoría de los alumnos, cuatro de los seis comprueban que su respuesta cumple con las condiciones del problema para los incisos (a) y (b), en los incisos subsecuentes cometen errores o lo dejan inconcluso.

Funciones cognitivas

Tabla 17 Comparación de las funciones cognitivas en la fase de elaboración por grupos, correspondiente al problema 2.

Problema 2						
TABLA COMPARATIVA POR GRUPO: FUNCIONES COGNITIVAS EN LA FASE DE ELABORACIÓN						
Parámetros	Conclusiones			Semejanzas	Diferencias	Conclusiones
	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3			
Percepción y definición de un problema: delimitar qué pide el problema, crear una definición conveniente, combinar los elementos del problema	Las dos alumnas identifican un objetivo del problema, la velocidad, sin embargo una de ellas también establece el otro objetivo que un costo bajo con dicha velocidad.	Los dos alumnos identifican el objetivo del problema, uno de ellos la velocidad más económica y el otro establece que economizar es el objetivo.	Solo un estudiante identifica el objetivo del problema, la velocidad económica.	La mayoría de los estudiantes, cinco de los seis identifican un objetivo del problema, ya sea la velocidad o economizar.	Solo dos alumnos identifican el verdadero objetivo del problema, encontrar la velocidad más económica	El no identificar desde un principio el verdadero objetivo del problema, empieza a generar dificultades, pues los estudiantes no abordan el problema completo sólo partes aisladas que no relacionan.
Selección de información relevante: capacidad para elegir la información previamente almacenada y relevante para la solución del problema, establecer comparaciones y relaciones con la información	Las dos estudiantes seleccionan los datos que les son útiles para resolver el problema.	Los dos estudiantes seleccionan los datos que les son útiles para resolver el problema.	Los dos estudiantes seleccionan los datos que les son útiles para resolver el problema.	Todos los estudiantes seleccionan los datos que les son útiles para resolver el problema.		Si bien, todos los estudiantes seleccionan la información importante para resolver el problema, no lo hacen de forma correcta, ya que todos cometen errores, al no hacer correctamente el análisis de unidades, al no utilizar

						correctamente la información, al no aplicar correctamente el Álgebra cuando elaboran las ecuaciones que les han de servir para resolver el problema y al no aplicar el cálculo para obtener finalmente la velocidad más económica.
Interiorización y representación mental: Capacidad para utilizar símbolos, signos y conceptos. Llegar a la generalización y a un nivel de abstracción	Las dos estudiantes utilizan signos, cálculos aritméticos y elaboran funciones, ocupan un cierto nivel de abstracción.	Los dos estudiantes utilizan signos, símbolos, cálculos aritméticos. Solo uno de ellos elabora funciones, ocupa un cierto nivel de abstracción.	Los dos estudiantes utilizan signos, símbolos, cálculos aritméticos, elaboran funciones, ocupan un cierto nivel de abstracción.	Todos los estudiantes utilizan signos y cálculos aritméticos.	La mayoría, cinco de los seis utiliza también funciones y relaciones, se considera que tienen un cierto nivel de abstracción.	La mayoría de los estudiantes utiliza la información que tienen y los recursos que implementaron para obtener una ecuación, sólo uno de ellos no lo hace.
Amplitud y flexibilidad mental: Capacidad para utilizar diferentes fuentes de información, estableciendo entre ellas una coordinación y combinación	Las dos estudiantes encuentran alguna relación entre los datos y las incógnitas pero aplican diferentes formas de hacerlo mediante regla de tres	Las dos estudiantes encuentran alguna relación entre los datos y las incógnitas pero aplican diferentes formas de hacerlo mediante	Los dos estudiantes encuentran alguna relación entre los datos y las incógnitas pero aplican diferentes formas de hacerlo mediante regla de tres	Todos los estudiantes encuentran alguna relación entre los datos y las incógnitas.	Los estudiantes aplican diferentes formas de relacionar los datos con las incógnitas, mediante regla de tres, funciones, operación	Los estudiantes descubren diferentes formas de relacionar los datos con las incógnitas: regla de tres, funciones, operaciones, y análisis de unidades.

adecuada.	y funciones u operaciones y funciones.	un análisis de unidades o regla de tres que transforma en funciones.	y funciones u operaciones y funciones.		es, y análisis de unidades.	
Planificación de la conducta: Capacidad para prever la meta que se quiere conseguir, establecer un plan para alcanzar la meta o solución	Las dos estudiantes cuentan con un plan de acción para resolver el problema, mediante operaciones, relaciones y fórmulas.	Sólo un estudiante cuenta con un plan de acción para resolver el problema, mediante operaciones, relaciones y fórmulas.	Los dos estudiantes cuentan con un plan de acción para resolver el problema, identificando en cada inciso lo que desean averiguar y mediante operaciones, relaciones y fórmulas.	Todos los estudiantes cuentan con un plan de acción para resolver el problema.	Los estudiantes elaboran su plan, pero lo hacen de manera diferente, mediante regla de tres, funciones, operaciones, y análisis de unidades.	Los estudiantes planifican lo que ven hacer para resolver el problema y lo hacen de diferentes formas, mediante regla de tres, funciones, operaciones, y análisis de unidades.
Organización y estructuración perceptiva: capacidad para agrupar y organizar relaciones de objetos y hechos de la vida cotidiana	Las dos estudiantes identifican lo que tienen y lo que desean averiguar, lo hacen mediante relaciones y funciones.	Los dos estudiantes identifican lo que tienen, pero sólo uno lo relaciona con lo que desea averiguar, lo hace mediante relaciones y funciones.	Los dos estudiantes identifican lo que tienen y lo que desean averiguar, mediante operaciones, relaciones y funciones.	Todos los estudiantes identifican lo que tienen y lo que desean averiguar.	Los estudiantes identifican lo que tienen y lo que desean averiguar pero lo hacen de manera diferente, mediante regla de tres, funciones, operaciones, y análisis de unidades.	Los estudiantes realizan operaciones mentales como el reconocimiento e identificación de lo que tienen y lo que desean averiguar, además clasifican la información y la relacionan mediante regla de tres, funciones, operaciones, y análisis de unidades.
Conducta comparativa: capacidad	Las dos estudiantes identifican	Sólo un estudiante identifica	Los dos estudiantes identifican	Todos los estudiantes identifican		Los estudiantes tienen la

para establecer relaciones de semejanza y diferencia entre objetos y sucesos	las semejanzas y diferencias entre los datos, al establecer relaciones y funciones.	las semejanzas y diferencias entre los datos, al establecer relaciones y funciones.	las semejanzas y diferencias entre los datos, al establecer relaciones y funciones.	las semejanzas y diferencias entre los datos, al establecer relaciones y funciones.		capacidad para establecer las diferencias entre los datos al establecer relaciones y funciones.
Pensamiento hipotético: capacidad para establecer hipótesis y comprobarlas, intuir varias alternativas al explicar un hecho y validarlas	Las dos estudiantes establecen otros caminos de solución, pero no tienen un plan para validarlos.	Los dos estudiantes establecen otros caminos de solución, o bien muestran el que siguieron ellos.	Los dos estudiantes establecen otro camino de solución, o bien muestran el que siguieron ellos, pero no tienen un plan para validarlos.	Todos los estudiantes establecen otros caminos de solución o bien muestran el que siguieron ellos.		Ninguno de los estudiantes aplica otro método para la resolución del problema.
Evidencia lógica: formular y razonar con argumentos lógicos la validez de la respuesta	Sólo una estudiante establece razonamientos lógicos que le dan la certeza de que su solución es viable, pero ninguna confirma la validez de su solución.	Sólo una estudiante establece un razonamiento lógico que le da la certeza de que su solución es viable, pero ninguno confirma la validez de su solución.	Los dos estudiantes establecen razonamientos lógicos que les dan la certeza de que su solución es viable, pero ninguno confirma la validez de su solución.	La mayoría de los estudiantes, cuatro de los seis establecen razonamientos lógicos que les dan la certeza de que su solución es viable.		La mayoría de los estudiantes, cuatro de seis establecen razonamientos lógicos que les dan la certeza de que su solución es viable, pero ninguna confirma la validez de su solución.
Clasificación cognitiva: capacidad para organizar datos, uso de conceptos, instrumentos verbales y	Las dos alumnas comprueban que su respuesta cumple con las condiciones del problema	Sólo un alumno comprueba que su respuesta cumple con las condiciones del problema	Los dos alumnos comprueban que su respuesta cumple con las condiciones del problema	Todos los alumnos no comprueban que su respuesta cumple con las condiciones del problema	Cuatro alumnos comprueban que su respuesta cumple con las condiciones del problema	La mayoría de los alumnos, cuatro de los seis comprueban que su respuesta cumple con las

establecimiento de relaciones para llegar a la precisión de la respuesta	sólo para el inciso (a) y solo una de ellas las cumple para el inciso (b).	para los incisos (a) y (b).	para los incisos (a) y (b).	para los incisos (c), (d), (e) y (f).	para los incisos (a) y (b), una solo para el inciso (a) y otra para ningún inciso.	condiciones del problema para los incisos (a) y (b), en los incisos subsecuentes cometen errores o lo dejan inconcluso.
--	--	-----------------------------	-----------------------------	---------------------------------------	--	---

Temas

Tabla 19.2 Comparación de los temas involucrados en el problema 2 por grupos.

TABLA COMPARATIVA POR GRUPO: TEMAS DEL PROBLEMA 2						
Temas	Conclusiones			Semejanzas	Diferencias	Conclusiones
	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3			
Aritmética : regla de tres	Las dos estudiantes realizan una serie de operaciones y solo una de ellas realiza dos regla de tres para resolver el problema.	Los dos estudiantes realizan una serie de operaciones Aritméticas para resolver el problema.	Los dos estudiantes realizan una serie de operaciones y solo una de ellas realiza una regla de tres para resolver el problema.	Todos los estudiantes realizan una serie de operaciones Aritméticas para resolver el problema.	Solo dos estudiantes realizan una regla de tres para resolver el problema.	El problema necesita que se efectúen operaciones Aritméticas y regla de tres, al hacer un análisis de unidades, los estudiantes lo hacen sin ningún problema, sin embargo una de ellos, tiene errores.
Análisis de unidades: Física	Las dos estudiantes realizan análisis de unidades para resolver el problema.	Solo un estudiante hace un análisis de unidades.	Las dos estudiantes realizan análisis de unidades para resolver el problema.		La mayoría de los estudiantes, cinco de los seis realiza un análisis de unidades.	La mayoría de los estudiantes, cinco de los seis realiza un análisis de unidades, pero sólo lo hace en el inciso (a).
Álgebra: ecuaciones	Las dos estudiantes elaboran funciones.	Solo un estudiante elabora una función.	Las dos estudiantes elaboran funciones.		La mayoría de los estudiantes, cinco de los seis elaboran	La mayoría de los estudiantes, cinco de los seis elaboran funciones, esto

					funciones.	les permite relacionar la información que tienen y ocupan un cierto nivel de abstracción y generalización .
Cálculo Diferencial	Ninguna utilizó Cálculo Diferencial.	Ninguna utilizó Cálculo Diferencial.	Sólo un estudiante intenta aplicar Cálculo Diferencial.		Sólo un estudiante intenta aplicar cálculo.	Los estudiantes no emplean otros conocimientos aprendidos como el Cálculo Diferencial, para obtener la velocidad más económica.

Aportaciones Grupales

Grupo 1

Opiniones generales acerca de la actividad:

Miriam: ¿Cómo sintieron los problemas?

Estudiantes: El primero fácil, (un alumno hace una seña indicando más o menos).

Miriam: En el primero, ¿Qué conocimientos aplicaron en el problema?

Estudiantes: Aritmética, sumas, multiplicaciones y ya.

Miriam: En el segundo problema ¿Qué conocimientos creen que debieron haber aplicado o bien, aplicaron?

Estudiantes: Integrales.

Estudiantes: Funciones y después derivar.

Estudiantes: Lógica.

Miriam: ¿Qué les parecieron las preguntas antes de cada problema?

Estudiantes: Cíclicas, decían lo mismo.

Miriam: ¿Esas preguntas no los indujeron al problema?

Estudiantes: No, un poco.

Miriam: Y las preguntas después de cada problema, ¿Qué les sugerían?

Estudiantes: Cíclicas.

Miriam: ¿No les ayudaron?

Estudiantes: Tenías que revisar lo que hiciste.

Miriam: Una última pregunta ¿Cómo se sintieron con la cámara, o ni siquiera la percibieron?

Estudiantes: (Con la cabeza dicen que no) Nel.

Grupo 2

Opiniones generales acerca de la actividad:

Miriam: De los que ya terminaron ¿Cómo se sintieron?, ¿Quién ya terminó?... ¿Cómo sentiste los problemas?, ¿Qué paso?

A2_3: (no se escucha, ni se entiende)...se necesitaban conocimientos de cálculo, Álgebra...pero no me acuerdo.

Miriam: Bien, ¿cómo lo sentiste (A2_6)?

A2_6: Pues el primer problema estaba fácil, pero el segundo estaba un poco más complicado.

Miriam: ¿Por qué?

A2_6: Por qué me faltan más conocimientos de cálculo.

Miriam: (no se escucha, ni se entiende), ¿Tu A2_4?

A2_4: Sí el primero estaba fácil, y había muchas, muchas maneras de resolverlo, pero ya el segundo era como más de analizarlo, de aplicar lo de cálculo, pero ese si siento que ahí si no, me faltó mucho.

Miriam: ¿Quién más?...Lo sientes complicado (me estoy dirigiendo a otro estudiante).

A2_1: Sí por las unidades que maneja.

Miriam: ¿Por el análisis de unidades que maneja?, ¿Qué sucede con otros problemas, nunca te habían puesto un problema que tuviera tanto análisis de unidades?... No estas acostumbrada a ese tipo de problemas. ¿Cuál es tu opinión A2_10?

A2_10: Pues el primero si se me hizo fácil, el tercero, bueno el segundo se me hizo más complejo, como que, estaba comparando, igual se podría utilizar algo de Física...

Miriam: De Física por el análisis de unidades, como que nos ponen más problemas de análisis de unidades en Física, en mecánica, en su caso. A2_5 ¿Cuál es tu opinión?

A2_5: ...el primer problema es de razonamiento, pero estaba fácil y el segundo igual se me dificultó por las unidades, eso de Física como que se me dificulta mucho, pero ya obteniéndolas como que ya es más fácil con los datos que te da.

Miriam: Ahora tu opinión A2_8.

A2_8: Pues el primero si estaba fácil, pero ya el segundo por el planteamiento, si ya, como es el conocimiento aplicado del cálculo, pues se me hace más difícil aplicarlo y bueno igual por las unidades.

Miriam: ¿Cuál es tu opinión A2_7?

A2_7: Pues creo que el primer problema era fácil de visualizar podíamos obtener los resultados de una manera fácil, pero en el segundo creo que lo más difícil es encontrar las relaciones y la proporcionalidad que existe entre el costo con el...los kilómetros y cada una de las fórmulas que podíamos obtener, creo que eso era lo más complicado obtener las relaciones.

Miriam: ¿Cuál es tu opinión A2_9?

A2_9: El primero sí un poco fácil por qué es más fácil, visualizarlo, entenderlo, pero en el segundo sí un análisis más profundo y tener cuidado con las unidades, este, tratar de comprender para sacar lo que nos pide.

Miriam: Gracias A2_9 y ¿Cuál es tu opinión A2_2?

A2_2: Como dicen mis compañeros el primero si estuvo más fácil, el segundo también, pero se me complicó el análisis de las unidades, como hay que acomodarlo, los costos, los kilómetros, los litros, la hora, que es lo que puedo relacionar, que unidades, si son semejantes, para poder saber, para llegar a los cálculos.

Miriam: Y como se les hicieron los problemas, ¿Aplicados, o sea son problemas de la vida real?

Todos los estudiantes: Sí

A2_7: El segundo problema, podríamos utilizar muchas de nuestras actividades, encontrar, si lo resolviéramos encontraríamos a que velocidad tendríamos un ahorro y eso en la vida cotidiana puede ser bastante útil, encontrar un ahorro es muy importante.

A2_9: ...si uno va lento pues es difícil, último y barato.

Miriam: Y por último ¿Cómo les pareció la actividad? Me refiero ¿Se les hizo muy pesado el examen en dos horas, hubieran requerido de más tiempo? ¿Ocuparon su formulario?

Todos los estudiantes: No.

Miriam: ¿Ocuparon su calculadora?

Todos los estudiantes: Sí.

Miriam: ¿Para hacer qué?

A2_3: Operaciones.

Miriam: ¿Operaciones básicas?

Todos los estudiantes: Sí.

Miriam: Y ya lo último, ¿Cómo se sintieron con la cámara? ¿Cohibidos?

Mayoría de estudiantes: Presionados.

A2_1: (con la cabeza dice que no).

Grupo 3

Opiniones generales acerca de la actividad:

Miriam: Bueno los que ya terminaron ¿Cómo se sintieron en la prueba, en la actividad?, ¿A3_10?

A3_10: ...la cámara.

Miriam: Si cohíbe, un poquito. ¿Cómo sentiste el primer problema?

A3_10: Más fácil que el segundo.

Miriam: Más fácil que el segundo, ¿Por qué?

A3_10: (No se escucha, ni entiende lo que dice del primer problema) pero el segundo nos pedían las unidades...nos pedían velocidad...

Miriam: Estaba más largo y con más información y eso fue lo que te confundió, A3_8, ¿Cómo sentiste la actividad, los problemas?

A3_8: El primero bien fácil, el segundo no más no.

Miriam: Y el primero ¿A qué crees que se refería? O ¿Qué conocimientos aplicabas, para resolverlo?

A3_8: Aritmética.

Miriam: ¿Y en el segundo?

A3_8: ecuaciones.

Miriam: ecuaciones, A3_9.

A3_9: Igual, el primero fue más sencillo que el segundo, por lo mismo, aplicabas, en el primero Aritmética, son cosas que traes desde primaria... entonces son más fáciles, bueno al menos para mí, que Ecuaciones Diferenciales, entonces ¡ah no me acuerdo de esto!...

Miriam: A3_7.

A3_7: (No se escucha, ni entiende lo que dice del primer problema)

Miriam: Sí el segundo problema, tiene ecuaciones de Física, ¿por qué?

A3_7: Por que tenías que ver primero a que cambios se debía, porque la velocidad iba cambiando, yo creo que iba haber un cambio, el despeje iba a ser un poco diferente...

Miriam: A3_11.

A3_11: Yo me sentí bien...sabía que iban a venir problemas fáciles o un poco laboriosos, pero fáciles, en el primero uso razonamiento matemático, Lógica Matemática, pues dependiendo de lo que me pidan, pues lo aplico. Pues en el segundo usé razonamiento, Física, de todo use, pero si estuvo más laborioso...

Miriam: Muy bien, No se tu nombre (por que a los demás ya les había dado clase y a éste estudiante no).

A3_4: A3_4

Miriam: A3_4

A3_4: El primer problema no estuvo tan complicado, sólo era comprender el incremento del costo, pues irle sumando..., pero el segundo si estuvo un poco más laborioso, te daban más datos, pero pues te pedían más resultados, tenías que aplicar, ocupar los datos que tenías, para poder encontrar...

Miriam: ¿Qué conocimientos crees que se tendrían que aplicar en el segundo problema?

A3_4: Tal vez un poco de Física por lo de las unidades que teníamos, pues eh, ecuaciones por las funciones que teníamos que hacer.

Miriam: Y en general ¿Cómo se les hicieron las preguntas antes y después de los problemas? Las cinco preguntas que venían antes de los problemas y las siete que venían después del problema.

A3_7: Yo me confundí.

Miriam: Te confundieron

A3_7: Por qué, estás acostumbrado a lo que dice hay que hacerlo y al final... (No se escucha, ni entiende lo que dice) pero me sirvió mucho.

Miriam: ¿Creen que esas preguntas los guíen para contestar el problema?

A3_10: Sí, por que ves lo que tienes...

Miriam: ¿Y las últimas preguntas los obligan a recapacitar sus respuestas?

A3_6: Para comprobar.

A3_10: Sí, para comprobar.

A3_6: Es que lo primero te sirve para deducir lo que busca tu problema y después de que lo haces ves si estas bien como lo hiciste.

Miriam: ¿Y así los hacen?

Todos los estudiantes: No.

A3_10: Es la primera vez que lo hice así.

Algún estudiante: (no se ve) Nada más llegamos y lo hacemos.

A3_9: De hecho esas preguntas, me obligaron a mí a leer bien el problema, no sólo los datos, por qué normalmente lo que buscas son los datos que necesitas para resolver el problema y lo que busca el problema, no lees en sí todo el problema para saber de que se trata en realidad.

Miriam: Esa era la intención de hecho. Y ya por último ¿Les cohibió la cámara?

Todos los estudiantes: No.

Miriam: ¿Los distraía un poco?

Todos los estudiantes: No.

Miriam: Pues agradecerles su apoyo, su cooperación y que les vaya muy bien en el transcurso del día.

Actas de academia de matemáticas

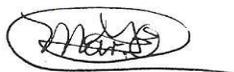
Certificación:

El C. Ing. Martín Ortiz Granillo, Director del
Instituto de Ciencias Exactas de la Universidad
Autónoma del Estado de Hidalgo,

— — — CERTIFICA — — —

Que el presente libro consta de noventa y seis
hojas utilizables por ambos lados, sin repetición,
con la aclaración de que inicia con la número tres
(en virtud de haber desprendido las dos primeras
por otro uso), que serán utilizadas para asentar
las Actas correspondientes a la Academia de Mate-
máticas de este Instituto. Este corre a los ocho días
del mes de octubre de mil novecientos noventa y
nueve.

Atte.



Acta correspondiente al 16 de Marzo del 2000:

En la ciudad de Pachuca Hgo. en el "Aula de usos múltiples" del ICE de la UAEM, siendo las 17:00 horas del día jueves 16 de marzo de 2000, se reunió la Academia de Matemáticas, bajo el siguiente orden del día:

- 1.- Pase de lista,
- 2.- Lectura del acta anterior,
- 3.- Intervención de los coordinadores de carreras del ICE,
- 4.- Presentación del C.C. Dr. Carlos Rondero Guerrero, acerca de la "Necesidad de culturización matemática",
- 5.- Aspectos sobre el 4º concurso interno de matemáticas del ICE,
- 6.- Declaratoria por parte de la UNESCO, de que el año 2000, es el "Año Internacional de la matemática",
- 7.- Asuntos generales

Se pasó lista y a las 17:15 de este día, se declaró la reunión como extraordinaria, ya que en ese momento había 15 miembros de 36 integrantes. Se dio lectura al acta anterior, y respecto a la misma el Ing. Román Hernández comentó que hubo retrasos en la entrega de horarios; que a los mejores maestros les han quitado grupos y que el proceso de inclusión, en lo que respecta a matemáticas, no se cumplió como se había programado.

Como hasta las 17:30 llegaron tres coordinadores de carrera (Minerometalurgia, Biología e Ingeniería Industrial) se pasó el 3º punto del orden del día a asuntos generales.

En el punto 4 del orden del día, el maestro Rondero, habló acerca de las carencias, en general de profesores, estudiantes y sociedad en general, de cultura matemática. Que se deja de lado el tomar en consideración los aspectos cognitivo, didáctico y epistemológico de los conceptos matemáticos de los programas de estudio. Y deja la pregunta ¿Qué cosas podemos hacer? El maestro propone: discusiones periódicas y/o cursos, donde, principalmente se vean aspectos cognitivos. Al respecto de lo planteado, se hicieron comentarios acerca de: los bajos desempeños de estudiantes del ICE; de las deficiencias del Plan de estudios

del bachillerato de la Universidad (UAEH) y en particular de lo aberrante del hecho de que Cálculo diferencial e Integral, sean cursos optativos; de la gran desmotivación y falta de autoestima de muchos estudiantes del ICE. Se propuso realizar un 2º examen de ingreso, para detectar estudiantes con requerimientos académicos específicos, y adecuar cursos de preparación previos al primer semestre. Se dijo que el elevar a 7 la calificación mínima aprobatoria, es una medida administrativa, y que sería prudente mirar la forma de evaluación en los cursos. La maestra Florina que pugnará para que los acuerdos académicos, emanados de esta instancia sean respetados. Se acordó enviar un escrito al director del Instituto donde se avocan las preocupaciones anteriores, respecto a la enseñanza de la matemática.

Respecto al 4º concurso interno de matemáticas del ICE se acordó que la fase eliminatoria sea el día lunes 24 de abril de 2000, a las 9:00 horas, para el turno matutino y a las 17:00 horas para el turno vespertino; encargándose de su operación en el primer caso los profesores: Socorro Palazuelos, Ligia Juárez, José Valencia y Juan Alberto Acosta; y para el de la tarde: Román Hernández, Jesús Martínez, Jaime Cuvas y Luis Guerrero. También se acordó que la final sea el viernes 28 de abril a las 10:00 horas, citando a reunión de academia.

Se comentó que la UNESCO, a petición de algunos organismos internacionales de matemáticas, han declarado al año 2000, como "Año internacional de la matemática".

En asuntos generales, el coordinador de Ingeniería Industrial, el Hto. Montesinos, comentó que se requiera mutuo apoyo para mejorar la enseñanza. La coordinadora de minería metalurgia dice que haya cambios en la comunicación entre la academia y los coordinadores. El coordinador de computación comentó que ya tiene los programas en el formato anterior. El coordinador de la carrera de Biología dice que la información debe fluir en ambos sentidos. El Ing. Valencia anuncia que pronto pondrá a consideración de la academia un problemario de Cálculo, que está elaborando y un

to, con la Dra Anna Tarasenko. El Dr Manuel González ofrece la dirección de tesis para egresados de licenciatura, en algunas temáticas, como: inteligencia artificial, computación, entre otros. Los marcados con asterisco * se presentaron.

Asistieron

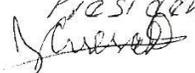
- Acosta Hernández Juan Alberto
- Cuevas Durán, Jaime
- Flores Hernández Javier Angel
- García Márquez Marco Antonio
- González Hernández Manuel
- * Guerrero Azpeitia Luis Arturo
- Hernández Genis Román
- Juárez Vargas Leticia
- * Lara Oridaz Herber
- Martínez Martínez Víctor
- Martínez Espinosa José de Jesús
- Monroy Gómez José Alejandro
- Montesinos Hernández Joel
- Núñez Benítez Julián
- * Palazuelos Barranco Socorro
- Pérez Ramírez Carlos Manuel
- Ramírez Vargas Ignacio
- Rondero Guerrero Carlos
- * Tarasenko Anna
- Valencia González José Alfonso
- * Vargas Blancas Antelmo



No asistieron

- Avilés Loyali Katia Lorena justificante médico
- Barrera Rodríguez Jaime
- Cruz Bautista Ernesto Alonso
- García González Luis
- González Vidal José Luis
- Gutiérrez Carón Miguel Ángel justificante.
- López Hernández Samuel

Martínez González Martha Isela
Martínez Pagola Salvador
Martínez Solís Luis Ignacio
Morales Hernández Gerardo
Muñoz Neri Atanacio
Olvera Comanillo Víctor
Pérez Lechuga Gilberto
Sánchez Rojas Ligia Karina
Hernández Ocaña Ernesto

Ing. Jaime Cuevas Durán
presidente


justificante.

Mtro. Juan Alberto Acosta
Hernández
secretario


Acta correspondiente al 4 de Diciembre del 2003:

- En la ciudad de Pachuca Hgo. en la "Sala de Maestros" del ICBI
- siendo las 12:00 horas del jueves 4 de diciembre de 2003 se reunió la sub academia de Matemáticas Básicas de Sistemas computacionales, bajo el siguiente orden del día: ① Paso de lista, ② Acuerdos respecto a los cursos que imparten, ③ Asuntos generales

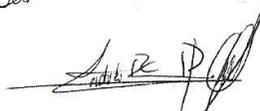
Se paso lista, y siendo las 12:25, al no haber quorum legal, habiendo siete integrantes de catorce posibles, se declaró extraordinaria la reunión. En el punto 2 del orden del día, los docentes que imparten la materia de Probabilidad y Estadística manifestaron que no da tiempo de abordar los temas propuestos en 5 horas por semana, y sugieren dividirlo en 2 cursos. Hay una queja generalizada en los profesores presentes de que los estudiantes no saben integrar, sobre todo en ecuaciones diferenciales; y que también, en todos los cursos hay dificultades en modelación. Hay el reclamo de algunos elementos de esta subacademia de que no hay suficiente comunicación en aspecto de registro de asistencia e información a tiempo de eventos, como por ejemplo la suspensión de clases durante el XXXVI Congreso de la SHH, llevado a cabo en el ICBI en octubre pasado.

Se nombró por unanimidad a la Ing. Diana Pérez Silva como vocal de la licenciatura en Sistemas Computacionales.

El presidente, respecto a los cursos intersemestrales, conminó a que profesores que vayan a impartirlos, traten de mantener el nivel, agotando el programa y evaluando como lo establece el reglamento interno del ICBI

Asistieron

- 1.- M. en C. Juan Alberto Acosta Hernández
- 2.- Ing. Katia Lorena Avilés Coyoli
- 3.- M. en I. Jaime Cuevas Duján
- 4.- Ing. Javier Flores Hernández
- 5.- Ing. Leticia Juárez Vargas
- 6.- Ing. Diana Pérez Silva
- 7.- M. en C. Andrés Rivera Díaz



No asistieron

M. en C. Javier Barrera Angeles, Lic. Abraham Briceno
Ceron, Ing Carlos Enriquez Ramirez, M. en C. Luis Garcia
Gonzalez, M. en C. Jose de Jesus Martinez Espinosa,
M. en C. Jose Alejandro Monroy Gomez y M. en C. Hugo
Romero Trejo

~~General~~
M. en I. Jaime Cuevas Duran M. en C. Juan Alberto Acosta Hernandez
PRESIDENTE SECRETARIO

Acta correspondiente al 27 de Noviembre del 2007:

En la Unidad Universitaria de la U.A.E.H., ubicada en el municipio de Mineral de la Reforma, Hgo. El 27 de Noviembre de 2007, se reunió la Academia de Matemáticas Básicas, en la sala de Hcos Múltiples del I.F.B.T., a las 10:15 Hrs. con carácter de Extraordinaria, ya que había 13 integrantes de 49, bajo el sig. orden del día: 1- fase de lista; 2- lectura y aprobación del acta de la sesión anterior; 3- Revisión de los puntos planteados por la Dirección del I.F.B.T.; 4- Asuntos Generales. Una vez realizados los dos primeros puntos del orden del día, se abordó el tercer punto con el tema: Abatamiento del índice de reprobación y deserción en las materias de Matemáticas en el I.F.B.T. Se mencionó que este abatimiento es una expectativa del Modelo educativo, pero que existen varios obstáculos que se deben de considerar:

La maestra Palazuelos enumeró: el tamaño de los grupos, más de 60 alumnos; el no haber llevado cálculo en el bachillerato; dar una hora más como asesoría con pocos alumnos; "estar sobre ellos" para observar su razonamiento analógico.

El maestro Acosta acotó: hacer una propuesta general con "Gimnasia Cerebral" y música, para mejorar la actitud de los alumnos y maestros. Considerar problemática socio-económica, motivacional, con relajamiento para el estrés. Dificultando tareas, en todas las materias. No facilitar, "poner aceite", si motivar. Dar cursos de Motivación y Liderazgo. Ser más humanistas y sencibles.

El maestro Reyes Cruz, propone se identifiquen carencias de conocimientos para canalizar a los alumnos a Asesorías.

La Maestra Juárez refiere experiencias en distintas licenciaturas (Industrial y Sistemas) del trabajo en equipo con buena y mala respuesta, respectivamente, lo que caracteriza a estas licenciaturas, para implementar formas de trabajo.

El maestro Hernández Ocaña, propone se consideren aspectos administrativos: Horarios, traslapes o largos huecos. Farsar solo una vez la materia. Revisión de cargas de materias. Puntos extras por cuestiones no académicas. Clases incompletas. Abuso del Sin Derecho, cuando en realidad es reprobación. Atención de Coordinadores, no balanceada.

La maestra Palazuelos informa que: aún cuando para ingresar a la U.A.E.H. se realiza el examen GENERAL, la Universidad dice a quien

acepta, fija criterios que no necesariamente incluye el pasar el examen. El Maestro Legorreta pide que se publiquen, en la red, los conocimientos mínimos para ingresar y canalizar a los alumnos que no los tengan a cursos, para tal efecto.

En asuntos generales, se acordó, pasar una copia del reporte del avance de programas, al maestro Acosta, por parte de los maestros, de cada uno de sus cursos.

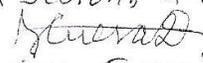
Sin otro asunto que tratar, se dió por terminada la sesión, a las 11:05 h.

M. en L. Juan Alberto Acosta Hdez.



Presidente

M. en L. Jaime Luevas Durán
Secretario.



Asistentes:

- 1- Acosta Hdez Juan Alberto 
- 2- Angeles Palazuelos Gabriela.
- 3- Barrera Angeles Elisa.
- 4- Luevas Durán Jaime 
- 5- Hdez. Ocaña Ernesto.
- 6- Juárez Vargas Leticia. 
- 7- Karelín - Aleksandr. 

- 8- Legorreta Garcia Felipe.
- 9- Palazuelos Barranco Ma. del Socorro.
- 10- Reyes Cruz Victor Esteban. 
- 11- Salinas Rodriguez Eleazar.
- 12- Tarasenko - Anna. 
- 13- Soto Luevas Carlos Arturo.

Justificó inasistencia:

- 1- Costiglia Barino Ruben Oscar.
- 2- Gutiérrez Lerón Miguel Angel.
- 3- Martínez Espinosa José de Jesús.

Acta correspondiente al 25 de Marzo del 2008:

En la Unidad Universitaria de la U.A.E.H., el 25 de Marzo de 2008, se reunió la Academia de Matemáticas Básicas del F.E.B.T., en la sala de Usos Múltiples, a las 18:00 Hrs., estando presentes once decincuenta y dos miembros, por lo que se procedió a esperar y a las 18:15 Hrs se declara Extraordinaria, por unanimidad por los dieciséis miembros presentes en ese momento, bajo el siguiente orden del día: 1º Pase de lista; 2º Lectura del Acta de la sesión anterior; 3º Revisión y comentarios del Artículo propuesto por el Maestro Acosta; 4º Asuntos generales.

Una vez realizado el "Pase de lista", leída y aprobada por unanimidad el Acta de la sesión anterior, se procedió a la presentación, por el Maestro Acosta, de un resumen del Artículo: "Las Competencias en Matemáticas" de Luis Rico. En donde destaca que se le da prioridad a encontrar Problemas sobre probar Teoremas, así como las competencias a lograr por los estudiantes de Matemáticas.

En los comentarios:

El Maestro Valencia propone que, en los cursos se aborden problemas del mundo real, para presentar a la Matemática desde otro punto de vista.

El Maestro Acosta comenta la reforma en el bachillerato, basado en competencias, así como la implantación del Modelo Educativo de la U.A.E.H. en donde se consideran las competencias. Propone que se lea el artículo y se comente en la próxima reunión.

El Maestro Fostiglia cuestiona: "que tanto se puede modificar lo que ya el alumno trae". Comenta como experiencia que los alumnos, "no están acostumbrados a discutir y plantear vías alternas".

Por lo que el Maestro Acosta comenta: "cambiar primero nosotros, para cambiar a los alumnos".

El Maestro Reyes Cruz propone: "dar primero las bases" y "usar las nuevas herramientas de apoyo para mejorar la enseñanza y el aprendizaje".

El Maestro Valencia comenta que: "lo que imparte un maestro, depende de su concepción, por lo que uno necesita cambiar, para inculcarlo a los alumnos".

El Maestro Acosta propone: "leer el artículo, citarlo, y comentarlo".

en la siguiente reunión. Aceptándose por unanimidad.
No habiendo otro asunto que tratar, se dió por terminada la
reunión, a las 18:55 Hrs.

M. en L. Juan A. Acosta Hdez.
Presidente.

M. en L. Jaime Luevas Durán
Secretario.

Asistentes:

- 1- Acosta Hdez. Juan Alberto
- 2- Angeles Palazuelos Gabriela.
- 3- Costiglia Gabino Ruben Oscar.
- 4- Luevas Durán Jaime.
- 5- Escorcía Hdez. José Rogelio Estain.
- 6- Fontiérrez León Miguel Ángel.
- 7- Juárez Vargas Leticia.
- 8- Karelín - Oleksandt.
- 9- Palazuelos Battanca Ma. del Socorro.
- 10- Pérez Silva Diana.
- 11- Reyes Cruz Victor Esteban.
- 12- Rios Mañoz Tomas.
- 13- Tgrasenko - Anna.
- 14- Valencia González José Alfonso.
- 15- Vargas Ramírez Mariosa.
- 16- Zataste Loiona José Juan.

Justificó Inasistencia:

- 1- Martínez Espinosa José de Jesús.

Acta correspondiente al 13 de Octubre del 2009:

Justificó:

1- Castiglia Garino Ruben Oscar.

2- Gutiérrez León Miguel Angel.

En la Unidad Universitaria de la U.A.F.H., el día 13 de Octubre del 2009, se reunió la Academia de Matemáticas Básicas del I.C.B.I., en la sala de juntas, del edificio 2, del Area Académica de Matemáticas y Física a las 13 Hrs. Estando presentes 5 miembros de 52, por lo que se procedió a esperar a las 13:15 Hrs. para declararla, por unanimidad, como Extraordinaria, con los mismos miembros, con el siguiente orden del día: 1- Pase de lista; 2- lectura del Acta de la Sesión anterior; 3- Asuntos generales.

Después de llevarse a cabo el primer punto y acordado omitir el segundo, se pasa al tercer punto, Asuntos generales, en donde, con la presencia del maestro Luis Islas y la maestra Iliana Castillo, coordinador y subcoordinadora, respectivamente, de la licenciatura en Sistemas Computacionales, para informar y solicitar apoyo por el problema de fusión de grupos, en dicha carrera, desde el 3^{er} Semestre y con riesgo a que sea en 2^o Semestre o que baje el número de admitidos en 1^o para una mejor "selección" y por lógica, menos grupos admitidos. Se dirigió a esta Academia por que las materias de: Cálculo Diferencial, Lógica Matemática y Cálculo Integral; de esta; así como Inglés I y II son las materias de 1^{er} y 2^o Semestres, que mayor índice de reprobación y deserción tienen. Los maestros antes citados (Islas y Castillo) informaron que ya han asistido a reuniones de otras Academias, y para hacer lo propio.

El maestro Tomas Rios, felicita esta acción ya que en otros institutos optan por despedir a los maestros, sin realizar una investigación de lo que esta pasando.

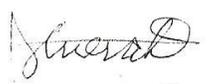
El maestro Hernández Ocaña menciona el bajo nivel académico de nuevo ingreso y la actitud de los estudiantes, que hasta carencia de vocación por la licenciatura seleccionada.

Los maestros Judith Franco y Jaime Luevas les proponen una reunión con los maestros de 1^{er}-4 y 2^o-4 (grupo en problemas), para investigar las causas y proponer soluciones.

Los maestros Castillo e Islas, agradecen los comentarios y validan la idea de la reunión, así como se comprometen a tener informada a la Academia de las medidas a tomar.

Sin otro asunto que tratar, a las 14 Hrs. se dió por terminada la reunión.


M. en C. Juan A. Acosta Hdez.
Presidente.


M. en T. Jaime Luevas Durán
Secretario.

Asistentes:

- 1- Luevas Durán Jaime 
- 2- Franco Torres Ma. Ludith
- 3- Hdez. Ocaña Ernesto

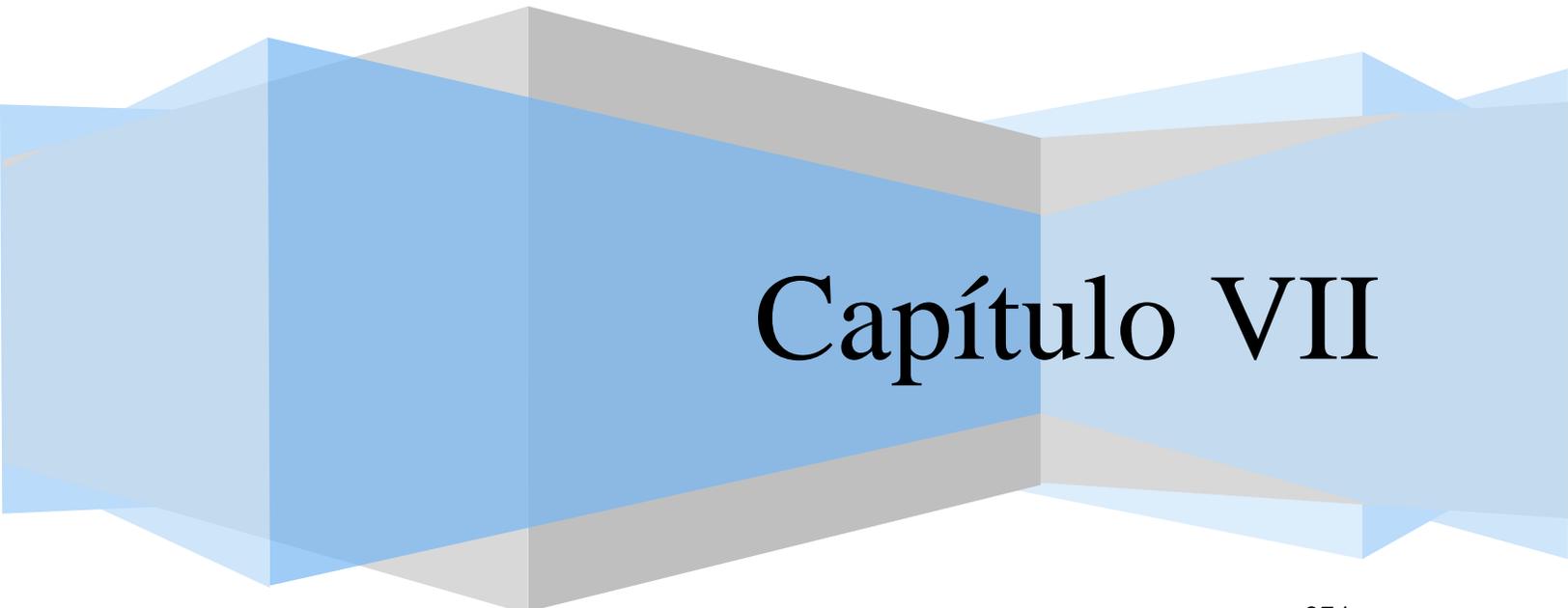
- 4- Juárez Vargas Leticia.
- 5- Rios Muñoz Tomas.

Justificación:

- 1- Acosta Hdez. Juan A.
- 2- Avila Pozos Orlando.
- 3- Gutiérrez Lerón Miguel Angel

- 4- Katelin - Oleksandr 
- 5- Tatosenko - Anna 

Bibliografía



Capítulo VII

-
- Alvarez-Gayou, J. (2009). *Cómo hacer investigación cualitativa. Fundamentos y metodología*. México: Paidós Educador.
- Ávila. S.A. (1999). *Enseñar a través de la resolución de problemas: dificultades, obstáculos y efectos de una transposición*. Conferencia dictada en el VII Simposio Internacional en Educación Matemática Elfriede Wenzelburger. México.
- Ávila. S. A. (2001). Los profesores y sus representaciones sobre la reforma a las matemáticas. *Perfiles Educativos*. Vol. 23. Núm. 93, 59-86. Recuperado en septiembre de 2001, desde <http://www.iisue.unam.mx/seccion/perfiles/>
- Ayres, F. (1971). *Teoría y Problemas de Cálculo Diferencial e Integral*. México: McGraw-Hill.
- Bray, M. y Koo, R. (2005). *Education and Society in Hong Kong and Macao: Comparative Perspectives on Continuity and Change*. Hong Kong: Springer.
- Camarena, G. P. (2000). *Reporte técnico de investigación titulado: Etapas de la matemática en el contexto de la ingeniería*. Edit. ESIME-IPN, México.
- Campbell, L., Campbell, B., y Dickinson, D. (2000). *Inteligencias Múltiples, Usos Prácticos de Enseñanza y Aprendizaje*. Argentina: Editorial Troquel.
- García, C. J. A. (2000). *La didáctica de las matemáticas: una visión general*. Recuperado el 3 de junio de 2010, desde el sitio [gobierno de canarias](#).
- Herranz Y. y Lacasa D. P. (1995). *Aprendiendo a aprender: resolver problemas entre iguales*. España: Ministerio de Educación y Ciencia.
- Lezama, J. (2003). *Un estudio de reproducibilidad de situaciones didácticas*. Tesis de doctorado no publicada. Cinvestav-IPN, México.
- Matute, P. S., Pérez, P. L. y Di'Bacco, V. L. (2009). Estudio comparativo en la resolución de problemas en el rendimiento estudiantil en el contenido de electroquímica. *Revista Electrónica Actualidades Investigativas en Educación*, Vol. 9, Núm. 1, 1-17. Recuperado el 30 de abril de 2009.
- Mérida L.A. y Ramírez V.O.S. (2004). *Matemáticas V y VI, Cálculo Diferencial e Integral*. México: Pearson Education.
- Notimex. (2010, Enero 2). La magna cuesta \$7.88; Premium, \$9.66 y diesel \$8.24 y... cada mes habrá incremento. *La crónica de hoy*, pp. P1, N3.
- Isuzu de México. *Diesel vs. Gasolina*. Recuperado el 2 de enero de 2010.

-
- Rosas, A. y Pardo, L. (2009). Estudiantes de carreras de ingeniería y ciencias sociales: Diferencias en su forma de resolver problemas similares. En *Memorias del VI Congreso Iberoamericano de Educación Matemática* (pp. 1680-1685). Puerto Montt, Chile: Universidad de Los Lagos.
- Real Academia Española. (Ed.). *Diccionario de la lengua española*. (22.^a ed., Edición electrónica). Madrid: Espasa Calpe. Recuperado en octubre de 2001.
- Raventos, F. (1983). *El fundamento de la metodología comparativa en educación*. Educar 61-75. Barcelona, España. Recuperado el 25 de enero de 2008.
- Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo. *Área académica de ciencias computacionales*. Recuperado el 19 de octubre de 2009.
- Zúñiga, L. (2005). *Funciones cognitivas: un análisis cualitativo sobre el aprendizaje del cálculo en el contexto de la ingeniería*. Tesis de doctorado no publicada. CICATA-IPN, México.