

# INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA Y  
ARQUITECTURA UNIDAD ZACATENCO

SECRETARIA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO  
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

“DISEÑO HIDRÁULICO DE  
VERTEDORES ESCALONADOS”

## T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE  
**MAESTRO EN CIENCIAS EN HIDRÁULICA**

P R E S E N T A :  
**GERARDO RENDÓN RICARDI**

DIRECTOR DE TESIS INTERNO  
**DR. SERGIO CRUZ LEÓN.**

DIRECTOR DE TESIS EXTERNO  
**DR. POLIOPTRO MARTÍNEZ AUSTRIA**



MÉXICO D.F.  
NOVIEMBRE 2011



# INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

## SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

### ACTA DE REVISIÓN DE TESIS

En la Ciudad de México D. F. siendo las 16:00 horas del día 12 del mes de diciembre del 2011 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de Tesis, designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de E.S.I.A.-U.Z. para examinar la tesis titulada:

"DISEÑO HIDRAULICO DE VERTEDORES ESCALONADOS"

Presentada por el alumno:

Rendon

Apellido paterno

Ricardi

Apellido materno

Gerardo

Nombre(s)

Con registro:

|   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
| B | 0 | 0 | 1 | 3 | 1 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|---|

aspirante de:

MAESTRO EN CIENCIAS EN HIDRÁULICA

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **APROBAR LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

### LA COMISIÓN REVISORA

Directores de tesis

Dr. Sergio Cruz León

Dr. Polioptro Martínez Austria

Dr. Juan Manuel Navarro Pineda

Dr. Mario Ulloa Ramírez

M. en C. Lucio Fragoso Sandoval

PRESIDENTE DEL COLEGIO DE PROFESORES



M. en C. Pino Durán Escamilla

SECCIÓN DE ESTUDIOS DE  
POSGRADO E INVESTIGACIÓN



**INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**  
**SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO**

**CARTA CESIÓN DE DERECHOS**

En la Ciudad de \_México, D.F., el día **25** del mes **marzo** del año **2012**, el que suscribe **Gerardo Rendón Ricardi** alumno del Programa de la **Maestría en Ciencias en Hidráulica** con número de registro **B001310**, adscrito a la **Escuela Superior de Ingeniería y Arquitectura U. P. Zacatenco**, manifiesta que es autor intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección de **Dr. Sergio Cruz León** y el **Dr. Polioptro Martínez Austria** y cede los derechos del trabajo intitulado **Diseño Hidráulico de Vertedores Escalonados**, al **Instituto Politécnico Nacional** para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección **gerardorendon@ymail.com**. Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

**Gerardo Rendón Ricardi**

## **Agradecimientos:**

A Dios y a todos aquellos que dieron una plegaria por mí en las situaciones que transcurrieron durante el desarrollo de mis estudios.

Agradezco al **Instituto Politécnico Nacional** por brindarme la oportunidad de crecer y ser mejor en mi desarrollo profesional como Ingeniero Civil al concluir mis estudios de maestría. “La Técnica al Servicio de la Patria”

A todos los Maestros y Doctores que pusieron en mí una semilla de conocimiento y compartieron sus enseñanzas, principalmente al Dr. Sergio Cruz León, al Dr. Polioptro Martínez Austria, al Dr. Juan Manuel Navarro Pineda y al M.C. Lucio Frago Sandoval, este último por ayudarme a terminar mis procesos de la maestría que es esta tesis.

A mis hijas Samantha y Meredith que junto con mi esposa Cristina apoyaron este proyecto desde el inicio y hasta su conclusión y que con su comprensión y cariño les obsequio esta tesis y se las dedico con todo corazón.

A mi madre, hermanos y familiares por sus apoyos, principalmente a mi hermano por su apoyo en informática.

A todos mis amigos que caminaron junto a mí en el proceso, principalmente a Mayte.

A mi **Universidad Nacional Autónoma de México** que inserto en mí los conocimientos iniciales necesarios para continuar con mis estudios. “Por mi raza hablara el espíritu”

Huélum, Huélum, ¡Gloria!  
A la cachi cachi porra  
A la cachi cachi porra  
Pin pon porra,  
Pin pon porra.  
Politécnico, Politécnico ¡Gloria!

**ORGULLOSAMENTE POLITÉCNICO Y UNIVERSITARIO.**

## **¡GRACIAS!**

Como en mi primera tesis de licenciatura escribo el lema que me sigo diciendo:

“Primero inicia con los conocimientos más simples para resolver un problema y después te metes en problemas de cómo solucionarlo, finalmente ya casi habrás concluido”

# ***Diseño Hidráulico de vertedores escalonados.***

## **Índice**

|                                                                                      |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Agradecimientos:.....                                                                | 4  |
| Índice .....                                                                         | 5  |
| Glosario .....                                                                       | 8  |
| Nomenclatura.....                                                                    | 11 |
| Lista de figuras: .....                                                              | 13 |
| Lista de tablas: .....                                                               | 15 |
| Resumen: .....                                                                       | 16 |
| Abstract: .....                                                                      | 17 |
| Introducción.....                                                                    | 18 |
| Capítulo 1.- Antecedentes .....                                                      | 21 |
| 1.1.- Definición del problema.....                                                   | 36 |
| 1.2.- Objetivos. ....                                                                | 37 |
| 1.2.1.- Objetivo General. ....                                                       | 37 |
| 1.2.2.- Objetivos Particulares. ....                                                 | 37 |
| 1.3.- Justificación de Tesis .....                                                   | 38 |
| 1.4.- Condiciones de uso.....                                                        | 39 |
| 1.5.- Funcionamiento Hidráulico.....                                                 | 46 |
| 1.6.- Ondas de Froude.....                                                           | 47 |
| 1.7.- Tipos de Flujo es un vertedor escalonado .....                                 | 49 |
| 1.8.- Aireación y pérdidas de energía. ....                                          | 55 |
| 1.9.- Determinación del tipo de flujo en una rápida escalonada.....                  | 56 |
| 1.10.- Aspectos fundamentales en un flujo escalón por escalón (FEXE).....            | 59 |
| 1.11.- Determinación del comienzo de la aireación para un flujo rasante (FRAS). .... | 61 |

|                                                                            |     |
|----------------------------------------------------------------------------|-----|
| 1.12.- Determinación de la profundidad del agua .....                      | 67  |
| 1.13.- Pérdidas de energía en un vertedor escalonado.....                  | 72  |
| 1.14.- Coeficiente de Coriolis en la cinética del vertedor escalonado..... | 94  |
| 1.15.- Modelos hidráulicos en rápidas escalonadas.....                     | 95  |
| 1.16.- Similitud Dinámica, Cinemática y Geométrica en modelos. ....        | 95  |
| 1.16.1.- Escala de líneas. ....                                            | 96  |
| 1.16.2.- Similitud Dinámica. ....                                          | 98  |
| 1.17.- Efecto de escala. ....                                              | 102 |
| 1.18.- Diseño de modelos físicos.....                                      | 105 |
| Capítulo 2.- Diseño hidráulico de vertedores escalonados.....              | 107 |
| 2.1- Criterio de diseño para Flujo Escalón por Escalón (FEXE).....         | 108 |
| 2.2- Criterio de diseño para Flujo Rasante (FRAS).....                     | 110 |
| 3.- Ejemplos de aplicación.....                                            | 115 |
| 3.1.- Diseño de un FEXE.....                                               | 115 |
| 3.2.- Diseño de un FRAS.....                                               | 123 |
| Conclusiones y líneas de investigación. ....                               | 132 |
| Referencias Bibliográficas:.....                                           | 135 |
| Anexo No. 1.- Cálculo de avenidas de diseño para un vertedor.....          | 143 |
| Avenida de diseño por el Método de Gumbel .....                            | 145 |
| Avenida de diseño por el Método de Nash.....                               | 150 |
| Avenida de diseño por el Método de Levediev. ....                          | 154 |
| Resumen de resultados: .....                                               | 160 |
| Anexo 2.- Diseño de un vertedor de rápida lisa .....                       | 165 |
| Diseño de un cimacio de cresta libre .....                                 | 165 |
| Condiciones de diseño .....                                                | 166 |
| Capacidad de descarga.....                                                 | 166 |
| Coeficiente de descarga .....                                              | 167 |

|                                                                                 |     |
|---------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Longitud efectiva de cresta.....                                                | 169 |
| Perfil del cimacio.....                                                         | 172 |
| Perfil de la superficie del agua sobre el cimacio. ....                         | 181 |
| Presiones sobre el cimacio.....                                                 | 183 |
| Selección de la carga de diseño .....                                           | 184 |
| Anexo No. 3.- Desarrollo de la ecuación de definición de régimen de flujo. .... | 199 |

## Glosario

A continuación se definen los términos hidráulicos utilizados en este trabajo:

|                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|---------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Aguas abajo:        | Es la zona de un flujo que se localiza hacia la parte inferior de una corriente o escurrimiento a partir de una determinada sección de referencia.                                                                                                                                                                                                                  |
| Aguas arriba:       | Es la zona de un flujo que se localiza hacia la parte superior de una corriente o escurrimiento a partir de una determinada sección de referencia.                                                                                                                                                                                                                  |
| Capa límite:        | Región del flujo cerca de la frontera sólida donde el campo de flujo es afectado por la presencia de la frontera y donde la fricción es esencial para su desarrollo, ya que se caracteriza por un rango de velocidades a través de la región de capa límite desde cero en la frontera hasta la velocidad de corriente libre en el borde exterior de la capa límite. |
| Carga hidráulica:   | Energía disponible en una determinada sección, compuesta, en un flujo a superficie libre, por la energía potencial, o nivel de la superficie libre del agua y la energía cinética o velocidad.                                                                                                                                                                      |
| Cavitación:         | Fenómeno que consiste en la formación de vacíos que reduce las presiones en el seno del flujo produciendo que se presente una presión de vaporización del fluido.                                                                                                                                                                                                   |
| Cimacio:            | Estructura vertedora que se coloca en posición a un flujo con superficie libre, obligando a la formación de sus condiciones críticas. La sección transversal de esta estructura por lo general se diseña con la forma de la lámina vertiente que desborda por encima de ella, asemejando el vertido por un vertedor de pared delgada con aireación.                 |
| Cresta:             | Punto superior de la sección transversal del cimacio de un vertedor.                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| Energía específica: | Se define como la suma de la energía potencial del flujo (profundidad del agua) y la energía cinética (carga de velocidad) correspondientes a una sección dada y medida desde la parte más baja de la sección                                                                                                                                                       |
| Escalón:            | Se encuentra definido entre la huella y la altura del escalón, definido por la pendiente de la rápida.                                                                                                                                                                                                                                                              |
| Flujo:              | Fluido en movimiento.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| Flujo rasante:      | Régimen de flujo por encima de la rápida escalonada por el cual el fluido fluye como una corriente coherente en una dirección paralela al seudofondo formado por los bordes agudos de los escalones.                                                                                                                                                                |

|                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|-------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Flujo turbulento:             | Flujo en el que las partículas se mueven sobre trayectorias completamente erráticas sin seguir un orden establecido, resultado propio de la viscosidad del fluido.                                                                                                                                                                                                                                     |
| Gasto:                        | Se le llama también caudal de flujo, y es el volumen de un fluido que pasa por la sección transversal de un conducto en una unidad de tiempo. Se mide en metros cúbicos por segundo o en litros por segundo                                                                                                                                                                                            |
| Hidráulica:                   | Parte de la mecánica que se ocupa de estudiar el equilibrio y movimiento de los fluidos, principalmente del agua con el fin de su aplicación mecánica. Se divide en hidrostática e hidrodinámica, siendo esta última el estudio de las propiedades que tiene el agua cuando está en movimiento.                                                                                                        |
| Líneas de corriente:          | Línea trazada idealmente en el interior de un campo de flujo, de manera que la tangente de cada uno de sus puntos proporcione la dirección del vector velocidad del flujo en ese punto.                                                                                                                                                                                                                |
| Pendiente:                    | Inclinación con respecto a la horizontal de una línea o plano. Relación que resulta de dividir el desnivel entre la distancia existente entre dos puntos. Puede expresarse en por ciento o en grados.                                                                                                                                                                                                  |
| Pendiente crítica.            | Es el valor de la pendiente de un canal que conduce un gasto con régimen uniforme y la energía del mismo es la mínima.                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| Punto de inicio de aireación: | Es el punto sobre una rápida donde se tiene el afloramiento de la capa límite turbulenta sobre la superficie libre del flujo, en este punto la turbulencia inicia la introducción del aire al mismo de forma mecánica natural.                                                                                                                                                                         |
| Rápida:                       | Parte de la conducción de un flujo a través del vertedor tipo Creager que es conducido hasta la cubeta deflectora o piscina de disipación de energía, es de sección generalmente recta y tiene la pendiente de construcción que se definió para la sección de la presa. También se encuentran fuera del cuerpo de la presa alojadas en el terreno natural y donde la topografía gobierna su pendiente. |
| Régimen crítico:              | Condición de flujo a superficie libre que se produce con la mínima energía específica. Bajo esta condición todos los parámetros hidráulicos (tirante, velocidad, área, pendiente, etc.) se consideran críticos.                                                                                                                                                                                        |
| Régimen subcrítico:           | Condición de flujo a superficie libre en la que el tirante es mayor al tirante crítico y la velocidad menor a la crítica.                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| Régimen supercrítico:         | Condición de flujo a superficie libre en la que el tirante es menor al tirante crítico y la velocidad mayor a la crítica.                                                                                                                                                                                                                                                                              |

|           |                                                                                                                                                                                                     |
|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Tirante:  | Espesor o profundidad de agua en un canal desde la plantilla hasta la superficie libre del agua.                                                                                                    |
| Vertedor: | Estructura e seguridad que permite el paso del volumen de agua que no puede ser desalojado por la obra de toma o los desfogues, ni puede ser almacenado en la presa durante el paso de una avenida. |

## Nomenclatura

|            |                                                                                                                                |
|------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $A$        | Área de la sección transversal del flujo.<br>Conjunto de factores que se utilizaron en la solución de una ecuación             |
| $B$        | Ancho del canal en la superficie libre del agua.                                                                               |
| $b$        | Ancho de vertedor                                                                                                              |
| $c$        | Concentración de aire                                                                                                          |
| $\bar{c}$  | Concentración media del aire                                                                                                   |
| $E$        | Energía total del sistema en una sección del canal                                                                             |
| $E_{\min}$ | Energía mínima en la sección                                                                                                   |
| $F_r$      | Número de Froude                                                                                                               |
| $F^*$      | Número de Froude en términos de la altura de rugosidad                                                                         |
| $f_e$      | Factor de fricción para un flujo aireado                                                                                       |
| $g$        | Aceleración de la gravedad                                                                                                     |
| $h$        | Altura de escalón                                                                                                              |
| $l$        | Huella de escalón                                                                                                              |
| $K$        | Altura geométrica del escalón, en la dirección perpendicular al paramento o rápida ( $k = h \cdot \cos\alpha$ )                |
| $ks$       | Rugosidad equivalente de granos de arena                                                                                       |
| $L$        | Diferencia de cotas entre la altura del cimacio y la altura media del escalón donde se establece la aireación                  |
| $L_d$      | Longitud de la caída la profundidad del flujo en el                                                                            |
| $Li$       | Distancia desde el punto más alto del cimacio, realizando un recorrido sobre la curvatura y la rápida hasta la ubicación del P |
| $m$        | Pendiente de la rápida                                                                                                         |
| $P$        | Altura de paramento aguas arriba.                                                                                              |
| $Q$        | Gasto o caudal                                                                                                                 |
| $q$        | Gasto unitario                                                                                                                 |
| $Re$       | Número de Reynolds                                                                                                             |
| $V_{MAX}$  | Es la velocidad máxima cerca de la superficie                                                                                  |
| $V_c$      | Velocidad crítica del flujo                                                                                                    |

|            |                                                                                                   |
|------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $V_{90}$   | Velocidad de la corriente a una distancia $y_{90}$ desde el fondo del canal.                      |
| $V_w$      | Velocidad local del agua                                                                          |
| $y$        | Tirante equivalente de agua                                                                       |
| $y_c$      | Tirante crítico al inicio.                                                                        |
| $y_i$      | Es el tirante perpendicular a la pseudo-plantilla.                                                |
| $y_b$      | Tirante del flujo en la orilla del escalón                                                        |
| $y_{CM}$   | Profundidad del tirante en el flujo conocida mas como tirante conjugado mayor                     |
| $y_{cm}$   | Profundidad del tirante en el flujo conocida mas como tirante conjugado menor                     |
| $y_{90}$   | Distancia perpendicular al fondo del canal, en donde la concentración de aire $c$ es igual a 90%; |
| $\alpha$   | Ángulo de inclinación de la rápida                                                                |
| $\alpha_c$ | Coeficiente de Coriolis                                                                           |
| $\Delta_E$ | Pérdida de energía total en el desarrollo de la rápida                                            |
| $\rho_w$   | Densidad del agua                                                                                 |
| $\rho_L$   | Densidad del aire                                                                                 |

## Lista de figuras:

- 1.1.- Presa “El Pabellón” (1730?) (Chanson, 1994).
- 1.2.- Presa “Los Arcos” en México (1780?) (Chanson, 1994).
- 1.3.- Vertedor de la Presa Derivadora “Las Blancas” en Tamaulipas.
- 1.4.- Concreto compactado con rodillo (C.C.R.), en la Presa Derivadora “Las Blancas” en Tamaulipas.
- 1.5.- Rápida de la presa “Shahid Abbaspour”, daños producido por cavitación. Marzo 1978. (Minor, 2000).
- 1.6.- Vertedores con diferente configuración de escalones en funcionamiento. (Chanson, 2002).
- 1.7.- Flujo rasante o Skimming Flow (Rendón, 2004).
- 1.8.- Proyecto Original de la presa Derivadora “Las Blancas” en Tamaulipas.
- 1.9.- Vertedor escalonado de la Presa Derivadora “Las Blancas”.
- 1.10.- Cimacio de la Presa Derivadora “Las Blancas” en Tamaulipas.
- 1.11.- Vertedor escalonado del Centro Comercial Plaza Universidad.
- 1.12.- Escalones del vertedor del Centro Comercial Plaza Universidad.
- 1.13.- Escalones del vertedor del Centro Comercial Plaza Universidad.
- 1.14.- Presa Malpasset, en Francia.
- 1.15.- Vertedor tipo Creager y vertedor de pared delgada.
- 1.16.- Niveles de operación en el vertedor escalonado o liso de una presa.
- 1.17.- Funcionamiento de una rápida escalonada.
- 1.18.- Torbellinos de agua en los escalones. (Rendón, 2002).
- 1.19.- Flujo escalón por escalón tipo 1 (FEXE1).
- 1.20.- Flujo escalón por escalón tipo 2 (FEXE2).
- 1.21.- Flujo escalón por escalón tipo 3 (FEXE3).
- 1.22.- Flujo de transición.
- 1.23.- Flujo rasante.
- 1.24.- Flujo rasante en el modelo del laboratorio de la ESIA Zacatenco.
- 1.25.- Gráfica de la relación entre la altura de presa y la velocidad.
- 1.26.- Parámetros de un vertedor con FEXE.
- 1.27.- Localización del PI y características de la rápida.
- 1.28.- Localización del punto de Incepción (Matos, 1999).
- 1.29.- Datos experimentales del inicio de la aireación en una rápida escalonada.
- 1.30.- Correlación de la ecuación propuesta por Matos (2000).

- 1.31.- Ecuación de Chamani y datos experimentales para la correlación.
- 1.32.- Datos estandarizados para el ajuste de la ecuación 1.9.6.
- 1.33.- Ajuste de datos y presentación de ecuaciones.
- 1.34.- Profundidad del flujo en el PI. (VCD Resultados basados en velocidad y concentración de aire; OBS resultados basados en observaciones; SO Sorensen (1985); BI Bindo (1993); TO Tosí (1992); MA Matos (1999)).
- 1.35.- Flujo de transición y flujo Turbulento en una rápida escalonada, se observa el flujo agua-aire, visto desde la parte superior (Chanson, 2001).
- 1.36.- Distribución de concentración de aire en un flujo rasante (Matos 2000).
- 1.37.- Gráfica de la ecuaciones 1.13.10 y 1.13.11 con respecto al factor **A**.
- 1.38.- Gráfica de la ec 1.13.11 vs Fctor A, considerando un  $y_{cm}$  al final de la rápida.
- 1.39.- Gráfica de la ec 1.13.10 vs Fctor A, considerando un  $y_{CM}$  al final de la rápida.
- 1.40.- Gráfica del Angulo de la rápida respecto al parámetro  $yc/h$
- 1.41.- Ecuación 1.13.9 y las fronteras de un FEEXE.
- 1.42.- Velocidades al pie del vertedor para un modelo escalonado a escala 1/25 de un prototipo con una pendiente 0.78:1, y peldaños de  $h=0.61$  m (puntos blancos) y para uno no escalonado (puntos negros). Resultados a nivel de prototipo. (Sánchez, 2001)
- 1.43.- Modelo del vertedor escalonado de la presa “Las Blancas” en Tamaulipas.
- 1.44.- Similitud Dinámica entre dos flujos del modelo y el prototipo (a y b).
- 1.45.- Relaciones de  $\eta_c = f(Re)$  y  $\eta_{\tau 0} = f(Re)$  para condiciones sin cavitación (Vergara, 1993; Rozanov, 1978).
- 2.1.- Transición del cimacio para pendientes  $1v.0.75h$  (Mateos y Elviro, 1992).
- 3.1.- Resultados comparativos de los ejemplos resueltos.
- 3.2.- Comparación de la metodología propuesta y los datos encontrados por el IMTA (2002).

## **Lista de tablas:**

TABLA 1.1.- Modelos hidráulicos estudiados,  $h$  es la altura de escalón,  $q$  es el gasto unitario Presa “Los Arcos” en México (1780?) (Chanson, 1994).

TABLA 1.2.- Tipo de suelo en la cimentación y carga máxima permisible.

TABLA 1.3.- Recomendaciones para el tipo de obra de vertido en base a las principales condiciones del tipo de obra de excedencias.

TABLA 1.4.- Datos de presas que contienen vertedores escalonados.

TABLA 1.5.- Presas con pocos escalones en la rápida.

TABLA 2.1.- Alturas del escalón óptimas en términos de disipación de energía obtenidas de la relación propuesta por Tozzi (1992) y Ohtsu et al. (2004).

## Resumen:

En las últimas décadas, México entró en el desarrollo de vertedores escalonados como obras hidráulicas que reducen el costo y los tiempos de construcción. En estas rápidas escalonadas se presentan para cierta descarga un **Flujo RASante** (FRAS), un **Flujo de Escalón por Escalón** (FEXE) y una zona de **Flujo en TRANSición** (FTRANS) entre los dos anteriores.

Los tres flujos producen una diferente mezcla de aire en la masa del agua por la turbulencia que se genera, el FEXE en general introduce aire directamente con el choque del flujo con los escalones, mientras que el FRAS introduce el aire por la fuerte turbulencia que se genera conforme la energía potencial del flujo se transforma a energía cinética al paso por la pseudo-plantilla generada por las aristas de los escalones.

La geometría de los escalones y el gasto que se presenta en el vertedor, determina el comportamiento del flujo, sin embargo la geometría que se pueda proponer siempre se ha establecido por el método constructivo del **Concreto Compactado con Rodillo** (CCR), estableciendo escalones que son múltiplos de 30cm a lo largo de toda la rápida.

En el desarrollo de la investigación se estudiaron las teorías del comportamiento, diseño y análisis de los vertedores escalonados, estableciendo la importancia de la geometría de los escalones, tomando en cuenta la forma y el tipo de flujo que se desea obtener en el vertedor, para desarrollar el proyecto desde el punto de vista del gasto de diseño.

En el estudio de los tipos de flujos sobre un vertedor, es importante localizar el punto donde se inicia la mezcla aire-agua que se conoce como Punto de inicio de aireación (PI), el cual ha sido ubicado de diversas formas por diferentes investigadores. La importancia de la ubicación del inicio de la aireación en el flujo consiste en que aguas abajo de éste se reduce de manera notable los efectos provocados por la cavitación gracias a la entrada de aire a presión atmosférica, quedando al descubierto la zona aguas arriba de la aparición del agua blanca (Flujo aireado). Por lo anterior se establece en la tesis una ecuación que determina el PI utilizando datos obtenidos por diversos investigadores en sus ensayos, así como los obtenidos experimentalmente de los modelos hidráulicos realizados en el Laboratorio de hidráulica de la Escuela Superior de Ingeniería y Arquitectura, U. P. Zacatenco.

En la presente tesis se define la metodología de la geometría de una rápida escalonada desde la configuración hidráulica del comportamiento del flujo en los escalones, presentando ejemplos de aplicación hacia el diseño y revisión de rápidas escalonadas y se establecen los límites y alcances de la metodología propuesta.

## **Abstract:**

In recent decades, México entered into the development of stepped spillways and hydraulics works to reduce the cost and the construction time. These stepped spillways can be present for different types of water discharge; a skimming flow (FRAS), a nappe flow (FEXE) and of the zone of transition flow (FTRANS) between the last two.

The three flows produce in different ways a mixing of the air in the mass of water by the turbulence that is generated by them, the FEXE in general introduces air directly by the crash of the flow against the steps, while the FRAS introduces the air by the strong turbulence that is generated in to the potential of the flow energy transformed in to the kinetic energy to while this crosses the pseudo bottom generated by the corners of the steps.

The geometry of the steps and the flow discharge that presents it self in the spillways, determines the behavior of the flow, however, the geometry that the spillways could present has always been determined by the construction method of the Roller compacted concrete (RCC), establishing steps that are multiples of 30 cm all along spillways.

In the development of research are studied the behavioral theories, design and analysis of stepped spillways, establishing the importance of the geometry of the steps, taking into account the shape and type of flow that is desired in the chute to develop the project from the viewpoint of the design flow discharge.

In the study of the type of flows over the spillways, it is important to locate the point where the mixing of the air-water known as inception begins (PI), which has been set in different forms by different researchers. The importance of the locating the inception point of the air that the flow consist that the water under on the fact that than this point is reduced of the notable way the effects provoke the cavitations risks, thanks to the entering in a of the air in atmospheric pressure which leaves, standing in uncovered the zone water above to the apparition of the white water (aerated flow). So it is established one equation to determinate the PI using the obtained data by diverse researchers in his probes, just as they obtained by hydraulic models made in the lab of hydraulics of the Escuela Superior de Ingeniería y Arquitectura, U. P. Zacatenco

This thesis defined the methodology of the geometry of the stepped spillways, from the hydraulic configuration of the behavior of the flow in the steps, by presenting examples of application to the design and review of the stepped spillways and thus establishes the limits and the reach of the proposed methodology.

## Introducción

Para controlar un río y aprovechar su caudal, se requiere desafiar y modificar las fuerzas de la naturaleza, lo que en algunos casos supone el manejo de la energía potencial y cinética de la corriente.

La mejor manera de controlar las avenidas que se presentan en un embalse, es regulando la salida del agua en un vertedor de excedencias. El regular una creciente de agua en un río beneficia y reduce los riesgos de una inundación, mientras que el almacenamiento se puede utilizar para riego, generación de energía eléctrica, recreación, etcétera.

Las obras de regulación o derivación son utilizadas para propósitos de irrigación, energía eléctrica, conservación de agua, prevención y control de avenidas, navegación interior, entre otras.

En particular, en lo que se refiere a las obras de control de excedencias se tiene una amplia variedad de estructuras hidráulicas de control, adecuadas a las necesidades particulares, que varían desde vertedores o compuertas utilizadas en pequeños ríos y canales, hasta grandes obras de excedencia en presas.

Un vertedor constituye una sección de control de aplicación muy amplia en las obras hidráulicas, la esencia de esta tesis es presentar las bases del diseño y el análisis de los vertedores escalonados.

Para esta tesis, se realizó una revisión de las teorías de cálculo de los gastos de diseño y el análisis de los vertedores con rápida lisa, las cuales son el punto de partida del estudio del dimensionamiento y construcción de los vertedores escalonados, en los cuales dependiendo del gasto de diseño se presenta un flujo autoaereado. Estos vertedores han tenido un desarrollado importante en las últimas décadas, impulsados por ventajas en el sistema constructivo y disipación de energía del flujo, entre otras.

Este trabajo involucra primordialmente el diseño del vertedor para una rápida escalonada, la geometría de los escalones y el comportamiento de éste en conjunto con la disipación de energía generada y la aireación del flujo.

En el capítulo No. 1, se presentan los antecedentes, el objetivo y la justificación del uso de vertedores de rápida escalonada, incidiendo principalmente en los avances hidráulicos que se tienen en dichos vertedores y los efectos que se generan por las altas velocidades en las rápidas.

Se determinan los parámetros principales para el estudio de los vertedores escalonados y los tipos de flujo que se presentan, esto en conjunto con el estudio del estado del arte. Se expone la teoría de modelos hidráulicos aplicados a vertedores escalonados, ubicando las características físicas y de diseño hidráulicos del modelo.

Se realiza un estudio sobre las pérdidas de energía y la autoaereación del flujo, como punto de desarrollo se ubica el Punto de Inicio de la aireación (PI); así mismo, se expone una ecuación que correlaciona los datos experimentales de varios investigadores (Chanson, Matos, Chamani entre otros); lo anterior se describe teniendo en cuenta el gasto, la geometría y la pendiente de la rápida del vertedor escalonado.

Por otro lado, se estudia el flujo aireado en el Punto de Inicio de la aireación y se expone la forma para determinar la profundidad del flujo en este punto cuando el flujo se encuentra aireado en la longitud de la rápida y se mantiene constante el ingreso del aire (Flujo uniformemente aireado).

Finalmente, se expone la cuantificación de las pérdidas de energía, generadas por la turbulencia del flujo y la geometría de la rápida, tanto para flujo de escalón en escalón como para flujo rasante (Nappe Flow y Skimming Flow).

En el capítulo No. 2, se establecen los criterios para diseñar un vertedor escalonado desde el punto de vista hidráulico, estableciendo el desarrollo y la aplicación de las ecuaciones y los parámetros de análisis de estas obras

En el capítulo 3, se introducen los parámetros de diseño para flujo rasante y flujo en cascada para el vertedor escalonado, relacionando su funcionamiento y el diseño de los escalones en la rápida, y conjuntado las teorías que hasta ahora se han desarrollado en este tipo de obras de excedencia.

Se presentan varios casos de aplicación de un vertedor escalonado, tomando como punto de comparación la presa derivadora “Las Blancas” en Tamaulipas; de los datos de dicha obra, se obtuvieron los parámetros fundamentales de flujo rasante y el flujo escalón por escalón, así como la resolución de los ejemplos de estudio y los resultados obtenidos por las metodologías propuestas, por otro lado se analizan los datos obtenidos por el Instituto Mexicano de Tecnología del Agua (IMTA) en un modelo en acrílico que se desarrolló en el laboratorio Enzo Levi y con ellos se corroboraron los datos obtenidos por esta metodología.

En la parte última, se presentan las conclusiones y recomendaciones para el diseño de vertedores escalonados, apoyados en los cálculos realizados de la disipación generada por los flujos que se originan y la aireación que se desarrolla en este tipo de obra. Finalmente se presenta la bibliografía utilizada para el desarrollo de esta tesis.

El estudio de los vertedores escalonados son parte de los estudios realizados para un vertedor de rápida lisa, y como consecuencia de diseño de un vertedor, es necesario definir la metodología de diseño, por lo que en el anexo No.1, se define la metodología de cálculo para la determinación del gasto de diseño para un determinado tiempo de retorno en un vertedor y se expone el caso del río Álamo en Tamaulipas, mismo que tiene alojada a la presa Las Blancas.

El anexo No.2; define la forma de diseño del vertedor con rápida lisa, realizando un análisis de la curvatura del cimacio y en el anexo No.3; se presenta el desarrollo de la ecuación que se estableció en este trabajo para el desarrollo de la metodología del diseño del vertedor escalonado.

## Capítulo 1.- Antecedentes

La primera construcción de un vertedor escalonado de que se tiene información, se realizó en Irak por los Asirios en el año 694 A.C. Los romanos construyeron obras escalonadas, algunas de ellas se encontraron en Siria y Libia. Después de la reconquista de España, ingenieros españoles continuaron usando la tecnología de entonces, aportando nuevos diseños de vertedores y presas con rápidas escalonadas. En la historia de México, se encuentra la presa “Pabellón” en Aguascalientes (Figura 1.1), la presa “Los Arcos” (Figura 1.2) y en la actualidad la presa derivadora “Las Blancas” en Tamaulipas (Figura 1.3). Con lo anterior, se puede ver que los vertedores escalonados han sido utilizados durante cerca de 3000 años. (Chanson, 1994).

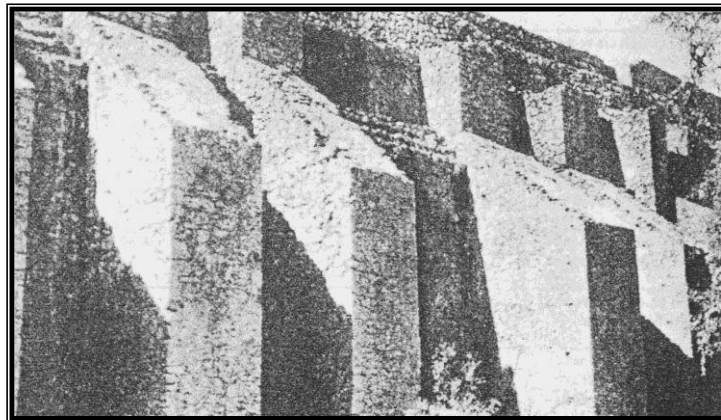


Figura 1.1.- Presa “El Pabellón” (1770) (Chanson, 1994).

La energía del flujo cuando recorre una obra de excedencias con una pendiente fuerte puede incrementar su velocidad en distancias pequeñas de tal forma, que cuando se llega a presentar el fenómeno de cavitación las consecuencias son devastadoras.

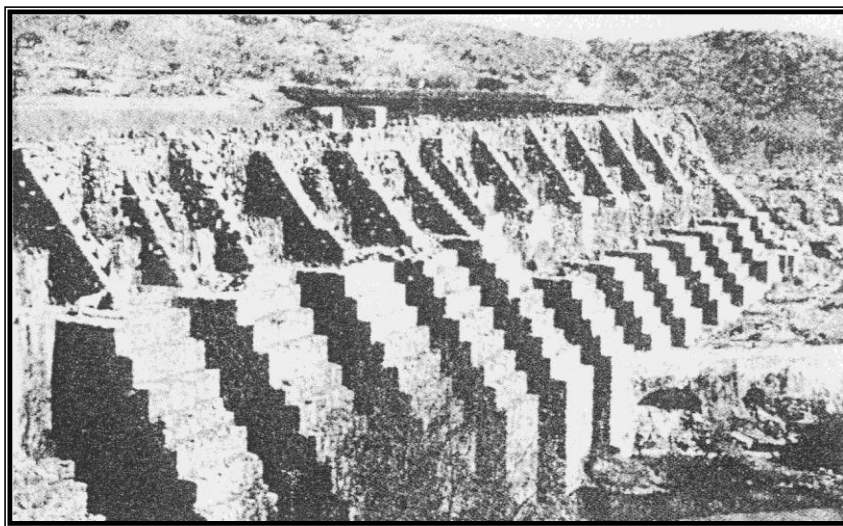


Figura 1.2.- Presa “Los Arcos” en México (1780?) (Chanson, 1994).

Como ejemplo de los efectos producidos por la cavitación, se puede citar la presa Trigomil, ubicada en Unión de Tula Jalisco, esta presa, que tiene una cortina de sección gravedad construida con **Concreto Compactado con Rodillo (C.C.R.)**, (Figura 1.4) de baja resistencia y para hacerla vertedora, en la fase terminal se colocó una capa de concreto de mucha mejor calidad y con un buen acabado. Además, un poco más abajo de la altura media se construyó un aireador.



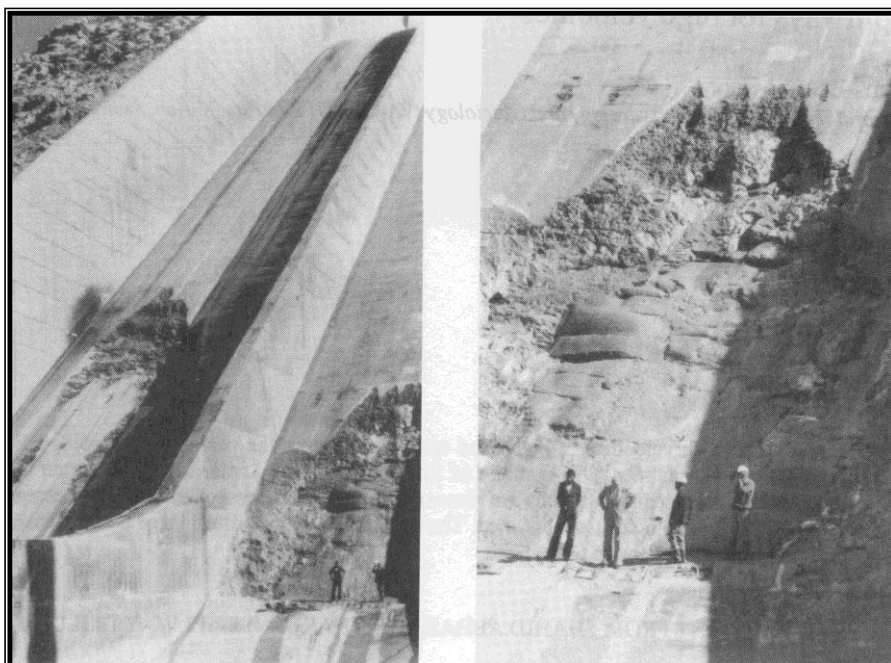
**Figura 1.3.- Vertedor de la Presa Derivadora “Las Blancas” en Tamaulipas.**

En la zona de desplante de la presa Trigomil, las avenidas se habían presentado solo en el verano; sin embargo cuando la cortina no estaba terminada y en la mitad superior aún no se había colocado la capa de concreto protectora, en pleno invierno se presentó una avenida de consideración que vertió sobre la cortina y, en contra de lo que podía haberse esperado, la obra NO sufrió daño alguno, a pesar de que el aireador no llegó a funcionar. Una posible explicación de este hecho es que la gran disipación de energía proporcionada por los escalones disminuyó considerablemente la velocidad del agua y que, dado el relativamente pequeño espesor de la lámina vertiente el aire introducido en la superficie libre alcanzó a llegar al fondo (Sánchez, 1996).



**Figura 1.4.- C.C.R., en la Presa Derivadora “Las Blancas” en Tamaulipas.**

El punto de partida para esta tesis, se establece cuando se presenta una avenida de magnitud considerable y la cual puede generar daños al vertedor, producidos por el fenómeno de cavitación o en el caso de que existan velocidades de magnitud considerable (cerca de 30 m/s) en la rápida, lo anterior puede observarse en la figura 1.5. (Minor, 2000)



**Figura 1.5.- Rápida de la presa “Shahid Abbaspour”, daños producidos por cavitación. Marzo 1978. (Minor, 2000).**

Para poder evitar que se presenten este tipo de daños, es necesario minimizar la energía potencial y cinética que tiene el flujo durante su paso por el vertedor. En primera instancia, la velocidad del agua puede llegar a generar cavitación, este fenómeno lo que forma es una zona de baja presión llegando a la presión de vaporización; que al pasar de este último punto a uno de mayor presión genera que las burbujas de vapor vuelvan a la fase líquida con implosiones (Cavitación), provocando daños en la estructura; en muchas ocasiones es debido a la separación de la lámina vertiente con la plantilla de concreto.

Una de las soluciones al problema de cavitación, fue el de diseñar elementos que introdujeran aire dentro del flujo y de esa forma evitar zonas de baja presión, sin embargo, debido a que las burbujas de aire tienden a subir a la superficie, obligó a que se instalaran aireadores a lo largo de toda la rápida, consiguiendo con ello solucionar en parte dicho problema, solución que en la actualidad se sigue estudiando y empleando, como el caso de la Rápida de la presa el Cajón, en Nayarit.

La construcción de una presa de gravedad se puede realizar de dos maneras; una es utilizando cimbras y colando por partes el cuerpo de la presa. La segunda manera se desarrolla prácticamente a la mitad del siglo pasado, en la década de los años setenta, se rige en una construcción más rápida y más económica en las presas de tipo gravedad, esta técnica es el C.C.R.

Esta nueva forma de construir las presas de gravedad, es una evolución lógica de los anteriores sistemas de construcción, respecto a los materiales y al procedimiento de trabajo conforme la técnica actual. Por un lado, se consigue el movimiento y la puesta en obra de volúmenes elevados de concreto con sistemas análogos a los habituales y, por otro lado, se emplean importantes sustituciones de cenizas volantes, procedentes de centrales térmicas de producción de energía, por cemento, actuando en conjunto como conglomerante.

La forma de transportar los materiales a la zona de la obra es en general de la misma con la que se construyen terraplenes y en algunos casos se han utilizado los transportes de concreto convencionales.

La compactación es un sistema que permite reducir la porosidad, acelera la consolidación, además de que genera directamente los perfiles de los escalones de la obra de excedencias; por lo tanto, la altura de las tongadas es de suma importancia, pues de estos y de los gastos se definirán los flujos que se presenten en la rápida, punto muy importante para conocer la autoaireación del flujo y los daños que puede producir la energía cinética del flujo al paso por la rápida.

Hay dos formas de extender el material; la primera, utilizada por los Japoneses, en la cual la tongada es dividida en varias subtongadas; es decir, si la tongada es de 1 m de espesor, la dividen en 4 subtongadas de 25 cm., que se extienden, son precompactadas y hasta colocar la última se compacta completamente toda la tongada; el método tradicional o el que se usa en el resto del mundo, se basa en extender y compactar una sola tongada que generalmente tienen un espesor menor a 40 cm, siempre y cuando se pueda compactar.

Actualmente, se desarrollan rápidas construidas también con materiales pétreos introducidos en gaviones de hilo de alambre, revestidos de polímeros; esto provocó que exista un nuevo interés en rápidas escalonadas, lo cual ha llevado en los últimos 20 años a realizar investigaciones sobre su comportamiento hidráulico, el comportamiento del flujo en el campo de presiones y el análisis del tamaño de los escalones en la rápida.

La forma de construcción de presas de gravedad dio paso a la tecnología del C.C.R. que por su forma de aplicación reduce los tiempos de construcción, es más versátil y mejor trabajable en este tipo de obras donde se tiene que colar grandes volúmenes de concreto, tomando en cuenta también que no es necesario invertir en cimbras deslizantes para construir una rápida lisa, contribuyendo a una menor cantidad de concreto, reduciendo el costo de construcción y menor tiempo de construcción de la presa.

Esto produjo como resultado el nacimiento del vertedor con rápida escalonada, y la formación de grupos de trabajo para el estudio del comportamiento hidráulico de estas estructuras; por ejemplo, el Profesor Hager, el Profesor Minor y Dr. Boes, han estudiado los campos de velocidades y las concentraciones de aire disuelto en el flujo, variables imprescindibles para la cuantificación de la disipación de la energía, estos profesores integran el equipo *Eidgenössische Technische Hochschule Zurich*. (ETH Zurich - Swiss Federal Institute of Technology Zurich).

El Profesor Quintanella, el Profesor Pinheiro y el Profesor Matos, han desarrollado un estudio muy similar pero con un sistema de medida distinto, con el cual han contrastado dichas medidas, estos profesores están integrando el equipo del Instituto *Superior Técnico de Lisboa*, (IST de Lisboa)-.

El Profesor Essery, el Profesor Horner y el Profesor Ray Baker, se han concentrado básicamente en el estudio de protecciones en presas de materiales sueltos (Pendientes más tendidas que en las presas de gravedad). Actualmente son el grupo de trabajo *Construction Industry Research and Information Association* (CIRIA) y la *Universidad de Salford Manchester*, en Reino Unido.

El Profesor Cristóbal Mateos y Dr. V. Elviro García, han desarrollado los principales criterios de diseño de los escalones de transición desde el umbral del vertedor. Profesores que integran el equipo del *Centro de Estudios y Experimentación de Obras Públicas* (CEDEX) en España.

El Dr. Martí Sánchez Juny y el Profesor Antonio Amador, se han centrado en analizar el campo de presiones sobre estas estructuras, para medir explícitamente el riesgo de cavitación. Ellos son el grupo de trabajo de la *Universidad Politécnica de Cataluña* (UPC) en Barcelona.

La Dra. Katy H. Frizell, ha desarrollado ya diversas patentes de bloques de protección de presas de materiales sueltos y fue pionera en el diseño de estas estructuras. Ella pertenece al grupo del *US Bureau of Reclamation*.

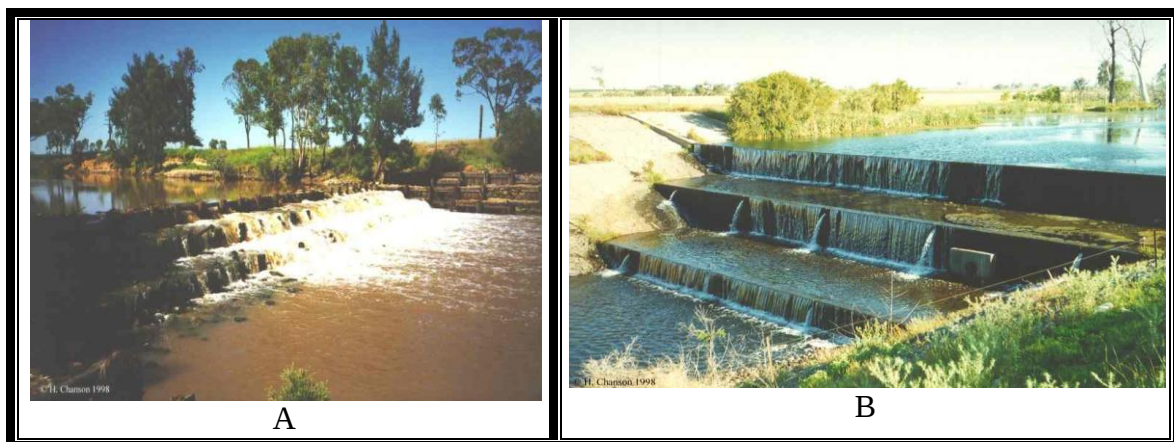
En México, se realizaron investigaciones por parte del Dr. Humberto Marengo Mogollón, de la *Comisión Federal de Electricidad* (CFE), y el Dr. Polioptro Martínez Austria, de la *Comisión Nacional del Agua* (CNA) y actualmente Director del *Instituto Mexicano de Tecnología del Agua* (IMTA).

Este tipo de presas a principio de los noventas no superaban los gastos de diseño de  $9 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$ , pero en poco tiempo se lograron diseños para gastos superiores a  $14 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$  (Frizell y Mefford, 1991). En la actualidad alcanzan gastos de diseño de  $20 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$ ; sin embargo, el fenómeno de cavitación es todavía un punto de estudio de estas estructuras.

Hoy por hoy, la vinculación de sistemas de C.C.R. y la construcción de presas de gravedad ha sido explotada en muchas obras; sin embargo, es primordial conocer el funcionamiento de una rápida escalonada, debido a que en algunos casos no ingresan burbujas de aire en una cantidad considerable al flujo, debido a que son flujos de baja velocidad. (Frizell y Mefford, 1991).

En la figura 1.6, se aprecia que el flujo no tiene mucha velocidad, sin embargo, el desnivel entre la cresta y el final del vertedor es de escasos metros, sin embargo la caída del líquido genera la introducción del aire a presión atmosférica; además, el diseño de este tipo de escalones varía mucho, pues se requería primero hacer los bloques para después colocarlos, creando de ese modo un vertedor escalonado; una presa alta con un vertedor que contenga una rápida de fuerte pendiente y una rugosidad alta promueve la autoaireación en el flujo.

En la figura 1.6, en la fotografía A se observa lo que se conoce como flujo escalón por escalón (Nappe Flow), en la fotografía B se observa que el flujo al tener poca velocidad los escalones funcionan como vertedores de caída libre y en las figuras 1.7 y 1.8, se puede apreciar el flujo rasante (Skimming Flow), en el cual se puede reducir el riesgo de cavitación, debido a que los escalones pueden producir una autoaireación.



**Figura 1.6.- Vertedores con diferente configuración de escalones en funcionamiento. (Chanson, 2002)**

Cuando se construyó la presa derivadora “Las Blancas”, el proyecto original de la Comisión Nacional del Agua (CNA), tenía planeado un vertedor de rápida lisa (figura 1.9); sin embargo, y debido al sistema constructivo (C.C.R) y por razones económicas, se decidió probar su diseño en modelos de vertedores escalonados en el Instituto Mexicano de Tecnología del Agua (IMTA), aportando soluciones a los posibles problemas que se podían presentar (Figura 1.10).



**Figura 1.7.- Flujo rasante o Skimming Flow (Rendón 2004)**

El vertedor escalonado de la presa Derivadora “Las Blancas” en Tamaulipas, es uno de los primeros en su tipo en construirse en México (Figura 1.11), fue construido de C.C.R; y la rápida está diseñada para un gasto de  $4500 \text{ m}^3/\text{s}$ .

Tomando en cuenta lo anterior, cuando se habla de modelos nos tenemos que remontar a la época de Leonardo Da Vinci, quien fue el primero en utilizar modelos de máquinas hidráulicas; sin embargo, fue hasta 1752 que el Ingles Joan Smeaton utilizó un modelo para ensayar ruedas hidráulicas y molinos de viento. En la actualidad para los ingenieros es esencial predecir de forma exacta el comportamiento de las estructuras hidráulicas bajo las condiciones de diseño (por ejemplo, la capacidad de descarga de un vertedor), las condiciones de operación (como el caso de un vertedor con sistemas de compuertas) así como, de los casos extremos que se puede estudiar en el tema del tránsito de una avenida en una presa.

Hoy por hoy a nivel mundial, existe una red muy grande de laboratorios de investigación que pertenecen tanto a empresas privadas como de gobierno. En México nace el primer laboratorio en 1928, conocido como “El Laboratorio de Máquinas Hidráulicas”

del Instituto Técnico Industrial que años posteriores se fusiona con la Escuela Práctica de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, dando origen al Instituto Politécnico Nacional; en la actualidad entre los más importantes se encuentran el del Instituto Mexicano de Tecnología del Agua, el de la Comisión Federal de Electricidad, el del Instituto Mexicano del Petróleo, el de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), el del Instituto Politécnico Nacional, el de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes, etcétera.

De lo anterior, es posible deducir que cuando se habla de modelo nos referimos a la construcción de elementos a menor escala que la real; sin embargo, existen también los modelos matemáticos, los modelos físicos y los híbridos (modelos matemáticos y físicos simultáneos). Esta tesis solo se referirá a modelos físicos. En la tabla No. 1.1, se presentan los modelos hidráulicos que se han construido para vertedores escalonados en el mundo.

Los estudios realizados en el Laboratorio Enzo Levi del IMTA, se basaron en dos modelos, uno de acrílico y otro de diversos materiales (Madera, concreto, etcétera.), con ellos se determinó si el funcionamiento de la presa era el adecuado y cuáles problemas se podían presentar, obteniéndose finalmente que podía haber una socavación importante al pie del vertedor y presiones negativas en los escalones 4 y 5, que no eran de importancia.

Es necesario comentar que las teorías de diseño de un vertedor de rápida lisa han sido desarrolladas desde el siglo XIX. Hoy en día, usualmente para diseñar los vertedores se usa la metodología del *US Bureau reclamation* y *U. S. Army Engineering Waterways Experiment Station*; sin embargo, se



calculó en esta tesis el vertedor de la Presa “Las Blancas” como parte de un ejemplo de aplicación de diseño para la obra; así mismo, parte de la problemática estribó en el diseño de un vertedor con rápida escalonada en uno de los puntos más importantes como son el cimacio y su transición hacia los escalones y la rápida, etcétera., por lo que se presenta el cálculo de dicho vertedor y que además sirvió de parámetro comparativo entre el análisis y la construcción del proyecto.

**Figura 1.8.- Flujo rasante o Skimming Flow (Rendón, 2006)**

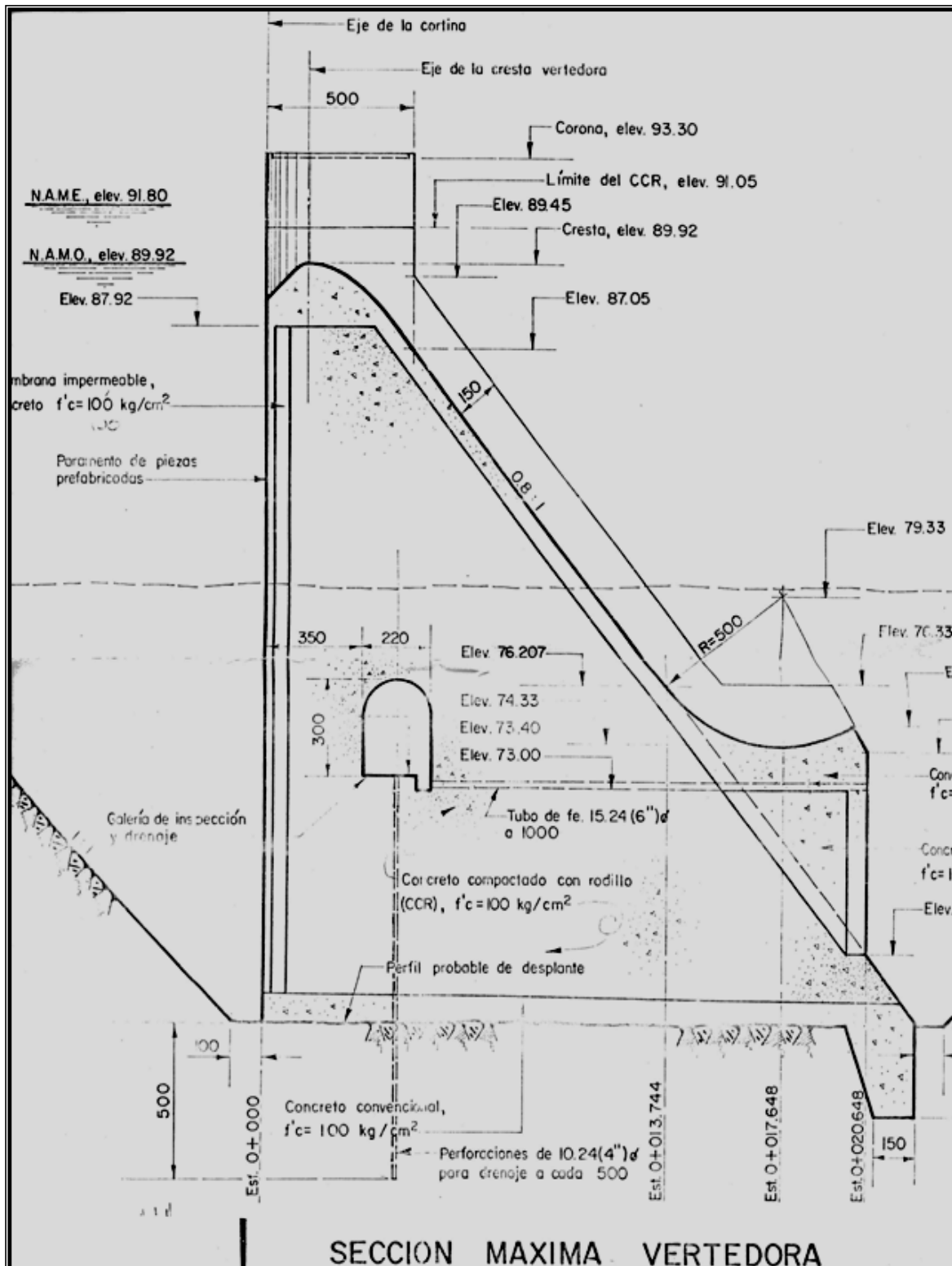


Figura 1.9.- Proyecto Original de la presa derivadora "Las Blancas" en Tamaulipas.

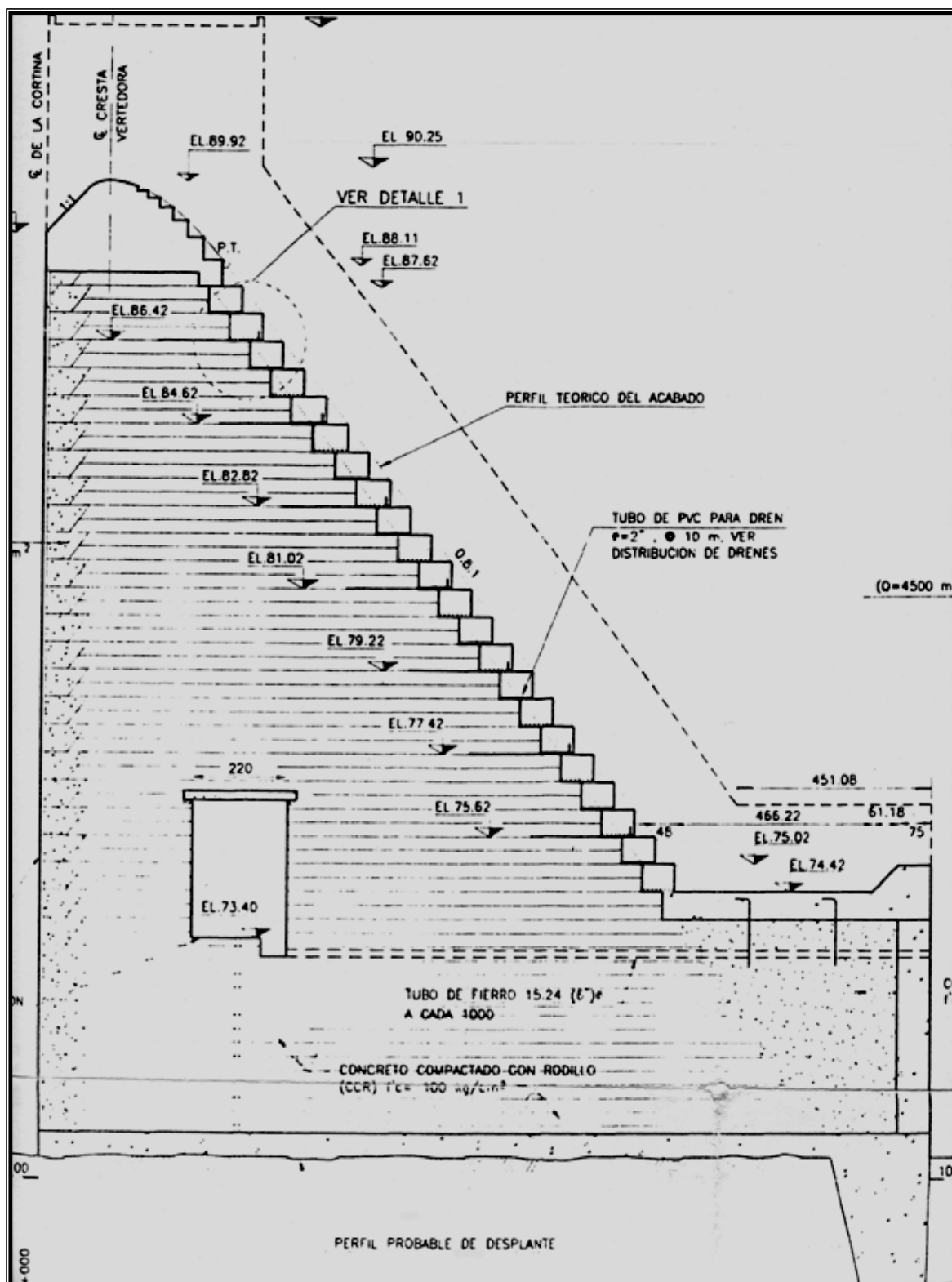


Figura 1.10.- Vertedor escalonado de la Presa derivadora "Las Blancas"

| Nombre               | Año  | $\alpha$ (°)   | Escala          | h(m)                       | q (m <sup>2</sup> /s)                       | Observaciones                                                                                       |
|----------------------|------|----------------|-----------------|----------------------------|---------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Modelo físico</b> |      |                |                 |                            |                                             |                                                                                                     |
| Horner               | 1969 | 22.8 a 40.1    | -               | 0.15 a 0.46                | -                                           | Estudio de escalones con contra-pendiente                                                           |
| Essery y Horner      | 1978 | 11 a 40        | -               | 0.025 a 0.5                | -                                           | Ensayos de la CIRIA                                                                                 |
| Stephenson           | 1979 | 18.4 a 45      | -               | 0.15                       | -                                           | Aliviadero de gaviones                                                                              |
| Noori                | 1984 | 5.7 a 11.5     |                 | 0.004 a 0.013              | 0.007 a 0.2                                 |                                                                                                     |
| Sorensen             | 1985 | 52.0           | 1/10; 1/25      | 0.061 (1/10); 0.024 (1/25) | 0.005 a 0.235 (1/10); 0.006 a 0.110 (1/25)  | Modelo físico del aliviadero de la presa de Monksville                                              |
| Houston              | 1987 | 72 y 59        | 1/5; 1/10; 1/15 | 0.06 (1/10); 0.04 (1/15)   | hasta: 0.34 (1/5); 0.07 (1/10); 0.04 (1/15) | Modelo físico del aliviadero de la presa de Upper Stillwater                                        |
| Bramley, May y Baker | 1989 | 33.7           | -               | 0.025                      | hasta 0.5                                   | Bloques pré-fabricados, colocados paralelos al paramento de la presa.                               |
| Baker                | 1990 | 21.8           | -               | 0.0096 a 0.058             | 0.025 a 0.5                                 | Yuxtaposición de bloques pré-fabricados con forma de cuña inclinados a -8.3°.                       |
| Diez-Cascón          | 1991 | 51.3           | 1/10            | 0.03 ; 0.06                | 0.022 a 0.28                                |                                                                                                     |
| BaCaRa               | 1991 | 53.1 a 63.4    | 1/10; 1/25      | 0.06 (1/10); 0.024 (1/25)  | 0.026 a 0.207 (1/10); 0.007 a 0.115 (1/25)  |                                                                                                     |
| Bayat                | 1991 | 51.3           | 1/25            | 0.02; 0.024; 0.03          | 0.006 a 0.07                                | Modelo físico del aliviadero de Godar-e-landar (Iran)                                               |
| Stephenson           | 1991 | 54.5           | -               | -                          | -                                           | Modelo físico del aliviadero de valle Kennedy                                                       |
| Peyras et al.        | 1991 | 18.4; 26.6; 45 | 1/5             | 0.20                       | 0.04 a 0.27                                 | Aliviaderos de gaviones                                                                             |
| Frizell et al.       | 1992 | 26.6           |                 | 0.05                       | 0.373 a 1.091                               | Solera formada por la yuxtaposición de bloques pré-fabricados con forma de cuña, inclinados a -15°. |

Tabla 1.1.- Modelos hidráulicos estudiados,  $h$  es la altura de escalón,  $q$  es el gasto unitario

| Nombre                              | Año  | $\alpha$ (°)          | Escala     | h(m)                                                                                                                                                     | q (m <sup>2</sup> /s)                    | Observaciones                              |
|-------------------------------------|------|-----------------------|------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------|--------------------------------------------|
| Tozzi                               | 1992 | 53.1                  | 1/15       | 0.0083 a 0.10                                                                                                                                            | 0.086 a 0.201                            |                                            |
| Bindo et al.                        | 1993 | 51.3                  | 1/21; 1/42 | 0.04 (1/10); 0.02 (1/42)                                                                                                                                 | 0.01 a 0.142 (1/21); 0.007 a 0.04 (1/42) | Modelo físico del aliviadero de M'Bali     |
| Christodoulou                       | 1993 | 55                    | -          | 0.025                                                                                                                                                    | 0.02 a 0.09                              |                                            |
| Montes                              | 1994 | 36.8 y 45             | -          | 0.03                                                                                                                                                     |                                          |                                            |
| Ru et al.                           | 1994 | 53.1                  | 1/10       | 0.02 a 0.08                                                                                                                                              | 0.003 a 0.32                             |                                            |
| Ruff y Frizell                      | 1994 | 26.6                  |            | 0.1554                                                                                                                                                   | 2.6                                      |                                            |
| Israngkura Chinnarasri <sup>e</sup> | 1995 | 15.30 y 45            |            | 0.059 a 0.125                                                                                                                                            | 0.002 a 0.159                            |                                            |
| Elviro y Mateos                     | 1995 | 53.1                  | 1/6 a 1/16 | 0.05 a 0.15                                                                                                                                              |                                          |                                            |
| Kells                               | 1995 | 45                    | 1/5        |                                                                                                                                                          |                                          | Aliviadero de gaviones                     |
| Gaston                              | 1995 | 26.6                  |            | 0.064                                                                                                                                                    | 0.31 a 3.0                               |                                            |
| Zhou                                | 1996 | 53.1                  |            | 0.04                                                                                                                                                     | 0.012 a 0.189                            |                                            |
| Tozzi et al.                        | 1998 | 52.2                  | 1/15       | 0.053                                                                                                                                                    | 0.230                                    |                                            |
| Yildiz y Kas                        | 1998 | 30; 51.3; 60          |            | 0.025; 0.075                                                                                                                                             | 0.04 a 0.24                              |                                            |
| Chamani y Rajaratnam                | 1999 | 59; 51.3              |            | 0.125; 0.313; 0.625                                                                                                                                      | 0.073 a 0.205                            |                                            |
| Yasuda y Ohtsu                      | 1999 | 5.7; 11.3; 19; 30; 55 |            | 0.006 a 0.010 ( $\alpha=5.7^\circ$ ; 11.3°); 0.002 a 0.08 ( $\alpha=19^\circ$ ); 0.004 a 0.07 ( $\alpha=30^\circ$ ); 0.003 a 0.064 ( $\alpha=55^\circ$ ) | 0.008 a 0.089                            |                                            |
| Shvainsnshtein                      | 1999 | 38.7; 51.3            |            | 0.05 a 0.0625                                                                                                                                            | 0.08 a 0.2                               |                                            |
| Matos                               | 2000 | 53.1                  |            | 0.08                                                                                                                                                     | 0.08 a 0.2                               |                                            |
| Boes                                | 2000 | 30; 50                |            | 0.023, 0.046, 0.092 ( $\alpha=30^\circ$ ); 0.031, 0.093 ( $\alpha=50^\circ$ )                                                                            |                                          |                                            |
| Pinheiro y Fael                     | 2000 | 14.0; 18.4            |            | 0.05                                                                                                                                                     | 0.057                                    |                                            |
| Sánchez Juny et al.                 | 2001 | 51.3                  |            | 0.1                                                                                                                                                      | 0.083 a 0.33                             |                                            |
| Martínez                            | 2000 | 51.34                 | 01:15      | 0.04                                                                                                                                                     | 0.09                                     | Estudio presa derivadora Las Blancas       |
| Rendón                              | 2000 | 51.34                 | 01:20      | 0.05                                                                                                                                                     | 0.01                                     | Definición de flujos y inicio de aireación |

Tabla 1.1.- Modelos hidráulicos estudiados, h es la altura de escalón, q es el gasto unitario

| Nombre                                  | Año  | $\alpha$ (°)      | Escala | $h(m)$                                                              | $q$ (m <sup>2</sup> /s)                                                       | Observaciones                                                                                                               |
|-----------------------------------------|------|-------------------|--------|---------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Chanson y Toombes                       | 2000 | 3.2; 3.4;<br>21.8 |        | 0.07, 0.143 ( $\alpha=3.4^\circ$ ); 0.10<br>( $\alpha=21.8^\circ$ ) | 0.04 a 0.17<br>( $\alpha=3.4^\circ$ ); 0.005<br>a 0.5 ( $\alpha=21.8^\circ$ ) |                                                                                                                             |
| Manso                                   | 2002 | 18.4              | 1/10   |                                                                     | 0.326                                                                         | Estudio de estabilidad de diversos elementos de protección de paramentos de presas para vertidos controlados por coronación |
| Gomes, Sanagiotto, Dai Prá y Marques    | 2003 | 53.1              |        | 0.03,0.06,0.09                                                      | 0.027 a 0.70                                                                  |                                                                                                                             |
| André                                   | 2004 | 30                |        | 0.06                                                                | hasta 0.28                                                                    | Estudio de distintos sistemas de protección de paramento de presas para vertidos por coronación                             |
| González y Chanson                      | 2004 | 15.9 y<br>21.8    |        | 0.05 y 0.1                                                          | 0.02 a 0.2                                                                    |                                                                                                                             |
| <b>Estudios en prototipo</b>            |      |                   |        |                                                                     |                                                                               |                                                                                                                             |
| Grinchuk et al.                         | 1977 | 8.7               | 1/1    | 0.41                                                                | 1.8 a 60                                                                      | Aliviadero de la hidroeléctrica de Dneiper (Ucrania), bloques de hormigón en cuña.                                          |
| Baker                                   | 1994 | 18.4              | 1/1    | 0.19                                                                | $Q=0.7$ a $2\text{ m}^3/\text{s}$                                             | Aliviadero de Brushes Clough. bloques de hormigón en cuña.                                                                  |
| Chanson y Whitemore                     | 1996 | 20.6              | 1/1    | 1.5                                                                 | 0.49                                                                          | Aliviadero de Gold Creek , 2 Mayo 1996                                                                                      |
| Sanchez-Briebesca y Gonzalez- Villareal | 1996 | 51.34             | 1/1    | 0.3                                                                 | 13.56                                                                         | Presa de Trigomil durante su construcción, Enero de 1992, peldaños no protegidos de HCR.                                    |
| Sanagiotto et al.                       | 2004 | 53                | 1/1    | 0.6                                                                 | 5.8                                                                           | Aliviadero escalonado de la Presa D. Francisca (lámina de agua máxima de 1.5 m).                                            |

Tabla 1.1.- Modelos hidráulicos estudiados,  $h$  es la altura de escalón,  $q$  es el gasto unitario

Cuando se tiene un vertedor de gran altura y para el cálculo de este, se necesita expresar la energía total del sistema de tal forma que cuando el vertedor comienza a funcionar, se presenta un cambio de energía potencial a energía cinética o lo que es lo mismo, “la suma de energía potencial y energía cinética permanece constante” (Beer 1990), esta energía cinética ha sido por mucho tiempo la causante del fenómeno de cavitación; sin embargo, el hecho de construir elementos que reduzcan la presencia del fenómeno, ha hecho también que se construyan disipadores de energía o aireadores, así como en la actualidad los vertedores escalonados.



**Figura 1.11.- Cimacio de la Presa Derivadora “Las Blancas” en Tamaulipas. (CNA)**

La aplicación de los vertedores escalonados no solo se aplica a nivel ingeniería, muchas de estas aplicaciones también son utilizadas para fines artísticos, en fuentes y caídas de agua, y en las cuales no existe un riesgo de importancia en su funcionamiento, se aplican las mismas teorías de diseño, tomando en cuenta la visión de los tipos de flujo que se quieren observar; por lo que es imprescindible el diseño de los escalones en el desarrollo de la rápida.

Otro ejemplo de un vertedor escalonado, se puede ver en el centro comercial Plaza Universidad (Figura 1.12 y 1.13), en este vertedor que tiene fines artísticos y arquitectónicos, se aprecia un flujo de escalón por escalón, que en algunos momentos se visualiza como rasante, debido a los grandes saltos que genera el flujo de un escalón a los siguientes, no presentándose de un escalón a otro.



**Figura 1.12.- Vertedor escalonado del Centro Comercial Plaza Universidad.**

Este vertedor tiene la particularidad de que sus escalones tienen una huella muy pequeña en relación al su peralte, así como también, su peralte ofrece la misma inclinación que la rápida, lo cual genera que el flujo choque con la huella y se presenten saltos de hasta dos y tres escalones.



**Figura 1.13.- Escalones del vertedor del Centro Comercial Plaza Universidad.**

Esta tesis presenta una metodología para el diseño de vertedores escalonados, centrando la atención en la aireación y en la reducción de energía. Se aplica ésta metodología a la presa

Derivadora “Las Blancas” en Tamaulipas, como ejemplo de aplicación; así mismo, se plantean las ecuaciones para el cálculo de la huella y el peralte del escalón más conveniente que se puede ajustar al tamaño de tongada a construir y con esto definir el mejor funcionamiento de una rápida escalonada, desde su construcción hasta su funcionamiento.

### **1.1.- Definición del problema.**

Las obras hidráulicas han generado en muchos casos incertidumbre tanto en su funcionamiento como en su costo; así mismo, la decisión de iniciar la construcción representa una inversión en tiempo y dinero que en algunos casos ha llegado a tomar mas de 50 años para tomar la decisión de construirla, como es el caso de la presa de la Tres Gargantas en el Yangtze (Sacristán, 2000).

Las presas se pueden clasificar en almacenadoras y derivadoras, en cada una de ellas existe un obra de excedencias que conduce los volúmenes de agua que no se utilizarán; sin embargo, también entre mayor sea el volumen a desalojar, la obra de excedencias crece, y por consiguiente el peligro de los efectos que llega a tener el agua sobre las estructuras accesorias también aumenta.

Si el problema al que se enfrenta el ingeniero es el diseñar obras hidráulicas que sean económicas, funcionales y de vida útil considerable, es necesario disponer de la teoría de diseño más actualizada, que pueda aplicarse de manera funcional en la construcción y diseño.

Un punto muy importante, es que en la estructura vertedora y principalmente a lo largo de la rápida, se presentan velocidades del flujo que pueden ocasionar erosiones; es decir, si la lámina de agua se separa del concreto debido a su velocidad, automáticamente se produce una zona de baja presión, generando el efecto de cavitación (Minor, 2000).

En los vertedores de rápida lisa, se establece que a mayor altura del vertedor y pendiente alta, las velocidades del flujo aumentan generando una separación del flujo sobre la rápida de concreto, permitiendo con esto cavitación y esfuerzos a tensión en el concreto.

Una forma de mitigar los efectos de la velocidad sobre el concreto es incrementando su rugosidad, de ese modo el flujo tendrá mayor fricción y por consiguiente las velocidades se reducirán. El diseño que se utiliza actualmente para reducir la velocidad del flujo en la rápida, está vinculado a soluciones económicas y a una reducción notable en el tiempo de construcción.

En la actualidad, la construcción con C.C.R. se ha incrementado notablemente, siendo el sistema a utilizar para muchas de las presas que se siguen construyendo en México (Presa “San Lázaro”, Baja California Sur, Presa “Las Blancas”, Tamaulipas, La Presa “Trigomil”, en Jalisco); una ventaja importante de este sistema de C.C.R. es que además de ser muy trabajable para este tipo de obra, el sistema constructivo desarrolla la

altura de los escalones que viene siendo el espesor de una o varias capas de concreto que se compactan (Grupo de Trabajo de hormigón compactado con rodillo, 1990).

Durante la construcción del vertedor, las tongadas de concreto tienen un espesor y éste finalmente genera el tamaño de escalón del vertedor; por consiguiente, se tiene que vincular el desarrollo constructivo con el diseño hidráulico para una mejor operación del vertedor.

Si bien es cierto, la teoría de una rápida lisa en un vertedor es aplicable a un vertedor de rápida escalonada, sin embargo el sistema constructivo no debe de ser el punto de referencia, ni de decisión para el diseño hidráulico y en cualquier caso hasta que punto son aplicables las reglas y procedimientos del diseño de un vertedor de rápida lisa. Las ventajas de construir con C.C.R. vencen por mucho los sistemas constructivos de concreto tradicional, sin mencionar que son más económicas, además de que dan directamente la geometría de los escalones y que finalmente solo llevan un acabado (Visita personal a la Presa Derivadora “Las Blancas”, en Tamaulipas y planos constructivos).

Por otro lado, si la pendiente de un vertedor de rápida lisa se transforma a una rápida escalonada, ¿cómo se puede determinar la altura de los escalones y la disipación de energía optimas? y ¿cuál sería la relación entre el diseño hidráulico y el sistema constructivo?

Esto último define perfectamente que el problema es:

***“¿Cómo diseñar un vertedor escalonado, considerando la disipación de energía durante su vertido, los tipos de flujos que se presentan, las características de los mismos y el procedimiento constructivo?”.***

## **1.2.- Objetivos.**

### **1.2.1.- Objetivo General.**

El Objetivo general es el diseño de un vertedor de rápida escalonada, determinando la energía que se disipa durante su trayecto y la aireación generada por los vórtices formados en los escalones, tomando como punto de comparación los modelos y el prototipo de la presa derivadora “Las Blancas”, en Tamaulipas.

### **1.2.2.- Objetivos Particulares.**

Los objetivos particulares que tiene esta tesis, se encuentran definidos principalmente a la estructuración de una metodología para el diseño de los vertedores escalonados; estos objetivos se presentan a continuación:

- 1.- Conocer el comportamiento del flujo dentro del vertedor escalonado y sus características.

- 2.- Establecer una metodología de cálculo, diseño y revisión hidráulica de vertedores, que por el sistema constructivo (C.C.R.) puedan construirse con rápida escalonada, contando con la teoría necesaria para su estudio y diseño; de tal forma que se conozca su funcionamiento y la geometría del escalón cuando se utilice C.C.R.
- 3.- Conocer el comportamiento de la presa derivadora “Las Blancas”, antes del vertido del gasto máximo.
- 4.- Conocer la disipación de energía generada en una rápida escalonada.
- 5.- Conocer el funcionamiento y características de un flujo aireado, determinar las ecuaciones que rigen el ingreso del aire al flujo para evitar sustancialmente el fenómeno de cavitación.

Lo anterior, se puede relacionar directamente con el diseño de un vertedor de rápida lisa y que en general tienen mucho en común con un vertedor de rápida escalonada, sin embargo el tipo de flujo es completamente diferente.

### **1.3.- Justificación de Tesis**

La problemática en la construcción de un elemento hidráulico como es un vertedor involucra muchos parámetros, requiere en algunos casos de las teorías específicas para su diseño, además de que es difícil en ocasiones encontrar un modelo matemático que pueda resolver todo el problema y que por consiguiente es necesario construir un modelo físico a escala de la obra.

En el caso de vertedores de rápida lisa existen las teorías para su diseño, las cuales se centran en los análisis del flujo sobre el vertedor, tomando como puntos iniciales el comportamiento del agua en el cimacio y los efectos destructivos por cavitación.

Los beneficios de crear una metodología de análisis y diseño de un vertedor de rápida escalonada, darían al ingeniero las herramientas aplicables a ese tipo de obra, coincidiendo también en una aplicación y el ahorro de tiempo en la construcción del modelo a escala del vertedor e inclusive podría determinar los posibles problemas que se pueden presentar en distintas condiciones de operación.

Los estudios realizados por diferentes investigadores (Chanson, Mateos, Raharatman, etcétera.) han generado una tendencia muy amplia hacia el diseño de escalones en los vertedores; en la construcción de un vertedor, una parte predominante de la geometría de los escalones se rige por su sistema constructivo y no por el mejor diseño hidráulico de los escalones y la pendiente de la rápida; por esto, se establece una línea de análisis desde el punto de vista hidráulico aplicado a la rápida y el tamaño de escalón para generar la teoría de diseño de un vertedor escalonado.

Por lo anterior, es importante entender que cuando se requiere la construcción de dicho tipo de obras, el diseño debe estar a cargo de las especificaciones generadas en las investigaciones que hasta la fecha se han hecho; así mismo, las ventajas de la vinculación de estas teorías darían en primer plano un desarrollo sustancial en el diseño de vertedores escalonados; sin embargo, se puede llegar a encontrar que el diseño de la rápida lisa con la rápida escalonada solo tenga variación en el diseño de los escalones y no sustancialmente en el diseño total del vertedor.

A continuación se citan algunas ventajas a las que estarían sujetos los diseños de los vertedores escalonados:

*Como punto principal, se utilizarían las teorías del diseño de un vertedor en cimacio con rápida lisa para luego desarrollar el mismo vertedor pero con rápida escalonada.*

*La construcción requiere de menor tiempo por el sistema constructivo C.C.R y que además; la altura de la capa de concreto se puede modificar para generar directamente la geometría de los escalones.*

*Se diseñan los escalones de manera que sean los más adecuados para la rápida y se tomaría en cuenta el sistema constructivo o la altura de tongada.*

*Los efectos de cavitación se reducen notablemente con una rápida escalonada, sin embargo, está sujeta al gasto y al tipo de escalón que se construya.*

*El costo económico es menor debido al sistema de C.C.R., el cual requiere un concreto con poco contenido de cemento, además de que se utiliza menor material que si la rápida fuera lisa.*

*Como punto final, en esta tesis se desarrolla la metodología y se presentan los parámetros de diseño de los vertedores escalonados y los vertedores de rápida lisa, dando el primer paso en el desarrollo de puntos de evaluación para la toma de decisión final en un proyecto.*

Dentro de los beneficiarios más vinculados con la presentación de esta tesis, son los ingenieros proyectistas de sectores como la Comisión Nacional del Agua, la Comisión Federal de Electricidad, Institutos y escuelas relacionadas con la ingeniería civil, etcétera., debido a que tendrían los parámetros de diseño y evaluación de un vertedor con rápida escalonada, esto sin mencionar aun las desventajas entre una y otra. Ahora bien, con lo anterior no se quiere dar a entender que el problema está resuelto, el punto siguiente dentro de este ámbito desarrolla muchas líneas de investigación que abarcan tanto estudios en los escalones como analizar nuevas geometrías de diseño en los vertedores.

#### **1.4.- Condiciones de uso**

El punto más importante del diseño de un vertedor estriba en la localización del mismo dentro de la cortina. Frecuentemente el tamaño y el diseño del vertedor están en función del tipo de cortina y de las restricciones naturales del lugar, que a su vez deben de estar en función del tipo de presa.

En algunas zonas donde se presentan lluvias con alturas de lámina de agua grandes en poco tiempo, el vertedor se convierte en la estructura que domina el proyecto; es decir, la selección del tipo de presa pasa a ser el segundo plano de la obra.

La estructura de vertido tendrá la ubicación más segura, en algunos casos y cuando la velocidad del flujo no es muy alta, la estructura puede encontrarse junto a los taludes de la montaña; sin embargo, un vertedor de cimacio puede estar también junto al talud, pero en la mayoría de los casos se tienen que reforzar esta zona debido a las vibraciones causadas por el vertido, que en la mayoría de los ocasiones son provocadas por las altas velocidades presentadas en la rápida.

En las presas de gravedad, se pueden ubicar los vertedores dentro de la cortina, permitiendo con ésto que el vertedor pueda ser usado con flujos muy grandes y que debajo de la cresta vertedora el agua caiga libremente en una piscina muy profunda para prevenir los daños al pie de la estructura.

Existen algunos parámetros de dimensionamiento que aunque no son hidráulicos han tenido que ser sujetos a este tipo de estructuras; por ejemplo, se establece un límite para el valor de la carga máxima de operación de un cimacio; este valor está en función de las condiciones geológicas de cimentación. El fin que se persigue con este parámetro, es el de disminuir los efectos provocados en la cimentación debidos a la vibración del flujo, esta vibración pone en riesgo la estabilidad de la estructura. De manera informativa, en la tabla 1.2, se presentan las cargas máximas recomendables, de acuerdo con los diversos tipos de suelo en la cimentación (Sotelo, 1994).

| <b>Tipo de suelo en la cimentación</b>       | <b>Carga máxima permisible (m)</b> |
|----------------------------------------------|------------------------------------|
| Roca sana, no alterada                       | 18.50 a 15.00                      |
| Roca arenisca, grava gruesa bien aglutinada  | 12.20 a 10.30                      |
| Grava gruesa compacta                        | 10.30 a 9.30                       |
| Grava gruesa casi suelta o arcilla plástica. | 7.60                               |
| Arcilla bien compacta                        | 6.20                               |
| Arena y grava firmes                         | 6.20                               |
| Arena fina                                   | 6.20                               |
| Arena fina y limos                           | 4.60                               |
| Formaciones menos firmes                     | 3.00 ó menos                       |

**Tabla 1.2.- Tipo de suelo en la cimentación y carga máxima permisible.**

En el caso de las cargas máximas permisibles de la tabla No.1.2, deben de ser revisados en caso de de fallas o fracturas geológicas, por ejemplo, la presa Malpasset en Francia (Figura 1.14), los estudios realizados por ingenieros en mecánica de rocas dieron resultados positivos, pero aun con estos, debajo de la zona de localización existían fallas tectónicas que llevó al colapso a la cortina (Haas, 1995. Referencia Personal).



**Figura 1.14.- Presa Malpasset, en Francia.**

Cuando una obra de excedencia se proyecta, maneja diversos tipos de parámetros, entre los cuales están el costo, las características del flujo hidráulico, las características del vertedor y el sistema de control de descargas, etcétera., de este modo, la tecnología rusa para cierto tipo de condiciones principales en el tipo de obra de excedencia, recomiendan el tipo de obra de vertido, esta información se presenta en la tabla 1.3. (Garbosky, 1970)

| <i>Obras de derivación</i>                                  |                                                                                                                  |
|-------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Condiciones principales para el tipo de obra de excedencias | Recomendaciones para el tipo de obra de vertido.                                                                 |
| Relieve                                                     | $S = 0.008$ a $0.25$ Rápida<br>$S = 0.20$ a $0.30$ Escalonado<br>$S > 1$ Vertedor en embudo. Suelo roca. Creager |
| Nivel de aguas freáticas                                    | Nivel cercano a la superficie se utiliza la rápida o el Creager.                                                 |
| Calidad del subsuelo                                        | Cualquier tipo de suelo Rápida<br>Suelo bueno Rápida o escalonado<br>Suelo malo Creager                          |
| Condiciones de explotación                                  | Rápida y Creager Grandes Gastos<br>Escalonado Pequeños gastos                                                    |
| Valor económico                                             | Creager y rápida más económicos<br>Escalonado y embudo menos económicos                                          |

**Tabla 1.3.- Recomendaciones para el tipo de obra de vertido en base a las principales condiciones del tipo de obra de excedencias.**

Recientes avances en tecnología, han permitido la construcción de grandes presas de almacenamiento. El progreso que se ha obtenido ha sido en gran parte a los nuevos diseños en las técnicas de construcción y la disipación de calor generado por el fraguado del cemento en el colado de grandes masas de concreto. Actualmente, los vertedores son diseñados para verter grandes descargas de agua evitando daños sobre la estructura y el medio ambiente.

Cuando se proyecta una presa se tienen diferentes criterios para elegir el tipo y forma que debe de tener. Dentro de la ingeniería hidráulica, se pueden apreciar diversos elementos hidráulicos que componen una presa, entre estos los vertedores; por ejemplo, la Presa Marte R. Gómez en Tamaulipas tiene una obra de excedencias en forma de abanico, las Presas El Infiernillo y Chicoasén tienen vertedor en túnel, considerados los más grandes del país.

Como resultado de los estudios del tránsito de la avenida de diseño a través del vaso, se obtiene la carga máxima  $H_{\max}$  y el gasto máximo  $Q_{\max}$ , para el cual se deben dimensionar las diferentes estructuras que forman la obra de excedencias, aunque debe realizarse para todo rango de gastos. Estas estructuras son:

- El canal de acceso o de llamada
- La estructura de control.
- El conducto descarga.
- La estructura terminal.
- El canal de desfogue.

Los vertedores de cimacio constan de una cresta de control de pared gruesa, cuyo perfil tiene la forma de la superficie inferior de una lámina ventilada que vierte libremente sobre la cresta. Esto permite alcanzar un mejor coeficiente de descarga y mantener la estabilidad estructural a través del peso del concreto o mampostería utilizado en el cuerpo de la obra. El perfil puede abandonar dicha forma, una vez que se garantiza poco cambio en el coeficiente de descarga como se muestra en la figura 1.15 (Sotelo, 1994).

Una vez pasando el vertedor, se continúa con una rápida tangente de gran pendiente y relativamente corta, continuando con una superficie de curvatura contraria a la de la cresta que termina tangente a la plantilla de un canal de conducción, tanque de amortiguamiento o salto de esquí.

El cimacio puede ser libre o controlado, la diferencia entre estos es que puede existir una estructura que regule el paso de cualquier gasto, es decir, en algunos se puede regular las descargas por medio de compuertas sobre la cresta. La lámina vertiente sobre el cimacio durante su trayecto en caída libre se acelera y genera con esta un flujo rápidamente variado por los cambios tan bruscos y frecuentes en la curvatura de las líneas de corriente (Sotelo, 1994).

En la figura 1.16, se aprecian los niveles de agua a los que se expone la presa y su vertedor, el nivel de aguas mínimas (NAMIN) con las que la presa puede operar, se encuentra ubicado en la obra de toma más baja, el nivel mínimo de operación (NIMO) es el volumen de agua que se tiene entre la obra de toma más alta y la obra de toma más baja, el nivel de aguas máximas de operación (NAMO) se encuentra entre la parte más alta del cimacio y la obra de toma más baja, este nivel es generalmente el de operación normal, el nivel de aguas máximas para control de avenidas (NAMACO), es el volumen de agua que se encuentra por encima del cimacio, si se tienen compuertas en el vertedor, este nivel deberá llegar hasta el punto más alto donde se vierta como flujo a superficie libre, de este último punto hasta el inicio del bordo libre es el nivel de aguas máximas extraordinarias (NAME).

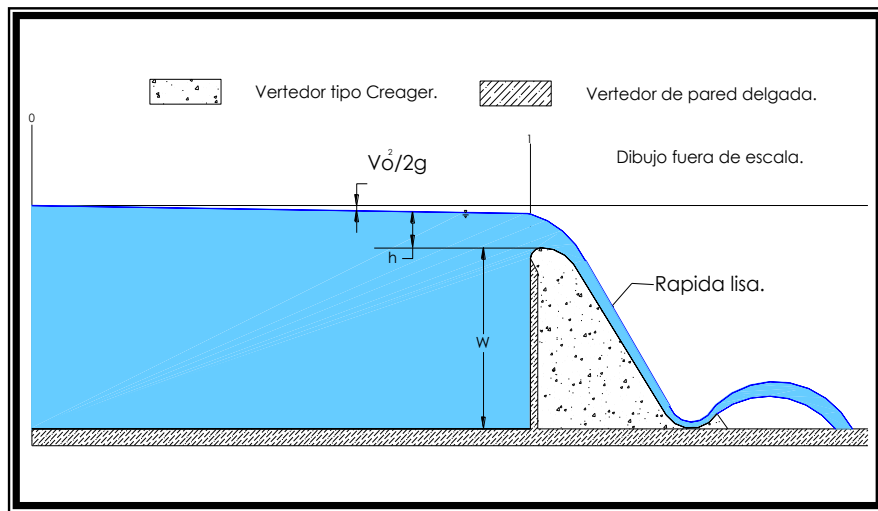


Figura 1.15.- Vertedor tipo Creager y vertedor de pared delgada.

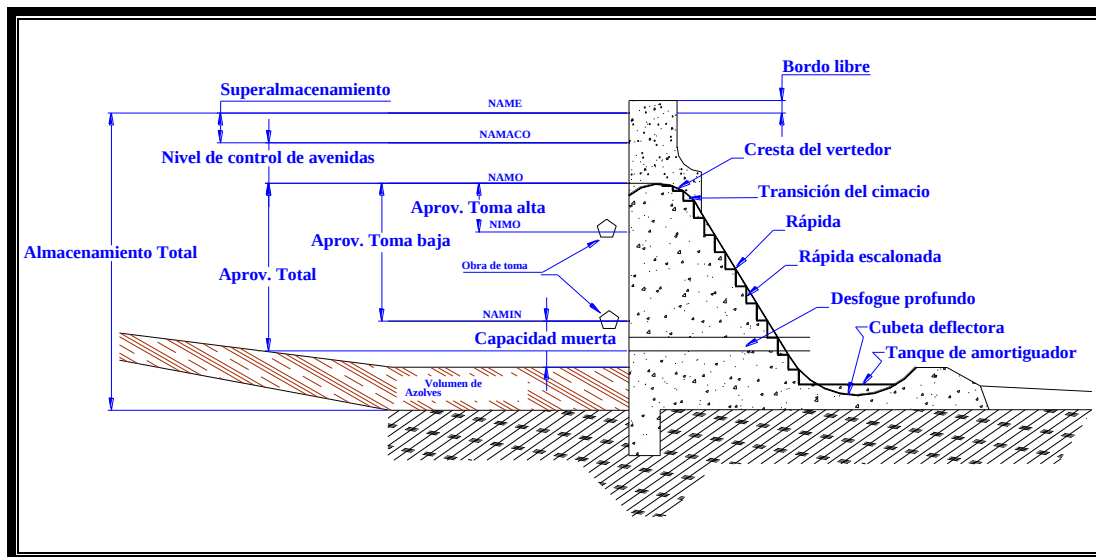


Figura 1.16.- Niveles de operación en el vertedor escalonado o liso de una presa.

De lo anterior, se observó que los vertedores escalonados se rigen por reglas similares en cuanto a sus condiciones de diseño, instalación y operación respecto a los vertedores de rápida lisa.

Debido a que los vertedores se han estado implementando en obras que se construyen directamente con el sistema C.C.R., la configuración de la rápida y el talud aguas debajo de ésta, se puede configurar el escalonamiento y por consiguiente una distribución uniforme del alto y la huella de los escalones, dejando solamente una transición de escalones en el cimacio.

Dentro del desarrollo y los avances de este sistema constructivo, los vertedores escalonados se han incorporado en cortinas de sección gravedad, e incluso en cortinas arco gravedad, como es el caso de la presa “Los Charcos”, en España.

En relación a la altura de la presa, los vertedores escalonados han sido construidos para diversas alturas, considerando desde pequeños diques hasta presas de gran altura como es el caso de la presa Clywedog en el Reino Unido, realizada a base de contrafuertes en el año de 1968, esta presa tiene una altura de 72m y alberga un vertedor con 50 escalones, los cuales tienen un peralte de 76cm, descargando un gasto unitario de 2.8 m<sup>2</sup>/s.

En la tabla 1.4, se recopilaron datos de presas con vertedores escalonados, ubicando los gastos de descarga de éstos y la altura de dicha obra.

| <i>Nombre</i>                                         | <i>Pendiente<br/><math>\alpha</math><br/>(Grados)</i> | <i>Altura de<br/>cortina<br/>m</i> | <i>Descarga<br/>máxima<br/>q (m<sup>2</sup>/s)</i> | <i>Altura de<br/>escalón<br/>m</i> | <i>Numero de<br/>escalones</i> | <i>Tipo de<br/>escalones</i> | <i>Ancho de<br/>vertedor<br/>m</i> |
|-------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|------------------------------------|----------------------------------------------------|------------------------------------|--------------------------------|------------------------------|------------------------------------|
| Clywedog, Contrafuertes, U.K. , 1968                  | 60                                                    | 72                                 | 2.8                                                | 0.76                               | 50                             | Prefabricados                | 182.9                              |
| De Mist Kraal Weir, C.C.R., Sudáfrica, 1986           | 59                                                    | 30                                 | 29                                                 | 1                                  | 19                             | Horizontales                 | 195                                |
| Zaaihoek, C.C.R., Sudáfrica, 1986                     | 58.2                                                  | 45                                 | 15.6                                               | 1                                  | 40                             | Horizontales                 | 160                                |
| Monksville, C.C.R., USA, 1987                         | 52                                                    | 36.6                               | 9.3                                                | 0.61                               | -----                          | Horizontales                 | 61                                 |
| Olivettes, C.C.R., Francia 1987                       | 53.1                                                  | 36                                 | 6.6                                                | 0.6                                | 47                             | Horizontales                 | 40                                 |
| M'Bali, Derivadora, República Central de África, 1990 | 59                                                    | 23.5                               | 16                                                 | 0.8                                | + -30                          | Horizontales                 | 60                                 |
| New Victoria, Derivadora, C.C.R., Australia 1993      | 72 y 51.3                                             | 52                                 | 5.4                                                | 0.6                                | 85                             | Horizontales                 | 130                                |
| Mhlathuzane, C.C.R. Sudáfrica, 1998                   | 53                                                    | 50                                 | 16.5                                               | 0.6                                | + -70                          | Horizontales                 | 40                                 |
| Las Blancas, C.C.R., Derivadora, México, 2000         | 59                                                    | 15.5                               | 6                                                  | 0.6                                | 29                             | Horizontales                 | 850                                |

**Tabla 1.4.- Datos de presas que contienen vertedores escalonados.**

La utilización de C.C.R., ha favorecido la aplicación de escalonamientos en los vertedores, dado que durante su construcción se facilita la fabricación de los escalones, generados principalmente por la utilización de cimbras verticales que confinan las capas de concreto para su compactación; sin embargo, no solo de concreto se pueden fabricar los

escalones; en 1997 R.U. *Construction Industry Research and Information associaton* (CIRIA), publicaron una guía de diseño para bloques preconstruidos de concreto, así mismo Baker, R (1992) presento una tesis doctoral en la *Universidad de Salford, Manchester*, R.U., sobre los bloques de concreto para vertedores de presas.

Es posible desarrollar pequeños diques de sección vertedora y para los cuales uno de los métodos más comunes es con gaviones, con los cuales es posible desarrollar rápidas escalonadas.

La Dra. Kathy Frizell ha patentado el diseño de bloques contruidos con malla para gaviones, por lo que si bien es cierto, la altura de la presa no ha sido un parámetro característico limitante de los vertedores escalonados, si lo ha sido el costo de construcción, ya que dependiendo de la altura de la presa se pueden optar por presas construidas con materiales graduados y vertedores con bajas pendientes o rápidas muy largas, como ha sido el caso de la Presa Aguamilpa y el Cajón en Nayarit.

En relación a las rápidas de gran longitud o con pendientes que pueden ser menores a 50°, los escalones tienden a ser pocos, como es el caso de la presa “La Grande 2”, construida en 1982 en Canadá; en esta presa la pendiente de la rápida es de 30° y su altura es de 134m, teniendo un vertedor con 11 escalones horizontales no recubiertos; estos escalones tienen una altura de 9.1 a 12.2m. En la tabla 1.5 se aprecian algunos vertedores de este tipo.

| Nombre                                  | Pendiente<br>a<br>(Grados) | Altura de<br>cortina<br>m | Descarga<br>máxima<br>q (m <sup>2</sup> /s) | Altura de<br>escalón<br>m | Numero de<br>escalones | Tipo de<br>escalones                     | Ancho de<br>vertedor<br>m |
|-----------------------------------------|----------------------------|---------------------------|---------------------------------------------|---------------------------|------------------------|------------------------------------------|---------------------------|
| <i>La Grande 2, Canadá,<br/>1982</i>    | 30                         | 134                       | 132                                         | 9.1 a 12.2                | 11                     | Sin<br>Recubrimien-<br>to                | 122                       |
| <i>Tehri, India</i>                     | 15                         | 211.9                     | 116                                         | 50 a 58                   | 4                      | Pisinas<br>Planas en los<br>escalones    | 95                        |
| <i>San Paolo Weirs, Brazil<br/>1986</i> | 63                         | 9.11 a 8                  |                                             | 1                         | 9.11 a 8               | Escalones de<br>gabiones<br>horizontales |                           |

**Tabla 1.5.- Presas con pocos escalones en la rápida.**

De la tabla 1.4, se desprende lo siguiente; en casi todos los casos de vertedores escalonados las pendientes en la rápida tienen un rango de 50 a 70 grados de inclinación, ésto es muy significativo, porque en el análisis realizado se pueden observar que dependiendo del gasto unitario, la configuración y geometría del vertedor se presentan dos tipos de flujo: El “Flujo rasante” y el “Flujo escalón por escalón”, estos tipos de flujo son explicados más adelante.

Dependiendo del talud de la rápida, las dimensiones de los escalones suelen variar entre los 60 cm. a 1 m de altura y la huella del escalón se genera en relación de 50 cm. a 75 cm, ésto tiene mucho que ver con el sistema de construcción, sin embargo no es un parámetro limitante.

Dentro de las aplicaciones de vertedores escalonados, éstos son utilizados para disminuir los efectos generados por flujos con alto contenido de sedimento, construyendo presas de impacto, este tipo de presas son usualmente construidas como una sucesión de estructuras de caída (Alturas de 0.5m a 5m) para reducir la pendiente en arroyos y ríos, favoreciendo la disipación de energía y la prevención de estos flujos.

En la actualidad los gastos de descarga de los vertedores alcanzan los  $20 \text{ m}^3/(\text{s m})$ , teniendo en cuenta que en relación al gasto unitario de la descarga, la pendiente de la rápida y la geometría del escalón el tipo de flujo puede variar entre un flujo rasante o un flujo escalón por escalón; sin embargo, el fenómeno de cavitación todavía es un punto de estudio de estas estructuras.

Un parámetro limitante es la vibración que se puede generar en un vertedor escalonado, teniendo especial cuidado si se encuentra adosado a los taludes de las montañas y en este tipo de casos es indispensable establecer sus características de diseño en los efectos mecánicos del flujo sobre los escalones y éstos a su vez sobre el talud.

En la actualidad, el punto anterior es una línea de investigación que se requiere estudiar con mayores detalles en los tipos de flujo de un vertedor escalonado.

## **1.5.- Funcionamiento Hidráulico**

Cuando se diseñan estructuras hidráulicas con velocidades altas, aparecen frecuentemente problemas ocasionados por elevadas presiones vacuométricas que pueden producir graves deterioros de la estructura por cavitación.

En la actualidad uno de los métodos más eficaces para evitar los daños por cavitación es introducir aire en el flujo de agua, logrando un fluido que sea mezcla de agua y pequeñas burbujas de aire de manera que la proporción de éste en las proximidades del paramento sea superior al 8% (Mateos, 1997). La forma de conseguir que el aire penetre en la masa de agua puede ser de forma forzada o de manera natural.

Una de las incógnitas que hasta la fecha se sigue investigando, es el comportamiento del flujo del agua sobre un vertedor escalonado, debido a que desde tiempo atrás se conocía principalmente como flujo autoaereado o aguas blancas.

En los vertedores escalonados, la alta turbulencia del flujo en la proximidad de los escalones provoca el acortamiento de la zona de flujo irrotacional si se compara con un vertedor de rápida lisa una vez que alcanza el punto donde se inicia la aireación natural,

manteniéndose de forma permanente un alto contenido de aire en la masa fluida que desde este último punto se incrementa y se estabiliza (Figura 1.17).

Este flujo se presentaba una vez que se formaban las ondas de Froude en una rápida lisa y generalmente se debía a una pendiente muy fuerte en una rápida y a una alta rugosidad del acabado de esta.

## 1.6.- Ondas de Froude

Tomando en cuenta el desarrollo de la capa límite, se definirán para canales las ondas de Froude. El número de Froude se define con la relación  $A/B$  como la longitud característica o bien con el nombre de tirante Hidráulico que en el caso de canales rectangulares coincide con el tirante del flujo; por lo tanto el número de Froude de expresa por (Ec, No. 1.6.1):

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{g \frac{A}{B}}} \dots\dots\dots \text{Ec. No. 1.6.1}$$

En donde:

A es el área de la sección transversal del flujo

B es el ancho del canal en la superficie libre del agua.

El número de Froude se caracteriza por definir tres tipo de flujos diferentes; como valor central entre esta clasificación el número 1 define la frontera entre esta categorización.

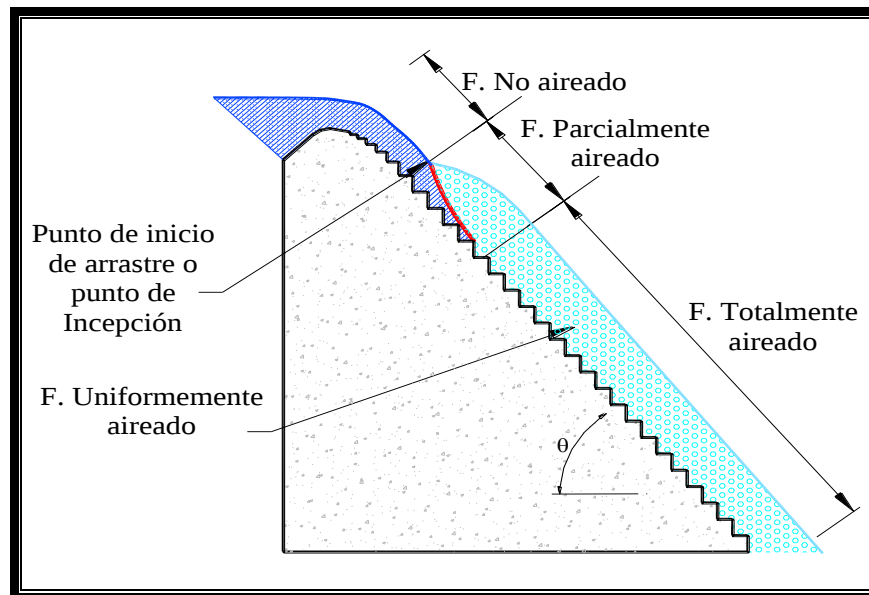


Figura 1.17.- Funcionamiento de una rápida escalonada

Para un flujo en el que el número de Froude tiene valores mayores a uno, se presenta un flujo supercrítico en el cual la velocidad o las fuerzas de inercia son mayores que la relación de peso o fuerzas gravitatorias; en el caso de que este número sea menor a uno, las fuerzas gravitatorias son mayores que las fuerzas de inercia y este flujo toma por nombre flujo subcrítico y cuando se obtiene el valor de uno se tiene un flujo crítico.

El valor de  $Fr = 1$  caracteriza el caso límite para el cual la velocidad de propagación de ondas elementales (Ec. 1.6.2) es igual a la velocidad media de la corriente  $V$ .

$$C = \sqrt{g \frac{A}{B}} \dots\dots\dots Ec. 1.6.2$$

Según los últimos conocimientos, debe hacerse también una clasificación del flujo en función de la estabilidad de la corriente, referida a la formación de las denominadas ondas de Froude (Naudascher, 2002). Se tiene entonces

- Flujo estable, sin ondas de Froude
- Flujo inestable, con ondas de Froude.

El límite de inestabilidad que está influenciado por la gravedad y se encuentra cercano al número de Froude  $Fr_c \equiv 2$  según la forma y rugosidad del canal.

En estructuras como los vertedores escalonados, el régimen que se establece es muy rápido (Número de Froude mayor a 3). El flujo que se observa para los gastos de diseño de la estructura se cataloga como un “flujo rasante”; este flujo tiene la característica de generar una pseudo plantilla o plantilla ficticia que queda definida por las aristas de los escalones que contiene la rápida, desarrollando entre el peralte del escalón y la huella de este torbellinos de recirculación de agua en forma de rodillos a lo largo de dichos escalones. Figura 1.18.



**Figura 1.18.- Torbellinos de agua en los escalones**

Las variables que gobiernan principalmente este tipo de flujo, son el gasto unitario y la geometría de la rápida, entendiéndose como la geometría de la rápida como el acabado del concreto por donde fluye este.

Si se exagera la rugosidad del concreto y debiendo al sistema constructivo de las presas de gravedad podríamos aproximarlos a escalones comunes y corrientes, conocidos en la rama constructiva como el peralte de la tongada y la huella.

En conjunto, estas variables determinan el tipo de flujo sobre el vertedor independientemente de que se pueda generar un flujo uniforme o no sobre el vertedor; por ejemplo, el hecho de que se tengan escalones muy pequeños y gastos muy altos, se genera una introducción de aire dentro del flujo y por consiguiente se tendría un flujo aireado.

Ahora bien, si el gasto es pequeño y los escalones son grandes, se puede llegar a tener un flujo que caería de un escalón a otro, y por consiguientes se apreciaría un flujo en cascada.

Es claro que un flujo en cascada ingresa aire dentro del seno del fluido, sin embargo se requieren estructuras muy amplias para gastos grandes, y si se tiene un vertedor con rápida escalonada se logra el mismo efecto; más sin embargo, la estructura es mucho más pequeña, en la cual el flujo resbala sobre las aristas de los escalones.

La observación en modelo reducido del flujo en un vertedor escalonado si se mira desde el lado de la superficie libre, muestra un flujo claro y transparente y súbitamente un flujo blanco que tiene forma de U aplanada, o, sea, la aireación se inicia antes junto a los escalones, pero se desarrolla prácticamente a la misma cota en el resto del vertedor. Si se observa el flujo desde el lateral o desde la solera se aprecia una lámina transparente disminuyendo progresivamente de espesor hasta que en un cierto escalón aparecen burbujas de aire confinadas por las fuerzas centrífugas del remolino asociado al escalón. En función del caudal unitario, aguas abajo de esta celda todo el flujo se llena de burbujas de aire aumentando considerablemente el espesor de la lámina de agua.

## **1.7.- Tipos de Flujo es un vertedor escalonado**

Dentro del desarrollo de los diferentes tipos de flujo que se pueden presentar en un vertedor escalonado, se aprecian dos muy bien marcados, el flujo escalón por escalón y el flujo rasante.

El flujo escalón por escalón se define como la caída libre del agua de un escalón a otro, generando con esto una sucesión de caídas a lo largo de toda la rápida escalonada.

Dentro de este tipo de flujo se puede realizar una subdivisión de tres flujos diferentes.

- Flujo escalón por escalón con un salto hidráulico completamente desarrollado, para un rango bajo de gasto y profundidades pequeñas, que también se puede asociar a huellas de escalón amplias. (Figura 1.19.- FEXE1)
- Flujo escalón por escalón con un salto hidráulico parcialmente desarrollado, para un rango bajo de gasto y profundidades pequeñas, que también se puede asociar a huellas de escalón amplias. (Figura 1.20.- FEXE2)

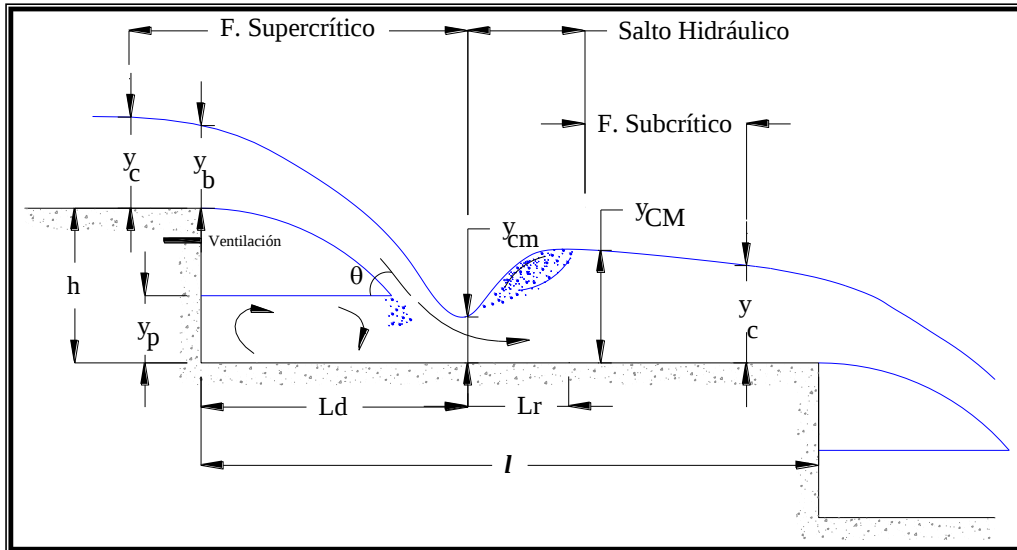


Figura 1.19.- Flujo escalón por escalón tipo 1. (FEXE1)

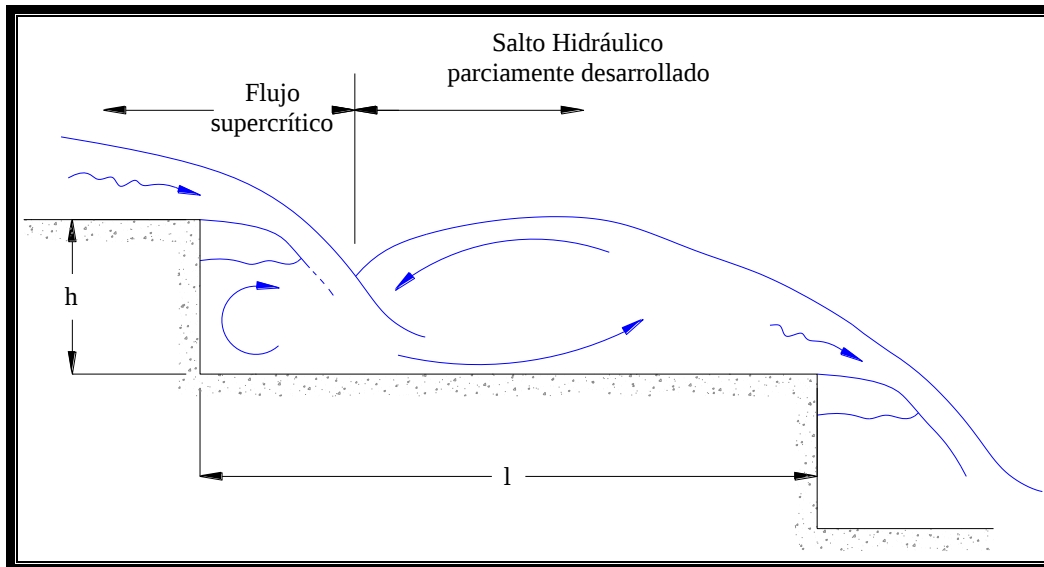
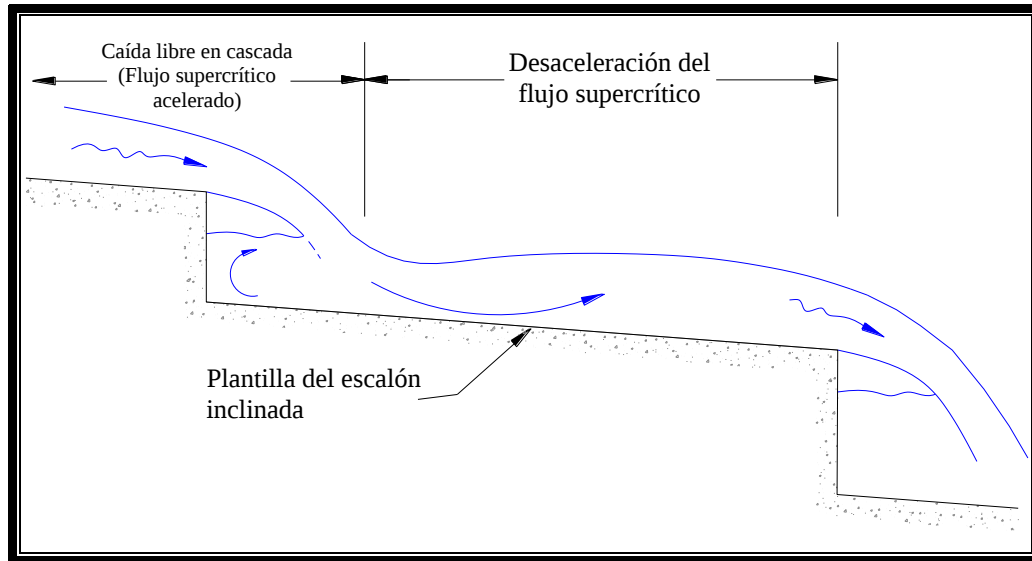


Figura 1.20.- Flujo escalón por escalón tipo 2. (FEXE2)

- Flujo escalón por escalón sobre escalones que se caracteriza típicamente por la presencia de saltos y ocurre para grandes descargas antes de la aparición del flujo rasante, se observa más frecuentemente en plantillas de escalón inclinadas. (Figura 1.21.- FEXE3)



**Figura 1.21.- Flujo escalón por escalón tipo 3. (FEXE3)**

Sin embargo estudios recientes (Chanson, 2002A) establece que existe un flujo de transición entre un FEXE y un Flujo rasante que se presenta de la siguiente manera.

FEXE ----- Flujo de Transición.

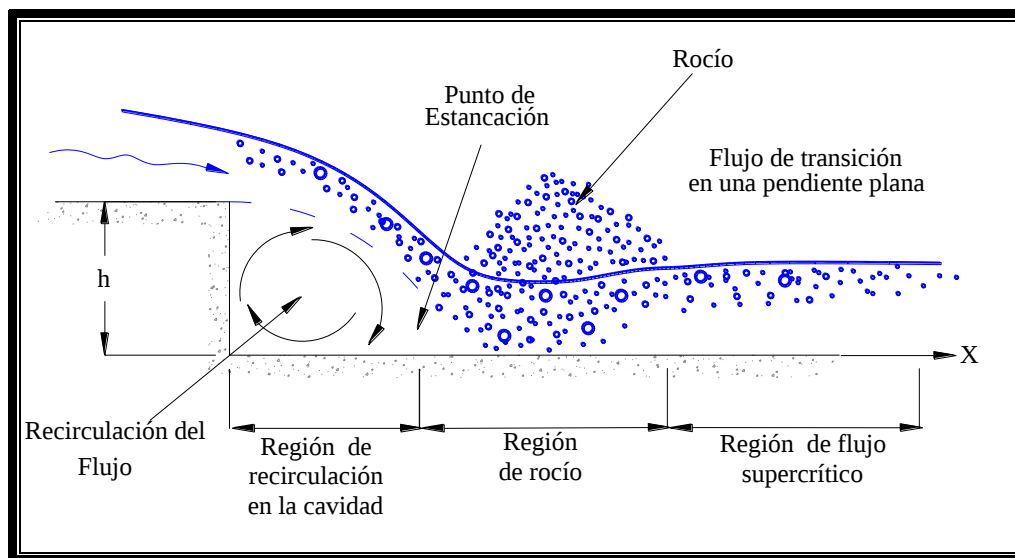
y

Flujo de Transición ----- Flujo rasante.

Uno de los puntos que requieren mayores estudios, es la condición de operación a gastos menores que el de diseño, conocida como flujo en transición. De los experimentos realizados por Chanson, concluye que este flujo no es ni un FEXE ni un FRAS; debido a que no presenta una apariencia homogénea, teniendo como característica dominante el estancamiento sobre cada escalón horizontal asociado con un fuerte rocío y chapuzón (Figura 1.22).

Estudios experimentales (González, 2003), han mostrado que bajo condiciones de flujo en transición se presentan grandes fluctuaciones de velocidad, fuerte rocío cerca de la superficie y numerosas gotas que saltan fuera del vertedor, lo que provoca una situación caótica que pone en riesgo la operación segura del vertedor. Aún más, las grandes variaciones de velocidad generan fuertes fluctuaciones de presión capaces de romper la

base de los escalones, lo que podría causar la falla total de la estructura con peligro de provocar un desastre mayor por inundación.



**Figura 1.22.- Flujo de transición**

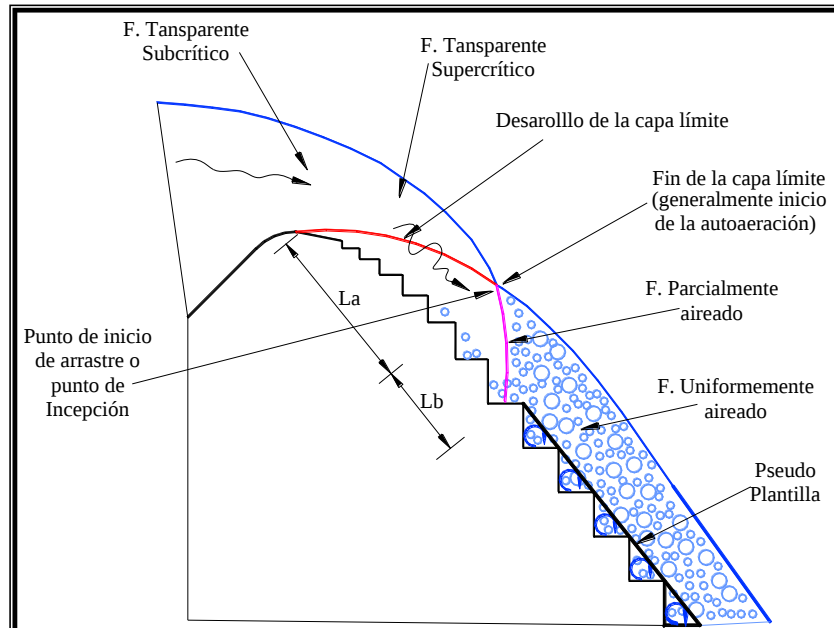
De manera general el funcionamiento de un FEXE es el siguiente: Poco antes de la caída libre y debido a la reducción del tirante en lámina vertiente se genera un cambio de flujo de subcrítico a supercrítico, la velocidad del flujo cambia y por realizarse en tan poca distancia la aceleración que se tiene es súbita; una vez que abandona el escalón, en la caída libre el flujo se acelera durante su recorrido hasta estrellarse con el escalón o con el mismo fluido, donde se produce una primera disipación de energía, a lo que le sigue una turbulencia y sucesiva recirculación y desplazamiento de este por medio de un salto hidráulico al final del nuevo escalón.

Finalmente el flujo rasante (Skimming Flow en la literatura Inglesa, Figura 1.23) se denominó así debido a que las aristas de los escalones generan una pseudo plantilla o pseudo fondo de la rápida, por la cual se desliza el flujo.

Los vertedores escalonados presentan una gran turbulencia del flujo, potenciada por que la inestabilidad de la lámina de agua produce choques y despegues con los escalones lo que a su vez favorece la entrada de aire en los mismos. Este aire permanece en el escalón gracias a los vórtices de eje horizontal inducidos por la fuerte turbulencia del flujo. Al mismo tiempo y a partir de una cierta concentración, esta fuerte agitación compensa suficientemente los efectos del gradiente de presiones existente en la celda triangular entre la altura y la huella del escalón.

En el inicio del vertido se aprecia una lámina transparente de agua que conforme se aleja del cimacio se acelera debido a la pendiente de la rápida escalonada y en los siguientes escalones el flujo inicia su fase turbulenta y de choque contra los escalones, generando con esto un ingreso de aire al flujo, además de desarrollar torbellinos o vórtices

en los escalones; generalmente a este fenómeno cuando se presentaba en un vertedor, se le conocía como agua blanca.



**Figura 1.23.- Flujo rasante.**

Una vez que se presenta el flujo rasante en la rápida, se puede observar que los vórtices generados en los escalones amortiguan el golpe del flujo sobre el escalón; estos torbellinos se desarrollan a lo ancho de los escalones y en general son los que despliegan la pseudo-plantilla sobre las esquinas superiores de cada escalón. Estos vórtices capturan el aire ingresado al flujo y debido a que éste se encuentra a presión atmosférica, disminuye el riesgo de presiones vacuométricas.

El funcionamiento hidráulico en los vertedores escalonados y principalmente en el flujo rasante, la alta turbulencia del flujo en la proximidad de los escalones, provoca el acortamiento de la zona de flujo irrotacional, esto comparado con un vertedor convencional, y una vez que alcanza el punto de inicio de la aireación se inicia una aireación natural, manteniéndose de forma permanente un alto contenido de aire en la masa del flujo.

La observación en un modelo reducido de un vertedor escalonado (Figura 1.24), construido en el laboratorio de hidráulica de la ESIA, Zacatenco (Rendón, 2003), si se mira desde la parte superior de la superficie libre, muestra un flujo claro y transparente y súbitamente un flujo blanco que tiene forma de U aplanada, la aireación se inicia antes que en un vertedor convencional, prácticamente y dependiendo del gasto al inicio de los escalones, y generalmente sobre la misma cota en el resto del vertedor.

Si se observa el flujo lateralmente se aprecia una lámina transparente disminuyendo progresivamente de espesor hasta que en un cierto escalón aparecen burbujas de aire

confinadas por las fuerzas centrífugas del remolino asociado al escalón. En función del gasto unitario, aguas abajo de esta celda todo el flujo se llena de burbujas de aire aumentando considerablemente el tirante de la lámina de agua.



**Figura 1.24.- Flujo rasante en el modelo del laboratorio de la ESIA Zacatenco**

Blindo et al (1993), define el tipo de flujo de una manera más particular, ya que divide el flujo en tres regiones que a continuación se presentan:

Región No. 1.- La zona no aireada, que se encuentran en la parte más alta del vertedor, donde se inicia el desarrollo de la capa límite. En este punto el flujo decrece su energía potencial y aumenta su energía cinética, es decir, el tirante decrece con la distancia, haciendo que el flujo aumente su velocidad.

Región No. 2.- En esta zona la capa límite alcanza la superficie del agua, generando con esto que ingrese aire al flujo; este ingreso de aire en el flujo aumenta el tirante, gradualmente.

Región No. 3.- La zona completamente aireada tiene las características del flujo completamente desarrollado, es decir, profundidad, concentración de aire, velocidad y profundidad son constantes, con lo anterior se concluye que estas características son funciones de la pendiente y la rugosidad. (Blindo, 1993).

La figura 1.25 define los experimentos realizados por Blindo para delimitar el inicio de la aireación en una rápida; en esta figura se presenta la velocidad aparente uniforme y la altura de la presa para varias descargas. Blindo realiza la aclaración de que la velocidad aparente no considera la concentración de aire; y define la grafica para vertedores

escalonados que sean mayores a los 80m de altura, estableciendo la frontera entre un flujo sin burbujas de aire “non aerated flow” y Flujo con burbujas de aire “aerated flow”.

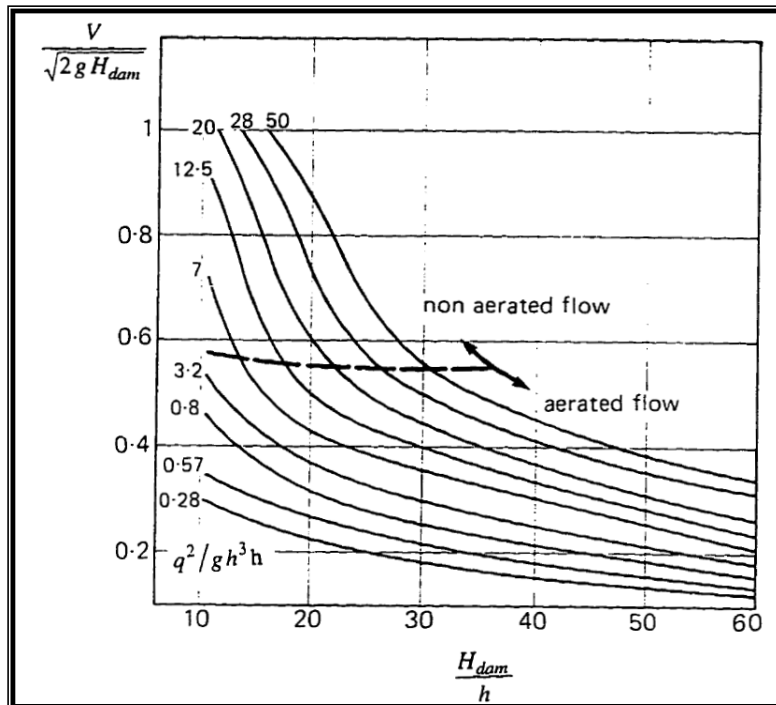


Figura 1.25.- Gráfica de la relación entre la altura de presa y la velocidad

## 1.8.- Aireación y pérdidas de energía.

En estructuras donde la carga hidráulica a la que está sometida el vertedor es pequeña, el costo del proyecto puede elevarse si se considera un vertedor tipo Creager o WES e incluso puede ser prohibitivo, siendo preferible una estructura escalonada con un FEXE.

Uno de los factores que limita el diseño de una obra de excedencias de gran pendiente y altura es la erosión por cavitación de las superficies expuestas a la alta velocidad del flujo y que también puede presentarse aguas debajo de cualquier obstáculo como los bloques de disipación de energía, cambios de dirección del flujo o por la rugosidad y el acabado de las paredes y plantillas del canal de conducción (Wood, 1991).

En el capítulo anterior se observaron varios tipos de rápidas de geometrías escalonadas, se definió que un FEXE, puede en su diseño desarrollar un salto hidráulico dentro del escalón que junto con el impacto del chorro generan la disipación de energía de la carga hidráulica total.

Dentro de los aspectos principales de las estructuras que se diseñan para un FEXE, es la caída libre que sufre el fluido, el impacto con el mismo o el escalón y el salto hidráulico que le sigue; mientras que para un FRAS la geometría del escalón y la pendiente son las características gobernantes en relación del gasto.

## 1.9.- Determinación del tipo de flujo en una rápida escalonada

La aireación se puede observar en el FEXE y el FRAS, como se ha comentado anteriormente; en el FEXE se presentan pequeñas descargas de agua, y se observa como una sucesión de caídas de agua en cada escalón.

Al incrementarse el gasto, el flujo sufre una transición a un FRAS; Chanson (1994), estableció que el inicio del flujo rasante se presenta cuando la cavidad de aire que se genera en las caídas de los escalones desaparece, y este volumen es ocupado por agua.

Por otro lado, en relación a lo anterior, no se ha encontrado de manera clara la frontera de separación entre un FEXE y un FRAS, estableciéndose por tanto un rango o zona en las que los cambios geométricos, irregularidades en los escalones y variaciones pequeñas del gasto pueden alterar el tipo de flujo y su funcionamiento; generalmente utilizan de manera común los factores  $h$ ,  $l$ ,  $\alpha$  y  $y_c$  (Altura de escalón, Huella de escalón, ángulo de inclinación de la rápida y Tirante crítico al inicio).

A continuación se presentan algunas ecuaciones que determinan el tipo de flujo en una rápida escalonada.

Essery y Horner en 1971 (Rajaratnam, 1990), encontraron que para escalones horizontales, el inicio de un FRAS se encuentra cerca de la frontera de:

$$\frac{y_c}{h} = 0.8 \dots\dots\dots 1.9.1 \frac{y_c}{h} = 0.8$$

Es decir, si se tiene un valor menor de 0.8 y se cumple que:

$$0.4 < \frac{h}{l} < 0.9$$

El flujo que se presenta es un FEXE; de otra forma si el tirante crítico entre la altura de escalón es mayor, entonces se presenta un FRAS.

Sorensen (Rajaratnam, 1990) en sus experimentos, establece que el flujo FEXE se presenta para:

$$\frac{y_c}{h} = 0.16 \dots\dots\dots 1.9.2$$

Rajartnam, 1990, establece la ecuación 1.9.3, como límite entre el FEXE y El FRAS

$$\frac{y_c}{h} > \frac{4}{5} \quad \text{para} \quad \text{Tan}\alpha = \frac{h}{l} = 0.4\dots\dots 0.9 \quad \dots\dots\dots 1.9.3$$

Diez-Cascón, 1991, desarrolla experimentalmente la ecuación 1.9.4 para el límite de FRAS y FEXE

$$\frac{y_c}{h} = 0.9 \quad \text{para} \quad \text{Tan}\alpha = \frac{h}{l} = 1.333 \quad \dots\dots\dots 1.9.4$$

Degoutte, 1992 (Sánchez, 2001), desarrolla la ecuación 1.9.5 en vertedores escalonados formados con gaviones, estableciendo la frontera entre el FEXE y el FRAS.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{y_c}{h} = 0.74 \quad \text{para} \quad \text{Tan}\alpha = \frac{h}{l} = 0.333 \\ y \\ \frac{y_c}{h} = 0.62 \quad \text{para} \quad \text{Tan}\alpha = \frac{h}{l} = 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1.9.5. a \\ \\ 1.9.5. b \end{array}$$

Chanson en 1994 determina experimentalmente la ecuación 1.9.6, en la cual el FRAS ocurre para descargas mayores que el valor crítico definido como:

$$\frac{y_c}{h} = 1.057 - 0.465 \frac{h}{l} \quad \text{para} \quad 0.2 < \frac{h}{l} < 1.3 \quad \dots\dots\dots 1.9.6.$$

Ohtsu & Yasuda (1999), analizaron los resultados obteniendo dos ecuaciones que pueden ser usadas para definir el límite superior del régimen FEXE y el límite inferior del FRAS, estas son las ecuaciones 1.9.7 y 1.9.8.

$$\frac{y_c}{h} = \frac{\left(1.43 - \frac{h}{l}\right)^{0.26}}{1.4} \quad \text{para} \quad 0.1 \leq \frac{h}{l} \leq 1.43 \quad \dots\dots\dots 1.9.7$$

$$\frac{y_c}{h} = 0.862 \left(\frac{h}{l}\right)^{-0.165} \quad \text{para} \quad 0.1 \leq \frac{h}{l} \leq 1.43 \quad \dots\dots\dots 1.9.8$$

Los estudios realizados por Sánchez (2001), define el cambio del FEXE al FRAS con la ecuación 1.9.9; válida para estructuras escalonadas con pendientes entre 11° a 52°

$$\frac{y_c}{h} = 0.983 - 0.171 \frac{h}{l} \quad \text{para} \quad \frac{h}{l} = 0.2 \dots\dots 1.28 \quad \dots\dots\dots 1.9.9$$

Finalmente, Chanson (2002) desarrolla las siguientes ecuaciones, en la que define un flujo en transición (FTRANS), estableciendo los límites entre un FEXE y un FTRANS, con la ecuación 1.9.10, así como la frontera de un FTRANS a un FRAS con la ecuación 1.9.11.

$$\frac{y_c}{h} = 0.89 - 0.4 \frac{h}{l} \quad \text{para} \quad \frac{h}{l} = 0.5 \dots\dots 1.7 \quad \dots\dots\dots 1.9.10$$

$$\frac{y_c}{h} = 1.2 - 0.325 \frac{h}{l} \quad \text{para} \quad \frac{h}{l} = 0.5 \dots\dots 1.7 \quad \dots\dots\dots 1.9.11$$

## 1.10.- Aspectos fundamentales en un flujo escalón por escalón (FEXE)

El caso que por su forma resulta ser el más simple para estudiar es un FEXE, estableciendo la caída libre vertical del flujo sobre un canal horizontal; desarrollos analíticos y resultados experimentales (Chanson, 2002A), han demostrado que, para un vertedor horizontal (Canal ancho), la profundidad del flujo en el borde del escalón es igual a la ecuación 1.10.1, que se encuentra en función del tirante crítico.

$$y_b = 0.715y_c \dots\dots\dots 1.10.1$$

Donde:

$y_b$  = es el tirante del flujo en la orilla del escalón (Figura 1.19)

$y_c$  = es el tirante crítico

En este mismo escalón, el tirante crítico se encuentra a una distancia de alrededor de 3 a 4 veces  $y_c$  aguas arriba del borde del escalón (Chanson, 2002A; Henderson, 1966).

La longitud de la caída  $L_d$ , la profundidad del flujo en el escalón y las profundidades del conjugado menor  $y_{cm}$  y el conjugado mayor  $y_{CM}$ , después del salto hidráulico generado pueden estimarse en relación a las ecuaciones 1.10.2, 1.10.3, 1.10.4 y 1.10.5 (Chanson, 2002A; Rand, 1955).

$$\frac{L_d}{h} = 4.30 \left( \frac{y_c}{h} \right)^{0.81} \dots\dots\dots 1.10.2$$

$$\frac{y_p}{h} = \left( \frac{y_c}{h} \right)^{0.66} \dots\dots\dots 1.10.3$$

$$\frac{y_{cm}}{h} = 0.54 \left( \frac{y_c}{h} \right)^{1.275} \dots\dots\dots 1.10.4$$

(Este valor de tirante  $y_{cm}$  al pie de la rápida puede también ser estimado por medio de la ecuación 1.10.7)

$$\frac{y_{CM}}{h} = 1.66 \left( \frac{y_c}{h} \right)^{0.81} \dots\dots\dots 1.10.5$$

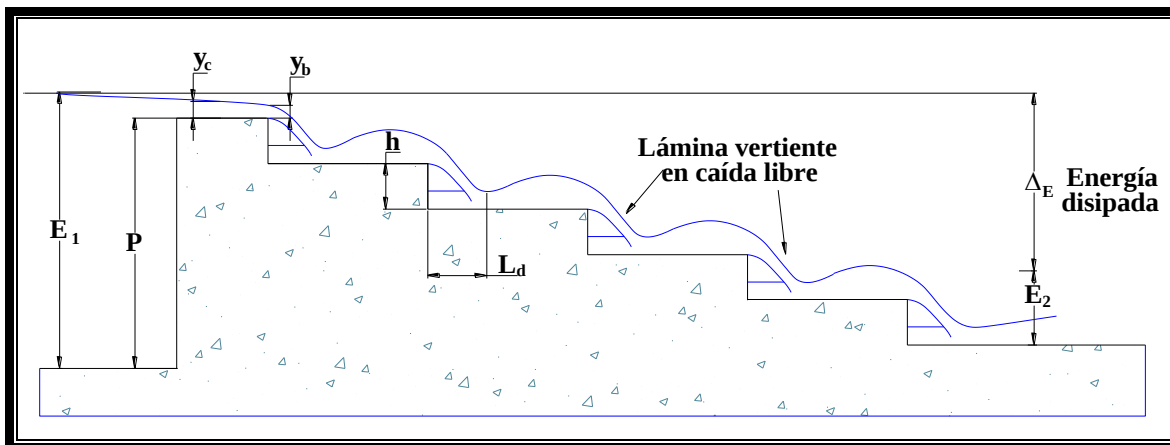
Algunos investigadores (Rouse, Rajaratnam y Muralidhar, Hager, Marchi), dieron los detalles de las características del flujo al borde y la forma del chorro para flujos supercríticos. Para caídas supercríticas, la aplicación de la ecuación de Momentum en la base de la caída es la ecuación 1.10.6. (Chanson, 2002)

$$\frac{y_{cm}}{y_c} = \frac{2Fr^{-\frac{2}{3}}}{1 + \frac{2}{Fr^2} + \sqrt{1 + \frac{2}{Fr^2} \left( 1 + \frac{h}{y_c} \left( Fr^{\frac{2}{3}} \right) \right)}} \dots\dots\dots 1.10.6$$

Donde:

Fr = es el número de Froude para el flujo supercrítico aguas arriba del borde de la caída libre.

La nomenclatura de las ecuaciones puede verse en las figuras 1.19 y 1.26.



**Figura 1.26.- Parámetros de un vertedor con FEXE.**

$$y_{cm}^3 - y_{cm}^2 E_2 + \frac{y_c^3}{2} = 0 \dots\dots\dots 1.10.7$$

### 1.11.- Determinación del comienzo de la aireación para un flujo rasante (FRAS).

La ubicación del inicio de la aireación, es el punto en el cual el flujo desarrolla la capacidad de introducir el aire; éste punto de separación entre el agua clara y el flujo aireado (Agua blanca), que se conoce como **Punto de Inicio de aireación (PI)**.

Este punto de inicio se ha ubicado dentro del vertedor de dos formas:

La primera establece una distancia desde el punto más alto del cimacio, realizando un recorrido sobre la curvatura y la rápida hasta la ubicación de la entrada de aire o punto de inicio (Esta es la forma tradicional de ubicación de puntos en un vertedor, figura 1.27), también se puede ubicar como la distancia vertical desde el cimacio al punto en el cual la capa límite aflora a la superficie del flujo (Figura 1.28).

La segunda forma (Mateos, 1999), establece el criterio para fijar la cota a la que comienza la aireación, siendo ésta, la distancia vertical desde el punto más alto del cimacio hasta el punto medio del escalón, en el cual las burbujas de aire permanecen estables dentro del mismo (Figura 1.28).

A partir del punto de inicio y debido al ingreso de aire en el flujo, es claro que la características del fluido son diferentes a las del fluido original, desarrollando un efecto positivo sobre las presiones vacuométricas de la rápida.

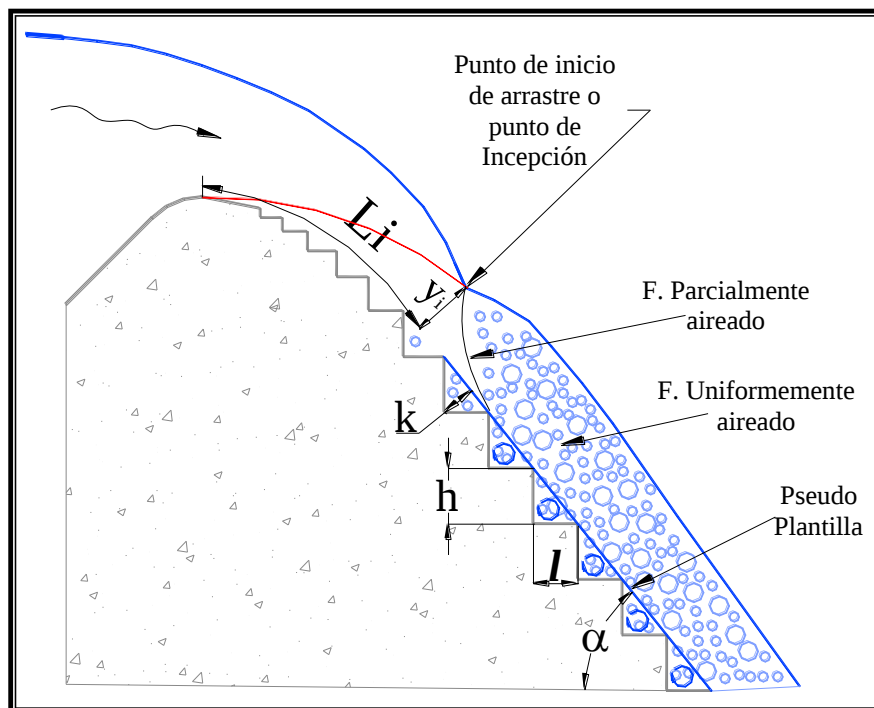


Figura 1.27.- Localización del PI y características de la rápida

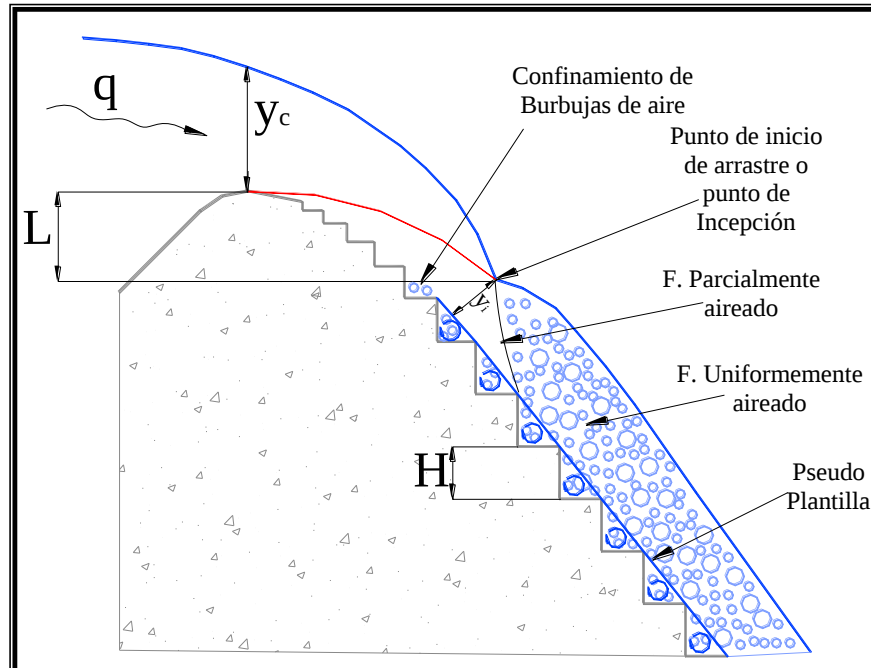


Figura 1.28.- Localización del punto de Inicio (Matos 1999).

La determinación del punto de inicio en una rápida lisa, con un perfil WES, es explicada por la ecuación 1.11.1 (Wood, 1983), la cual está en relacionada con el número de Froude definido en términos de la rugosidad (Ecuación 1.11.2), la rugosidad equivalente de la arena expresada por Nikuradse y el ángulo de inclinación de la rápida.

$$\frac{Li}{K_s} = 13.6(\text{sen}\alpha)^{0.0796} F_* \dots\dots\dots 1.11.1$$

Donde:

$$F_* = \frac{q}{\sqrt{g \text{ sen}\alpha k_s^3}} \dots\dots\dots 1.11.2$$

En la cual la variable **q** es el gasto unitario, **g** la aceleración de la gravedad, **α** el ángulo de inclinación de la rápida con la horizontal, **F\*** es el número de Froude en términos de la altura de rugosidad **ks** (Rugosidad equivalente de granos de arena), **Li** es la distancia desde el punto más alto del cimacio, realizando un recorrido sobre la curvatura y la rápida hasta la ubicación del PI.

Chanson en 1994 utilizó la ecuación 1.11.3 para ajustar los datos experimentales obtenidos por otros autores.

$$\frac{Li}{K} = f_1(F_*, \text{sen}\alpha) \dots\dots\dots 1.11.3$$

La ecuación 1.11.4 es el resultado de su ajuste, se expresa de manera similar que la función de una rápida lisa; sin embargo, en la ecuación 1.11.3 cambia el parámetro de rugosidad **Ks** de Nikuradse por la altura geométrica del escalón, en la dirección perpendicular al paramento ( $k = h \cdot \cos\alpha$ ); el ajuste se observa en la figura 1.29.

$$\frac{Li}{K} = 9.8(\text{sen}\alpha)^{0.08} F_*^{0.71} \dots\dots\dots 1.11.4$$

Donde:

$$F_* = \frac{q}{\sqrt{g \text{ sen}\alpha} K^3} \dots\dots\dots 1.11.5$$

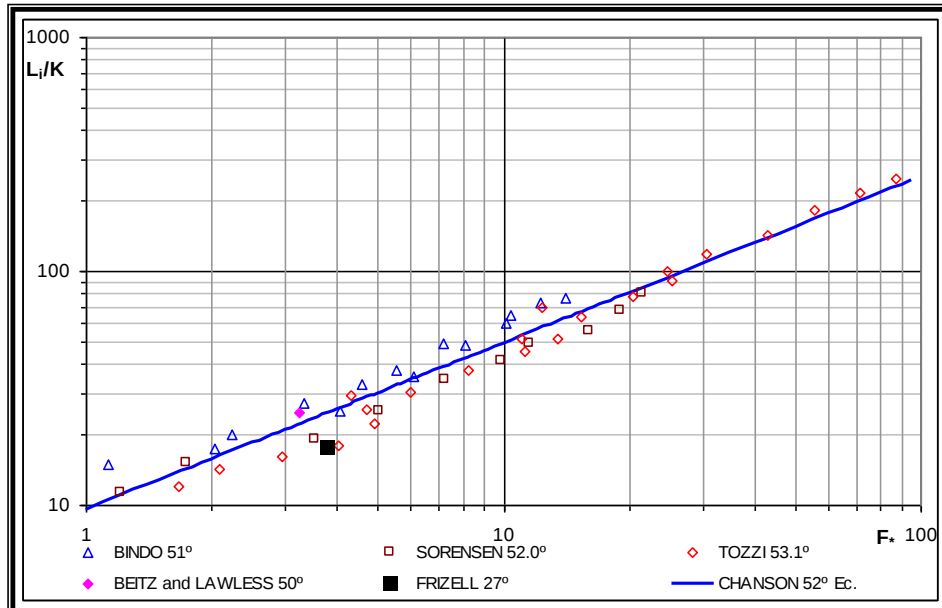


Figura 1.29.- Datos experimentales del inicio de la aireación en una rápida escalonada

La ecuación 1.11.4 fue obtenida de modelos con una rápida escalonada y un ángulo de inclinación de 27° a 52°.

Mateos (1999) propone la ecuación 1.11.6; en la que involucra la rugosidad geométrica de los escalones a partir de su propia altura **h**, además ubica el punto de inicio en relación a la altura máxima del cimacio y el punto medio del escalón en el cual se introduce el aire.

$$\frac{L}{h} = 5.65 \left( \frac{q}{\sqrt{gh^3}} \right)^{0.8} \dots\dots\dots 1.11.6$$

En esta ecuación, ***h*** es la altura del escalón y ***L*** la diferencia de cotas entre la altura del cimacio y la altura media del escalón donde se establece la aireación.

En el 2000, se presenta la ecuación 1.11.7 por parte de Matos, en la que se establece como variable directa el número de Froude rugoso y dos constantes ***a1*** y ***b1***; sin embargo, esta ecuación es aplicable a pendientes alrededor de 1V:0.75H, típicas del paramento aguas abajo de presas de gravedad.

$$\frac{Li}{K} = a_1 F_*^{b_1} \dots\dots\dots 1.11.7$$

El ajuste obtenido por Matos (Ecuación 1.11.8) tiene una correlación de 0.999 con sus datos experimentales, sin embargo, en la figura 1.30 se presentan los datos obtenidos por Matos y se observa la correlación de la ecuación, la cual no se correlaciona a todos los datos experimentales que han determinado otros investigadores.

$$\frac{Li}{K} = 6.289 F_*^{0.734} \dots\dots\dots 1.11.8$$

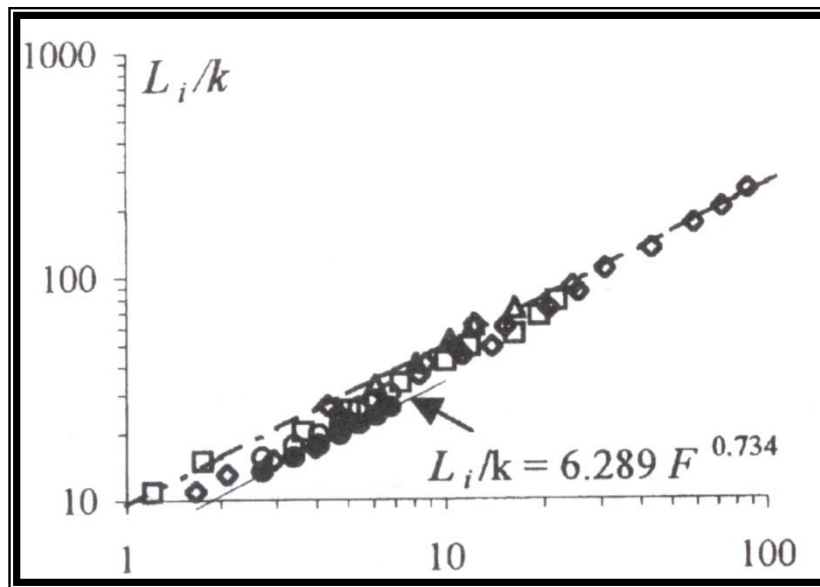


Figura 1.30.- Correlación de la ecuación propuesta por Matos (2000).

Chamani en el 2000, propone una ecuación similar a la ecuación 1.11.7, introduciendo la pendiente del vertedor en la definición del número de Froude rugoso (Ecuación 1.11.9):

$$F_i = \frac{q}{\sqrt{g \left( \frac{h}{l} \right) k^3}} \dots\dots\dots 1.11.9$$

En la cual  $l$  es la longitud del escalón, teniendo como resultado la ecuación 1.11.10; así mismo se presenta la gráfica de ésta y los datos obtenidos experimentalmente en la figura 1.31, en la cual se aprecia una correlación muy fuerte entre la ecuación y los datos obtenidos por Chamani.

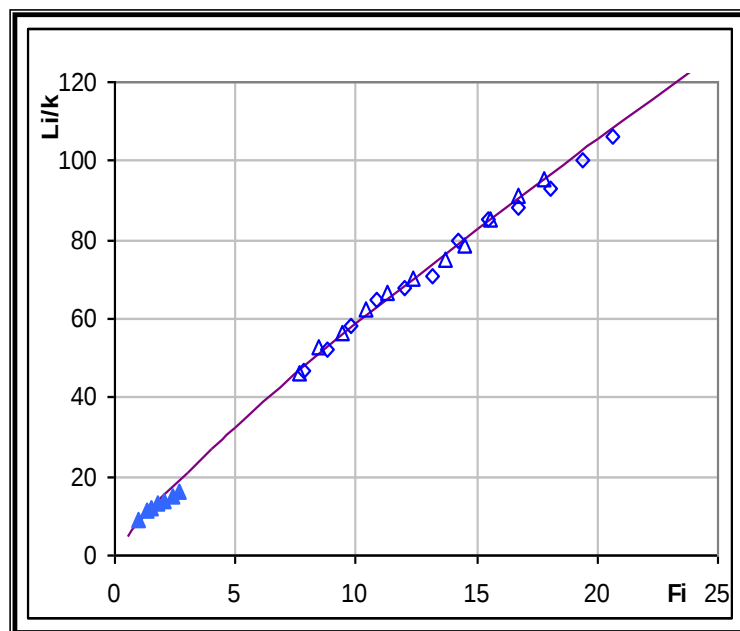


Figura 1.31.- Ecuación de Chamani y datos experimentales para la correlación.

La ecuación 1.11.10, tiene una correlación de 0.995, a sus datos experimentales

$$\frac{Li}{K} = 8.29 F_i^{0.85} \dots\dots\dots 1.11.10$$

Como se vio anteriormente, la ecuación 1.11.7 tiene una mejor correlación si se toma en cuenta el número de Froude expresado con la ecuación 1.11.9; sin embargo, es necesario expresarla para todo el conjunto de datos experimentales, por lo que se determinaron los factores  $Li/k$  y  $F_*$ ; se establecieron los datos existentes y se determinó el

factor  $Fi$  para la nueva ecuación desarrollando la figura 1.32, en la cual se encuentran todos los datos experimentales de algunos investigadores.

Una vez estandarizados los datos se ajustó la ecuación 1.11.7, teniendo como resultado la ecuación 1.11.11.

$$\frac{Li}{K} = 9.6528 F_i^{0.7737} \dots\dots\dots 1.11.11$$

La correlación es de 0.991; esta ecuación se puede observar junto con los datos en la figura 1.32, en la cual el rango de aplicación se puede tomar desde 25° a 55° de inclinación de la rápida, es decir el valor de  $\alpha$ .

Dentro de la figura 1.33, se expresaron las ecuaciones de Chanson, Matos, Chamani y la ajustada en esta tesis a todos los datos (Ecuación 1.11.11), con lo cual se evaluó la correlación de todas las ecuaciones a los datos existentes. En comparativa de las demás ecuaciones, es posible mencionar que la ecuación 1.11.4, también tiene una correlación alta (aproximadamente 0.903), sin embargo, es menor a la encontrada en la ecuación 1.11.11.

La validación de la ecuación se realizó con base en los resultados obtenidos por los autores de la figura No. 1.32, de los cuales se contó con 114 datos experimentales, con diferentes pendientes de rápida y diferentes geometrías de escalones. Es necesario determinar con una ecuación similar a la 1.11.7, el espesor del flujo en el punto de inicio, lográndose con esto un mejor ajuste de las ecuaciones fundamentales en un flujo rasante para un vertedor escalonado con diferentes parámetros de diseño.

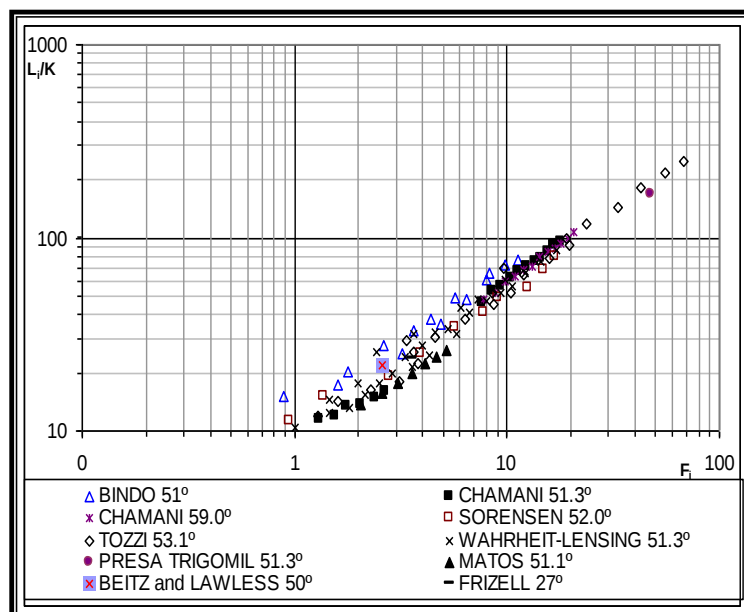
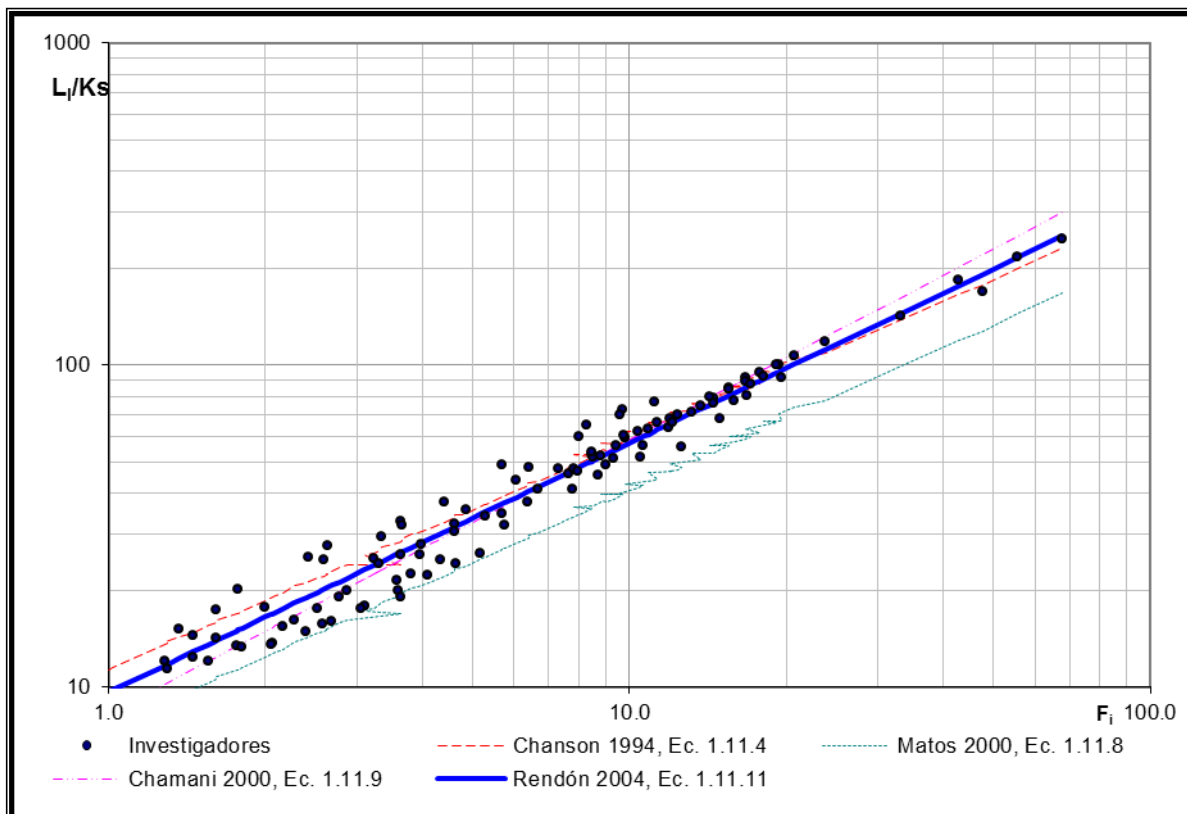


Figura 1.32.- Datos estandarizados para el ajuste de la ecuación 1.9.6.



**Figura 1.33.- Ajuste de datos y presentación de ecuaciones.**

Del análisis realizado, se desprende primeramente que la ecuación 1.11.4 de Chanson tiene una correlación de 0.988, la ecuación 1.11.8 presentada por Matos tiene una correlación 0.999; la ecuación 1.11.10 presentada por Chamani, desarrolla una correlación de 0.995 y la ecuación 1.11.11 desarrollada en esta tesis tiene una correlación de 0.990; sin embargo, sólo la ecuación 1.11.4 y la 1.11.11, se ajustaron a casi todos los datos existentes, y las ecuaciones de Matos y Chamani, se ajustaron sólo a sus datos experimentales teniendo, resultados en su correlación de 0.865 para Matos y 0.972 para Chamani a todos los datos. Finalmente la ecuación 1.11.11 se aplicó a los modelos de los vertedores escalonados que se realizaron en la ESIA, ZAC, confirmando la ubicación de PI.

## 1.12.- Determinación de la profundidad del agua

Otro parámetro que se encuentra en el P.I., es la profundidad o el tirante del agua clara; debido a que se tiene un flujo rápidamente variado en el desarrollo del perfil del agua desde el cimacio hasta la rápida y como se inicia la mezcla de agua-aire en el momento del afloramiento de la capa límite, se puede calcular en el resto de la trayectoria del flujo la concentración media de aire, y si es muy larga la rápida se puede establecer un flujo normal aireado con una concentración de aire constante.

Para el PI, se tiene la ecuación 1.12.1 (Chanson, 1994) que determina el tirante en la sección, ajustándose a datos experimentales obtenidos por él y otros investigadores.

$$\frac{y_i}{K} = \frac{0.4034}{(\sin \alpha)^{0.04}} (F_*)^{0.592} \dots\dots\dots 1.12.1$$

Donde

$y_i$  = es el tirante perpendicular a la pseudo-plantilla.

$\alpha$  = el ángulo de inclinación de la rápida ( $11^\circ \leq \alpha \leq 52^\circ$ )

$F_*$  = es el número de Froude en términos de la altura de rugosidad (1.11.5)

$k$  = altura geométrica del escalón en la dirección perpendicular al paramento.

Por otro lado la ecuación 1.12.2 es ajustada en relación a datos experimentales obtenidos en laboratorio, generando una correlación  $r$  de 0.999, lo que se puede observar en la figura 1.34 (Matos, 2000); sin embargo, esta ecuación es válida para valores alrededor de 1V:0.75H.

$$\frac{y_i}{K} = 0.361(F_*)^{0.606} \dots\dots\dots 1.12.2$$

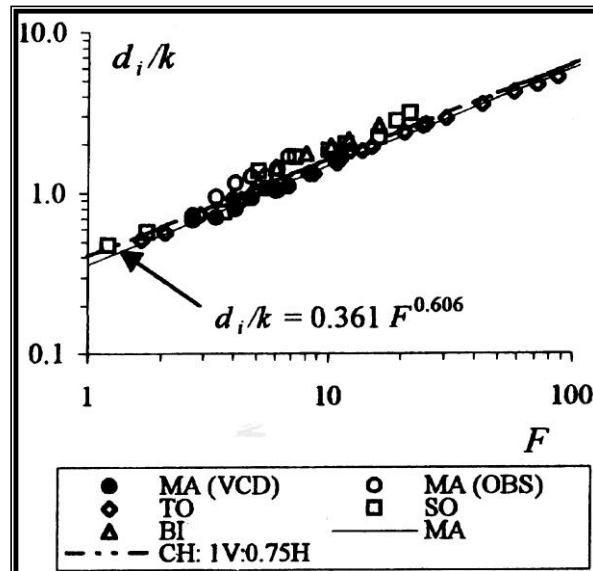


Figura 1.34.- Profundidad del flujo en el PI. (VCD Resultados basados en velocidad y concentración de aire; OBS resultados basados en observaciones; SO Sorensen (1985); BI Bindo (1993); TO Tosí (1992); MA Matos (2000).

La mezcla agua-aire que se obtiene por la autoaireación en una rápida, está formada por una masa líquida con burbujas de aire en la parte más profunda y en la parte superior, por aire con gotas de agua. Como se aprecia en la figura 1.35 (Chanson, 2001).

A la definición de la profundidad de la mezcla agua-aire, se introducen dos magnitudes importantes, que son la distancia perpendicular al fondo del canal  $y_{90}$ , en donde la concentración de aire  $c$  es igual a 90%; y la llamada profundidad de agua clara  $y_w$  perpendicular al fondo, que multiplicada por la velocidad media del agua clara  $V_w$  proporciona el gasto unitario  $q$  por unidad de ancho (Naudascher, 2002):



Figura 1.35.- Flujo de transición y flujo Turbulento en una rápida escalonada, se observa el flujo agua-aire, visto desde la parte superior (Chanson, 2001)

$$y_w = \int_0^{\infty} (1-c) dy \dots\dots\dots 1.12.3$$

Donde

$$q = y_w V_w$$

Si se integra la ecuación 1.12.3 sólo hasta  $y_{90}$ , y se define  $c$  como la concentración media de aire en la profundidad, se obtiene la relación 1.12.4:

$$y_w = (1-\bar{C})y_{90} \dots\dots\dots 1.12.4$$

Debido a que la relación entre la densidad del aire  $\rho_L$  y la densidad del agua  $\rho_w$  es de alrededor 1/700 y a que la velocidad de ascenso de las burbujas de aire con respecto a  $V_w$  es insignificante, se puede suponer que la distribución de velocidad local  $V_w$  del agua es más o menos independiente de la concentración media del aire  $\bar{C}$ . La siguiente ley es la de distribución de velocidades para el flujo uniforme se establece con 1.12.5 (Sánchez, 2004; Matos, 1999), en la que

$$\frac{V_w}{V_{90}} = \left( \frac{y}{y_{90}} \right)^{0.263} \dots\dots\dots 1.12.5$$

Con la ecuación 1.12.6, se establece para vertedores escalonados, un valor independiente de la concentración media de aire, en la cual  $V$  es la velocidad media del agua en m/s, y que puede estimarse por 1.12.7.

$$\frac{V_{90}}{V} = 1.4 \dots\dots\dots 1.12.6$$

$$V = \frac{q}{y} \dots\dots\dots 1.12.7$$

Donde:

$q$  es el gasto unitario en  $m^3/s/m$   
 $(m)$ , que representa la altura ficticia que sería ocupada en un flujo sin aire y es calculada por la ecuación 1.12.4. (Sánchez, 2004; Matos, 1999).

La distribución de la concentración de aire para un flujo autoaereado es muy similar para rápidas lisas como en rápidas escalonadas. Los perfiles de concentración de aire en un modelo reducido, parecen indicar la presencia de una capa límite de espesor cercano a 1.5 cm, resultados obtenidos a las distancias verticales de 0.66m, 1.30m y 2.10m desde el cimacio de un vertedor de 51.3 grados y altura de escalón de 8 cm con un gasto unitario de  $0.1 m^3/(s m)$ (Matos, 2000)

La distribución de la concentración de aire obtenida por Wood (1985) en una rápida lisa, se ajusta mucho a los resultados obtenidos por Matos (2000) en una rápida escalonada, para el mismo ángulo de inclinación.

En la figura 1.36, se presentan los resultados obtenidos por Matos (2000) en un vertedor escalonado con pendiente de 51.13°, altura de escalón de 8 cm y gasto unitario de  $0.1 m^3/(s m)$  y Wood (1984), en una rápida lisa (Matos, 2000).

La determinación de la concentración de aire media de aire puede ser estimada por la ecuación 1.12.8, la cual puede ser aplicada a pendientes menores a 50° y régimen uniforme (Chanson, 1994).

$$\bar{C} = 0.9 \text{sen } \alpha \dots\dots\dots 1.12.8$$

La ecuación 1.12.9, determina también la concentración media de aire para un flujo uniforme aireado, está también conocida como concentración de equilibrio.

$$\bar{C} = 0.76(\sin \alpha)^{0.82} \dots\dots\dots 1.12.9$$

La concentración de aire se establece a partir de la ecuación 1.12.10 (Sánchez, 2004; Chanson, 2002) como:

$$\bar{C} = 1 - \tanh^2 \left( K' - \frac{y}{2DY_{90}} \right) \dots\dots\dots 1.12.10$$

Donde:

$$D' = \frac{0.848\bar{C} - 0.00302}{1 + 1.1375\bar{C} - 2.2925\bar{C}^2} \quad \text{para } \bar{C} < 0.7$$

$$K' = 0.32745015 + \frac{0.5}{D'}$$

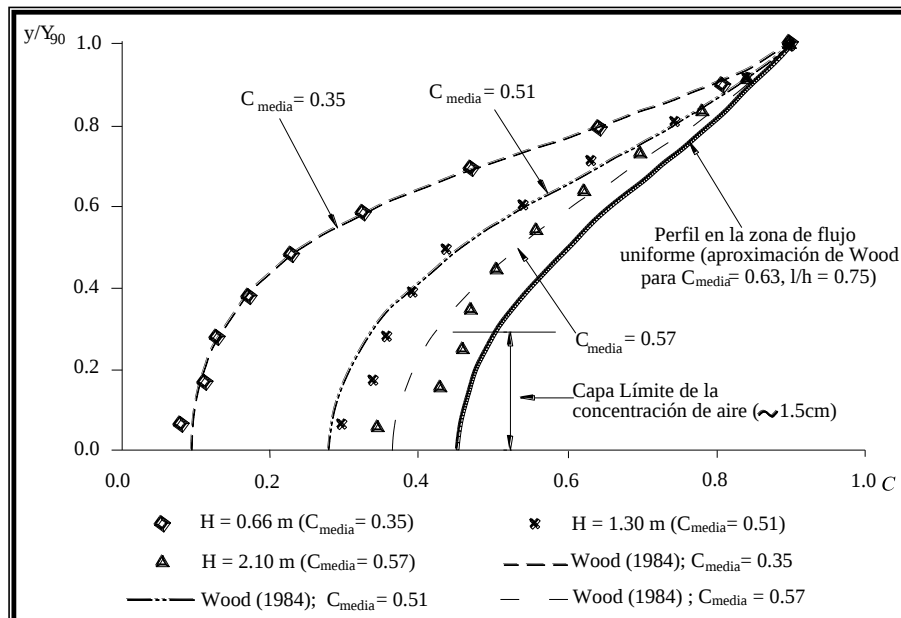


Figura 1.36.- Distribución de concentración de aire en un flujo rasante (Matos, 2000)

Finalmente, cuando el flujo se presenta a una distancia suficientemente lejos del inicio de la rápida, se establecerá el equilibrio entre las fuerzas dinámicas del flujo, es decir se presenta un flujo uniforme aireado, por lo que las principales características del flujo

como la velocidad media, la concentración media del aire, altura de agua y energía específica residual se mantienen constantes.

Las condiciones hidráulicas para la formación del régimen uniforme son difíciles de determinar dado el carácter del tipo de flujo; sin embargo, Boes y Hager (2003) proponen la ecuación 1.12.11, para determinar la altura mínima del paramento **P** necesaria para la formación de régimen uniforme:

$$\frac{P}{y_c} \approx 24(\operatorname{sen} \alpha)^{\frac{2}{3}} \quad \dots\dots\dots 1.12.11$$

Boes (2000) propone una única ecuación (ec 1.12.12) para determinar el tirante de agua en el vertedor a una distancia L de la cresta; esta ecuación está basada en las curvas de remanso propuestas por el autor (Hager y Boes, 2000), obtenidas considerando el régimen gradualmente variado:

$$y(L) = \frac{0.23 \left( \frac{q^2}{g \operatorname{sen} \alpha} \right)^{\frac{1}{3}}}{1 - \left( 1 - \frac{0.23}{\operatorname{sen} \alpha^{\frac{1}{3}}} \right) \exp \left( -0.176 \left( \frac{g \operatorname{sen} \alpha}{q^2} \right)^{\frac{1}{3}} L \right)} \quad \dots\dots 1.12.12$$

Donde L es la distancia sobre la rápida al punto más alto del cimacio; en relación a lo anterior, el autor define que el tamaño del escalón no influye en el valor de la altura equivalente de un flujo uniforme y consecuentemente de la energía específica.

### 1.13.- Pérdidas de energía en un vertedor escalonado

En el Subcapítulo 1.7, se definieron los tipos de flujo que se presentan en un vertedor escalonado; estos tipos de flujo se desarrollan en relación al gasto unitario de vertido, altura de escalón y pendiente de la rápida, a su vez son parámetros que se ven reflejados en las ecuaciones 1.9.1 a 1.9.11; por lo anterior es de esperarse que cuando existe un vertido determinado y una relación **h/l**, se presenta un tipo de flujo y por tal motivo la disipación de energía varía de un tipo de flujo a otro conforme el gasto vertido.

Con ayuda de las figuras 1.19 y 1.26, se establece que la disipación de energía en un FEXE como ya se ha mencionado, ocurre debido al choque y mezcla del flujo, y por la formación de un salto hidráulico en el escalón, por lo tanto la se presenta en la ecuación 1.13.1.

$$\Delta E = E_1 - E_2 \quad \dots\dots\dots 1.13.1$$

Si se toma en cuenta que la pérdida de energía en los escalones intermedios es cercana a la altura del escalón, la pérdida total de energía es igual a la diferencia entre la carga máxima y la carga residual en el final del vertedor; lo anterior se puede expresar de la siguiente manera utilizando la ecuación de la energía:

$$E = y_c \cos \alpha + \alpha_c \frac{v_c^2}{2g}$$

Donde  $\alpha$  es el ángulo de la rápida con respecto a la horizontal,  $\alpha_c$  es el coeficiente de Coriolis; aplicando esta ecuación en la zona 1 y 2 de la figura 1.26 respectivamente, se obtienen las ecuaciones 1.13.2 y 1.13.3.

$$E_1 = \frac{3}{2} y_c + P \quad \dots\dots\dots 1.13.2$$

$$E_2 = y_2 + \frac{1}{2} \frac{y_c^3}{y_2^2} \quad \dots\dots\dots 1.13.3$$

Sustituyendo la ecuación 1.10.5 en 1.13.3 y a su vez esta ecuación y la 1.13.2 en 1.13.1 se tiene que

$$\frac{3}{2} + \frac{P}{y_{CM}} - \frac{\Delta E}{y_{CM}} = 1.66 \left( \frac{y_{CM}}{h} \right)^{-0.19} + \frac{1}{5.5112} \left( \frac{y_{CM}}{h} \right)^{0.38} \quad \dots\dots\dots 1.13.4$$

De la misma manera se llegaría a la ecuación 1.13.5, solamente que se utilizaría la ecuación 1.10.4.

$$\frac{3}{2} + \frac{P}{y_{cm}} - \frac{\Delta E}{y_{cm}} = 0.54 \left( \frac{y_{cm}}{h} \right)^{0.275} + \frac{3.429}{2} \left( \frac{y_{cm}}{h} \right)^{-0.55} \quad \dots\dots\dots 1.13.5$$

De las dos ecuaciones anteriores y estableciendo que en la pendiente que se tiene después de la rápida siempre se desarrollara el tirante conjugado menor, solamente se ahogará el salto hidráulico si la pendiente es menor a la pendiente crítica y el gasto es pequeño; y en este caso se puede presentar el conjugado mayor, con lo cual que se estaría rompiendo la premisa de que el salto hidráulico es claro en todo el desarrollo de la rápida y en los escalones.

Ahora bien, en el caso de que el vertedor tenga un sistema de control de excedencias por medio de una compuerta, en las ecuaciones 1.13.4 y 1.13.5, el parámetro o energía en la sección 1 se cambia de la siguiente forma:

$$\frac{3}{2} + \frac{P}{y_c} - \frac{\Delta E}{y_c} \quad \text{por} \quad \frac{(y_p + P)}{y_c} - \frac{\Delta E}{y_c}$$

Donde  $y_p$  es la profundidad del agua en la sección de la compuerta, considerando dicha sustitución se obtienen las ecuaciones 1.13.6 y 1.13.7

$$\frac{y_p}{y_{CM}} + \frac{P}{y_{CM}} - \frac{\Delta E}{y_{CM}} = 1.66 \left( \frac{y_{CM}}{h} \right)^{-0.19} + \frac{1}{5.5112} \left( \frac{y_{CM}}{h} \right)^{0.38} \dots\dots\dots 1.13.6$$

$$\frac{y_p}{y_{cm}} + \frac{P}{y_{cm}} - \frac{\Delta E}{y_{cm}} = 0.54 \left( \frac{y_{cm}}{h} \right)^{0.275} + \frac{3.429}{2} \left( \frac{y_{cm}}{h} \right)^{-0.55} \dots\dots\dots 1.13.7$$

Por otro lado, se denominó con la letra **A** al conjunto de factores que se utilizaron en la solución de dicha ecuación; así mismo, después del último escalón se puede establecer que si la plantilla sigue siendo horizontal se presenta tanto un  $y_{cm}$  como un  $y_{CM}$ , por lo que las dos ecuaciones son aplicables; sin embargo, si la pendiente es diferente de cero sin considerar que sea negativa y que sea mayor a la crítica, solo es posible que se presente un  $y_{cm}$ , además como la premisa fundamental es que se desarrolle un salto hidráulico en los escalones, esto implica que en el último también se desarrolle y por consiguiente la ecuación 1.13.4 es aplicable siempre y cuando el salto hidráulico sea claro y al pie del vertedor, finalmente y respecto a lo anterior, las ecuaciones de aplicación son:

$$A = \frac{3}{2} + \frac{P}{y_c} - \frac{\Delta E}{y_c} \quad \dots\dots 1.13.8 \quad \text{Para vertido libre}$$

y

$$A = \frac{y_p}{y_c} + \frac{P}{y_c} - \frac{\Delta E}{y_c} \quad \dots\dots\dots 1.13.9 \quad \text{Para vertido controlado}$$

Sustituyendo lo anterior, se llegará a las siguientes ecuaciones:

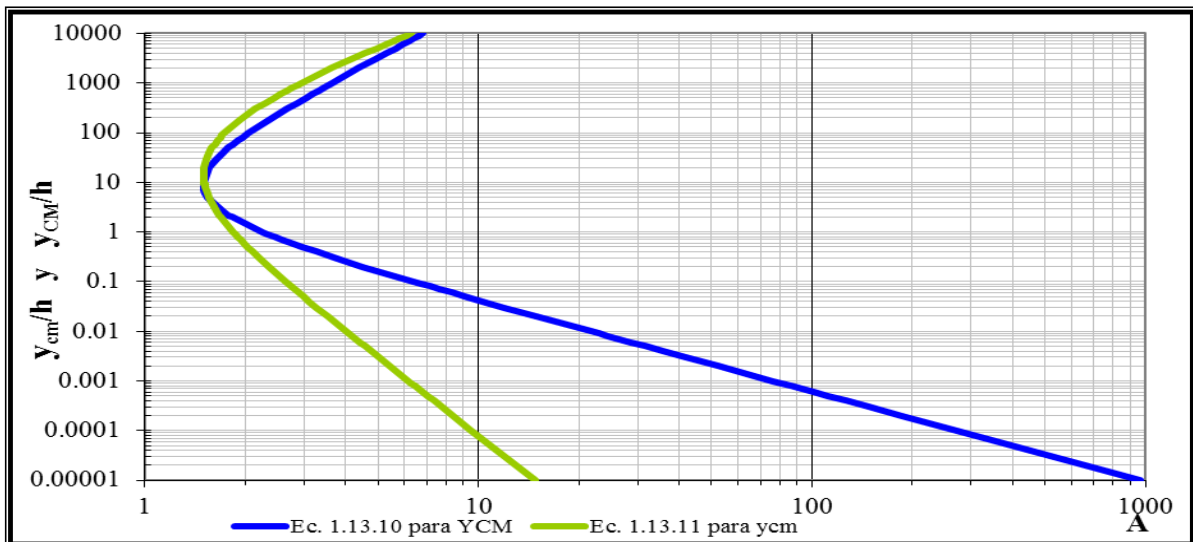
$$A = 1.66 \left( \frac{y_{CM}}{h} \right)^{-0.19} + \frac{1}{5.5112} \left( \frac{y_{CM}}{h} \right)^{0.38} \dots\dots\dots 1.13.10$$

$$A = 0.54 \left( \frac{y_{cm}}{h} \right)^{0.275} + \frac{3.429}{2} \left( \frac{y_{cm}}{h} \right)^{-0.55} \dots\dots\dots 1.13.11$$

En las ecuaciones 1.13.10 y 1.13.11, es necesario tener en cuenta y no confundir que el parámetro A está en función de la descarga del vertedor; es decir, si es controlado por compuertas o si es de vertido libre

En la figura 1.37 se presenta la gráfica de las ecuaciones 1.13.10 y 1.13.11 en función del parámetro A.

Realizando un análisis de estas gráficas, fue necesario ubicar los límites de aplicación en los cuales se presenta un FEXE, es decir las fronteras entre un FEXE y un FRAS, por lo que se establecieron las figuras 1.38 y 1.39; donde se involucran ambos tipos de flujo y frontera; en estas figuras, se presentan las ecuaciones sobrepuestas en el umbral de cambio entre un FEXE y un FRAS; los límites en los cuales se realiza el análisis de la ecuación 1.13.10 y 1.13.11 que fue desarrollada para un FEXE y de esta manera nos permite presentar esta gráfica de manera más fácil.



**Figura No. 1.37.- Gráfica de las ecuaciones 1.13.10 y 1.13.11 con respecto al factor A**

En relación a las figuras 1.38 y 1.39, éstas están graficadas para un FEXE en un vertedor por lo que se pueden limitar solamente al rango en el cual se establecieron los límites entre los flujos; por otro lado, cuando el flujo llega al pie del vertedor tiene un tirante  $y_{cm}$  y dependerá de la pendiente del canal de salida si se presenta en una longitud cercana al pie del vertedor un tirante  $y_{cm}$ , por lo que se establece a la figura 1.40 para el diseño de un vertedor escalonado con flujo Escalón por escalón.

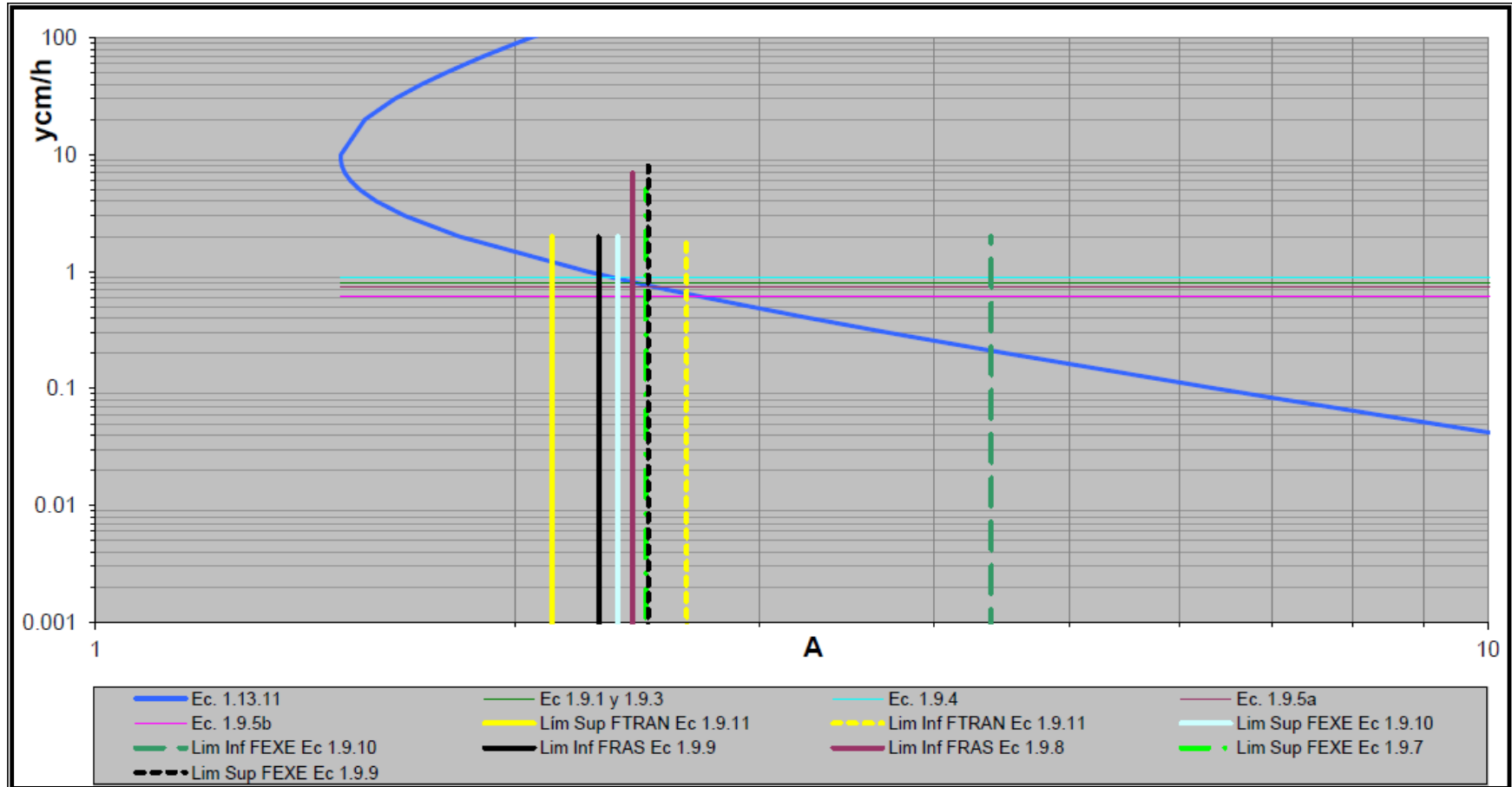


Figura No. 1.38.- Gráfica de la ec 1.13.11 vs Factor A, considerando un  $y_{cm}$  al final de la rápida.

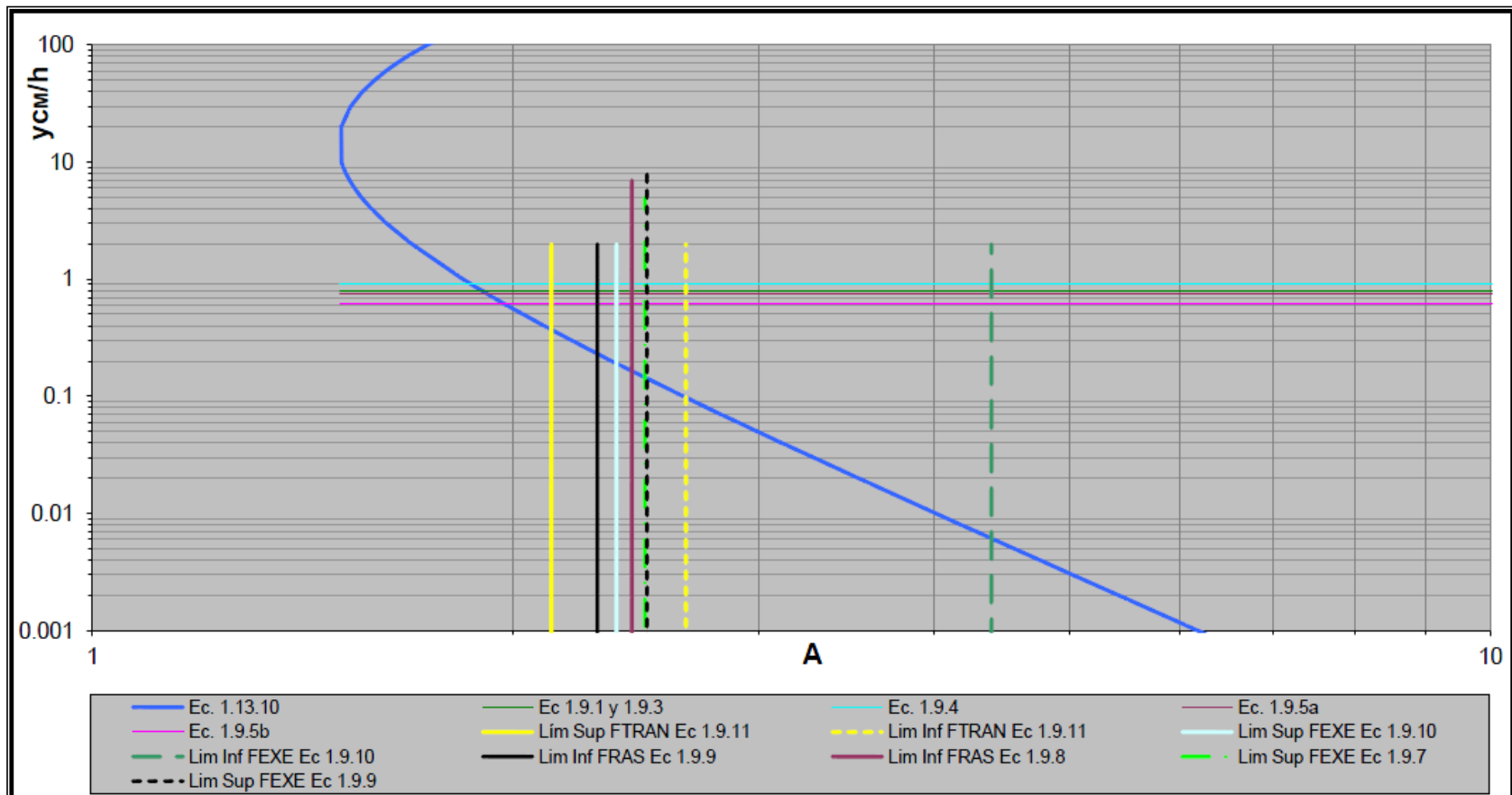


Figura No. 1.39.- Gráfica de la ecuación 1.13.10 vs Factor A, considerando un  $y_{CM}$  al final de la rápida.

También es posible establecer un ángulo inicial en la rápida, situación que depende del conocimiento del terreno y la topográfica que se tenga en los taludes, estas rápidas son comunes en presas de materiales graduados, principalmente porque sus obras de excedencias se encuentran fuera de la cortina. Figura No. 40.

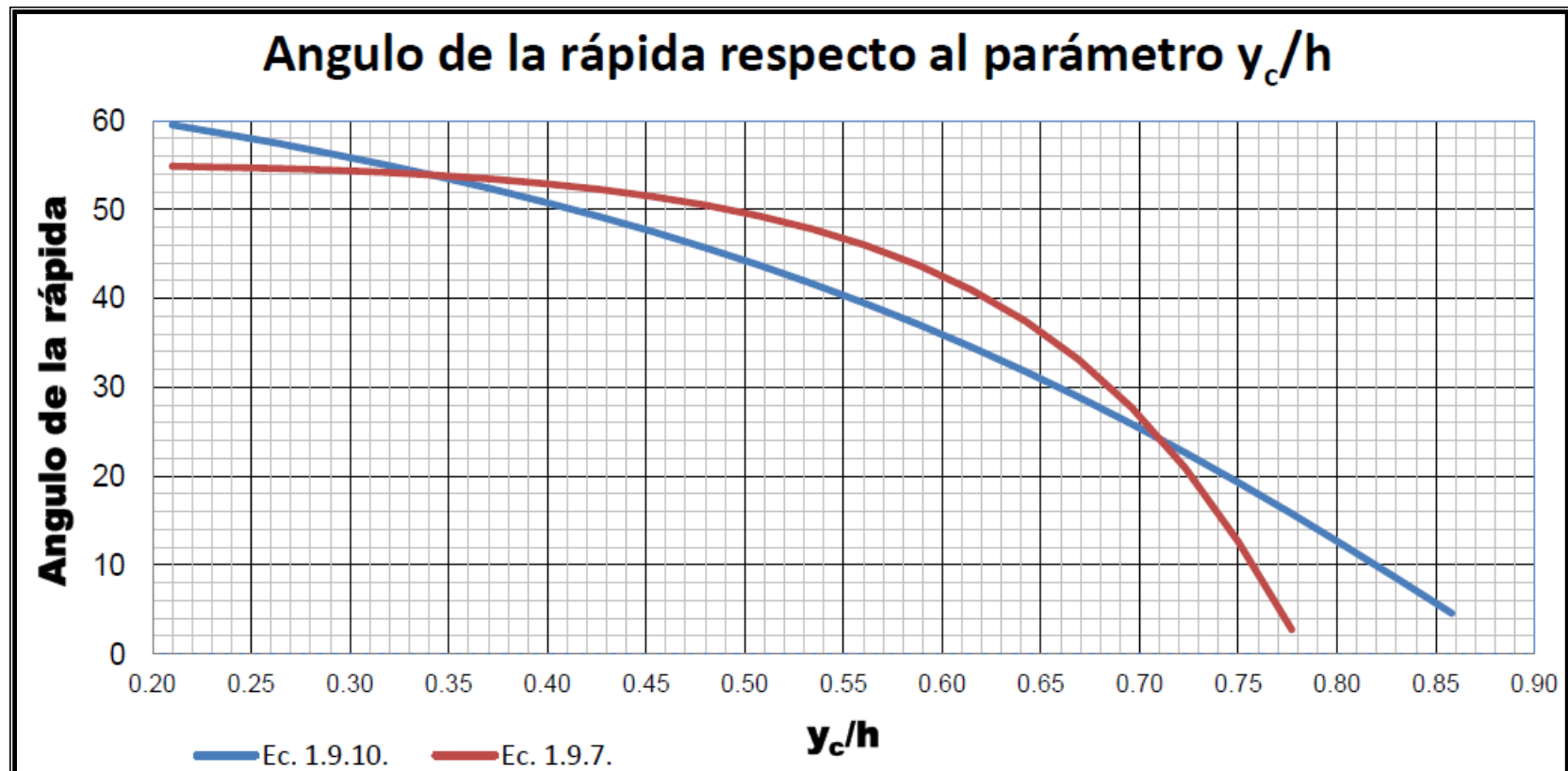


Figura No. 1.40.- Gráfica de la ecuación 1.13.6 vs Factor A, considerando un  $y_{CM}$  al final de la rápida.

Para limitar la gráfica de la figura 1.41 se tomó el valor de 0.74, esto se realizó porque 3 de los autores, se sitúan en este punto para definir el termino de un FEXE y el inicio de un FRAS, aun cuando Chanson lo ubica este punto dentro de un FTRANS; las ecuaciones que finalmente se utilizaron en el cálculo, son las de Ohtsu & Yasuda (Ec 1.9.7) (1999) y el límite propuesto por Sánchez (Ec 1.9.9) (2001).

El gasto unitario de vertido en relación con la geometría del escalón es un factor que interviene en la disipación de energía en forma interrelacionada con la altura de la presa, así en presas de pequeña altura, para grandes gastos con pequeños escalones las pérdidas de energía son similares a las obtenidas en un vertedor convencional (Mateos, 1997).

Lo anterior queda definido por la siguiente relación:

$$\frac{P}{y_c} < 10 \dots\dots\dots 1.13.12$$

Sandeep y Ramesh (2000), sugieren que se adopte un vertedor escalonado cuando la relación de la ecuación 1.13.13, se cumpla.

$$\frac{P}{y_c} < 8 \dots\dots\dots 1.13.13$$

Donde en las ecuaciones 1.13.12 y 1.13.13

Hp es la altura de la presa  
 $y_c$  es el tirante crítico

Las ecuaciones 1.13.12 y 1.13.13, definen directamente para valores menores a 8 y 10, la disipación de energía obtenida es similar a la pérdida de energía de un vertedor de rápida lisa y por tanto resulta necesario estudiar otro tipo de disipador.

Si se estudia de manera separada el aire y al agua, es claro que los efectos debidos a los esfuerzos son mucho menores en el primero que en el segundo, tomando en cuenta esta premisa, un flujo altamente aireado reduce considerablemente los esfuerzos cortantes en el interior del fluido, por lo que el coeficiente de fricción de Darcy-Weisbach es diferente para el flujo con alto contenido de aire.

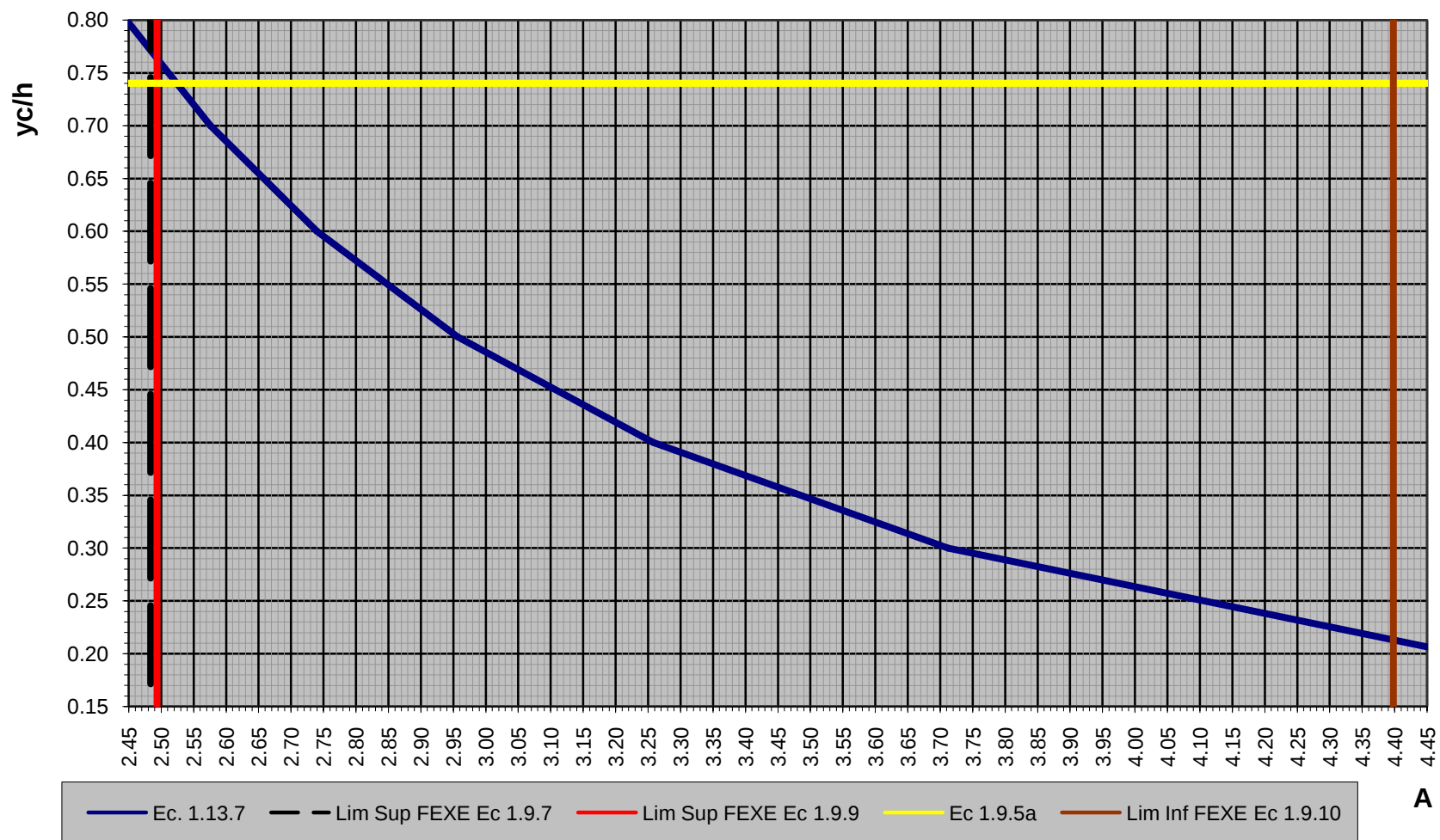


Figura No. 1.41.- Ecuación 1.13.8 y las fronteras de un FEXE

La ecuación 1.13.14 establece el coeficiente de fricción para el flujo aireado en función del coeficiente de fricción para un flujo no aireado y la concentración media de aire (Chanson, 1994)

$$\frac{f_e}{f} = 0.5 \left( 1 + \tanh \left( 0.628 \frac{0.514 - \bar{C}}{\bar{C}(1 - \bar{C})} \right) \right) \dots\dots\dots 1.13.14$$

Donde:

$\bar{C}$  es la concentración media de aire

La ecuación 1.13.15 (Chanson, 2002B), obtiene el coeficiente de fricción para el flujo aireado ( $f_e$ ); sin embargo, difiere a la anterior propuesta debido a que en esta no se tiene el factor de fricción para un flujo no aireado.

$$f_e = 0.124 \left( 1 + \tanh \left( 2.5 \frac{0.5 - \bar{C}}{\bar{C}(1 - \bar{C})} \right) \right) \dots\dots\dots 1.13.15$$

La ecuación anterior es válida para:

$$0.38 < \bar{C} < 0.57$$

Para un diseño preliminar de un vertedor escalonado es posible utilizar factores de

$$f_e = 0.07$$

$$f_e = 0.1$$

El primero de los factores fue proporcionado por Boes et al en el 2000 y el segundo por Matos 1999; y (Sánchez, 2004); utilizando nuevamente la ecuación de la energía aplicada en las zonas 1 y 2 para un flujo rasante; en la que  $\alpha$  sigue siendo el ángulo de la rápida con respecto a la horizontal y  $\alpha_c$  es el coeficiente de Coriolis; además si la rápida es

lo suficientemente larga entonces se establece un flujo uniforme y la energía que se tiene al final del vertedor queda definida por la ecuación 1.13.16.

$$A = \left( \frac{f_e}{8 \sin \alpha} \right)^{\frac{1}{3}} \cos \alpha + \frac{\alpha_c}{2} \left( \frac{f_e}{8 \sin \alpha} \right)^{\frac{-2}{3}} \dots\dots\dots 1.13.16$$

En la cual A sigue teniendo los parámetros de vertido libre y vertido controlado sobre el cimacio de las ecuaciones 1.13.10 y 1.13.11.

La ventaja de la disipación de energía se puede ver claramente en la figura No. 1.42, en la cual, se comparan las velocidades medias al pie del vertedor entre una rápida lisa y una rápida escalonada (Sánchez 2001). Estas velocidades fueron estimadas a partir de la ecuación de continuidad midiendo el tirante al pie de la rápida.

Lo anterior pone de evidencia directa que las velocidades son menores cuando existen escalones y que tienden a aumentar conforme se aumenta el gasto; por lo que el utilizar escalones como disipadores de energía, disminuyen un tercio la velocidad lo que supone que la energía sea nueve veces inferior.

Aun cuando los vertedores con rápida escalonada generan que las velocidades sean menores y tienden a aumentar la velocidad conforme aumenta el gasto en la misma configuración de escalones, finalmente existirá un gasto para el cual no se presente una disipación de energía sea similar a la de una rápida lisa.

Esto finalmente es un punto de discusión en el diseño del vertedor, debido a que en general se establecería que para gastos unitarios superiores a 15 m<sup>3</sup>/s m los escalones sean de una dimensión mucho mayor a la generalidad y sean inadecuados para el comportamiento físico de la misma presa; o el caso contrario que los escalones sean de una geometría inferior a la generalidad que cuando el gasto máximo pase sobre la obra de excedencias, el comportamiento de esta sea similar a la de una rápida lisa.

En principio debemos de establecer que existe una pérdida de energía cinética a energía calorífica, debido al trabajo que realizan las fuerzas viscosas, sin embargo esta energía puede ser considerada como una pérdida para el sistema, lo que se visualiza como una disipación de energía.

Por otro lado la energía disipada en forma local, se presenta cuando el flujo choca con los escalones y genera vórtices en las aristas internas del escalón. La pérdida local de energía se origina primordialmente por efecto de los esfuerzos internos de corte, que se producen en zonas de separación de flujo.

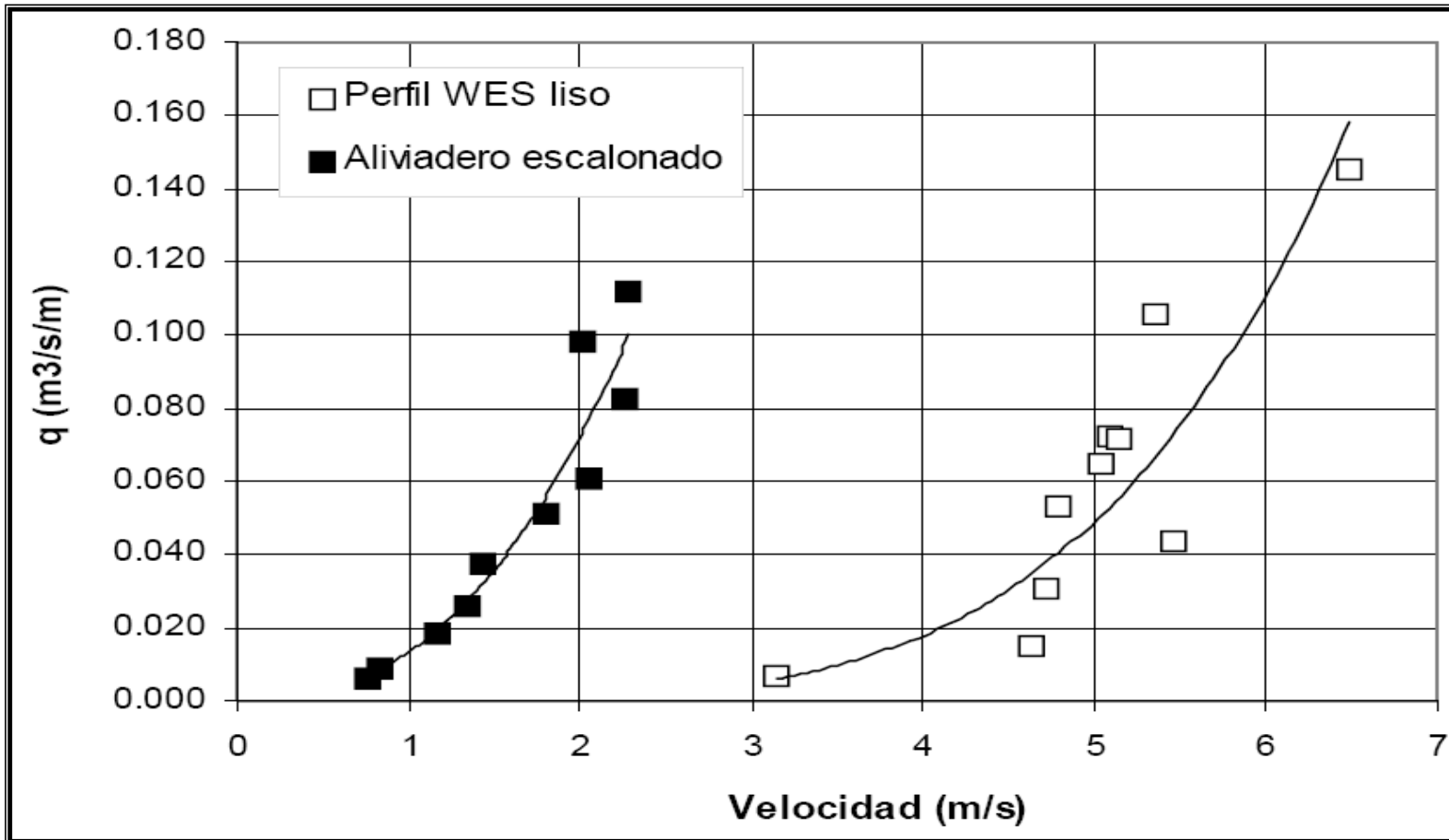


Figura 1.42.- Velocidades al pie del vertedor para un modelo escalonado a escala 1/25 de un prototipo con una pendiente 0.78:1, y peldaños de  $h=0.61$  m (puntos blancos) y para uno no escalonado (puntos negros). Resultados a nivel de prototipo. (Sánchez, 2001).

Si tomamos en cuenta para la pérdida de energía que el número de Reynolds en la corriente es tan grande, que el efecto de la viscosidad se concentra en una zona muy delgada que inicia en el cimacio y se desarrolla conforme el flujo aumenta su velocidad, se le conoce como capa límite.

Durante la descarga de la obra de excedencias el volumen a desalojar se puede realizar en un tiempo determinado y que durante este instante el flujo puede alcanzar un flujo uniforme en la rápida, el efecto de la viscosidad lo podemos definir como:

Flujo Laminar (por lo general, para  $Re < 500$ )

Flujo Turbulento (por lo general, para  $Re > 500$ )

Donde el número de Reynolds **Re** se define con el radio hidráulico de la sección y este a su vez se expresa por la siguiente ecuación:

$$\text{Radio hidráulico} = \frac{\text{Área hidráulica}}{\text{Perímetro Mojado}}$$

Sin embargo se puede establecer que esta clasificación se presenta exclusivamente para flujos turbulentos.

Por lo anterior, y por el efecto directo que se tiene en una rápida, se debe realizar una consideración en la clasificación con respecto a la gravedad, o bien las condiciones de control gobernadas por ella.

Es decir, la relación de las fuerzas de inercia con respecto a las fuerzas de gravedad, que es lo que se conoce como Número de Froude.

$$Fr^2 = \frac{\text{Fuerza de inercia}}{\text{Fuerza gravitacional}} = \frac{v^2}{g \frac{\text{Área}}{\text{Ancho de la superficie libre}}} \quad \dots\dots 1.13.17$$

Como se establece anteriormente, el número de Froude clasifica el flujo sobre una sección de la siguiente manera:

Flujo Subcrítico (por lo general, para  $Fr < 1$ , o bien,  $y_n > y_c$ )

Flujo Supercrítico (por lo general, para  $Fr > 1$ , o bien,  $y_n < y_c$ )

El límite directo del número de Froude, entre las dos clasificaciones del flujo se presenta cuando la igualación es la unidad, es decir  $Fr = 1$ , para lo cual la velocidad de propagación de las ondas elementales es igual a la velocidad media de la corriente.

Velocidad de Propagación de las ondas elementales es:

$$c = \sqrt{g \frac{\text{Área de la Sección}}{\text{Ancho de la superficie libre}}} = \text{Velocidad media de la corriente}$$

De lo anterior se establece que en la sección se pueden presentar:

- Un Flujo Estable, sin ondas de Froude

ó

- Un Flujo Inestable, con ondas de Froude

En caso de flujo en canales de pendiente extremadamente fuerte, que son los típicos ejemplos de las rápidas lisas y las rápidas escalonadas, el flujo alcanza con suma rapidez velocidades tan grandes que se produce la mezcla de agua-aire en la masa del agua antes de que se puedan formar las ondas de Froude. Lo anterior dificulta el cálculo de este tipo flujo, es sobre todo, la formación de la capa límite en el cimacio y el inicio de la rápida del vertedor y el hecho de que la superficie libre del agua está tan fuertemente ondulada por el efecto de la turbulencia, independientemente de que este sea escalonado o no.

Además de lo anterior, se debe de tomar en cuenta que la admisión de aire en el agua y la formación de la mezcla agua-aire se diferencian de manera notable de aquellas en las cuales no existe la introducción de aire.

Independientemente de las condiciones de construcción o estructurales, la rápida escalonada permite un incremento significativo de la proporción de energía que se disipa en su paso por los escalones respecto de la rápida lisa. Esto repercute de manera significativa en las estructuras finales en la rápida, como son las piscinas de disipación de energía, las cuales se reducen en sus características geométricas y que son característicos de presas de sección gravedad.

Lo anterior impulsa de manera significativa que la disipación de energía en el flujo sea uno de los aspectos hidráulicos más importantes, estudiados y analizados en los vertedores de rápida escalonada.

Por otra parte, se puede establecer como premisa, que en vertedores escalonados la disipación de energía depende de la altura de la presa pudiéndose decir que a mayor altura mayor disipación. También el gasto unitario circulante en relación con el tamaño del escalón es un factor que influye en la disipación de energía en forma interrelacionada con el anterior, así en presas de pequeña altura para grandes gastos con pequeños escalones las pérdidas de energía son similares a las obtenidas en un vertedor de rápida lisa convencional.

Una vez establecidas estas premisas, y en relación con las pruebas realizadas en el Laboratorio de Hidráulica de la ESIA U. P. Zacatenco, sobre un modelo reducido de la Presa Derivadora Las Blancas en Tamaulipas, se puede añadir que para relaciones:

$$\text{Altura de presa / Tirante crítico} < 10$$

La disipación de energía es similar a la obtenida en un vertedor liso (Mateos, 1994) y es por lo tanto necesario pensar en otro tipo de dissipador de energía.

Sánchez (2001), describe como Lejeune et al. (1994) analizan la variación de la energía cinética a lo largo de toda la estructura, frente a un gasto específico circulante. Dicha estructura consistía en un típico vertedor de cresta tipo Creager al cual se le instaló una rápida escalonada con 34 escalones, y cada escalón tenía una altura de 3.81 cm y una pendiente de la rápida de 1v:0.8h con un gasto de 0.177 m<sup>3</sup>/s m.

Sus observaciones definieron los siguientes puntos:

- En el Extremo agua arriba del vertedor, incluyendo la transición a los escalones con geometría constante, se caracterizaba por un bajo gradiente de energía, debido a que el flujo no ha ganado aún suficiente velocidad. En esta región, por tanto los efectos de fricción podrán considerarse despreciables. En estas observaciones destacan que esta región se hace mayor para caudales mayores.

- Definen la zona donde la capa límite turbulenta alcanza la superficie libre. En Esta zona el gradiente es más importante ya que corresponde al punto de inicio de la aireación.
- A partir del punto de entrada de aire, el flujo se desarrolla rápidamente hasta alcanzarse un régimen uniforme. En esta zona el gradiente de energía disminuye y pasa a ser prácticamente constante. Establecen que ello es, parte, debido a que la velocidad del flujo es una velocidad aparente de una mezcla aire agua y asocian esta zona, por tanto, al establecimiento de un flujo casi uniforme.

Lo anterior expresado se visualizo en el modelo a escala, construido en el Laboratorio de Hidráulica de la ESIA U.P. Zacatenco del vertedor escalonado de la presa derivadora Las blancas en Tamaulipas. Figura (1.42.A).

En La Figura 1.42.A, se puede visualizar que la región uno es una zona de flujo con un aspecto transparente, en ella el desarrollo de la capa limite laminar no ha llegado a tocar la superficie libre del agua y definir el punto de inicio de la aireación, así mismo, la velocidad de propagación de las ondas de Froude no han alcanzado directamente la velocidad media de la corriente, por lo que esta zona se puede caracterizar como un flujo estable.

La rugosidad de los escalones comparativamente con el gasto ensayado, permite que el punto de inicio de la aireación se presente aguas debajo de los escalones ya completamente desarrollados, en los cuales ya se puede visualizar una vorticidad en las aristas internas del escalón.

En la zona de la región dos, se aprecia el punto de inicio de la aireación. En este punto la capa límite turbulenta ha alcanzado la superficie libre y los vórtices se presentan en los escalones subsecuentes, visualizando que en los primeros de ellos todavía se puede establecer una pequeña fluctuación en su completo desarrollo; es decir, su aparición es errática directamente si se encuentran por debajo del inicio de la aireación.

En este punto y debido a que la turbulencia generada en el flujo define la entrada de burbujas de aire en la rápida, el choque del flujo en los escalones, el incremento del tirante por este aire, la generación de vórtices en las aristas internas del escalón y la velocidad del flujo, generan la disipación mayor de energía de la rápida.

En la zona de la región tres, ya es posible establecer un flujo casi uniforme completamente aireado, el cual define ya un disipación de energía constante a lo largo de lo que resta de la rápida. Una de las particularidades de este flujo es que la aireación en el

mismo ya define vórtices con contenido de aire casi permanente, en la mayoría de los escalones se puede observar el mismo tipo de vórtice.



**Figura 1.42.A- Regiones de disipación de Energía en un vertedor escalonado. Modelo a escala de la Presa Derivadora Las Blancas en Tamaulipas. ESIA U.P. Zacatenco. Laboratorio de Hidráulica.**

Los vórtices generados en los escalones, se presenta un flujo errático también, este en general y por la velocidad de giro del vórtice, admite burbujas de aire y a su vez por la velocidad del flujo sobre la Pseudo plantilla también arrastra a las burbujas que anteriormente ingresaron en la aristas internas del escalón.

En el modelo construido se pudo visualizar que tanto el ingreso como la extracción del aire se presentaba constantemente y permanente, por lo que en estricto sentido del experimento, las presiones que se presentan en las aristas de los escalones son en la actualidad punto de interés de muchos investigadores y líneas nuevas de investigación.

De manera análoga, Chanson (1994), define también la idea de que los escalones actúan como una rugosidad adicional, y que la energía se disipa directamente al mantener los vórtices horizontales de manera estable bajo el fondo virtual que se desarrolla en la Pseudo plantilla que se forma en las esquinas de las aristas exteriores de todos los escalones.

Dichos vórtices, se mantienen a través de la transmisión de tensión cortante turbulenta entre el flujo rasante y el gasto unitario en el escalón. Asumiendo que se llegara a formar un flujo uniforme completamente desarrollado.

Como anteriormente se ha comentado, si la rápida es suficientemente larga para alcanzarse el régimen uniforme, se puede definir la proporción de la energía específica residual por la energía específica correspondiente al flujo potencial, en una determinada sección de la rápida, Chanson, (1994), (Ver figura No.1.26):

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\left(\frac{f_{eq}}{8\text{sen}\alpha}\right)^{\frac{1}{3}} \cos\alpha + \frac{\alpha_d}{2} \left(\frac{f_{eq}}{8\text{sen}\alpha}\right)^{-\frac{2}{3}}}{\frac{H}{y_c} + 1.5} \quad \dots\dots\dots 1.13.18$$

Donde:

$E_1$  = Es la energía total máxima disponible

$E_2$  = Es la energía que se tiene en el final de la rápida.

$F_{eq}$  = Es el coeficiente de Fricción de Darcy-Weisbach de la mezcla aire-agua.

$H$  = Es el desnivel entre el punto más alto del cimacio al pie de la rápida.

$\alpha$  = Es el ángulo de la rápida respecto de la horizontal.

Christodoulou (1999) afirma que las pérdidas de energía son mayores cuantos más escalones haya en la estructura, aumentando la importancia del número de éstos cuanto mayor sea el caudal unitario. Es pues importante para un correcto diseño del vertedor que el FRAS se encuentre completamente desarrollado antes de alcanzar el pie de la rápida.

Ohtsu et al. (2000) sugiere, de acuerdo con sus datos experimentales, el valor de:

$$H/y_c = 28 \quad \dots\dots\dots 1.13.19$$

Para inclinaciones de rápidas con un ángulo de  $\alpha = 50^\circ$  para que se alcance el régimen uniforme.

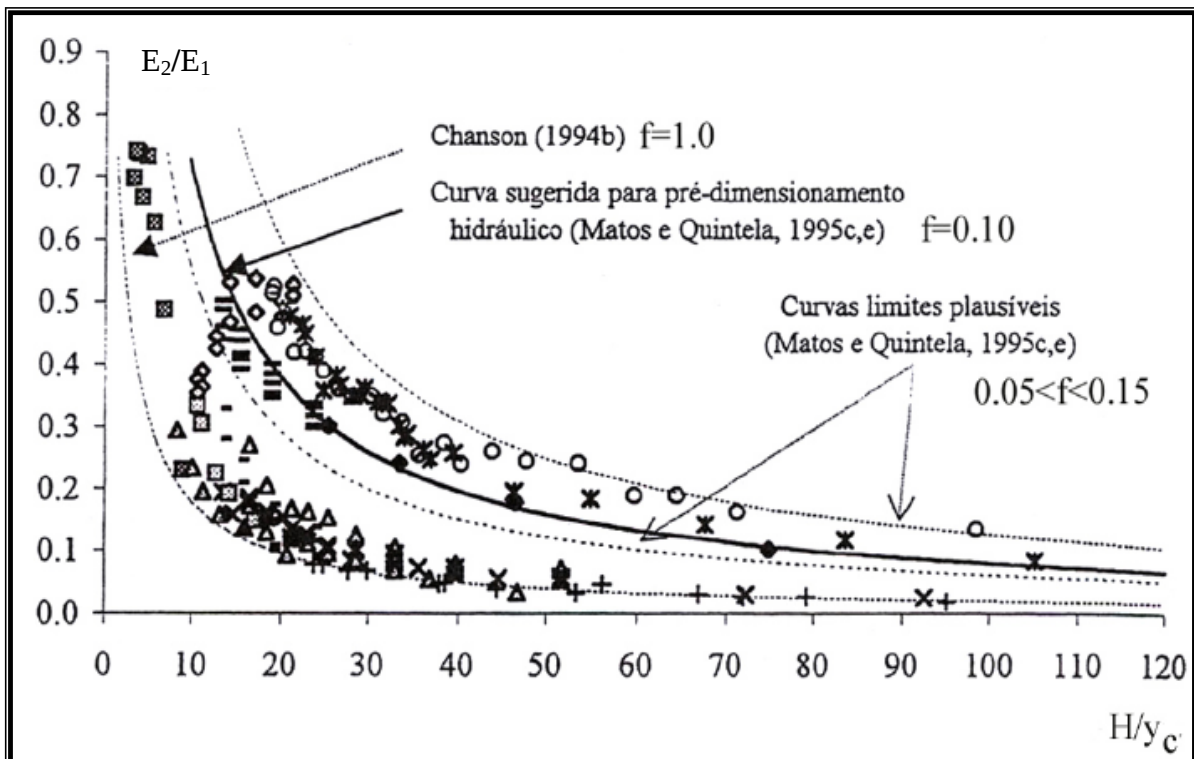


Figura 1.42.B- Energía específica al pie de rápida, datos experimentales y curvas de regresión propuestas por Matos y Quintanela (1995), de límites aproximados de  $0.05 < f < 0.15$  ( $f=0.1$ ) y por Chanson (1994,  $f=1$ ) (adaptado de Matos 1999)

Matos (2000) en un vertedor con una rápida de  $\alpha = 53^\circ$  considero que para:

$$H/y_c > 30 \quad \dots 1.13.20$$

La tasa de crecimiento de la concentración media del aire era poco significativa pudiendo considerarse que el flujo era casi-uniforme.

Pegram et al (1999) con base en la evaluación de la altura conjugada del resalto hidráulico, verificó que su valor no cambiaba, en el rango de caudales ensayados

$$y_c = 0.69 \text{ a } 3.63\text{m}$$

Para alturas de presa superiores a 50 m. Este valor es definido:

$$H/y_c = 13.77 \quad \dots 1.13.21$$

Es algo inferior al obtenido por los autores anteriores.

Más recientemente Boes y Hager (2003) sugieren que el régimen uniforme se alcanza para:

$$H/y_c > 15 - 20 \quad \dots 1.13.22$$

Y justifica la diferencia con otros autores debido al comportamiento asintótico de las curvas de remanso y los criterios considerados para definir el alcance de régimen uniforme.

Caso en que el régimen uniforme no sea alcanzado:

$$H/y_c < 15 - 20 \quad \dots 1.13.23$$

La energía residual debe ser estimada a partir de la ecuación 1.13.24.

$$E_2 = y_2 \cos \alpha + \alpha_c \frac{v_2^2}{2g} = y \cos \alpha + \alpha_c \frac{q^2}{2gy_2^2} \quad \dots \quad 1.13.24$$

El valor de la altura equivalente (y) puede ser calculado realizando los cálculos del régimen gradualmente variado:

$$\frac{dE}{dS} = \sin \alpha - S_f \quad \dots\dots\dots 1.13.25$$

O recurriendo a modelos teórico-experimental existentes.

También se puede calcular la energía residual, a través de la expresión propuesta por Boes y Hager (2003):

$$\frac{E_2}{E_1} = \exp \left[ \left( -0.045 \left( \frac{k_s}{Rh} \right)^{0.1} (\sin \alpha)^{-0.8} \right) \frac{H}{y_c} \right] \quad \dots\dots\dots 1.13.26$$

Donde:

Rh es el radio hidráulico de la sección y se determina con la altura del régimen uniforme que se obtiene de la siguiente expresión:

$$\frac{y_n}{y_c} = 0.215 (\sin \alpha)^{-\frac{1}{3}} \quad \dots\dots\dots 1.13.27$$

Donde:

$y_c$  es el tirante crítico.

$y_n$  en el tirante normal en la sección del flujo uniforme.

Una usual evaluación de la capacidad de disipación de energía de un vertedor con rápida escalonada es realizar su comparación con la que ocurriría en una rápida lisa de igual pendiente y altura. Una forma de realizar esto es relacionando la relación de disipación de energía en la rápida lisa con los resultados de la rápida escalonada.

Pegram et al.(1999) calculan la esta proporción pero calculando la energía específica al final de la rápida escalonada ( $E_2$ ):

$$PED_{esc} = \frac{E_2^{lisa} - E_2^{esc}}{E_2^{lisa}} \quad \dots\dots 1.13.28$$

Donde:

PED es la proporción de energía disipada referida a la disipación que se obtiene en una rápida lisa.

$E_2$  = es la energía que se tiene al pie de la rápida escalonada o de la rápida lisa.

En este caso  $E_2 < E_{pend}$ , debido a las pérdidas de energía en la transición de la rápida escalonada con la piscina de disipación de energía.

Si el salto hidráulico se forma cerca del pie de la rápida escalonada de tal manera que el salto hidráulico no se ahogue, entonces los valores de  $E_2$  y  $E_{pend}$  serán muy próximos (Pegram, 1999).

Los resultados obtenidos por Pegram (1999) son los que más se acercan a la realidad, debido él no toma en cuenta la altura característica del flujo, y esto implica que otros autores no han tomado en cuenta que el flujo en la rápida se encuentra aumentado por la presencia de aire en el mismo, lo cual si se considera se está subestimando el valor del tirante al pie de la rápida escalonada.

La disipación de energía en vertedores escalonados y el comportamiento del mismo implica que cuando el flujo se encuentra totalmente desarrollado con la presencia de aire en el interior, hace que los efectos viscosos y de tensión superficial no sean del todo despreciables.

Para un correcto análisis del proceso y tener una similitud mayor entre un modelo y un prototipo, el proceso de aireación del flujo se debería cumplir las semejanzas de Froude, Reynolds y Weber simultáneamente, lo que es una imposibilidad práctica.

Lo anterior implica que en flujos aire-agua, las dimensiones de las burbujas de aire no son semejantes entre un modelo reducido de un prototipo, dejando que la escala de la burbuja sea mayor en el modelo reducido, resultando en una menor capacidad de transporte de aire en comparación con el prototipo y por consiguiente la disipación de energía tienda a ser mayor en el prototipo.

### 1.14.- Coeficiente de Coriolis en la cinética del vertedor escalonado

El coeficiente de Coriolis, corrige el error de considerar el valor medio de la velocidad, debido a que la distribución de velocidad es generalmente mayor al calculado.

En experimentos se ha obtenido que el valor del coeficiente varía entre los valores de 1.03 y 1.36 para canales prismáticos, generalmente el valor es alto para canales pequeños y alto para rápidas grandes de considerable profundidad; lo anterior implica que el flujo no es aireado pero si puede presentarse en una rápida lisa.

En el caso de vertedores escalonados, Boes (2000) de acuerdo a sus experimentos realizados, define el valor del coeficiente de energía cinética  $\alpha = 1.21$  en promedio, el cual está por encima de  $\alpha = 1.16$  propuesto por Matos (1999) y el mismo define el rango como  $1.20 < \alpha < 1.26$  para aireadores en rápidas (Matos, 1990).

Chanson define que para canales con flujo uniforme o gradualmente variado el coeficiente de Coriolis puede ser calculado mediante la ecuación 1.14.1

$$\alpha = \frac{(N+1)^3}{N^2(N+3)} \dots\dots\dots 1.14.1$$

N es el exponente de la ley que gobierna la distribución de velocidad ecuación 1.14.2

$$\frac{v}{V_{MAX}} = \left( \frac{y}{Y} \right)^{\frac{1}{N}} \dots\dots\dots 1.14.2$$

Donde

$V_{MAX}$  = Es la velocidad máxima cerca de la superficie.

El exponente de la distribución de velocidad se encuentra en el rango de  $3.5 \leq N \leq 4$  en los experimentos realizados por Frizell y Tozzy respectivamente (Chanson, 2000). Si se toman en cuenta estos valores de N, el coeficiente de Coriolis tiene el rango  $1.14 \leq \alpha \leq 1.12$ .

Por lo anterior y tomando en cuenta los resultados de los autores que estudiaron este coeficiente, se tomará para cálculo y diseño el valor de  $\alpha = 1.14$  propuesto por Chanson (2000).

### 1.15.- Modelos hidráulicos en rápidas escalonadas.

Los modelos físicos hidráulicos se utilizan por lo común durante las etapas de diseño para revisión, estudio y optimización de una estructura con la finalidad de asegurar una operación apropiada de la misma. Un modelo físico es una representación a escala de una estructura hidráulica.

En las aplicaciones de ingeniería civil, un modelo físico hidráulico es en general una representación en menor tamaño del prototipo (es decir, la estructura a escala 1:1) de tal manera que el modelo pueda ser estudiado en condiciones controladas.

La modelación debe realizarse con la teoría básica de la mecánica de fluidos. Las investigaciones experimentales requieren guías teóricas de que se deducen en su mayor parte de los principios básicos y de la teoría de similitud.



Figura No. 1.43.- Modelo del vertedor escalonado de la presa “Las Blancas” en Tamaulipas

### 1.16.- Similitud Dinámica, Cinemática y Geométrica en modelos.

De acuerdo a lo expuesto en el párrafo anterior. Un prototipo es aquel diseño de una obra, mecanismo o artefacto que se realizará en una escala 1:1, mientras que un modelo es la representación física real a una escala reducida del prototipo; es decir, la construcción del

prototipo a una escala adecuada en la cual se pueden realizar los experimentos necesarios y determinar los puntos críticos para mejorarlos durante la construcción del prototipo (Figura No. 1.44).

Para plantear las bases de la construcción, ensaye e interpretación de resultados en un modelo es necesario partir de las leyes de Similitud, el Análisis Dimensional y de la Teoría de Modelos; esto se realiza porque la construcción de un modelo establece las cualidades que deben transmitir a las observaciones y la interpretación de los resultados en conclusiones y soluciones a problemas que se presentan en los prototipos correspondientes. Los resultados obtenidos se utilizan directamente en el diseño y operación de obras de ingeniería.

El punto principal que debe cumplir un modelo con su respectivo prototipo son sus relaciones mecánicas, las cuales deben ser similares.

Para obtener esta similitud se deben de cumplir tres condiciones de similitud:

Similitud Geométrica

Similitud Dinámica

Similitud Cinemática

Sin embargo, el hecho de que no se cumpla con alguna de ellas, genera que se presente el fenómeno llamado efecto de escala, creando con esto una incertidumbre sobre la información obtenida de los modelos y la cual debe ser analizada, interpretada y corregida si es necesario, para poder realizar un correcto pronóstico del comportamiento del prototipo.

#### **1.16.1.- Escala de líneas.**

Cuando nos referimos a la similitud geométrica se establece la escala a la cual se planea construir el modelo, por lo que es de suma importancia determinar la selección de escalas de líneas, tanto horizontales como verticales, las cuales se establecen de forma independiente, con el fin de que el modelo resulte lo más grande posible, de acuerdo al financiamiento económico, instalaciones, tiempo, instrumentación y alimentación de insumos durante sus pruebas.

En la figura No. 1.43 se observan dos estructuras de diferente tamaño con geometría similar; en este caso la de mayor tamaño es el prototipo a construir y la de menor tamaño es el modelo a desarrollar y estudiar.

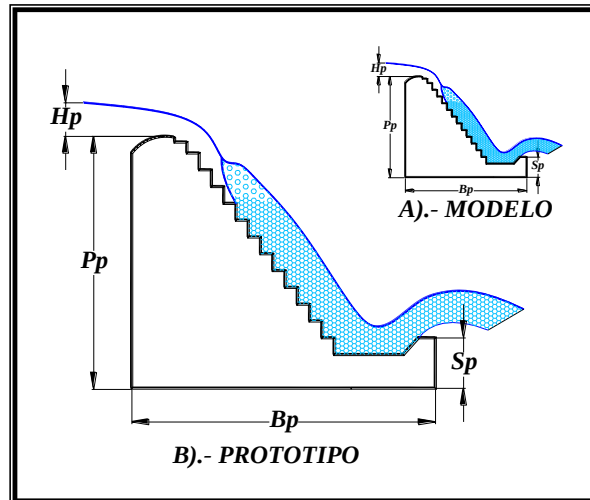


Figura No. 1.44.- Similitud Dinámica entre dos flujos del modelo y el prototipo (a y b).

La similitud geométrica implica que las longitudes entre el modelo y el prototipo sean homólogas, generando con ésto que se exprese una escala de líneas entre ellos, de estas relaciones en las mediciones se obtiene ecuación 1.16.1.

$$l_e = \frac{H_p}{H_m} = \frac{B_p}{B_m} = \frac{S_p}{S_m} = \dots\dots\dots 1.16.1$$

La ecuación 1.16.1 es conocida como la escala de líneas entre el prototipo y el modelo.

Si en la ecuación 1.16.1 se desarrollan dimensionalmente áreas o volúmenes, la escala de líneas desarrolla las siguientes expresiones, utilizadas para el diseño del modelos.

$$A_e = \frac{A_p}{A_m} = l_e^2 \dots\dots\dots 1.16.2$$

$$Vol_e = \frac{Vol_p}{Vol_m} = l_e^3 \dots\dots\dots 1.16.3$$

En el caso de grandes presas, puede existir la situación de que una de las longitudes puede ser muchísimo mayor a cualquier otra, lo que implica que si por razones de espacio en la construcción del modelo se tengan dos escalas de líneas una diferente a la otra, entonces se establece una distorsión en el modelo, es decir la escala de líneas vertical difiere de la escala de líneas horizontal (Ec. 1.16.4, Ec 1.16.5 y Ec 1.16.6).

$$l_{ey} = l_{ev} = \frac{H_p}{H_m} = \frac{S_p}{S_m} = \dots \quad \dots\dots\dots 1.16.4$$

$$l_{ez} = l_{eh} = \frac{B_p}{B_m} = \dots \quad \dots\dots\dots 1.16.5$$

La escala en Z puede ser igual o no a la escala en x

$$l_{ex} = l_{eh} = \frac{B_p}{B_m} = \dots \quad \dots\dots\dots 1.16.6$$

Algunas recomendaciones sobre los modelos hidráulicos y principalmente en relación a modelos de vertedores, establecen que se ubique su escala de líneas entre 1:20 y 1:70 (Vergara, 1993); sin embargo, las escalas mínimas recomendadas son de 1:10 a 1:15 para vertedores escalonados típicos ( $q \approx 20 \text{ m}^3/(\text{s m})$  y altura de escalón  $h \approx 0.6 \text{ m}$ ) (Boes, 2000).

#### 1.16.2.- Similitud Dinámica.

La similitud dinámica es en esencia las semejanzas entre el prototipo y el modelo del gradiente de presiones, la fuerza de gravedad, la viscosidad del fluido, la elasticidad y la tensión superficial. A continuación se definen estas semejanzas como:

Número de Euler (Semejanza de gradientes de presiones)

$$Eu = \frac{\text{Fuerza de inercia}}{\text{Fuerza de presión}} = \frac{\rho v^2}{\Delta p} \quad \dots\dots\dots 1.16.7$$

Número de Froude (Semejanza de la Fuerzas de Gravedad)

$$Fr^2 = \frac{\text{Fuerza de inercia}}{\text{Fuerza gravitacional}} = \frac{v^2}{gl} \quad \dots\dots\dots 1.16.8$$

Número de Reynolds (Semejanza de la viscosidad entre Fluidos)

$$Re = \frac{\text{Fuerza de inercia}}{\text{Fuerza viscosa}} = \frac{vl}{\nu} \quad \dots\dots\dots 1.16.9$$

Número de Mach (Semejanza elástica entre fluidos)

$$Ma = \frac{\text{Fuerza de inercia}}{\text{Fuerza elásticas}} = \frac{v}{\sqrt{\frac{Ev}{\rho}}} \dots\dots\dots 1.16.10$$

Número de Weber (Semejanza entre las tensiones superficiales)

$$We = \frac{\text{Fuerza de inercia}}{\text{Fuerza de capilaridad}} = \frac{v}{\sqrt{\frac{\sigma}{\rho l}}} \dots\dots\dots 1.16.11$$

Tomando en cuenta lo anterior, la similitud dinámica implica que las fuerzas dinámicas sean semejantes entre prototipo y modelo en puntos homólogos.

Cuando se realiza un modelo en el cual se tiene el flujo a superficie libre como es el caso de canales artificiales y naturales, vertedores, etc., las fuerzas de gravedad y las fuerzas de inercia son las que demandan mayor importancia.

En la similitud dinámica, al igual que en la similitud geométrica, existen escalas de velocidades, fuerzas, tiempos, densidades, viscosidades, etc., midiendo con ésto las características de los flujos o propiedades de los fluidos utilizados en cada uno.

La acción de la gravedad en su relación de escalas se toma como **ge** = 1, esto es debido a que la diferencia entre la aceleración de la gravedad de la zona de ubicación del prototipo y la zona de ensaye del modelos las variaciones son mínimas.

Por definición se tienen las siguientes fórmulas relacionadas con las escalas de los factores que involucran:

$$v_e = \frac{l_e}{t_e} \dots\dots\dots 1.16.12$$

$$Q_e = v_e A_e \dots\dots\dots 1.16.13$$

$$a_e = \frac{l_e}{t_e^2} \dots\dots\dots 1.16.14$$

$$\rho_e = \frac{\gamma_e}{g_e} \dots\dots\dots 1.16.15$$

$$\nu_e = \frac{\mu_e}{\rho_e} \dots\dots\dots 1.16.16$$

En el caso de estructuras que se encuentran sujetas a presiones mayores o menores a la atmosférica, se deben combinar los efectos dinámicos producidos por la aceleración, viscosidad y gravedad; por lo anterior y considerando que el fluido es de densidad constante, se tiene que el número de Reynolds es el más importante y por consiguiente debe ser igual en el modelo que en el prototipo.

$$Re = \frac{v_p l_p}{\nu_p} = \frac{v_m l_m}{\nu_m} \dots\dots\dots 1.16.17$$

$$Re_e = \frac{v_e l_e}{\nu_e} = 1 \dots\dots\dots 1.16.18$$

Donde  $v_e$  es la escala de velocidad y  $\nu_e$  es la viscosidad cinemática, considerando lo anterior, se tiene que:

$$v_e = \frac{\nu_e}{l_e} = \frac{\mu_e}{\rho_e l_e} \dots\dots\dots 1.16.19$$

La escala de tiempos es:

$$t_e = \frac{l_e}{v_e} = \frac{l_e^2}{\nu_e} = \frac{l_e^2}{\frac{\mu_e}{\rho_e}} \dots\dots\dots 1.16.20$$

La escala de aceleraciones es:

$$a_e = \frac{l_e}{t_e^2} = \frac{v_e}{t_e} = \frac{v_e^2}{l_e} = \frac{\mu_e^2}{\rho_e^2 l_e^3} \dots\dots\dots 1.16.21$$

La de las fuerzas viscosas

$$F_e = m_e a_e = \rho_e l_e^3 \frac{\mu_e^2}{\rho_e^2 l_e^3} = \frac{\mu_e^2}{\rho_e} \dots\dots\dots 1.16.22$$

Y por último le de presiones

$$p_e = \frac{F_e}{A_e} = \frac{\mu_e^2}{\rho_e l_e} \dots\dots\dots 1.16.23$$

Por lo general, la diferencia de presión  $\Delta p$  puede controlarse, permitiendo así que  $\Delta p$  sea tratado como un parámetro dependiente. Los efectos de compresibilidad adicionales en flujos de aire-agua (Por ejemplo, flujos a superficie libre aireados) son de importancia, debido a que la celeridad del sonido se puede disminuir a alrededor de 20 m/s para un contenido de aire del 50% (Chanson, 1997D).

Cuando las fuerzas inerciales y las de tensión superficial son dominantes, se debe seleccionar una similitud del número de Weber. Los estudios que involucren el atrapamiento de aire en agua que fluye (es decir, aguas blancas), la salida de aire en sifones están basados casi siempre en un escalamiento del número de Weber.

Una vez establecido lo anterior, se analizó la Ley de similitud de Froude, relacionando las fuerzas de inercia y las fuerzas de gravedad; lo que se obtiene con esto es la relación geométrica entre el modelo y el prototipo como una condición necesaria para que en punto homólogo los números de Froude sean iguales.

$$\frac{v_p}{\sqrt{g_p l_p}} = \frac{v_m}{\sqrt{g_m l_m}} \dots\dots\dots 1.16.24$$

$$\frac{v_p}{v_m} = \sqrt{\frac{g_p l_p}{g_m l_m}} \dots\dots\dots 1.16.25$$

Tomando en cuenta la definición de escala y considerando que la acción de la gravedad en el prototipo y en el modelo son iguales, la ecuación 1.16.25 queda como:

$$v_e = l_e^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots 1.16.26$$

La cual es la ecuación fundamental de la Ley de Similitud de Froude.

Una vez conocida la Ley Fundamental de similitud de Froude, y definida la escala de líneas que se utiliza en la construcción del modelo se establecen el resto de las escalas que intervienen.

Escala de gastos:

$$Q_e = \frac{Q_p}{Q_m} = \frac{A_p v_p}{A_m v_m} = \frac{l_p^2 v_p}{l_m^2 v_m} = l_e^2 v_e$$

$$Q_e = l_e^2 l_e^{\frac{1}{2}} = l_e^{\frac{5}{2}} \dots\dots\dots 1.16.27$$

La ecuación 1.16.27 está formulada exclusivamente para modelos no distorsionados, por lo que un modelo distorsionado tendría la ecuación 1.16.28:

$$Q_e = \frac{Q_p}{Q_m} = \frac{A_p v_p}{A_m v_m} = \frac{l_{px} l_{py} v_p}{l_{mx} l_{my} v_m} = l_{ex} l_{ey} v_e$$

$$Q_e = l_{ex} l_{ey} l_{ey}^{\frac{1}{2}} = l_{ex} l_{ey}^{\frac{3}{2}} \dots\dots\dots 1.16.28$$

## 1.17.- Efecto de escala.

El efecto de escalas se puede definir como la diferencia resultante entre las condiciones del modelo y el prototipo causadas por la imposibilidad práctica de lograr que actúen simultáneamente todas las fuerzas en el prototipo. Por ejemplo, cuando un modelo se trabaja con el mismo fluido del prototipo, no es posible cumplir con las condiciones de Froude y de Reynolds. Otro efecto se presenta cuando por razones de escalas, la rugosidad del cauce de un río o canal de un modelo de fondo fijo, resulta ser mayor que la del prototipo. (Vergara, 1993)

Otra definición del efecto de escala, se establece como las distorsiones inducidas. (Por ejemplo, Viscosidad, tensión superficial) diferentes de la similitud que predomina (por ejemplo la gravedad en flujos a superficie libre). Estos ocurren cuando uno o más de las escalas o parámetros adimensionales son diferentes entre el modelo y el prototipo (Chanson, 2002).

En general los efectos de escala, pueden ser pequeños pero no siempre son insignificantes juntos. En el caso del vertido de una obra de excedencias, la viscosidad del flujo pasa a un plano secundario, debido a que la afectación del tránsito del flujo por la cresta y la rápida con respecto a la fuerza de resistencia viscosa a lo largo del vertedor es pequeña.

En el estudio de un vertedor, la fuerza principal de estudio esta designada por sus efectos predominantes, como es el caso de flujos a superficie libre; generalmente la fuerza gravitacional es la dominante, y es la que origina que el fluido se desplace a lo largo de la rápida (escalonada o lisa) definiendo su comportamiento en todo su recorrido.

En el caso de los vertedores, la longitud de la rápida es pequeña en comparación con la de un canal o río, las fuerzas que se presentan por los efectos de fricción no son consideradas en este tipo de obras. (Vergara, 1993)

Si en flujos a superficie libre el efecto gravitacional es dominante, es imposible mantener al mismo tiempo los números de Froude y de Reynolds en el modelo y a escala total, utilizando el mismo tipo de fluido (agua por ejemplo). Por lo anterior es fácil demostrar que la similitud de Froude implica que:

$$Re_e = l_e^{\frac{3}{2}} \dots\dots\dots 1.17.1$$

Y el número de Reynolds disminuye más en el modelo que en el prototipo si ( $l_e < 1$ ).

Tomando entonces lo anterior y dado que el flujo en el vertedor es turbulento, las fuerzas viscosas se pueden despreciar debido a que el tipo de régimen en una rápida siempre es turbulento; es decir, las fuerzas viscosas pueden ser predominantes cuando se tiene un flujo laminar, además se trata que el flujo deslice sobre la cresta vertedora tomando la forma de una vena líquida, lo que reduce de manera importante la fricción; así mismo, la fuerza de tensión superficial es también despreciable, dado que en el prototipo la fuerza de tensión superficial es de apenas unas dinas.

En estos casos, el efecto de escala es prácticamente cero si el número de Reynolds es mayor a  $10^5$  (en el caso de que  $Re = q/v$ , siendo  $q$  el Gasto unitario), de otra forma el coeficiente de descarga del vertedor debe corregirse para obtener el valor real del prototipo ( $C_p = \eta_c C_m$ ) siendo  $\eta_c = f(Re)$ ; el coeficiente de descarga, cuya gráfica se muestra en la figura No. 1.45, obtenido para un flujo sin cavitación a superficie libre. Misma situación que se debe cumplir en el prototipo (Vergara, 1993).

En cuanto a los efectos elásticos, se pueden tomar prácticamente nulos, debido a que se toma como incompresible el agua, es decir inelástica.

González y Chanson (2004) refieren que la recirculación en la cavidad y el intercambio de momentum entre el flujo principal y la cavidad están dominados por efectos viscosos, sugiriendo la utilización de la semejanza de Reynolds. También en flujos aire-agua, la tensión superficial ejerce notable influencia en el proceso de aireación, ya que el tamaño de las burbujas de aire se mantiene prácticamente independiente de la escala del modelo.

Por último, ubicando los efectos debidos a la fuerza de Coriolis, tienen un valor significativo cuando el área de estudio del modelo está vinculada a áreas de 100 km<sup>2</sup> en adelante como lo son los modelos marítimos.

La modelación por el número de Fraude, se utiliza cuando las pérdidas por fricción son pequeñas y el flujo es altamente turbulento; por ejemplo: rebosaderos, vertederos de pared delgada, flujo alrededor de pilas de puente.

Un problema importante es el potencial para los efectos de escala inducidos por las fuerzas viscosas. Los efectos de escala causados por efectos de tensión superficial son otra preocupación, en particular cuando ocurre aireación dentro de la superficie libre (es decir, aire atrapado en el flujo)

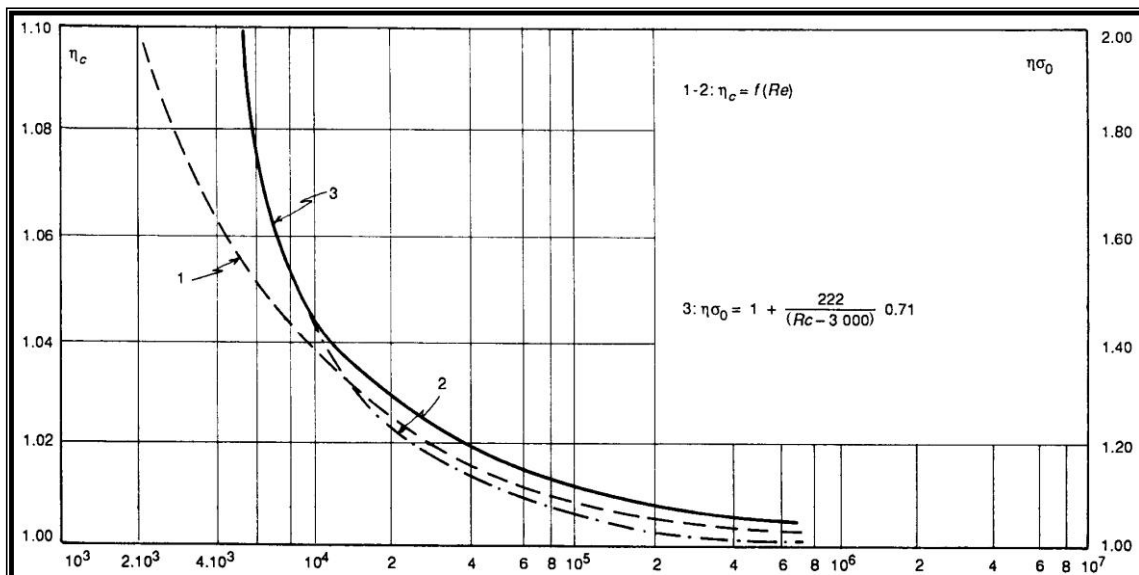


Figura No. 1.45.- Relaciones de  $\eta_c = f(Re)$  y  $\eta_{\sigma 0} = f(Re)$  para condiciones sin cavitación (Vergara, 1993; Rozanov, 1978)

La similitud modelo-prototipo se lleva a cabo con una similitud de Froude:

$$Fr_p = Fr_m$$

Si la aceleración gravitacional es la misma tanto en el modelo como en el prototipo, una modelación de número de Froude implica utilizar la ecuación 1.16.26 y la ecuación 1.17.2.

$$t_e = \sqrt{l_e} \quad \dots\dots\dots 1.17.2$$

En los estudios que realizaron Mateos y Garcia (1999), establecen que para el caso de un modelo de rápida escalonada y dada la intensa agitación de este tipo de flujos es adecuado utilizar una semejanza de Froude, vigilando únicamente que el número de Weber sea suficientemente alto.

Estos mismos autores recomiendan utilizar modelos con tamaño de los escalones igual o superior a 4.5 cm, con la finalidad de que los errores por efecto de escala sean inferiores al 5% y del lado de la seguridad, más aún para valores del número de Weber superiores a 40, que generalmente es el caso cuando se pretenden estudiar problemas de cavitación. No obstante comentan que se pueden utilizar escalas que resulten tamaños de escalones entre 2.5cm y 4 cm (rango de escalas 1/25), y esperando que la estimación del inicio de la aireación se encuentren errores entre un 5% y un 20% del lado de la seguridad o incluso más si el número de Weber es menor de 30.

Finalmente, proponen no utilizar modelos de menor tamaño de escalones para estudiar el comienzo de la aireación. (Mateos et Garcia, 1999)

Estudios en flujos aire-agua en aliviaderos lisos (Straub y Anderson, 1958; Wood, 1985, 1991) y aguas abajo de aireadores (Visser et al, 1982; Volkart y Chervet, 1983; Pinto, 1984), muestran que si la escala del modelo es la adecuada, la concentración media de aire y la distribución adimensional de la concentración de aire son bastante parecidas en prototipo y en modelo reducido según la semejanza de Froude (Matos, 1999).

### **1.18.- Diseño de modelos físicos.**

Una vez que se estudiaron los parámetros a los cuales se debe ajustar un modelo hidráulico, se estableció la metodología para un vertedor con rápida escalonada, estableciendo que para tener una escala geométrica apropiada es necesario utilizar un proceso iterativo que se describe a continuación:

1.- Seleccionar la menor relación de escala geométrica ***le*** para ajustarse a las medidas de laboratorio tomando en cuenta que el tamaño de los escalones debe ser igual o superior a 4.5 cm., escalas mínimas recomendadas son de 1:10 a 1:15 para vertedores escalonados típicos.

2.- Para ***le*** y para el criterio de similitud (por ejemplo, Froude o Reynolds), verificar si el gasto puede escalar apropiadamente en el modelo, con base en el máximo gasto del mismo, para las escalas mínimas recomendadas los gastos unitarios son cercanos a  $q \approx 20 \text{ m}^2$  en el prototipo.

3.- Para ***le*** y el criterio de similitud, se requiere resolver el siguiente cuestionamiento: ¿Es el máximo gasto del modelo lo suficientemente grande para modelar las condiciones de flujo del prototipo?

4.- Verificar si el escalamiento de la resistencia al flujo se puede alcanzar en el modelo, para lo cual se tiene que resolver la siguiente pregunta: ¿Es posible alcanzar el factor de fricción o ( $n$  Manning) en el modelo?

5.- Verificar el número de Reynolds  $Re_m$  para el menor gasto de prueba, así mismo definir y estudiar las siguientes preguntas:

¿Cuáles son las condiciones de flujo para  $(Qp)_{min}$ , en el modelo: por ejemplo laminar o turbulento, turbulento liso o turbulento completamente rugoso? Si el flujo en el prototipo es turbulento, las condiciones de flujo en el modelo deben ser turbulentas es decir,  $Re_m > 5000$  (Vergara, 1993).

6.- Escoger la escala conveniente y cuando el modelo físico simple no es viable se debe utilizar técnicas de modelación más avanzadas: por ejemplo, un modelo bidimensional (flujo en un vertedor), un modelo a escala distorsionada (flujos en ríos).

Una vez establecido lo anterior y si el proceso es correcto para las variantes físicas y geométricas que demanda el modelo, entonces se procede a su construcción, si no es necesario sacrificar algún parámetro que pueda reducirse o ampliarse para realizar una segunda propuesta de construcción.

## Capítulo 2.- Diseño hidráulico de vertedores escalonados.

En el diseño de un vertedor escalonado con cualquier tipo de flujo, es necesario conocer la topografía del sitio donde se ubicará la obra, los parámetros obtenidos de estudios hidrológicos como son la avenida de diseño para un tiempo de retorno específico, las curvas elevaciones contra volúmenes de almacenamiento y la curva de elevaciones contra áreas de inundación; que son las variables que determinan la altura de la presa, los volúmenes de almacenamiento y el gasto de diseño del vertedor.

La metodología de obtención del gasto con el que se diseñará el vertedor se presenta en el anexo 1; se ejemplifica el cálculo de la avenida de diseño de la Presa “Las Blancas” en Tamaulipas.

Tomando en cuenta que el sistema constructivo de **Concreto Compactado con Rodillo (CCR)** es muy versátil, los tiempos de construcción en presas de tipo gravedad se han reducido, generando con esto un ahorro en la ejecución y la puesta en obra. Lo anterior relacionado con un vertedor escalonado puede desde un inicio generar la geometría de una rápida escalonada, más no el mejor desempeño hidráulico del vertedor.

Durante el funcionamiento de un vertedor escalonado, se produce una disipación de energía en el flujo y por consiguiente el tanque amortiguador puede reducir sus dimensiones; sin embargo, conforme se han estudiado y analizado este tipo de estructuras también se ha requerido que los gastos unitarios de diseño aumenten.

El sistema de CCR genera de manera inicial la geometría de la rápida de la siguiente manera:

- En la puesta en obra, las capas de concreto son repartidas en un área según el sistema de compactación utilizado y enseguida equipos con niveladoras lo reparten según el tamaño de tongada especificado, para después compactarlo, y en zonas donde la compactación puede generar complicaciones (Bordes, fronteras de taludes, etc.) se utiliza concreto convencional.
- En obras construidas en EUA, se ha utilizado agregado con tamaño máximo de 1”, sin embargo, en presas construidas en México, se ha llegado a utilizar agregados de 5”, teniendo buen éxito en su aplicación, sobretodo porque los agregados gruesos producen mejores características y requieren menores cantidades de conglomerante y por consiguiente el calor de hidratación generado en el concreto es menor.
- El tamaño de tongada compactada o la colocación de varias tongadas determinan la altura y la huella del escalón, que finalmente se encuentran en función del tipo de flujo descargado y de la pendiente de la rápida.

## 2.1- Criterio de diseño para Flujo Escalón por Escalón (FEXE)

El siguiente punto que se analizó, generalmente está relacionado con el tipo de presa y con la topografía del lugar donde se sitúa la obra; estos dos parámetros determinan la ubicación de la obra de excedencias y por consiguiente la pendiente de la misma, en la figura 1.19 y 1.26, se establecen las variables y dimensiones de un rápida escalonada para un FEXE.

En el diseño del vertedor se consideró que se tendrá una mejor disipación de energía si se presenta un salto hidráulico entre escalón y escalón. La disipación de energía con un salto hidráulico completamente desarrollado es igual a la altura del escalón. (Chanson, 1994).

Para establecer los límites de aplicación en un FEXE se utilizó la figura 1.40, con la cual se definió la siguiente restricción:

$$\Delta E \leq P - y_c \quad \dots\dots\dots 2.1.1$$

Esta restricción obedece a al límite superior de un FEXE de la ecuación 1.9.9, la cual para efectos se redondeó a 2.5; es decir el factor A se igualó a este valor y se obtuvo la ecuación 2.1.1.

La ecuación 2.1.2, obedece a la restricción del límite inferior de un FEXE en la ecuación 1.9.10; la cual se sustituyó en A.

$$\Delta E \leq P - 2.9y_c \quad \dots\dots\dots 2.1.2.$$

Sin estas restricciones, se puede incurrir en el error de tomar valores de un FRAS, situación en la que no se encuentra definida la ecuación 1.13.6., el límite inferior, por el contrario establece una pendiente mínima para el tipo de vertedor.

A continuación se presenta la siguiente metodología de diseño para un FEXE:

1.- Establecer el gasto de diseño por medio de un análisis hidrológico de la zona de estudio, en el anexo No. 1 se presentan 3 métodos diferentes para la determinación de este con los datos del río Álamo en Tamaulipas, utilizando datos encontrados hasta octubre de 1974.

2.- Determinación del ancho del vertedor a analizar. El cálculo del ancho del vertedor se puede encontrar en el anexo No. 2, así como el diseño de un perfil tipo Creager

que se utilizó en el diseño del perfil del vertedor escalonado. La altura de la obra de excedencias, está definida directamente por la altura de la cortina y su ubicación tanto dentro del cuerpo de la presa de sección gravedad o en el caso de ser una presa de materiales graduados adosada a alguna de sus márgenes e inclusive a kilómetros de la cortina.

3.- Se definen los datos:

- Ancho del vertedor **b**
- Altura del paramento aguas arriba **P**.
- Pendiente del paramento aguas abajo.
- Niveles de operación.
- Gráfica de tirantes vs gastos del vertedor.

Y se calculan los valores del gasto unitario y el tirante crítico, debido a que con éstos se calcula la energía que se tiene en la sección No. 1.

4.- Se determina el valor de la energía en la sección No. 1 y en la sección No. 2, siendo esta última el pie de la rápida, ver a la figura No. 1.26. Se deben de tomar en cuenta las restricciones dadas por las ecuaciones 2.1.1 y 2.1.2.

5.- Se calcula el tirante al pie del cimacio, considerando que se presenta un tirante  $y_{cm}$ ; el cálculo de este se puede realizar por medio de la ecuación 1.13.3 o por medio de la ecuación 1.10.4.

El valor del coeficiente de Coriolis  $\alpha$  es de 1.14; sin embargo, el error en el que se incurre al considerarlo con un valor unitario es insignificante para el resultado final; en el capítulo No. 3, en la solución del ejemplo, se realiza esta apreciación al calcularse con un valor de 1 y con valor de 1.14.

6.- Se calcula el factor **A**, tomando en cuenta si se tiene un vertido libre o un vertido controlado.

7.- La figura No. 1.40, establece la relación entre el factor **A** calculado anteriormente y el valor de  $y_c/h$ , mismo que al ser encontrado es posible conocer por medio del tirante crítico la altura del escalón.

8.- Se determina el valor de  $h/l$  por medio de la ecuación 1.9.7, mismo que se requiere para conocer el valor de la huella del escalón.

9- Una vez conocidos los valores de  $h$  y  $l$  se pueden redondear al valor que pueden trabajarse mejor en obra y que también puedan ser múltiplos de la altura de tongada a trabajar; así mismo se puede establecer la pendiente de la rápida y el ángulo de inclinación con respecto a la horizontal.

En el diseño de un vertedor tipo escalonado y con flujo tipo escalón por escalón, es de esperarse que las rápidas sean de gran longitud en la mayoría de los casos; sin embargo, si se cumple con la primera restricción (Ec. 2.1.1) se sitúa el cálculo en rápidas con ángulo cercano a  $5^\circ$ , mientras que la segunda restricción (Ec. 2.1.2), establece el ángulo de la rápida cerca de los  $55^\circ$  de inclinación, por lo que también se pueden obtener inclinaciones intermedias y revisar si el flujo es escalonado, o en su caso, si el vertedor ya está construido también es posible verificar para que gasto se presenta el límite entre un FEEXE y un FRAS.

Los casos anteriores mencionados, se presentan en el capítulo No. 3 como ejemplos de aplicación.

## 2.2- Criterio de diseño para Flujo Rasante (FRAS).

El criterio para realizar el diseño de un flujo rasante, estriba principalmente en la altura de la presa y la pendiente de la rápida. Se establecen dos parámetros importantes para el diseño; el primero es la altura de escalón, el segundo es el gasto de diseño y el tercero es el tirante crítico en el cimacio, o lo que Chanson define como el tirante crítico al inicio del vertido.

La importancia de seleccionar un tirante crítico al inicio del vertido, es por la relación que se tiene entre la altura de escalón y la disipación de energía al final de la rápida; se tienen que recordar las restricciones de la ecuación 1.13.12 del capítulo anterior.

La decisión que tiene mucha importancia en el diseño del vertedor escalonado, estriba en la restricción 1.13.12, ya que si se decide construir escalones más pequeños, estos definirán el inicio de la aireación en el flujo; es decir, la rugosidad que se le da a la rápida (factor  $k$ ) define directamente el tipo de flujo que se presenta.

Así mismo, algunos autores proponen las alturas del escalón ( $h_{opt}$ ) más eficientes en términos de disipación de energía (tabla No. 2.1) según las propuestas de Tozzi (1992) y de Ohtsu et al. (2004). Como se ha comentado en capítulos anteriores, las alturas típicas de escalones es de 0.60 y 0.90 m por el sistema constructivo, se aproximan a  $h_{opt}$  (según Tozzi) para gastos unitarios entre 10 y 15  $m^3/(s\ m)$  respectivamente. Los peldaños con altura de 0.90 m y de 1.2 m son los que más se aproximan a  $h_{opt}$  (según Ohtsu et al; 2004) para gastos unitarios de diseño entre 5 y 15  $m^3/(s\ m)$ .

| $q \text{ (m}^3\text{/(s m))}$ | $y_c \text{ (m)}$ | $h_{opt} \text{ (m)}$<br>(Tozzi 1992) | $h_{opt} \text{ (m)}$<br>(Ohtsu et al.2004) |
|--------------------------------|-------------------|---------------------------------------|---------------------------------------------|
| 5                              | 1.37              | 0.41                                  | 0.68                                        |
| 7.5                            | 1.79              | 0.54                                  | 0.90                                        |
| 10                             | 2.17              | 0.65                                  | 1.08                                        |
| 12.5                           | 2.52              | 0.76                                  | 1.26                                        |
| 15                             | 2.84              | 0.85                                  | 1.42                                        |

**Tabla 2.1.- Alturas del escalón óptimas en términos de disipación de energía obtenidas de la relación propuesta por Tozzi (1992) y Ohtsu et al.(2004).**

Estas alturas propuestas pueden ser contrastadas con las obtenidas directamente por el análisis que se realice para el diseño de la presa.

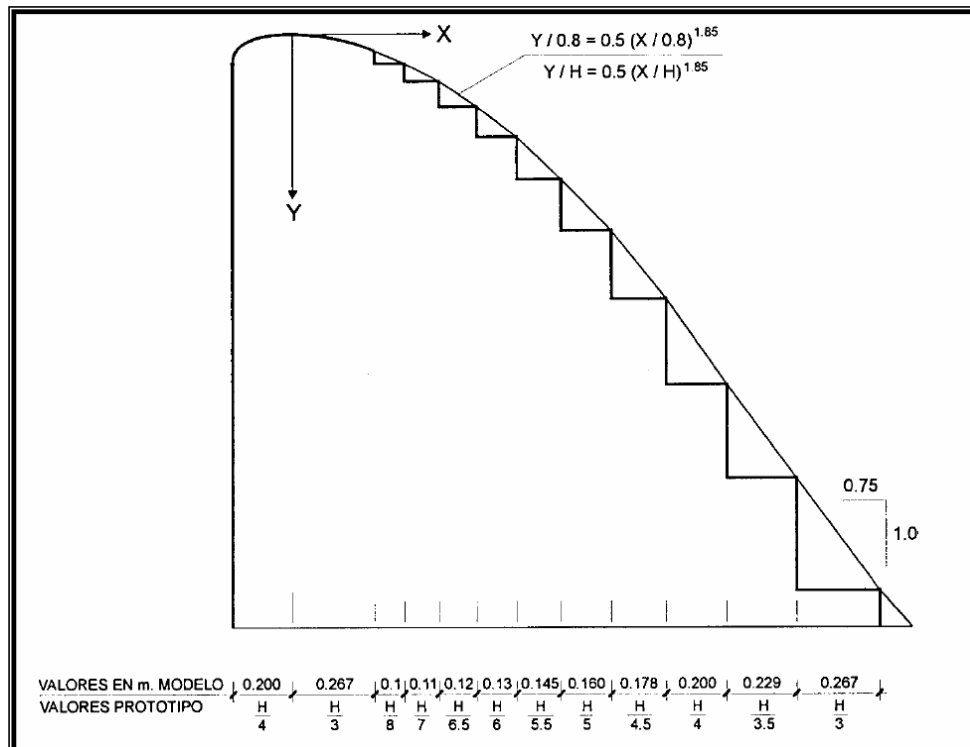
Táboas (2005) a partir del análisis que realiza sobre las presiones en los escalones, propone el valor de 15 m/s para la velocidad media del flujo en el punto de inicio de aireación como el límite, para evitar el riesgo de cavitación en vertedores escalonados con pendientes típicas de presas de CCR. Este límite lo ubica según sus análisis en gastos unitarios comprendidos entre 11.5 y 14 m<sup>3</sup>/(s m) (con alturas de escalones de 0.6 y 1.2 m respectivamente y pendiente de 1v:0.8h).

$$Vel_{med} < 15 \quad \dots\dots 2.2.1$$

Más recientemente Ohtsu et al.(2004), con base en sus datos experimentales y los de Chamani y Rajaratnam (1999), Boes (2000) y Yasuda y Chanson (2003), proponen la ecuación 2.2.2 para una altura relativa del escalón ( $h/y_c$ ) para la cual el factor de fricción  $f_e$  será máximo:

$$\frac{h}{y_c} \geq 0.5 \quad \dots\dots 2.2.2$$

En relación también a la geometría de los escalones, Mateos y Elviro (1995), definieron de manera adimensional la forma geométrica de los escalones en la zona de transición del cimacio hacia la rápida, la cual está en función directa de la carga hidráulica sobre el cimacio. En la figura No. 2.1 se aprecia esta propuesta, para diseño de la cresta del vertedor con pendiente 1v:0.75h; según los autores, este diseño permite que la deflexión del chorro apenas ocurra para gastos unitarios bajos.



**Figura No. 2.1.- Transición del cimacio para pendientes 1v.0.75h (Mateos y Elviro, 1992).**

La metodología propuesta para el diseño de un vertedor escalonado con flujo rasante se define a continuación:

1.- Este punto queda definido para ambos tipos de flujo igual, por lo que no existe diferencia alguna en la selección del gasto de diseño entre un FEEXE y un FRAS

2.- Se recopilan los datos del vertedor:

- $Q_{dis}$  Gasto de Diseño
- Pendiente del paramento aguas abajo.
- Altura del paramento aguas arriba.

3.- Se define el tirante crítico y la relación 1.13.12.

Este punto tiene ciertas restricciones que se deben considerar, como es que el tirante crítico, deberá estar en función directa de la altura de la presa, para que la energía disipada sea mayor a la que se tiene en un vertedor de rápida lisa.

Por lo anterior, la altura del tirante crítico se debe analizar en función de la restricción 1.13.12; si se toma directamente el factor de 10 para definirlo lo que se genera es que al final de la rápida se tenga un flujo aireado, y sustancialmente cuanto mayor pueda

ser este el vertedor, tendrá el inicio de la aireación más próxima al cimacio; sin embargo, resultaría inútil seleccionar un valor de 1 para esa relación, debido a que el tirante es del tamaño del vertedor y por consiguiente es solo un escalón que define un tirante supercrítico.

Para diseño y considerando que las avenidas que se puedan presentar a lo largo de la vida del vertedor no se presentaran todos los días, es posible tomar la relación 1.13.12 para diseño y la 1.13.13 para revisión.

4.- Se calcula el tirante crítico y el gasto unitario, así como:

- $y_c/h$  (Ec. 1.9.8)
- $h$  (Peralte del escalón)
- $l$  (Huella del escalón)
- $Li$  (Ec. 1.11.11)

5.- En este punto se pueden ajustar los datos, principalmente si en el diseño del vertedor se considera una altura máxima de vertido que pueda exceder el tirante obtenido, o en su caso la longitud en la que se presenta el punto de inicio de la aireación (PI), mismo que definirá las características del flujo aguas abajo.

6.- Finalmente en este punto se define la longitud del vertedor en función de los datos obtenidos; cabe hacer mención que la carga de diseño del cimacio estará definida a partir de los parámetros encontrados, así como la carga sobre el vertedor por medio de la ecuación 2.2.3.

$$Q = CbE_{cim}^{\frac{3}{2}} \quad \dots\dots\dots 2.2.3.$$

En la cual  $C$  es el coeficiente de descarga del vertedor;  $b$  es el ancho del vertedor y  $E_{cim}$  es la carga sobre el vertedor, la cual debe de ser reevaluada cuando la velocidad de llegada del flujo cumpla con la relación 2.2.4.

$$\frac{p}{y_{cim}} \geq 1 \quad \dots\dots\dots 2.2.4.$$

En la ecuación 2.2.3  $y_{cim}$  es la carga de diseño del vertedor, si la relación 2.2.4 no se cumple entonces se debe de tomar en cuenta la energía total sobre el cimacio, es decir la carga de velocidad, lo cual se expresa en las ecuaciones 2.2.5 y 2.2.6.

$$\frac{p}{y_{cim}} \geq 1 \therefore E = y_{cim} \quad \dots\dots 2.2.5 \text{ (} y_{cim} = \text{Carga de diseño)}$$

$$\frac{p}{y_{cim}} \leq 1 \therefore E = y_{cim} + \frac{V_{Llegada}^2}{2g} \quad \dots\dots 2.2.6 \text{ (} E = \text{Carga de diseño)}$$

Es necesario comentar que para un flujo rasante, existen varios parámetros que pueden definir las características del flujo sobre la rápida una vez alcanzado el flujo uniformemente aireado, por ejemplo: la profundidad del agua, es decir el tirante que se forma en la rápida se debe calcular debido a que se tiende a evitar un desbordamiento del flujo que pueda dañar taludes u obras accesorias.

La concentración del aire y las velocidades del flujo son importantes principalmente al pie de la estructura, situación que se debe tomar en cuenta para terminar de disipar la energía del flujo.

Dentro de la metodología de diseño se pueden extrapolar diversos casos, por ejemplo no necesariamente los escalones deben tener la geometría obtenida, que si bien es la más adecuada, por razones de construcción se puede optar por otra y revisarla, e incluso es posible estar por encima de los límites considerados en la ecuación 1.13.12 y 1.13.13 y aun tener en la escala de tirante de vertido un flujo rasante; sin embargo, lo recomendable se define finalmente por el inicio de la aireación en la rápida, situación que se debe tomar en cuenta para evitar posibles daños por cavitación en la rápida.

Es preciso también indicar que este análisis debe de contrastarse con el posible ancho del vertedor que topográficamente es factible, por lo que en su caso es posible construir dos vertedores para el mejor funcionamiento de la obra.

Por lo anterior, es necesario que si no se toma en cuenta la relación 1.13.13 en el diseño con el gasto máximo de vertido, entonces se requiere revisar el diseño con un modelo hidráulico a escala.

### 3.- Ejemplos de aplicación

Dentro del estado del arte se revisaron artículos escritos por diversos autores, en los cuales definen la forma de diseñar un vertedor escalonado; sin embargo, en estos artículos se basaban primordialmente en la forma en que se construye una presa por medio de C.C.R., es decir proponen una altura de tongada y definen los parámetros a los que estaría sujeta. Los métodos que se proponen en el capítulo No. 2, se basan directamente en el análisis hidráulico del proyecto, para ajustar a éste el sistema constructivo.

En los ejemplos de aplicación que se desarrollan a continuación, se justifica la metodología adoptada al aplicarse al caso de la Presa Derivadora “Las Blancas” en Tamaulipas; para este caso fue indispensable conocer la metodología de diseño de un vertedor de rápida lisa, teniendo en cuenta los gastos y los tiempos de retorno de avenidas de diseño, aunado al tipo de vertedor y a que el sistema constructivo regio la geometría de los escalones.

Para poder conocer y aplicar la metodología de diseño a un caso real, se realizó una visita a la Presa derivadora “Las Blancas” en Tamaulipas, de la cual además se tienen planos de la rápida lisa (Figura 1.9) que fue el proyecto original y de la rápida escalonada que es la rápida que actualmente está construida (Figuras 1.3, 1.10 y 1.11).

Se tienen algunas referencias del modelo escalonado que le pertenece al Instituto Mexicano de Tecnología del Agua en Jiutepec Morelos, se estudiaron algunos proyectos en los cuales se presenta una rápida lisa (Presa San Lázaro en Baja California Sur, 1994), como también algunos donde se presenta una rápida escalonada (Proyecto Hidroeléctrico “ESTI”, República de Panamá. Presa Canjilones. Análisis de Estabilidad).

#### 3.1.- Diseño de un FEXE

Para diseñar un vertedor para que el flujo que se presente sea escalón por escalón (FEXE), es necesario evaluar el diseño que se obtiene a través de los mtodos y definir cuál es el más adecuado para la construcción del vertedor; estos métodos que en esta tesis se presentan, están formulados en relación a las restricciones 2.1.1 y 2.1.2, por lo que se deja a consideración propia la evaluación de los resultados en el proyecto ejecutivo que se diseñe.

En el ejemplo No. 1 se utiliza la restricción 2.1.1 para hacer el diseño, mientras que en el ejemplo No. 2, se utiliza la restricción 2.1.2, para finalmente en el ejemplo No. 3 se realiza una revisión a una geometría de vertedor.

Ejemplo No. 1.- Se requiere conocer la geometría de los escalones para un FEXE con los siguientes datos:

$$Q_{dis} = 4500 \text{ m}^3/\text{s} \quad \dots\dots\dots \text{Gasto de Diseño de vertido.}$$

|                                   |                                                                                              |
|-----------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|
| $b = 850 \text{ m}$               | ..... Ancho de Vertedor o longitud de cresta vertedora.                                      |
| $P = 20.92 \text{ m}$             | ..... Altura de Vertedor o altura del paramento aguas arriba.                                |
| $y_{\text{cim}} = 1.88 \text{ m}$ | ..... Tirante sobre el Vertedor (Carga hidráulica. Carga de velocidad cercana despreciable). |

No existen pilas y compuertas para el control de Avenidas.

Con los datos anteriores se calculó la geometría del vertedor

|                                                        |                                                                                                                                                  |
|--------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $q = 5.294 \frac{\text{m}^3}{\text{s} \cdot \text{m}}$ | ..... Gasto Unitario ( $q = Q/b$ )                                                                                                               |
| $y_c = 1.419 \text{ m}$                                | ..... Tirante Crítico ( $y_c^3 = \frac{q^2}{g}$ )                                                                                                |
| $N_{\text{Coriolis}} = 3.5$                            | ..... Ley de Distribución de Velocidades. El rango es $3.5 \leq N \leq 4$ (experimentos realizados por Frizell y Tozzy, (Chanson, 2000. Pag. 73) |
| $\alpha_{\text{Coriolis}} = 1.14$                      | ..... Aplicación de la ec. 1.14.1                                                                                                                |
| $E_1 = 23.105 \text{ m}$                               | ..... Aplicación de la ec. 1.13.2. Energía aguas arriba del cimacio                                                                              |
| $P - y_c = 19.501 \text{ m}$                           | .. Evaluación de restricción 2.1.1. Frontera del FEXE.                                                                                           |
| $E_2 = 3.604 \text{ m}$                                | ..... 1.13.1 Energía al pie del cimacio                                                                                                          |
| $\Delta E \text{ Disipada} = 84.40\%$                  | ..... Porcentaje de energía disipada                                                                                                             |
| $y_{\text{cm}} = 0.709 \text{ m}$                      | ..... 1.10.7 Tirante Conjugado menor                                                                                                             |
| $A = 2.50$                                             | ..... 1.13.8 Para vertido Libre.                                                                                                                 |
| $y_c / h = 0.76$                                       | ..... Figura No. 1.41                                                                                                                            |
| $h = 1.867 \text{ m}$                                  | ..... Huella del escalón                                                                                                                         |

$h/l = 0.161$  ..... 1.9.7 Relación de alto y huella del escalón

$l = 11.63 \text{ m}$  ..... Longitud de escalón

Redondeado los valores encontrados, principalmente el de la altura de escalón por el tipo de sistema constructivo, se tiene:

$h = 1.8 \text{ m}$  ..... Huella del escalón

$l = 11.2 \text{ m}$  ..... Longitud de escalón

Pendiente de la rápida = 0.160

Ángulo =  $9.12^\circ$

Altura de Tongada 0.30 m.

Se puede aplicar también la relación de la ecuación 1.9.10 de manera comparativa

$h/l = 0.325$  ..... 1.9.10 Relación de alto y huella del escalón

$l = 5.745 \text{ m}$  ..... Longitud de escalón

Redondeado los valores encontrados, principalmente el de la altura de escalón por el tipo de sistema constructivo, se tiene:

$h = 1.8 \text{ m}$  ..... Huella del escalón

$l = 5.5 \text{ m}$  ..... Longitud de escalón

Pendiente de la rápida = 0.325

Ángulo =  $18.00^\circ$

Finalmente altura de Tongada 0.30 m.

Estos resultados establecen que la rápida podrá tener una variación de  $9.12^\circ$  a  $18^\circ$  sin que se pueda presentar un flujo rasante, y de este modo se podrá tener un ajuste dependiendo del talud topográfico de la zona de construcción de la rápida.

Ejemplo No. 2, para este ejemplo se tomaron los datos anteriores y se utilizó la restricción No. 2, obteniéndose los siguientes resultados:

|                                                        |                                                                                                                                                           |
|--------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $q = 5.294 \frac{\text{m}^3}{\text{s} \cdot \text{m}}$ | ..... Gasto Unitario ( $q = Q/b$ )<br>(Volumen de flujo que pasa por<br>unidad de ancho de vertedor)                                                      |
| $y_c = 1.419 \text{ m}$                                | ..... Tirante Crítico ( $y_c^3 = \frac{q^2}{g}$ )                                                                                                         |
| $N_{\text{Coriolis}} = 3.5$                            | ..... Ley de Distribución de Velocidades. El<br>rango es $3.5 \leq N \leq 4$ (experimentos<br>realizados por Frizell y Tozzy, (Chanson,<br>2000. Pag. 73) |
| $\alpha_{\text{Coriolis}} = 1.14$                      | ..... Aplicación de la ec. 1.14.1                                                                                                                         |
| $E_1 = 23.151 \text{ m}$                               | .... Aplicación de la ec. 1.13.2. Energía aguas<br>arriba del cimacio                                                                                     |
| $\Delta E \leq P - 2.9y_c = 16.805 \text{ m}$          | .. Evaluación de restricción 2.1.2. Frontera del<br>FEXE.                                                                                                 |
| $E_2 = 6.346 \text{ m}$                                | ..... 1.13.3 Energía al pie del cimacio                                                                                                                   |
| $\Delta E \text{ Disipada} = 72.59\%$                  |                                                                                                                                                           |
| $y_{\text{cm}} = 0.5021 \text{ m}$                     | ..... 1.10.4 Tirante Conjugado menor                                                                                                                      |
| $y_{\text{cm}} = 0.4987 \text{ m}$                     | ..... 1.10.7 Tirante Conjugado menor                                                                                                                      |
| $A = 4.40$                                             | ..... 1.13.8                                                                                                                                              |
| $y_c / h = 0.215$                                      | ..... Figura No. 1.41                                                                                                                                     |
| $h = 6.60 \text{ m}$                                   | ..... Altura de escalón                                                                                                                                   |
| $h/l = 1.420$                                          | ..... 1.9.7                                                                                                                                               |
| $l = 4.647 \text{ m}$                                  | ..... Huella de escalón                                                                                                                                   |

Redondeado los valores encontrados, principalmente el de la altura de escalón por el tipo de sistema constructivo, se tiene:

$h = 6.60 \text{ m}$  ..... Altura de escalón

$l = 4.70 \text{ m}$  ..... Huella de escalón

Pendiente de la rápida = 1.40

Ángulo =  $54.545^\circ$

Finalmente altura de Tongada 0.30 m.

Para el ejemplo anterior implicaría que los escalones sean tan altos que se presente una caída libre entre escalón y escalón. Esta estructura finalmente tendría un flujo escalón por escalón, sin llegar nunca a un flujo en transición. Sin embargo el tipo de ángulo de la rápida presentaría un flujo rasante para escalones pequeños.

Por otro lado si se toma en cuenta la gráfica No. 1.40, en ella podemos revisar el ángulo respecto al valor  $y_c/h$ , y tomar un valor más cómodo para la construcción de la rápida si se construye en un talud, siguiendo el desarrollo del ejemplo:

Ángulo de la rápida =  $34.5^\circ$

$y_c / h = 0.66$  ..... Figura No. 1.40

$A = 2.65$  ..... Figura No. 1.41

$\Delta E = 19.288 \text{ m}$  ..... Ec. 1.13.8

$E_2 = 3.760 \text{ m}$  ..... 1.13.1 Energía al pie del cimacio

$h/l = 0.575$  ..... 1.9.10.

$y_c / h = 0.66$  por lo que  $h = 2.150 \text{ m}$

$l = 2.15/0.575 = 3.739 \text{ m}$

Redondeado los valores encontrados, principalmente el de la altura de escalón por el tipo de sistema constructivo, se tiene:

$h = 2.1 \text{ m}$  ..... Altura de escalón

$l = 3.652 \text{ m}$  ..... Huella de escalón

Pendiente de la rápida = 0.575

$$\text{Ángulo} = 29.9^\circ$$

Finalmente altura de Tongada 0.30 m.

Ejemplo No.3. Este ejemplo pude ser de los más solicitados, debido a que en la mayoría de los casos es más sencillo realizar una propuesta del tipo de escalón y revisar si se presenta el flujo escalón por escalón.

Para este caso se utilizarán los siguientes datos de entrada:

$$Q_{\text{dis}} = 4500 \text{ m}^3/\text{s} \quad \dots\dots\dots \text{Gasto de Diseño de vertido.}$$

$$P = 20.92 \text{ m} \quad \dots\dots\dots \text{Altura de Vertedor}$$

$$h = 2.40 \text{ m} \quad \dots\dots\dots \text{Altura de escalón}$$

$$l = 5.00 \text{ m} \quad \dots\dots\dots \text{Huella de escalón}$$

$$\text{Pendiente de la rápida } h/l = 1.40$$

$$\text{Ángulo de la rápida} = 54.545^\circ$$

No existen pilas y compuertas para el control de Avenidas.

$$N_{\text{Coriolis}} = 3.5 \quad \dots\dots\dots \text{Ley de Dist. De Velocidades. El rango es } 3.5 \leq N \leq 4 \text{ (experimentos realizados por Frizell y Tozzy, (Chanson, 2000. Pag. 73)}$$

$$\alpha_{\text{Coriolis}} = 1.14 \quad \dots\dots\dots 1.14.1$$

$$y_c / h = 0.215 \quad \dots\dots\dots 1.9.7$$

$$y_c = 1.678 \text{ m} \quad \dots\dots\dots \text{Tirante Crítico } (y_c^3 = \frac{q^2}{g})$$

$$E_1 = 23.557 \text{ m} \quad \dots\dots\dots 1.13.2. \text{ Energía aguas arriba del cimacio}$$

$$y_{\text{cm}} = 0.821 \text{ m} \quad \dots\dots\dots 1.10.4$$

$$E_2 = 4.829 \text{ m} \quad \dots\dots\dots 1.13.3 \text{ Energía al pie del cimacio}$$

$$\Delta E \text{ Disipada} = 79.5\%$$

Se evalúan las restricciones

$$\Delta E \leq P - y_c \Rightarrow 18.728m \leq 19.242m \quad \text{Cumple con evaluación de restricción 2.1.1}$$

$$\Delta E \geq P - 2.9y_c \Rightarrow 18.728m \geq 16.055m \quad \text{Cumple con evaluación de restricción 2.1.2}$$

$$q = 6.805 \frac{m^3}{s \cdot m} \quad \dots\dots\dots \text{Gasto Unitario } (q = Q/b)$$

(Volumen de flujo que pasa por  
unidad de ancho de vertedor)

$$b = 661.266 \text{ m} \quad \dots\dots\dots \text{Ancho de Vertedor o longitud de  
cresta vertedora.}$$

$$y_{cim} = 2.135 \text{ m} \quad \dots\dots\dots \text{Tirante sobre el vertedor}$$

Finalmente se pueden ajustar o redondear los datos a número inmediato superior o inferior, para su mejor ejecución en obra quedando:

$$Q_{dis} = 4500 \text{ m}^3/s \quad \dots\dots\dots \text{Gasto de Diseño de vertido.}$$

$$P = 20.92 \text{ m} \quad \dots\dots\dots \text{Altura de Vertedor}$$

$$h = 2.40 \text{ m} \quad \dots\dots\dots \text{Altura de escalón}$$

$$l = 5.00 \text{ m} \quad \dots\dots\dots \text{Huella de escalón}$$

$$q = 6.805 \frac{m^3}{s \cdot m} \quad \dots\dots\dots \text{Gasto Unitario (Volumen de flujo  
que pasa por unidad de ancho)}$$

$$b = 660 \text{ m} \quad \dots\dots\dots \text{Ancho de Vertedor o longitud de  
cresta vertedora.}$$

$$y_{cim} = 2.13 \text{ m} \quad \dots\dots\dots \text{Tirante sobre el vertedor}$$

En el caso de que alguna restricción no se cumpla, será necesario modificar la geometría de los escalones. Recomendándose en esta tesis solo modificar una y que su modificación se realice de la siguiente forma: si se modifica la altura se realizará una reducción en ella, y en el caso de la huella se ampliará.

Por otro lado también es factible definir en un vertedor cuál es el gasto en el cual se presenta un FEXE, lo que se puede obtener con los datos del vertedor de la siguiente forma:

$$b = 850 \text{ m} \quad \dots\dots\dots \text{Ancho de Vertedor o longitud de}$$

|                                                        |                                                                                                                                                    |
|--------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| P = 20.92 m                                            | cresta vertedora.<br>..... Altura de Vertedor                                                                                                      |
| $N_{\text{Coriolis}} = 3.5$                            | ..... Ley de Dist. De Velocidades. El<br>rango es $3.5 \leq N \leq 4$ (experimentos<br>realizados por Frizell y Tozzy, (Chanson,<br>2000. Pag. 73) |
| $\alpha_{\text{Coriolis}} = 1.14$                      | ..... 1.14.1                                                                                                                                       |
| h = 0.60 m                                             | ..... Altura de escalón                                                                                                                            |
| l = 0.48 m                                             | ..... Huella de escalón                                                                                                                            |
| $y_c / h = 0.436$                                      | ..... 1.9.7                                                                                                                                        |
| $y_c = 0.262 \text{ m}$                                | ..... Tirante Crítico ( $y_c^3 = \frac{q^2}{g}$ )                                                                                                  |
| $q = 0.419 \frac{\text{m}^3}{\text{s} \cdot \text{m}}$ | ..... Gasto Unitario Unitario ( $q = Q/b$ )<br>(Volumen de flujo que pasa por<br>unidad de ancho de vertedor)                                      |
| $Q_{\text{dis}} = 356 \text{ m}^3/\text{s}$            | ..... Gasto de un Flujo escalón por<br>escalón                                                                                                     |

Este resultado define para cual gasto se presenta un flujo escalón por escalón; sin embargo, se puede obtener el gasto de la frontera entre un FEXE y un FRAS, utilizando el valor  $y_c/h$  de la gráfica No. 1.40, el análisis es el siguiente tomando los datos anteriores:

|                                                        |                                                                                                               |
|--------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $y_c / h = 0.76$                                       | ..... 1.9.7                                                                                                   |
| $y_c = 0.456 \text{ m}$                                | ..... Tirante Crítico ( $y_c^3 = \frac{q^2}{g}$ )                                                             |
| $q = 0.964 \frac{\text{m}^3}{\text{s} \cdot \text{m}}$ | ..... Gasto Unitario Unitario ( $q = Q/b$ )<br>(Volumen de flujo que pasa por<br>unidad de ancho de vertedor) |
| $Q_{\text{dis}} = 820 \text{ m}^3/\text{s}$            | ..... Gasto de un Flujo escalón por                                                                           |

### 3.2.- Diseño de un FRAS

El diseño de un flujo rasante FRAS, se basa principalmente en el inicio de la aireación; debido a que es necesario que el vertido desarrolle en la menor distancia posible la unión de la capa límite con la superficie libre del agua; por lo anterior es posible definir el diseño de un vertedor escalonado, por sus características hidráulicas y por la geometría del escalón.

Para este diseño del vertedor, se elaboraron tres ejemplos de aplicación, con los cuales se diseña la geometría de la rápida y se revisa el comportamiento de la misma.

Ejemplo No. 1. Para este ejemplo se definen los parámetros para los cuales se diseña el vertedor, que son:

$$Q_{\text{dis}} = 4500 \text{ m}^3/\text{s} \quad \dots\dots\dots \text{Gasto de Diseño de vertido.}$$

$$P = 15.5 \text{ m} \quad \dots\dots\dots \text{Altura de Vertedor}$$

$$m = 1.25 \quad \dots\dots\dots \text{Pendiente de la rápida}$$

Se aplica la restricción  $\frac{P}{y_c} \leq 10$  para obtener el tirante crítico, sabiendo de antemano que no pueden existir tirantes críticos mayores a 2.84 m, según la tabla No. 2.1, en la cual también se define que el gasto unitario máximo de una descarga es de 15 m<sup>3</sup>/s m.

$$y_c = 1.55 \text{ m} \quad \dots\dots\dots \text{Tirante Crítico } (y_c^3 = \frac{q^2}{g})$$

$$q = 6.04 \frac{\text{m}^3}{\text{s} \cdot \text{m}} \quad \dots\dots\dots \text{Gasto Unitario Unitario } (q = Q/b)$$

(Volumen de flujo que pasa por  
unidad de ancho de vertedor)

$$y_c / h = 0.769 \quad \dots\dots\dots 1.9.9$$

$$h = 2.015 \text{ m} \approx 2\text{m} \quad \dots\dots\dots \text{Altura de escalón}$$

$$l = h \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = 1.612 \text{ m} \approx 1.6 \text{ m} \quad \dots\dots\dots \text{Huella de escalón}$$

$$b = Q/q = 744.53 \text{ m} \quad \dots\dots\dots \text{Ancho de Vertedor o longitud de}$$

cresta vertedora.

|                                       |                                                                                                                                                   |
|---------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $L_i = 14.208 \text{ m}$              | ..... Punto de inicio de la aireación 1.11.11                                                                                                     |
| $K = 1.249 \text{ m}$                 | ..... Rugosidad relativa del escalón                                                                                                              |
| $F^* = 1.564$                         | ..... 1.11.5                                                                                                                                      |
| $y_i = 0.663 \text{ m}$               | .... Tirante perpendicular a la pseudopantalla                                                                                                    |
| $C = 0.70$                            | ..... 1.12.8                                                                                                                                      |
| $f_e = 0.1$                           | .... Fac. Fricción para flujo aireado                                                                                                             |
| $N_{\text{Coriolis}} = 3.5$           | .... Ley de Dist. De Velocidades. El<br>rango es $3.5 \leq N \leq 4$ (experimentos<br>realizados por Frizell y Tozzy, (Chanson,<br>2000. Pag. 73) |
| $\alpha_{\text{Coriolis}} = 1.14$     | ..... 1.14.1                                                                                                                                      |
| $A = 9.166$                           | ..... 1.13.16                                                                                                                                     |
| $E_1 = 17.825 \text{ m}$              | ..... 1.13.2. Energía aguas arriba del cimacio                                                                                                    |
| $\Delta E = 3.617 \text{ m}$          | ..... Energía disipada                                                                                                                            |
| $E_2 = 14.208 \text{ m}$              | ..... 1.13.3 Energía al pie del cimacio                                                                                                           |
| $y_2 = 0.367 \text{ m}$               | ..... Tirante al pie del cimacio                                                                                                                  |
| $y_2 (14 \text{ m}) = 0.37 \text{ m}$ | ..... 1.12.12                                                                                                                                     |
| $y_{\text{cim}} = 1.973 \text{ m}$    | ..... 2.2.2. (Velocidad de llegada<br>despreciable)                                                                                               |

Ejemplo No. 2. En este ejemplo se realizó un análisis del comportamiento del vertedor ya construido utilizando las ecuaciones propuestas en esta tesis cuando se presenta el gasto de diseño, encontrándose los siguientes resultados:

|                                                        |                                                                                                                                                   |
|--------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $Q_{dis} = 4500 \text{ m}^3/\text{s}$                  | ..... Gasto de Diseño de vertido.                                                                                                                 |
| $P = 15.50 \text{ m}$                                  | ..... Altura de Vertedor                                                                                                                          |
| $b = 850 \text{ m}$                                    | ..... Ancho de Vertedor o longitud de cresta vertedora.                                                                                           |
| $q = 5.294 \frac{\text{m}^3}{\text{s} \cdot \text{m}}$ | ..... Gasto Unitario Unitario ( $q = Q/b$ )<br>(Volumen de flujo que pasa por unidad de ancho de vertedor)                                        |
| $h = 0.60 \text{ m}$                                   | ..... Altura de escalón                                                                                                                           |
| $l = 0.48 \text{ m}$                                   | ..... Huella de escalón                                                                                                                           |
| $m = 1.25$                                             | ..... Pendiente de la rápida                                                                                                                      |
| $y_c = 1.42 \text{ m}$                                 | ..... Tirante Crítico ( $y_c^3 = \frac{q^2}{g}$ )                                                                                                 |
| $L_i = 15.56 \text{ m}$                                | ..... Punto de inicio de la aireación 1.11.11                                                                                                     |
| $\frac{P}{y_c} = 14.74$                                | ... Restricción no valida (1.13.13) se tiene que pensar en un dissipador de energía al final y su comportamiento es similar al de una rápida lisa |
| $K = 0.375 \text{ m}$                                  | ..... Rugosidad relativa del escalón                                                                                                              |
| $F^* = 8.336$                                          | ..... 1.11.5                                                                                                                                      |
| $y_i = 0.55 \text{ m}$                                 | .... Tirante perpendicular a la pseudopantalla                                                                                                    |
| $f_e = 0.1$                                            | .... Fac. Fricción para flujo aireado                                                                                                             |
| $N_{Coriolis} = 3.5$                                   | ..... Ley de Dist. De Velocidades. El rango es $3.5 \leq N \leq 4$ (experimentos realizados por Frizell y Tozzy, (Chanson,                        |

|                                                 |                                                  |
|-------------------------------------------------|--------------------------------------------------|
| $\alpha_{\text{Coriolis}} = 1.14$               | ..... 1.14.1                                     |
| $A = 9.166$                                     | ..... 1.13.16                                    |
| $E_1 = 17.63 \text{ m}$                         | ... 1.13.2. Energía aguas arriba del cimacio     |
| $\Delta E = 4.62 \text{ m} \rightarrow 26.22\%$ | ..... Energía disipada                           |
| $E_2 = 13.00 \text{ m}$                         | ..... 1.13.3 Energía al pie del cimacio          |
| $y_2 = 0.367 \text{ m}$                         | ..... Tirante al pie del cimacio                 |
| $y_2 (20.862 \text{ m}) = 0.387 \text{ m}$      | ..... 1.12.12                                    |
| $y_{\text{cim}} = 1.81 \text{ m}$               | ..... 2.2.2. (Velocidad de llegada despreciable) |

Ejemplo No. 3. Se realizó con el fin de determinar la geometría de los escalones, teniendo en cuenta que el vertedor ya tiene un ancho de cresta determinado y una pendiente:

|                                                                                  |                                                                                                            |
|----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $Q_{dis} = 4500 \text{ m}^3/\text{s}$                                            | ..... Gasto de Diseño de vertido.                                                                          |
| $P = 15.5 \text{ m}$                                                             | ..... Altura de Vertedor                                                                                   |
| $b = 850 \text{ m}$                                                              | ..... Ancho de Vertedor o longitud de cresta vertedora.                                                    |
| $m = 1.25$                                                                       | ..... Pendiente de la rápida                                                                               |
| $q = 5.294 \frac{\text{m}^3}{\text{s} \cdot \text{m}}$                           | ..... Gasto Unitario Unitario ( $q = Q/b$ )<br>(Volumen de flujo que pasa por unidad de ancho de vertedor) |
| $y_c = 1.42 \text{ m}$                                                           | ..... Tirante Crítico ( $y_c^3 = \frac{q^2}{g}$ )                                                          |
| $y_c / h = 0.769$                                                                | ..... 1.9.9                                                                                                |
| $h = 1.845 \text{ m} \approx 1.8 \text{ m}$                                      | ..... Altura de escalón                                                                                    |
| $l = h \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = 1.476 \text{ m} \approx 1.44 \text{ m}$ | ..... Huella de escalón                                                                                    |
| $\frac{P}{y_c} = 10.92$                                                          | ... Restricción al límite (1.13.13)                                                                        |
| $\frac{h}{y_c} = 0.788$                                                          | ... Restricción válida (2.2.2)                                                                             |
| $L_i = 13.04 \text{ m}$                                                          | .... Punto de inicio de la aireación 1.11.11                                                               |
| $K = 1.124 \text{ m}$                                                            | ..... Rugosidad relativa del escalón                                                                       |
| $F^* = 1.604$                                                                    | ..... 1.11.5                                                                                               |
| $y_i = 0.606 \text{ m}$                                                          | .... Tirante perpendicular a la pseudoplantilla                                                            |
| $Vel \text{ med} = 8.74 \text{ m/s}$                                             | .... Restricción (2.2.1)                                                                                   |
| $C = 0.70$                                                                       | ..... 1.12.8                                                                                               |

|                                                  |                                                                                                                                           |
|--------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $f_e = 0.1$                                      | .... Fac. Fricción para flujo aireado                                                                                                     |
| $N_{\text{Coriolis}} = 3.5$                      | ..... Ley de Dist. De Velocidades. El rango es $3.5 \leq N \leq 4$ (experimentos realizados por Frizell y Tozzy, (Chanson, 2000. Pag. 73) |
| $\alpha_{\text{Coriolis}} = 1.14$                | ..... 1.14.1                                                                                                                              |
| $A = 9.166$                                      | ..... 1.13.16                                                                                                                             |
| $E_1 = 17.628 \text{ m}$                         | ..... 1.13.2. Energía aguas arriba del cimacio                                                                                            |
| $\Delta E = 4.622 \text{ m} \rightarrow 26.22\%$ | ..... Energía disipada                                                                                                                    |
| $E_2 = 13.00 \text{ m}$                          | ..... 1.13.3 Energía al pie del cimacio                                                                                                   |
| $y_2 = 0.367 \text{ m}$                          | ..... Tirante al pie del cimacio                                                                                                          |
| $y_2 (20.862 \text{ m}) = 0.381 \text{ m}$       | ..... 4.4.12                                                                                                                              |
| $y_{\text{cim}} = 1.81 \text{ m}$                | ..... 2.2.2. (Velocidad de llegada despreciable)                                                                                          |

En la figura 3.1, se los resultados obtenidos con la propuesta generada por lo cálculos basados en la metodología de diseño establecida en el capítulo anterior con respecto a lo construido en la realidad.

Las comparativas están realizadas con la finalidad de visualizar que la realidad se ajusta a lo establecido teóricamente, así mismo, se establece finalmente que al generar una rugosidad mayor para el gasto de diseño del la presa el punto de inicio de aireación se reduce respecto de la rápida de las blancas.

En relación a la justificación de la metodología establecida, se obtuvieron los datos del modelo reducido de la presa derivadora “Las Blancas” en Tamaulipas, por lo que a continuación se realiza una comparación entre los resultados obtenidos en esta tesis y los que se obtuvieron por el IMTA:

Para un gasto de  $72 \text{ m}^3/\text{s}$ , se observó que el flujo era escalón por escalón, debido a que el gasto es muy pequeño

Para un gasto de  $288 \text{ m}^3/\text{s}$  se observó en todo el vertedor un FEXE; sin embargo, debido a la escala de los primeros escalones (ver figura No. 1.10) no se define si el flujo es

FEXE o FRAS; sin embargo, se observó que existen saltos entre escalones, dejando algunos en los cuales en ocasiones el flujo no los toca.

Para un gasto de  $396 \text{ m}^3/\text{s}$  se observa un FEXE inestable, debido a que en algunos escalones el flujo golpea la huella sin que se pueda amortiguar la energía. Existe un cambio del flujo FEXE a FRAS. El golpeteo del flujo en unos escalones genera que en los siguientes pueda existir una posible baja presión.

Para un gasto de  $594 \text{ m}^3/\text{s}$ , se observa que en los últimos escalones en presentar FEXE es hasta el número 6, observándose de este en adelante un FRAS que roza en el extremo la nariz.

Para un gasto de  $1188 \text{ m}^3/\text{s}$  se observa un ahogamiento del escalón No. 6, con intrusión de burbujas en el 7<sup>mo</sup> escalón. Sin embargo, siguen existiendo brincos entre escalones.

Para un gasto de  $2088 \text{ m}^3/\text{s}$ , el flujo de agua clara se presenta hasta el escalón 8 con intrusión de burbujas en el 9 y 10.

Para un gasto de  $4500 \text{ m}^3/\text{s}$ , el agua clara se presenta hasta el escalón 20, aun cuando existe una intrusión repentina de aire en escalón 13 y una intrusión constante en el 17 y 21 y a partir del 21 al 28 se observan los vórtices en los escalones.

De los datos anteriores y del ejemplo 3, se aprecia que la metodología propuesta arroja los siguientes datos:



El punto de inicio de la aireación se establece en el siguiente escalón, lo que significa que a partir de éste el flujo es de agua blanca como se conoce y que hasta puntos anteriores a este el flujo es transparente.

La metodología define entonces que el punto de inicio de aireación es la longitud sobre el cimacio de 15.56m, mientras que visualmente en el modelo se define la distancia 14.71; es decir, que existe una diferencia de 0.85m misma que pueden estar relacionada a los efectos de escala del modelo analizado, esto se puede ver en la figura No. 3.2.

En relación al FEXE, la metodología propuesta define que el gasto para este tipo de flujo es de  $356 \text{ m}^3/\text{s}$ , lo que significa que después de este tipo de flujo se puede presentar un FTRANS; comparando los resultados obtenido por el IMTA, se observa que para  $594 \text{ m}^3/\text{s}$  se encuentra un FEXE en los últimos escalones, más sin embargo, en los primeros escalones y los intermedios el flujo inicia a ser rasante.

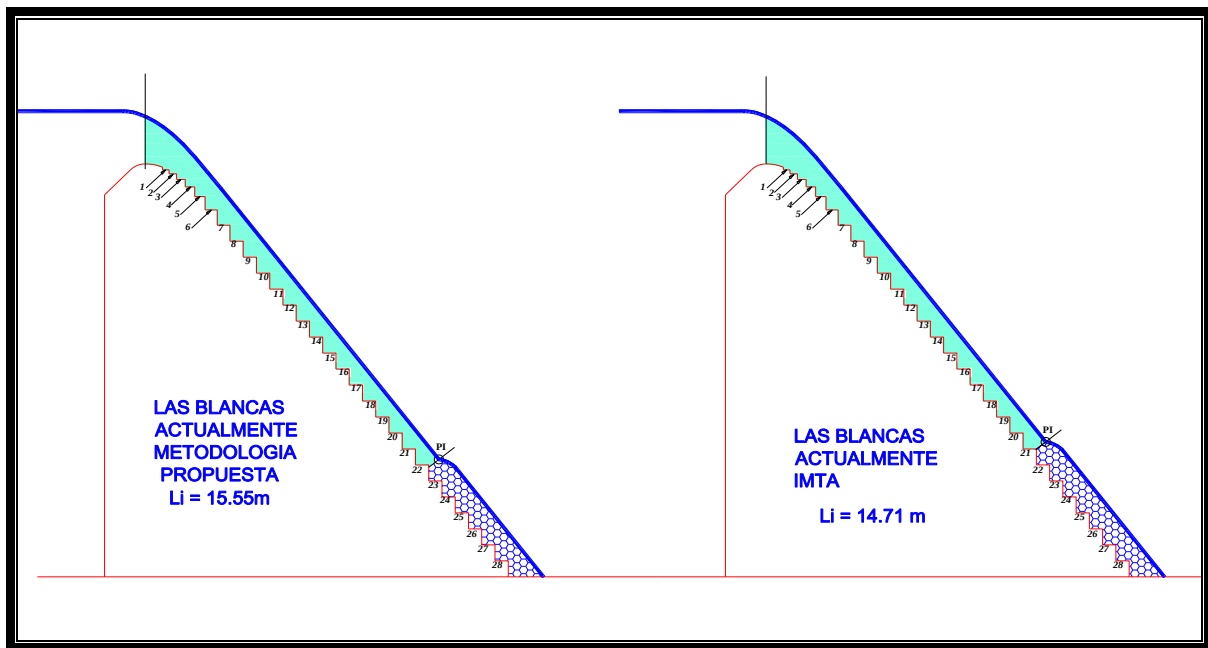


Figura 3.2- Comparación de la metodología propuesta y los datos encontrados por el IMTA (2002)

De acuerdo a la metodología propuesta, también se estableció que el límite del FEXE se encuentra en un gasto de  $820 \text{ m}^3/\text{s}$ , situación que define que en los últimos escalones del vertedor no es posible ya definir si el flujo es escalonado o rasante; sin embargo, si se puede establecer que a lo largo de la rápida el flujo se encuentra en la transición de un FEXE y un FRAS.

Lo anterior lo reporta el IMTA de la siguiente manera “Se pueden observar los saltos que se van formando en todo el perfil del vertedor, del escalón 4 al 6, del 6 al 9, del 9 al 11, del 11 al 13, del 13 al 15, del 15 al 17, del 17 al 20, del 20 al 23, del 23 al 25, y del 25 al 27”.

## Conclusiones y líneas de investigación.

Una de las ventajas de cambiar de una rápida lisa a una rápida escalonada es en principio el ahorro en tiempo en la terminación de la rápida, el sistema constructivo C.C.R., en general lleva puestas en obra mas versátiles; sin embargo, el punto que se debe analizar es la altura de la tongada, que generalmente está restringida por el calor de hidratación del concreto

La metodología presentada en esta tesis, es aplicable a rápidas con ángulos de  $15^\circ$  a  $56^\circ$ , que en general es la pendiente de la mayoría de los vertedores.

No es posible obtener un punto exacto donde se determine el punto de inicio de la aireación, mismo que está sujeto a la longitud desde la cresta del cimacio hasta donde se presenta; en general se presenta una frontera no definida que es el flujo en transición, por lo que esta frontera en cálculo del flujo escalón por escalón, es alcanzada con los gastos máximos sin alcanzar lo que se conoce como flujo rasante.

En el caso de flujo rasante, el gasto máximo es el que predomina en el diseño de los escalones; sin embargo, para gastos pequeños se presenta el flujo escalón por escalón, además el cálculo de este flujo esta basado principalmente el punto de inicio de la aireación que llega a perderse cuando los escalones son pequeños.

Es primordial verificar las relaciones y las restricciones para el diseño, debido a que existe el caso en que la disipación de energía en un vertedor escalonado llega a ser igual que si se tuviera un vertedor de rápida lisa, lo cual establece que se tiene que desarrollar otro tipo de disipador al pie del vertedor.

Durante el proceso de la tesis se desarrolló la ecuación 1.11.11, con la cual se establece el punto de inicio de la aireación sobre la rápida escalonada. Esta ecuación se presentó en el Congreso Nacional de Hidráulica en la ciudad de San Luís Potosí en el 2004.

Se desarrollaron dos modelos hidráulicos en el Laboratorio de la Escuela Superior de Ingeniería y Arquitectura, con los que se estudiaron los tipos de flujo, y se estudió el comportamiento de un flujo en el cual se observó directamente que al aumentar el gasto unitario del vertedor la capa límite tiende a desarrollar un mayor longitud, que finalmente se pierde y en el vertedor solo se observa el agua clara. Este caso en el vertedor desarrollado que tenia el perfil de la presa Derivadora “Las Blancas” en Tamaulipas, se estableció que para el gasto máximo el flujo no tenía concentraciones de aire; si se presentan en algunos escalones atrapamiento de aire pero no en la concentración de un flujo

rasante completamente desarrollado. De este punto entonces se define que la geometría de los escalones debe de ser diseñada respecto a este gasto, que tiende a ser el más agresivo en este tipo de obras; así mismo, debe incorporarse la altura de escalón obtenida en el diseño y no la altura de escalón obtenida de las pruebas de compactación del sistema constructivo de concreto compactado con rodillo.

Es importante hacer notar que debajo de la incorporación del aire al flujo por el desarrollo de la capa límite, el riesgo de que se puedan presentar presiones negativas por la fluctuación del flujo sobre la rápida, se reduce gradualmente por la turbulencia generada y el atrapamiento del aire en la sección del escalón. Los vórtices generados en los escalones finalmente dejan aire atrapado en ellos, estableciendo en el flujo los torbellinos que se observan como rodillos por los cuales el flujo resbala hasta el final de la rápida. En la actualidad se han desarrollado tesis doctorales que establecen el comportamiento de las presiones generadas por los rodillos o vórtices en los escalones; sin embargo, es necesario desarrollar geometrías que reduzcan la longitud del punto de inicio de la aireación en la rápida.

Lo anterior lleva a desarrollar líneas de investigación que no necesariamente se encuentren en la rápida del vertedor y sus escalones, si no más bien en la geometría del cimacio. Lo anterior es expuesto debido a que el punto de análisis futuro, se puede establecer en que el desarrollo de la capa límite pueda alcanzar más rápido la superficie libre del agua, y de ese modo introducir aire a la rápida en una menor longitud.

Al establecer la metodología de diseño de un vertedor escalonado, también es necesario analizar que a mayor altura de los escalones, las fuerzas dinámicas actuantes que se generan por el golpe directo de la masa de agua en un flujo en transición, aumente la presión sobre la huella, lo que finalmente lleva a realizar estudios sobre la dinámica de este tipo de flujo en el escalón y sus futuras consecuencias, que pueden desarrollarse en concretos que sean menos resistentes a menor costo por el sistema constructivo.

El diseño del vertedor escalonado debe desarrollarse para el caso mas desfavorable que viene siendo el del gasto máximo; sin embargo, se puede establecer un gasto intermedio que define directamente un tiempo de retorno menor y para el cual el flujo sea rasante o FRAS con la menor longitud de inicio de la aireación, lo que establece otra línea de investigación, el análisis estadístico de la probabilidad del mejor funcionamiento con respecto al periodo de retorno del gasto de diseño y la menor longitud de desarrollo del flujo rasante.

En esta tesis se estableció que el diseño de un vertedor escalonado debe realizarse conforme se tengan los parámetros del prototipo en cuestión, así como sus características hidráulicas, para después continuar con el tipo de flujo que se quiere en la rápida y finalmente la geometría de los escalones, por lo que queda desarrollar el sistema que defina directamente con un flujo en transición la geometría de la rápida, estableciendo que en el vertedor se presenten los dos casos para diferentes gastos.

En relación a la concentración de aire, es necesario puntualizar que en estudios realizados por Boes (2003), define un punto que sí tiene relevancia en el prototipo, y establece que el tamaño de las burbujas tanto en el prototipo como en el modelo son similares, por lo que cuanto mayor sea la escala ( $e$ ) del modelo reducido, mayor serán las dimensiones relativas de las burbujas, lo que conduce a una menor capacidad de transporte de la fase aire. Este efecto de escala provoca que se esperen mayores concentraciones de aire en prototipo.

Es recomendable siempre que los modelos hidráulicos se conserven durante algún tiempo, con el fin de que se puedan realizar estudios e investigaciones del atrapamiento de aire y en su caso un análisis directo de lo que la cavitación puede desarrollar.

En relación a los estudios realizados por el IMTA y la metodología de diseño para vertedores escalonados, es necesario definir que los datos tomados son lo que se obtuvieron del vertedor modelado a escala, por lo que es conveniente realizar una mejor aproximación con los datos que la presa “Las Blancas” en Tamaulipas pueda arrojar durante los vertidos que tenga; por otro lado, se observa que aun cuando la presa tiene un buen funcionamiento, éste pudo haber sido mejorado con una altura de escalones mejor, ya que la mayoría de los modelos construidos se han establecido para ellos la altura de escalón de construcción y se escala el gasto de vertido al modelo, lo que conlleva a que las burbujas de aire tengan una mayor concentración en el prototipo que en el modelo, por lo anterior, es necesario estudiar las obras desde el planteamiento de su geometría en el vertido como una línea de investigación, que se implementa con la finalidad de producir una aireación más cercana al cimacio del vertedor.

## Referencias Bibliográficas:

- 1).- Batchelor, G. K.  
An introduction to Fluid Dynamics.  
Cambridge University Press. 1991.
- 2).- Beer, Ferdinand P y Johnston, E. Russell, Jr.  
Mecánica Vectorial para Ingenieros. Dinámica.  
Ed. Mc Graw Hill, Quinta edición. 614 p. 2000.
- 3).- Boes, Robert M. and Hager, W.  
Hydraulic design of stepped spillways. Journal of Hydraulic Engineering,  
129-9: 671–679 p, 2003.
- 4).- Boes, Robert M. and Minior, Hans-Erwin  
Guidelines for the hydraulic desing of stepped spillways  
Hydrauli of stepped spillways, Minor and Hager (eds) Balkema, Rotterdam,  
ISBN 90 5809 135x. © 2000.
- 5).- Cain, P. and Wood, R. I.  
Mesurements of self-Aerated flow on a spillway  
Journal of the Hydraulics Division, ASCE Vol. 107, No. 11, 1425-1444 p, November  
1981.
- 6).- Camargo Hernández, Jaime E. Et al.  
Funcionamiento hidráulico de un vertedor escalonado.  
XVIII Congreso Latinoamericano de hidráulica. Oaxaca, México, IAHR.  
Octubre 1998.
- 7).- Carvajal Rodríguez Roberto.  
Diseño de la obra de excedencias alojada en una presa tipo gravedad, ejemplo de  
aplicación. División de Ing. Civil Topog. y Geodésica. Depto. Ing. Hidráulica.  
Facultad de Ingeniería. UNAM. 2001.
- 8).- Chamani, Mahammad R.  
Air inception in skimming flow regime over steppedspillways  
Hydraulics of Stepped Spillways, Ed. Balkema, Róterdam, 61-67 p.  
January 1, 2000
- 9).- Chamani and Rajaratnam  
Jet flow on stepped spillways.  
Journal oh Hydraulic Engineering. Vol. 120, nº 2 February 1994.

- 10).-Chanson, Hubert.  
Comparison of energy dissipation between nappe and skimming flow regimes on stepped chutes. Journal of Hydraulic Research. Vol. 30. n° 2. 1994.
- 11).-Chanson, Hubert.  
Hydraulics of skimming flows over stepped channels  
Journal of Hydraulic Research, Vol.32., No.3, 445-459 p. 1994.
- 12).-Chanson, Hubert  
Hydraulic design of Stepped Cascades, Channels, Weirs and Spillways.  
Hydraulics and Environmental Engineering. Department of Civil Engineering. The University of Queensland Brisbane QLD 4072, Australia. Ed. Pergamon. Primera Edición 1994.
- 13).-Chanson, Hubert.  
Hydraulic design of Stepped Cascades, Channels, Weirs and Spillways.  
ISBN-13: 9780080419183. 23-33 p. January 28 1995.
- 14).-Chanson, Hubert.  
Current expertise and experience on stepped chute flows. Forum Article. (Kyoto, Japan). 636 p. 27 April 1999.
- 15).-Chanson Hubert.  
Forum Article Hydraulics of Stepped Spillways. Journal of Hydraulic Engineering.  
<http://espace.library.uq.edu.au/eserv/UQ:9347/Forum.pdf>  
<http://www.uq.edu.au/~e2hchans/reprints/jhe2000.pdf>  
September 1 2000.
- 16).-Chanson, Hubert.  
Hidráulica del flujo en canales abiertos  
Universidad de Queensland, Australia  
Ed. Mc Graw Hill, Primera Edición Mayo 2002.
- 17).-Chanson, Hubert. (A)  
A transition flow regimen on stepped spillways the facts.  
IAHR001. 1-9 p. 2002
- 18).-Chapra C. Steven  
Métodos numéricos para ingenieros.  
Editorial Limusa, México DF. 1997.
- 19).-Chaudhry, M. H. & Younus M.  
A Depth Averaged k- $\epsilon$  Turbulence Model for the Computation of Free Surface Flow,  
Journal of Hydraulic Research, Vol 32, No. 3, 415 - 444 p, 1994.

- 20).-Chow, V. T.  
Open channel hydraulics.  
McGraw Hill. 1959.
- 21).-Comisión Federal de Electricidad CFE  
Manual de Diseño de obras civiles; Hidrotecnia; Obras Hidráulicas  
Comisión Federal de Electricidad. CFE, México, 1981.
- 22).-Diez Cascón Sagrado, Joaquin, Bueno Hernández, Francisco.  
Grupo de Trabajo de hormigón compactado con rodillo de la Universidad de Cantabria. Estudios sobre presas de Hormigón Compactado con Rodillo.  
Capítulo No. 4, 7 y 9. 2001.
- 23).-Domínguez Cortazar Miguel Angel  
Arrastre de aire en flujos de agua a superficie libre.  
Tesis de Maestría. Universidad Nacional Autónoma de México. 1983
- 24).-Elviro García Víctor y Mateos Iguácel Cristóbal  
Disipación de energía en aliviaderos escalonados. Ingeniería Civil (CEDEX).  
Nº 113, 999.
- 25).-Falvey , Henry T.  
Air-water flow in hydraulic structures  
Engineering monograph No. 41. USBR. December 1980.
- 26).-French, Richard H.  
Hidráulica de canales abiertos.  
Editorial Mc Graw Hill, México DF. Julio 1992.
- 27).-Frizell, K.  
Stepped Spillway Conference en Hydraulic Engineering. Asee New York, pág. 118-123. 1991.
- 28).-Frizell, K. H. and Mefford, Brent W.  
Designing Spillway to prevent cavitation damage.  
American Concrete Institute. Concrete International. Vol. 13, No. 5. 61 p. p. 58-64. 1991-5. Volume: 13. Issue Number: 5
- 29).-Garbosky, Z. A.  
Túneles Hidrotécnicos y Obras vertedoras  
Editorial UDN. Parte II. 1970
- 30).-García Castañeda, Hugo A.  
Referencia personal, CNA. 2003

- 31).-Garcia de Arriba Raul. Grupo de Trabajo de hormigón compactado con rodillo de la Universidad de Cantabria.  
Diseño y caracterización de hormigones compactados con rodillo. Aplicación a presas de fábrica. 55-64, 97 p. 1992.
- 32).-Garde, R. J.  
Fluid Mechanics Through problems.  
John Wiley and Sons, Inc. 1989.
- 33).-Golzé, Alfred R.  
Handbook of Dam Engineering.  
Van Nostrand Reinhold Company 1977. New York, NY.
- 34).-Gonzalez, Carlos. and Chanson, Hubert.  
Scale effects in moderate slope stepped spillways. Experimental studies in air-water flows. In 8th National Conference on Hydraulics in Water Engineering, 2004.
- 35).-Hager, W. H.  
Experiments on Standar spillway flow.  
Proceedings of the Institution of Civil Engineers, London, Part 2, 1991
- 36).-Hass Mora.  
Apuntes de mecánica de rocas (Geotecnia IV)  
Facultad de ingeniería. División de estudios de posgrado de la UNAM. 1992.
- 37).-Kenneth D. Hansen, P.E. William G. Reinhardt.  
Roller-Compacted Concrete Dams  
McGraw-Hill, Inc. Cap. No. 1, 2,3,4,5,6 y 9. 2003.
- 38).-Lane, E. W.  
Entrainment of air in swiftly flowing water  
Civil Engineering, ASCE, Vol. 9 No.2. (1939), pp. 89–91.
- 39).-Levi, E.  
La afloración de estrías vorticosas en láminas vertientes  
Revista de Ingeniería, Vol. 1. 108 p. 1964
- 40).-Mateos, Cristóbal Iguacel y Elviro García, Víctor.  
Disipador de energía en aliviaderos  
<http://hispagua.cedex.es/Grupo1/Revistas/Ingcivil/113/Articulo3/aliviaderos.htm>
- 41).-Mateos, Cristóbal Iguacel y Elviro García, Víctor.  
The use of stepped spillways in energy dissipation.  
60th Executive Meeting ICOLD. Septiembre 1992. Granada.

- 42).-Mateos, Cristóbal Iguacel y Elviro García, Víctor.  
Rugosidad del flujo en aliviaderos escalonados.  
XVI Congreso Latinoamericano de Hidráulica. Chile. Octubre 1994.
- 43).-Mateos, Cristóbal Iguacel y Elviro García, Víctor.  
Stepped Spillways. Desing for the transition between the spillway crest and the steps.  
Hydra 2000. Vol. 1. London 1995.
- 44).-Mateos, Cristóbal Iguacel y Elviro García, Víctor.  
Spanish research into stepped spillways. Hydropower & Dams September 1995.  
Traducido en Ingeniería Civil No. 101. 1996.
- 45).-Mateos, Cristóbal Iguacel y Elviro García, Víctor.  
Initiation of Natural Aeration in Stepped Spillways. Scale Effects.  
ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting. Washington, D.C. 1998
- 46).-Matos, Jorge, Sanchez, Marti et al.  
Characteristic depth and pressure profiles in skimming flow over stepped spillways.  
Technical University of Cataluya. UPC, Barcelona Spain. Proc. 28th IAHR Congress (CDROM). 1999.
- 47).-Mejía Fernández, Fernando et al.  
Aireadores en un rebosadero escalonado.  
XVIII Congreso Latinoamericano de hidráulica. Oaxaca, México, Octubre 1998.  
IAHR.
- 48).-Merle C. Potter y David C. Wiggert.  
Mecánica de Fluidos.  
Prentice Hall. 1997. Cáp. 5, 6 y 7.
- 49).-Michels, V. And Lovely, M.  
Some Prototype observations of air entrained flow  
Proc. 5th IAHR-ASCE, Minneapolis, USA, Pag. 403-414. 1990.
- 50).-Minor Hans-Erwin  
Spillways for high velocities.  
Hydraulics of Stepped Spillways, Ed. Balkema, Róterdam. P 3-10. January 1, 2000.
- 51).-Minor Hans-Erwin  
Hydraulics of Stepped Spillways.  
Proceedings of the international workshop on hydraulics of stepped spillways. Zürich, Switzerland. Marzo 22-24, 2000. Balkema.
- 52).-Montes, J. S.  
Curvature analysis of spillway profiles.

Proceedings of the 11th Australasian Fluid Mechanics Conference AFMA, Vol. 2, Paper 14-18, Hobart, Australia. December 1992.

- 53).-Moral, Fernando  
Hormigón armado.  
Séptima edición. Editorial Dossat, S.A. 1966. Capítulo No. 1, 2, 3 y 4.
- 54).-Mott, Robert l.  
Mecánica de fluidos aplicada. Cuarta Edición. Ed. Pearson. Cap. 17. 2006.
- 55).-Naudascher, Eduard.  
Hidráulica de canales, Diseño de estructuras.  
Limusa, Noriega Editores, 2002. Capítulos 6 y 7.
- 56).-Neville, A. M. Brooks, J. J.  
Tecnología del hormigón  
Tercera edición. 1987. Pág. 60-65, 77-81, 232 y 233.
- 57).-Ohtsu I., Yasuda Y., and Takahashi M..  
Flow characteristic of skimming flows in stepped channels. Journal of Hydraulic Engineering, 130-9:860–869, 2004.
- 58).-Peterka A. J.  
The Effect of entrained air on cavitation pitting  
Joint meeting paper, AIRH-ASCE Minneapolis Minesota, USA. Ago 1953.
- 59).-Prentice-Hall international series in civil engineering and engineering mechanics  
Overview  
Prentice-Hall, Inc., 1986. Capítulo 1, 2, 3, 6, 7, 8 y 11.
- 60).-Proyecto Hidroeléctrico “ESTI”, República de Panamá. Presa Canjilones.  
Análisis de Estabilidad.
- 61).-Quintanilla Blanco Roberto  
Obtención de la velocidad del agua en el interior de un aliviadero escalonado mediante técnicas digitales. Premios José Torán, Convocatoria 2001.
- 62).-Rajaratman, N.  
Skimming flow in stepped spillways,  
Journal of the hydraulics division, ASCE, Vol. 116, 587-591 p. 1990.
- 63).-Rendón Ricardi, Gerardo.  
“Modelización del comportamiento térmico del concreto compactado con rodillo”.  
Tesis de Licenciatura. Universidad Nacional Autónoma de México. Cáp. 1 y 2. 1999.

- 64).- Sánchez Bribiesca, José Luis.  
Reflexiones sobre el desarrollo de la ingeniería hidráulica en México. 5 p.  
Conferencia presentada en el Colegio de Ingenieros Civiles de México. Cuadernos FICA. México 1996.
- 65).- Sandeep P. Tatewar et Ramesh N. Ingle.  
Design of Stepped spillway for skimming flow regime.  
Hydraulics of stepped spillways, Minor and Hager (eds) © 2000 Balkema, Rotterdam, ISBN 90 5809 135x
- 66).- Sacristán, Eulalia  
Revista "Muy Interesante", Sección de Ingeniería. Año XVIII No. 04. Abril del 2000.  
P 68.
- 67).- Sánchez Bribiesca, José Luis.  
Reflexiones sobre el desarrollo de la ingeniería hidráulica en México  
Conferencia presentada en el Colegio de Ingenieros Civiles de México. 1996.  
<http://www.fundacion-ica.org.mx/CUADERNILLOS/CUADERNO09.htm>
- 68).- Secretaría de agricultura y recursos hidráulicos (SARH).  
Diseño de puentes para vehículos. Tomo I.  
Dirección general de irrigación y drenaje. Ing Filiberto Campos Núñez. 1988. Cap.  
1.2.- Estudios hidrológicos e hidráulicos.
- 69).- Sotelo Ávila, Gilberto.  
Hidráulica General. Volumen No. 1. Fundamentos.  
Ed. Limusa. Noriega Editores. México DF. 1996
- 70).- Sotelo Ávila, Gilberto.  
Hidráulica de canales. Apuntes de Hidráulica de Canales.  
Departamento de publicaciones de la Facultad de Ingeniería, UNAM. México DF.  
Mayo de 1994
- 71).- Sotelo Ávila, Gilberto.  
Diseño hidráulico de estructuras. Apuntes de Hidráulica II.  
Departamento de publicaciones de la Facultad de Ingeniería, UNAM. México DF.  
Mayo de 1994.
- 72).- Stephenson, D.  
Energy dissipation down stepped spillways. The International Water Power & Dam Construction, p 27-30. Sep. 1991.

- 73).-Tozzi, M. J.  
Residual energy in stepped spillways. Water Power & Dam Construction.  
Mayo 1994.
- 74).-U.S. Department of the Interior, Bureau of Reclamation  
Design of Small Dams  
United States Government, Segunda Edición, Washington (1974)
- 75).-Velazquez Santillan R.  
Diseño de vertedores escalonados aplicados a la presa “Las Blancas”  
Tesis de Maestría en Ingeniería Universidad Nacional Autónoma de México, Jiutepec  
Morelos IMTA. 2002
- 76).-Wood, Ian R.  
Air Entrainment in free surface flows  
IAHR Hydraulic Structures. Design Manual No. 4, Hydraulic Design Considerations.  
149 p. 1991.
- 77).-Yasuda Y. and Chanson H..  
Micro and macroscopic study of two-phase flow on a stepped chute. In Ganoulis J.  
and Prinos P., editors, Proc. 30th IAHR Biennial Congress, Thessaloniki, Greece,  
volume D, pages 695–702, ISBN 960-598-1. 2003.
- 78).-Youichi Yasuda and Iwao Ohtsu  
Flow Resistance of skimming flow in stepped channels.  
Dept. of Civ. Engrg., Nihon University, Coll of Sci. and Tech. Kanda Surugadai 1-8,  
Chiyoda-ku, Tokio, 101-8308, Japan. XXVIII IAHR Congress. 1999

## **Anexo No. 1.- Cálculo de avenidas de diseño para un vertedor.**

En la construcción de una presa se tiene que considerar el estudio hidrológico de la zona, este punto puede ser el más importante, debido a que los datos arrojados por dicho estudio brindarán los parámetros de diseño de la cortina, la obra o las obras de excedencias y diversas estructuras hidráulicas.

El estudio hidrológico está destinado a recabar los informes necesarios que servirán de base para el diseño y éste a su vez a la construcción. Se deben realizar con todo cuidado y buen criterio, pues de nada sirve un buen diseño si éste se basó en estudios de campo incompletos, erróneos o deficientes.

Aunque existen otros parámetros importantes para el diseño de tales obras (topográfica, mecánica de suelos, etc.) solo se abarcará sólo al aspecto hidráulico.

La presa derivadora “Las Blancas” en Tamaulipas tiene un vertedor tipo escalonado. Los datos de proyecto son conocidos, es decir se cuenta con planos, cotas, longitudes, diseño geométrico de los escalones, etc; los cuales fueron hechos en primera instancia para un vertedor de rápida lisa y después se propuso un vertedor escalonado.

Los diferentes métodos que se han desarrollado para estimar la avenida máxima de una corriente, pueden clasificarse en los siguientes grupos:

- 1.- Fórmulas y métodos empíricos.
- 2.- Métodos estadísticos.
- 3.- Métodos basados en el Hidrógrama Unitario.
- 4.- Procedimiento de sección pendiente.

El método del Hidrograma Unitario es uno de los métodos utilizados en hidrología, para determinar el gasto producido por una lluvia en una determinada cuenca hidrográfica. Si fuera posible que se produjeran dos lluvias idénticas sobre una cuenca hidrográfica y las condiciones iniciales de la precipitación fueran idénticas, entonces es de esperarse que los hidrogramas correspondientes a las dos lluvias sean iguales. Esta es la base del concepto de hidrograma unitario. En la realidad es muy difícil que ocurran lluvias idénticas; estas pueden variar su duración; el volumen precipitado; su distribución espacial; su intensidad, por lo que no se utilizará este método ni tampoco los empíricos y el de sección-pendiente.

Los métodos estadísticos que se aplicaron al Río Álamo, un afluente del Río Bravo, para la obtención de la avenida máxima fueron:

- Método de Gumbel.
- Método de Nash
- Método de Levediev.

Cada uno de estos métodos se aplicó para obtener el gasto con frecuencias de 1000, 500, 100, 50 y 10 años de tiempo de retorno en el Río Álamo, Tamaulipas.

En la tabla No. A1.1, se presentan los gastos máximos desde el año 1931 hasta el año 1962, así mismo se puede observar el mes y el año en que se presentaron.

| Mes        | Año  | Gasto (m <sup>3</sup> /s) |
|------------|------|---------------------------|
| Julio      | 1931 | 600                       |
| Septiembre | 1932 | 568                       |
| Septiembre | 1933 | 2170                      |
| Abril      | 1934 | 351                       |
| Mayo       | 1935 | 101                       |
| Agosto     | 1936 | 283                       |
| Agosto     | 1937 | 98                        |
| Agosto     | 1938 | 574                       |
| Abril      | 1939 | 343                       |
| Junio      | 1940 | 348                       |
| Septiembre | 1941 | 200                       |
| Octubre    | 1942 | 278                       |
| Septiembre | 1943 | 174                       |
| Agosto     | 1944 | 1710                      |
| Octubre    | 1945 | 334                       |
| Octubre    | 1946 | 564                       |
| Agosto     | 1947 | 229                       |
| Septiembre | 1948 | 4100                      |
| Abril      | 1949 | 401                       |
| Septiembre | 1950 | 333                       |
| Septiembre | 1951 | 500                       |
| Mayo       | 1952 | 253                       |
| Agosto     | 1953 | 1220                      |
| Abril      | 1954 | 398                       |
| Septiembre | 1955 | 198                       |
| Mayo       | 1956 | 270                       |
| Abril      | 1957 | 631                       |
| Octubre    | 1958 | 630                       |
| Agosto     | 1959 | 238                       |
| Julio      | 1960 | 362                       |
| Octubre    | 1961 | 156                       |
| Septiembre | 1962 | 247                       |
| Junio      | 1963 | 608                       |
| Septiembre | 1964 | 570                       |
| Febrero    | 1965 | 190                       |
| Agosto     | 1966 | 191                       |
| Septiembre | 1967 | 2450                      |
| Julio      | 1968 | 98                        |
| Junio      | 1969 | 276                       |
| Junio      | 1970 | 182                       |
| Junio      | 1971 | 404                       |
| Septiembre | 1972 | 440                       |
| Junio      | 1973 | 435                       |
| Octubre    | 1974 | 140                       |

**Tabla No. A1.1.- Gastos máximos en el Río Álamo, en Tamaulipas.**

Los datos existentes en el boletín hidrométrico No. 53, Tomo III, los datos que se tienen son hasta 1974, por otro lado, el Ing. Benjamín Domínguez Ruiz de la Subgerencia de Hidrometría de la CNA, confirmó lo anteriormente mostrado, debido a que ellos también cuentan con estos datos y además no se encuentran incluidos en el programa BANDAS del IMTA.

## Avenida de diseño por el Método de Gumbel

El método de Gumbel, es uno de los más utilizados en el cálculo de avenidas de diseño, para aplicarlo es necesario conocer los gastos máximos anuales. La aproximación está en función del número de años observados, obteniéndose los gastos máximos correspondientes a periodos de retorno determinados.

Se calcula el gasto máximo promedio “ $Q_m$ ”

$$Q_m = \frac{\sum Q_i}{N}$$

$$Q_m = \frac{24846}{44} = 564.68 \quad m^3 / s$$

Se determina la Desviación estándar:

$$S_q = \sqrt{\frac{\sum Q_i^2 - NQ_m^2}{N-1}}$$

$$S_q = \sqrt{\frac{3.7413 \times 10^7 - 44(564.68)^2}{44-1}} = 737.428$$

Se estiman los coeficientes  $Y_n$  y  $S_n$  de la tabla No. A1.2.

$$S_n = 1.1499 \quad \text{y} \quad Y_n = 0.5458$$

Se calcula el gasto máximo

$$Q_{máx} = Q_m - \frac{S_q}{S_n} (Y - \text{Log}_e Tr)$$

Para 1000 años

$$Q_{m\acute{a}x} = 564.68 - \frac{737.428}{1.148} (0.5453 - Ln(1000)) = 4644.59 \text{ m}^3 / s$$

| N  | Yn      | Sn      |
|----|---------|---------|
| 8  | 0.4843  | 0.9043  |
| 9  | 0.4902  | 0.928   |
| 10 | 0.4952  | 0.9497  |
| 11 | 0.4996  | 0.9676  |
| 12 | 0.5035  | 0.9833  |
| 13 | 0.507   | 0.9972  |
| 14 | 0.51    | 1.0095  |
| 15 | 0.5128  | 1.02057 |
| 16 | 0.5157  | 1.0316  |
| 17 | 0.5181  | 1.0411  |
| 18 | 0.5202  | 1.0493  |
| 19 | 0.522   | 1.0566  |
| 20 | 0.52355 | 1.06283 |
| 21 | 0.5252  | 1.0696  |
| 22 | 0.5268  | 1.0754  |
| 23 | 0.5283  | 1.0811  |
| 24 | 0.5296  | 1.0864  |
| 25 | 0.53086 | 1.09145 |
| 26 | 0.532   | 1.0961  |
| 27 | 0.5332  | 1.1004  |
| 28 | 0.5343  | 1.1047  |
| 29 | 0.5353  | 1.1086  |
| 30 | 0.53622 | 1.11238 |
| 31 | 0.5371  | 1.1159  |
| 32 | 0.538   | 1.1193  |
| 33 | 0.5388  | 1.1226  |
| 34 | 0.5396  | 1.1255  |
| 35 | 0.54034 | 1.12847 |
| 36 | 0.541   | 1.1313  |
| 37 | 0.5418  | 1.1339  |
| 38 | 0.5424  | 1.1363  |
| 39 | 0.543   | 1.1388  |
| 40 | 0.54362 | 1.14132 |
| 41 | 0.5442  | 1.1436  |
| 42 | 0.5448  | 1.1458  |
| 43 | 0.5453  | 1.148   |
| 44 | 0.5458  | 1.1499  |
| 45 | 0.5463  | 1.15184 |
| 46 | 0.5468  | 1.1538  |
| 47 | 0.5473  | 1.1557  |
| 48 | 0.5477  | 1.1574  |

| N    | Yn      | Sn      |
|------|---------|---------|
| 49   | 0.5481  | 1.159   |
| 50   | 0.54854 | 1.16066 |
| 51   | 0.5489  | 1.1623  |
| 52   | 0.5493  | 1.1638  |
| 53   | 0.5497  | 1.1653  |
| 54   | 0.5501  | 1.1667  |
| 55   | 0.5504  | 1.1681  |
| 56   | 0.5508  | 1.1696  |
| 57   | 0.5511  | 1.1708  |
| 58   | 0.5515  | 1.1721  |
| 59   | 0.5518  | 1.1734  |
| 60   | 0.55208 | 1.17467 |
| 62   | 0.5527  | 1.177   |
| 64   | 0.5533  | 1.1793  |
| 66   | 0.5538  | 1.1814  |
| 68   | 0.5543  | 1.1834  |
| 70   | 0.55477 | 1.18536 |
| 72   | 0.5552  | 1.1873  |
| 74   | 0.5557  | 1.189   |
| 76   | 0.5561  | 1.1906  |
| 78   | 0.5565  | 1.1923  |
| 80   | 0.55688 | 1.19382 |
| 82   | 0.5572  | 1.1953  |
| 84   | 0.5576  | 1.1934  |
| 86   | 0.558   | 1.198   |
| 88   | 0.5583  | 1.1994  |
| 90   | 0.5586  | 1.20073 |
| 92   | 0.5589  | 1.2121  |
| 94   | 0.5592  | 1.2032  |
| 96   | 0.5595  | 1.2044  |
| 98   | 0.5598  | 1.2055  |
| 100  | 0.56002 | 1.20349 |
| 150  | 0.56461 | 1.22534 |
| 200  | 0.56715 | 1.23598 |
| 250  | 0.56878 | 1.24292 |
| 300  | 0.56993 | 1.24786 |
| 400  | 0.57144 | 1.2545  |
| 500  | 0.5724  | 1.2588  |
| 750  | 0.57377 | 1.26506 |
| 1000 | 0.5745  | 1.26851 |
|      | 0.57722 | 1.28255 |

Tabla No. A1.2.- Valores de Yn y Sn (Tabla de la distribución Gumbel)

Para 500 años

$$Q_{m\acute{a}x} = 564.68 - \frac{737.428}{1.148}(0.5453 - Ln(500)) = 4200.09 \quad m^3 / s$$

Para 100 años

$$Q_{m\acute{a}x} = 564.68 - \frac{737.428}{1.148}(0.5453 - Ln(100)) = 3167.95 \quad m^3 / s$$

Para 50 años

$$Q_{m\acute{a}x} = 564.68 - \frac{737.428}{1.148}(0.5453 - Ln(50)) = 2723.43 \quad m^3 / s$$

Para 10 años

$$Q_{m\acute{a}x} = 564.68 - \frac{737.428}{1.148}(0.5453 - Ln(10)) = 1691.30 \quad m^3 / s$$

El intervalo de confianza dentro del cual puede variar el gasto máximo, se calcula de la siguiente manera:

$$\phi = 1 - \frac{1}{Tr}$$

Si  $\phi$  varía entre 0.2 y 0.8, el intervalo de confianza se calcula con:

$$\Delta Q = \pm \sqrt{N} \propto S_m \frac{S_Q}{S_N N}$$

Donde:

N = Número de años de registro

$\sqrt{N} \propto S_m$  = Es una constante en función de  $\phi$  y se toma de la tabla No. A1.3.

Si  $\phi$  es mayor a 0.9, el intervalo de confianza se calcula con:

$$\Delta Q = \pm \frac{1.14 S_q}{S_N}$$

El intervalo de 0.8 a 0.9 se considera de transición donde  $\Delta Q$  es proporcional al calculado con la expresión más adecuada conforme el valor de  $\phi$

$$\Delta Q = \pm \frac{1.14 S_Q}{S_n} = \frac{1.14 * 737.428}{1.1499} = 731.08 \text{ m}^3 / s$$

| $\phi$ | $\sqrt{N} \propto S_m$ |
|--------|------------------------|
| 0,01   | 2,1607                 |
| 0,02   | 1,7894                 |
| 0,05   | 1,4550                 |
| 0,10   | 1,3228                 |
| 0,15   | 1,2548                 |
| 0,20   | 1,2427                 |
| 0,25   | 1,2494                 |
| 0,30   | 1,2687                 |
| 0,35   | 1,2981                 |
| 0,40   | 1,3366                 |
| 0,45   | 1,3845                 |
| 0,50   | 1,4427                 |
| 0,55   | 1,5113                 |
| 0,60   | 1,5984                 |
| 0,65   | 1,7034                 |
| 0,70   | 1,8355                 |
| 0,75   | 2,0069                 |
| 0,80   | 2,2408                 |
| 0,85   | 2,5849                 |
| 0,90   | 3,1639                 |
| 0,95   | 4,4721                 |
| 0,98   | 7,0710                 |
| 0,99   | 10,0000                |

**Tabla No. A1.3.- Valores de la constante  $\sqrt{N} \propto S_n$  con respecto de  $\phi$ .**

Se determinan los gastos de diseño para las frecuencias de 1000, 500, 100, 50 y 10 años.

Para 1000 años

$$Q_d = 4651,66 + 731.08 = 5375.67 \text{ m}^3/s$$

Para 500 años

$$Q_d = 4206,41 + 731.08 = 4931.15 \text{ m}^3/\text{s}$$

Para 100 años

$$Q_d = 3172,58 + 731.08 = 3899.03 \text{ m}^3/\text{s}$$

Para 50 años

$$Q_d = 2727,33 + 731.08 = 3454.51 \text{ m}^3/\text{s}$$

Para 10 años

$$Q_d = 1693,49 + 731.08 = 2422.38 \text{ m}^3/\text{s}$$

## Avenida de diseño por el Método de Nash

En el cálculo de la avenida de diseño por el método de Nash, se calcula el valor de la constante C y  $X_i$  de la siguiente manera:

$$C = \frac{\sum X_i Q_i - N X_m Q_m}{\sum X_i^2 - N X_m^2}$$

$$X_i = \text{Log} \left( \text{Log} \left( \frac{Tr}{Tr-1} \right) \right)$$

$$X_m = \frac{\sum X_i}{N} = \frac{-26.37}{44} = -0.599$$

$$Q_m = 564.68 \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$C = \frac{-28186.35 - 44(-0.599)(564.68)}{26.77 - 44(-0.599)^2} = -1211.79$$

Se calcula el valor de “a”

$$a = Q_m - C X_m$$

$$a = 564.68 - 1211.79 (-0.599)$$

$$a = -161.49$$

Se calcula la avenida máxima “Qmax”

$$Q_{\max} = a + C \log \left( \log \left( \frac{Tr}{Tr-1} \right) \right)$$

Para 1000 años

$$Q_{\max} = -161.49 + (-1211.79) \log \left( \log \left( \frac{1000}{1000-1} \right) \right) = 3912.55 \text{ m}^3/\text{s}$$

Para 500 años

$$Q_{\max} = -161.49 + (-1211.79) \log \left( \log \left( \frac{500}{500-1} \right) \right) = 3547.50 \text{ m}^3/\text{s}$$

Para 100 años

$$Q_{\max} = -161.49 + (-1211.79) \log \left( \log \left( \frac{100}{100-1} \right) \right) = 2698.38 \text{ m}^3/\text{s}$$

Para 50 años

$$Q_{\max} = -161.49 + (-1211.79) \log \left( \log \left( \frac{50}{50-1} \right) \right) = 2330.93 \text{ m}^3/\text{s}$$

Para 10 años

$$Q_{\max} = -161.49 + (-1211.79) \log \left( \log \left( \frac{10}{10-1} \right) \right) = 1461.75 \text{ m}^3/\text{s}$$

Se determina el intervalo de confianza.

$$Q = \pm 2 \sqrt{\frac{S_{qq}}{N^2(N-1)} + (X - X_m)^2 \frac{1}{N-2} \frac{1}{S_{xx}} \left( S_{qq} - \frac{S_{xq}^2}{S_{xx}} \right)}$$

$$X_i = \log \left( \log \left( \frac{Tr}{Tr-1} \right) \right)$$

$$S_{xx} = N(\sum X_i^2) - (\sum X_i)^2 = 44 * 26.77^2 - (-26.37)^2 = 30845.89$$

$$S_{qq} = N(\sum Q_i^2) - (\sum Q_i)^2 = 44 * 3.74 * 10^7 - (24846)^2 = 1.03E + 09$$

$$S_{xq} = N \sum Q_i X_i - (\sum Q_i)(\sum X_i) = 44 * 24846 - 26,37 - 24846(-26.37) = -585078.51$$

Para 1000 años:

$$Q = \pm 2 \sqrt{\frac{1.03E + 09}{44^2(44-1)} + (-3.362 - (-0.599))^2 \frac{1}{44-2} \left( \frac{1}{30845.89} \right) \left( 1.03E + 09 - \frac{-585078.51^2}{308445.89} \right)}$$

$$Q = 271 \quad m^3 / s$$

Para 500 años:

$$Q = \pm 2 \sqrt{\frac{1.03E + 09}{44^2(44-1)} + (-3.0608 - (-0.599))^2 \frac{1}{44-2} \left( \frac{1}{30845.89} \right) \left( 1.03E + 09 - \frac{-585078.51^2}{308445.89} \right)}$$

$$Q = 262 \quad m^3 / s$$

Para 100 años:

$$Q = \pm 2 \sqrt{\frac{1.03E + 09}{44^2(44-1)} + (-2.360 - (-0.599))^2 \frac{1}{44-2} \left( \frac{1}{30845.89} \right) \left( 1.03E + 09 - \frac{-585078.51^2}{308445.89} \right)}$$

$$Q = 243 \quad m^3 / s$$

Para 50 años:

$$Q = \pm 2 \sqrt{\frac{1.03E + 09}{44^2(44-1)} + (-2.057 - (-0.599))^2 \frac{1}{44-2} \left( \frac{1}{30845.89} \right) \left( 1.03E + 09 - \frac{-585078.51^2}{308445.89} \right)}$$

$$Q = 237 \quad m^3 / s$$

Para 10 años:

$$Q = \pm 2 \sqrt{\frac{1.03E + 09}{44^2(44 - 1)} + (-1,340 - (-0.599))^2 \frac{1}{44 - 2} \left( \frac{1}{30845.89} \right) \left( 1.03E + 09 - \frac{-585078.51^2}{308445.89} \right)}$$

$$Q = 226 \text{ m}^3 / s$$

Se obtienen las avenidas de diseño:

Para 1000 años

$$Q_d = 3912,55 + 271.45 = 4183.99 \text{ m}^3/s$$

Para 500 años

$$Q_d = 3547,50 + 262.08 = 3809.57 \text{ m}^3/s$$

Para 100 años

$$Q_d = 2698.38 + 243.49 = 2941.86 \text{ m}^3/s$$

Para 50 años

$$Q_d = 2330.93 + 237.07 = 2567.96 \text{ m}^3/s$$

Para 10 años

$$Q_d = 1461.75 + 226.22 = 1687.97 \text{ m}^3/s$$

## Avenida de diseño por el Método de Levediev.

Por este método, se determina el gasto máximo para tiempos de retorno de 1000, 500, 100, 50 y 10 años del Río Álamo, Tamaulipas.

El primer paso es el cálculo del gasto promedio “Qm”

$$Q_m = \frac{Q_i}{N} = \frac{24846}{44} = 564,68$$

Se obtiene el coeficiente de variación “Cv”

$$C_v = \sqrt{\frac{\sum \left( \frac{Q_i}{Q_m} - 1 \right)^2}{N}} = \sqrt{\frac{73.33}{44}} = 1.291 \quad \text{.....A1.1}$$

Se obtiene el coeficiente de asimetría “Cs”

$$C_s = \sqrt{\frac{\sum \left( \frac{Q_i}{Q_m} - 1 \right)^3}{NC_v}}$$

Sin embargo esta expresión es solo válida cuando el número de años de observaciones es mayor a 40; cuando se tienen menos valores, el coeficiente se obtiene de la siguiente forma:

Cs = 2 Cv para corrientes producidas por deshielo.

Cs = 3 Cv para corrientes producidas por tormentas.

Cs = 2 Cv para corrientes producidas por tormentas en cuencas ciclónicas.

Para nuestro caso se aplicará la ecuación de Cs resultando:

$$C_s = \sqrt{\frac{309.52}{44 * 1.291}} = 2.33$$

De la tabla No. A1.4, que se encuentra al final del anexo se obtiene el valor del coeficiente de frecuencia K es:

Para 1000 años:

$$P = \frac{1}{1000} * 100 = 0.1$$

$$K = 6.29$$

Para 500 años:

$$P = \frac{1}{500} * 100 = 0.2$$

$$K = 5.85$$

Para 100 años:

$$P = \frac{1}{100} * 100 = 1.0$$

$$K = 3.74$$

Para 50 años:

$$P = \frac{1}{50} * 100 = 2.0$$

$$K = 2.99$$

Para 10 años:

$$P = \frac{1}{10} * 100 = 10.0$$

$$K = 1.25$$

Se calcula el valor del gasto máximo probable.

$$Q_{\max} = Q_m (K * C_v + 1)$$

Para 1000 años:

$$Q_{\max} = 564.68(6.29 * 1.291 + 1) = 5150.09 \text{ m}^3 / \text{s}$$

Para 500 años:

$$Q_{\max} = 564.68(5.85 * 1.291 + 1) = 4829.33 \text{ m}^3 / \text{s}$$

Para 100 años:

$$Q_{\max} = 564.68(3.74 * 1.291 + 1) = 3291.14 \text{ m}^3 / \text{s}$$

Para 50 años:

$$Q_{\max} = 564.68(2.99 * 1.291 + 1) = 2744.39 \text{ m}^3 / \text{s}$$

Para 10 años:

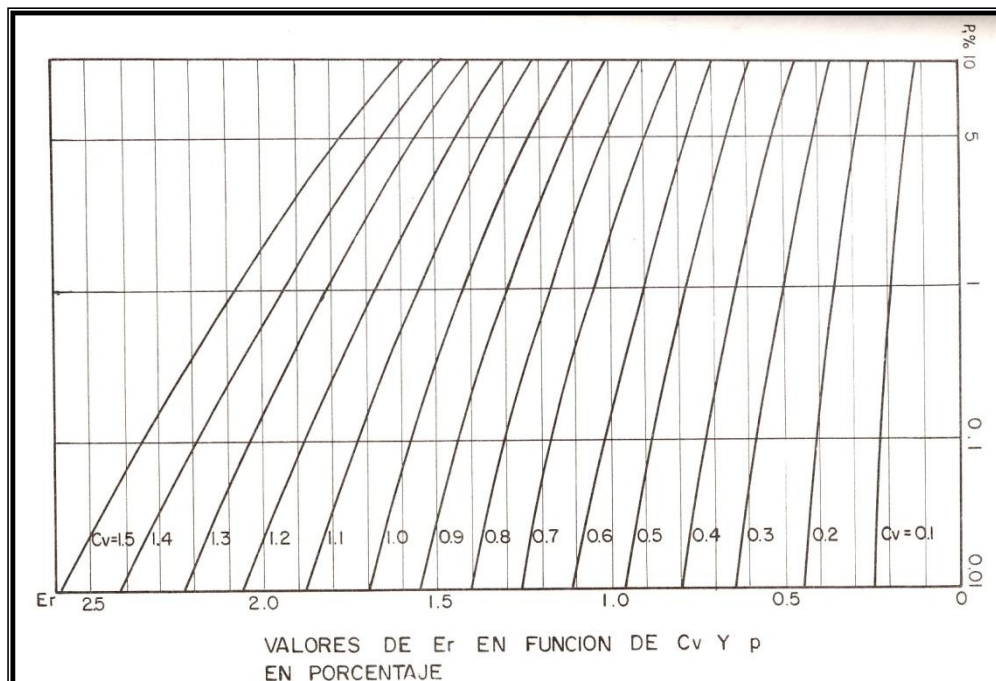
$$Q_{\max} = 564.68(1.25 * 1.291 + 1) = 1475.93 \text{ m}^3 / \text{s}$$

Se estima el valor de A, que es un coeficiente que varía de 0.7 a 1.5, y depende del número de años de registros que se encontraron; si se tienen una cantidad considerable de años de registro, el valor del coeficiente será menor. Si el número de años “N” es mayor a 40 años, se toma el valor de 0.7.

En la figura A1.1, se encuentra graficado el valor del coeficiente “Er”.

Este valor de “Er”, se encuentra definiendo primero por la curva relacionada al coeficiente de variación obtenido anteriormente según la ecuación A1.1, el cual tiene un valor de 1.291. De la misma similar se obtienen los valores de la probabilidad de los tiempos de retorno expresados en porcentaje. Una vez con estos dos datos, cuando la curva del Coeficiente de variación y la línea de probabilidad del tiempo de retorno se cruzan en la gráfica, establecen un punto por el cual se deberá trazar una línea vertical hacia la parte inferior de la gráfica donde se encuentran definidos los valores de ER.

De tal manera que  $C_v = 1.291$ , y la probabilidad de 1000 años de Tiempo de retorno es 0.1, entonces de la intersección de las dos líneas se genera en el cruce una línea vertical dirigida a la parte inferior de la gráfica donde se encuentran los valores de  $E_r$  es cual tiene un valor de 2.04.



**Figura A1.1.- Valores de  $E_r$ .**

Para 1000 años:

$$E_r = 2.04$$

Para 500 años:

$$E_r = 2.00$$

Para 100 años:

$$E_r = 1.82$$

Para 50 años:

$$E_r = 1.75$$

Para 10 años:

$$E_r = 1.40$$

Se calcula el intervalo de confianza “Q”

$$A_Q = \frac{AE_r Q_{\max}}{\sqrt{N}}$$

Para 1000 años:

$$\Delta Q = \frac{0.7 * 2.04 * 5150.09}{\sqrt{44}} = 1108.71$$

Para 500 años:

$$\Delta Q = \frac{0.7 * 2.0 * 4828.33}{\sqrt{44}} = 1019.27$$

Para 100 años:

$$\Delta Q = \frac{0.7 * 1.82 * 3291.14}{\sqrt{44}} = 632.11$$

Para 50 años:

$$\Delta Q = \frac{0.7 * 1.75 * 2744.39}{\sqrt{44}} = 506.82$$

Para 10 años:

$$\Delta Q = \frac{0.7 * 1.40 * 1475.93}{\sqrt{44}} = 218.06$$

Se obtiene el gasto de diseño sumando al máximo probable en el intervalo de confianza.

$$Q_{d1000} = Q_{\max} + \Delta Q = 5150.09 + 1108.71 = 6258.80 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_{d500} = Q_{\max} + \Delta Q = 4829.33 + 1019.27 = 5848.60 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_{d100} = Q_{\max} + \Delta Q = 3291.14 + 632.11 = 3923.25 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_{d50} = Q_{\max} + \Delta Q = 2744.39 + 506.82 = 3251.21 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_{d10} = Q_{\max} + \Delta Q = 1475.93 + 218.06 = 1693.99 \text{ m}^3/\text{s}$$

## Resumen de resultados:

En la tabla No. A1.5 Se pueden observar los resultados de los métodos anteriormente aplicados, se puede ver que el método de Nash genera los valores más bajos del gasto de diseño, el método de Gumbel es el intermedio, y el método de Levediev es el más alto en rango.

| Método   | Gasto de diseño m <sup>3</sup> /s |          |          |         |         |
|----------|-----------------------------------|----------|----------|---------|---------|
|          | Tr = 1000                         | Tr = 500 | Tr = 100 | Tr = 50 | Tr = 10 |
| Gumbel   | 5384                              | 4939     | 3905     | 3460    | 2426    |
| Nash     | 5395                              | 5029     | 4177     | 3808    | 2937    |
| Levediev | 6259                              | 5849     | 3923     | 3251    | 1694    |

Tabla A1.5.- Resumen de resultados de gastos de Diseño.

Si se maneja un período de diseño de 100 años, ninguno de los gastos llega a 4000 m<sup>3</sup>/s; sin embargo, es factible observar que dentro de los gastos obtenidos del Boletín Hidrológico, existe una avenida que se presentó en el mes de Septiembre del año 1948, en la cual pasaron 4100 m<sup>3</sup>/s. Si bien es cierto, este gasto pertenece a un tiempo mayor de 100 años y teniendo en cuenta el tiempo que ha transcurrido desde esta avenida a la construcción de la presa (55 años), resulta factible diseñar el vertedor para un gasto mayor o igual al de esta avenida.

De la visita realizada a la presa derivadora “Las Blancas” en Tamaulipas, con base en registros que se tienen del río Álamo, la avenida de 4100 m<sup>3</sup>/s fue el parámetro de diseño para la presa que está proyectada para un gasto de 4500 m<sup>3</sup>/s y un tirante de 1.88 m sobre la cresta vertedora (Ref. Personal. Ing. Álvaro Boldo CNA 2002).

| MÉTODO DE LEVEDIEV |        |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |      |
|--------------------|--------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| VALORES DE K       |        |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |      |
| Cs                 | P en % |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |       |       |       |       |       |       |       |       | Cs    |       |      |
|                    | 0.01   | 0.10 | 0.50 | 1.0  | 2.0  | 3.0  | 5.0  | 10.0 | 20.0 | 25.0 | 30.0 | 40.0 | 50.0  | 60.0  | 70.0  | 75.0  | 80.0  | 90.0  | 95.0  | 97.0  |       | 99.0  | 99.9 |
| 0.00               | 3.72   | 3.09 | 2.58 | 2.33 | 2.02 | 1.88 | 1.64 | 1.00 | 0.84 | 0.67 | 0.52 | 0.25 | 0.00  | -0.25 | -0.52 | -0.67 | -0.84 | -1.28 | -1.64 | -1.88 | -2.33 | -3.09 | 0.00 |
| 0.05               | 3.83   | 3.16 | 2.62 | 2.36 | 2.06 | 1.90 | 1.65 | 1.28 | 0.84 | 0.66 | 0.52 | 0.24 | -0.01 | -0.26 | -0.52 | -0.68 | -0.84 | -1.28 | -1.62 | -1.86 | -2.29 | -3.02 | 0.05 |
| 0.10               | 3.94   | 3.23 | 2.67 | 2.40 | 2.11 | 1.92 | 1.67 | 1.29 | 0.84 | 0.66 | 0.51 | 0.24 | -0.02 | -0.27 | -0.53 | -0.68 | -0.85 | -1.27 | -1.61 | -1.84 | -2.25 | -2.95 | 0.10 |
| 0.15               | 4.05   | 3.31 | 2.71 | 2.44 | 2.13 | 1.94 | 1.68 | 1.30 | 0.84 | 0.66 | 0.50 | 0.23 | -0.02 | -0.28 | -0.54 | -0.68 | -0.85 | -1.26 | -1.60 | -1.82 | -2.22 | -2.88 | 0.15 |
| 0.20               | 4.16   | 3.38 | 2.76 | 2.47 | 2.16 | 1.96 | 1.70 | 1.30 | 0.83 | 0.65 | 0.50 | 0.22 | -0.03 | -0.28 | -0.55 | -0.69 | -0.85 | -1.26 | -1.58 | -1.79 | -2.18 | -2.81 | 0.20 |
| 0.25               | 4.27   | 3.45 | 2.81 | 2.50 | 2.18 | 1.98 | 1.71 | 1.30 | 0.82 | 0.64 | 0.49 | 0.21 | -0.04 | -0.29 | -0.56 | -0.70 | -0.85 | -1.25 | -1.56 | -1.77 | -2.14 | -2.69 | 0.25 |
| 0.30               | 4.38   | 3.52 | 2.86 | 2.54 | 2.21 | 2.00 | 1.72 | 1.31 | 0.82 | 0.64 | 0.48 | 0.20 | -0.05 | -0.30 | -0.56 | -0.70 | -0.85 | -1.24 | -1.55 | -1.75 | -2.10 | -2.67 | 0.30 |
| 0.35               | 4.50   | 3.59 | 2.90 | 2.58 | 2.23 | 2.02 | 1.73 | 1.32 | 0.82 | 0.64 | 0.48 | 0.20 | -0.06 | -0.30 | -0.56 | -0.70 | -0.85 | -1.24 | -1.53 | -1.72 | -2.06 | -2.60 | 0.35 |
| 0.40               | 4.61   | 3.66 | 2.95 | 2.61 | 2.26 | 2.04 | 1.75 | 1.32 | 0.82 | 0.63 | 0.47 | 0.19 | -0.07 | -0.31 | -0.57 | -0.71 | -0.85 | -1.23 | -1.52 | -1.70 | -2.03 | -2.54 | 0.40 |
| 0.45               | 4.72   | 3.74 | 2.99 | 2.64 | 2.28 | 2.06 | 1.76 | 1.32 | 0.82 | 0.62 | 0.46 | 0.18 | -0.08 | -0.32 | -0.58 | -0.71 | -0.85 | -1.22 | -1.51 | -1.68 | -2.00 | -2.47 | 0.45 |
| 0.50               | 4.83   | 3.81 | 3.04 | 2.68 | 2.31 | 2.08 | 1.77 | 1.32 | 0.81 | 0.62 | 0.46 | 0.17 | -0.08 | -0.33 | -0.58 | -0.71 | -0.85 | -1.22 | -1.49 | -1.66 | -1.96 | -2.40 | 0.50 |
| 0.55               | 4.94   | 3.88 | 3.08 | 2.72 | 2.33 | 2.10 | 1.78 | 1.32 | 0.80 | 0.62 | 0.45 | 0.16 | -0.09 | -0.34 | -0.58 | -0.72 | -0.85 | -1.21 | -1.47 | -1.64 | -1.92 | -2.32 | 0.55 |
| 0.60               | 5.05   | 3.96 | 3.13 | 2.75 | 2.35 | 2.12 | 1.80 | 1.33 | 0.80 | 0.61 | 0.44 | 0.16 | -0.10 | -0.34 | -0.59 | -0.72 | -0.85 | -1.20 | -1.45 | -1.61 | -1.88 | -2.27 | 0.60 |
| 0.65               | 5.16   | 4.03 | 3.17 | 2.78 | 2.37 | 2.14 | 1.81 | 1.33 | 0.79 | 0.60 | 0.44 | 0.15 | -0.11 | -0.35 | -0.60 | -0.72 | -0.85 | -1.19 | -1.44 | -1.59 | -1.84 | -2.20 | 0.65 |
| 0.70               | 5.28   | 4.10 | 3.22 | 2.82 | 2.40 | 2.15 | 1.82 | 1.33 | 0.79 | 0.59 | 0.43 | 0.14 | -0.12 | -0.36 | -0.60 | -0.72 | -0.85 | -1.18 | -1.42 | -1.57 | -1.81 | -2.14 | 0.70 |
| 0.75               | 5.39   | 4.17 | 3.26 | 2.86 | 2.42 | 2.16 | 1.83 | 1.34 | 0.78 | 0.58 | 0.42 | 0.13 | -0.12 | -0.36 | -0.60 | -0.72 | -0.86 | -1.18 | -1.40 | -1.54 | -1.78 | -2.08 | 0.75 |
| 0.80               | 5.50   | 4.24 | 3.31 | 2.89 | 2.45 | 2.18 | 1.84 | 1.34 | 0.78 | 0.58 | 0.41 | 0.12 | -0.13 | -0.37 | -0.60 | -0.73 | -0.86 | -1.17 | -1.38 | -1.52 | -1.74 | -2.02 | 0.80 |
| 0.85               | 5.62   | 4.31 | 3.35 | 2.92 | 2.47 | 2.20 | 1.85 | 1.34 | 0.78 | 0.58 | 0.40 | 0.12 | -0.14 | -0.38 | -0.60 | -0.73 | -0.86 | -1.16 | -1.36 | -1.49 | -1.70 | -1.96 | 0.85 |
| 0.90               | 5.73   | 4.38 | 3.40 | 2.96 | 2.50 | 2.22 | 1.86 | 1.34 | 0.77 | 0.57 | 0.40 | 0.11 | -0.15 | -0.38 | -0.61 | -0.73 | -0.85 | -1.15 | -1.35 | -1.47 | -1.66 | -1.90 | 0.90 |
| 0.95               | 5.84   | 4.46 | 3.44 | 2.99 | 2.52 | 2.24 | 1.87 | 1.34 | 0.76 | 0.56 | 0.39 | 0.10 | -0.16 | -0.38 | -0.62 | -0.73 | -0.85 | -1.14 | -1.34 | -1.44 | -1.62 | -1.84 | 0.95 |
| 1.00               | 5.96   | 4.53 | 3.49 | 3.02 | 2.54 | 2.25 | 1.88 | 1.34 | 0.76 | 0.55 | 0.38 | 0.09 | -0.16 | -0.39 | -0.62 | -0.73 | -0.85 | -1.13 | -1.32 | -1.42 | -1.59 | -1.79 | 1.00 |
| 1.05               | 6.07   | 4.60 | 3.53 | 3.06 | 2.56 | 2.26 | 1.88 | 1.34 | 0.75 | 0.54 | 0.37 | 0.08 | -0.17 | -0.40 | -0.62 | -0.74 | -0.85 | -1.12 | -1.30 | -1.40 | -1.56 | -1.74 | 1.05 |
| 1.10               | 6.18   | 4.67 | 3.58 | 3.09 | 2.58 | 2.28 | 1.89 | 1.34 | 0.74 | 0.54 | 0.36 | 0.07 | -0.18 | -0.41 | -0.62 | -0.74 | -0.85 | -1.10 | -1.28 | -1.38 | -1.52 | -1.68 | 1.10 |
| 1.15               | 6.30   | 4.74 | 3.62 | 3.12 | 2.60 | 2.30 | 1.90 | 1.34 | 0.74 | 0.53 | 0.36 | 0.06 | -0.18 | -0.42 | -0.62 | -0.74 | -0.84 | -1.09 | -1.26 | -1.36 | -1.48 | -1.63 | 1.15 |
| 1.20               | 6.41   | 4.81 | 3.66 | 3.15 | 2.62 | 2.31 | 1.92 | 1.34 | 0.73 | 0.52 | 0.35 | 0.05 | -0.19 | -0.42 | -0.63 | -0.74 | -0.84 | -1.08 | -1.24 | -1.33 | -1.45 | -1.58 | 1.20 |
| 1.25               | 6.52   | 4.88 | 3.70 | 3.18 | 2.64 | 2.32 | 1.93 | 1.34 | 0.72 | 0.52 | 0.34 | 0.04 | -0.20 | -0.42 | -0.63 | -0.74 | -0.84 | -1.07 | -1.22 | -1.30 | -1.42 | -1.53 | 1.25 |
| 1.30               | 6.64   | 4.95 | 3.74 | 3.21 | 2.67 | 2.34 | 1.94 | 1.34 | 0.72 | 0.51 | 0.33 | 0.04 | -0.21 | -0.43 | -0.63 | -0.74 | -0.84 | -1.06 | -1.20 | -1.28 | -1.38 | -1.48 | 1.30 |
| 1.35               | 6.74   | 5.02 | 3.78 | 3.24 | 2.69 | 2.36 | 1.94 | 1.34 | 0.72 | 0.50 | 0.32 | 0.03 | -0.22 | -0.44 | -0.64 | -0.74 | -0.84 | -1.05 | -1.18 | -1.28 | -1.35 | -1.44 | 1.35 |
| 1.40               | 6.87   | 5.09 | 3.83 | 3.27 | 2.71 | 2.37 | 1.95 | 1.34 | 0.71 | 0.49 | 0.31 | 0.02 | -0.22 | -0.44 | -0.64 | -0.73 | -0.83 | -1.04 | -1.17 | -1.23 | -1.32 | -1.39 | 1.40 |
| 1.45               | 6.98   | 5.19 | 3.87 | 3.30 | 2.72 | 2.38 | 1.95 | 1.33 | 0.70 | 0.48 | 0.30 | 0.01 | -0.23 | -0.44 | -0.64 | -0.73 | -0.82 | -1.03 | -1.15 | -1.21 | -1.29 | -1.35 | 1.45 |
| 1.50               | 7.09   | 5.28 | 3.91 | 3.33 | 2.74 | 2.39 | 1.96 | 1.33 | 0.69 | 0.47 | 0.30 | 0.00 | -0.24 | -0.45 | -0.64 | -0.73 | -0.82 | -1.02 | -1.13 | -1.19 | -1.26 | -1.31 | 1.50 |
| 1.55               | 7.20   | 5.32 | 3.95 | 3.36 | 2.76 | 2.40 | 1.96 | 1.33 | 0.68 | 0.46 | 0.29 | 0.01 | -0.24 | -0.45 | -0.64 | -0.73 | -0.82 | -1.00 | -1.12 | -1.16 | -1.23 | -1.28 | 1.55 |
| 1.60               | 7.31   | 5.37 | 3.99 | 3.39 | 2.78 | 2.42 | 1.97 | 1.33 | 0.68 | 0.46 | 0.28 | 0.02 | -0.25 | -0.46 | -0.64 | -0.73 | -0.81 | -0.99 | -1.10 | -1.14 | -1.20 | -1.24 | 1.60 |
| 1.65               | 7.42   | 5.44 | 4.03 | 3.42 | 2.80 | 2.43 | 1.97 | 1.32 | 0.67 | 0.45 | 0.27 | 0.02 | -0.26 | -0.46 | -0.64 | -0.72 | -0.81 | -0.98 | -1.08 | -1.12 | -1.17 | -1.20 | 1.65 |
| 1.70               | 7.54   | 5.50 | 4.07 | 3.44 | 2.82 | 2.44 | 1.98 | 1.32 | 0.66 | 0.44 | 0.26 | 0.03 | -0.27 | -0.47 | -0.64 | -0.72 | -0.81 | -0.97 | -1.06 | -1.10 | -1.14 | -1.17 | 1.70 |
| 1.75               | 7.65   | 5.57 | 4.11 | 3.47 | 2.83 | 2.45 | 1.98 | 1.32 | 0.65 | 0.43 | 0.25 | 0.04 | -0.28 | -0.48 | -0.64 | -0.72 | -0.80 | -0.96 | -1.04 | -1.08 | -1.12 | -1.14 | 1.75 |

Tabla No. A1.4.- Valores de K para el método de Levediev.

| MÉTODO DE LEVEDIEV |        |      |      |      |      |      |      |      |      |      |        |       |       |       |       |       |       |        |        |        |        |        |                |
|--------------------|--------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|----------------|
| VALORES DE K       |        |      |      |      |      |      |      |      |      |      |        |       |       |       |       |       |       |        |        |        |        |        |                |
| C <sub>s</sub>     | P en % |      |      |      |      |      |      |      |      |      |        |       |       |       |       |       |       |        |        |        |        |        | C <sub>s</sub> |
|                    | 0.01   | 0.10 | 0.50 | 1.0  | 2.0  | 3.0  | 5.0  | 10.0 | 20.0 | 25.0 | 30.0   | 40.0  | 50.0  | 60.0  | 70.0  | 75.0  | 80.0  | 90.0   | 95.0   | 97.0   | 99.0   | 99.9   |                |
| 1.80               | 7.76   | 5.64 | 4.15 | 3.50 | 2.85 | 2.46 | 1.99 | 1.32 | 0.64 | 0.42 | 0.24   | -0.05 | -0.28 | -0.48 | -0.64 | -0.72 | -0.80 | -0.94  | -1.02  | -1.06  | -1.09  | -1.11  | 1.80           |
| 1.85               | 7.87   | 5.70 | 4.19 | 3.52 | 2.86 | 2.48 | 1.99 | 1.32 | 0.64 | 0.41 | 0.23   | -0.06 | -0.28 | -0.48 | -0.64 | -0.72 | -0.79 | -0.93  | -1.00  | -1.04  | -1.06  | -1.08  | 1.85           |
| 1.90               | 7.98   | 5.77 | 4.23 | 3.55 | 2.88 | 2.19 | 2.00 | 1.31 | 0.63 | 0.40 | 0.22   | -0.07 | -0.29 | -0.48 | -0.64 | -0.72 | -0.78 | -0.92  | -0.98  | -1.01  | -1.04  | -1.05  | 1.90           |
| 1.95               | 8.10   | 5.84 | 4.26 | 3.58 | 2.89 | 2.50 | 2.00 | 1.30 | 0.62 | 0.40 | 0.21   | -0.08 | -0.30 | -0.48 | -0.64 | -0.71 | -0.78 | -0.91  | -0.96  | -0.99  | -1.02  | -1.02  | 1.95           |
| 2.00               | 8.21   | 5.91 | 4.30 | 3.60 | 2.91 | 2.51 | 2.00 | 1.30 | 0.61 | 0.39 | 0.20   | -0.08 | -0.31 | -0.49 | -0.64 | -0.71 | -0.77 | -0.90  | -0.950 | -0.97  | -0.990 | -1.00  | 2.00           |
| 2.05               |        | 5.97 | 4.34 | 3.63 | 2.92 | 2.52 | 2.00 | 1.30 | 0.60 | 0.38 | 0.19   | -0.09 | -0.32 | -0.49 | -0.64 | -0.70 | -0.76 | -0.89  | -0.932 | -0.95  | -0.967 | -0.976 | 2.05           |
| 2.10               |        | 6.04 | 4.38 | 3.65 | 2.94 | 2.53 | 2.01 | 1.29 | 0.59 | 0.37 | 0.18   | -0.10 | -0.32 | -0.50 | -0.64 | -0.70 | -0.76 | -0.866 | -0.914 | -0.930 | -0.945 | -0.953 | 2.10           |
| 2.15               |        | 6.09 | 4.42 | 3.66 | 2.94 | 2.53 | 2.01 | 1.28 | 0.58 | 0.30 | 0.17   | -0.11 | -0.32 | -0.50 | -0.64 | -0.69 | -0.75 | -0.854 | -0.898 | -0.913 | -0.925 | -0.931 | 2.15           |
| 2.20               |        | 6.14 | 4.46 | 3.68 | 2.95 | 2.54 | 2.02 | 1.27 | 0.57 | 0.35 | 0.16   | -0.12 | -0.33 | -0.50 | -0.64 | -0.68 | -0.74 | -0.842 | -0.882 | -0.895 | -0.905 | -0.910 | 2.20           |
| 2.25               |        | 6.20 | 4.49 | 3.70 | 2.96 | 2.54 | 2.02 | 1.26 | 0.56 | 0.33 | 0.15   | -0.12 | -0.34 | -0.50 | -0.63 | -0.68 | -0.74 | -0.828 | -0.866 | -0.878 | -0.886 | -0.890 | 2.25           |
| 2.30               |        | 6.26 | 4.52 | 3.73 | 2.98 | 2.54 | 2.01 | 1.26 | 0.55 | 0.32 | 0.14   | -0.13 | -0.34 | -0.50 | -0.63 | -0.67 | -0.73 | -0.815 | -0.850 | -0.850 | -0.867 | -0.870 | 2.30           |
| 2.35               |        | 6.31 | 4.55 | 3.75 | 3.00 | 2.57 | 2.01 | 1.25 | 0.53 | 0.30 | 0.13   | -0.13 | -0.34 | -0.50 | -0.62 | -0.67 | -0.72 | -0.803 | -0.835 | -0.843 | -0.848 | -0.852 | 2.35           |
| 2.40               |        | 6.37 | 4.59 | 3.78 | 3.02 | 2.60 | 2.00 | 1.25 | 0.52 | 0.29 | 0.12   | -0.14 | -0.35 | -0.51 | -0.62 | -0.66 | -0.71 | -0.792 | -0.820 | -0.826 | -0.830 | -0.834 | 2.40           |
| 2.45               |        | 6.43 | 4.62 | 3.80 | 3.03 | 2.61 | 2.00 | 1.24 | 0.51 | 0.28 | 0.11   | -0.15 | -0.36 | -0.51 | -0.62 | -0.66 | -0.71 | -0.780 | -0.805 | -0.810 | -0.815 | -0.817 | 2.45           |
| 2.50               |        | 6.50 | 4.66 | 3.82 | 3.05 | 2.62 | 2.00 | 1.23 | 0.50 | 0.27 | 0.10   | -0.16 | -0.36 | -0.51 | -0.62 | -0.66 | -0.70 | -0.768 | -0.790 | -0.795 | -0.800 | -0.800 | 2.50           |
| 2.55               |        | 6.52 | 4.68 | 3.84 | 3.06 | 2.62 | 2.00 | 1.22 | 0.49 | 0.26 | 0.093  | -0.16 | -0.36 | -0.51 | -0.61 | -0.66 | -0.70 | -0.757 | -0.777 | -0.780 | -0.785 | -0.785 | 2.55           |
| 2.60               |        | 6.54 | 4.71 | 3.86 | 3.08 | 2.63 | 2.00 | 1.21 | 0.48 | 0.25 | 0.085  | -0.17 | -0.37 | -0.51 | -0.61 | -0.65 | -0.69 | -0.746 | -0.764 | -0.766 | -0.770 | -0.770 | 2.60           |
| 2.65               |        | 6.64 | 4.75 | 3.89 | 3.09 | 2.63 | 2.00 | 1.20 | 0.47 | 0.24 | 0.078  | -0.17 | -0.37 | -0.51 | -0.61 | -0.65 | -0.68 | -0.734 | -0.750 | -0.752 | -0.755 | -0.755 | 2.65           |
| 2.70               |        | 6.75 | 4.80 | 3.92 | 3.10 | 2.64 | 2.00 | 1.19 | 0.46 | 0.24 | 0.070  | -0.18 | -0.38 | -0.51 | -0.61 | -0.64 | -0.67 | -0.724 | -0.736 | -0.739 | -0.740 | -0.740 | 2.70           |
| 2.75               |        | 6.80 | 4.83 | 3.94 | 3.11 | 2.64 | 2.00 | 1.18 | 0.45 | 0.23 | 0.063  | -0.19 | -0.38 | -0.51 | -0.60 | -0.64 | -0.67 | -0.713 | -0.724 | -0.726 | -0.727 | -0.728 | 2.75           |
| 2.80               |        | 6.86 | 4.86 | 3.96 | 3.12 | 2.65 | 2.00 | 1.19 | 0.44 | 0.22 | 0.057  | -0.20 | -0.39 | -0.51 | -0.60 | -0.63 | -0.66 | -0.703 | -0.711 | -0.714 | -0.715 | -0.716 | 2.80           |
| 2.85               |        | 6.93 | 4.88 | 3.98 | 3.12 | 2.65 | 2.00 | 1.16 | 0.42 | 0.21 | 0.049  | -0.20 | -0.39 | -0.51 | -0.60 | -0.63 | -0.65 | -0.692 | -0.700 | -0.702 | -0.702 | -0.702 | 2.85           |
| 2.90               |        | 7.00 | 4.91 | 4.01 | 3.12 | 2.66 | 1.99 | 1.15 | 0.41 | 0.20 | 0.041  | -0.21 | -0.39 | -0.51 | -0.60 | -0.62 | -0.64 | -0.681 | -0.689 | -0.690 | -0.698 | -0.690 | 2.90           |
| 2.95               |        | 7.05 | 4.93 | 4.03 | 3.13 | 2.66 | 1.98 | 1.14 | 0.40 | 0.19 | 0.034  | -0.21 | -0.39 | -0.51 | -0.59 | -0.62 | -0.64 | -0.672 | -0.677 | -0.678 | -0.678 | -0.678 | 2.95           |
| 3.00               |        | 7.10 | 4.95 | 4.05 | 3.14 | 2.66 | 1.97 | 1.13 | 0.39 | 0.19 | 0.027  | -0.22 | -0.40 | -0.51 | -0.59 | -0.61 | -0.63 | -0.661 | -0.665 | -0.666 | -0.666 | -0.666 | 3.00           |
| 3.05               |        | 7.16 | 4.98 | 4.07 | 3.14 | 2.66 | 1.97 | 1.12 | 0.38 | 0.18 | 0.018  | -0.22 | -0.40 | -0.51 | -0.58 | -0.60 | -0.62 | -0.651 | -0.655 | -0.656 | -0.656 | -0.656 | 3.05           |
| 3.10               |        | 7.23 | 5.01 | 4.09 | 3.14 | 2.66 | 1.97 | 1.11 | 0.37 | 0.17 | 0.010  | -0.23 | -0.40 | -0.51 | -0.58 | -0.59 | -0.61 | -0.641 | -0.645 | -0.646 | -0.646 | -0.646 | 3.10           |
| 3.15               |        | 7.29 | 5.04 | 4.10 | 3.14 | 2.66 | 1.96 | 1.10 | 0.36 | 0.16 | 0.002  | -0.24 | -0.40 | -0.51 | -0.57 | -0.59 | -0.61 | -0.631 | -0.635 | -0.636 | -0.636 | -0.636 | 3.15           |
| 3.20               |        | 7.35 | 5.08 | 4.11 | 3.14 | 2.66 | 1.96 | 1.09 | 0.35 | 0.15 | -0.006 | -0.25 | -0.41 | -0.51 | -0.57 | -0.58 | -0.60 | -0.621 | -0.625 | -0.625 | -0.625 | -0.625 | 3.20           |
| 3.25               |        | 7.39 | 5.11 | 4.13 | 3.14 | 2.66 | 1.95 | 1.08 | 0.34 | 0.14 | -0.014 | -0.25 | -0.41 | -0.50 | -0.01 | -0.58 | -0.59 | -0.613 | -0.616 | -0.616 | -0.616 | -0.616 | 3.25           |
| 3.30               |        | 7.44 | 5.14 | 4.15 | 3.14 | 2.66 | 1.95 | 1.08 | 0.33 | 0.13 | -0.022 | -0.26 | -0.41 | -0.50 | -0.56 | -0.57 | -0.58 | -0.605 | -0.606 | -0.606 | -0.606 | -0.606 | 3.30           |
| 3.35               |        | 7.49 | 5.16 | 4.16 | 3.14 | 2.66 | 1.94 | 1.07 | 0.32 | 0.12 | -0.029 | -0.26 | -0.41 | -0.50 | -0.55 | -0.57 | -0.58 | -0.596 | -0.597 | -0.597 | -0.597 | -0.597 | 3.35           |
| 3.40               |        | 7.54 | 5.19 | 4.18 | 3.15 | 2.66 | 1.94 | 1.06 | 0.31 | 0.11 | -0.036 | -0.27 | -0.41 | -0.50 | -0.55 | -0.56 | -0.57 | -0.586 | -0.587 | -0.589 | -0.589 | -0.589 | 3.40           |
| 3.45               |        | 7.59 | 5.22 | 4.19 | 3.15 | 2.66 | 1.93 | 1.05 | 0.30 | 0.09 | -0.042 | -0.27 | -0.41 | -0.50 | -0.54 | -0.55 | -0.56 | -0.579 | -0.580 | -0.580 | -0.580 | -0.580 | 3.45           |
| 3.50               |        | 7.64 | 5.25 | 4.21 | 3.16 | 2.66 | 1.93 | 1.04 | 0.29 | 0.08 | -0.049 | -0.28 | -0.41 | -0.50 | -0.54 | -0.55 | -0.56 | -0.570 | -0.571 | -0.571 | -0.571 | -0.571 | 3.50           |

Tabla No. A1.4.- Valores de K para el método de Levediev (continuación).

| MÉTODO DE LEVEDIEV |        |      |      |      |      |      |      |      |       |        |        |       |        |        |        |        |        |        |        |        |        |                |        |      |
|--------------------|--------|------|------|------|------|------|------|------|-------|--------|--------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|----------------|--------|------|
| VALORES DE K       |        |      |      |      |      |      |      |      |       |        |        |       |        |        |        |        |        |        |        |        |        |                |        |      |
| C <sub>s</sub>     | P en % |      |      |      |      |      |      |      |       |        |        |       |        |        |        |        |        |        |        |        |        | C <sub>s</sub> |        |      |
|                    | 0.01   | 0.10 | 0.50 | 1.0  | 2.0  | 3.0  | 5.0  | 10.0 | 20.0  | 25.0   | 30.0   | 40.0  | 50.0   | 60.0   | 70.0   | 75.0   | 80.0   | 90.0   | 95.0   | 97.0   | 99.0   |                | 99.9   |      |
| 3.55               |        | 7.68 | 5.27 | 4.22 | 3.16 | 2.66 | 1.93 | 1.03 | 0.28  | 0.072  | -0.060 | -0.28 | -0.41  | -0.49  | -0.54  | -0.54  | -0.55  | -0.562 | -0.564 | -0.564 | -0.564 | -0.564         | -0.564 | 3.55 |
| 3.60               |        | 7.72 | 5.30 | 4.24 | 3.17 | 2.66 | 1.93 | 1.03 | 0.28  | 0.064  | -0.072 | -0.28 | -0.42  | -0.49  | -0.54  | -0.54  | -0.55  | -0.555 | -0.556 | -0.556 | -0.556 | -0.556         | -0.556 | 3.60 |
| 3.65               |        | 7.79 | 5.32 | 4.25 | 3.17 | 2.66 | 1.92 | 1.00 | 0.27  | 0.056  | -0.078 | -0.28 | -0.42  | -0.48  | -0.53  | -0.53  | -0.54  | -0.548 | -0.549 | -0.549 | -0.549 | -0.549         | -0.549 | 3.65 |
| 3.70               |        | 7.86 | 5.35 | 4.26 | 3.18 | 2.66 | 1.91 | 1.00 | 0.26  | 0.048  | -0.084 | -0.29 | -0.42  | -0.48  | -0.52  | -0.53  | -0.54  | -0.541 | -0.541 | -0.541 | -0.541 | -0.541         | -0.541 | 3.70 |
| 3.75               |        | 7.91 | 5.37 | 4.27 | 3.18 | 2.66 | 1.90 | 1.01 | 0.25  | 0.040  | -0.089 | -0.29 | -0.42  | -0.48  | -0.51  | -0.52  | -0.53  | 0.533  | -0.533 | -0.533 | -0.533 | -0.533         | -0.533 | 3.75 |
| 3.80               |        | 7.97 | 5.40 | 4.29 | 3.18 | 2.65 | 1.90 | 1.00 | 0.24  | 0.032  | -0.095 | -0.30 | -0.42  | -0.48  | -0.51  | -0.52  | -0.52  | -0.526 | -0.526 | -0.526 | -0.526 | -0.526         | -0.526 | 3.80 |
| 3.85               |        | 8.02 | 5.42 | 4.31 | 3.19 | 2.65 | 1.90 | 0.99 | 0.23  | 0.026  | -0.103 | -0.30 | -0.41  | -0.47  | -0.50  | -0.51  | -0.51  | -0.519 | -0.519 | -0.519 | -0.519 | -0.519         | -0.519 | 3.85 |
| 3.90               |        | 8.08 | 5.45 | 4.32 | 3.20 | 2.65 | 1.90 | 0.98 | 0.23  | 0.020  | -0.11  | -0.30 | -0.41  | -0.47  | -0.50  | -0.51  | -0.51  | -0.513 | -0.513 | -0.513 | -0.513 | -0.513         | -0.513 | 3.90 |
| 3.95               |        | 8.12 | 5.47 | 4.33 | 3.20 | 2.65 | 1.90 | 0.97 | 0.22  | 0.015  | -0.11  | -0.30 | -0.41  | -0.46  | -0.49  | -0.50  | -0.50  | -0.506 | -0.506 | -0.506 | -0.506 | -0.506         | -0.506 | 3.95 |
| 4.00               |        | 8.17 | 5.50 | 4.34 | 3.20 | 2.65 | 1.90 | 0.96 | 0.21  | 0.010  | -0.12  | -0.31 | -0.41  | -0.46  | -0.49  | -0.49  | -0.50  | -0.500 | -0.500 | -0.500 | -0.500 | -0.500         | -0.500 | 4.00 |
| 4.05               |        | 8.23 | 5.52 | 4.35 | 3.21 | 2.65 | 1.89 | 0.95 | 0.20  | 0.005  | -0.12  | -0.31 | -0.41  | -0.46  | -0.48  | -0.487 | -0.493 | -0.493 | -0.493 | -0.493 | -0.493 | -0.493         | -0.493 | 4.05 |
| 4.10               |        | 8.29 | 5.55 | 4.36 | 3.22 | 2.65 | 1.89 | 0.95 | 0.20  | 0.000  | -0.13  | -0.31 | -0.41  | -0.46  | -0.48  | -0.484 | -0.486 | -0.487 | -0.487 | -0.487 | -0.487 | -0.487         | -0.487 | 4.10 |
| 4.15               |        | 8.33 | 5.57 | 4.37 | 3.23 | 2.65 | 1.88 | 0.94 | 0.19  | -0.005 | -0.13  | -0.31 | -0.41  | -0.45  | -0.47  | -0.478 | -0.480 | -0.481 | -0.481 | -0.481 | -0.481 | -0.481         | -0.481 | 4.15 |
| 4.20               |        | 8.38 | 5.60 | 4.39 | 3.24 | 2.64 | 1.88 | 0.93 | 0.19  | -0.010 | -0.13  | -0.31 | -0.41  | -0.45  | -0.47  | -0.473 | -0.475 | -0.476 | -0.476 | -0.476 | -0.476 | -0.476         | -0.476 | 4.20 |
| 4.25               |        | 8.43 | 5.62 | 4.39 | 3.24 | 2.64 | 1.87 | 0.92 | 0.18  | -0.015 | -0.13  | -0.31 | -0.40  | -0.44  | -0.46  | -0.467 | -0.470 | -0.470 | -0.470 | -0.470 | -0.470 | -0.470         | -0.470 | 4.25 |
| 4.30               |        | 8.49 | 5.65 | 4.40 | 3.24 | 2.64 | 1.87 | 0.92 | 0.17  | -0.021 | -0.14  | -0.32 | -0.40  | -0.44  | -0.46  | -0.462 | -0.465 | -0.465 | -0.465 | -0.465 | -0.465 | -0.465         | -0.465 | 4.30 |
| 4.35               |        | 8.54 | 5.67 | 4.41 | 3.24 | 2.64 | 1.86 | 0.91 | 0.16  | -0.026 | -0.14  | -0.32 | -0.40  | -0.44  | -0.455 | -0.458 | -0.460 | -0.460 | -0.460 | -0.460 | -0.460 | -0.460         | -0.460 | 4.35 |
| 4.40               |        | 8.60 | 5.69 | 4.42 | 3.25 | 2.63 | 1.86 | 0.91 | 0.15  | -0.032 | -0.15  | -0.32 | -0.40  | -0.44  | -0.451 | -0.454 | -0.455 | -0.455 | -0.455 | -0.455 | -0.455 | -0.455         | -0.455 | 4.40 |
| 4.45               |        | 8.64 | 5.71 | 4.43 | 3.25 | 2.63 | 1.85 | 0.90 | 0.14  | -0.037 | -0.15  | -0.32 | -0.40  | -0.43  | -0.446 | -0.449 | -0.450 | -0.450 | -0.450 | -0.450 | -0.450 | -0.450         | -0.450 | 4.45 |
| 4.50               |        | 8.69 | 5.74 | 4.44 | 3.26 | 2.62 | 1.85 | 0.89 | 0.14  | -0.042 | -0.16  | -0.32 | -0.40  | -0.43  | -0.441 | -0.444 | -0.445 | -0.445 | -0.445 | -0.445 | -0.445 | -0.445         | -0.445 | 4.50 |
| 4.55               |        | 8.74 | 5.76 | 4.45 | 3.26 | 2.62 | 1.84 | 0.88 | 0.13  | -0.047 | -0.16  | -0.32 | -0.40  | -0.42  | -0.436 | -0.439 | -0.440 | -0.440 | -0.440 | -0.440 | -0.440 | -0.440         | -0.440 | 4.55 |
| 4.60               |        | 8.79 | 5.79 | 4.46 | 3.27 | 2.62 | 1.84 | 0.87 | 0.13  | -0.052 | -0.17  | -0.32 | -0.40  | -0.42  | -0.432 | -0.435 | -0.435 | -0.435 | -0.435 | -0.435 | -0.435 | -0.435         | -0.435 | 4.60 |
| 4.65               |        | 8.84 | 5.81 | 4.47 | 3.27 | 2.61 | 1.83 | 0.86 | 0.12  | -0.058 | -0.17  | -0.32 | -0.40  | -0.42  | -0.428 | -0.430 | -0.430 | -0.430 | -0.430 | -0.430 | -0.430 | -0.430         | -0.430 | 4.65 |
| 4.70               |        | 8.89 | 5.84 | 4.49 | 3.28 | 2.61 | 1.83 | 0.85 | 0.11  | -0.064 | -0.18  | -0.32 | -0.40  | -0.42  | -0.424 | -0.425 | -0.426 | -0.426 | -0.426 | -0.426 | -0.426 | -0.426         | -0.426 | 4.70 |
| 4.75               |        | 8.92 | 5.86 | 4.49 | 3.28 | 2.61 | 1.82 | 0.83 | 0.10  | -0.069 | -0.18  | -0.32 | -0.395 | -0.415 | -0.420 | -0.420 | -0.421 | -0.421 | -0.421 | -0.421 | -0.421 | -0.421         | -0.421 | 4.75 |
| 4.80               |        | 8.96 | 5.89 | 4.50 | 3.29 | 2.60 | 1.81 | 0.82 | 0.10  | -0.075 | -0.19  | -0.32 | -0.390 | -0.410 | -0.416 | -0.416 | -0.416 | -0.416 | -0.416 | -0.416 | -0.416 | -0.416         | -0.416 | 4.80 |
| 4.85               |        | 9.00 | 5.81 | 4.50 | 3.29 | 2.60 | 1.80 | 0.81 | 0.092 | -0.081 | -0.19  | -0.32 | -0.388 | -0.405 | -0.411 | -0.412 | -0.412 | -0.412 | -0.412 | -0.412 | -0.412 | -0.412         | -0.412 | 4.85 |
| 4.90               |        | 9.04 | 5.90 | 4.51 | 3.30 | 2.60 | 1.80 | 0.80 | 0.084 | -0.087 | -0.19  | -0.33 | -0.386 | -0.401 | -0.407 | -0.408 | -0.409 | -0.409 | -0.409 | -0.409 | -0.409 | -0.409         | -0.409 | 4.90 |
| 4.95               |        | 9.08 | 5.92 | 4.52 | 3.31 | 2.60 | 1.79 | 0.79 | 0.076 | -0.093 | -0.19  | -0.33 | -0.383 | -0.398 | -0.403 | -0.404 | -0.404 | -0.404 | -0.404 | -0.404 | -0.404 | -0.404         | -0.404 | 4.95 |
| 5.00               |        | 9.12 | 5.94 | 4.54 | 3.32 | 2.60 | 1.78 | 0.78 | 0.068 | -0.099 | -0.20  | -0.33 | -0.380 | -0.395 | -0.399 | -0.400 | -0.400 | -0.400 | -0.400 | -0.400 | -0.400 | -0.400         | -0.400 | 5.00 |
| 5.05               |        | 9.16 | 5.96 | 4.55 | 3.32 | 2.60 | 1.77 | 0.77 | 0.059 | -0.105 | -0.20  | -0.33 | -0.378 | -0.391 | -0.40  | -0.396 | -0.396 | -0.396 | -0.396 | -0.396 | -0.396 | -0.396         | -0.396 | 5.05 |
| 5.10               |        | 9.20 | 5.98 | 4.57 | 3.32 | 2.60 | 1.76 | 0.76 | 0.051 | -0.110 | -0.21  | -0.33 | -0.376 | -0.388 | -0.39  | -0.392 | -0.392 | -0.392 | -0.392 | -0.392 | -0.392 | -0.392         | -0.392 | 5.10 |
| 5.15               |        | 9.23 | 6.00 | 4.58 | 3.32 | 2.60 | 1.75 | 0.74 | 0.043 | -0.115 | -0.21  | -0.33 | -0.373 | -0.385 | -0.39  | -0.388 | -0.388 | -0.388 | -0.388 | -0.388 | -0.388 | -0.388         | -0.388 | 5.15 |
| 5.20               |        | 9.27 | 6.02 | 4.59 | 3.33 | 2.60 | 1.74 | 0.73 | 0.035 | -0.120 | -0.21  | -0.33 | -0.370 | -0.382 | -0.38  | -0.385 | -0.385 | -0.385 | -0.385 | -0.385 | -0.385 | -0.385         | -0.385 | 5.20 |

Tabla No. A1.4.- Valores de K para el método de Levediev (Continuación)

| m <sub>i</sub> | Año  | Q <sub>i</sub> (m <sup>3</sup> /s) | Tr    | Tr/(Tr-1) | X <sub>i</sub> | Q <sup>2</sup> | X <sub>i</sub> Q <sub>i</sub> | X <sub>i</sub> <sup>2</sup> | Q <sup>3</sup> | Q/Q <sub>n</sub> | (Q/Q <sub>n</sub> -1) | (Q/Q <sub>n</sub> -1) <sup>2</sup> | (Q/Q <sub>n</sub> -1) <sup>3</sup> |
|----------------|------|------------------------------------|-------|-----------|----------------|----------------|-------------------------------|-----------------------------|----------------|------------------|-----------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| 1              | 1948 | 4100                               | 45.00 | 1.023     | -2.01          | 1.68E+07       | -8243                         | 4.04                        | 68921000000    | 7.261            | 6.261                 | 39.197                             | 245.400                            |
| 2              | 1967 | 2450                               | 22.50 | 1.047     | -1.70          | 6.00E+06       | -4176                         | 2.91                        | 14706125000    | 4.339            | 3.339                 | 11.147                             | 37.217                             |
| 3              | 1933 | 2170                               | 15.00 | 1.071     | -1.52          | 4.71E+06       | -3306                         | 2.32                        | 10218313000    | 3.843            | 2.843                 | 8.082                              | 22.976                             |
| 4              | 1944 | 1710                               | 11.25 | 1.098     | -1.39          | 2.92E+06       | -2383                         | 1.94                        | 5000211000     | 3.028            | 2.028                 | 4.114                              | 8.344                              |
| 5              | 1953 | 1220                               | 9.00  | 1.125     | -1.29          | 1.49E+06       | -1575                         | 1.67                        | 1815848000     | 2.161            | 1.161                 | 1.347                              | 1.563                              |
| 6              | 1957 | 631                                | 7.50  | 1.154     | -1.21          | 3.98E+05       | -761                          | 1.46                        | 251239591      | 1.117            | 0.117                 | 0.014                              | 0.002                              |
| 7              | 1958 | 630                                | 6.43  | 1.184     | -1.13          | 3.97E+05       | -715                          | 1.29                        | 250047000      | 1.116            | 0.116                 | 0.013                              | 0.002                              |
| 8              | 1963 | 608                                | 5.63  | 1.216     | -1.07          | 3.70E+05       | -651                          | 1.15                        | 224755712      | 1.077            | 0.077                 | 0.006                              | 0.000                              |
| 9              | 1931 | 600                                | 5.00  | 1.250     | -1.01          | 3.60E+05       | -608                          | 1.03                        | 216000000      | 1.063            | 0.063                 | 0.004                              | 0.000                              |
| 10             | 1938 | 574                                | 4.50  | 1.286     | -0.96          | 3.29E+05       | -552                          | 0.93                        | 189119224      | 1.017            | 0.017                 | 0.000                              | 0.000                              |
| 11             | 1964 | 570                                | 4.09  | 1.324     | -0.91          | 3.25E+05       | -521                          | 0.84                        | 185193000      | 1.009            | 0.009                 | 0.000                              | 0.000                              |
| 12             | 1932 | 568                                | 3.75  | 1.364     | -0.87          | 3.23E+05       | -495                          | 0.76                        | 183250432      | 1.006            | 0.006                 | 0.000                              | 0.000                              |
| 13             | 1946 | 564                                | 3.46  | 1.406     | -0.83          | 3.18E+05       | -468                          | 0.69                        | 179406144      | 0.999            | -0.001                | 0.000                              | 0.000                              |
| 14             | 1951 | 500                                | 3.21  | 1.452     | -0.79          | 2.50E+05       | -395                          | 0.63                        | 125000000      | 0.885            | -0.115                | 0.013                              | -0.002                             |
| 15             | 1972 | 440                                | 3.00  | 1.500     | -0.75          | 1.94E+05       | -332                          | 0.57                        | 85184000       | 0.779            | -0.221                | 0.049                              | -0.011                             |
| 16             | 1973 | 435                                | 2.81  | 1.552     | -0.72          | 1.89E+05       | -313                          | 0.52                        | 82312875       | 0.770            | -0.230                | 0.053                              | -0.012                             |
| 17             | 1971 | 404                                | 2.65  | 1.607     | -0.69          | 1.63E+05       | -277                          | 0.47                        | 65939264       | 0.715            | -0.285                | 0.081                              | -0.023                             |
| 18             | 1949 | 401                                | 2.50  | 1.667     | -0.65          | 1.61E+05       | -262                          | 0.43                        | 64481201       | 0.710            | -0.290                | 0.084                              | -0.024                             |
| 19             | 1954 | 398                                | 2.37  | 1.731     | -0.62          | 1.58E+05       | -248                          | 0.39                        | 63044792       | 0.705            | -0.295                | 0.087                              | -0.026                             |
| 20             | 1960 | 362                                | 2.25  | 1.800     | -0.59          | 1.31E+05       | -215                          | 0.35                        | 47437928       | 0.641            | -0.359                | 0.129                              | -0.046                             |
| 21             | 1934 | 351                                | 2.14  | 1.875     | -0.56          | 1.23E+05       | -198                          | 0.32                        | 43243551       | 0.622            | -0.378                | 0.143                              | -0.054                             |
| 22             | 1940 | 348                                | 2.05  | 1.957     | -0.54          | 1.21E+05       | -186                          | 0.29                        | 42144192       | 0.616            | -0.384                | 0.147                              | -0.057                             |
| 23             | 1939 | 343                                | 1.96  | 2.045     | -0.51          | 1.18E+05       | -174                          | 0.26                        | 40353607       | 0.607            | -0.393                | 0.154                              | -0.061                             |
| 24             | 1945 | 334                                | 1.88  | 2.143     | -0.48          | 1.12E+05       | -160                          | 0.23                        | 37259704       | 0.591            | -0.409                | 0.167                              | -0.068                             |
| 25             | 1950 | 333                                | 1.80  | 2.250     | -0.45          | 1.11E+05       | -151                          | 0.21                        | 36926037       | 0.590            | -0.410                | 0.168                              | -0.069                             |
| 26             | 1936 | 283                                | 1.73  | 2.368     | -0.43          | 8.01E+04       | -121                          | 0.18                        | 22665187       | 0.501            | -0.499                | 0.249                              | -0.124                             |
| 27             | 1942 | 278                                | 1.67  | 2.500     | -0.40          | 7.73E+04       | -111                          | 0.16                        | 21484952       | 0.492            | -0.508                | 0.258                              | -0.131                             |
| 28             | 1969 | 276                                | 1.61  | 2.647     | -0.37          | 7.62E+04       | -103                          | 0.14                        | 21024576       | 0.489            | -0.511                | 0.261                              | -0.134                             |
| 29             | 1956 | 270                                | 1.55  | 2.813     | -0.35          | 7.29E+04       | -94                           | 0.12                        | 19683000       | 0.478            | -0.522                | 0.272                              | -0.142                             |
| 30             | 1952 | 253                                | 1.50  | 3.000     | -0.32          | 6.40E+04       | -81                           | 0.10                        | 16194277       | 0.448            | -0.552                | 0.305                              | -0.168                             |
| 31             | 1962 | 247                                | 1.45  | 3.214     | -0.29          | 6.10E+04       | -73                           | 0.09                        | 15069223       | 0.437            | -0.563                | 0.317                              | -0.178                             |
| 32             | 1959 | 238                                | 1.41  | 3.462     | -0.27          | 5.66E+04       | -64                           | 0.07                        | 13481272       | 0.421            | -0.579                | 0.335                              | -0.194                             |
| 33             | 1947 | 229                                | 1.36  | 3.750     | -0.24          | 5.24E+04       | -55                           | 0.06                        | 12008989       | 0.406            | -0.594                | 0.353                              | -0.210                             |
| 34             | 1941 | 200                                | 1.32  | 4.091     | -0.21          | 4.00E+04       | -43                           | 0.05                        | 8000000        | 0.354            | -0.646                | 0.417                              | -0.269                             |
| 35             | 1955 | 198                                | 1.29  | 4.500     | -0.18          | 3.92E+04       | -37                           | 0.03                        | 7762392        | 0.351            | -0.649                | 0.422                              | -0.274                             |
| 36             | 1966 | 191                                | 1.25  | 5.000     | -0.16          | 3.65E+04       | -30                           | 0.02                        | 6967871        | 0.338            | -0.662                | 0.438                              | -0.290                             |
| 37             | 1965 | 190                                | 1.22  | 5.625     | -0.12          | 3.61E+04       | -24                           | 0.02                        | 6859000        | 0.336            | -0.664                | 0.440                              | -0.292                             |
| 38             | 1970 | 182                                | 1.18  | 6.429     | -0.09          | 3.31E+04       | -17                           | 0.01                        | 6028568        | 0.322            | -0.678                | 0.459                              | -0.311                             |
| 39             | 1943 | 174                                | 1.15  | 7.500     | -0.06          | 3.03E+04       | -10                           | 0.00                        | 5268024        | 0.308            | -0.692                | 0.479                              | -0.331                             |
| 40             | 1961 | 156                                | 1.13  | 9.000     | -0.02          | 2.43E+04       | -3                            | 0.00                        | 3796416        | 0.276            | -0.724                | 0.524                              | -0.379                             |
| 41             | 1974 | 140                                | 1.10  | 11.250    | 0.02           | 1.96E+04       | 3                             | 0.00                        | 2744000        | 0.248            | -0.752                | 0.566                              | -0.425                             |
| 42             | 1935 | 101                                | 1.07  | 15.000    | 0.07           | 1.02E+04       | 7                             | 0.00                        | 1030301        | 0.179            | -0.821                | 0.674                              | -0.554                             |
| 43             | 1968 | 98                                 | 1.05  | 22.500    | 0.13           | 9.60E+03       | 13                            | 0.02                        | 941192         | 0.174            | -0.826                | 0.683                              | -0.564                             |
| 44             | 1937 | 98                                 | 1.02  | 45.000    | 0.22           | 9.60E+03       | 21                            | 0.05                        | 941192         | 0.174            | -0.826                | 0.683                              | -0.564                             |
| Sumas          |      | 24846                              |       |           | -26.37         | 3.74E+07       | -28186.35                     | 26.77                       | 103265785686   |                  |                       | 73.33                              | 309.52                             |

Tabla No.A1.5.- Parámetros de Cálculo de la Avenida de Diseño del Río Alamo en Tamaulipas

## **Anexo 2.- Diseño de un vertedor de rápida lisa**

El punto más importante del diseño de un vertedor estriba en determinar su localización dentro de la cortina. Frecuentemente el tamaño y el diseño del vertedor están en función del tipo de cortina y de las restricciones naturales del lugar, que a su vez deben de estar en función del tipo de presa.

En algunas zonas donde se presentan lluvias con alturas de lámina de agua grandes en poco tiempo, el vertedor se convierte en la estructura que domina el proyecto; es decir, la selección del tipo de presa pasa a ser el segundo plano de la obra.

La estructura de vertido tendrá la ubicación más segura, en algunos casos y cuando la velocidad del flujo no es muy alta, la estructura puede encontrarse junto a los taludes de la montaña; sin embargo, un vertedor de cimacio puede estar también junto al talud de la boquilla, pero en la mayoría de los casos se tiene que reforzar esta zona debido a las vibraciones causadas por el vertido, que en la mayoría de los ocasiones son provocadas por las altas velocidades presentadas en la rápida.

En las presas de gravedad, se pueden ubicar los vertedores dentro de la cortina, permitiendo con esto que el vertedor pueda ser usado con flujos muy grandes y que debajo de la cresta vertedora el agua caiga libremente en una piscina muy profunda para prevenir los daños al pie de la estructura.

### **Diseño de un cimacio de cresta libre**

El vertedor debe ser diseñado para poder desalojar el agua excedente del almacenamiento, esto puede ser paulatinamente o cuando se presentan avenidas con tiempo de retorno que por su naturaleza el desalojo debe ser continuo, esto sin afectar las demás obras adyacentes o en su caso poblados aguas abajo; el trabajo principal es regular el gasto de salida sin inundar.

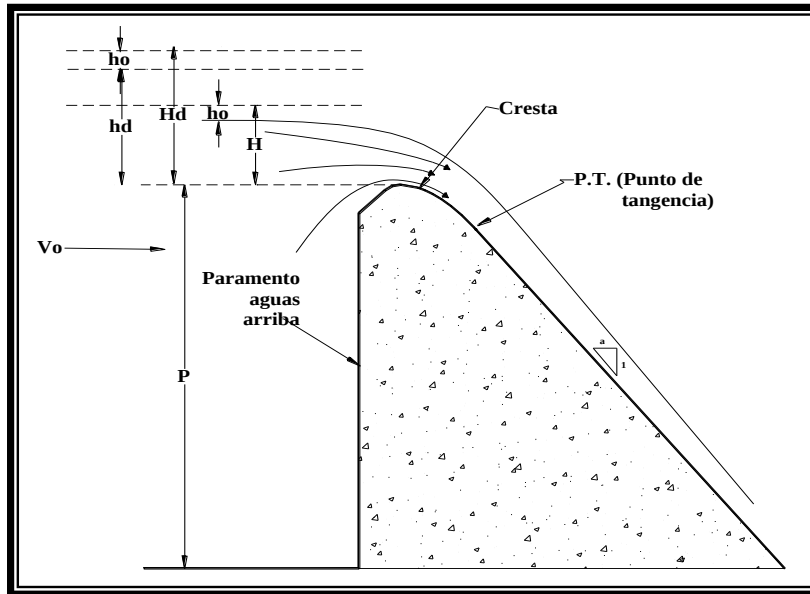
Si bien es cierto, la importancia del vertedor estriba en no ser sobre diseñado ni subdiseñado, en el primero por que se generan costos mayores a los que se deberían tener, y el segundo porque el vertedor tendrá insuficiencia en la capacidad de vertido.

En el caso de tener un vertedor subdiseñado, la primer falla se presenta en el deterioramiento del cimacio y de la rápida, generando con esto que a la estructura se le de mantenimiento permanentemente.

Lo anterior es debido a que las velocidades deterioran la pantalla de concreto por los efectos de cavitación, o lo que es igual, a las bajas presiones que se presentan por el desprendimiento del flujo sobre el concreto.

## Condiciones de diseño

El flujo hidráulico que se vierte sobre un cimacio y la carga sobre la cresta son en general, variables, que dependen de la magnitud de los volúmenes que se desean sacar del almacenamiento. Sin embargo, el perfil del cimacio puede ajustarse de manera óptima a la lámina vertiente que corresponde a una sola carga y funciona con menor o mayor eficiencia en otras condiciones de operación. Debido a lo anterior, es necesario analizar qué caudal o condición de descarga debe elegirse como la "condición del diseño" del perfil del cimacio.



**Figura A2.1.- Vertido libre sobre un cimacio.**

En la mayoría de los casos la condición se elige de tal forma que corresponda a la de gasto máximo que se espera descargue el

vertedor, en otros casos puede ser uno intermedio, pero en la elección final debe tratar de lograrse el mejor funcionamiento de la obra para cualquier condición de operación.

El diseño del perfil de un cimacio implica elegir una "carga de diseño"  $H_d$  o un "gasto de diseño" de los que dependen la forma y dimensiones de dicho perfil. Según se indica en la Figura A2.1, la carga de diseño incluye la carga de velocidad de llegada en el canal de acceso (correspondiente al caudal de diseño), la que a su vez depende de las dimensiones y profundidad  $P$  (respecto de la cresta) en dicho canal. Esto es:

$$H_d = h_d + h_0$$

Donde

$$h_0 = \left( \frac{V_0^2}{2g} \right)_d$$

## Capacidad de descarga.

La capacidad de descarga de un vertedor, para la condición de diseño o para cualquier condición de operación, está en función de la longitud efectiva de la cresta

vertedora, de la carga real con que opere, de la geometría del perfil y de las dimensiones y profundidad del canal de acceso.

En el caso de vertido libre (Figura A2.1), con o sin pilas intermedias, la ecuación para el cálculo de la capacidad de descarga de vertedores es:

$$Q = CL_e H^{\frac{3}{2}} \dots\dots\dots \text{EC. A2.1}$$

Donde

C es el coeficiente de descargas en m<sup>1/2</sup>/s

H es la carga total de operación, incluyendo carga de velocidad de llegada, en m

L<sub>e</sub> es la longitud efectiva de cresta, en m

Q es la descarga del flujo en m<sup>3</sup>/s

En el cálculo de H se considera que:

$$H = h + \left( \frac{V_0^2}{2g} \right)$$

Donde

$$V_0 = \left( \frac{q}{p + h} \right)$$

En la cual V<sub>0</sub> es la velocidad de llegada y “q” gasto unitario en el canal de llegada.

## Coeficiente de descarga

El coeficiente **C** de la ecuación A2.1 depende principalmente de la carga **H** con que opera el vertedor, de la carga **H<sub>d</sub>** elegida para diseñar el perfil del cimacio, de la profundidad del canal de acceso, del talud de la cara aguas arriba y del grado de ahogamiento de la descarga. La interrelación de **C** con todos los factores anteriores ha sido obtenida de manera experimental y la que se presenta a continuación, corresponde al U.S. Bureau of Reclamation.

La Figura No. A2.2, muestra la gráfica que relaciona el valor de **C**, que está representado por el valor de **C<sub>0</sub>**, el de **P/H<sub>d</sub>** (profundidad del canal de acceso entre carga de

diseño, para el caso en que la carga de operación sea igual a la de diseño ( $H/H_d = 1$ ) y que el paramento aguas arriba del cimacio sea vertical.

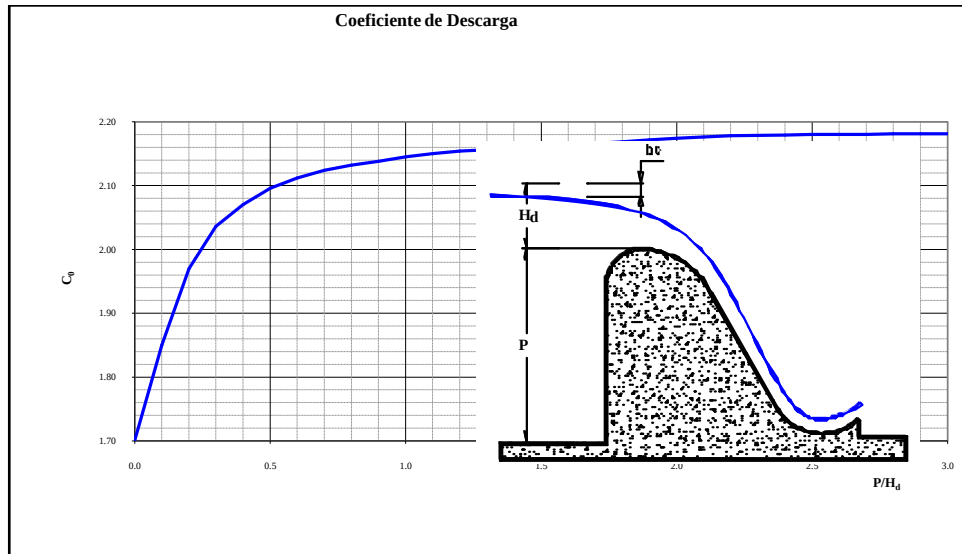


Figura No. A2.2.- Coeficiente de descarga en cimacios de paramento aguas arriba vertical, vertiendo con carga de diseño. (USBR)

Cuando la carga de operación es diferente a la de diseño y se mantiene vertical el paramento aguas arriba, el coeficiente de descarga varía con la relación  $H/H_d$ , como lo muestra la Figura No. A2.3, en la que  $C_0$  es el coeficiente obtenido de la Figura No. A2.2. Es conveniente elegir una carga de diseño menor que la máxima, con el fin de lograr mejores condiciones de operación; esto tiene la limitación de presión negativa máxima tolerable sobre la espalda del cimacio.

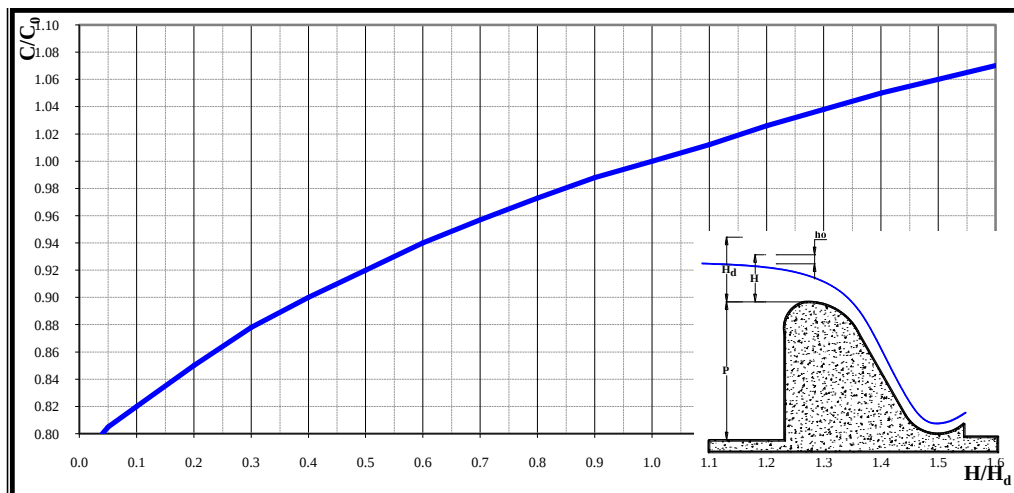


Figura No. A2.3.- Coeficiente de descarga en cimacios de paramentos aguas arriba vertical, vertiendo con cargas diferentes a la de diseño. (USBR)

Cuando por requisitos de estabilidad estructural se necesite un paramento inclinado aguas arriba, el coeficiente de descarga varía con la relación  $P/H_d$  y con el talud de inclinación del paramento, como lo muestra la Figura No. A2.4, en la que  $C_{vertical}$  es el coeficiente obtenido de las Figuras 7 y 6.

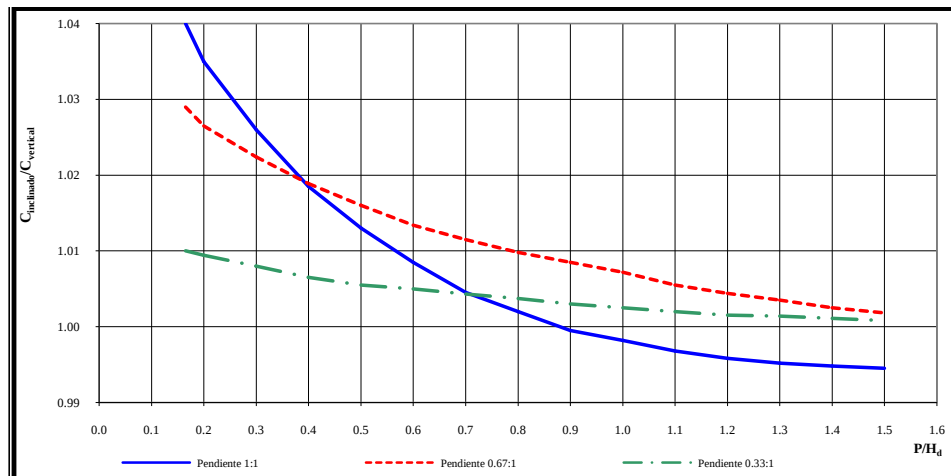


Figura No. A2.4.- Coeficiente de descarga en cimacios de paramento aguas arriba inclinado, vertiendo con la carga de diseño. (USBR).

De esta manera, el valor final del coeficiente  $C$  en la ecuación (A2.1) resulta del producto de  $C_0$  obtenido de la Figura No. A2.2, por la corrección de la Figura No. A2.3 y cuando el paramento sea inclinado, además por la corrección de la Figura No. A2.4.

### Longitud efectiva de cresta.

La longitud real de la cresta vertedora sufre efectos contraproducentes debido a la reducción por efecto de las contracciones que experimenta el flujo, que a su vez son debidas a la presencia de estribos y pilas sobre el cimacio. Los estribos son muros laterales verticales que sirven para canalizar el flujo; la presencia de pilas intermedias se presenta por la construcción de un puente sobre el vertedor y normalmente tiende a realizar tareas de mantenimiento cuando existen compuertas para la regulación de las descargas.

La longitud que resulta después de considerar dichos efectos se conoce como longitud efectiva y vale

$$L_e = L - 2(K_a + N K_p)H \dots\dots\dots \text{EC. A2.2}$$

Donde:

H es la carga total de operación, en m

$K_a$  es el coeficiente de contracción por efecto de estribos

$K_p$  es el coeficiente de contracción por efecto de pilas

$L$  es la longitud total neta de cresta, en m

$L_e$  es la longitud efectiva de cresta, en m

$N$  es el número de pilas colocadas sobre el cimacio

En el cálculo del gasto descargado por vertedores, con o sin pilas intermedias, la longitud efectiva de cresta corresponde a la obtenida de la ecuación (A2.2), siendo el coeficiente de descargar el mismo en ambos casos.

El coeficiente de contracción por estribos se ve afectado por la forma del estribo, por el ángulo que forma el muro de acceso aguas arriba con la dirección del flujo, por la relación entre carga de operación y carga de diseño y por la magnitud de la velocidad de llegada. Para condiciones de operación con la carga de diseño se recomiendan los valores medios que se indican en la Figura No. A2.5.

En la Figura No. A2.6a y A2.6b, se pueden apreciar los valores de  $K_a$  para el caso de cortinas de gravedad vertedoras con secciones adyacentes de concreto y enrocamiento.

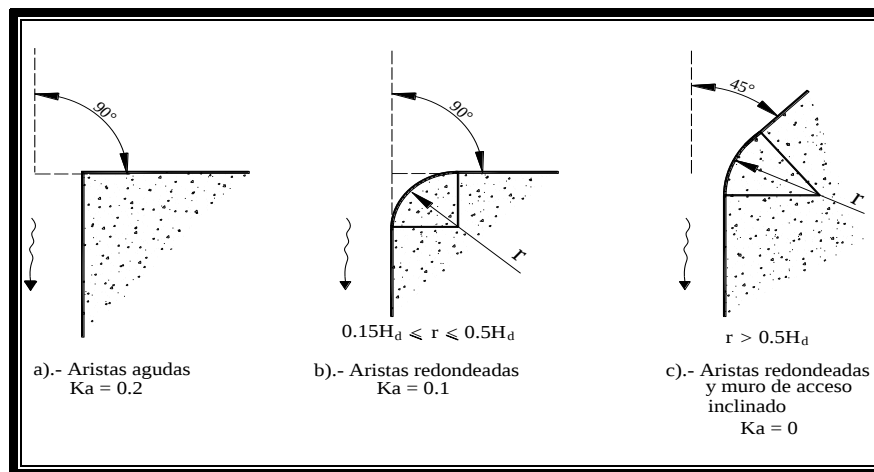


Figura No.A2.5.- Coeficientes de contracción en estribos. (USBR)

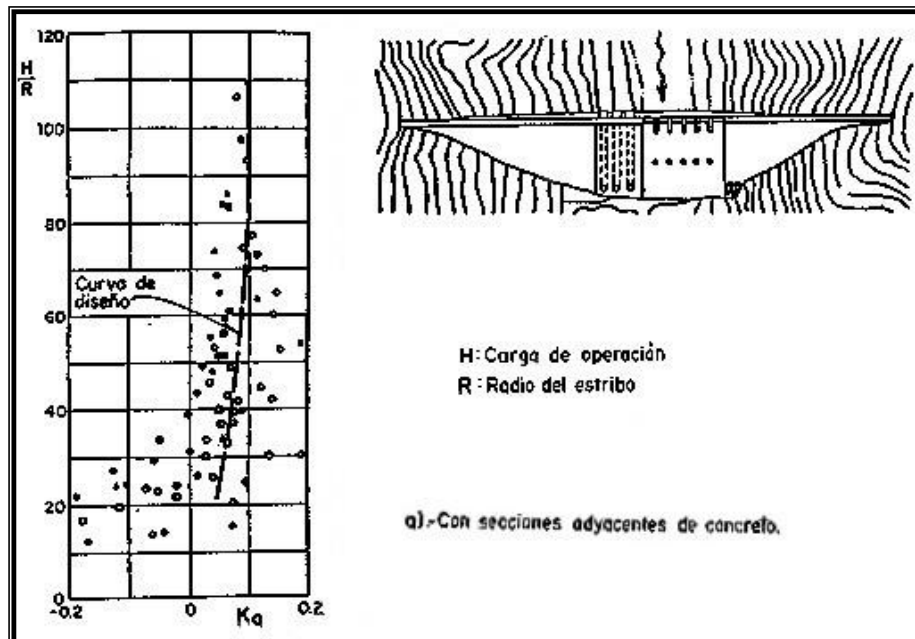


Figura No. A2.6a.- Valores de  $K_a$  con secciones adyacentes de concreto. (USBR)

El coeficiente de contracción por pilas varía principalmente con la forma y posición de la nariz, su espesor, la carga de operación respecto de la de diseño, el tirante del flujo de llegada (aguas arriba) y cuando hay compuertas, de la operación de las adyacentes a la que se maneja. Según Creager, cuando una compuerta está abierta y las adyacentes cerradas, los coeficientes de contracción aumentan aproximadamente 2.5 veces.

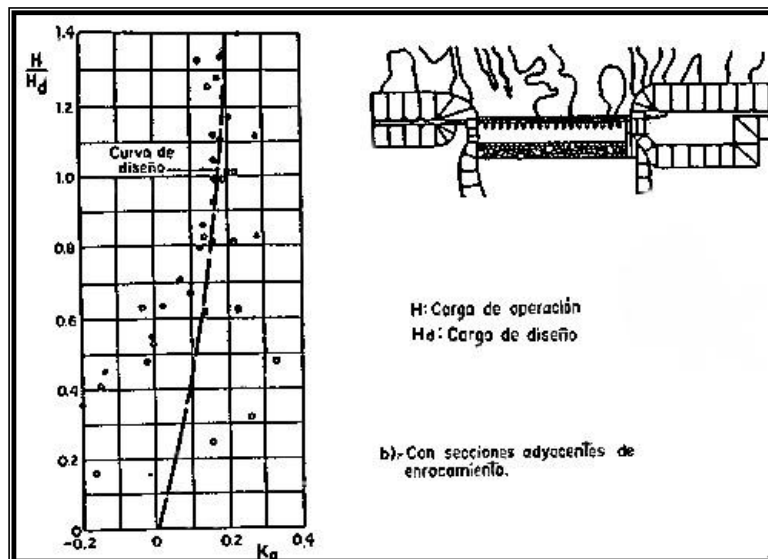


Figura No. A2.6b.- Valores de  $K_a$  con secciones adyacentes de enrocamiento. (USBR.)

Los resultados experimentales del US Army Engineers Water Experiment Satation (WES), relativos a contracción por pilas, se presentan en la Figura No.14, para diferentes formas de la nariz, con su extremo coincidiendo en planta con el inicio del perfil del cimacio de la forma WES. En dicha figura los valores de  $K_p$  se obtienen a partir de la relación  $H/H_d$ . La pila tipo 4 es la más favorable en la contracción, induce presiones negativas, y debido a lo anterior, lo más recomendable es la utilización de los tipos 2 y 3. En ausencia de datos, para velocidades de llegada apreciable en pilas de otra forma, pueden usarse los coeficientes de la Figura No. A2.7.

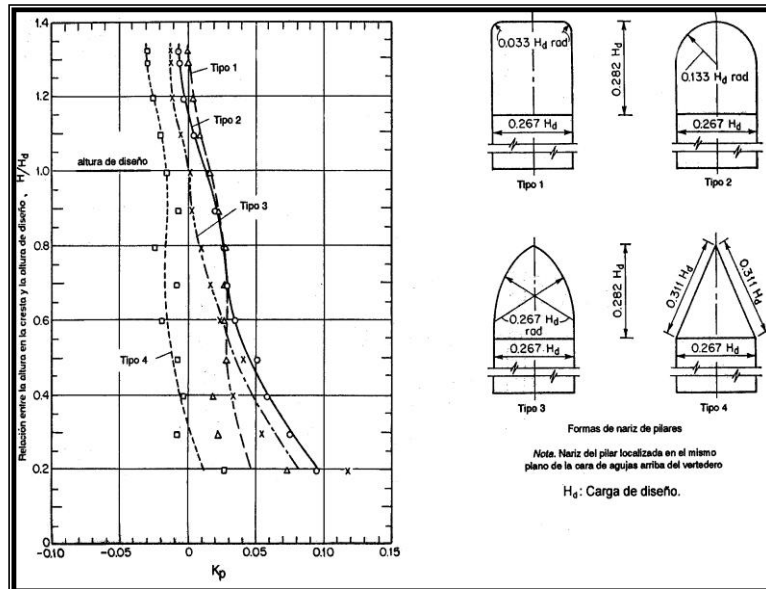


Figura No. A2.7.- Coeficiente por contracción por pilas, con la nariz coincidiendo con el plano vertical del paramento aguas arriba. Cimacio perfil WES, velocidad de llegada despreciable.

## Perfil del cimacio.

El perfil del cimacio puede diseñarse con diferentes criterios, es decir, para conducir el gasto máximo o los intermedios, pero finalmente, la presión sobre la parte inferior de la cresta debe ser atmosférica con la carga de diseño. El diseño de la cresta deberá ser con la forma de doble curvatura, de tal manera que se eviten presiones subatmosféricas sobre la parte inferior de la cresta, es decir, evitar problemas de separación y de cavitación.

Los perfiles más usuales son el perfil WES y el perfil Creager. Lo ideal es que el perfil de la cresta empiece tangencialmente a la aproximación de aguas arriba, con una variación suave y continua del radio de curvatura.

La forma de doble curvatura estándar WES está basada en observaciones detalladas de la lamina vertiente inferior de flujos sobre vertedores de cresta delgada.

El perfil de una cresta de doble curvatura debe ser continuo y suave, y deben evitar variaciones súbitas en la curvatura de la cresta para prevenir la aireación y la cavitación no

deseadas. Lo ideal es que el perfil de la cresta empiece tangencialmente a la aproximación de aguas arriba, con una variación suave y continua del radio de curvatura. (Montes, 1992)

Creager propone el siguiente método para el diseño del cimacio. Para cualquier talud de la cara aguas arriba del cimacio y cualquier profundidad del canal de acceso, el perfil en la zona del cuadrante aguas abajo tiene la ecuación general:

$$\frac{y}{H_d} = k \left( \frac{x}{H_d} \right)^n \dots\dots\dots \text{EC. A2.3}$$

o bien:

$$x^n = \frac{H_d^{n-1}}{k} y \dots\dots\dots \text{EC. A2.4}$$

Donde:

x y y son coordenadas de un sistema cartesiano como en la Figura No. A2.8.

$H_d$  carga de diseño elegida

n y k son coeficientes experimentales que dependen del talud del paramento aguas arriba y de la profundidad del canal de acceso.

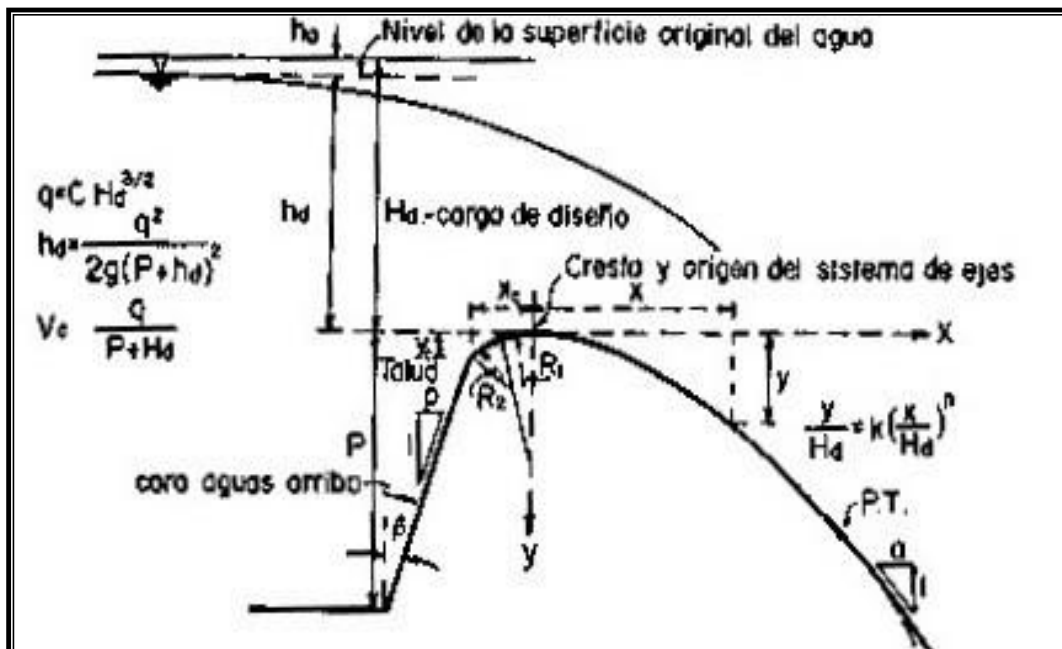


Figura No. A2.8.- Elementos de los perfiles de cimacio con la forma de la lamina vertiente (USBR).

Los valores de  $n$  y  $k$  pueden ser obtenidos de las Figuras No. A2.9 a y b, en función de la relación carga de velocidad de llegada entre carga de diseño ( $h_a/H_d$ ) y talud del paramento aguas arriba del cimacio. En el caso de cimacios altos, la carga de velocidad de llegada es despreciable y  $h_a/H_d = 0$ .

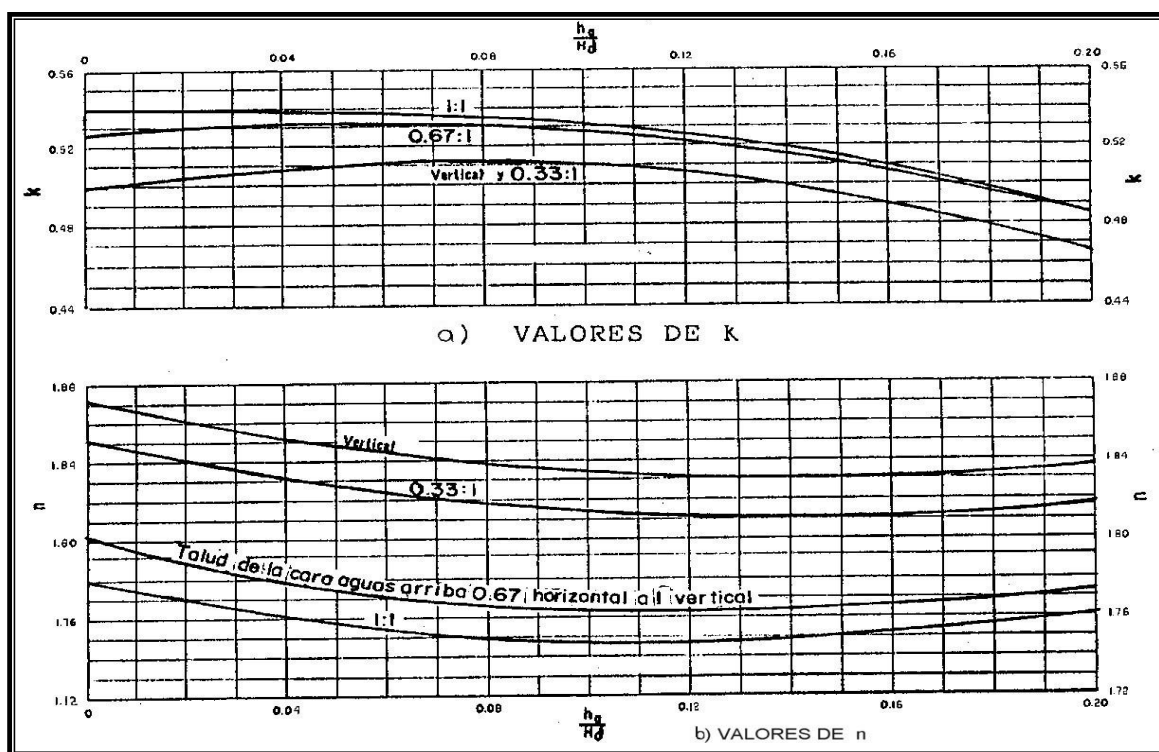


Figura No. A2.9.- Factores  $k$  y  $n$  para el diseño del perfil de un cimacio con el paramento aguas arriba de cualquier inclinación. (USBR)

El USBR considera que el perfil en la zona del cuadrante aguas arriba se puede examinar como dos arcos de círculo tangentes, cuyos radios y restante geometría se pueden obtener, de la Figura No. A2.10. Esta sección se conoce como el cimacio aguas arriba.

En la parte superior de la Figura No. A2.10, es posible observar una imagen con la cual se establecen los puntos de los centros de curvatura y los de tangencia para desarrollar la curvatura de llegada.

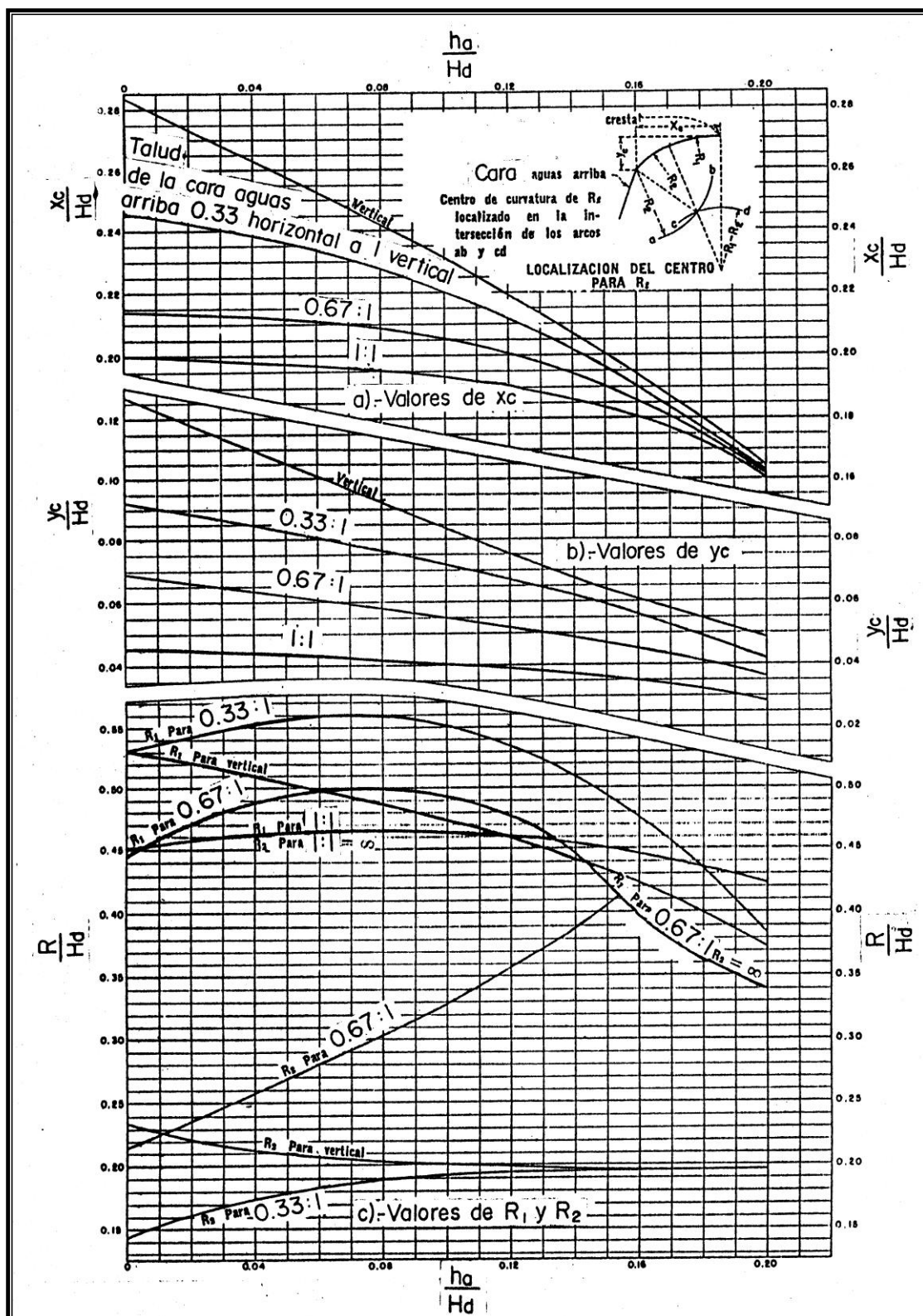


Figura No. A2.10.- Valores de  $X_c/H_d$ ,  $Y_c/H_d$  y  $R/H_d$  para el diseño del perfil de un cimacio, con paramento aguas arriba de cualquier inclinación (USBR).

En el caso de cimacios altos ( $P/H > 1$  y velocidad de llegada despreciable), la carga de diseño  $H_d$  se confunde con la carga sobre la cresta  $h_d$ . En el caso de velocidad de llegada apreciable (cimacios bajos o  $P/H < 1$ ) se recomienda inclinar el paramento aguas arriba del cimacio hasta  $45^\circ$  a fin de reducir problemas de estabilidad estructural.

Los ingenieros del U. S. Army utilizan perfiles de cimacio un poco distintos que los del tipo USBR. Las Figuras No. A2.11, A2.12 Y A2.13 muestran su geometría para el caso de que  $P/H_d > 1$  y diferentes inclinaciones del paramento aguas arriba. La Figura No. A2.14 presenta los valores que adquieren  $n$  y  $1/k$  para los perfiles tipo WES con velocidad de llegada despreciable y distintas inclinaciones de la cara aguas arriba.

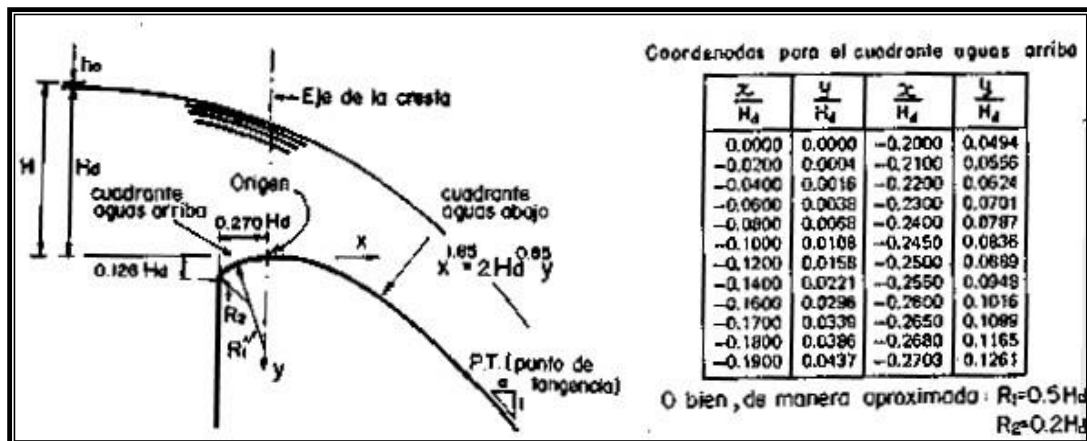


Figura No. A2.11.- Perfil de cimacio tipo WES con velocidad de llegada despreciable y paramento aguas arriba vertical,  $P / H_d \geq 1$ .

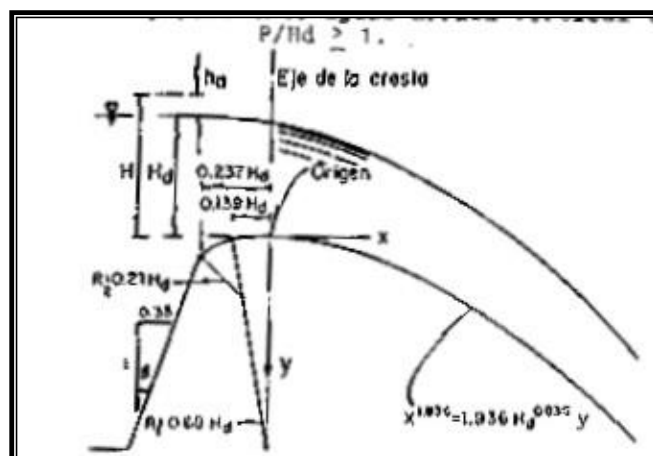


Figura No. A2.12.- Perfil de cimacio tipo WES con velocidad de llegada despreciable y paramento aguas arriba con talud 0.33:1,  $P / H_d \geq 1$ .

Los perfiles WES aparentemente desarrollan una mejor distribución de presión que los USBR para las inclinaciones del paramento aguas arriba que se indican. Cuando dicha inclinación es de  $45^\circ$  y  $P/H_d > 1$ , el perfil WES coincide con el tipo USBR ( $h_a/H_d=0$ ), inclusive hasta para valores de  $P/H_d < 1$ .

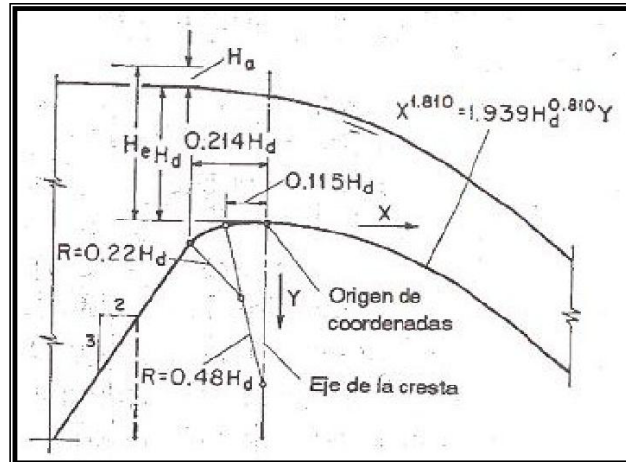


Figura No. A2.13.- Perfil de cimacio tipo WES con velocidad de llegada despreciable y paramento aguas arriba con talud 0.67:1,  $P/H_d \geq 1$ .

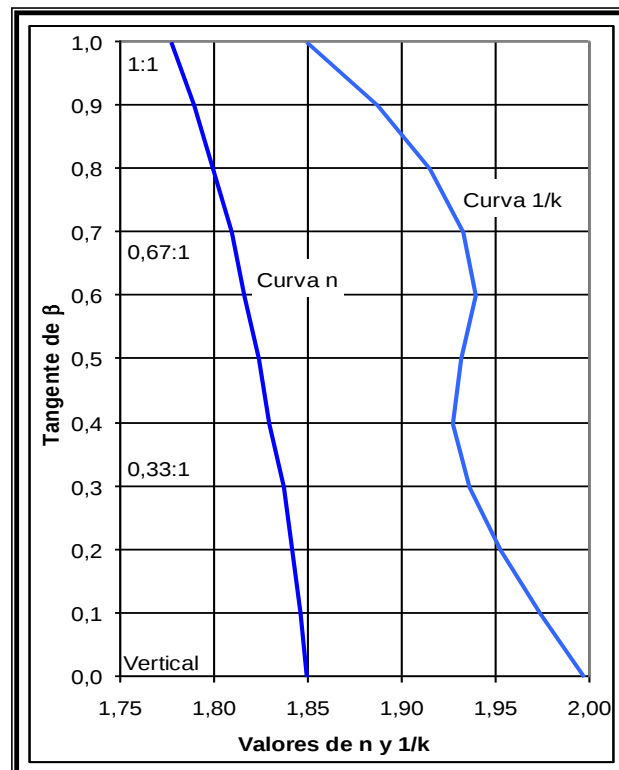


Figura No. A2.14.- Valores de  $n$  y  $1/k$  en la ecuaciones A2.3 y A2.4 para el perfil de cimacio WES, velocidad de llegada despreciable y paramento aguas arriba con diferentes inclinaciones,  $P/H_d \geq 1$ .

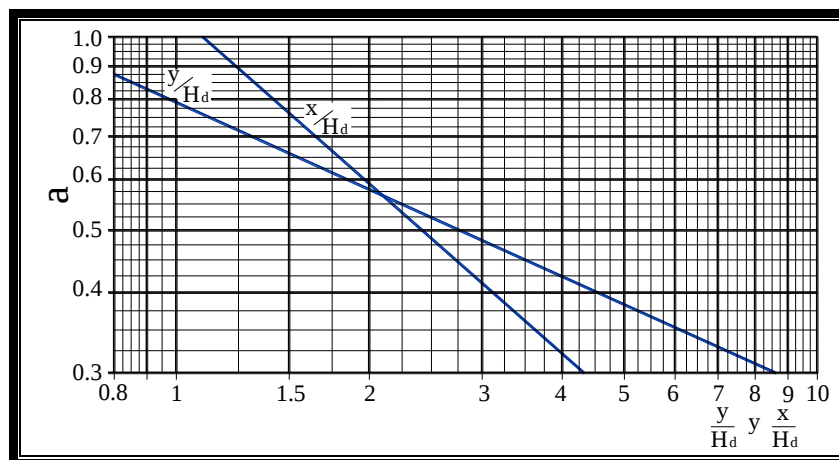
Desde el punto de vista estructural, se pueden tener cambios en el perfil del cuadrante aguas abajo; generalmente se deja éste por una recta tangente al perfil, que tiene una inclinación de talud **a:1**, ésto también se presenta por el tipo de geometría de la estructura. El punto de tangencia **P.T.** (Figura No. A2.8 Y A2.11) entre el perfil y la recta, se determina igualando la derivada de la ecuación (A2.3) con la tangente **(1/a)** del ángulo de inclinación de la recta y la horizontal, ésto es:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{k n}{H_d^{n-1}} x_t^{n+1} = \frac{1}{a} \dots\dots\dots \text{EC. A2.4}$$

Donde:

$$x_t = \frac{H_d}{(kan)^{\frac{1}{n-1}}} \dots\dots\dots \text{EC. A2.5}$$

La ordenada **y<sub>t</sub>** se obtiene substituyendo **x<sub>t</sub>** en la ecuación A2.5. La Figura No. A2.15, presenta una gráfica con la cual se puede determinar las coordenadas del punto de tangencia para el perfil WES mostrado en la Figura No. A2.14; al mismo tiempo indica el intervalo aproximado de valores de **x/H<sub>d</sub> > 0.8** que se utiliza en la práctica, con los que se puede abandonar el perfil del cimacio sin disminuir su coeficiente de descarga, lo cual desde luego queda sujeto a revisión de la estabilidad estructural del cimacio.



**Figura No. A2.15.- Coordenadas del punto de tangencia P.T. en el perfil del cimacio tipo WES, con velocidad de llegada despreciable y paramento aguas arriba vertical, P/H<sub>d</sub> ≥ 1.**

Por otro lado Hager propone un perfil continuo en la parte superior al cimacio de un vertedor, con radio de curvatura continuo; la ecuación No. A2.6, está basada en

experimentos realizados en modelos de rápidas; sin embargo, solo es aplicable en un cierto rango, los parámetros de esta ecuación se pueden ver en la Figura No. A2.16.

$$\frac{Y}{H_{dis} - \Delta z} = 0.1360 + 0.482625 \left( \frac{X}{H_{dis} - \Delta z} + 0.2818 \right) \times \ln \left( 1.3055 \left( \frac{X}{H_{dis} - \Delta z} + 0.2818 \right) \right) \quad \text{.....A2.6}$$

Válida dentro del rango de:

$$-0.498 < \left( \frac{X}{H_{dis} - \Delta z} \right) < 0.484$$

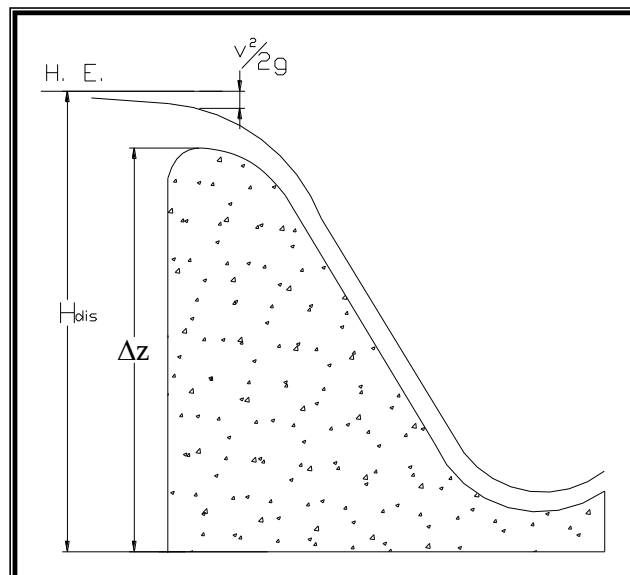
Donde

X = Es la coordenada horizontal

Y = Es la coordenada vertical, medida positivamente hacia abajo.

H<sub>dis</sub> = Es la carga de diseño sobre el cimacio hasta la plantilla del canal de llamada

Δz = Es la altura del paramento aguas arriba desde el pie de la estructura hasta el punto más alto del cimacio.



**Figura No. A2.16.- Parámetros de la Ecuación de Hager (EC. A2.6), para el perfil del cimacio.**

Finalmente la ecuación A2.6, traza de forma continua la geomet a superior del cimacio; ésta última parte, se genera tangente a la ecuación No. A2.4, utilizando los parámetros de los perfiles USBR o WES, que junto con la recta de la rápida se define la geomet a del vertedor.

Analizando los límites de aplicación propuestos por Hager, se aprecia que el extremo derecho no puede ser de -0.498, debido a que dentro de la ecuación A2.6 existe un logaritmo natural generando con esto que la ecuación se indetermina; por lo tanto, el límite real de la ecuación es:

$$\frac{X}{H_{dis} - \Delta z} \geq -0.2818$$

Con este cambio la ecuación A2.6, tiene los siguientes límites de aplicación:

$$-0.2818 < \left( \frac{X}{H_{dis} - \Delta z} \right) < 0.484$$

Sin embargo se analizó el rango superior, encontrando que este valor puede ser mayor, haciendo con esto que se tenga un poco más desarrollo del perfil del cimacio; es decir, el valor del rango superior, resulta pequeño, aun cuando la gráfica de la ecuación de Hager contra las teorías de cálculo del cimacio tipo WES y USBR llegan hasta la tangencia de la recta de la rápida. Si se grafican estas formas de cálculo del cimacio (Figura No. A2.17), se puede apreciar y encontrar un punto común de corte entre éstas; este punto se encuentra igualando las dos gráficas o resolviendo las ecuaciones de cálculo del perfil del cimacio.

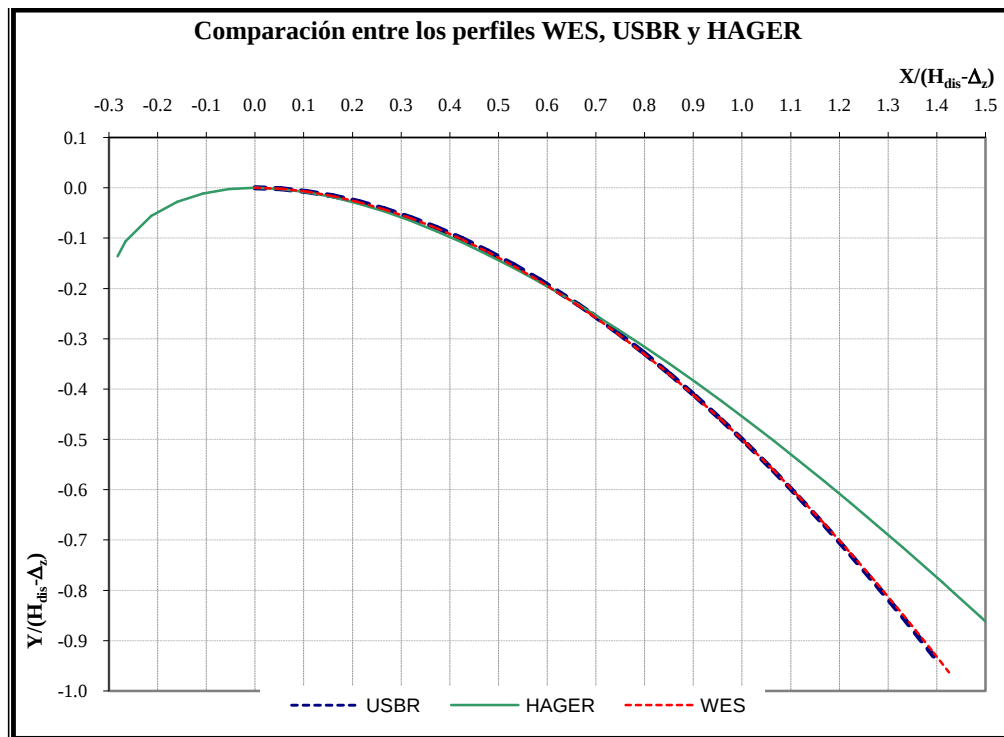


Figura No. A2.17.- Perfiles WES, USBR y Hager.

Si en la aplicación de la ecuación de Hager se utiliza la tangencia a una recta sin tomar en cuenta el límite superior (0.484), el cuerpo de la presa crecería y los volúmenes de construcción también, esto se puede ver en la gráfica No.A2.18, en la cual se estableció la tangencia a la rápida del vertedor en los tres casos.

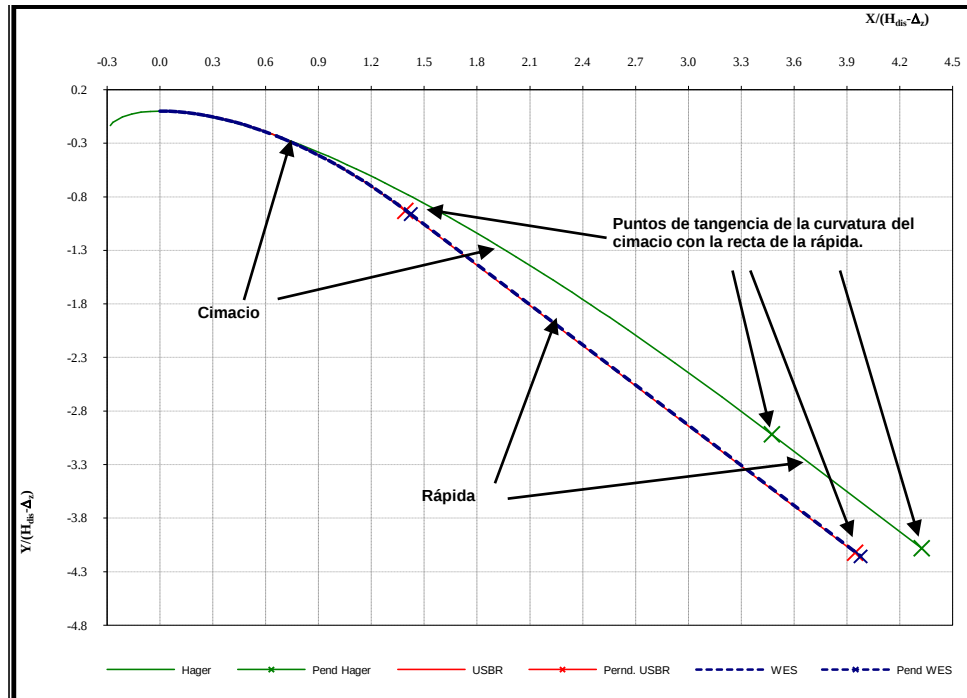


Figura No. A2.18.- Cimacios USBR, WES y Hager, con puntos de tangencia a las rápidas.

Con base en el análisis de esta ecuación, se estableció que la ecuación de Hager tiene por límite superior el valor de 0.6631, en el cual se tiene la tangencia entre las ecuaciones de USBR y la ecuación del investigador; por lo tanto, si se aplica la ecuación de Hager los límites quedan de la siguiente manera:

$$-0.2818 < \left( \frac{X}{H_{dis} - \Delta z} \right) < 0.6632$$

### Perfil de la superficie del agua sobre el cimacio.

Si se observaran las líneas de corriente generadas en la descarga de un flujo hidráulico sobre un cimacio, se vería que éstas tienen una gran curvatura, por este motivo si se aplica la ecuación de la energía para esta zona, los resultados no serían confiables, debido a ésto, la determinación del perfil del agua se basa profundamente en experiencias de laboratorio.

Por lo que ahora se expondrá el método gráfico para obtener el perfil de la superficie del agua; las Figuras No. A2.19 a A2.22 muestran el perfil de la superficie del agua en un claro cualquiera y en tres contiguos respectivamente, con pilas intermedias y sin ellas, para diferentes cargas sobre el vertedor. En estas figuras  $H$  y  $H_d$  no incluyen la carga de velocidad de llegada.

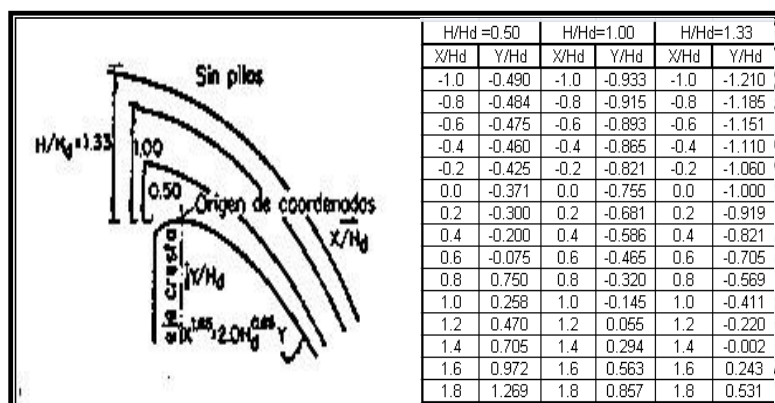


Figura No. A2.19.- Perfil del agua sobre el cimacio tipo WES, sin pilas, velocidad de llegada despreciable,  $H$  y  $H_d$  no incluyen carga de velocidad de llegada.

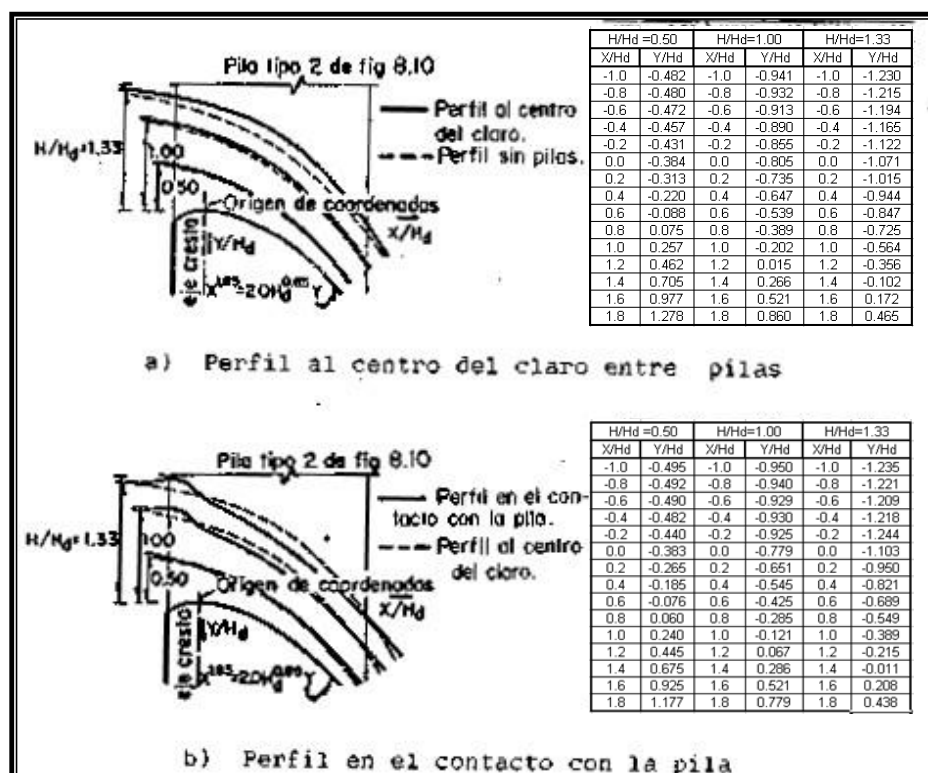


Figura No. A2.20.- Perfil del agua sobre el cimacio tipo WES, con pilas, velocidad de llegada despreciable,  $H$  y  $H_d$  no incluyen carga de velocidad de llegada.

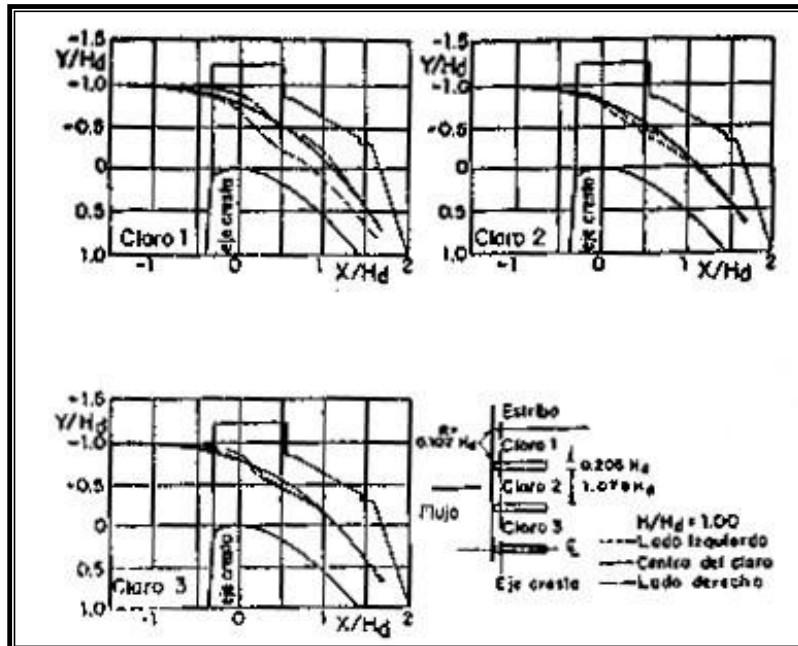


Figura No. A2.21.- Perfiles de agua sobre el cimacio tipo WES, con pilas y estribos, mostrando efecto entre claros contiguos para  $H/H_d = 1$ .

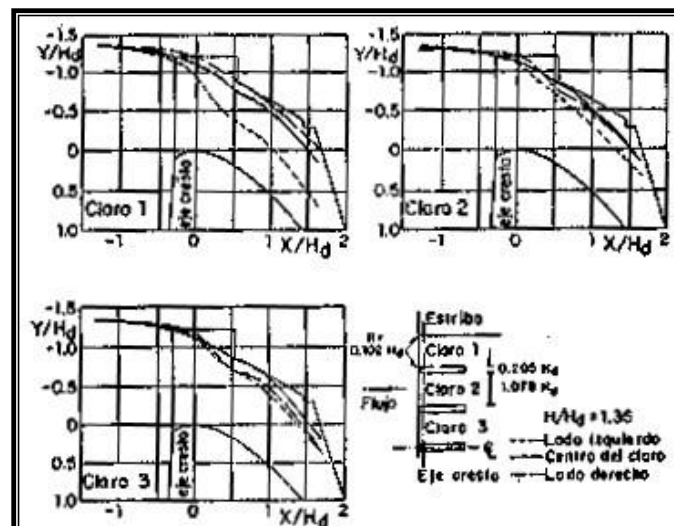


Figura No. A2.22.- Perfiles de agua sobre el cimacio tipo WES, con pilas y estribos, mostrando efecto entre claros contiguos para  $H/H_d = 1.35$ .

## Presiones sobre el cimacio.

Debido a los cambios en la velocidad de las líneas de corriente en la práctica se desarrollan pequeñas presiones sobre el cimacio, que si bien es cierto, cuando éste trabaja con la carga de diseño éstas no deberían presentarse aun para la condición de operación; estas presiones aumentan cuando el cimacio funciona con cargas menores que la de diseño y disminuyen hasta valores negativos cuando lo hacen con cargas mayores (Sotelo, 1994).

Realizando un análisis del flujo sobre un vertedor, éste puede considerarse irrotacional, la distribución de presiones sobre un cimacio se puede determinar por medio de la teoría de “Flujos con potencial” o bien mediante pruebas de modelo.

La oficina de Waterway Experiment Station efectuó pruebas sobre un cimacio tipo WES, en el cual evaluaron la distribución de presiones, sin pilas y con ellas, bajo tres cargas diferentes de operación; los resultados se muestran en las Figuras No. 25 y 26 para el caso de velocidad de llegada despreciable. Las presiones para cargas Intermedias se pueden obtener por interpolación.

La presión hidrostática que se ejerce en la cara aguas arriba del cimacio, se ve afectada y reducida por el efecto del cambio de energía cinética, que en términos de la presión total, no es significativa; sin embargo, para cimacios que son muy altos no se puede pasar por desapercibida y hay que tomarla en cuenta, ésto por el brazo de palanca que tiene con respecto a la cimentación.

El método usual de análisis, supone una distribución lineal de presiones cerca de la cresta que se traduce en sobrediseño del vertedor, particularmente en presas altas, donde generalmente se acepta al proporcionar un factor adicional de seguridad.

Con base en pruebas desarrolladas por el US Bureau of Reclamation y la oficina del Waterway Experimental Station, se han valuado las presiones resultantes en un cimacio operando bajo la carga de diseño. Los resultados se muestran en la Figura No. 27 y se utilizan en el análisis de estabilidad.

Las fuerzas  $R_2$  y  $R_3$  que aparecen en la Figura No. 27 son las resultantes vertical y horizontal de las fuerzas de presión respectivamente, la primera para la superficie aguas arriba de la cresta, la segunda para la superficie curva de la cresta hacia aguas abajo. La fuerza horizontal  $R_1$  tiene el sentido indicado y debe considerarse conjuntamente con la fuerza resultante del diagrama de presión hidrostática para tomar en cuenta el empuje horizontal sobre el paramento aguas arriba que actúa desde la cresta del cimacio hasta la base del mismo.

### **Selección de la carga de diseño**

La carga de diseño del perfil de un cimacio con frecuencia se elige igual que la máxima con que se operará el vertedor. Sin embargo, la necesidad de lograr coeficientes de descarga mayores para disminuir longitud de cresta hace pensar que la carga de diseño podría seleccionarse de una de las intermedias, con la única restricción en las presiones negativas que podrían generarse con cargas mayores como resultado de la tendencia a la separación de la lámina vertiente. Cuando la carga de diseño del cimacio es menor que la máxima de operación, al cimacio se conoce como de perfil "deprimido".

La distribución de presiones negativas desarrolladas a lo largo del perfil deprimido con y sin pilas intermedias, corresponde a los presentados en las Figuras No. A2.23 y A2.24 para  $H/H_d = 1.33$ . Para relaciones  $H/H_d < 1.33$  pueden hacerse interpolaciones lineales en dichas figuras.

En el caso de perfiles USBR pueden utilizarse los mismos resultados.

Las Figuras No. A2.23 y A2.24 permiten calcular las presiones negativas producidas sobre un cimacio deprimido. La carga de diseño máxima del cimacio que todavía produjera presiones negativas inferiores a las de vaporización sería la elegida para evitar cavitación. El USBR recomienda que la carga de diseño sea mayor o igual que  $0.75H_{m\acute{a}x}$  ( $H_{m\acute{a}x}/H_d \leq 1.33$ ). Otros autores como Rouse consideran todavía adecuado el diseño del perfil con una carga de diseño de la mitad de la máxima  $H_{m\acute{a}x}/H_d = 2$ , ya que consideran que de presentarse cavitación para estas condiciones de operación, esto ocurriría por períodos cortos, y a cambio de ello se aumentaría el coeficiente de descarga.

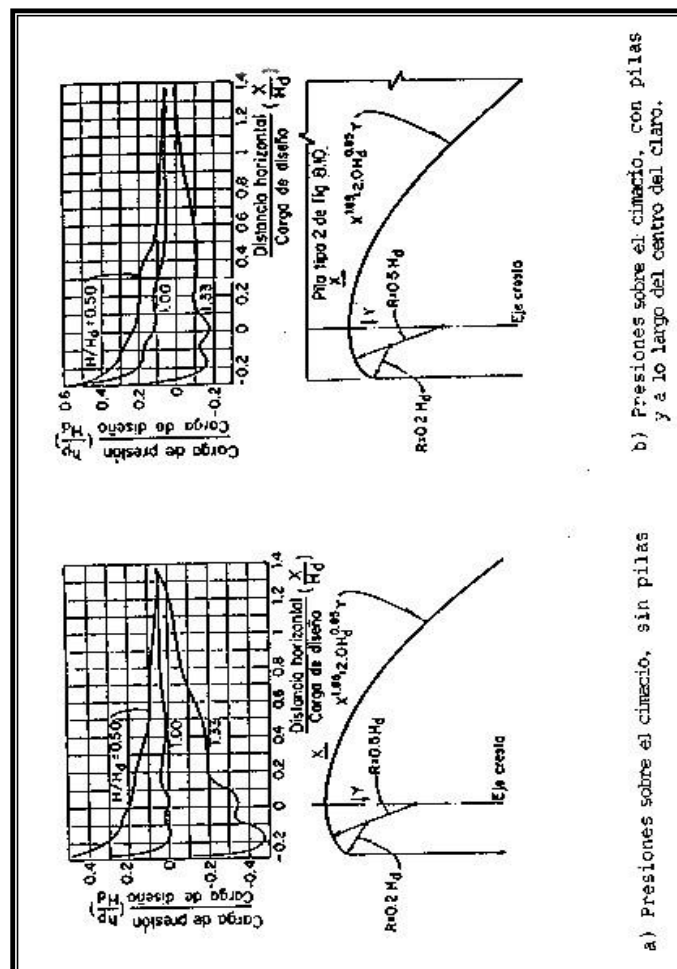


Figura No. A2.23. Distribución de presiones de un cimacio tipo WES con velocidad de llegada despreciable y paramento aguas arriba vertical.

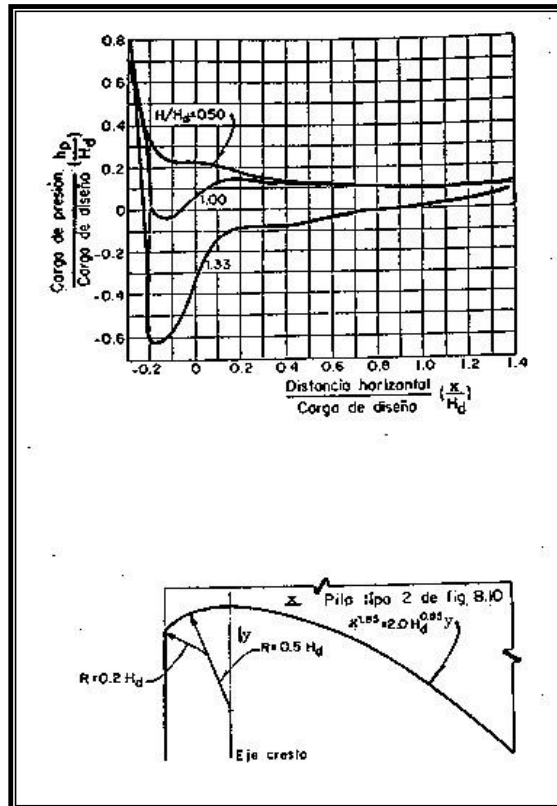


Figura No. A2.24.- Distribución de presiones sobre un cimacio tipo WES con pilas y en el contacto con las mismas.

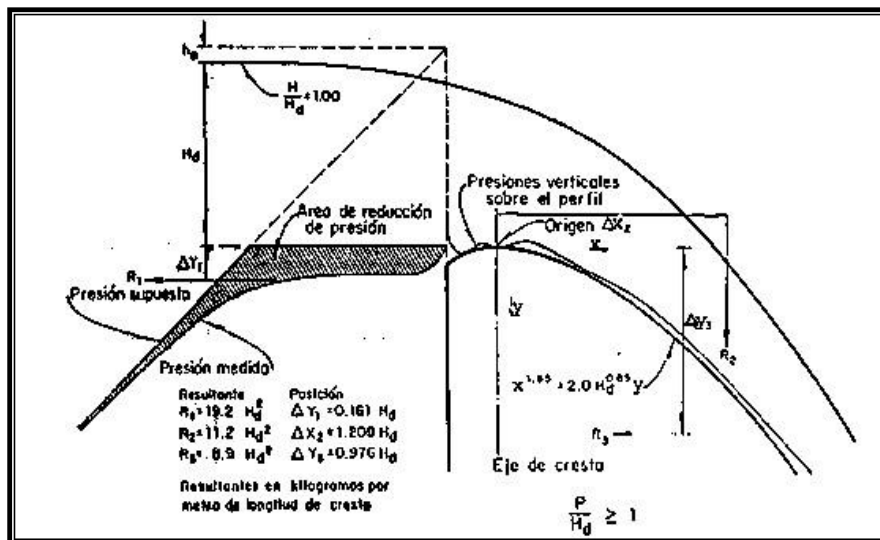


Figura No. A2.25.- Fuerzas resultantes, por metro de longitud de cresta,, en cimacios tipo WES operando con la carga de diseño, velocidad de llegada despreciable, cara aguas arriba vertical y sin pilas. La carga de di seño no incluye la carga de velocidad de llegada  $P/H_d \geq 1$

Siguiendo la geometría propuesta para la Presa Derivadora “Las Blancas” en Tamaulipas”, se desarrolló la revisión de perfil de la presa “Las Blancas.

En el anexo No.1, se presentan los gastos de diseño en el río Álamo, y con los cuales se revisará el vertedor en Tamaulipas, teniendo en cuenta que se realizará para un gasto de  $4500 \text{ m}^3/\text{s}$  y un gasto propuesto de  $4250 \text{ m}^3/\text{s}$ , esto, debido a que  $4250 \text{ m}^3/\text{s}$  pertenece a un tiempo de retorno cercano a los 230 años para el método de Gumbel y Levediev.

En la tabla No. A2.5, se tienen los resultados del cálculo del gasto de diseño por el método de Nash, Gumbel y Levediev, y de los cuales se selecciona el que se ajuste mejor al vertedor respecto del tiempo de retorno de la avenida de mayor gasto.

De la base de datos de los escurrimientos en el río Álamo, se encuentra que el 11 de septiembre de 1948, se presentó una avenida de  $4100 \text{ m}^3/\text{s}$  y que éste fue el parámetro base propuesto por la CNA para el de diseño del vertedor, debido a que esta diseñado para un gasto de  $4500 \text{ m}^3/\text{s}$ .

Debido a que no se tienen datos topográficos de la zona en estudio, se tomaron de los planos, y se calcularon los correspondientes coeficientes de diseño para el cimacio. Cabe mencionar que se hizo para el caso de la zona más alta del vertedor, para la cual se calcularon los parámetros que se utilizaron en el diseño y obtención del coeficiente de descarga y que de ellos se obtuvo el punto más crítico de la descarga para el vertedor.

En la tabla No.A2.2, se presentan los gastos del vertedor y la Figura No. A2.26, obtenidos por la CNA y transcritos en los planos del vertedor, mientras que los de esta tesis se presentan más adelante con sus cálculos correspondientes y la forma en que se obtuvieron. Cabe señalar que éstos son los mismos tanto para el diseño de la rápida lisa como para el diseño de la rápida escalonada. La Figura No. A2.28, representa la geometría para el diseño del vertedor, así mismo se observa la nomenclatura que se utilizó en el cálculo.

La avenida de diseño para el vertedor fue obtenida por medio de Gumbel, Nash y Levediev; los valores obtenidos del cálculo respecto de los del proyecto tienen una variación de aproximadamente  $500 \text{ m}^3$ , cercano al 12% de diferencia.

El vertedor hidrológicamente se diseñó para una avenida de periodo de retorno de 100 años; así mismo, en los datos hidrológicos se encontraron avenidas de periodo de retorno cercanas a éste.

Datos de diseño de la CNA:

$Q_{\text{máx}} = 5024 \text{ m}^3/\text{s} \dots\dots\dots \text{CNA}$   
 $Q_{\text{dis}} = 4500 \text{ m}^3/\text{s} \dots\dots\dots \text{CNA}$

Altura de diseño máxima del paramento aguas arriba = 20.92 m

Tirante máximo sobre el vertedor = 2.00 m.

Tirante de diseño en el vertedor = 1.88 m.

Pendiente de la rápida = 0.8:1

Radio del estribo en el vertedor (planos) = 1.474 m.

Los datos anteriores fueron obtenidos de los planos. El paramento aguas arriba del vertedor es vertical, no cuenta con pilas intermedias.

Revisión del vertedor con los datos propuestos por la CNA.

$$\frac{H_{\max}}{H_d} = 1.064$$

$$\frac{P}{H_d} = \frac{20.92}{1.88} = 11.127$$

De la Figura No. A2.2, se obtiene el valor de  $C_0$ , y de la figura No. A2.3, el valor de  $C$ , que es el coeficiente de descarga para este vertedor.

$$C_0 = 2.181$$

$$\frac{C}{C_0} = 1.009$$

$$C = 1.009(2.181) = 2.201$$

De la ecuación A2.2, se obtienen la longitud de cresta necesaria para la descarga del gasto máximo, que es:

$$L_e = \frac{5024}{(2.201)(2)^{\frac{3}{2}}} = 807.02 \text{ m}$$

De la Figura No. A2.5, se obtiene el valor de  $K_a$ , que es un factor que se aplica por la contracción de la lámina vertiente al pasar por los estribos del vertedor.

$$R > 0.5H_d$$

Aplicando los valores, el resultado es:

$$1.474 > 0.5 * 1.5038$$

$$1.474 > 0.7519$$

Por lo tanto el valor de  $K_a$  es:

$$K_a = 0$$

Por otro lado, si se toma en cuenta la Figura No. A2.6a y A2.6b, se tiene:

$$\frac{H}{R} = \frac{2}{1.474} = 1.3569$$

Este valor encontrado no está definido las figuras A2.6a y A2.6b; por lo tanto es correcto el valor de  $K_a$ .

Aplicando lo anterior a la ecuación No. A2.5, se tiene que la longitud máxima del vertedor es de 807.02 m, tomando 810 m, se tiene finalmente que son 40 m menos que el vertedor actual.

En la tabla No. 9, se observan los gastos calculados para las diferentes cargas del vertedor, tomando en cuenta los datos proporcionados por los planos de la presa, es decir, se tomó como carga de diseño el valor de 1.88 m y la longitud del vertedor de 850m.

En la Gráfica No. A2.2, se puede apreciar la tendencia de crecimiento del tirante conforme el gasto aumenta, ésta se compara con la Gráfica No. A2.26. El renglón en amarillo de la tabla No.A2.2, resalta el gasto para el tirante de 1.88 m.

| $H_d = 1,88$ |                  |                  | $C_0 = 2,181$ |                     |                        |
|--------------|------------------|------------------|---------------|---------------------|------------------------|
| H<br>m       | H/H <sub>d</sub> | C/C <sub>0</sub> | C             | L <sub>e</sub><br>m | Q<br>m <sup>3</sup> /s |
| 89,92        | ----             | ----             | ----          | ----                | ----                   |
| 90,02        | 0,053            | 0,805            | 1,756         | 850                 | 47,20                  |
| 90,12        | 0,106            | 0,823            | 1,794         | 850                 | 136,42                 |
| 90,22        | 0,160            | 0,839            | 1,830         | 850                 | 255,56                 |
| 90,32        | 0,213            | 0,854            | 1,863         | 850                 | 400,55                 |
| 90,42        | 0,266            | 0,868            | 1,893         | 850                 | 569,03                 |
| 90,52        | 0,319            | 0,881            | 1,922         | 850                 | 759,42                 |
| 90,62        | 0,372            | 0,894            | 1,950         | 850                 | 970,51                 |
| 90,72        | 0,426            | 0,906            | 1,975         | 850                 | 1201,34                |
| 90,82        | 0,479            | 0,917            | 1,999         | 850                 | 1451,10                |
| 90,92        | 0,532            | 0,927            | 2,022         | 850                 | 1719,07                |
| 91,02        | 0,585            | 0,937            | 2,044         | 850                 | 2004,62                |
| 91,12        | 0,638            | 0,947            | 2,065         | 850                 | 2307,15                |
| 91,22        | 0,691            | 0,956            | 2,084         | 850                 | 2626,16                |
| 91,32        | 0,745            | 0,964            | 2,103         | 850                 | 2961,17                |
| 91,42        | 0,798            | 0,972            | 2,121         | 850                 | 3311,78                |
| 91,52        | 0,851            | 0,980            | 2,138         | 850                 | 3677,63                |
| 91,62        | 0,904            | 0,988            | 2,154         | 850                 | 4058,46                |
| 91,72        | 0,957            | 0,995            | 2,170         | 850                 | 4454,07                |
| 91,80        | 1,000            | 1,001            | 2,182         | 850                 | 4781,11                |
| 91,82        | 1,011            | 1,002            | 2,185         | 850                 | 4864,33                |
| 91,92        | 1,064            | 1,009            | 2,200         | 850                 | 5289,18                |

Tabla No. A2.2. Calculo del gasto de descarga del vertedor.

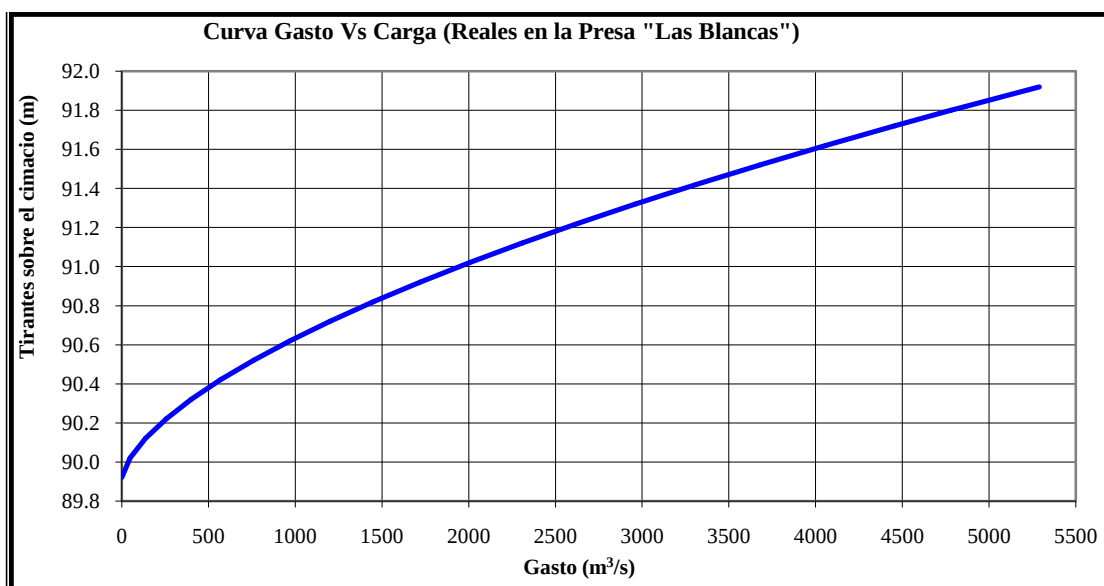


Figura No. A2.26. Curva de Gasto contra carga del vertedor en Tamaulipas.

El paramento aguas arriba del vertedor es vertical, no cuenta con pilas intermedias y por consiguiente no tiene compuertas y la descarga se realiza libremente.

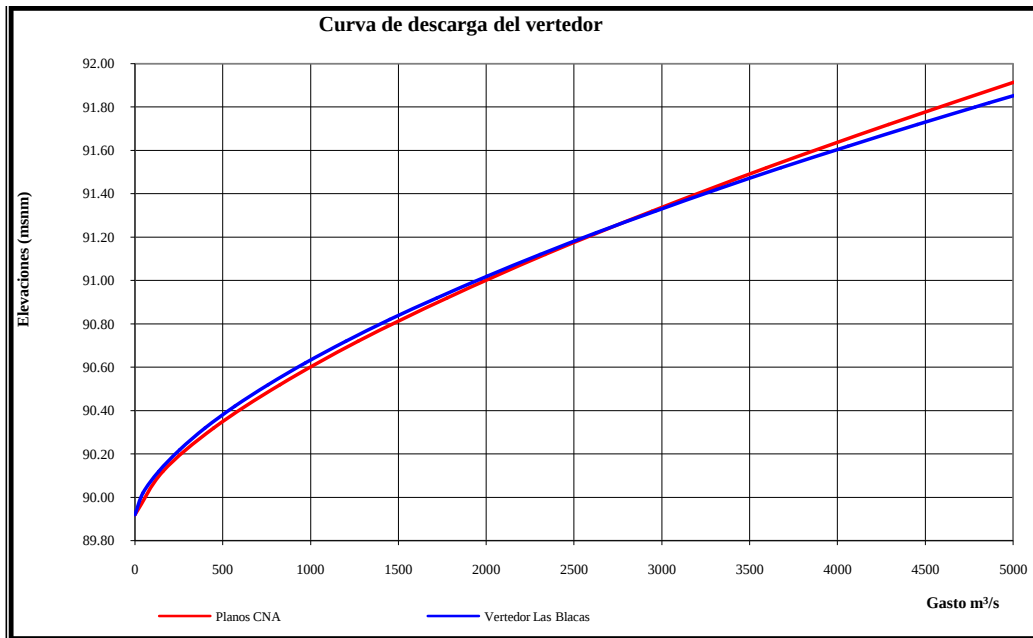


Figura No. A2.27- Comparativa entre la descarga encontrada en los planos y el vertedor real.

$$\frac{h_0}{H_d} = 0$$

Tomando en cuenta que el paramento aguas arriba es vertical, se obtiene de la Figura No. A2.9 los valores de K y n para un perfil tipo USBR; o también, se pueden escoger los valores de n y 1/K de la figura No.A2.13, para perfiles tipo WES; sin embargo, para la revisión del vertedor se toman los valores de la Figura No. A2.9 y son:

$$K = 0.50$$

$$n = 1.872$$

La ecuación A2.5 es del perfil del cimacio; sustituyendo datos:

$$\frac{y}{H_d} = K \left( \frac{x}{H_d} \right)^n \rightarrow \Rightarrow \frac{y}{1.88} = 0.50 \left( \frac{x}{1.88} \right)^{1.872}$$

$$y = 0.2883x^{1.872}$$

La ecuación del punto de tangencia del cimacio con la rápida es:

$$x_t = \frac{H_d}{(K a n)^{\frac{1}{(n-1)}}} = \frac{1.88}{(0.5 * 0.8 * 1.872)^{\frac{1}{(1.872-1)}}} = 2.6196$$

En la ecuación anterior a es la pendiente de la rápida.

Estas ecuaciones son para la parte más alta del cimacio y con dirección hacia aguas abajo; para la sección anterior a ésta, se calculan con la Figura No. A2.10 teniendo como base la Figura No. A2.11, en la cual se obtienen los radios y los centros de radio en relación del la carga de diseño.

| x <sub>t</sub> = 2,6196 |         |
|-------------------------|---------|
| x                       | -y      |
| 0,00                    | 0,0000  |
| 0,10                    | -0,0039 |
| 0,20                    | -0,0142 |
| 0,30                    | -0,0303 |
| 0,40                    | -0,0519 |
| 0,50                    | -0,0788 |
| 0,60                    | -0,1108 |
| 0,70                    | -0,1479 |
| 0,80                    | -0,1899 |
| 0,90                    | -0,2367 |
| 1,00                    | -0,2883 |
| 1,10                    | -0,3446 |
| 1,20                    | -0,4056 |
| 1,30                    | -0,4711 |
| 1,40                    | -0,5412 |
| 1,50                    | -0,6159 |
| 1,60                    | -0,6950 |
| 1,70                    | -0,7785 |
| 1,80                    | -0,8664 |
| 1,90                    | -0,9587 |
| 2,00                    | -1,0553 |
| 2,10                    | -1,1562 |
| 2,20                    | -1,2614 |
| 2,30                    | -1,3709 |
| 2,40                    | -1,4846 |
| 2,50                    | -1,6025 |
| 2,60                    | -1,7245 |
| 2,6196                  | -1,7490 |

Tabla No. A2.3.- Obtención de los valores de y

$$\frac{h_a}{H_d} = 0; \quad H_d = 1.88 \text{ m}$$

$$\frac{x_c}{H_d} = 0.283; \quad x_c = 0.53204$$

$$\frac{y_c}{H_d} = 0.127; \quad y_c = 0.24064$$

$$\frac{R_1}{H_d} = 0.53; \quad R_1 = 0.9964$$

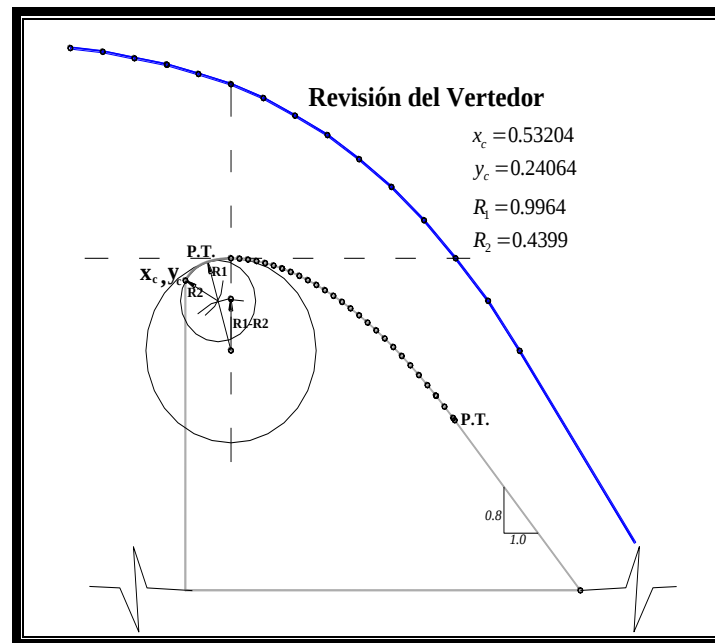
$$\frac{R_2}{H_d} = 0.234; \quad R_2 = 0.4399$$

De la Figura No. A2.19 se obtiene el perfil del flujo a lo largo del cimacio.

| Perfil del flujo |                  |       |       |
|------------------|------------------|-------|-------|
| x/H <sub>d</sub> | y/H <sub>d</sub> | x     | y     |
| -1               | 1,21             | -1,88 | 2,27  |
| -0,8             | 1,185            | -1,50 | 2,23  |
| -0,6             | 1,151            | -1,13 | 2,16  |
| -0,4             | 1,11             | -0,75 | 2,09  |
| -0,2             | 1,06             | -0,38 | 1,99  |
| 0                | 1                | 0,00  | 1,88  |
| 0,2              | 0,919            | 0,38  | 1,73  |
| 0,4              | 0,821            | 0,75  | 1,54  |
| 0,6              | 0,705            | 1,13  | 1,33  |
| 0,8              | 0,569            | 1,50  | 1,07  |
| 1                | 0,411            | 1,88  | 0,77  |
| 1,2              | 0,22             | 2,26  | 0,41  |
| 1,4              | 0,002            | 2,63  | 0,00  |
| 1,6              | -0,243           | 3,01  | -0,46 |
| 1,8              | -0,531           | 3,38  | -1,00 |

Tabla No. A2.4. Valores de cálculo del perfil de flujo.

Finalmente en la Figura No. A2.28, se encuentra el perfil del cimacio y el perfil de la superficie libre del agua, tomando en cuenta que la carga de diseño es de 1.88m sobre el cimacio con velocidad de llegada despreciable.

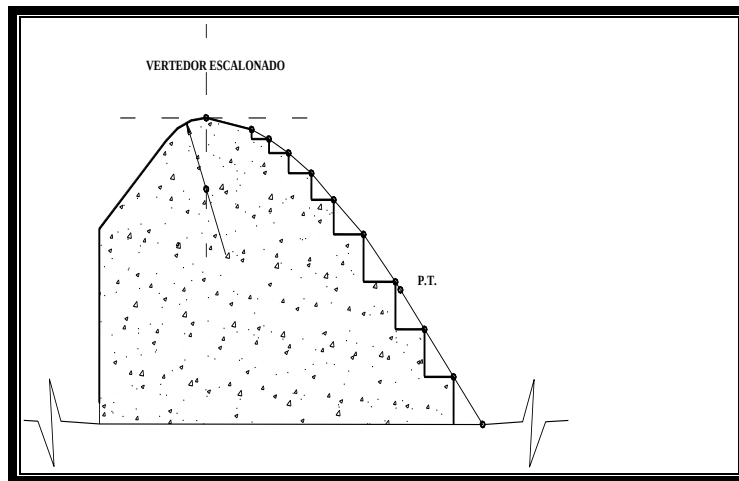


**Figura No. A2.28. Perfil del cimacio y del agua.**

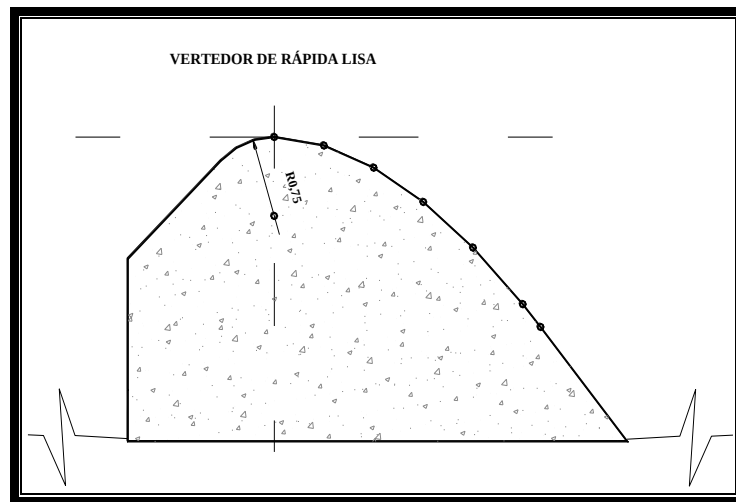
Los cálculos anteriores se realizaron con base en una revisión de la Presa “Las Blancas” en Tamaulipas, tomando en cuenta los datos que se proporcionaban tanto en planos, visita a la obra y en los datos obtenidos directamente de las lecturas de los boletines hidrológicos y el Software BANDAS.

Lo anteriormente expuesto, se compara más adelante para establecer las diferencias entre los diseños de la CNA, lo que se obtuvo de esta tesis y la forma de diseño del vertedor escalonado.

En la Figura No. A2.29, se presenta el vertedor de rápida escalonada y en la Figura No. A2.30, el vertedor de rápida lisa, que son los proyectos de la CNA.

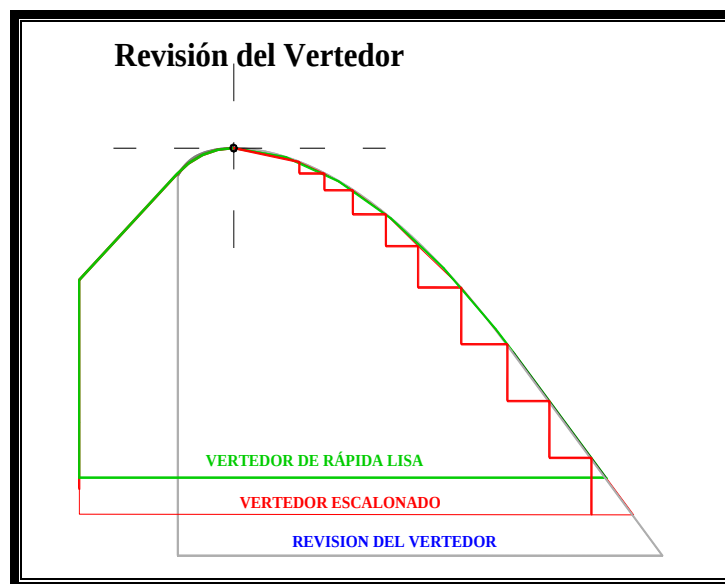


**Figura No. A2.29. Vertedor escalonado (Planos CNA)**



**Figura No. A2.30. Vertedor de rápida lisa (Planos CNA)**

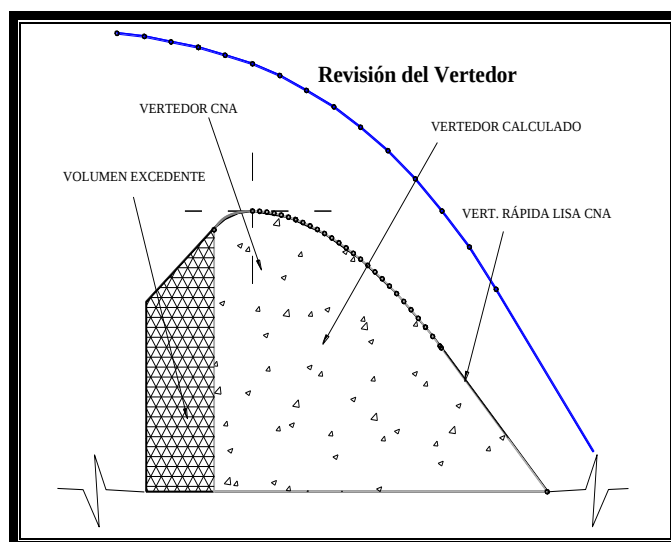
De la unión de las tres figuras que se presentan, se observa que la revisión del vertedor es idéntico al calculado por la CNA; sin embargo, existe un volumen de concreto aguas arriba que no se presenta en esta tesis; ésto está relacionado con el diseño de estabilidad, en el cual se requiere realizar un análisis por volteo, deslizamiento, sismo, subpresión, empuje hidrostático, viento, etc., el cual debe proporcionar el volumen de concreto faltante.



**Figura No. A2.31.- Sobre posición de los vertedores.**

Por último, solo cabe señalar que la longitud del vertedor es menor en los cálculos realizados por esta tesis, y lo cual hace imaginar que la longitud propuesta se debe a situaciones propias de la topografía del lugar o a un coeficiente de seguridad muy alto e inclusive a la estabilidad del cuerpo de la presa, que sin embargo ésto pudo reeditar en un mayor costo de construcción, materiales y mano de obra.

En lo que respecta a lo anterior, el gasto que se puede esperar con una altura de tirante sobre el cimacio de 2 m es de  $5290 \text{ m}^3/\text{s}$ , que se puede presentar con un tiempo de retorno mayor a 100 años. La diferencia entre lo analizado y lo construido en relación con la longitud del vertedor es de 40m, con un volumen de aproximadamente  $12000 \text{ m}^3$  de C.C.R.



**Figura No. A2.32. Perfil del cimacio y del agua para el vertedor calculado, volumen excedente.**

En principio casi siempre se elige la carga máxima con la que operará el vertedor para la realización de su diseño; sin embargo, al tener un coeficiente de descarga mayor se disminuye la longitud de cresta, con la única restricción en las presiones negativas que podrían generarse con cargas mayores, como resultado de una separación de la lámina vertiente.

El último punto que se desarrolla en esta revisión, se ubica dentro de uno de los más grandes problemas: la determinación de presiones negativas, que finalmente son las que producen el fenómeno de cavitación.

La carga de diseño máxima del cimacio que todavía produjera presiones negativas inferiores a las de vaporización sería la elegida para evitar cavitación.

Tomando en cuenta la Figura No. A2.23a, en la cual se observa el comportamiento de la distribución de presiones sobre un cimacio Tipo WES con velocidad de llegada despreciable, paramento aguas arriba vertical y considerando  $H/H_d = 1$ ; sin embargo, para este vertedor se consideran prácticamente cero en todo el cimacio para la carga máxima, lo cual es apreciable en la gráfica.

Calculando la carga máxima con la cual se tiene cavitación en el cimacio se tendría lo siguiente:

$$\frac{H_{\max}}{H_d} = \frac{2.00}{1.88} = 1.064$$

Interpolando se tiene:

$$\frac{h_p}{H_d} = -0.091$$

Por lo tanto:

$$P_{\text{vert}} = h_p = -0.091H_d = -0.091(1.88) = -0.171m$$

Considerando la presión absoluta de vaporización del agua a 25° C

$$P_{\text{absvap}} = 3.3 \text{ kPa} = 3300 \text{ Pa} = 0.337 \text{ m.c.a}$$

Sabiendo que:

$$P_{\text{absvap}} = P_{\text{man}} + P_{\text{atm}}$$

Tomando en cuenta que la presión atmosférica estándar es de 10.33 m.c.a. se tiene que la carga de vaporización del agua es:

$$P_{man\,vap} = P_{absvap} - P_{atm} = 3300\,Pa - 101325\,Pa = 0.337\,m.c.a - 10.33\,m.c.a$$

$$P_{man\,vap} = P_{absvap} - P_{atm} = -9.99\,m.c.a$$

Se concluye que:

$$P_{vert} > P_{man\,vap}$$

$$h_{vert} > h_{vap}$$

y por lo tanto no se presenta cavitación, siendo esto lógico, debido a que se diseñó con  $H/H_d = 1$ , es decir, se presenta la presión mayor a la atmosférica sobre el cimacio.

### Anexo No. 3.- Desarrollo de la ecuación de definición de régimen de flujo.

$$E_0 = E_1 = E_2$$

$$\Delta_E = E_0 - E_2$$

$$\Delta_E = E_1 - E_2 \quad \dots\dots\dots 1.13.1$$

Considerando que el flujo que pasa por la parte más alta del cimacio cambia de régimen subcrítico a supercrítico la energía que se tiene en la sección 1 es:

$$E_1 = P + y_1 + \frac{V_1^2}{2g}$$

En esta sección se considera que la energía es la mínima que tiene el flujo y por consiguiente es la sección crítica, por lo tanto queda como:

$$E_1 = E_{\min} = P + y_c + \frac{V_c^2}{2g} \quad \dots\dots\dots 1$$

Para esta sección el numero de Froude tiene el valor de 1, y aplicándolo a una sección rectangular

$$Fr = \frac{V_c}{\sqrt{g \frac{A_c}{B_c}}} = \frac{V_c}{\sqrt{g y_c}} = 1 \rightarrow \rightarrow \rightarrow 1 = \frac{V_c}{\sqrt{g y_c}} \rightarrow \rightarrow \rightarrow V_c = \sqrt{g y_c} \rightarrow \rightarrow \rightarrow y_c = \frac{V_c^2}{g}$$

$$y_c = \frac{V_c^2}{g} \dots\dots\dots 2$$

Sustituyendo la ecuación 2 en 1 se tiene:

$$E_1 = P + y_c + \frac{V_c^2}{2} = \frac{3}{2} y_c + P$$

$$E_1 = \frac{3}{2} y_c + P \dots\dots\dots 3$$

Para la sección 2 de la figura se tiene lo siguiente:

$$E_2 = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} \dots\dots\dots 4$$

$$Q = VA \rightarrow \rightarrow \rightarrow Q = VB y \rightarrow \rightarrow \rightarrow \frac{Q}{B} = V y \rightarrow \rightarrow \rightarrow q = V_2 y_2 \rightarrow \rightarrow \rightarrow V_2 = \frac{q}{y_2}$$

$$V_2^2 = \frac{q^2}{y_2^2} \dots\dots\dots 5$$

Sustituyendo la ecuación 5 en 4 se tiene:

$$E_2 = y_2 + \frac{q^2}{y_2^2 2g} \quad \dots\dots\dots 6$$

Si en la sección 2 al presentarse la caída del escalón se establece un tirante anterior y posterior al salto hidráulico y considerando las propiedades de un flujo crítico, se tiene lo siguiente:

$$Fr = \frac{V_c}{\sqrt{g \frac{A_c}{B_c}}} = \frac{V_c}{\sqrt{g y_c}} = 1 \quad \rightarrow \rightarrow \rightarrow \quad 1 = \frac{V_c}{\sqrt{g y_c}} \quad \rightarrow \rightarrow \rightarrow \quad 1 = \frac{V_c}{\sqrt{g y_c}} \frac{y_c}{y_c}$$

$$V_c = \frac{q}{y_c} \quad \rightarrow \rightarrow \rightarrow \quad q = V_c y_c$$

$$1 = \frac{q}{y_c \sqrt{g y_c}} \quad \rightarrow \rightarrow \rightarrow \quad q = y_c \sqrt{g y_c}$$

$$q^2 = y_c^2 g y_c \quad \rightarrow \rightarrow \rightarrow \quad q^2 = y_c^3 g \quad \rightarrow \rightarrow \rightarrow \quad y_c^3 = \frac{q^2}{g} \quad \dots\dots\dots 7$$

Sustituyendo 7 en 6 se llega a la ecuación 8

$$E_2 = y_2 + \frac{y_c^3}{2y_2^2} \quad \dots\dots\dots 8$$

Sustituyendo en la ecuación 1.13.1 se tiene:

$$\Delta E = E_1 - E_2 = \left( \frac{3}{2} y_c + P \right) - \left( y_2 + \frac{y_c^3}{2y_2^2} \right)$$

$$\left( \frac{3}{2} y_c + P \right) - \Delta E = \left( y_2 + \frac{y_c^3}{2y_2^2} \right) \dots\dots\dots 9$$

Si sobre el cimacio se encuentra una compuerta que pueda controlar las descargas que tenga el vertedor la ecuación de la energía en el punto No. 1 queda como:

$$E_1 = P + y_1$$

$$(y_1 + P) - \Delta E = \left( y_2 + \frac{y_c^3}{2y_2^2} \right) \dots\dots\dots 9$$

Si en la sección 2 se tiene un conjugado menor  $y_{cm}$  con la ecuación 10, se obtiene la ecuación 11 (Chanson 1994) es decir:

$$\frac{y_{cm}}{h} = 0.54 \left( \frac{y_c}{h} \right)^{1.275} \rightarrow \rightarrow \rightarrow y_{cm} = 0.54h \left( \frac{y_c}{h} \right)^{1.275} \dots\dots\dots 10$$

Sustituyendo 10 en 9:

$$\left( \frac{3}{2} y_c + P \right) - \Delta E = \left( y_{cm} + \frac{y_c^3}{2y_{cm}^2} \right) \dots\dots\dots 11$$

De la ecuación anterior se establece a  $y_c$ ,  $P$  y  $\Delta E$  como un solo parámetro, es decir:

$$A = \left( \frac{3}{2} y_c + P \right) - \Delta E = \left( y_{cm} + \frac{y_c^3}{2y_{cm}^2} \right) \dots\dots\dots 12$$

Entonces se tiene que si se sustituye 10 en 12:

$$A = 0.54h \left( \frac{y_c}{h} \right)^{1.275} + \frac{y_c^3}{2 \left( 0.54h \left( \frac{y_c}{h} \right)^{1.275} \right)^2}$$

Y simplificando:

$$A = 0.54 \frac{y_c^{1.275}}{h^{0.275}} + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{0.54} \right)^2 \frac{y_c^3}{\left( \frac{y_c^{1.275}}{h^{0.275}} \right)^2}$$

$$A = 0.54 \frac{y_c^{1.275}}{h^{0.275}} + \frac{3.429}{2} \frac{y_c^3}{\frac{y_c^{2.55}}{h^{0.55}}}$$

$$A = 0.54 \frac{y_c^{1.275}}{h^{0.275}} + \frac{3.429}{2} \frac{y_c^3 h^{0.55}}{y_c^{2.55}}$$

$$A = 0.54 \frac{y_c^{1.275}}{h^{0.275}} + \frac{3.429}{2} y_c^{0.45} h^{0.55}$$

$$\frac{A}{y_c} = 0.54 \frac{y_c^{1.275}}{y_c h^{0.275}} + \frac{3.429}{2} \frac{y_c^{0.45} h^{0.55}}{y_c}$$

$$\frac{A}{y_c} = 0.54 \frac{y_c^{0.275}}{h^{0.275}} + \frac{3.429}{2} \frac{h^{0.55}}{y_c^{0.55}}$$

$$\frac{A}{y_c} = 0.54 \left(\frac{y_c}{h}\right)^{0.275} + \frac{3.429}{2} \left(\frac{y_c}{h}\right)^{-0.55} \dots\dots\dots 13$$

Si al final de la rápida se construye la terminación del vertedor con una pendiente horizontal en el primer tramo, y obligando con ésto a que se presente un salto hidráulico y se establece el conjugado mayor en el tramo, se tiene la siguiente ecuación (Chanson 1994):

$$\frac{y_{CM}}{h} = 1.66 \left(\frac{y_c}{h}\right)^{0.81} \rightarrow \rightarrow \rightarrow y_{CM} = 1.66 \frac{y_c^{0.81}}{h^{-0.19}} \dots\dots\dots 14$$

Sustituyendo 14 en 9 se tiene:

$$\left(\frac{3}{2}y_c + P\right) - \Delta E = \left(y_{CM} + \frac{y_c^3}{2y_{CM}^2}\right) \dots\dots\dots 15$$

De la ecuación anterior se establece a  $y_c$ ,  $P$  y  $\Delta E$  como un solo parámetro, es decir:

$$A = \left( \frac{3}{2}y_c + P \right) - \Delta E = \left( y_{CM} + \frac{y_c^3}{2y_{CM}^2} \right) \dots\dots\dots 16$$

Sustituyendo 14 en 16, se obtiene:

$$A = 1.66 \frac{y_c^{0.81}}{h^{-0.19}} + \frac{y_c^3}{2 \left[ 1.66 \left( \frac{y_c^{0.81}}{h^{-0.19}} \right) \right]^2}$$

Simplificando:

$$A = 1.66 \frac{y_c^{0.81}}{h^{-0.19}} + \frac{y_c^3}{2(1.66)^2 \frac{y_c^{(0.81)2}}{h^{(-0.19)2}}}$$

$$A = 1.66 \frac{y_c^{0.81}}{h^{-0.19}} + \frac{y_c^3}{\frac{5.5112 (y_c^{1.62})}{h^{-0.38}}}$$

$$A = 1.66 \frac{y_c^{0.81}}{h^{-0.19}} + \frac{y_c^{3-1.62}}{5.5112 h^{0.38}}$$

$$A = 1.66 \frac{y_c^{0.81}}{h^{-0.19}} + \frac{y_c^{1.38}}{5.5112 h^{0.38}}$$

$$A = 1.66 \frac{y_c^{0.81}}{h^{-0.19}} + \frac{y_c^{1.38}}{5.5112 h^{0.38}}$$

$$\frac{A}{y_c} = 1.66 \frac{y_c^{-0.19}}{h^{-0.19}} + \frac{y_c^{0.38}}{5.5112 h^{0.38}}$$

$$\frac{A}{y_c} = 1.66 \left(\frac{y_c}{h}\right)^{-0.19} + \frac{1}{5.5112} \left(\frac{y_c}{h}\right)^{0.38} \dots\dots\dots 17$$

Por otro lado es posible que el factor A pueda cambiar de vertido libre a un vertido controlado de la siguiente manera:

$$A = \frac{y}{y_c} + \frac{P}{y_c} - \frac{\Delta E}{y_c} \dots\dots\dots \text{Para vertido controlado}$$

$$A = \frac{3}{2} + \frac{P}{y_c} - \frac{\Delta E}{y_c} \dots\dots\dots \text{Para vertido Libre}$$