

## Análisis sobre transferencia del conocimiento matemático

Patricia Camarena Gallardo  
ESIME Zacatenco-IPN  
[pcamarena@ipn.mx](mailto:pcamarena@ipn.mx)  
Alfredo González Tapia  
ESIME Zacatenco-IPN  
[dquino@hotmail.com](mailto:dquino@hotmail.com)  
Yadira L. Rodríguez Muñoz  
[yalizrm@hotmail.com](mailto:yalizrm@hotmail.com)  
ESIME Zacatenco-IPN

### Eje Temático: Evaluación del aprendizaje.

*La transferencia del conocimiento matemático es una competencia matemática correlacionada directamente con la modelación matemática, la cual se encuentra en el currículo oculto, por lo que a través de esta investigación se procede a analizar el logro de transferencia de conocimiento matemático de un grupo de estudiantes de la carrera de ingeniería en comunicaciones y electrónica, al abordar la modelación matemática de una cuerda vibrante, sin formación explícita para ello. La investigación es de corte experimental, en donde se analizan los indicadores de la transferencia del conocimiento matemático, directamente relacionados con las etapas del Proceso de la resolución de eventos contextualizados y los momentos del Proceso cognitivo de la modelación matemática, de la fase didáctica de la teoría de la Matemáticas en el Contexto de las Ciencias. En el análisis de resultados se obtiene que a mayor infraestructura cognitiva mayor transferencia del conocimiento poseen los estudiantes.*

**Palabras clave:** Transferencia del conocimiento, Matemáticas en Contexto, modelación matemática.

### Introducción

Dentro de los objetivos de los planes de estudio de carreras de ingeniería se menciona que el estudiante deberá saber modelar eventos de su futura actividad profesional. Sin embargo, la transferencia del conocimiento y la modelación matemática son tópicos que aparecen en el currículo oculto de las carreras universitarias, puesto que en muchos planes y programas de estudio estos términos para nada son mencionados (Camarena, 1984). La modelación matemática y la transferencia del conocimientos son dos conceptos íntimamente relacionados (Camarena, 2004). El primero se concibe, en la teoría de la *Matemática en el Contexto de las Ciencias*, como el proceso cognitivo *que se tiene que llevar a cabo para llegar a la construcción del modelo matemático de un evento u objeto del área del contexto* (Camarena, 2000). Mientras que la transferencia del conocimiento se refiere al proceso cognitivo que permite trasladar el conocimiento de una ciencia a otra. Desde estas concepciones, la modelación matemática es considerada como un caso particular de la transferencia del conocimiento. Debido a la riqueza matemática que prevalece en las ingenierías, la investigación se aboca a estas áreas.

El **problema de investigación** aborda la situación específica de determinar si los estudiantes logran llevar a cabo la transferencia del conocimiento, cuando resuelven un evento contextualizado. Esto es, determinar cuáles de los indicadores de la transferencia del conocimiento son trabajados exitosamente por los estudiantes cuando abordan un evento contextualizado. La investigación es un estudio de caso. Ésta trabaja el caso de la transferencia del conocimiento de las ecuaciones diferenciales parciales hacia una cuerda vibrante, con estudiantes de ingeniería.

Tomando en cuenta que los indicadores de la transferencia del conocimiento, se manifiestan cuando se resuelve un evento contextualizado y que éstos se clasifican en etapas del proceso de resolución de eventos contextualizados y momentos del proceso cognitivo de la

modelación matemática, el **objetivo de investigación** se formula de la siguiente manera: Determinar si los estudiantes enfrentan exitosamente cada etapa del proceso de resolución de eventos contextualizados, así como, cada uno de los momentos del proceso cognitivo de la modelación matemática cuando abordan la modelación matemática de un evento contextualizado.

## Marco teórico

"*La Matemática en Contexto de las Ciencias*" es una teoría que nace desde 1982, la cual reflexiona acerca de la vinculación que debe existir entre la matemática y las ciencias que la requieren (Camarena, 1984, 1987, 2008). El supuesto filosófico educativo de esta teoría es que el estudiante esté capacitado para hacer *la transferencia del conocimiento de la matemática a las áreas que la requieren y con ello las competencias profesionales y laborales se vean favorecidas*.

La teoría contempla cinco fases: La Curricular, desarrollada desde 1984. La Didáctica, iniciada desde 1987. La epistemológica, abordada en 1988. La de formación docente, definida en 1990. La cognitiva, estudiada desde 1992.

La presente investigación incide en la fase didáctica, cuya propuesta didáctica se denomina la *Matemática en Contexto*, a través de la cual se trabaja con eventos contextualizados, esto es, problemas y proyectos en el contexto de las demás áreas del conocimiento de los estudios del alumno, en actividades de la futura vida profesional y laboral y, en problemas de la vida.

La *Matemática en Contexto* contempla nueve etapas (Camarena, 1987): 1. Analizar los textos de las demás asignaturas que cursa el estudiante. 2. Plantear el evento de las disciplinas del contexto. 3. Determinar de las variables y de las constantes del evento. 4. Incluir los temas y conceptos matemáticos necesarios para el desarrollo del modelo matemático y su solución. 5. Determinar el modelo matemático. 6. Dar la solución matemática del evento. 7. Determinar la solución requerida por el evento. 8. Interpretar la solución en términos del evento y áreas de las disciplinas del contexto. 9. Presentar en el salón de clases una matemática descontextualizada para el estudiante sepa que es aplicable a otros campos del conocimiento y desarrolle las habilidades que proporciona la matemática formal.

De las etapas descritas se puede observar que la construcción del modelo matemático es un elemento central. Es central en el sentido de que sin este elemento la solución del evento contextualizado no se logra. A través de varias investigación se han concluido los siguientes elementos, a partir de los cuales se desarrolla la presente investigación.

Antes de iniciar es importante mencionar que cuando se está abordando un evento contextualizado, se toman las etapas de la estrategia didáctica de la matemática en contexto que permiten resolver el evento, éstas constituyen el proceso de la resolución de eventos contextualizados. De esta forma, a continuación se describen las etapas de resolución: *a. Identificar lo variable y lo constante del evento. b. Determinar el modelo matemático. c. Dar la solución matemática del evento. d. Determinar la solución requerida por el evento. e. Interpretar la solución en términos del evento y las disciplinas del contexto.*

En la teoría de la *Matemática en el Contexto de las Ciencias* se concibe como modelación matemática *al proceso cognitivo que se tiene que llevar a cabo para llegar a la construcción del modelo matemático de un problema u objeto del área del contexto* (Camarena, 2000). Este proceso cognitivo consta de tres momentos, los que constituyen los indicadores del proceso cognitivo de la modelación matemática (Camarena, 2000): *Momento A: Identificar variables y constantes del problema, se incluye la identificación de lo que varía y lo que permanece constante. Momento B: Establecer relaciones entre éstas a través de los conceptos involucrados en el problema, implícita o explícitamente, ya sean del área de la matemática o del contexto. Momento C: Validar la "relación matemática" que modela al problema (Por*

*ejemplo, a través de regresarse y verificar que involucre a todos los datos, variables y conceptos del problema).*

Se lleva a cabo un análisis de las etapas del Proceso de la resolución de eventos contextualizados y los momentos del Proceso cognitivo de la modelación matemática para, a partir de éstos, definir los **indicadores de la transferencia del conocimiento matemático** (Camarena, 2004): *a. Identificar lo variable y lo constante del evento. b. Determinar el modelo matemático, estableciendo relaciones entre las variables y constantes a través de los conceptos involucrados en el problema, implícita o explícitamente, ya sean del área de la matemática o del contexto. c. Validar la “relación matemática” que modela al problema. d. Dar la solución matemática del evento. e. Determinar la solución requerida por el evento. f. Interpretar la solución en términos del evento y las disciplinas del contexto.*

## Metodología de trabajo

Como es sabido, el área matemática más conflictiva en carreras de ingeniería es la relacionada con funciones de varias variables. En esta investigación, se han elegido las ecuaciones diferenciales parciales por representar eventos complejos de la ingeniería. Este punto permite garantizar que los elementos que identifican a la transferencia del conocimiento se encuentren en la estructura cognitiva de los estudiantes (es decir, estén arraigados en los alumnos). Así, las ecuaciones diferenciales parciales se contextualizarán en una cuerda vibrante.

La metodología de trabajo es experimental, donde el problema de la cuerda vibrante se les presenta a un grupo de estudiantes, para detectar cómo abordan cada uno de los indicadores de la transferencia del conocimiento matemático. Los instrumentos de observación son grabaciones y la producción escrita por ellos en la resolución del evento.

*La muestra.* Se seleccionó un grupo de estudiantes de quinto semestre de la carrera de ingeniería en comunicaciones y electrónica, ya que en el semestre anterior, los estudiantes, en su curso de Análisis de Fourier, resuelven ecuaciones diferenciales parciales. Cabe hacer mención que estos estudiantes nunca han recibido cursos en los que tengan que modelar matemáticamente.

Para la selección de los estudiantes y que se pudiera medir el logro de la transferencia del conocimiento se controló la variable relativa a la infraestructura cognitiva de los alumnos, como se detalla a continuación. Los conocimientos de la infraestructura cognitiva necesarios para abordar el evento son: los conceptos sobre derivación, ecuación diferencial, solución de una ecuación diferencial, condiciones iniciales y de frontera y, solución de ecuaciones diferenciales parciales por el método de separación de variables. La forma de controlar la variable infraestructura cognitiva fue aplicando un cuestionario diagnóstico sobre los prerrequisitos, de tal forma que se seleccionaron a aquellos estudiantes que su desempeño en el cuestionario fue bueno (los que obtuvieron entre 25/30 y 28/30 puntos) y aquellos que su desempeño no fue bueno (los que obtuvieron entre 5/30 y 10/30 puntos).

Esto redujo el número de miembros del grupo experimental, se trabajó con dos equipos, uno con cinco miembros (equipo A), con infraestructura buena y el otro con infraestructura mala formado por seis miembros (equipo B).

*La experimentación.* Se les comentó lo que se perseguía con la experimentación. Se les planteó el problema de la cuerda vibrante, como se presenta a continuación: Sea una cuerda estirada de longitud  $L$ , con densidad uniforme la cual tiene fijos sus extremos, ésta se pulsa para hacerla vibrar, el problema es determinar el desplazamiento de la cuerda en cualquier punto y cualquier tiempo. Se les pidió que lo resolvieran y se les comentó que podían acudir a cualquier tipo de libro que consideraran pertinente, a excepción de aquellas páginas que pudieran traer resuelto el evento. Fueron necesarias cuatro sesiones de tres horas cada una para abordar el evento.

## Resultados y Discusión

Se analizan cada uno de los indicadores de la transferencia del conocimiento matemático.

a) *Identificar lo variable y lo constante del evento.* Para iniciar, los miembros de los dos equipos sabían que tenían que identificar las variables y las constantes, mas no, todo lo variable ni todo lo constante del evento. Para poder entender el problema hicieron varios trazos sin tomar en cuenta los ejes coordenados. Los trazos fue la heurística más empleada por los estudiantes. Después de reflexionar sobre los trazos que hacían vieron la necesidad de colocar ejes coordenados. Después de varios intentos ellos colocaron la cuerda como se muestra en la figura 1. El equipo A fue más rápido que el equipo B.



Figura No. 1. Ubicación geométrica en los ejes coordenados de una cuerda.

b) *Determinar el modelo matemático, estableciendo relaciones entre las variables y constantes a través de los conceptos involucrados en el problema, implícita o explícitamente, ya sean del área de la matemática o del contexto.* Después de intentar formular el modelo matemático se dieron cuenta de que había más elementos que eran variable y constantes, y sin embargo, ellos no habían tomado en cuenta.

El equipo A sí determinó lo variable como las tres coordenadas de un punto sobre la cuerda. Fue necesario comentarles que era conveniente considerar el movimiento en un plano, con lo cual redujeron las variables de tres a dos, escribieron  $y=f(x)$ ; la variable tiempo fue un conflicto para ellos, se dio mucha discusión al respecto y no se pudieron poner de acuerdo con esta variable. El equipo B determinó como variable a dos coordenadas de un punto sobre la cuerda, porque la consideraron en un plano, nunca pensaron en que la cuerda podría estar en el espacio; la variable tiempo también fue un conflicto para este equipo. El equipo A determinó como constante la longitud de la cuerda, su densidad y los extremos de la cuerda, porque no se movían al estar fijos. El equipo B solamente estableció como constante la longitud de la cuerda y la densidad de la misma.

El equipo A conocía la ecuación de onda, así es que decidieron que la ecuación de onda representaba el movimiento de la cuerda y por lo tanto sería el modelo matemático del problema que tenían que resolver. Este brinco a partir de las variables y constantes hasta dar la expresión matemática que describe el movimiento de la cuerda fue un punto conflictivo porque el profesor les pedía que generaran la ecuación de onda a partir de los datos del evento contextualizado, pero ellos no lo lograron. Se sintieron derrotados. El problema es que no están acostumbrados a trabajar con diferenciales, que deberían haber tomado en cuenta para la generación del modelo matemático. De hecho, externaron que ese tipo de consideraciones sobre diferenciales solamente lo hacían algunos de sus profesores en clases y que según su opinión, no era tarea de un ingeniero, por lo que no sentían que debieran saber cómo hacerlo. Con esto se observa cómo hacen presencia las concepciones erróneas o no de los estudiantes.

Se les comentó que al día siguiente trabajarían para generar el modelo matemático del evento. Fue necesario que los guiara el profesor para obtener la ecuación de onda.

El equipo B no encontraba la forma de trabajar para determinar el modelo matemático del evento; solamente un miembro de este equipo recordó la ecuación de onda y convenció a los demás compañeros de su equipo de que esta ecuación representaba el modelo matemático que buscaban. La experiencia de no tener idea de cómo abordar el problema les impidió que pudieran seguir la guía del profesor para determinar la ecuación de onda; este punto hizo que

se les cuestionara acerca de qué estaba pasando, porque no podían seguir al profesor, a lo cual comentaron que no tenían el conocimiento necesario para seguir al profesor: que ellos nunca habían tenido la oportunidad de abordar la modelación de problemas. Ellos sabían que no tenían los conocimientos suficientes para trabajar el problema y esto era cierto, pero también se convirtió en un obstáculo para trabajar la modelación, aún con la guía del profesor. Continuaron con el problema tomando en cuenta la ecuación de onda, pero fue un modelo matemático que no generaron.

c) *Validar la “relación matemática” que modela al problema.* La validación del modelo matemático nunca fue tomada en cuenta por los equipos, afortunadamente como la ecuación de onda sí modela el evento de la cuerda vibrante, todo pudo continuar sin tropiezo.

d) *Dar la solución matemática del evento y e) Determinar la solución requerida por el evento.* En el equipo A se dio mucha discusión para determinar la solución requerida por el evento. Fue necesaria la intervención del profesor a fin de orientar la discusión y que ellos determinaran las condiciones iniciales y de frontera. En este punto las discusiones fueron ricas en contenido, ya que definieron lo que eran las condiciones iniciales y de frontera del problema para determinar la solución del evento. No tuvieron dificultad para establecer las condiciones de frontera. Las condiciones iniciales fueron un conflicto para establecerlas, por lo que nuevamente el profesor tuvo que ayudarlos. Con las condiciones iniciales y de frontera determinadas, la solución particular de la ecuación de onda fue determinada para el evento contextualizado.

El equipo B solicitó al profesor trabajar junto con el equipo A para terminar de resolver el evento contextualizado. Esta situación da evidencia de que se sentían incompetentes para la solución del evento con los conocimientos bajos que poseían. También da evidencia de que continuaban interesados en resolver el evento, aunque ellos no lo pudieran hacer solos. A partir de este punto trabajaron juntos los dos equipos.

f) *Interpretar la solución en términos del evento y las disciplinas del contexto.* Con la discusión que tuvo el equipo A, en presencia del equipo B, acerca de las condiciones iniciales y de frontera ya mencionadas, pudieron interpretar la solución del evento.

## Conclusiones

Del análisis de los resultados se puede concluir, aunque con diferentes grados de intensidad, que la transferencia del conocimiento y la infraestructura cognitiva de los estudiantes está íntimamente relacionadas. Los estudiantes con buenas bases son exitosos, en alguna medida, con la transferencia del conocimiento matemático, mientras que los estudiantes con mala infraestructura cognitiva solamente abordan algunos de los indicadores de la transferencia.

Es importante mencionar que todo el tiempo ellos estuvieron trabajando a través de “ensayo error”, es decir, no tenían las herramientas necesarias para abordar el evento contextualizado. En ningún caso al primer intento determinaron lo que querían. El éxito en el abordaje del evento fue la constancia de los grupos. Nuevamente la motivación que provoca el trabajar con matemáticas en contexto fue observada. De todo lo anterior se verifica la necesidad de una formación explícita para la transferencia del conocimiento matemático en carreras de ingeniería.

## Referencias

- Camarena, G. P. (1984). El currículo de las matemáticas en ingeniería. La investigación en las Memorias de las Mesas redondas sobre definición de líneas de investigación en el IPN, México.
- Camarena, G. P. (1987). Diseño de un curso de ecuaciones diferenciales en el contexto de los circuitos eléctricos. Tesis sin publicar de la Maestría en Matemática Educativa, CINVESTAV-IPN, México.

- Camarena, G. P. (2000). Reporte de investigación titulado: Los modelos matemáticos como etapa de la matemática en el contexto de la ingeniería. No. de registro CGPI-IPN-990413, México.
- Camarena, G. P. (2004). *La transferencia del conocimiento: el caso de las ecuaciones diferenciales parciales*. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, Vol. 17.
- Camarena, G. P. (2008). Reporte de investigación titulado: El proceso de modelación matemática en diferentes niveles educativo. No. de registro SIP-IPN-20070346, Méx.