Congreso Nacional de Control Automático
CNCA 2018

Cohete sonda con estabilización vertical activa

Edwin Rosario Gabriel*

*Centro de Desarrollo Aeroespacial CDA-IPN, CDMX. {edwinrg54@gmail.com }

October 17, 2018

Contenido

Planteamiento del problema

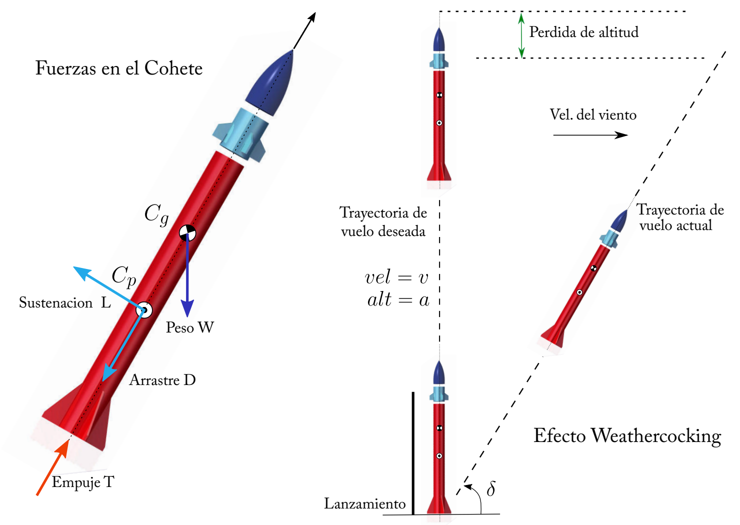


Figure: Efecto del viento lateral "Weather cocking effect".

Estabilidad estática

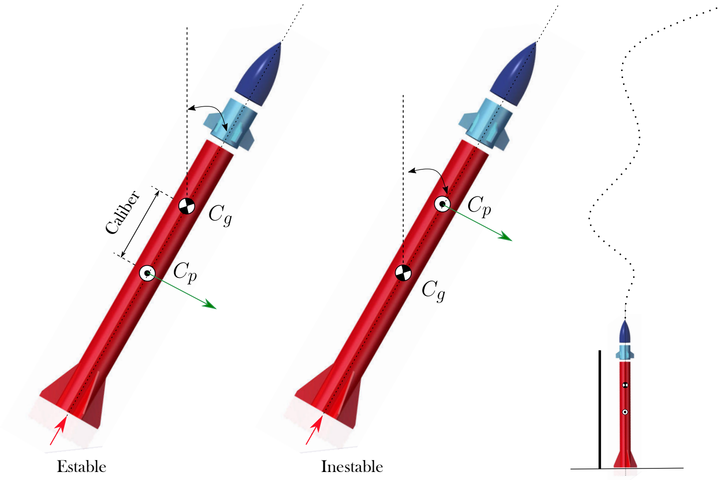


Figure: Estabilidad estática en un cohete sonda.

Estructura del cohete

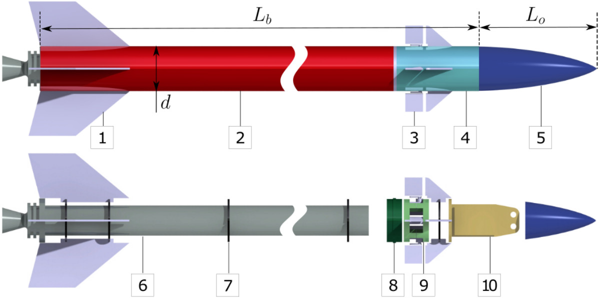


Figure: Diseño estructural de Cohete Rocket-CDA I

1. Aletas de estabilización pasiva tipo Trapezoidal (2d = 150 mm, MDF).
2. Fuselaje A - Compartimento del sistema de propulsión (600 mm, PVC).
3. Aletas de control tipo Triangular (50mm, MDF)
4. Fuselaje B - Compartimento del sistema de control (160mm, PVC)
5. Nariz LV-Haack de mínimo arrastre: $C = 1/3$ (340mm, Impresora 3D)

Estructura del cohete

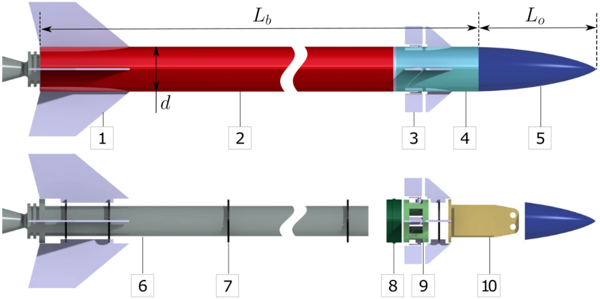


Figure: Diseño estructural de Cohete Rocket-CDA I

6. Compartimento para el motor de combustible sólido.
7. Anillos de centrado y sujeción (MDF).
8. Cople de fuselajes A y B (Impresión 3D).
9. Sistema de control vertical activo: Servomotores MG90S.
10. Aviónica: Microcontrolador, IMU, Batería, Xbee.

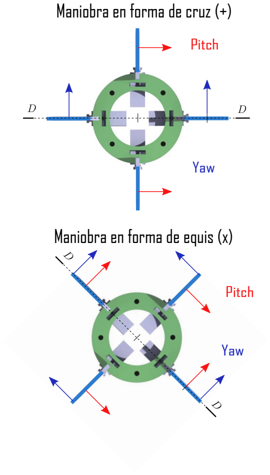
Parámetros de diseño

- La restricción principal para el diseño del prototipo Rocket-CDA I son las dimensiones del sistema de control vertical activo.
- La forma y las dimensiones de las aletas se seleccionaron con ayuda del software *OpenRocket Simulator*
- Ojiva serie LV-Haack: $r = \frac{R}{\sqrt{\pi}}\sqrt{\beta - \frac{1}{2}\sin(2\beta) + C\sin(\beta)^3}$, con $\beta = \arccos(1 - \frac{2\,x}{L})$, $C = \frac{1}{3}$.

Parámetros de diseño. *Fleeman (2006)*	
Diámetro d	d = 76 mm (3 in),
Longitud de Fuselaje L_b	$L_b/d = 10$, con $(5 \leq Lb/d \leq 25)$.
R. de esbeltez Ojiva L_o	$L_o/d = 4$,
Margen de estabilidad estática	2 calibers.
Aletas pasivas	Bode de fuga = d.

Sistema de control activo

- Alternativas de maniobras



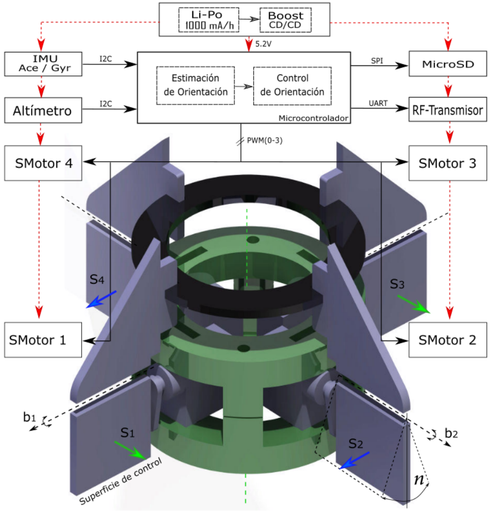


Figure: Aviónica del Cohete - Sistema de Control.

Modelo Matemático

- M. Inercial
- M. Móvil

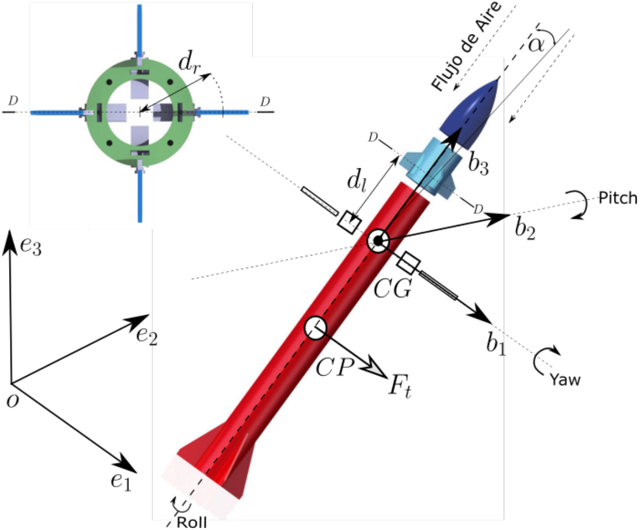


Figure: Modelo del Cohete

Modelo Matemático

Asumimos las siguientes consideraciones para las fuerzas y momentos que inducen las superficies de control sobre el sistema:

A) Cada superficie de control S_i genera un fuerza normal al eje $\vec{b}_3$, dado por $f_i = v_a C_s a_t \sin(\eta)$, que es directamente proporcional a la velocidad del aire v_a, al coeficiente de sustentación C_s y al área de incidencia $a_t \sin(\eta)$.

B) La fuerza f_i causa un efecto similar a la fuerza que induce una superficie de control en un vehículo de ala fija. El ángulo η $(-20 \leq \eta \leq 20)$ está acotado debido a que para ángulos mayores se presenta un efecto de pérdida.

C) Los momentos en cada eje del marco $\{\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3\}$ generados por las superficies de control S_i con respecto al CG pueden ser escritos como:

$$\begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_l(f_1 + f_3) \\ d_l(f_2 + f_4) \\ d_r(f_1 + f_2 + f_3 + f_4) \end{bmatrix} \tag{1}$$

Modelo Matemático

- Modelo dinámico de rotación:

$$J\dot{\Omega} + \Omega \times J\Omega = M, \qquad \Omega = [p, q, r]^T \tag{2}$$

- Modelo cinemático de rotación:

$$\dot{R} = R\hat{\Omega} \tag{3}$$

con $\hat{\Omega} : \mathbb{R}^3 \to \mathfrak{so}(3)$ definido como:

$$(\ \hat{\Omega}\ ) = \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix} \in \mathfrak{so}(3) \tag{4}$$

- Modelo cinemático de orientación-reducida:
Dado $\vec{k} \in \mathbb{S}^2$ en {e}, se puede escribir la orientación-reducida mediante $\Gamma = R^T\vec{k}$ en {b}.

$$\dot{\Gamma} = \dot{R}^T\vec{k} = (\hat{\Omega})^T R^T\vec{k} = (\hat{\Omega})^T\Gamma = -\hat{\Omega}\Gamma = \Gamma \times \hat{\Omega} \tag{5}$$

Estimación de la Orientación

- Algoritmo de Fusión Sensorial basado en el FK. *Rosario(2013)*. Dada la velocidad angular $\Omega_m = [p, q, r]^T \in \mathbb{R}^3$ y las aceleraciones $a_m = [a_1, a_2, a_3]^T \in \mathbb{R}^3$, representadas por los siguientes modelos:

$$\Omega_m = \Omega + b_\Omega + \mu_\Omega \qquad \Omega_m \in \mathbb{R}^3 \tag{6}$$

$$\mathbf{a}_m = R_i^{b\,T}(\dot{v} - g) + b_a + \mu_a \qquad \mathbf{a}_m \in \mathbb{R}^3 \tag{7}$$

  Es posible estimar los ángulos *Pitch* y *Yaw* (ϕ, θ) con:
- Modelo de sistema

$$x_k = \begin{bmatrix} \phi_{g\,k+1} \\ \zeta_{1\ k+1} \\ \theta_{g\,k+1} \\ \zeta_{2\ k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\Delta t & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\Delta t \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{g\,k} \\ \zeta_{1\,k} \\ \theta_{g\,k} \\ \zeta_{2\,k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta t\ p_k \\ 0 \\ \Delta t\ q_k \\ 0 \end{bmatrix} \tag{8}$$

- Modelo de medición

$$y_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{a\ k} \\ \zeta_{1\ k} \\ \theta_{a\ k} \\ \zeta_{2\ k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi_{1\,k} \\ 0 \\ \xi_{2\,k} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{9}$$

Estimación de la Orientación

- Ruido de sistema: $\zeta_1, \zeta_2 \sim N(\mu, \sigma^2)$
- Ruido de medición: $\xi_1, \xi_2 \sim N(\mu, \sigma^2)$
- Con varianza σ^2 y media $\mu = 0$.

Algorithm 1 :Fusión Sensorial mediante el FK

Require: $\mathbf{a}_m = [a_1, a_2, a_3]^T$, $\mathbf{\Omega}_m = [p, q, r]^T$, $P_{0,0} = var(x_0)$, $\hat{x}_0 = E(x_0)$

1: **for** $k = 1, 2, ...$ **do**

2: $Q = \mathbf{I}_4\ var(\zeta), V = \mathbf{I}_4\ var(\xi)$

3: $P_{k|k-1} = A\ P_{k-1,k-1}\ A^T + H_{k-1}\ Q_{k-1}\ H_{k-1}^T$

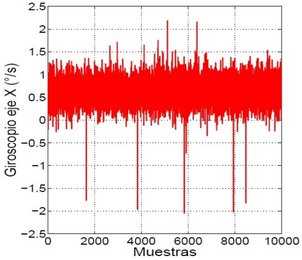
4: $\hat{x}_{k|k-1} = A\ \hat{x}_{k-1|k-1} + B_{k-1}\ u_{k-1}$

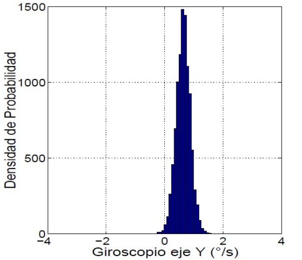
5: $G_k = P_{k|k-1}\ C^T(C\ P_{k|k-1}\ C^T + V_k)^{-1}$

6: $P_{k|k} = [I - G_k C]\ P_{k,k-1}$

7: $\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + G_k(y_k - C\hat{x}_{k|k-1})$

8: **end for**





Control de Orientación

- Objetivo de control
  Consiste en mantener una trayectoria vertical en el ascenso del cohete. Esto implica una rotación del cuerpo rígido de modo que su vector de orientación-reducida $\Gamma \in \mathbb{S}^2$ esté alineada con el vector de orientación-reducida deseado $\Gamma_d \in \mathbb{S}^2$, es decir $\Gamma \to \Gamma_d$.
- Control de orientación-reducida. *Chatuverdi (2011)*
  Dado un vector de apuntamiento deseado $\Gamma_d = R_d^T \vec{k}$, donde $\vec{k}$ representa un vector fijo en el marco de referencia inercial, y la velocidad angular $\Omega = 0 \in \mathbb{R}^3$. La ley de control en lazo cerrado $u : \mathbb{S}^2 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$,

$$u = K_p(\Gamma_d \times \Gamma) - K_v \Omega \tag{10}$$

  estabiliza asintóticamente al punto de equilibrio definido por $(\Gamma_d, 0)$, donde K_p es un número real positivo y K_v una matriz definida positiva.

Resultados de simulación

- Matlab: Función $[x, t] = ode45()$.
- $J = [1.8603, 1.8603, 0.0189] kg.m^2$ CAD CatiaV5R20.
- Alinear $\vec{b_3}$ con $\vec{e_3}$. $\Gamma = R^T \vec{k} \to \Gamma_d$ con $\vec{k} = [0, 0, 1]$ y $\Gamma_d = [0, 0, 1]$.
- $k_p = 10$ y $k_v = diag[7, 12, 17]$

Las condiciones iniciales están dadas por:

$$\Omega_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \Gamma_0 = R_0^T \vec{e_3} = \begin{bmatrix} -0.2588 \\ 0.1677 \\ 0.9513 \end{bmatrix} \tag{11}$$

donde $R_0(\psi, \theta, \phi)$ corresponde a la matriz de rotación dados los ángulos de Euler, con una rotación de 30° sobre el eje $\vec{b}_3$, 15° sobre el eje $\vec{b}_2$ y 10° sobre el eje $\vec{b}_1$.

$$R_0(30^\circ, 15^\circ, 10^\circ) = \begin{bmatrix} 0.8365 & -0.4535 & 0.3076 \\ 0.4830 & 0.8753 & -0.0229 \\ -0.2588 & 0.1677 & 0.9513 \end{bmatrix} \tag{12}$$

Resultados de simulación

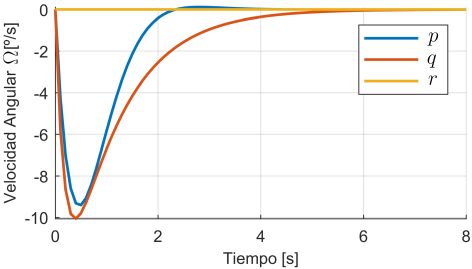


Figure: Velocidad angular en cada eje.

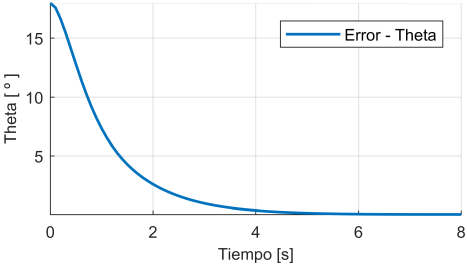


Figure: Error Θ entre Γ_d y Γ. $\Theta = \arccos(\Gamma_d^T.\Gamma(t))$

Resultados de simulación

- Marco inercial $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$, Marco móvil $\{\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3\}$.
- El Marco $\{\vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2, \vec{\rho}_3\}$ muestra la orientación final

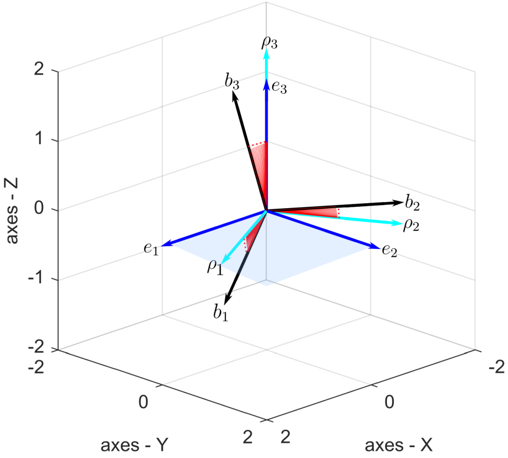


Figure: Representación gráfica de las Rotaciones.

Resultados experimentales

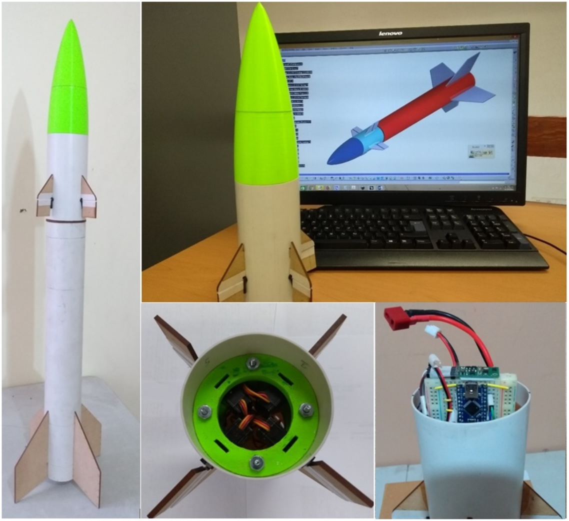


Figure: Prototipo cohete Rocket-CDA I.

Resultados experimentales

- ATMega32U4 Arduno Nano - 16 MHz.
- IMU - AltIMU-10 v5. Giroscopio LSM6DS33, Acelerómetro LIS3MDL , Barómetro LPS25H con I2C.
- Módulos XbeeS1 - Conexión punto a punto con UART.
- Bateria Li-Po 1000 mA/h.
- Regulador de voltaje L7806CV.
- Programacion Multi-tasking usando la libreria FreeRTOS.
  - T1: Adquisición de datos.
  - T2: Estimación y control.
  - T3: Envío de datos a PC.

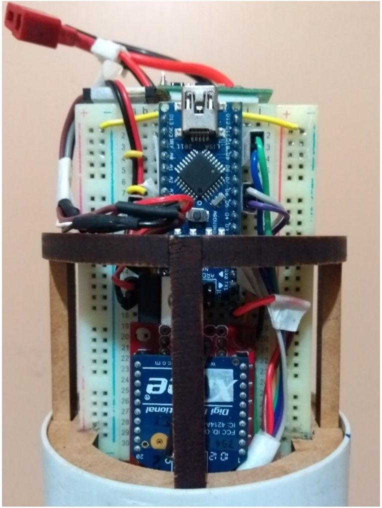


Figure: Electrónica del prototipo

Resultados experimentales

- $k_p = 9.5$ y $k_v = diag[7.6, 12.5, 17.4]$.
- $\Omega_0 = [0, 0, 0]^T$ y $\Gamma_0 = R_0^T \vec{k}$ con ángulos menores a $30°$ en cada eje.

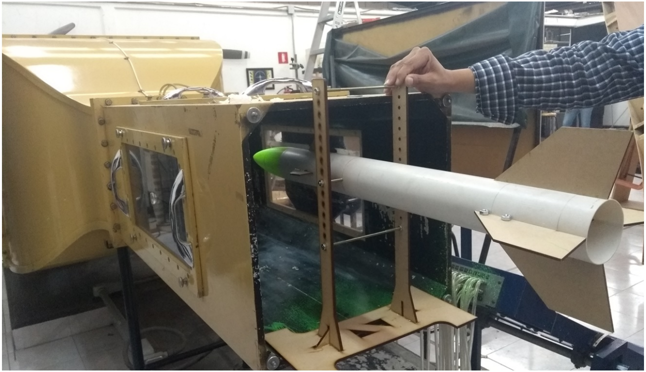


Figure: Pruebas en experimentales.

Resultados experimentales

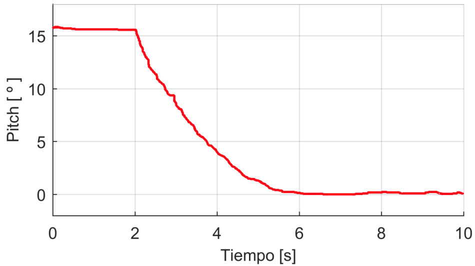


Figure: Ángulo $Pitch\ \phi$ estimado.

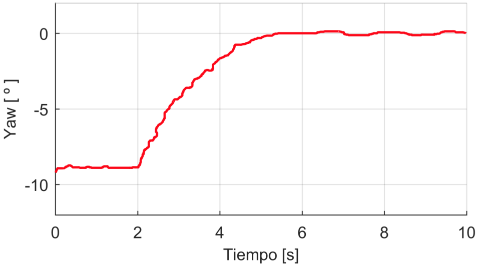


Figure: Ángulo $Yaw\ \theta$ estimado.

Resultados experimentales

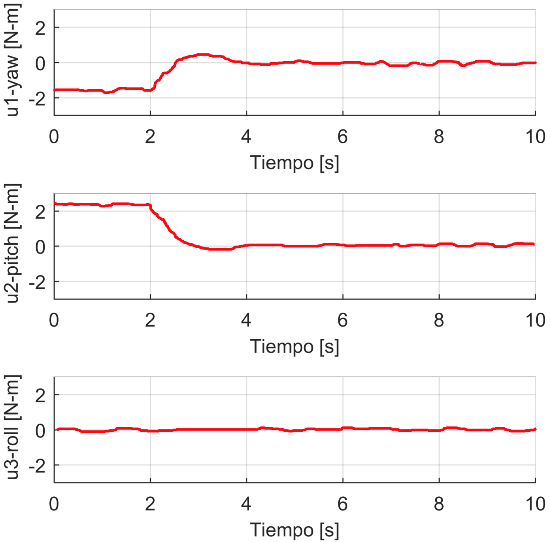


Figure: Salida de control u_i en cada eje.

Conclusiones

- Se presentaron los resultados del desarrollo y pruebas de un sistema de estabilización vertical activo usando superficies de control para un cohete sonda.
- La variación en las gráficas experimentales se debe principalmente a la señal del giroscopio, ya que Ω se retroalimenta directamente en (10) sin filtrar μ_Ω.
- El túnel de viento horizontal y la balanza de momentos limitan las pruebas experimentales.
- Como trabajo a futuro, se pretende realizar experimentos en un contenedor de agua que permita simultáneamente las tres rotaciones del prototipo.

Gracias por su atención.

Centro de Desarrollo Aeroespacial CDA-IPN

Belisario Domínguez 22, Col. Centro, Delegación Cuauhtémoc, CP. 06010, México, Ciudad de México 57296000 ext. 64665