



# **INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**

**ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA  
UNIDAD PROFESIONAL ADOLFO LÓPEZ MATEOS**

**SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN**

**TÍTULO DE LA TESIS:**

**“PREDICCIÓN DE LA RESPUESTA SÍSMICA DE UN EDIFICIO COLONIAL DEL SIGLO XVI POR MEDIO DEL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS, CONSIDERANDO SU ESTADO ACTUAL DE DAÑO.”**

## **T E S I S**

**PARA OBTENER EL GRADO DE  
MAESTRO EN INGENIERÍA CIVIL**

**P R E S E N T A:  
JOSÉ LUIS AGUILAR LÓPEZ**

**DIRECTORES DE TESIS:  
DR. NORBERTO DOMÍNGUEZ RAMÍREZ  
M. EN I. GUILLERMO MARTÍNEZ RUIZ**



**MÉXICO D. F. ENERO DE 2012**



# INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

## SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

### ACTA DE REVISIÓN DE TESIS

En la Ciudad de México D. F., siendo las 16:00 horas del día 04 del mes de enero del 2012 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de Tesis, designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de E.S.I.A.-U.Z. para examinar la tesis titulada:

“PREDICCIÓN DE LA RESPUESTA SÍSMICA DE UN EDIFICIO COLONIAL DEL SIGLO XVI POR MEDIO DEL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS, CONSIDERANDO SU ESTADO ACTUAL DE DAÑO”

Presentada por el alumno:

Aguilar

Apellido paterno

López

Apellido materno

José Luis

Nombre(s)

Con registro: 

B	0	9	1	4	4	5
---	---	---	---	---	---	---

aspirante de:

MAESTRO EN INGENIERÍA CIVIL

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **APROBAR LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

### LA COMISIÓN REVISORA

Directores de tesis

Dr. Norberto Domínguez Ramírez

M. en I. Guillermo Martínez Ruiz

Dr. Esteban Flores Méndez

Dr. Héctor Aureliano Sánchez Sánchez

Dr. Ramsés Rodríguez Rocha

PRESIDENTE DEL COLEGIO DE PROFESORES

M. en C. Pino Durán Escamilla



SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN



**INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**  
**SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO**

**CARTA CESIÓN DE DERECHOS**

En la Ciudad de México el día 09 del mes enero del año 2012, el que suscribe **JOSÉ LUIS AGUILAR LÓPEZ** alumno del Programa de Maestría en Ingeniería Civil con número de registro B091445, adscrito a la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación de la Escuela Superior de Ingeniería y Arquitectura, Unidad Zacatenco, manifiesta que es autor intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección del Dr. Norberto Domínguez Ramírez y del M. en I. Guillermo Martínez Ruiz y cede los derechos del trabajo intitulado **“PREDICCIÓN DE LA RESPUESTA SÍSMICA DE UN EDIFICIO COLONIAL DEL SIGLO XVI POR MEDIO DEL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS, CONSIDERANDO SU ESTADO ACTUAL DE DAÑO”**, al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección [luis\\_aguilar77@msn.com](mailto:luis_aguilar77@msn.com). Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

---

José Luis Aguilar López

## RESUMEN

Este trabajo tiene como objetivo evaluar numéricamente el estado actual de daño de una estructura de mampostería de tipo colonial construida en el siglo XVI, correspondiente a un templo Agustino compuesto de una nave central y una torre de campanario, el cual forma parte de un conjunto Conventual ubicado en la ciudad de Copándaro de Galeana, Michoacán. Se presume que dicha edificación presenta grandes deformaciones y agrietamientos visibles debido al efecto de asentamientos diferenciales, eventos sísmicos, adaptaciones estructurales empíricas, etc. El uso de programas de cómputo para análisis permitirá la incorporación de modelos no lineales de materiales de tipo termodinámico, para el estudio de la evolución del daño en los muros de la estructura. Los resultados de este trabajo permitirán reproducir numéricamente el estado real de la estructura y realizar un diagnóstico estructural identificando las zonas de mayor vulnerabilidad ante riesgo sísmico.

## ABSTRACT

The objective of this study is to evaluate numerically the current damage state of a sixteenth century colonial masonry structure, corresponding to an Augustinian temple. It consists of a nave and bell tower, which forms part of a Convent located in Copándarode Galeana, Michoacan. It is presumed that this building has large deformations and visible cracks due to the effect of differential settlement, seismic events, empirical structural adaptations, etc.. The use of computer programs for analysis models will allow the incorporation of nonlinear thermodynamic type materials for the study of the evolution of damage in the walls of the structure. The results of this paper will allow to reproduce numerically the actual state of the structure and to make a structural diagnosis by identifying the most vulnerable areas to seismic risk.

**“PREDICCIÓN DE LA RESPUESTA SÍSMICA DE UN EDIFICIO COLONIAL DEL SIGLO XVI POR MEDIO DEL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS, CONSIDERANDO SU ESTADO ACTUAL DE DAÑO.”**

**CONTENIDO GENERAL**

	<b>Pág.</b>
<b>RESUMEN</b>	lii
<b>ABSTRACT</b>	Iv
CONTENIDO GENERAL	V
LISTA DE TABLAS	Vii
LISTA DE FIGURAS	Viii
LISTA DE GRAFICAS	Xi
SIMBOLOGÍA	Xiii
<b>CAPÍTULO I</b>	
<b>INTRODUCCIÓN</b>	
I.1. GENERALIDADES	1
I.2. CASO DE ESTUDIO	
I.3. ANTECEDENTES	3
I.4. OBJETIVO	6
I.5. METAS	6
I.6. JUSTIFICACIÓN	7
I.7. ESTRATEGIA	8
I.8. CONTENIDO DE LA TESIS	8
<b>CAPÍTULO II</b>	
<b>ESTADO DEL ARTE Y DESCRIPCIÓN DE LA EVOLUCIÓN DEL DAÑO DE LA EDIFICACIÓN COLONIAL EN ESTUDIO.</b>	
II.1. MÉTODOS DE ANÁLISIS	9
II.1.1. Métodos basados en el equilibrio de fuerzas	10
II.1.2. Métodos de análisis elástico lineal	11
II.1.3. Método de análisis no lineal	13
II.1.4. Método de análisis dinámico	14
II.2. TÉCNICAS BASADAS EN EL USO DE LOS ELEMENTOS FINITOS	15
II.2.1. Formulación del elemento cascarón	14
II.2.1.1. Introducción	35
II.2.1.2. Geometría de las placas	35
II.2.2. Formulación de los elementos placa	14
II.2.2.1. Formulación lineal geométrica	35
II.2.2.2. Ley de comportamiento	35

II.2.2.3. La teoría de Hencky	35
II.2.2.4. La matriz de rigidez	35
II.2.2.5. Ensamble de matrices elementales	35
II.2.2.6. Grados de libertad	35
II.2.2.7. Formulación no lineal geométrica	35
II.2.2.8. La matriz de rigidez	35
II.3. MODELOS CONSTITUTIVOS DE DAÑO CONTINUO	16
II.4. SEGURIDAD SÍSMICA DE LOS EDIFICIOS HISTÓRICOS	17
II.4.1. Efectos en edificaciones	19
II.4.2. Comportamiento y modos de falla en estas estructuras	20
II.4.3. Procedimientos para la evaluación de la seguridad sísmica	21
II.5. DESCRIPCIÓN BREVE DE LA ARQUITECTURA DEL EDIFICIO	22
II.5.1. Cronología de construcción, intervenciones y conservación del conjunto conventual	25

### **CAPÍTULO III**

<b>CONSTRUCCION Y ANÁLISIS DEL MODELO NUMÉRICO.</b>	25
III.1. CONSTRUCCIÓN DE LA GEOMETRÍA DEL MODELO	29
III.2. MATERIALES	29
III.2.1. Rellenos	35
III.3. CORRECCIÓN DE ESPESORES EN MUROS	31
III.4. MALLADO	30
III.4.1. Justificación del empleo de elementos cascarón/placa en el modelo global	35
III.4.1.1. Condiciones de contorno y análisis estructural	35
III.4.2. Modelos sencillos de prueba	36
III.4.3. Mallado global de la estructura	36
III.5. PROGRAMA DE CÁLCULO	27
III.6. CONDICIONES DE CONTORNO	31
III.7. ESTUDIOS EXPERIMENTALES DE VIBRACION AMBIENTAL	32
III.8. CALIBRACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO	33
III.9. ANÁLISIS ESTRUCTURAL Y DE RESULTADOS	34
III.9.1. Análisis estático elástico por peso propio	35
III.9.1.1. Condiciones de contorno	35
III.9.1.2. Análisis de resultados	35
III.9.2. Análisis cuasi-estático elástico con hundimiento diferencial	37
III.9.2.1. Condiciones de contorno	35
III.9.2.2. Análisis de resultados	35
III.9.3. Análisis cuasi-estático no lineal con hundimiento diferencial	37
III.9.3.1. Modelo constitutivo de daño	35
III.9.3.2. Condiciones de contorno	35
III.9.3.3. Análisis de resultados	35
III.10. CONCLUSIONES PARCIALES	39

### **CAPÍTULO IV**

#### **POST-TRATAMIENTO DE RESULTADOS Y EVALUACION DE LA RESPUESTA SISMICA.**

IV.1. ANÁLISIS POR SISMO	38
IV.2. CONDICIONES DE APOYO Y CARGA	39
IV.3. ANÁLISIS DE RESULTADOS	40

IV.4. CONCLUSIONES PARCIALES	41
<b>CONCLUSIONES</b>	90
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	93
<b>APÉNDICES A. -----</b>	97

# LISTA DE TABLAS

---

**Pág.**

## **CAPÍTULO II**

## **CAPÍTULO III**

Tabla 1.1. Propiedades mecánicas de la mampostería	2
Tabla 1.2. Condiciones de carga y de apoyo en los distintos análisis estructurales realizados	3
Tabla 1.3. Modos de vibrar de la estructura	5
Tabla 1.4. Resultados de calibración del modelo	6

## **CAPÍTULO IV**

## **ANEXO A**

# LISTA DE FIGURAS

---

	Pág.
<b>CAPÍTULO I</b>	
<b>INTRODUCCIÓN</b>	
Figura 1.1. Fachada posterior del Templo	2
Figura 1.2. Interior del Claustro	3
Figura 1.3. Maqueta fachada frontal.	5
Figura 1.4. Maqueta fachada posterior, nave y convento.	6
<b>CAPÍTULO II</b>	
Figura 2.1. Mapa mundial de epicentros sísmicos y sus profundidades.	15
Figura 2.2. Fachada frontal de la nave conjunto conventual	16
Figura 2.3. Corte transversal del edificio.	16
Figura 2.4. Fachada sur del templo.	18
Figura 2.5. Presbiterio	19
Figura 2.6. Planta baja del conjunto conventual	21
Figura 2.7. Planta alta del edificio.	21
Figura 2.8. Corte transversal.	23
Figura 2.9. Mapa mundial de epicentros sísmicos.	24
<b>CAPÍTULO III</b>	
Figura 3.1. Alzado de la nave a base de líneas	15
Figura 3.2. Alzado del primer nivel del área del convento	16
Figura 3.3. Generación de la base de la nave	16
Figura 3.4. Generación de superficies de cada elemento estructural del templo	18
Figura 3.5. Generación de superficies de cada elemento estructural del templo	19
Figura 3.6. Generación del grupo físico “base” de la edificación completa	21
Figura 3.7. Generación de superficies del modelo global	21
Figura 3.8. División de bóveda de entrepiso y en el coro.	23
Figura 3.9. Esquema de bóveda de entrepiso del templo con sus volúmenes tributarios correspondientes.	24
Figura 3.10. Diagrama simplificado de muro de inercia variable	24
Figura 3.11. Espesores equivalentes	25
Figura 3.12. Mallado de prueba creado a base de elementos shell	27
Figura 3.13. Desplazamientos en las tres dimensiones por peso propio.	27
Figura 3.14. Mallado de cajón a base de elementos shell	28
Figura 3.15. Desplazamientos en el modelo	28
Figura 3.16. Modelo similar al anterior	29
Figura 3.17. Análisis por peso propio	30
Figura 3.18. Mallado de las bóvedas y algunos muros	30
Figura 3.19. Mallado de muros del templo	31
Figura 3.20. Mallado general de la nave	32
Figura 3.21. Mallado de bóvedas de entrepiso y azotea	33

Figura 3.22. Mallado de muros de entrepiso y azotea	33
Figura 3.24. Mallado global, Templo y convento	34
Figura 3.25. Mediciones sobre el terreno	35
Figura 3.26. Mediciones en el entrepiso del claustro	36
Figura 3.27. Mediciones en azotea del claustro	36
Figura 3.28. Espectros de potencia medición PT001	37

## **CAPÍTULO IV**

## **LISTA DE GRAFICAS**

---

<b>CAPÍTULO II</b>	<b>Pág.</b>
<b>CAPÍTULO III</b>	<b>Pág.</b>
<b>CAPÍTULO IV</b>	<b>Pág.</b>

## SIMBOLOGÍA

---

$E$	Módulo de elasticidad del material
$I, I$	Momento de Inercia
$K$	Rigidez de la estructura
$l$	Longitud de muro
$le, ld$	Longitudes de el espesor medio de muros ortogonales
$\alpha$	Coefficiente de sismicidad
$\beta$	Coefficiente sísmico
$\nu$	Coefficiente de Poisson
$\rho$	Densidad del material

# Capítulo I

## INTRODUCCIÓN

- I.1 GENERALIDADES
- I.2 CASO DE ESTUDIO
- I.3 ANTECEDENTES
- I.4 OBJETIVO
- I.5 METAS
- I.6 JUSTIFICACIÓN
- I.7 ESTRATEGIA
- I.8 CONTENIDO DE LA TESIS

### RESUMEN

-----

# Capítulo I

## INTRODUCCIÓN

### I.1 GENERALIDADES

México cuenta con una vasta riqueza histórico-cultural que se refleja en la gran cantidad de edificaciones que fueron construidas en diversas épocas (del periodo prehispánico al novohispano, de la primera república al porfirismo, del periodo postrevolucionario a nuestros días) y que muestran las condiciones económicas, sociales, políticas y religiosas que imperaban en cada una de ellas. Entre dichas edificaciones se cuentan templos, conventos, casas señoriales, haciendas, monumentos históricos, escuelas, hospitales, etc., algunos aún en servicio con las mismas funciones o modificadas, y otros en el silencio del abandono, lo cual no disminuye en modo alguno la importancia de su protección como parte del legado cultural de México.

Dada la importancia que dichas edificaciones tienen para la sociedad en su conjunto, no solo por su valor económico sino por su trascendencia cultural y porque siguen siendo motivo de visita o uso público, debe garantizarse que en cualquier caso se cumpla con niveles idóneos de seguridad estructural, lo cual debe hacerse con las técnicas y metodologías ingenieriles más avanzadas en su género, más allá de lo que pueda exigir una normatividad local.

En el caso de nuestro país, se sabe que una causa muy significativa de daño en estos edificios es la ocurrencia de sismos. Al igual que en México, muchas de las sociedades modernas poseedoras de monumentos históricos importantes, se encuentran ubicadas en zonas de alta sismicidad, como es el caso de Italia, Grecia, Turquía y otros países mediterráneos; China, India, Japón en el continente asiático; Guatemala, Perú y otros países del sur de América.

Aunado a lo anterior, la capacidad de respuesta estructural en este tipo de edificaciones puede afectarse y disminuirse debido a diversos factores, los cuales se mencionan a continuación:

- El envejecimiento y deterioro natural de los materiales.

- Daños acumulados asociados a sismos anteriores, a asentamientos diferenciales, a las solicitaciones ordinarias que actúan a lo largo de la vida de la estructura como pueden ser viento, variaciones de temperatura, huracanes, inundaciones, explosiones, etc.
- Modificaciones eventuales en la estructura; ampliaciones de los espacios, adosamiento de construcciones nuevas, reemplazo de elementos estructurales por otros de mayor peso, cambios en el uso del inmueble, etc.

Otro aspecto de vital importancia en lo referente a la evaluación de la capacidad estructural es la consideración del fenómeno de inestabilidad, el cual puede ser relevante para la conservación de una edificación de este tipo.

Por otra parte, debe señalarse y resaltarse que la intervención de estas edificaciones no debe circunscribirse únicamente al punto de vista del diseño estructural, el cual puede proporcionar soluciones bastante simples o estandarizadas que, sin embargo, sean incoherentes en el contexto del conjunto arquitectónico y cultural. En otras palabras, se debe reconocer que la naturaleza compleja de estas estructuras proporciona una dificultad importante a la hora de definir los criterios de intervención para dar solución a los problemas estructurales que se presentan. Por ello la conservación de edificios históricos es un campo multidisciplinario en el cual intervienen disciplinas aparentemente desligadas entre sí, como son la Arqueología, la Arquitectura, la Historia, la Ingeniería, la Restauración de obras de Arte, entre otros (ICOMOS, 1947, 2003; Peña *et al.*, 2009). Lamentablemente la falta de integración de estas disciplinas puede provocar que el proyecto no se apegue a los lineamientos básicos de la conservación de los edificios históricos los cuales se encuentran estipulados, en modo general en la Carta de Venecia (ICOMOS, 1947) y en modo particular en los principios ISCARSAH de ICOMOS (2003).

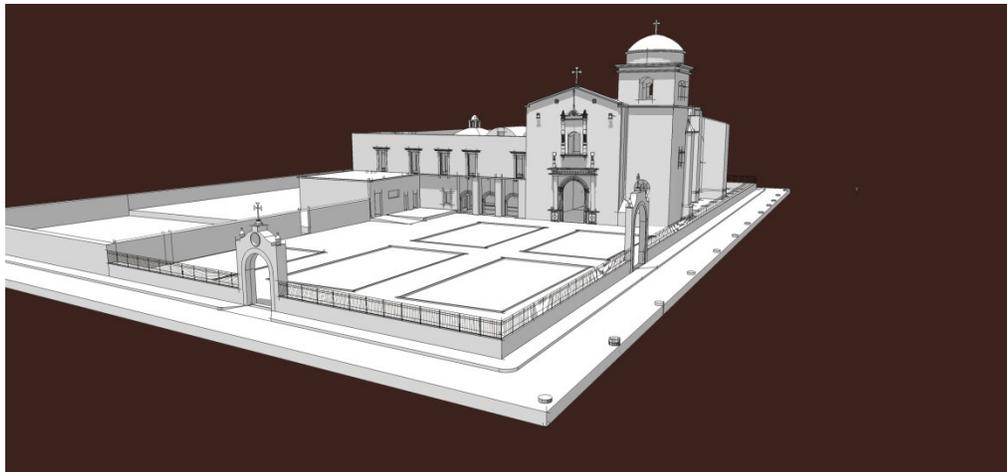
## **I.2 CASO DE ESTUDIO**

El caso al que se enfoca este trabajo es el referente a un Convento Agustino del siglo XVI, ubicado en Copándaro de Galeana, Michoacán, ver figuras 1, 2 y 3. Dicha edificación está construida con mampostería juntada con cal-arena (ver apartado de III.4 referente a materiales) y presenta severos daños perceptibles en su estructura, situación que puede agravarse al localizarse en una zona de reconocida peligrosidad sísmica. El edificio se encuentra a un costado del lago de Cuitzeo, el cual está localizado en el Sistema Volcánico Transversal, entre los 19°30' y 20°05' latitud norte y 100°35' y 101°30' longitud Oeste, y está mayormente constituido por Vertisoles, Luvisoles, Andosoles y Acrisoles, que son suelos cuya textura es predominantemente fina (arcillas). Por ello no se descartan

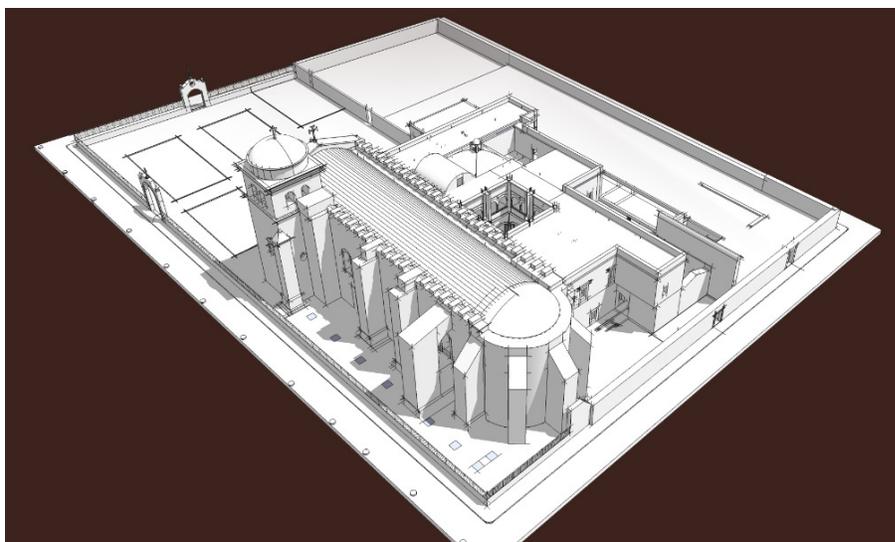
posibles problemas de hundimientos diferenciales producto de las características mecánicas del suelo.



**Figura 1.1. Vista oriente del templo.**



**Figura 1.2. Maqueta del edificio. Fachada frontal, atrio, nave y convento. (Fuente: Gauri)**



**Figura 1.3. Maqueta del edificio. Fachada posterior, nave y convento. (Fuente: Gauri)**

Existen algunos estudios que recientemente se han realizado del inmueble. Entre ellos se encuentran los estudios de especialidad en restauración de sitios y monumentos históricos (García, G., 2008), los cuales incluyen antecedentes históricos, levantamiento geométrico y estado actual del monumento, así como un diagnóstico y dictamen cualitativo del inmueble. Esta información fue tomada para formar parte del análisis integral del edificio.

Por análisis se debe entender “*el estudio de los límites, características y posibles soluciones de un problema*” (RAE, 2001). Se sabe que para efectuar un análisis integral de un edificio histórico, debe lograrse un entendimiento global de la estructura. Para ello los análisis que deben desarrollarse y que se complementarán entre sí son:

**Análisis de las Condiciones Pasadas:** contribuye a conocer la historia de la edificación a lo largo del tiempo. Permite identificar los valores intrínsecos del inmueble, así como a entender la condición actual del mismo. Haciendo una analogía médica, este análisis sería el equivalente al de tener la historia médica del paciente; sin la cual sería difícil hacer un diagnóstico correcto de su situación actual.

**Análisis de las Condiciones Actuales:** las condiciones presentes permiten saber, precisamente, el grado de afectación del inmueble. Es aquí donde se planea la posible intervención a realizar.

**Análisis de las Condiciones Futuras:** es necesario que se reconozca la importancia de tener un análisis o previsión de las condiciones futuras del inmueble. La importancia radica en que uno de los objetivos de la conservación es

la de prever las posibles acciones a futuro, para garantizar que el inmueble se mantenga vivo, conserve su identidad original y se evite la pérdida de sus valores intrínsecos. (Peña *et al.*, 2010).

Similar a los estudios realizados en algunas edificaciones en el estado de Michoacán (Martínez *et al.*, 2009), el Dr. Guillermo Martínez ha realizado algunos estudios estructurales en un área del edificio (portal de peregrinos). Elaboró un modelo 3D con elementos finitos en el cual se apoyó para establecer un diagnóstico de las posibles causas de las deformaciones y agrietamientos observados en dicha zona.

A pesar de estos primeros estudios estructurales, se requiere hacer un conjunto mayor de análisis y monitoreo que permita conocer el estado real de la edificación y predecir su respuesta estructural con mayor precisión ante posibles eventos sísmicos futuros. En el caso de los análisis numéricos, resulta viable construir un modelo numérico que represente el estado actual del edificio considerando el daño existente, es decir, deformaciones de bóvedas, losas y muros, desplomes de muros y contrafuertes, agrietamientos visibles y hundimientos diferenciales. Con base en este mismo modelo, puede efectuarse un diagnóstico estructural para definir las zonas del edificio más vulnerables ante riesgo sísmico.

### **I.3 ANTECEDENTES**

La mayoría de los trabajos de conservación de edificios históricos que se realizan en la actualidad, tienen que ver principalmente con trabajos de restauración en los cuales se omiten los estudios y acciones referentes a la seguridad estructural. Es evidente que por el tipo de material con que se construyeron estos edificios, sean ampliamente vulnerables ante los fenómenos sísmicos, aunado al gran deterioro que presentan muchos de ellos. Sin embargo hoy en día existen técnicas numéricas y equipos de cómputo que mejoran la calidad de los estudios estructurales de estas edificaciones y facilitan la comprensión de la respuesta estructural de las mismas. No obstante, dichas técnicas numéricas deben emplearse apoyándose en el conocimiento histórico que se tenga de la construcción original, y de todas las intervenciones que se hayan efectuado hasta la fecha actual, además de un experimentado y buen juicio de ingeniería.

En el caso que nos ocupa, los trabajos de construcción del convento de Santiago Copándaro se iniciaron en 1560 y concluyeron en 1567. Inicialmente fueron ejecutados por Fr. Gerónimo de la Magdalena quien hizo la

torre, los altares, el cementerio y la sacristía (Ávalos, 1964). Desde entonces la construcción original ha sido sujeta a una serie de intervenciones, agregados, restauraciones y modificaciones con buena intención, pero que lamentablemente algunos fueron más perjudiciales que correctivos. Una de las afectaciones mayores fue la implementación de los contrafuertes externos (1932), que en lugar de apoyar, se “colgaron” de la estructura original produciendo un asentamiento drástico en el costado del templo, produciendo agrietamientos en los muros, visibles hasta ahora. Aunado a esto, existen los trabajos de reconstrucción que se llevaron a cabo en 1963, en los cuales se emplearon materiales no compatibles con la mampostería tales como concreto armado. Es importante mencionar también que los sismos históricos ocurridos en el estado de Michoacán pudieron contribuir al severo daño que presenta el edificio entre otros muchos factores.

#### **I.4 OBJETIVO**

Reproducir el estado de daño actual de un edificio colonial del siglo XVI en un modelo 3D con elementos finitos, asociando el daño con algunos estados hipotéticos de carga, y realizar un diagnóstico estructural por medio de un análisis sísmico para identificar las zonas del edificio de mayor vulnerabilidad.

#### **I.5 METAS**

- Se construirá un modelo tridimensional en elementos finitos, capaz de simular la respuesta de la estructura ante diferentes hipótesis de cargas o acciones, como es el peso propio, hundimientos diferenciales y ante sollicitaciones sísmicas.
- Se obtendrán las características dinámicas de la estructura por medio de mediciones de vibración ambiental y se calibrará el modelo global con dicha información.
- En el modelo será reproducido de manera aproximada y generalizada la configuración deformada, agrietamientos perceptibles, asentamientos diferenciales, desplomes en muros y contrafuertes, deformaciones de losas, bóvedas y muros.

- Se introducirá un modelo no lineal de los materiales para la elaboración del modelo numérico, este será capaz de representar el comportamiento de la mampostería de piedra.
- Partiendo del modelo dañado, se predecirá la respuesta de la estructura ante algunas sollicitaciones sísmicas y se determinarán las zonas o macroelementos con de mayor vulnerabilidad.
- Se propondrá mejoras para estudios futuros con base en la metodología empleada y los resultados obtenidos.

## **I.6 JUSTIFICACIÓN**

Ya se ha mencionado anteriormente de la gran riqueza histórica edificada con que cuenta nuestro país y de la necesidad que se crea de preservarla como símbolo y como identidad de un pueblo.

Es el caso del edificio en estudio, un convento Agustino construido en el siglo XVI en Copándaro de Galeana Michoacán el cual presenta un severo daño en gran parte de su estructura, agrietamientos en muros y bóvedas, desprendimiento de contrafuertes así como aparentes asentamientos. Este hecho despierta el interés de corregir el daño y frenar el deterioro, primeramente para dar seguridad a quienes continúan acudiendo a este sitio como lugar de culto, y para conservar este monumento que por su antigüedad proporciona identidad al pueblo de Copándaro.

Desde el punto de vista ingenieril, se requiere conocer con mayor amplitud el desempeño de este tipo de estructuras ante diferentes sollicitaciones, para que con base en el conocimiento del comportamiento esperado, se puedan tomar mejores decisiones referentes a criterios de reforzamiento y reestructuración para la conservación de los mismos.

Este es un tema relativamente nuevo en nuestro país, ya que muchos de los trabajos encaminados a la preservación de estas edificaciones, se han basado principalmente en investigaciones históricas y trabajos de restauración, siendo omitidos muy frecuentemente los estudios referentes a la evaluación de la seguridad estructural.

Por otro lado, se debe reconocer el hecho de que este tipo de estructuras son altamente vulnerables ante las acciones sísmicas. Por lo anterior los estudios relacionados al comportamiento sísmico, han permitido comenzar a conocer de mejor forma el comportamiento dinámico de estas complejas estructuras.

Este trabajo de tesis, conformará un análisis detallado del comportamiento estructural del edificio. Debido a los materiales y a la compleja geometría, se empleará como herramienta de análisis el método de los elementos finitos en combinación con una función constitutiva no lineal del material que represente tanto los estados de tensión como de compresión y la evolución del daño. Se creará un modelo tridimensional que será capaz de analizar distintas hipótesis de carga, primeramente para generar en él el daño existente y posteriormente para analizar este modelo con daño ante una sollicitación sísmica que permita definir las zonas del edificio con mayor vulnerabilidad ante riesgo sísmico.

## **I.7 ESTRATEGIA**

- Recopilación de información referente a documentos, historial de vida, (intervenciones, modificaciones, restauraciones, etc.), información del edificio (planos, materiales, levantamiento fotográfico), levantamiento geométrico de la configuración actual del edificio.
- Obtención de la información concerniente al estado del arte. Esto se realizará durante todo el tiempo de ejecución de la tesis.
- Determinación de las propiedades dinámicas del edificio por medio de pruebas de vibración ambiental.
- Selección y aprendizaje de los programas tanto para generar el mallado de los elementos finitos como para efectuar el análisis estructural.
- Construcción de modelos tridimensionales con elementos finitos. Uno de ellos el modelo real del edificio (mallado global) y otros modelos sencillos para validación y calibración.
- Calibración del modelo numérico a través de las propiedades dinámicas obtenidas en las mediciones experimentales.
- Inducción del daño en el modelo global por medio de la realización de un análisis estructural considerando algunas hipótesis de carga como peso propio, hundimientos diferenciales y una sollicitación sísmica e identificando y comparando el estado de esfuerzos y deformaciones obtenidas del modelo, con el daño principal real existente en el edificio.

- Ejecución de un nuevo análisis estructural a este nuevo modelo con daño considerando una sollicitación sísmica.
- Definición con base en el estado de esfuerzos obtenido de las zonas más vulnerables ante riesgo sísmico.
- Interpretación de resultados y conclusiones.
- Propuestas para mejoras en trabajos futuros.

## **I.8 CONTENIDO DE TESIS**

La tesis se desarrolla en cuatro capítulos. El primer capítulo, es el llamado protocolo de investigación, se presenta un breve estado del arte y antecedentes relacionados al tema que nos ocupa de construcciones históricas y en particular del edificio que será objeto de este estudio, además se presentan el objetivo, las metas, estrategia y justificación de este trabajo.

El capítulo II es titulado Estado del Arte y Descripción de la Evolución del Daño de la Edificación Colonial en Estudio. Se profundiza en las técnicas de análisis estructural que se han empleado hasta nuestros días. Algunas de sus ventajas y desventajas. Se menciona acerca de los modelos constitutivos de daño continuo para este tipo de edificaciones, así como lo referente a la seguridad sísmica. Además se abordarán las distintas etapas cronológicas desde el origen constructivo del edificio que nos ocupa hasta nuestros días.

En el capítulo III, Construcción y Análisis del Modelo Numérico, se indican las hipótesis empleadas en esta tesis para la elaboración de la geometría del edificio así como del mallado del mismo, del modelo numérico y su calibración derivada de la comparación con los datos obtenidos de las mediciones experimentales efectuadas en la estructura. Se realiza el primer análisis estructural del edificio.

En el capítulo IV Post-tratamiento de Resultados y Evaluación de la Respuesta Sísmica, como su nombre lo indica, se presenta el análisis estructural por sismo y la evaluación de resultados para definir las zonas de mayor vulnerabilidad sísmica.

Posteriormente, se presentan las conclusiones más relevantes que se obtienen del análisis de los resultados. Y se presentan perspectivas a futuro.

Finalmente, se tienen los apéndices que describen las bases teóricas empleadas en este trabajo.

## Capítulo II

# ESTADO DEL ARTE Y DESCRIPCIÓN DE LA EVOLUCIÓN DEL DAÑO DE LA EDIFICACIÓN COLONIAL EN ESTUDIO

### II.1. MÉTODOS DE ANÁLISIS

En el medio de la conservación y restauración de los edificios históricos, lo que predomina es la preferencia a emplear criterios de intervención basados en la intuición y en la experiencia. Sin embargo, estos dos conceptos deben ser respaldados con los resultados del análisis de modelos representativos de la estructura en estudio y también con los resultados de las investigaciones experimentales.

En la actualidad se cuenta con distintas técnicas para el análisis estructural de los edificios históricos. Además, con el apoyo de las herramientas computacionales, se pueden estudiar estructuras muy complejas.

La creación del modelo numérico que simule la estructura histórica real, no es una labor sencilla, comenzando por la identificación de los elementos estructurales y los que son meramente decorativos, así como la definición de las características geométricas del sistema. Aunado a esto, el especialista debe poseer un amplio conocimiento en el comportamiento de los materiales, en los procesos constructivos de la época y en el historial del edificio.

En las estructuras de mampostería, las condiciones de continuidad en los distintos elementos son también difíciles de establecer. A diferencia de las estructuras de concreto armado, en las cuales sus elementos están conectados de modo de restringir movimientos y rotaciones entre sí; en las estructuras históricas, los elementos están simplemente apoyados y/o adosados, lo cual permite movimientos y rotaciones en las zonas de contacto. Esto es un factor sumamente importante a considerar al momento de realizar el modelado.

Otra situación muy importante que limita el empleo de las herramientas de análisis, es que básicamente estas estructuras trabajan a compresión, ya que los materiales empleados presentan baja resistencia a los esfuerzos de tensión, lo que origina agrietamientos y separación entre sus elementos. Se puede concluir entonces que los agrietamientos y la falta de continuidad en los elementos nos dan la justificación de considerar un comportamiento no lineal en los materiales.

A continuación se describen brevemente los procedimientos de análisis con los que se cuenta en la actualidad.

### **II.1.1. Métodos basados en equilibrio de fuerzas.**

Fue Robert Hooke (Roca 2006) quien descubrió que la forma ideal para un arco de mampostería en equilibrio era la invertida de una cadena que soportara los mismos pesos. Hizo público su descubrimiento hasta 1675. La ecuación para la catenaria proviene de David Gregory (Roca 2006), quién en 1698 había llegado de forma independiente y ampliada a la aseveración de Hooke: *“Cuando un arco u otra forma se sustenta es porque contiene en su espesor alguna catenaria.”*

En el siglo XVIII los métodos de análisis que se empleaban, se basaban únicamente en las condiciones de equilibrio de fuerzas.

El problema se volvía estáticamente determinado al imponer ciertas restricciones a las trayectorias de las fuerzas. El procedimiento consiste en el trazo de la línea de presiones, que define el punto de cada sección en que se ubica la resultante de los esfuerzos internos. (Meli, 1998). La solución se obtiene generalmente con procedimientos de estática gráfica (Schreyer, 1953)

Existe como ejemplo de este método, un estudio hecho de manera compacta por López Carmona, quien sobre un corte a escala de la techumbre de la Catedral de México, realizó los cálculos y trazos necesarios para determinar la línea de presiones, las fuerzas internas y los esfuerzos en el material. (López Carmona, 1990)

#### **FIGURA 2.1. MELI PAG. 75**

Todavía hasta el siglo XIX, se usaba esta analogía entre equilibrio de elementos a compresión y de modelos funiculares trabajando a tensión para analizar arcos de mampostería. Incluso a principios del siglo XX esta teoría se utilizaba para el diseño de puentes o estructuras de mampostería formadas por arcos. Como ejemplo de ello se encuentra el caso del estudio de la cúpula de San Pedro del Vaticano por Poleni (1743).

Se puede decir que la primera técnica eficiente de análisis estructural, es la de Análisis al Límite.

Según Couplet, el colapso se produce cuando se desarrollan un número suficiente de rótulas (secciones que experimentan rotaciones relativas), para convertirse en un mecanismo (Heyman, 1976). Coulomb escribió en 1773 las bases de esta técnica de análisis. Postuló, basándose en las condiciones de equilibrio, que el fallo en un arco de mampostería se produce cuando la línea de empujes ya no se halla contenida en la sección, proporcionando una base matemática para describir los posibles mecanismos de colapso, incluyendo el efecto de deslizamiento y de rotación en sus diferentes elementos.

Basándose en las teorías expuestas anteriormente, Heyman (1995), en su formulación de la teoría de análisis límite, proporcionó una base teórica y comprensible para el análisis de este tipo de construcciones planteada en tres hipótesis:

- 1. La mampostería no tiene resistencia a tensión.*
- 2. La resistencia a compresión es infinita o bien los esfuerzos actuantes se mantienen siempre muy por debajo de la resistencia a compresión.*
- 3. El fallo por deslizamiento es imposible.*

Heyman también afirma que la solución exacta no existe en estructuras de mampostería, ya que las propiedades de rigidez del material y las condiciones de continuidad de los apoyos, además de ser difíciles de determinar, varían con respecto al tiempo por diferentes factores. Los apoyos están sujetos a constantes movimientos por asentamientos en la cimentación, los morteros sufren flujo plástico que junto con los cambios de temperatura, producen constantes deformaciones y agrietamientos lo cual provoca significativamente cambios en la rigidez. Por estas razones, la línea de presiones varía en el tiempo y no puede pensarse en una solución única.

La utilización del análisis clásico en condiciones de servicio resulta muy compleja e inadecuada; ya que no aporta ninguna información acerca de las deformaciones de la estructura (Heyman, 2005)

Del mismo modo, la aplicación de este método resulta muy complicada en estructuras con geometría muy compleja. Sin embargo, a pesar de todos estos inconvenientes las teorías clásicas basadas en los teoremas límite, hoy en día siguen siendo de gran interés por su evidente potencia conceptual y sentido físico.

El uso de esta teoría en combinación con métodos numéricos avanzados ha proporcionado poderosas herramientas para el análisis de construcciones de mampostería. Livesley, Gilbert y Melbourne, Baggio y Torvalusci, Orduña y

Lourenço, entre otros, han propuesto diferentes métodos para el cálculo de este tipo de estructuras por análisis límite (Roca 2006).

### **II.1.2. Métodos de análisis elástico lineal.**

Los métodos elásticos son aquellos en los que se admite que el material tiene un comportamiento lineal tanto para esfuerzos de compresión como de tensión. O sea que, por una parte, las deformaciones internas aumentan proporcionalmente a las cargas aplicadas, y por otra, estas deformaciones desaparecen en cuanto cesan las acciones de carga.

Los modelos lineales de los materiales consideran que las propiedades ante esfuerzos de tensión y compresión son las mismas y que ambos casos se mantienen invariables ante distintos niveles de carga.

Para el caso de la mampostería, no se puede decir estrictamente que posee un comportamiento lineal en primer lugar, porque el material (en particular el mortero de junteo) no resiste a la tensión, lo cual provoca agrietamientos y desplazamientos que lo llevan a un comportamiento no lineal.

Un criterio que es válido y que se ha empleado frecuentemente, es que a partir de un análisis elástico lineal, se puede conocer las zonas críticas donde se presentará el daño en la estructura, que es precisamente donde se presenten los esfuerzos a tensión. Actualmente esta técnica se usa con la ayuda del Método de los Elementos Finitos y es una de las más generalizadas para el análisis de construcciones antiguas, sobre todo porque permite la modelación de estructuras complicadas.

No obstante, un análisis elástico lineal no es el adecuado para reproducir el comportamiento estructural de una edificación de mampostería histórica, al no tomar en cuenta correctamente la muy baja resistencia a la tensión y los desplazamientos relativos que se presentan en los bloques ante cargas excesivas.

Considerando lo anterior, se ha optado por el empleo de análisis elásticos sucesivos, donde las propiedades de rigidez de algunos elementos se modifican de manera manual. Estas modificaciones se deducen de los resultados del primer análisis elástico de la estructura intacta, y de aquí se identifican las zonas sujetas a esfuerzos de tensión que requieren modificación. También estas modificaciones

se pueden determinar tratando de reproducir en el modelo los agrietamientos que se conocen producto de la observación directa en la estructura real.

Si se requiere obtener resultados más precisos, entonces se tendrá que considerar un comportamiento no lineal de los materiales para la construcción y análisis del modelo de la estructura.

### **II.1.3. Métodos de análisis no lineal.**

Basado en todo lo mencionado previamente, la solución más racional es realizar análisis no lineales, es decir, que los modelos de los materiales, consideren tanto la pérdida gradual de linealidad en compresión, y la resistencia nula a esfuerzos de tensión, y consecuentemente, la redistribución de esfuerzos en los elementos estructurales.

Con la técnica de los elementos finitos referida a este tipo de análisis, un criterio ha sido el de ligar los elementos finitos por medio de elementos de interface que se desconectan bajo condiciones de esfuerzos de tensión.

El desarrollo más reciente se ha dado hacia modelos que no pretenden reproducir grietas individuales, sino zonas generalizadas de agrietamientos por esfuerzos de tensión, en la cuales las propiedades de los elementos finitos se modifican para tomar en cuenta el agrietamiento. Se emplean índices de reducción de las propiedades de rigidez en función del nivel de esfuerzos. Estos últimos planteamientos son más fáciles de resolver numéricamente que los que consideran grietas discretas; sin embargo, la complejidad de la modelación y de las soluciones numéricas sigue siendo muy elevada, por lo que su aplicación se ha limitado a problemas de investigación, mientras que su aplicación al diagnóstico de edificios particulares, ha sido muy limitada. (Meli, 1998).

### **II.1.4. Método de análisis dinámico.**

Por simplificación, se ha considerado que las solicitaciones externas que actúan sobre una estructura son de carácter permanente con el tiempo, o sea que actúan de forma estática. Sin embargo, esto es válido cuando estas acciones

varían muy lentamente con respecto al tiempo como por ejemplo, el peso propio de la estructura, hundimientos diferenciales, deformaciones producto del cambio de la temperatura y flujo plástico. Inclusive, efectos dinámicos como el viento y el sismo, son modelados por fuerzas estáticas equivalentes.

Sin embargo, en el caso de los edificios históricos, es importante realizar análisis dinámicos como por ejemplo cuando se encuentran sometidos a acciones de relativamente alta frecuencia como es el caso del tráfico o equipos vibratorios. Los análisis dinámicos son aquellos que toman en cuenta los efectos inerciales de la estructura, es decir, el efecto de las aceleraciones sobre la masa, así como el amortiguamiento relacionado con las velocidades generadas por los desplazamientos.

Una aplicación muy útil de este tipo de análisis, es el que se realiza para determinar las características de vibración de la estructura.

Para el análisis dinámico de estas estructuras, no son muy confiables los modelos simplificados de masa y resortes que se emplean para otros tipos de edificios de concreto y acero. Es en estos casos en donde el método de los elementos finitos se adapta muy bien al poder modelar regiones con una alta rigidez combinadas con zonas muy flexibles, situación que puede cambiar la respuesta dinámica global de la edificación.

Existen diferentes tipos de análisis dinámicos, desde los que se emplean para determinar las propiedades dinámicas de la estructura, hasta los que permiten obtener el historial de desplazamientos de un sistema sometidos a determinadas condiciones de excitación.

A pesar de que este tipo de análisis son más complejos que los análisis estáticos, hoy en día existen herramientas numéricas y computacionales con la suficiente capacidad para poder realizarlos.

## **II.2. TÉCNICAS BASADAS EN EL USO DE ELEMENTOS FINITOS.**

Actualmente existen herramientas computacionales que permiten estudiar edificaciones históricas con alta complejidad. Normalmente estos análisis se realizan a través de la técnica de los elementos finitos, destacándose la capacidad de generar con facilidad modelos geométricos muy detallados. Esta es

una técnica numérica que consiste en la discretización de una estructura mediante pequeños elementos, los cuales pueden ser barras, placas triangulares o de cuatro lados y elementos sólidos conectados entre sí por puntos conocidos como nodos, con el objeto de aproximar la solución de un problema determinado a partir de las ecuaciones de compatibilidad y equilibrio, empleando álgebra matricial y las propiedades mecánicas y geométricas de la estructura.

Al combinarse esta técnica con modelos constitutivos adecuados que reflejen los principales fenómenos asociados al fallo de los materiales (fisuración, aplastamiento, etc.), se pueden reproducir estados más complejos de comportamiento.

Realizar el modelo representativo de una estructura real, no es una labor sencilla. Esta representación, puede ser más o menos refinada en términos de la geometría de mallado de los elementos finitos.

Para la elaboración del modelo, es muy importante identificar previamente los elementos estructurales con respecto a los que son meramente ornamentales. Posteriormente habrá que definir las propiedades mecánicas de los materiales y las acciones a las que está sujeta la estructura. Esta técnica implica la realización de un número elevado de ecuaciones simultáneas, donde la complejidad del cálculo depende del tipo de análisis y de la sofisticación del modelo.

## **II.2.1. Formulación del elemento cascarón**

### **II.2.1.1. Introducción**

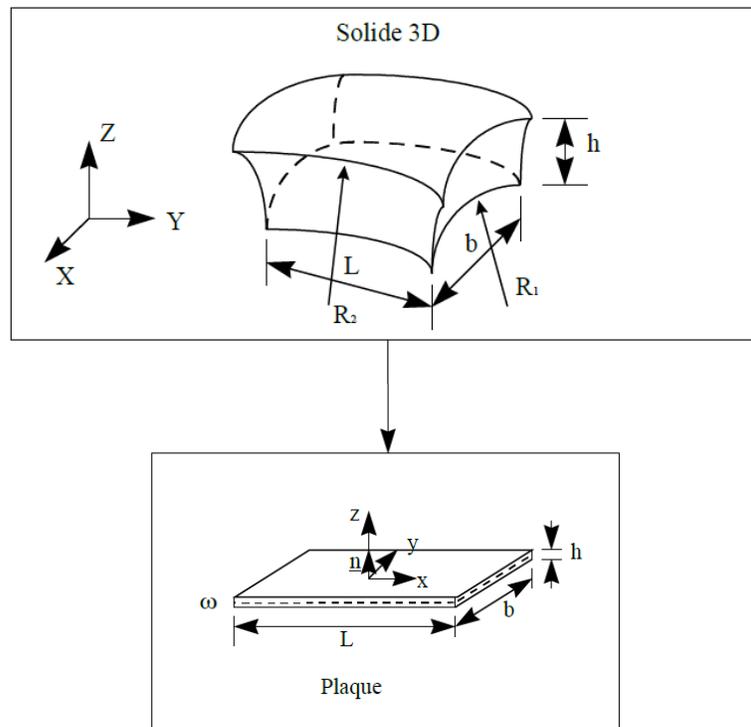
Los elementos cascarón y las placas se han utilizado en general para modelos de espesores delgados, sin embargo se ha experimentado recientemente con geometrías en las cuales los espesores son considerables y ha dado resultados coherentes, por lo que su uso se ha extendido en el medio de la investigación de los edificios históricos.

Estos modelos se utilizan en la mecánica lineal y no lineal, bajo supuestos de pequeñas deformaciones y pequeños desplazamientos o los supuestos de grandes desplazamientos y grandes rotaciones, de acuerdo con el tipo de geometría que se desea modelar.

A diferencia de los elementos cascarón o “*Shell*”, los elementos placa planos, no tienen en cuenta la curvatura de la estructura geométrica para representar e inducir la flexión. Por lo tanto es necesario el uso de muchos de estos elementos para dar un enfoque correcto de la geometría de la estructura en términos de la curvatura. Sin embargo, un punto a favor, es que se gana en simplicidad en la formulación y el número de grados de libertad se reduce.

### II.2.1.2. Geometría de las placas.

Para los elementos de la placa se define una superficie de referencia, o plano medio de la superficie (plano  $x$  y por ejemplo) y un espesor de  $h(x, y)$ . La estructura del modelo se observa en la Figura \_\_\_\_



**Figura 2.2. Geometría de los elementos placa.**

La posición de los puntos de la placa está dado por coordenadas cartesianas  $(x, y)$  la elevación de la superficie por la coordenada  $z$ .

## II.2.2. Formulación de los elementos placa

### II.2.2.1. Formulación lineal geométrica

En esta formulación, se supone que los desplazamientos son pequeños, podemos superponer la geometría inicial y de la geometría deformada. Estos elementos se basan en la teoría de los cascarones que se menciona a continuación:

- Las secciones rectas son las secciones perpendiculares a la superficie de referencia, los puntos de material que se encuentra en un promedio normal de la superficie deformada permanecen en una línea recta en la configuración deformada. Se desprende de este enfoque que los campos de desplazamiento varían linealmente en el espesor de la placa o cascarón. Si se denota por  $u$ ,  $v$  y  $w$  desplazamientos de un punto  $q(x, y, z)$  a lo largo de  $x$ ,  $y$  y  $z$ , se tiene la cinemática de Hencky-Mindlin:

$$\begin{pmatrix} U_x(x, y, z) \\ U_y(x, y, z) \\ U_z(x, y, z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U(x, y) \\ V(x, y) \\ W(x, y) \end{pmatrix} + Z \begin{pmatrix} \theta_y(x, y) \\ -\theta_x(x, y) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U(x, y) \\ V(x, y) \\ W(x, y) \end{pmatrix} + Z \begin{pmatrix} \beta_x(x, y) \\ \beta_y(x, y) \\ 0 \end{pmatrix}$$

El tensor de deformaciones asociada es entonces:

$$\boldsymbol{\varepsilon}(x, y, z) = \boldsymbol{e}(x, y) + \boldsymbol{\gamma}(x, y) + z \cdot \boldsymbol{X}(x, y)$$

El primer término  $\boldsymbol{e}$  comprende las deformaciones de la membrana (para los elementos placa, las deformaciones son en el plano del elemento del elemento), el segundo  $\boldsymbol{\gamma}$  las deformaciones correspondientes a cortante transversal y  $z \cdot \boldsymbol{X}$  corresponde a las deformaciones por flexión asociado con el tensor de curvatura  $\boldsymbol{X}$ . Para estos elementos, los espesores de corte transversal  $\boldsymbol{\gamma}$  son tenidos en cuenta para las formulaciones propuestas por Reissner, Hencky, Bollé, Mindlin. En la formulación desarrollada por Kirchhoff, el valor de  $\boldsymbol{\gamma}$  es nulo para el caso de los elementos placa.

Las deformaciones en tres dimensiones en cualquier momento, con la cinemática anteriormente presentada, está dada por:

$$\varepsilon_{xx} = e_{xx} + Zk_{xx}$$

$$\varepsilon_{yy} = e_{yy} + Zk_{yy}$$

$$2\varepsilon_{xy} = \gamma_{xy} = 2e_{xy} + 2zk_{xy}$$

$$2\varepsilon_{xz} = \gamma_x$$

$$2\varepsilon_{yz} = \gamma_y$$

donde  $e_{xx}$ ,  $e_{yy}$  y  $e_{xy}$  son las deformaciones de membrana en la superficie media,  $\gamma_x$  y  $\gamma_y$  las deformaciones asociadas a los esfuerzos transversales, y  $k_{xx}$ ,  $k_{yy}$ ,  $k_{xy}$  las deformaciones por flexión en la superficie media, que están escritas:

$$e_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$e_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$2e_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}$$

$$k_{xx} = \frac{\partial \beta_x}{\partial x}$$

$$k_{yy} = \frac{\partial \beta_y}{\partial y}$$

$$2k_{xy} = \frac{\partial \beta_x}{\partial y} + \frac{\partial \beta_y}{\partial x}$$

$$\gamma_x = \beta_x + \frac{\partial w}{\partial x}$$

$$\gamma_y = \beta_y + \frac{\partial w}{\partial y}$$

#### II.2.2.2. Ley de comportamiento

El comportamiento de las placas es un comportamiento 3D "esfuerzos planos". La componente transversal  $\sigma_{zz}$  es nula ya que se consideran insignificante el valor de los esfuerzos comparados con las demás componentes del tensor (hipótesis de esfuerzos planos). La ley de comportamiento general se escribe como se muestra a continuación:

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{pmatrix} = C(e, \alpha) \begin{pmatrix} e_{xx} \\ e_{yy} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_x \\ \gamma_y \end{pmatrix} = \mathbf{C}e + z\mathbf{C}k + \mathbf{C}\gamma$$

$$\text{con } e = \begin{pmatrix} e_{xx} \\ e_{yy} \\ 2e_{xy} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, k = \begin{pmatrix} k_{xx} \\ k_{yy} \\ 2k_{xy} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ y } \gamma = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \gamma_x \\ \gamma_y \end{pmatrix}$$

donde  $C(e, \alpha)$  es la matriz de rigidez tangente local combinada los desplazamientos planos y las distorsiones transversales y  $\alpha$  representa el ensamble de las variables internas para el caso de no linealidad.

Para un comportamiento elástico lineal homogéneo isótropo se tiene:

$$\mathbf{C} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{pmatrix} 1 & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{k(1-\nu)}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{k(1-\nu)}{2} \end{pmatrix}$$

donde  $k$  es un factor de corrección de cortante transversal.

### II.2.2.3. La teoría de Hencky

Esta teoría y la de Love-Kirchhoff están formuladas sobre la base de la cinemática. La relación de comportamiento es normal y el factor  $k$  es la corrección de corte = 1.

El modelo de Love-Kirchhoff (DKT (G) y DKQ (G)): Cuando no se tiene en cuenta las distorsiones y transversal  $\gamma_x$  y  $\gamma_y$  de la teoría de Hencky, el modelo obtenido es el de Kirchhoff-Love. Las dos rotaciones de la superficie media se relacionan a continuación con desplazamientos de la superficie media por medio de la siguiente ecuación:

$$\beta_x = -\frac{\partial w}{\partial x}$$

$$\beta_y = -\frac{\partial w}{\partial y}$$

### II.2.2.4. La matriz de rigidez

El principio de trabajo virtual se escribe como sigue:  $\delta W_{ext} = \delta W_{int}$  y de la elasticidad  $\delta \mathbf{U}^T \mathbf{K} \mathbf{U} = \mathbf{F} \delta \mathbf{U}$  es en forma matricial y  $\mathbf{K}$  es la matriz de rigidez en coordenadas globales proveniente del ensamble de las matrices de rigidez elementales.

### II.2.2.5. Ensamble de las matrices elementales

El principio del trabajo virtual para todos los elementos se puede escribir:

$$\delta W_{int} = \sum_{e=1}^{nb\ elem} \delta W_{int}^e = \delta \mathbf{U}^T \mathbf{K} \mathbf{U}$$

donde  $\mathbf{U}$  es el conjunto de grados de libertad de la estructura discretizada y  $\mathbf{K}$  proviene del montaje de las matrices elementales.

#### **II.2.2.6. Grados de libertad**

El proceso de ensamble de las matrices elementales implica que todos los grados de libertad son expresados en el sistema de coordenadas global. En el sistema de coordenadas global, los grados de libertad son tres desplazamientos para cada uno de los ejes cartesianos y tres rotaciones.

#### **II.2.2.7. Formulación no lineal geométrica**

En la formulación de la geometría no lineal, estamos en presencia de grandes desplazamientos y grandes rotaciones, no podemos superponer la geometría inicial y de la geometría deformada. La formulación se basa en un enfoque del medio continuo en 3D, degeneran con la introducción de la cinemática del tipo cascarón Hencky-Mindlin-Naghdi en esfuerzos planos. La medición de las deformaciones es por medio de Green-Lagrange, fuertemente unido a las restricciones Piola-Kirchhoff. La formulación del equilibrio es una formulación total de Lagrange. El corte transversal se trata de la misma manera que en el caso lineal.

### **II.3. MODELOS CONSTITUTIVOS DE DAÑO CONTINUO.**

Existen dos criterios utilizados para medir el daño continuo agrietado, uno mediante grietas discretas y el otro por agrietamiento distribuido. El primero considera las grietas como discontinuidades geométricas mientras que el segundo considera al sólido como un medio continuo que posee relaciones constitutivas apropiadas para simular el comportamiento del sólido en ese estado de daño. Nuestro caso de estudio será el referente al agrietamiento distribuido.

La Mecánica del Daño Continuo ofrece un potente marco para la derivación de modelos coherentes que simulan el comportamiento de los materiales, entre los más comunes se encuentra el concreto, metales, cerámicos, rocas, mampostería, para un amplio rango de aplicaciones como son problemas de deslizamientos, fatiga o agrietamiento.

Al efectuar el análisis no lineal, se hacen más complejos los métodos numéricos debido al mayor número de parámetros que serán requeridos en el proceso.

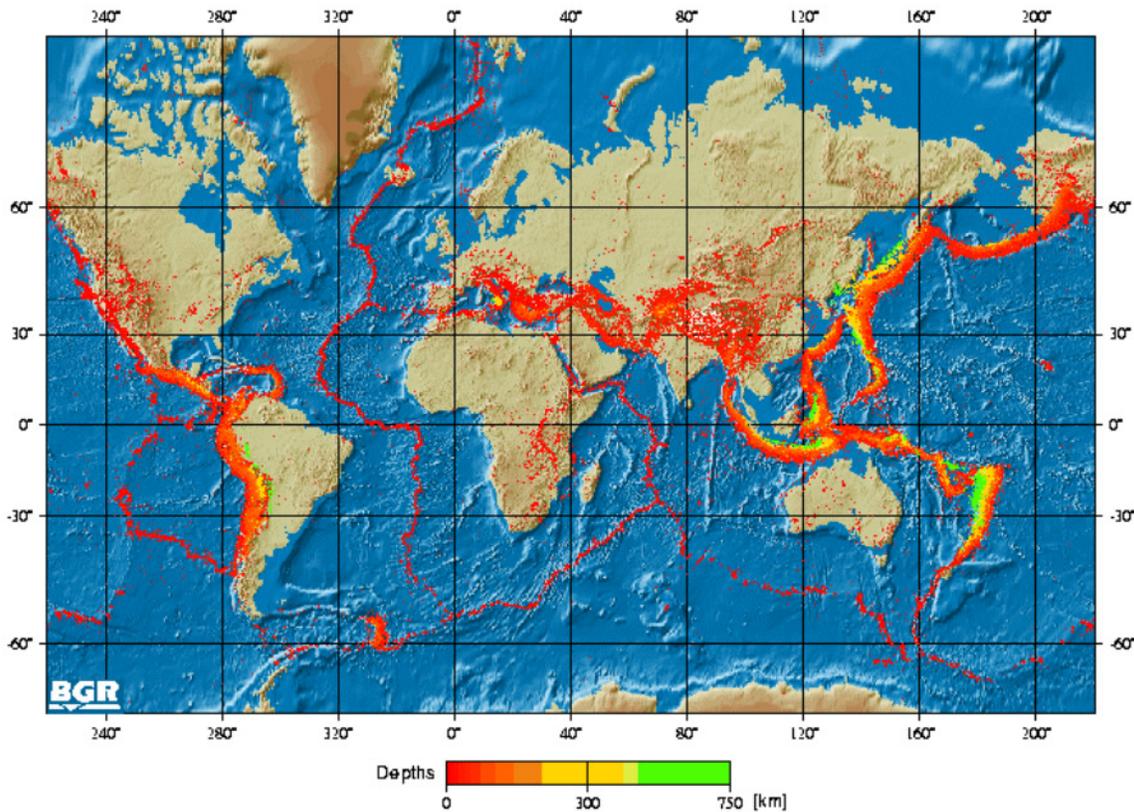
Por mencionar algunos de estos modelos, se encuentran los elaborados por Cervera *et al*, 1990, el cual contiene una única variable de daño y ha sido desarrollado para el estudio del daño del concreto armado. Fue utilizado satisfactoriamente para el estudio de las bóvedas de la Basílica de San Marcos de Venecia (Oñate et al, 1997).

Otro modelo fue desarrollado por Cervera et al 1998, es el Modelo Constitutivo Continuo Tensión-Compresión de Daño, se ha empleado para el estudio de grandes presas de concreto masivo sometidas a efectos sísmicos. Su formulación está basada en un modelo isotrópico de daño con dos variables escalares que caracterizan el daño por compresión y por tensión. Este modelo permite distinguir el comportamiento a tensión y compresión del concreto masivo o la degradación de la rigidez ante efectos de tipo mecánico como ciclos de tensión-compresión. Ha sido de gran utilidad en el estudio de edificios históricos por la gran similitud que existe entre el comportamiento mecánico del concreto masivo y la mampostería de este tipo de edificaciones. Sin embargo, se debe ser consciente que se está haciendo una aproximación, ya que el concreto masivo se considera como un medio continuo isótropo y al aplicarlo para modelar mampostería, se omiten los efectos derivados del carácter compuesto y anisótropo del material como son respectivamente la ordenación del aparejo en hiladas de mortero y ladrillo o los efectos relacionados con el deslizamiento de bloques a lo largo de las juntas. No obstante, ya habiendo considerado las limitaciones existentes en el análisis respecto al comportamiento del material, resulta ser una herramienta muy aceptable. Este modelo constitutivo se utilizó en el estudio de la Catedral de Barcelona, realizado por Torrent (1999), en el estudio de pórticos en la Catedral de Mallorca por Salas (2002) y en el estudio de la Catedral de Girona realizado por Mendoza (2002).

#### **II.4. SEGURIDAD SÍSMICA DE LOS EDIFICIOS HISTÓRICOS**

Ya se mencionó anteriormente que muchas de las civilizaciones que construyeron monumentos notables se concentraron en lugares con actividad

sísmica significativa, razón por la cual los sismos han sido uno de los causales principales para el daño o la destrucción de los edificios históricos.



**Figura 2.3. Mapa mundial de epicentros sísmicos y sus profundidades. Fuente: Cardao (2001)**

Se podría pensar que los edificios que han subsistido durante siglos sin daño o por lo menos con efectos menores, muestran suficiencia en su seguridad. Esto no siempre es válido, ya que la capacidad de un edificio a resistir efectos sísmicos, no solo va en decremento producto del deterioro natural de los materiales, sino también por debilitamiento producido por sismos anteriores y por modificaciones en la estructura que en algunas ocasiones disminuye la resistencia a este efecto.

La actividad sísmica se debe principalmente al movimiento brusco de las placas tectónicas que conforman la corteza terrestre, generándose en zonas de contacto entre placas o en fallas geológicas en el interior de una placa. Precisamente, la magnitud de un sismo, es reflejo de la energía liberada en estos movimientos de las placas. La escala más común al respecto es la de Richter. Sin embargo, desde el punto de vista ingenieril, más que la magnitud de un sismo, lo que interesa son sus efectos en los sitios donde se encuentran las edificaciones.

Esta medida se llama intensidad sísmica. Es decir, un sismo tendrá una sola magnitud pero se sentirá con diferentes intensidades en distintos sitios de la región. La escala de intensidades más empleada más comúnmente es la Mercalli Modificada.

El potencial destructivo de un movimiento sísmico del terreno, depende de tres factores principales: la aceleración máxima que experimenta el terreno, expresada como fracción de la gravedad; la duración de la fase intensa del movimiento y el contenido de frecuencias de vibración, es decir, la rapidez con que el movimiento del suelo cambia de dirección. Este último concepto define el tipo de estructura que será más afectado.

#### **II.4.1. Efectos en edificaciones**

Durante un sismo, la cimentación del edificio, tiende a seguir el movimiento del terreno y, por efectos de inercia, la masa del edificio se opone a ser desplazada y a seguir el movimiento de la base. Estas fuerzas de inercia que se generan, ponen en peligro la seguridad de la estructura.

El movimiento del terreno es complejo, pero se puede visualizar por sus tres componentes ortogonales, es decir, genera vibraciones horizontales y verticales. Las horizontales son las más críticas y por ello, las empleadas en los cálculos estructurales. Por otro lado, el efecto conjunto del movimiento horizontal y vertical puede ser crítico en construcciones de mampostería cuya estabilidad se basa en la acción equilibrante del peso propio ante los empujes laterales. Las aceleraciones verticales actúan ya sea aumentando o disminuyendo las fuerzas de gravedad. Cuando actúan hacia arriba, reducen el efecto de las fuerzas debidas a la gravedad que, en la mampostería, son generalmente favorables a la resistencia ante cargas horizontales.

#### **FIGURA 2.4. PAGINA 100. MELI**

Los movimientos en el terreno se amplifican en forma importante por la vibración de la estructura, de modo que las aceleraciones en la misma, llegan a ser varias veces superiores a las del terreno. El grado de amplificación depende del amortiguamiento propio de los edificios y de la relación entre el periodo natural de la estructura y el periodo dominante del movimiento del terreno.

Cuando el movimiento del terreno es lento, como el caso de suelos blandos, las estructuras que se excitan más son las altas y flexibles. Pero cuando el

movimiento es muy rápido, o sea de alta frecuencia, los efectos más desfavorables son para los edificios bajos y rígidos, como es el caso de la mayoría de los edificios históricos.

Una propiedad muy importante en los edificios para reducir la amplificación del movimiento del terreno, es el amortiguamiento. Los edificios modernos debido al tipo de material y a la conexión en sus elementos, presentan un amortiguamiento relativamente bajo. Sin embargo, para limitar la amplificación de la vibración sísmica, cuentan principalmente con su capacidad de mantener la resistencia ante grandes deformaciones. A esta capacidad se le conoce como ductilidad. Los edificios antiguos, suelen tener poca ductilidad, presentando comportamiento frágil, fallando de manera rápida al alcanzar su capacidad resistente a deformaciones laterales. Sin embargo cuentan con un amortiguamiento mayor comparado con los edificios modernos.

#### **II.4.2. Comportamiento y modos de falla en estas estructuras.**

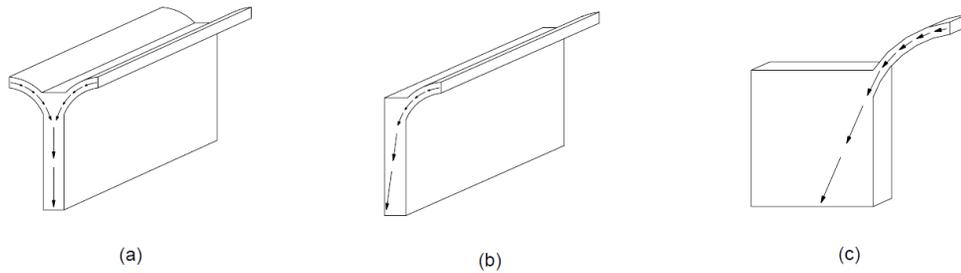
Los edificios históricos son en su mayoría muy pesados, lo cual genera fuerzas de inercia elevadas, ya que se derivan del producto de la masa por la aceleración. También estos edificios son muy rígidos, lo que hace que la frecuencia fundamental de vibrar, que es típicamente entre 0.1 y 0.4Hz, se encuentre en el intervalo donde se ubican las frecuencias dominantes de los sismos de epicentros cercanos, (Meli, 1998).

Un inconveniente muy grande que presenta la mampostería, es su incapacidad de transmitir fuerzas de tensión y momentos flexionantes entre sus elementos estructurales debido a las características de sus uniones que actúan comúnmente como apoyos simples. Esto impide una canalización adecuada de las fuerzas de inercia que se generan en los sismos.

Gracias a la existencia de abundantes muros de gran espesor y de contrafuertes en las dos direcciones, muchos edificios de este tipo, han soportado exitosamente fuertes sismos a lo largo de los siglos.

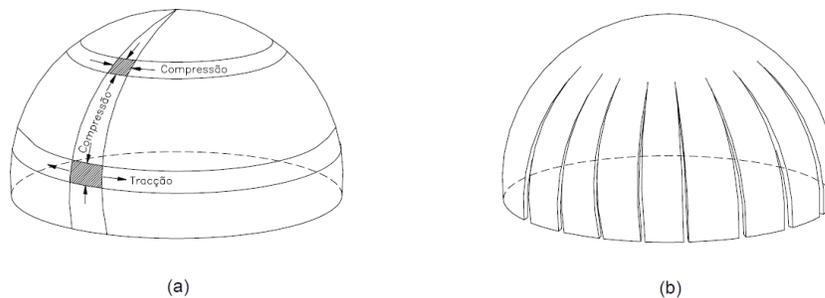
Es común que los muros de una edificación de mampostería, fallen debido al movimiento perpendicular a su plano. Las paredes laterales reciben el peso de la techumbre (Figura\_\_\_). En un sismo, las fuerzas de inercia que se generan por la masa considerable de la bóveda y las que se producen por el peso mismo del muro, producen empujes normales al plano del muro. Debido a que en sus uniones no se presentan restricciones significativas, los elementos pueden separarse fácilmente volteándose hacia afuera. Ahora, si el movimiento del muro

no es suficiente para producir su volteo, sí se puede generar inestabilidad de la bóveda, la cual puede llegar al colapso.



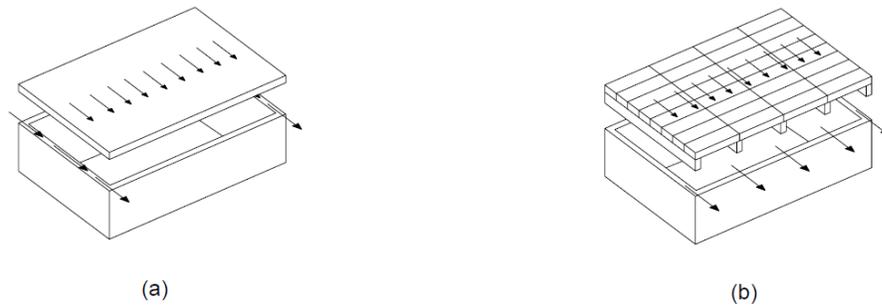
**Figura 2.5. Fuerzas actuantes en los muros**

Semejante al tipo de falla de las bóvedas es el de las cúpulas (Figura\_\_\_). Otra problemática particular de éstas, es la posibilidad de vibrar verticalmente. El peso de estas estructuras genera fuerzas de inercia elevadas que deben ser transmitidas a los apoyos generalmente a través de elementos de transición como arcos y pechinas. Estas fuerzas verticales generan fuerzas cortantes en las pechinas y tambor, que pueden ser causales de falla por corte.

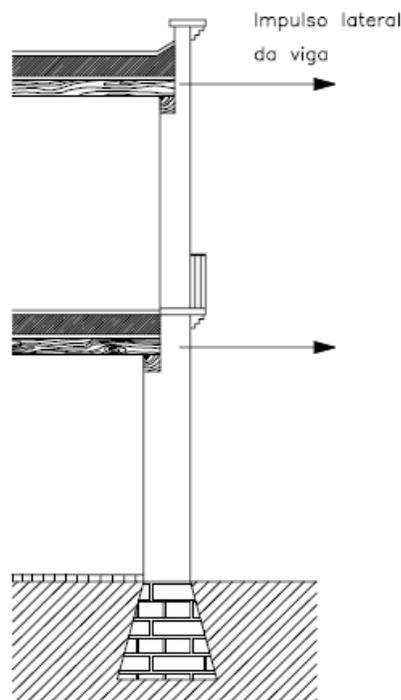


**Figura 2.6 a) Esfuerzos en una cúpula, b) Esquema de falla en cúpulas**

Una situación semejante de volteo en los muros, se da en los sistemas de techo y/o entrepiso de vigas paralelas (Figura\_\_\_). La fuerza de inercia que se genera se transmite a los muros a través de las vigas de soporte las cuales están apoyadas simplemente. El empuje producido tiende a voltear los muros (Figura\_\_\_). La existencia de contrafuertes externos es la solución más efectiva para este tipo de problema siempre y cuando estos tengan la altura total del muro.



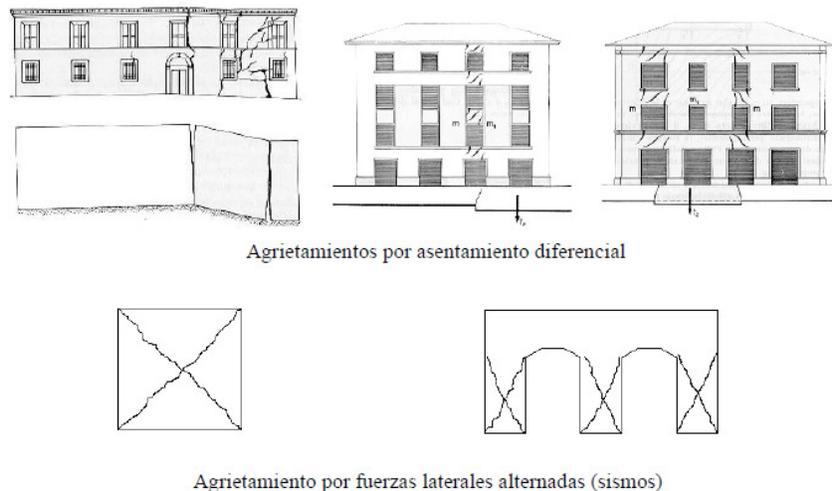
**Figura 2.7. Comportamiento sísmico de diferentes tipos de piso**



**Figura 2.8. Flexión en los muros de la fachada de una construcción**

Las torres esbeltas, las columnas y los muros aislados sin soporte son elementos muy vulnerables a fallas por flexión y posible volteo. Aunque existe una situación que favorece la disipación de energía que amortigua la vibración en este tipo de elementos. Al vibrar en flexión y separarse las juntas entre las piedras o agrietarse horizontalmente la mampostería, se presenta un proceso de sucesiva apertura y cierre de grietas así como en ocasiones deslizamiento horizontal y rotación en planta de los bloques, amortiguando significativamente los efectos flexionantes.

La falla por cortante en el plano de las paredes o en las columnas que se agrietan en forma diagonal es también típica (Figura \_\_\_), pero menos frecuente que la falla por flexión (Meli, 1998). La relativa abundancia de muros con grandes espesores en ambas direcciones, proporcionan una resistencia apreciable ante este tipo de problema. La situación más crítica se da cuando los muros presentan grandes aberturas como en las torres de campanarios; también es causa de falla la condición de columnas cortas que se forman en los tramos de arranque de cubiertas de distinta altura.



**Figura 2.9. Falla por hundimientos y por cortantes (sismos). (Fuente: Martínez)**

### **II.4.3. Procedimientos para la evaluación de la seguridad sísmica.**

Existen varios métodos de análisis que de manera particular nos definen las acciones que el movimiento del terreno induce en la estructura.

Los métodos de tipo estático, cuantifican el efecto del sismo por medio de un coeficiente de cortante basal, llamado comúnmente coeficiente sísmico, el cual define qué fracción del peso total del edificio debe considerarse como fuerza lateral aplicada a la estructura. (Meli, 1998)

Las normas de construcción incluyen procedimientos detallados para la obtención de este coeficiente sísmico que corresponde a cada caso, quedando en función de la región sísmica, tipo de suelo, periodo fundamental de vibración de la estructura, ductilidad y amortiguamiento que se dispone. El problema es que los valores de estas normas fueron calibrados para edificios modernos y existe

muchas veces la tentación de emplearlas para el caso de estudio de edificios históricos. Sin embargo valores determinados así pueden servir como referencia.

Los métodos más simplificados para este tipo de análisis, normalmente no pueden evaluar todos los modos de falla que pueden ser críticos y su empleo puede llevar a resultados poco representativos de la realidad.

Existen análisis más refinados donde la descripción de la acción sísmica es más completa. Consiste generalmente en un espectro de diseño, el cual define valores de la acción sísmica en función del periodo de vibrar de la estructura. Una representación más completa es una historia de aceleraciones en el tiempo, la cual puede derivarse de registros instrumentales obtenidos en sismos severos para condiciones semejantes a las del sitio en estudio.

Un procedimiento ampliamente usado como ya se mencionó es el llamado método simplificado de diseño sísmico, en el cual se determina la fuerza lateral total que hay que aplicar a la estructura como producto del coeficiente sísmico y el peso de la misma. Los resultados de este método deben usarse con precauciones debido a las limitantes en su aplicación en estructuras de mampostería de edificios históricos. En primer lugar porque se relaciona solo con la seguridad ante falla por esfuerzo cortante y no cubre la falla por flexión normal al plano de los muros que como se ha visto, suele ser crítica; tampoco abarca los diversos tipos de falla local. Aún para la propia falla por cortante, se ha visto que los sistemas de piso y techo de estos edificios, generalmente no son capaces de transmitir las cargas a todo el conjunto de elementos verticales resistentes, sino que pueden agrietarse por tensión y ejercer sus fuerzas de inercia solo sobre los muros que los soportan directamente. Por estos motivos el método simplificado no es muy recomendado.

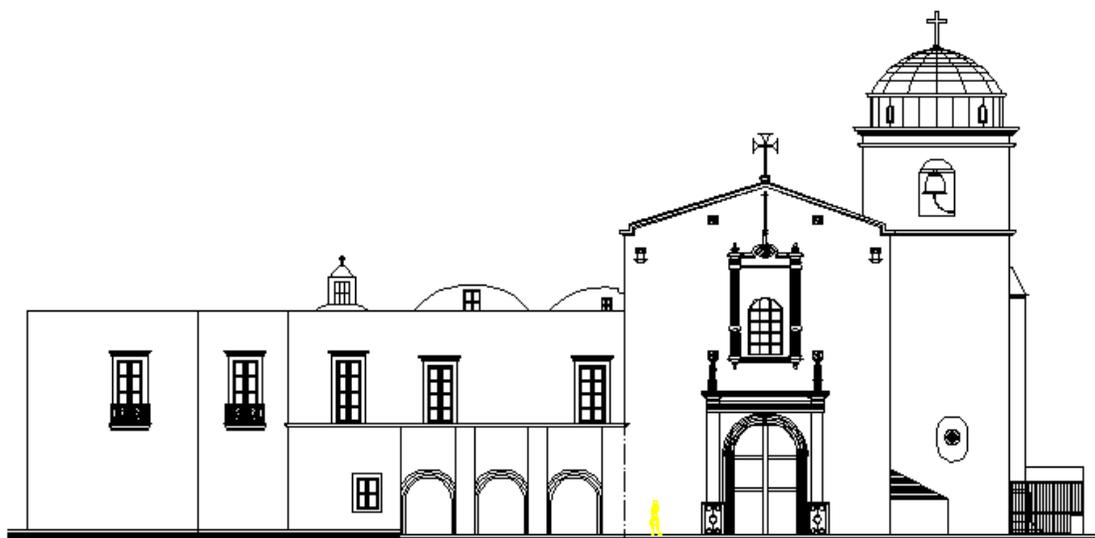
Debido a la complejidad de estos sistemas estructurales, se hace necesaria para este fin la construcción de modelos numéricos más refinados que llevan al empleo de los elementos finitos. Para la solución de los mismos conviene recurrir a métodos de análisis dinámico, sea de tipo modal espectral o de tipo paso a paso.

A pesar de que estos modelos son muy refinados, tienen la limitante de no poder representar el comportamiento no lineal de la mampostería y, especialmente, el agrietamiento por esfuerzos de tensión con la consiguiente falta de continuidad en algunos de los elementos estructurales. Por todo esto, habrá que construirse el modelo teniendo el cuidado de identificar las partes de la estructura que pueden ser capaces de responder como un conjunto continuo para obtener resultados que sean útiles en el caso de análisis de este tipo.

## II.5. DESCRIPCIÓN BREVE DE LA ARQUITECTURA DEL EDIFICIO

Para describir las características geométricas principales del edificio, se tomó como fuente la información de archivo presentada por Secretaría de Cultura de Gobierno del Estado de Michoacán referente a la tipología conventual agustina.

Una característica importante de los conventos de esta época, es la de poseer Iglesias de una sola nave, misma que se distingue por ser sencilla de orientación oriente poniente. La estructura es bastante simple, de gran altura y presenta ciertos elementos góticos. Ventana en la portada para la iluminación del coro y dos ventanas en la parte alta de los muros laterales o formeros.(Figuras\_\_\_\_)



*Figura 2.10. Portada frontal de la nave y conjunto conventual.*

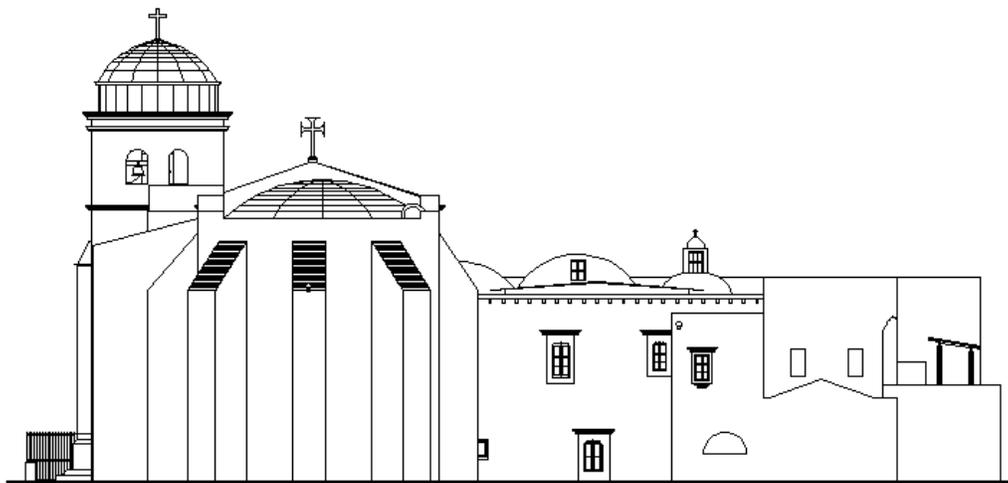


**Figura 2.11. Corte transversal del edificio. Se aprecian arbotantes, nave, bóvedas de entrepiso y azotea del claustro central.**



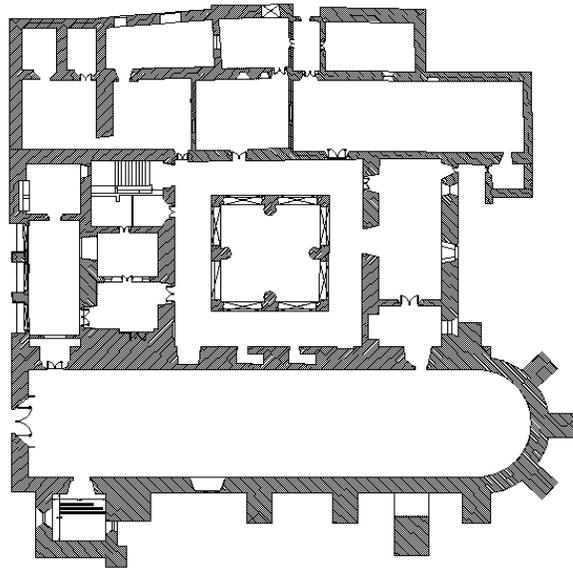
**Figura 2.12. Fachada sur del templo. Se aprecian principalmente contrafuertes y almenas propias del estilo en estas edificaciones.**

El volumen del edificio se distingue por elementos contrafuertes rectangulares de gran volumen y por la colocación de almenas dándole un aire de fortaleza, muy común en este tipo de edificaciones. (Figuras\_\_\_\_\_)



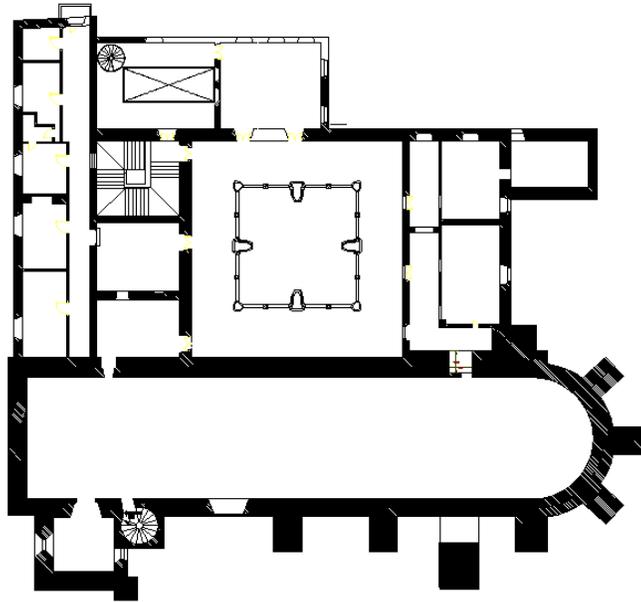
**Figura 2.13. Se observa la zona absidal en forma de medio círculo en el extremo oriente de la nave.**

Las accesorias de planta baja de conventos agustinos se componían de espacios como: general de estudios, despensa, refectorio, cocina y “sala de profundis”. Cabe mencionar la existencia de bóvedas de cañón corrido en el entrepiso ubicadas en el portal de peregrinos o pórtico de acceso en la actualidad, también en lo que era la bodega, en la sacristía y en la capilla y desde luego en los deambulatorios del claustro bajo, en el cual también se pueden apreciar bóvedas de arista en las esquinas (ver figura \_\_\_\_).

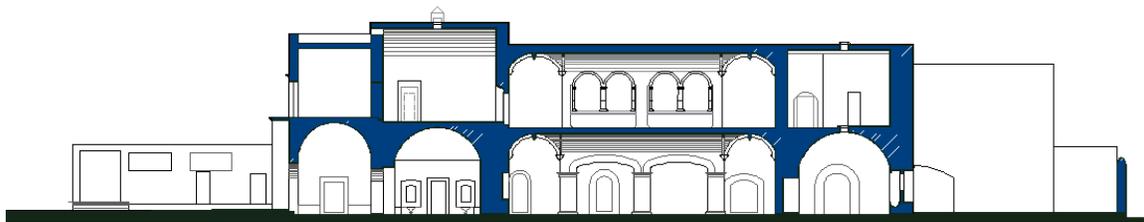


**Figura 2.14. Planta baja del conjunto conventual y nave.**

En la planta alta se ubican los pasillos colectores que ayudaban a distribuir en la antigüedad las celdas del convento. En el claustro se aprecian también las bóvedas de cañón corrido y de arista en las esquinas. Del mismo modo en la sala parroquial y en el antecoro existen bóvedas de cañón corrido y una bóveda de arista en la azotea de las escaleras. (Ver Figuras \_\_\_\_)



**Figura 2.15. Planta alta del edificio.**



**Figura 2.16. Corte transversal. Se aprecian bóvedas de cañón corrido en ambas plantas del edificio.**

La edificación se encuentra en el Estado de Michoacán de Ocampo en el municipio de Copándaro de Galeana. El templo se ubicó en la parte más alta del poblado siendo así el elemento que sirvió como punto de partida para su conformación urbana. El edificio ha sido objeto de varias intervenciones a lo largo de su existencia, trabajos de restauración y conservación, así como adosamiento de espacios. Desafortunadamente más que contribuir a la conservación del inmueble, algunos de ellos han sido perjudiciales para su deterioro y daño estructural.

### **II.5.1. Cronología de construcción, intervenciones y conservación del conjunto conventual.**

A continuación se mencionan algunos de algunos de los acontecimientos constructivos más relevantes en la vida del edificio.

**1560-1567** Edificación del templo y el monasterio por Fr. Gerónimo de la Magdalena. Este incluía un claustro central y diez a doce celdas. Se construyó además la torre, los altares, el cementerio y la sacristía.

Finales del siglo XVII y principios del XVIII, se construyen tres retablos del “barroco primitivo”.

**1727-1733** Se construye en el monasterio la celda provincialicia.

**1932** Se construyen tres contrafuertes de 2.90m x 1.95m x 14.40m en el exterior del templo parroquial con objeto de frenar el deterioro y mal estado en que se encuentran las bóvedas. Se contó con el respaldo de cálculos y proyecto para efectuados por el Ing. A. Urapilleta

**1940** Se procede a efectuar los trabajos de restauración los cuales consisten en:

- Unir los contrafuertes separados de los gruesos muros de la nave consultando una opinión técnica
- Reparar techos hundidos.

**1957** Reforzamiento de contrafuertes con objeto de estabilizar el empuje ocasionado por la bóveda sobre el muro del templo.

**1963** Se efectúan una serie de cambios en el edificio:

- En el muro izquierdo de la nave del templo se añade el cuarto que sirve de bautisterio.
- Para este tiempo gran parte del convento se encontraba en ruinas, por lo que la comunidad se da a la tarea de reconstruir las partes más dañadas. Desafortunadamente la reconstrucción se efectuó con base en materiales ajenos a la naturaleza del edificio como concreto armado y ladrillo.

**1983** Producto del gran deterioro que presenta la nave, es intervenido tomando en cuenta las propuestas presentadas por la Secretaría de Desarrollo Urbano y Ecología (SEDUE) y el Instituto Nacional de

Antropología e Historia (INAH). La restauración se hizo con la colaboración de los habitantes del lugar quienes contrataron albañiles y compraron varilla, cal, cemento y yeso. El templo estuvo cerrado al culto aproximadamente cuatro años.

## Capítulo III

# CONSTRUCCION Y ANÁLISIS DEL MODELO NUMÉRICO

### III.1. CONSTRUCCIÓN DE LA GEOMETRIA DEL MODELO

En el presente capítulo se hará la descripción detallada de la construcción del modelo de elementos finitos que servirá para la simulación de la respuesta del edificio en estudio. Debe recalcar que el modelo se integra no solamente de la malla, sino que éste incluye la definición del tipo de elemento finito por usar, los modelos de comportamiento material –elásticos e inelásticos-, la definición de las condiciones límites esenciales –es decir, los apoyos o restricciones para evitar movimientos de cuerpo rígido – y el conjunto de solicitaciones aplicadas. Una segunda fase que, no obstante, afecta al modelo, es la selección del tipo de análisis numérico que se realizará para cada escenario de carga.

En términos generales, se pretende modelar el daño actual en la edificación partiendo de una hipótesis fuerte, que es el asociar el daño a los hundimientos causados por la alta deformabilidad del suelo. Se considera que los posibles sismos que se hayan presentado durante la vida de la edificación solo han afectado de forma secundaria la propagación de dicho daño. Para esto, inicialmente se modelará la geometría de la edificación sin considerar las deformaciones que se observan actualmente. A partir de esta configuración inicial, se simularán los efectos de consolidación del suelo aplicando diversos desplazamientos impuestos en diferentes puntos bajo la estructura. El análisis será de tipo cuasi-estático, empleando modelos de comportamiento material elásticos e inelásticos basados en Mecánica del Daño Continuo. Con base en dicha simulación, se obtendrá una configuración deformada que, en el caso no lineal, incluirá la distribución del daño, la cual deberá ser similar a las zonas agrietadas observadas actualmente en la edificación.

Se creó una geometría tridimensional representativa del edificio buscando la simplificación de los elementos estructurales sin descuidar que dicha geometría reprodujera de manera fiel el comportamiento de cada elemento.

Para ello se empleó la información de archivo facilitada por Gobierno del Estado de Michoacán por medio de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo referente a antecedentes históricos y técnicos y el trabajo de tesis de la arq. Gauri I. García M. Dicho material incluye planos arquitectónicos, plantas, fachadas, cortes y alzados, planos 3D de conjunto conventual y de la nave principal, así como documentación fotográfica del edificio.

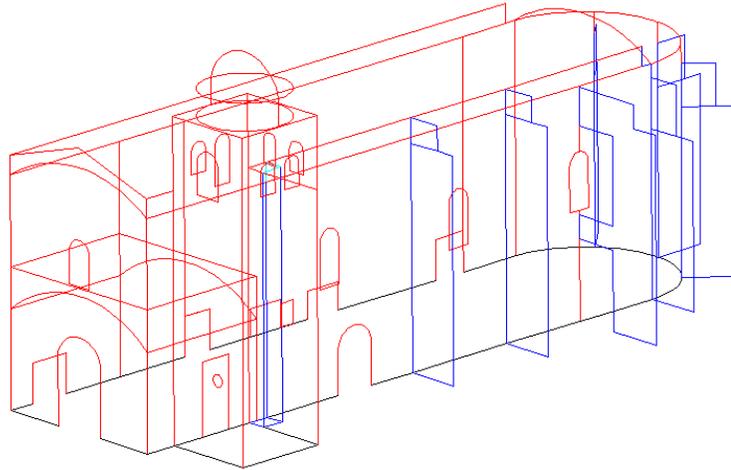
Para la generación de la geometría, se consideraron en su mayoría los huecos de puertas y ventanas, en especial las de mayores dimensiones que no se pueden despreciar por ser condicionantes para la rigidez de la estructura. Se despreciaron algunos elementos como muros divisorios que por sus dimensiones no se consideraron relevantes.

Se decidió elaborar una malla simplificada en lugar de una muy refinada, por lo que se emplearon elementos cascarón de tipo triangular en toda la geometría de la estructura a excepción de las columnas para las cuales se emplearon elementos viga. (ver apartado III. \_\_\_ referente al mallado). El mallado total que se construyó desde un inicio incluye tanto al templo como al monasterio, pero debido a que la cantidad de grados de libertad asociados rebasa la capacidad de cálculo del equipo de cómputo disponible, se decidió en una primera etapa analizar únicamente la nave principal del monasterio, quedando pendiente para trabajos futuros el análisis del conjunto.

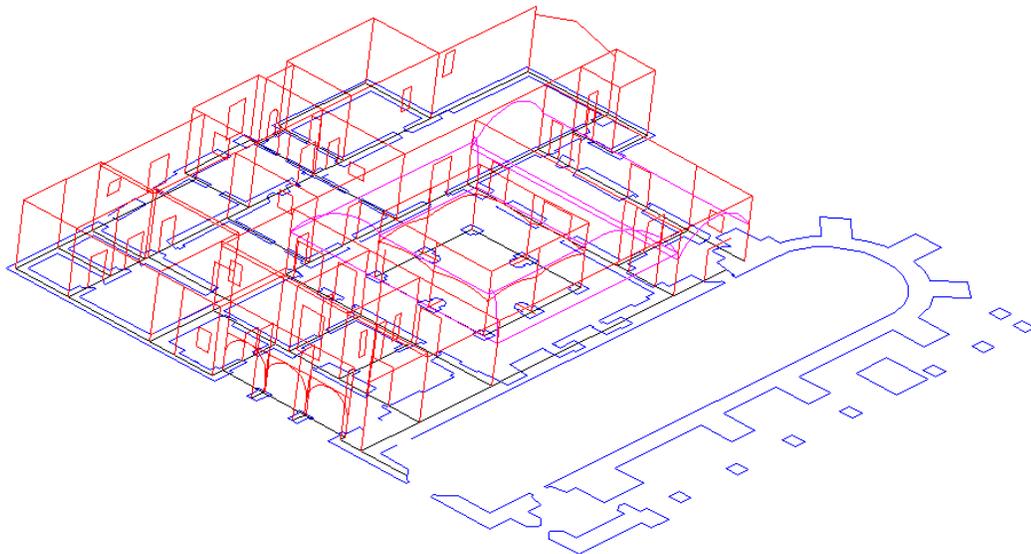
Los programas que se emplearon para la generación de la geometría del modelo fueron AUTOCAD, GID, y SALOME-MECA. También se empleó el programa GMSH en la construcción de modelos sencillos para validación.

Para la obtención de la geometría se siguieron los pasos que se describen a continuación:

- 1.- En AUTOCAD se efectuó un alzado en 3D a base de líneas y puntos siguiendo el eje central de cada elemento estructural (ver figuras \_\_\_). Posteriormente se guardó el archivo con extensión “dxf.”

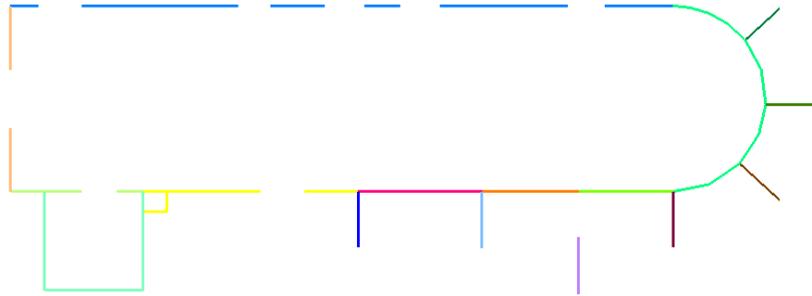


**Figura 3.1. Alzado de la nave a base de líneas.**

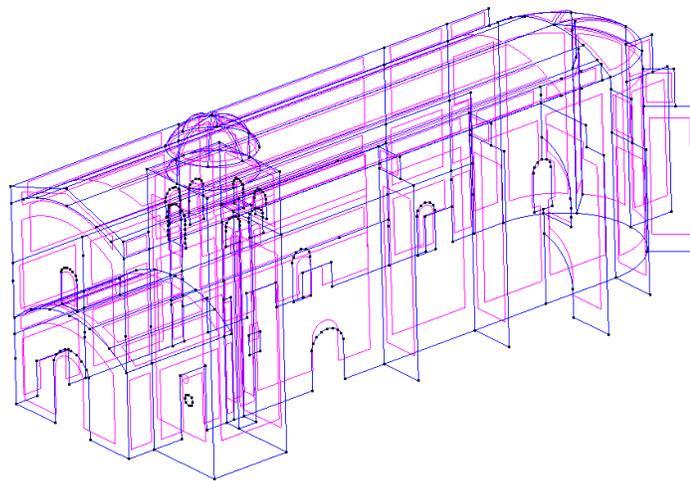


**Figura 3.2. Alzado de primer nivel del área del convento.**

2.- Posteriormente se importó desde GiD el archivo “dxf.” para generar superficies y mallado (ver figuras\_\_\_\_). Se tuvo que crear una malla en la base (figuras\_\_\_\_) creada con elementos lineales para que por medio de ésta se impusieran posteriormente las condiciones límite. Una vez obtenida la geometría y malla, el archivo se exporta con extensión “unv.”



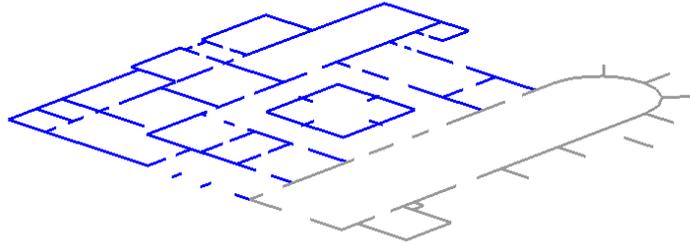
**Figura 3.3. Generación de la base de la nave por medio de elementos lineales.**



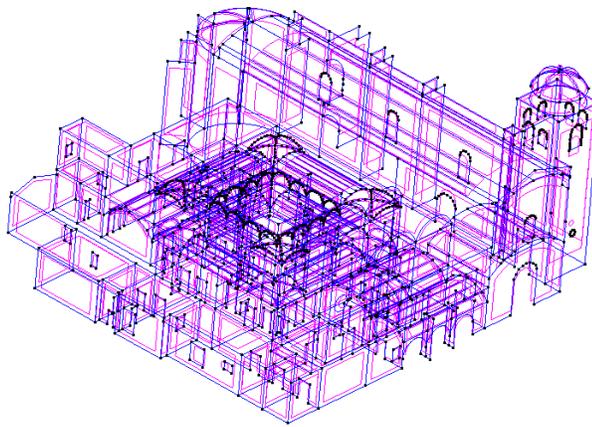
**Figura 3.4. Generación de superficies en cada elemento estructural del templo.**



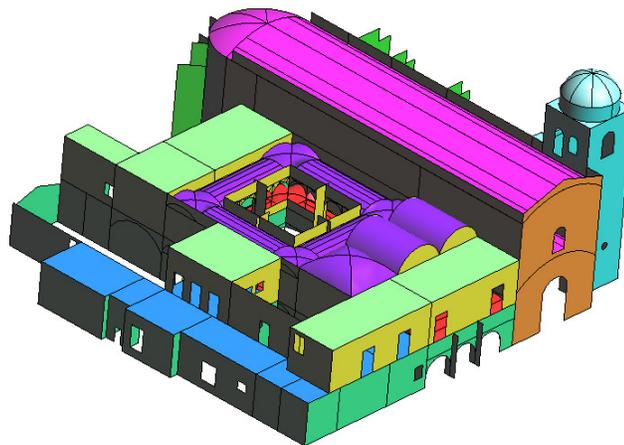
Fig. \_\_ Generación de superficies. Cada color simboliza el diferente grupo físico que poseerá sus propias características geométricas y mecánicas.



**Figura 3.5. Generación del grupo físico “base” de la edificación completa.**



**Figura 3.6. Superficies creadas para el modelo global. Incluye, muros, losas, bóvedas, cúpulas, contrafuertes, arbotantes y columnas.**



**Figura 3.7. Generación de superficies del modelo global.**

3.- Posteriormente en el programa SALOME-MECA se importa el archivo “unv.” y se exporta desde aquí con extensión “MED.” De este modo funciona como interface entre GID (mallado) y el programa de análisis CODE ASTER.

## III.2. MATERIALES

El material principal con el que se construyó el edificio, es mampostería de piedra caliza junteada con mortero de cal y arena. En gran parte del edificio, esta mampostería es muy irregular, es decir, la piedra empleada varía en su tamaño y su traslape no es muy adecuado, por lo que se puede deducir de modo cualitativo que su resistencia es muy deficiente, aunado a que este material regional, tiende a degradarse bastante con el paso del tiempo. Comparado con el trabajo de construcción realizado en otros templos de la región y de la época, la calidad del trabajo es inferior y muy probablemente esto sea la causa de muchas de las grietas visibles.

El caso de los contrafuertes es diferente ya que estos fueron construidos con piedra más regular en su tamaño y mejor traslapada. Sin embargo para efectos de simplificación, se consideran las mismas propiedades para toda la mampostería de piedra del edificio. Esta decisión fue tomada debido a que no se tienen pruebas experimentales que designen la diferencia en propiedades respecto a las diferentes mamposterías.

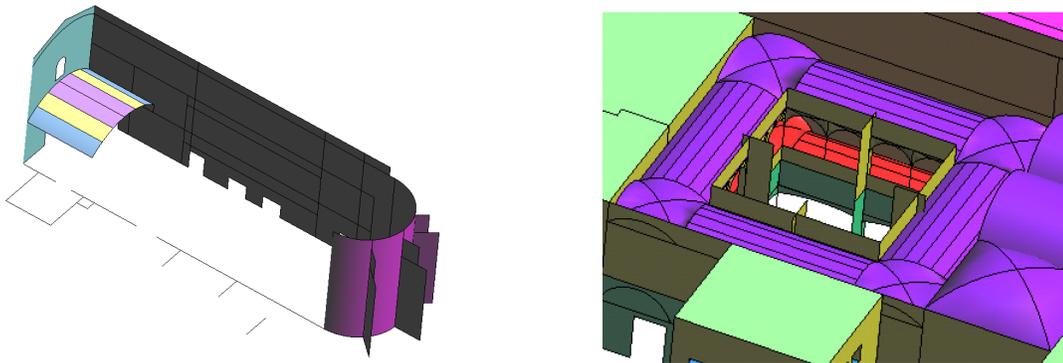
Para designar tentativamente las propiedades de los materiales fueron consultadas diferentes fuentes en la literatura, entre ellos los valores propuestos por Luna, 1997, en su trabajo de tesis de licenciatura, así como los propuestos por Meli, 1998, para propiedades de mampostería histórica de baja calidad y los empleados por Martínez, *et al* 2009, en el estudio estructural de un edificio histórico en la ciudad de Morelia, Michoacán. Posteriormente estas propiedades fueron ajustadas en la etapa de calibración del modelo. (Apartado III.9)

Las bóvedas de cañón corrido fueron construidas a base de mampostería, por lo que sus propiedades mecánicas se consideraron igual a la de los muros. Los rellenos se consideraron de material ligero de nula resistencia que por lo tanto solo contribuyen a la masa sin aportar rigidez lateral.

### III.2.1. RELLENOS

En este tipo de edificación, el uso de rellenos para la nivelación de pisos interiores era una práctica común, los cuales no tienen ningún fin estructural y sin embargo, si representan una masa adicional que si bien, por una parte, constituyen una carga gravitacional adicional, por la otra pueden favorecer a la estabilidad de algunos elementos estructurales.

El criterio tomado para modelar los rellenos en las bóvedas fue el siguiente. Las bóvedas de cañón corrido de la nave (entrepiso) y las del convento fueron divididas en franjas longitudinales como se muestra en la figura\_\_\_.

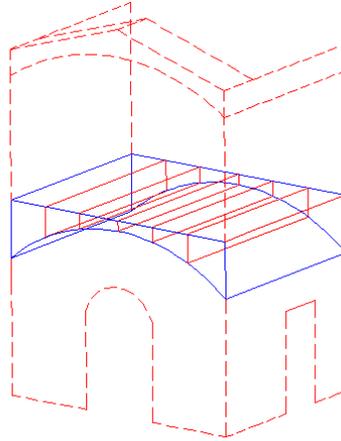


a)

b)

**Figura 3.8. a) División de bóveda de entrepiso en el coro, b) franjas de bóvedas de azotea en claustro central.**

Cada franja sería incrementada en su densidad proporcionalmente de acuerdo al volumen tributario correspondiente de relleno por metro lineal. Esto se ejemplifica mejor en la figura\_\_\_.



**Figura 3.9. Esquema de bóveda de entrepiso del templo con sus volúmenes tributarios correspondientes.**

### III.3. CORRECCIÓN DE ESPESORES EN MUROS

En este tipo de modelos desarrollados con elementos cascarón/placa para mampostería antigua, es muy importante tener en cuenta la rigidez lateral aportada por los espesores de los muros transversales. Para ello, se efectúa una corrección en los espesores (Mourão, Lourenço, Relatório 99-DEC/E-6) para obtener mejores resultados en el análisis.

El empleo de esta técnica pretende mejorar el comportamiento estructural principalmente ante acciones horizontales. De esta forma los esfuerzos calculados son más correctos.

El procedimiento consiste en modelar un panel de muro en planta como una barra de rigidez infinita unida a dos apoyos (muros) con rigidez de muro del medio de su espesor. (ver Figura \_\_\_) De aquí se determina el espesor equivalente de modo que la rigidez a flexión de la barra (muro) de espesor constante sea igual a la rigidez de la barra (muro) con apoyos rígidos en sus extremos.



**Figura 3.10. Diagrama simplificado de muro de inercia variable.**

$L_e$  y  $L_d$  son las longitudes de los espesores medios de los muros transversales en los extremos del panel de longitud  $L$ .

La condición a satisfacer es la siguiente:

$$K_{flexión\ equiv} = \frac{4EI'}{L_{total}}$$

$$K_{flexión} = \frac{6EI}{L^2} L_{e,d} + \frac{12EI}{L^3} L_{e,d}^2 + \frac{4EI}{L} + \frac{6EI}{L^2} L_{e,d}$$

$$K_{flexión\ equiv} = K_{flexión}$$

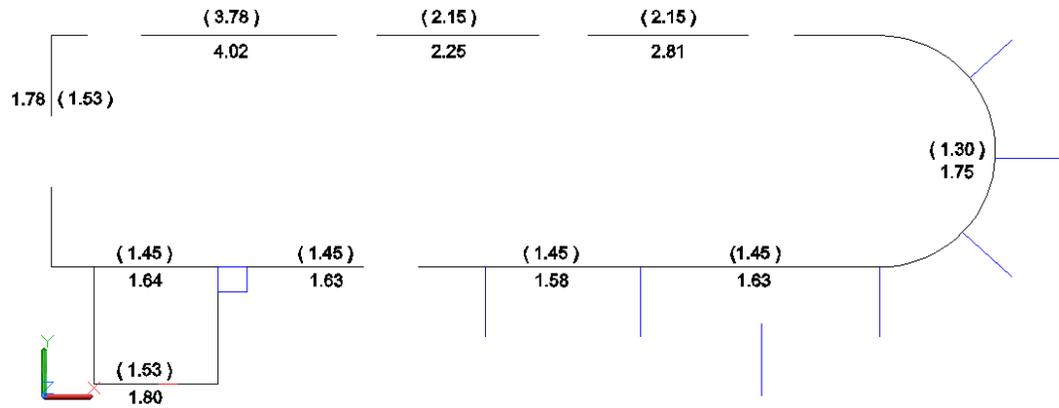
Donde:

- $I$  es el momento de inercia de la sección de la barra del claro medio
- $L$  la longitud de la barra de menor espesor correspondiente a la zona del claro medio
- $L_e, L_d$  longitudes de los espesores de las barras correspondiente a la zona de los apoyos

Cuando  $L_e$  y  $L_d$  sean diferentes, la rigidez a flexión de la barra (muro) se tomará como la media de ambos valores.

De la relación de igualdad entre ambas rigideces, se obtiene el valor de inercia equivalente  $I'$  para posteriormente obtener el espesor equivalente de muro.

EN la Figura \_\_\_\_ se muestran en planta los espesores reales de los muros (entre paréntesis) y los espesores equivalentes. Estos valores también se encuentran representados en la Tabla \_\_\_\_.



**Figura 3.11. Espesores reales y equivalentes de los muros.**

Tabla\_\_ Espesores reales y equivalentes de los muros

ESPESTORES REALES	ESPESTORES EQUIVALENTES
1.45	1.63
1.45	1.58
1.45	1.63
1.30	1.75
2.15	2.81
2.15	2.25
3.78	4.02
1.78	1.78
1.45	1.64
1.53	1.80

### III.4. MALLADO

#### III.4.1 Justificación del empleo de elementos cascarón/placa en el modelo global.

En la mayoría de las simulaciones de este tipo de edificación reportadas en la bibliografía, se han utilizado comúnmente elementos finitos de tipo sólido, los cuales son bastantes rígidos desde un punto de vista numérico, lo cual concuerda con la noción que se tiene de la mampostería de piedra en general. Sin embargo, el uso de dichos elementos conduce a un mayor uso de la memoria de cómputo por la enorme cantidad de grados de libertad generados. Por otra parte, se ha observado que en muchas ocasiones algunos modeladores se concentran más en reproducir hasta el más mínimo detalle, la geometría de la estructura, que en encontrar la respuesta de la estructura con la mejor aproximación numérica posible, desvirtuando el objeto original de la simulación. En trabajos recientes se han analizado estructuras históricas similares empleando macro-elementos simples unidos por macro-elementos de interfaz: los primeros representan grandes zonas rígidas interconectadas por zonas intermedias de muy poco espesor, por donde generalmente se propagan las grietas mayores. De estas experiencias surgió la idea de emplear elementos planos tipo cascarón para reducir el costo de cálculo.

Para justificar el uso de elementos cascarón/placa en la construcción del modelo global, se crearon dos modelos idénticos de un muro de 4.0m de base y 6.0m de altura con 1.70m de espesor.

Uno de los modelos fue construido a base de elementos sólidos tridimensionales (tetraedros) y el otro más sencillo con elementos cascarón (triangulares). Los elementos sólidos 3D empleados son para un estado de esfuerzos tridimensional mientras que los cascarón para el caso de esfuerzos planos. (Ver figura \_\_\_) (Mallas de ambas geometrías)

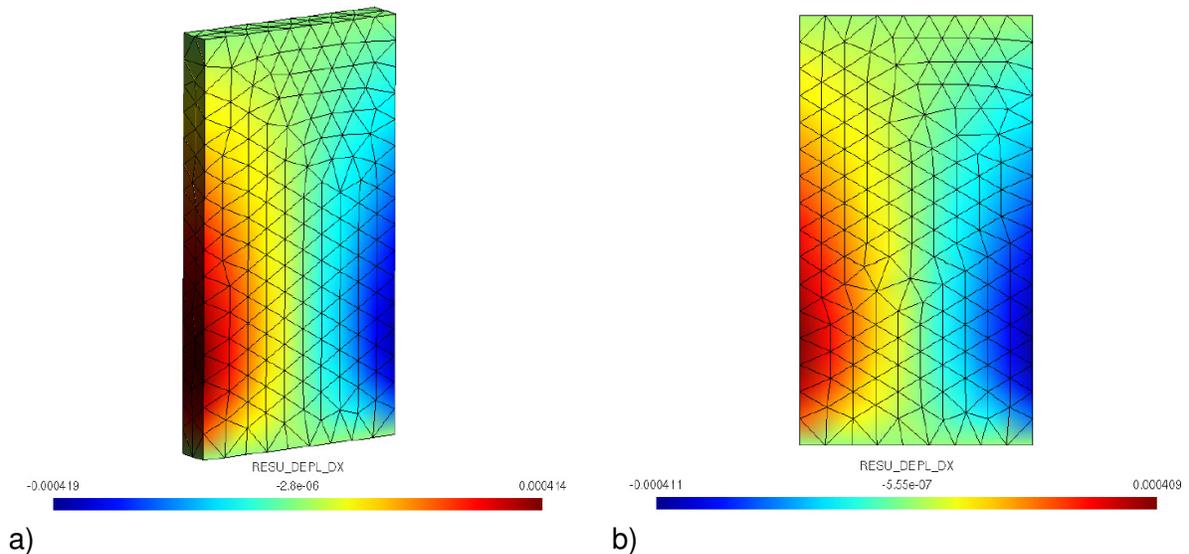
Las propiedades mecánicas asignadas a ambos modelos fueron las siguientes: módulo de elasticidad  $E= 5000kg/cm^2$ , la densidad del material  $\rho= 1600kg/m^3$  y el módulo de Poisson  $\mu= 0.2$ . A los elementos cascarón se les atribuyó un espesor de 1.70m

### III.4.1.1 Condiciones de contorno y análisis estructural

Se consideró empotramiento en la base en ambos modelos y se sometieron a la acción de peso propio. Posteriormente los resultados de los análisis en ambos modelos fueron comparados, tanto las deformaciones como el estado de esfuerzos.

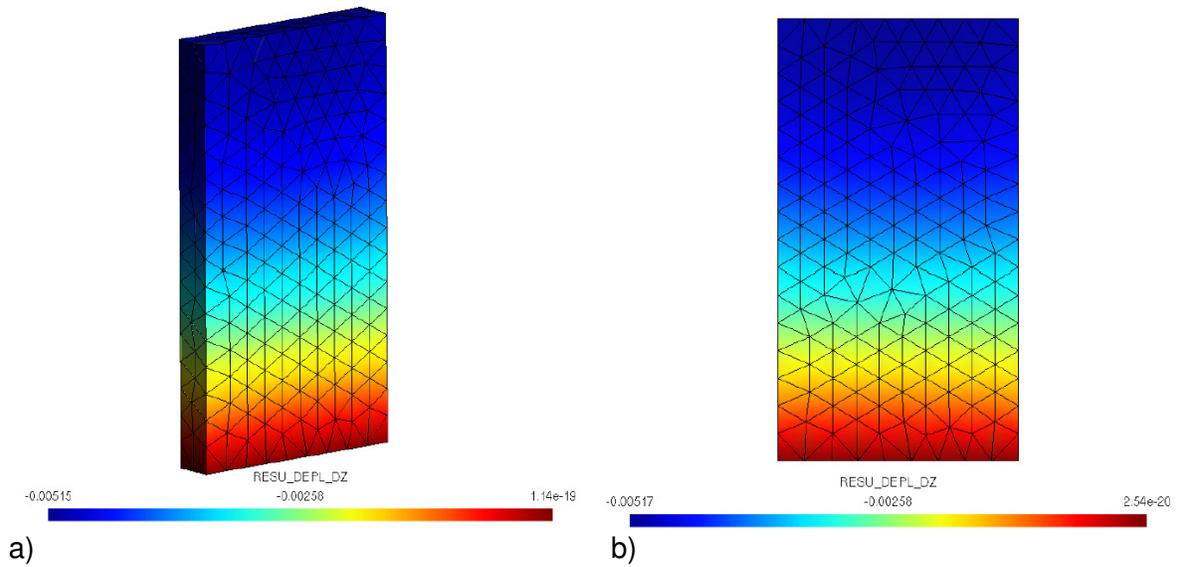
En primer lugar se hizo la comparación del estado de deformaciones (figura\_\_\_) obtenidas con el comando EPSI\_ELNO\_DEPL obteniendo lo siguiente:

La configuración deformada en el eje de las “x” para ambos modelos es la misma y va de 0.0004 a -0.0004m, por lo que numérica y visualmente es la misma.



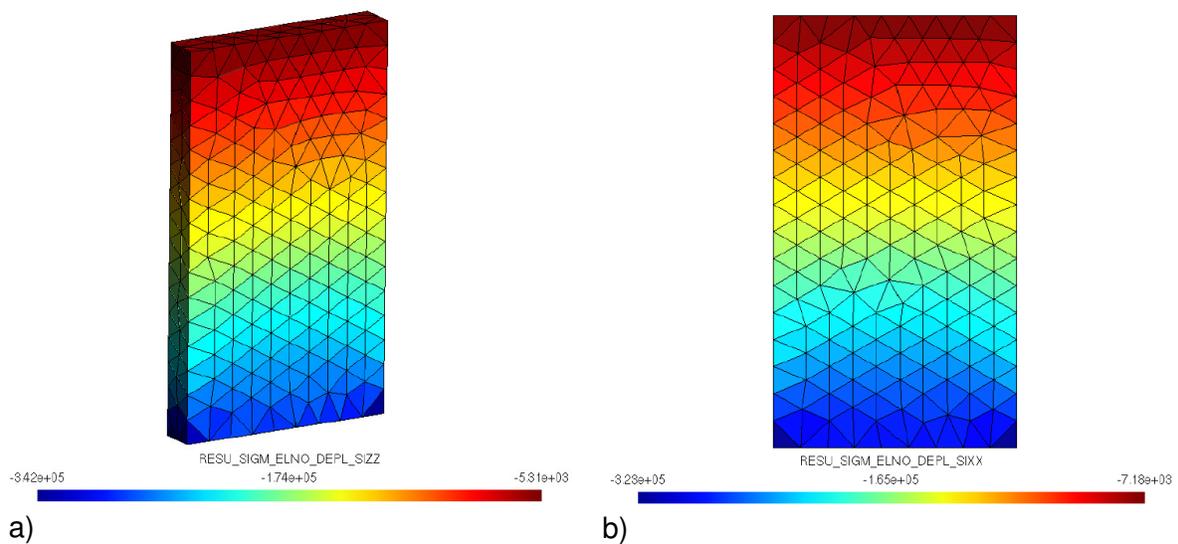
**Figura 3.12. a) Diagrama de deformaciones en el eje de las “x” del modelo de sólidos 3D, b) Diagrama de deformaciones en el eje de las “x” del modelo cascarón.**

Del mismo modo, las deformaciones en el sentido de las “y” van de  $2.54 \times 10^{-20}$  a -0.000517 para ambos modelos, por lo que numéricamente son iguales y visualmente las configuraciones de la distribución deformada son las mismas.



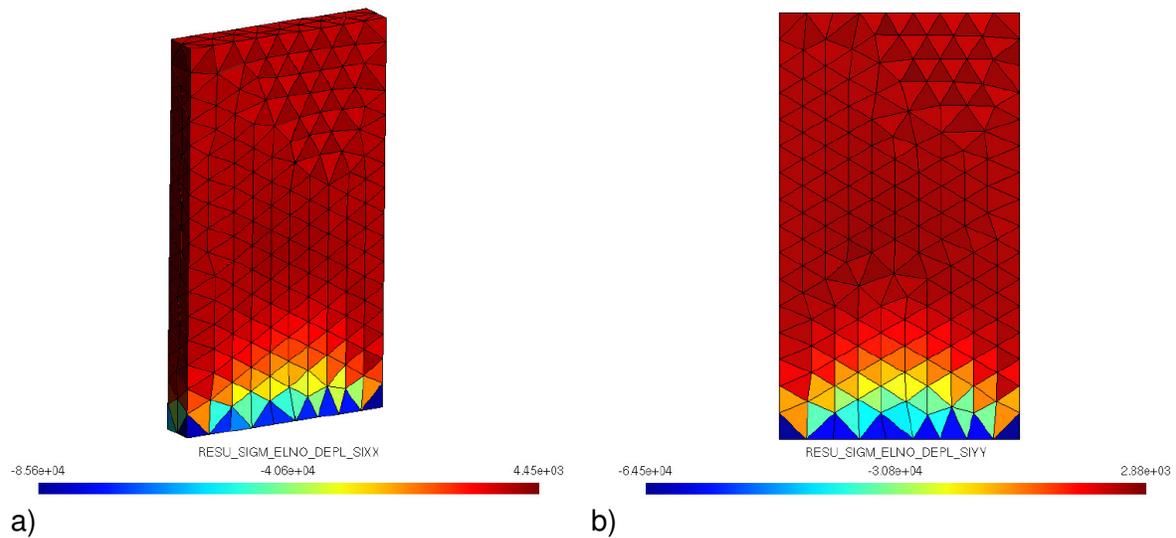
**Figura 3.13. a) Diagrama de deformaciones en el eje de las “y” del modelo de sólidos 3D, b) Diagrama de deformaciones en el eje de las “y” del modelo cascarón.**

Posteriormente se compararon los esfuerzos normales obtenidos en ambos modelos (figura\_\_\_) por medio del comando SIGM\_ELNO\_SIXX para el modelo cascarón y SIGM\_ELNO\_SIZZ para los elementos sólidos 3D. Varían entre ellos los ejes de referencia y aunque los valores máximos en el cascarón son más altos, andan en el orden. Además, visualmente las configuraciones de la distribución de esfuerzos son similares.



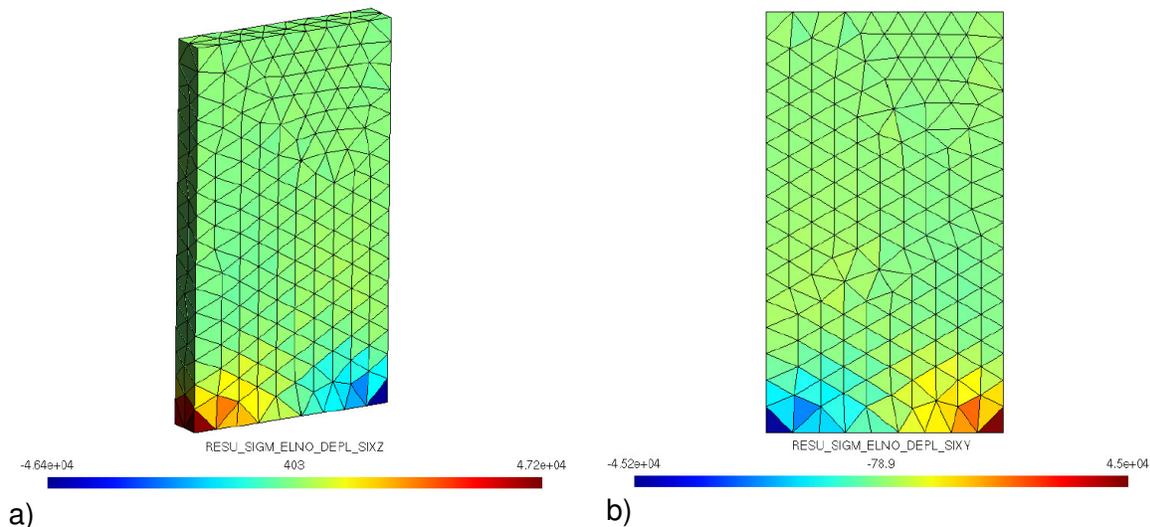
**Figura 3.14. a) Diagrama de esfuerzos en el sentido longitudinal, modelo sólidos 3D, b) Diagrama de esfuerzos en el sentido longitudinal, modelo cascarón.**

En la comparación de esfuerzos en la otra dirección (figura\_\_\_), donde el comando SIGM\_ELNO\_DEPL\_SIIY es para el modelo cascarón y el SIGM\_ELNO\_DEPL\_SIXX para los sólidos 3D, los valores máximos varían más que el caso anterior, sin embargo por la cantidad de sus magnitudes diríamos que están en el orden y visualmente la configuración de la distribución de los esfuerzos es similar.



**Figura 3.15. a) Diagrama de esfuerzos en el sentido vertical, modelo sólidos 3D, b) Diagrama de esfuerzos en el sentido vertical, modelo cascarón.**

Referente a los esfuerzos por cortante (figura\_\_\_), donde el comando SIGM\_ELNO\_DEPL\_SIXY es para el modelo cascarón y el SIGM\_ELNO\_DEPL\_SIXZ para los sólidos 3D, los valores máximos son muy similares y visualmente la configuración de la distribución de los esfuerzos es similar.



**Figura 3.16. a) Diagrama de esfuerzos por cortante, modelo sólidos 3D, b) Diagrama de esfuerzos por cortante, modelo cascarón.**

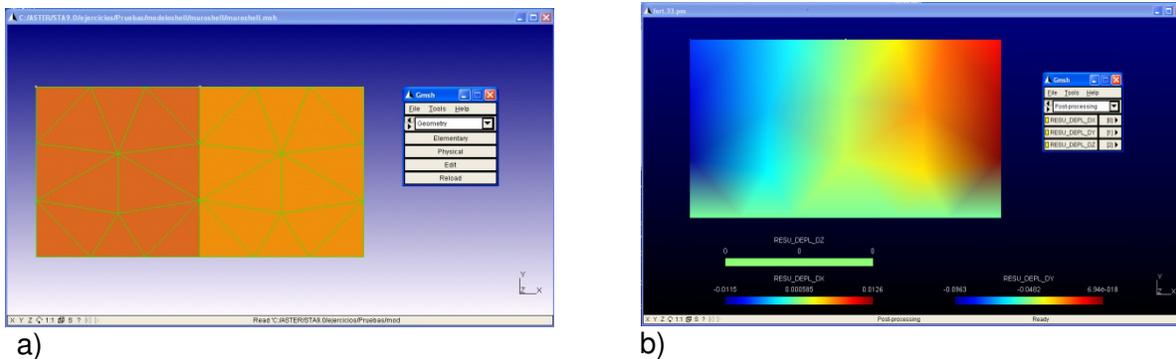
De la realización de este estudio comparativo, se puede verificar que el modelo cascarón traduce en forma muy aproximada el comportamiento que se manifiesta en el modelo de sólidos 3D. Por lo que se supone que un modelo simplificado del edificio (cascarón), será una opción muy adecuada y conveniente, primeramente por que la geometría de la construcción del modelo será más sencilla y permitirá ahorrar tiempo en su elaboración y en segundo lugar porque numéricamente se verán disminuidos los cálculos y tiempo de análisis en la computadora, confiando en este sentido, que los resultados obtenidos del análisis serán coherentes.

### III.4.2 Modelos sencillos de prueba

Posteriormente fueron construidos otros tres modelos sencillos con elementos cascarón, con objeto de experimentar primeramente en ellos los criterios de mallado y condiciones de contorno que posteriormente se emplearían en el modelo global.

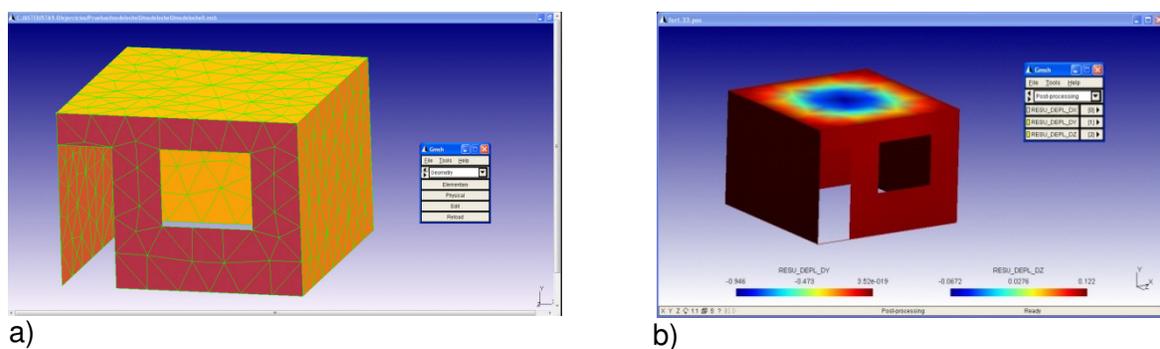
En los tres casos las condiciones límite se consideraron como articulaciones en la base, es decir, se permitieron rotaciones y se impidieron desplazamientos en los tres sentidos. Este criterio se tomó argumentando que la unión muro-cimentación en este tipo de edificios, no es lo suficientemente rígida como para suponer un empotramiento. Por lo que se cree pueden existir rotaciones en la base.

Las excitaciones a las que fueron sometidos estos modelos fue únicamente peso propio. De los resultados en los análisis se observó que existiera coherencia en las configuraciones de la distribución de desplazamientos así como en los esfuerzos. En primer lugar se modeló un muro con dos espesores diferentes unidos entre sí ( Figura\_\_\_\_).

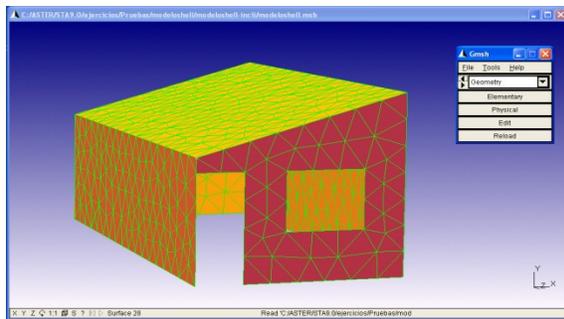


**Figura 3.17. a) Mallado de prueba creado a base de elementos cascarón, b) Estado de deformaciones en el modelo.**

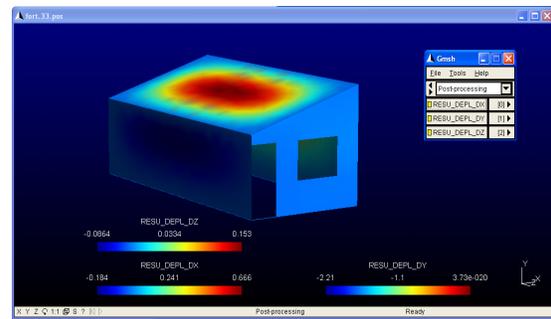
Del mismo modo se construyó una estructura muy sencilla de habitación que incluyera muros y losa con el objeto de experimentar el comando empleado para ajustar el vector normal al elemento cascarón (ver Figura\_\_\_\_). Este vector orienta al cascarón con respecto al eje de referencia. En este modelo ya se consideraron huecos de puertas y ventanas. El tercer modelo (Figura\_\_\_\_) únicamente difiere con el anterior en la inclinación de la losa, así que del mismo modo la base es articulada y el análisis es por peso propio.



**Figura 3.18. a) Mallado de prueba, b) Estado de deformaciones en el modelo.**



a)



b)

**Figura 3.19. a) Mallado de prueba, b) Configuración deformada de la estructura**

De la construcción y análisis de estos tres modelos de prueba se validaron criterios de mallado tales como la creación de grupos físicos, conectividad entre elementos estructurales, la creación de un grupo físico a base de líneas que posteriormente sería el grupo base de cimentación y que posteriormente serían implementados en la creación del mallado global. Del mismo modo se experimentó con el comando “PESANTEUR” (peso propio), empleado en el programa CODE ASTER para analizar estructuras ante esta acción.

### III.4.3. Mallado global de la estructura

Teniendo en cuenta las dimensiones del modelo y con base en los resultados del análisis presentado en el apartado III.6.1., se decidió elaborar una malla simplificada construida a base de sólidos bidimensionales en lugar de una muy refinada con sólidos 3D por los motivos ya expuestos con anterioridad.

El elemento que proporciona el CODE ASTER y que se empleó en el modelado, fue el elemento DKT o elemento placa plano que fue utilizado tanto para muros como bóvedas. En el apartado II.\_\_\_\_, se presenta ampliamente la formulación y características del elemento.

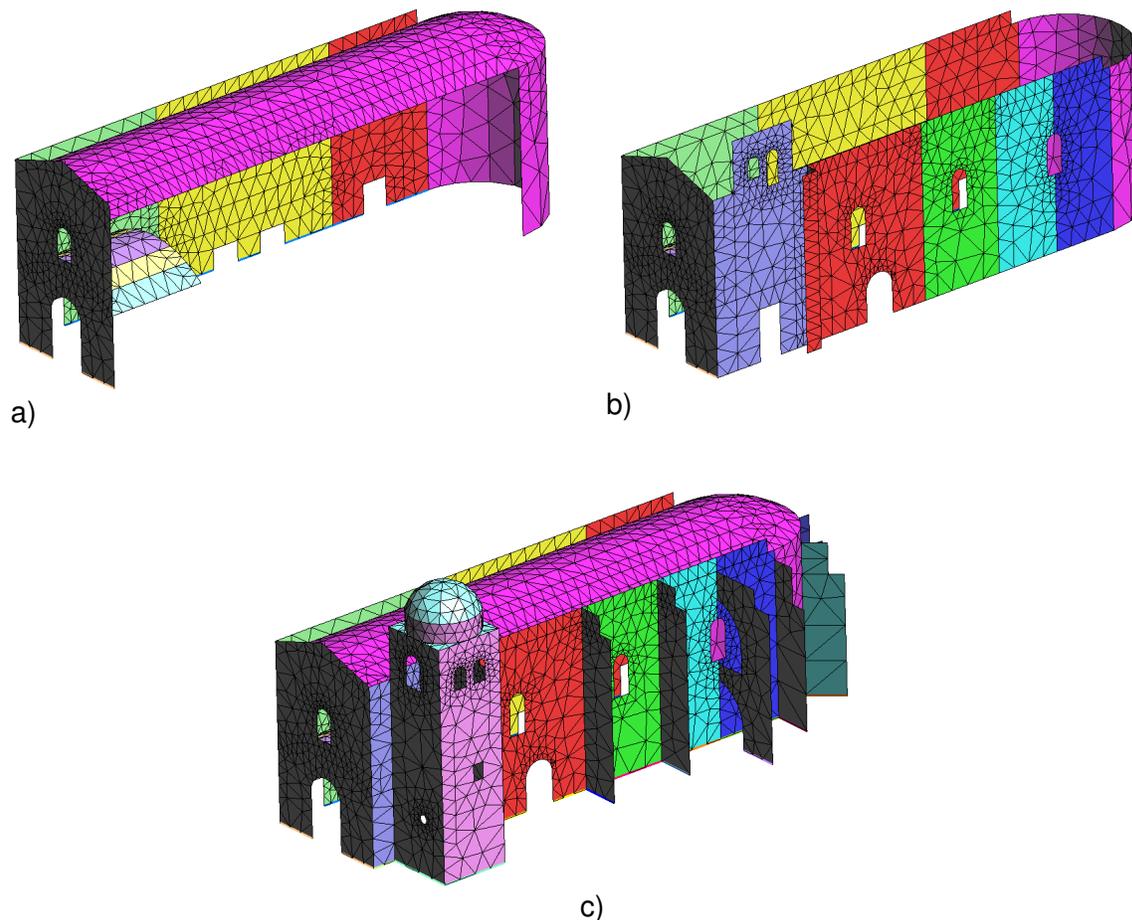
Se sabe que los elementos de cuatro nodos son más eficientes en las aproximaciones numéricas, sin embargo, debido a la complejidad geométrica del modelo, se emplearon elementos triangulares debido a que con estos la malla se genera sin tantos conflictos, y además se adapta perfectamente a geometrías irregulares. Por estos mismos motivos, la malla generada fue no estructurada.

En relación al tamaño de la malla, se sabe que entre más fina es una malla, tiende a existir mayor precisión en el análisis, sin embargo, también se debe considerar la capacidad de cálculo que posee el equipo de cómputo para definir el tamaño de la malla. Otro punto importante es que el tamaño del cascarón sea representativo del material que se desea modelar. En promedio, el tamaño del elemento empleado fue de 1x1x1m, considerando que estas dimensiones

representan bien la mampostería formada por rocas entre 30 y 50cm aproximadamente. Desde luego que estas dimensiones del VER (Volumen Elemental Representativo), varían al momento de ajustar automáticamente la malla con la geometría.

Para el caso de las columnas principales del claustro, se permitió la adecuación de elementos cascarón. Únicamente las columnas secundarias de esta área fueron modeladas como elementos viga. Se consideró la compatibilidad de ambos elementos finitos puesto que poseen los mismos grados de libertad por nodo.

En la Figura\_\_\_\_, se muestra el mallado de los elementos estructurales de la nave. Los colores diferencian los grupos físicos creados para los diferentes espesores de la estructura real.

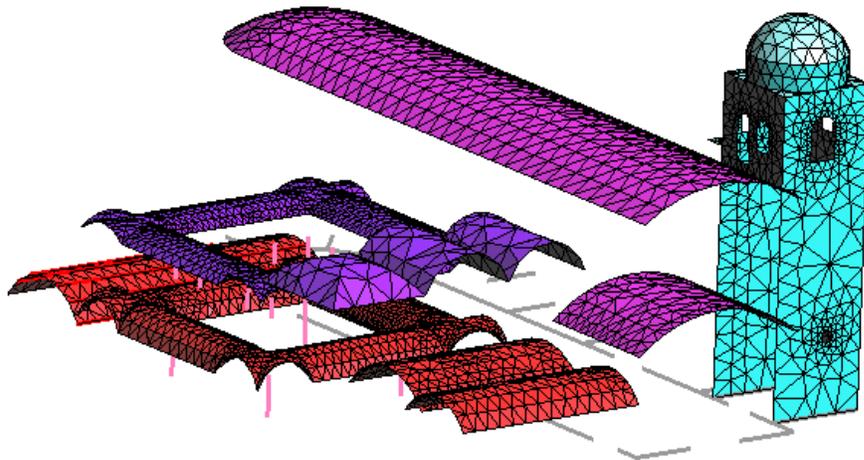


**Figura 3.20. a) Mallado en muros y bóvedas de entrepiso y azotea, b) Mallado en muros agrupado en grupos físicos de acuerdo a su espesor, c) Mallado de todos los elementos estructurales de la nave.**

La malla del modelo analizado con CODE ASTER consiste en 2576 nodos y 4867 elementos cascarón DKT triangulares para todos los elementos estructurales que conforman el templo. Además incluye 99 elementos lineales en la base que fueron creados para manipular las condiciones límite.

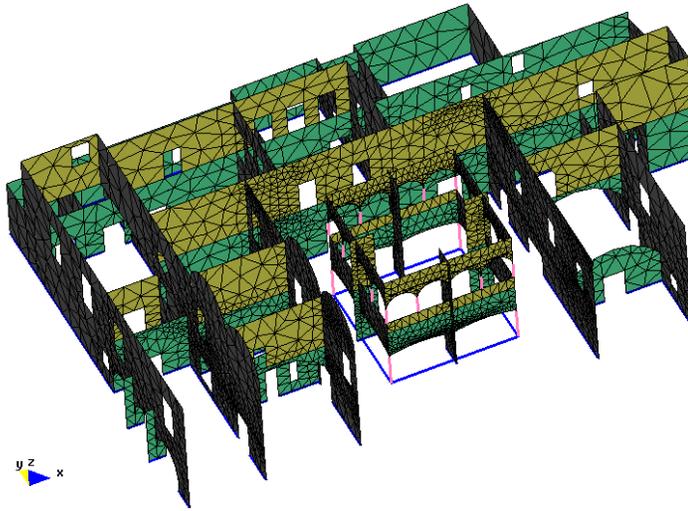
A continuación se presenta una breve descripción del mallado global del edificio.

En la Figura\_\_ se puede observar la generación del mallado en bóvedas de cañón corrido en el entrepiso y azotea del claustro central, de la capilla y sacristía así como de portal de peregrinos y acceso principal. Se puede apreciar la existencia de bóvedas de arista en las esquinas del claustro tanto en planta baja como en planta alta.



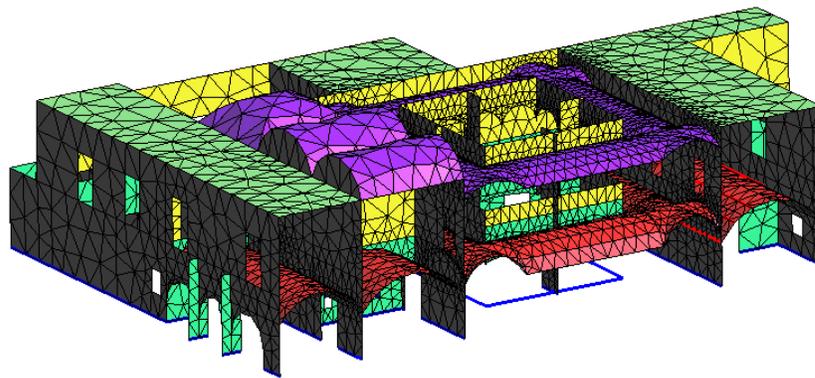
**Figura 3.21. Mallado de bóvedas de entrepiso y azotea del convento.**

En la Figura\_\_ se puede observar el mallado en muros en planta alta y planta baja así como los arcos rebajados ubicados en el claustro central en las dos plantas. Del mismo modo se aprecia el mallado en columnas centrales del claustro a base de elementos cascarón y columnas en esquina creados con elementos viga.



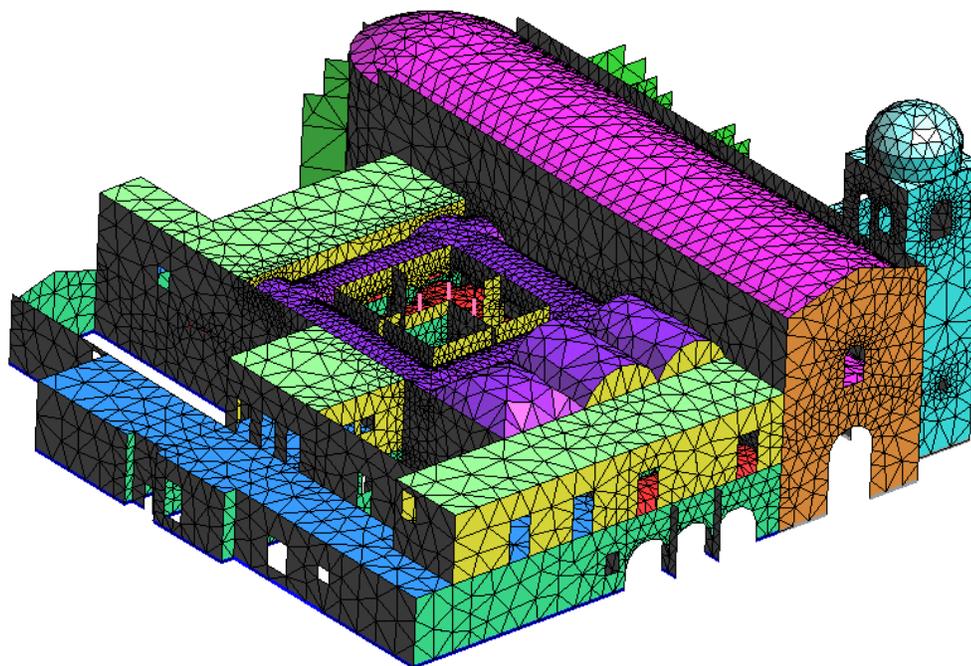
**Figura 3.22. Mallado de muros en planta baja y planta alta.**

También se observa el mallado de losas de azotea planas así como dos bóvedas de cañón corrido en la azotea y una cúpula del área de escaleras. (Ver Figura\_\_\_)



**Figura 3.23. Mallado del convento.**

En la Figura \_\_\_ se muestra el mallado global del conjunto conventual y la nave,



**Figura 3.24. Mallado global, Templo y convento.**

La malla del modelo consistió de 10104 nodos y 18840 elementos cascarón DKT triangulares para todos los elementos estructurales que conforman el templo. Además incluye 405 elementos lineales para la base y para las columnas de esquina del claustro.

### **III.5. PROGRAMA DE CÁLCULO**

CODE ASTER , es un programa que ofrece un rango muy amplio de análisis y métodos de modelado que va más allá de las funciones standard de cálculos termomecánicos, de análisis sísmicos, fatiga, dinámicos estocásticos, etc. Sus algoritmos están bajo constante construcción para mejorarlos y perfeccionarlos. Es un programa de código abierto. (EDF R&D,2004)

Para el caso de ingeniería civil presenta leyes constitutivas para concreto reforzado o pre-esforzado, así como para geo materiales.

Por medio de los comandos *DYNA / THER / STAT\_NON\_LINE*, toma en cuenta la no linealidad de materiales, geométrica y de contacto. El comando empleado para nuestro caso en estudio fue el *STAT\_NON\_LINE*.

En este sentido de la no linealidad en modelos mecánicos para concreto, presenta varios modelos que deben ser elegidos dependiendo del problema a

tratar. Entre los más conocidos se encuentra el modelo de Laborderie (*LABORD\_1D*), doble Drucker Prager (*BETON\_DOUBLE\_DP*), Mazars (*MAZARS*), Badel (*ENDO\_ISOT\_BETON*), empleado en nuestro caso de estudio y que da la oportunidad de excluir el comportamiento del acero y que se abordará más ampliamente en apartados siguientes. Godard (*ENDO\_ORTH\_BETON*).

También ofrece una amplia variedad de modelos para la solución de problemas de daño, fractura y fatiga de estructuras. Entre los modelos de daño para concreto se encuentra (*ENDO\_ISOT\_BETON*, *ENDO\_ORTH\_BETON* or *MAZARS* y *ROUSSELIER* para acero).

Para análisis modales de cálculo de frecuencias y modos de vibrar de estructuras emplea el comando (*MODE\_ITER\_XX*) , el cual calcula deformaciones modales con o sin amortiguamiento.

El lenguaje de escritura que emplea es el de PYTHON por medio del cual fácilmente se pueden introducir elementos finitos y leyes constitutivas, etc.

Además CODE ASTER por medio de STANLEY como interface, es completamente práctico al poder visualizar gráficos en el programa GMSH.

Para mejores referencias se puede consultar la página mencionada anteriormente.

### **III.6. CONDICIONES DE CONTORNO**

En este apartado se abordarán las condiciones de sujeción en los apoyos y las acciones a las que se sometió el modelo del templo.

Para fijar la estructura, se decidió restringir los nodos del muro poniente de la nave que tienen continuidad con el convento, asumiendo que este último aporta una rigidez infinita, impidiendo los tres desplazamientos lineales y las rotaciones en las tres direcciones, es decir, se supuso una condición de empotramiento. Otra posibilidad pudo haber sido el modelar en los nodos un resorte que aportara la rigidez lateral que le confiere el convento, sin embargo por simplificación se optó por la primera opción.

La cimentación fue modelada como apoyo articulado, es decir, se impidieron los desplazamientos traslacionales en las tres direcciones a excepción de los análisis por hundimiento, en los cuales se impusieron desplazamientos verticales. En todos los casos se permitió el giro en las tres direcciones. Este

criterio fue tomado debido a hipótesis de que la unión entre muro-cimentación no es lo suficientemente rígida como para representar un empotramiento perfecto.

Tabla\_\_\_ Condiciones de carga y de apoyo en los distintos análisis estructurales realizados.

TIPO DE ANALISIS	CONDICIONES DE CONTORNO				
	CARGAS	CONDICIONES LIMITE			
		Dx	Dy	Dz	GIROS D <sub>rx</sub> , D <sub>ry</sub> , D <sub>rz</sub>
<b>ESTATICO LINEAL</b>	PESO PROPIO	0	0	0	Libre
<b>CUASIESTATICO LINEAL</b>	PESO PROPIO Y HUNDIMIENTO DIFERENCIAL	0	0	Varia	Libre
<b>CUASIESTATICO NO LINEAL</b>	PESO PROPIO Y HUNDIMIENTO DIFERENCIAL	0	0	Varia	Libre
<b>DINAMICO</b>	SISMO	0	0	0	Libre

### III.7. ESTUDIOS EXPERIMENTALES DE VIBRACIÓN AMBIENTAL

Debido a las grandes incertidumbres que existen en las propiedades mecánicas de este tipo de material como son la heterogeneidad de los componentes (piedra y junta), la degradación por intemperismo, los efectos asociados a la calidad de mano de obra, etc. y la imposibilidad de poder realizar pruebas experimentales destructivas, se recurre a la realización de técnicas de mediciones de vibración ambiental para obtener las propiedades mecánicas globales de la estructura.

En el mes de septiembre de 2010, el Dr. Guillermo Martínez por parte de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, realizó las pruebas de vibración ambiental del edificio. Por medio de estas mediciones, se obtuvieron las propiedades dinámicas de la estructura, es decir, las frecuencias naturales y formas modales.

Cada registro tuvo una duración de cinco minutos con una captura de doscientas cincuenta y seis muestras por segundo. Para ello se emplearon acelerómetros de alto rango dinámico en tres direcciones ortogonales por punto. Los aparatos empleados fueron un triaxial (Figura\_\_\_) y los dos uniaxiales soportados en una placa base de metal (Figura\_\_\_). Estos últimos fueron colocados de manera que el canal uno se orientara en dirección norte, el dos poniente y el canal tres corresponde a la componente vertical del movimiento.

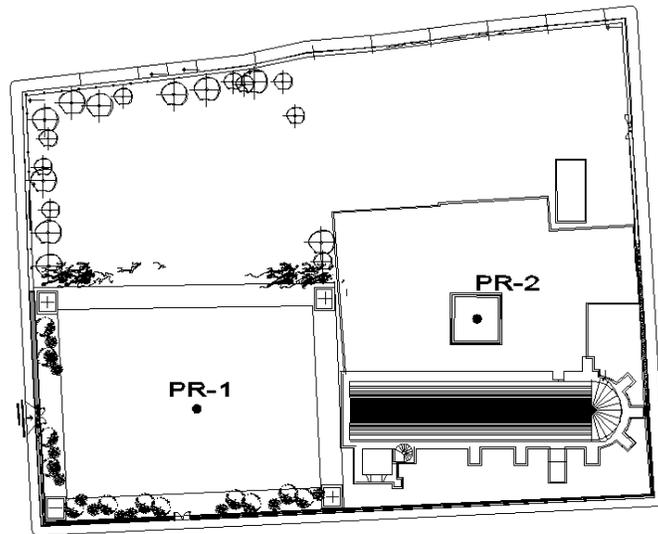


**Figura 3.25. Acelerómetro triaxial**

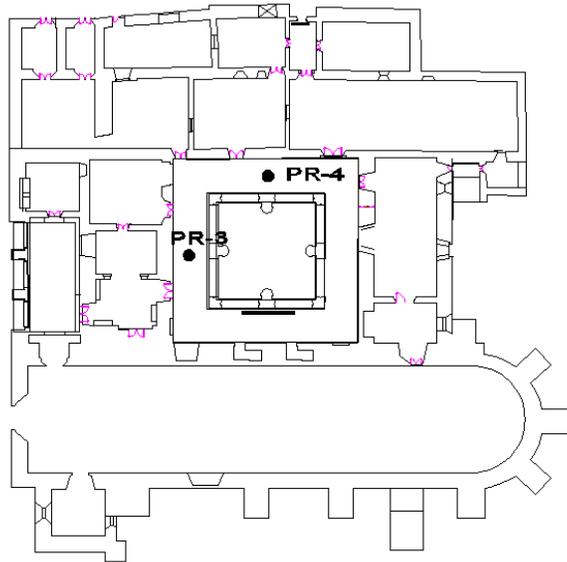


**Figura 3.26. Acelerómetro uniaxial**

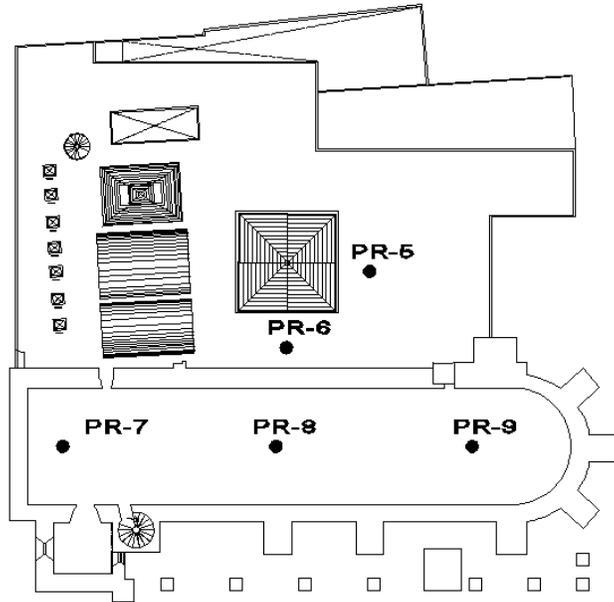
Se efectuaron varias campañas de mediciones. La primera que se hizo fue en el suelo (Figura\_\_\_) al exterior del templo con el objetivo de obtener la frecuencia del mismo y verificar la posibilidad de interacción con la estructura. Posteriormente se colocaron los acelerómetros en el entrepiso del convento en la zona del claustro (Figura\_\_\_) y finalmente se colocaron en la azotea del claustro y bóveda del templo. (Ver Figura\_\_\_)



**Figura 3.27. Mediciones sobre el terreno. PR-1 en el atrio del conjunto, PR-2 en el patio del claustro central.**



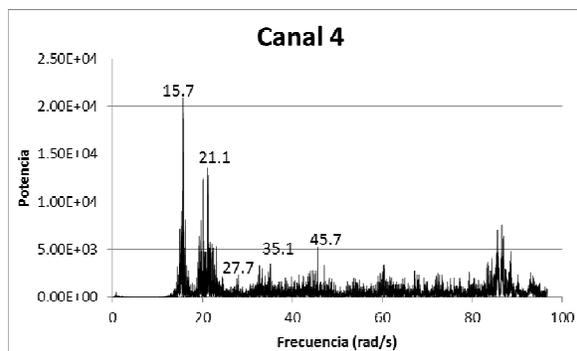
**Figura 3.28. Puntos de registro en el entrepiso del claustro.**



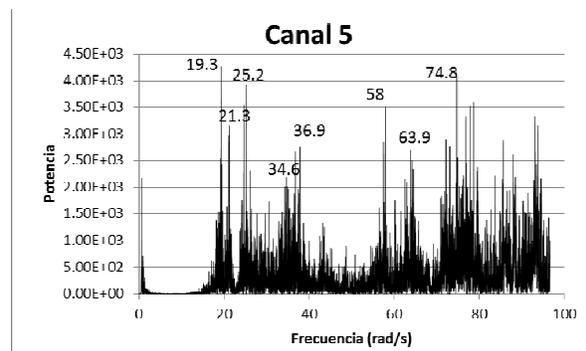
**Figura 3.29. Mediciones en azotea del claustro y en la bóveda de azotea de la nave.**

Por medio de la técnica “*Peak Peacking*” en la cual se suponen amortiguamientos bajos y periodos bien separados, se obtuvieron las frecuencias asociadas a cada modo de vibrar. En la Figura\_\_\_se presentan algunos espectros de Fourier de los registros tomados en la bóveda de la nave.

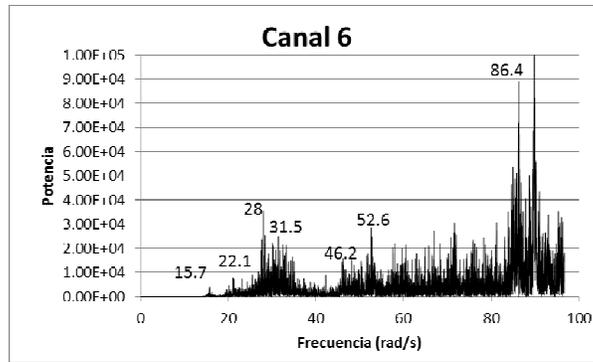
La técnica de Nakamura fue empleada para determinar el periodo fundamental del suelo. Dicho valor se estimó mediante el cociente de las componentes horizontales y verticales de vibración obtenidas de las mediciones de ruido ambiental. (H/V)



a)



b)



c)

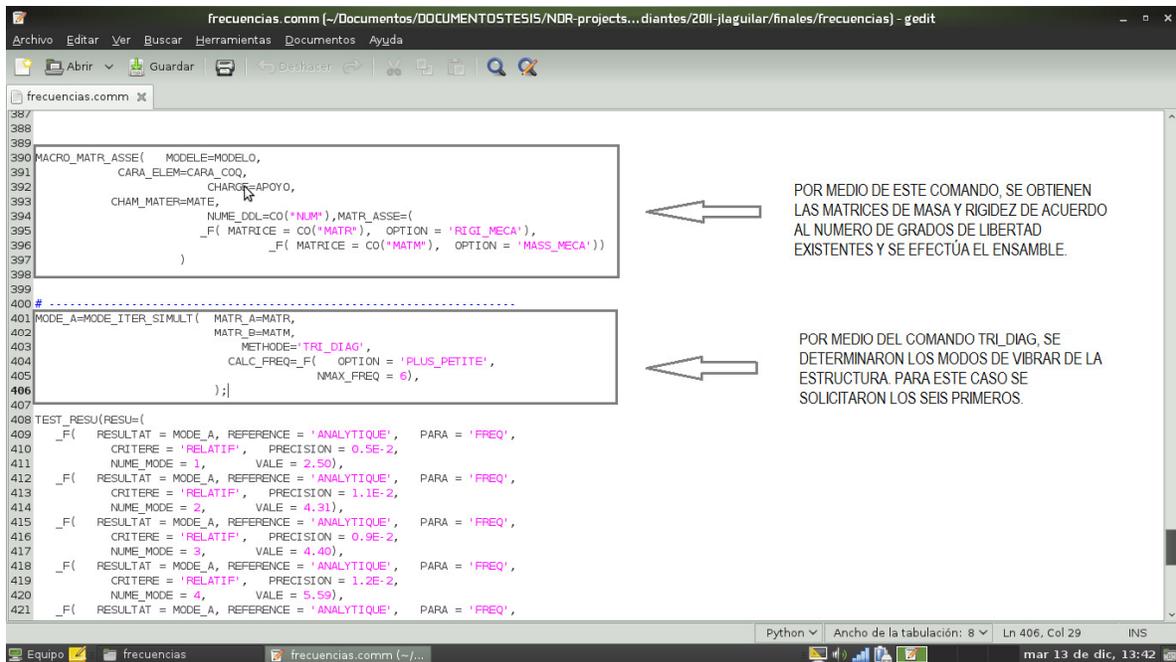
**Figura 3.30. Espectros de potencia medición PR007, azotea de la nave, a) Canal 4, orientación norte, b) Canal 5, orientación sur y c) Canal 10, sentido vertical.**

MODOS ASOCIADOS	FRECUENCIAS
1	15.7
2	21.2
3	27.7
4	35.1
5	45.7

Tabla\_\_\_\_Modos de vibrar de la estructura

### III.8. CALIBRACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO

A partir de las mediciones experimentales, se efectuó la calibración del modelo numérico. Como ya se mencionó en el apartado III.4, las propiedades mecánicas iniciales fueron tomadas de la literatura. El ajuste del modelo se efectuó modificando el módulo de elasticidad después de un primer análisis modal por medio del cual se obtuvieron los seis primeros modos fundamentales de vibrar de la estructura. El código empleado en el ASTER para este fin se muestra en la figura\_\_\_\_.



**Figura 3.31. Código ASTER para determinar modos fundamentales de vibrar de una estructura**

El procedimiento de variar el módulo de elasticidad, se repitió hasta lograr aproximar los valores del primer modo de vibrar del modelo numérico con los valores experimentales obtenidos. En la Tabla \_\_\_ se muestra la comparación de resultados obtenidos en las pruebas experimentales contra los valores analíticos.

Tabla\_ Resultados de la calibración del modelo.

MODOS	FRECUENCIA EXPERIMENTAL (Hz)	FRECUENCIA DEL MODELO (Hz)	ERROR (%)
1	2.50	2.49	0.50
2	4.31	3.18	26.0
3	4.40	3.61	18.0
4	5.59	3.97	29.0
5	7.27	4.08	44.0

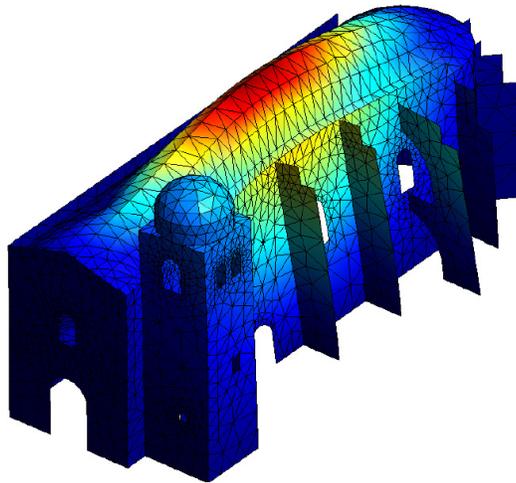
En la Tabla\_\_\_ se muestran las propiedades calibradas de los materiales, las cuales pueden ser un indicativo de la mala calidad de la mampostería del edificio. Como ya se mencionó anteriormente, son varios los factores que inciden

en una baja resistencia en el material, como en este caso pudieran ser la mala calidad de mano de obra, el factor tiempo, el intemperismo, el daño existente manifestado en agrietamientos, desplomes, deformaciones, etc. , entre otros.

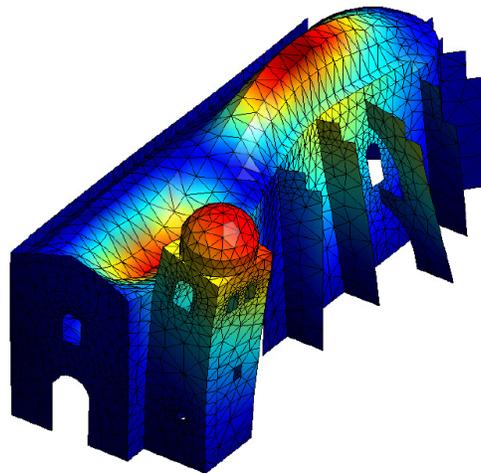
Tabla\_\_ Propiedades mecánicas calibradas

MAMPOSTERÍA HISTÓRICA	
Módulo de Young	12,900Kg/cm <sup>2</sup> - 1.27Gpa
Resistencia a la compresión	12.9Kg/cm <sup>2</sup> - 1,265,490Pa
Resistencia a la tensión	0.65Kg/cm <sup>2</sup> - 63,274Pa
Densidad	1750Kg/m <sup>3</sup>
Módulo de Poisson	0.2

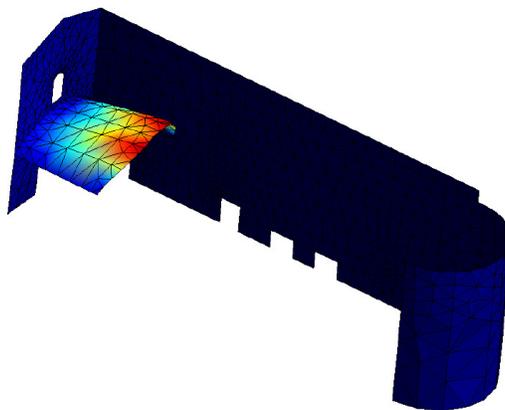
Del análisis modal, se obtuvieron los modos de vibrar de la estructura los cuales se muestran a continuación. En el primer modo se aprecia una configuración deformada de bóveda y muro lateral junto con contrafuertes (ver Figura\_\_); en el segundo modo se aprecia que en la bóveda se generan dos zonas de desplazamientos con direcciones contrarias –es decir, cuando una zona asciende, la otra desciende-, y junto con ella el campanario (ver Figura\_\_); el tercer modo representa el desplazamiento de la bóveda de entrepiso únicamente (ver Figura\_\_); el cuarto modo afecta a uno de los contrafuertes (ver Figura\_\_); el quinto modo en menor intensidad afecta gran parte de la estructura como bóveda de azotea, campanario, muro lateral y contrafuertes (ver Figura\_\_) y el sexto modo tiene un desplazamiento similar al anterior pero menos intenso (ver Figura\_\_).



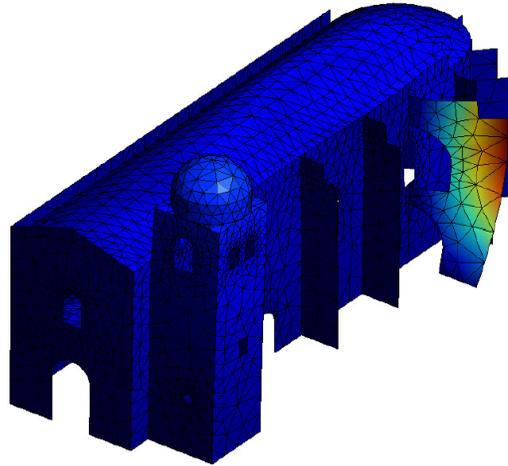
*Figura 3.32. Primer modo de vibrar*



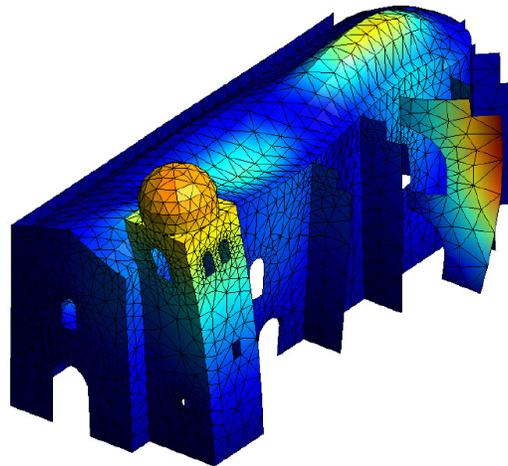
*Figura 3.33. Segundo modo de vibrar*



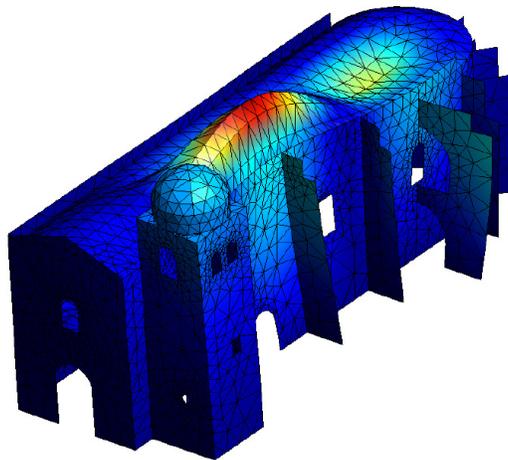
*Figura 3.34. Tercer modo de vibrar*



*Figura 3.35. Cuarto modo de vibrar*



*Figura 3.36. Quinto modo de vibrar*



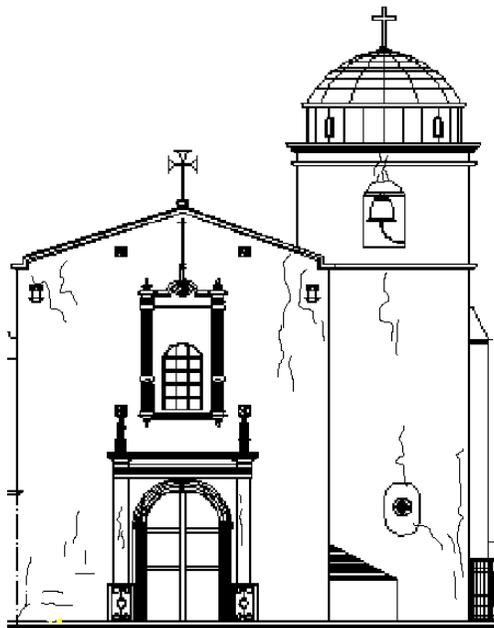
*Figura 3.37. Sexto modo de vibrar*

### III.9. ANÁLISIS ESTRUCTURAL Y DE RESULTADOS

En este apartado se realiza una síntesis de los análisis realizados en el edificio ante las acciones de peso propio y hundimiento diferencial. Las propiedades de los materiales ya fueron descritas anteriormente en la Tabla \_\_\_ del apartado III.7

Es conveniente efectuar un pequeño recordatorio del daño en la nave principal descrito en el apartado II.5.2. para efectos de comparar este daño con los resultados de los análisis que se realizarán a continuación.

En la Figura\_\_\_ se efectúa un esquema de localización de principales agrietamientos en la zona de la portada de la nave y el campanario, además se hace mención del desprendimiento existente manifestado con agrietamientos entre algunos contrafuertes y el muro formero, así como del desplome visible en dicho muro y que aparentemente es la causa de deformación de la bóveda de azotea.



**Figura 3.38. Distribución del daño en la portada: en el caso real se observan conjuntos de grietas que atraviesan tanto juntas como material de mamposteo, con una dirección de propagación predominante, según sea la zona de agrietamiento.**

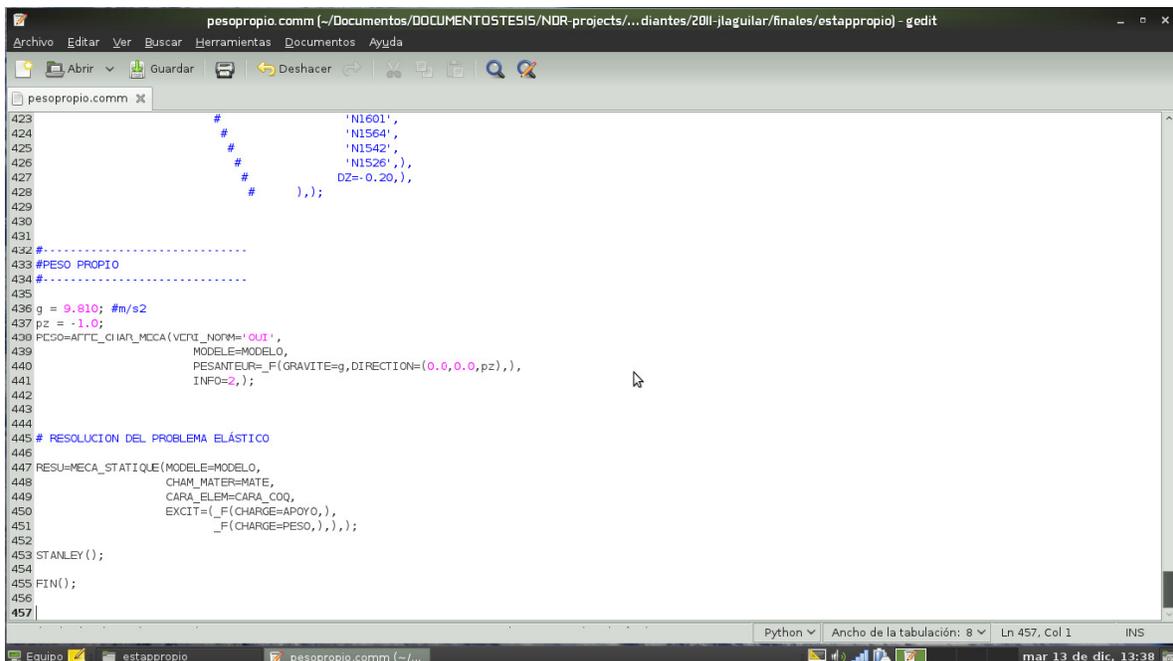
El análisis de los resultados que se presentan a continuación se ha utilizado para desarrollar una interpretación del posible origen de las fisuras que se consideran más importantes.

### III.9.1. Análisis estático elástico por peso propio

Este primer análisis del edificio corresponde a la situación inicial de la nave recién construida. Se puede suponer que algunos de los agrietamientos existentes en el edificio, se deben a este efecto de peso propio combinado con el cansancio a muy largo plazo del material.

En los resultados se ha buscado que el nivel de esfuerzos que allí se producen, sean un indicativo del origen de la formación de grietas.

El comando empleado en CODE ASTER para efectuar análisis por peso propio es el “*PESANTEUR*”. En la figura\_\_\_se muestra parte del código empleado para dicho análisis.



```
pesopropio.comm [-/Documentos/DOCUMENTOSTESIS/NDR-projects/...diantes/2011-jlaguilar/finales/estapropio] - gedit
Archivo Editar Ver Buscar Herramientas Documentos Ayuda
pesopropio.comm x
423 # 'N1601',
424 # 'N1564',
425 # 'N1542',
426 # 'N1526',),
427 # DZ=-0.20,);
428 #
429
430
431
432 #-----
433 #PESO PROPIO
434 #-----
435
436 g = 9.810; #m/s2
437 pz = -1.0;
438 PCGO=AFTC_CHIAR_MCCA (VCR1_NOM='OUI',
439 MODELE=MODELO,
440 PESANTEUR=_F(GRAVITE=g,DIRECTION=(0.0,0.0,pz),),
441 INFO=2,);
442
443
444
445 # RESOLUCION DEL PROBLEMA ELÁSTICO
446
447 RESU=MECA_STATIQUE(MODELE=MODELO,
448 CHAM_MATER=MATE,
449 CARA_ELEM=CARA_COQ,
450 EXCIT=[_F(CHARGE=APOYO,),
451 _F(CHARGE=PESO,1,)],);
452
453 STANLEY();
454
455 FIN();
456
457
Python Ancho de la tabulación: 8 Ln 457, Col 1 INS
Equipo estapropio pesopropio.comm (-/... mar 13 de dic, 13:38
```

**Figura 3.39. Código de CODE ASTER referente al comando de análisis de una estructura por peso propio “Pesanteur”.**

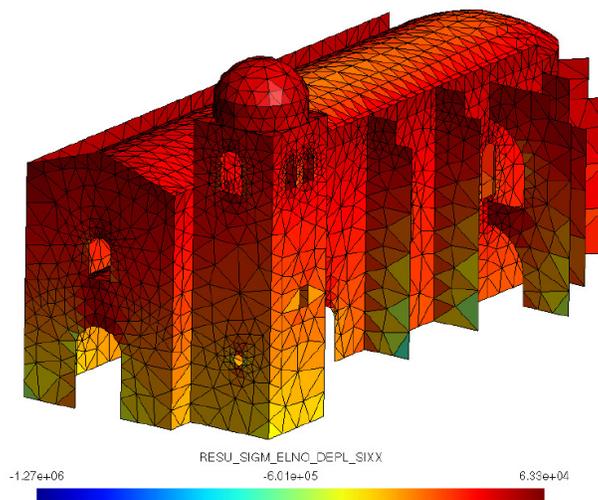
### III.9.1.1. Condiciones de contorno

Se considera la acción de peso propio suponiendo que la base se encuentra totalmente apoyada. Como ya se mencionó con anterioridad, este apoyo se considera articulado.

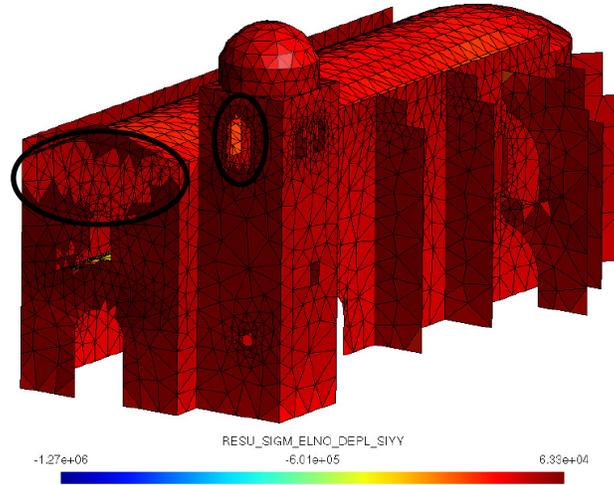
### III.9.1.2. Análisis de resultados

#### Agrietamientos.

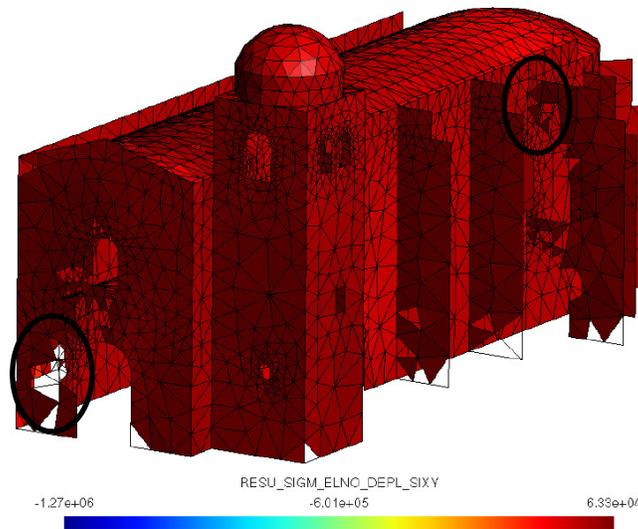
De los análisis realizados, se observa que la distribución de esfuerzos producidos en las diferentes direcciones coincide levemente con los esquemas de agrietamiento observados en el edificio real. Esto confirma que algunos agrietamientos están asociados a una posible mala distribución de la masa de la estructura o a una concentración exagerada de carga en algún punto. En las Figuras\_\_\_\_, se pueden observar remarcados en negro, los elementos que rebasan los esfuerzos máximos, los cuales se relacionan con agrietamientos existentes en el edificio.



**Figura 3.40. Diagrama de distribución de esfuerzos en el eje de las “x” de las coordenadas locales de cada elemento.**



**Figura 3.41. Diagrama de distribución de esfuerzos en el eje de las “y” de las coordenadas locales de cada elemento.**

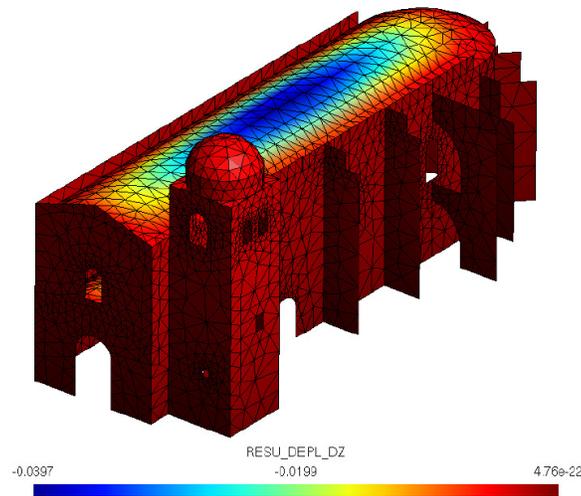


**Figura 3.42. Diagrama de distribución de esfuerzos cortantes.**

## Deformaciones

En la figura\_\_\_se muestra la distribución de desplazamientos en el eje “z” o vertical. Se puede apreciar que los valores oscilan entre  $4.72 \times 10^{-2} \text{m}$  y  $-0.04 \text{m}$ . Es decir, se manifiesta por peso propio una flecha de cuatro centímetros en el centro del claro de la bóveda. De cualquier manera esta distribución de deformación se aleja demasiado de la realidad.

Es difícil simular los desplazamientos reales mediante este tipo de análisis instantáneo, ya que el modelo no es capaz de predecir los efectos que pueda tener la fluencia a lo largo de casi 450 años de su construcción.



**Figura 3.43. Diagrama de deformaciones en el sentido vertical**

### **Conclusiones parciales**

En las imágenes anteriores, puede observarse en su mayoría una distribución homogénea de esfuerzos tanto normales como de cortante en toda la edificación. A pesar de ello, el peso propio es el causante de algunos de los agrietamientos presentados en el edificio (ver Figuras\_\_\_). Por lo que el resto de las grietas se encuentra asociado a otro tipo de fenómeno de excitación.

Es importante destacar que el modelo resiste el análisis estático sin acercarse a la situación de colapso, ya que no se observan grandes concentraciones de esfuerzos bajo el efecto de peso propio.

En el análisis de las deformaciones se comprobó que el efecto del peso propio no es el causante de los desplomes en muros y las deformaciones en la bóveda de azotea. De aquí que se asocia este daño a posibles problemas de hundimientos diferenciales y por supuesto a afectaciones sísmicas.

### **III.9.2. Análisis cuasi-estáticoelástico con hundimiento diferencial**

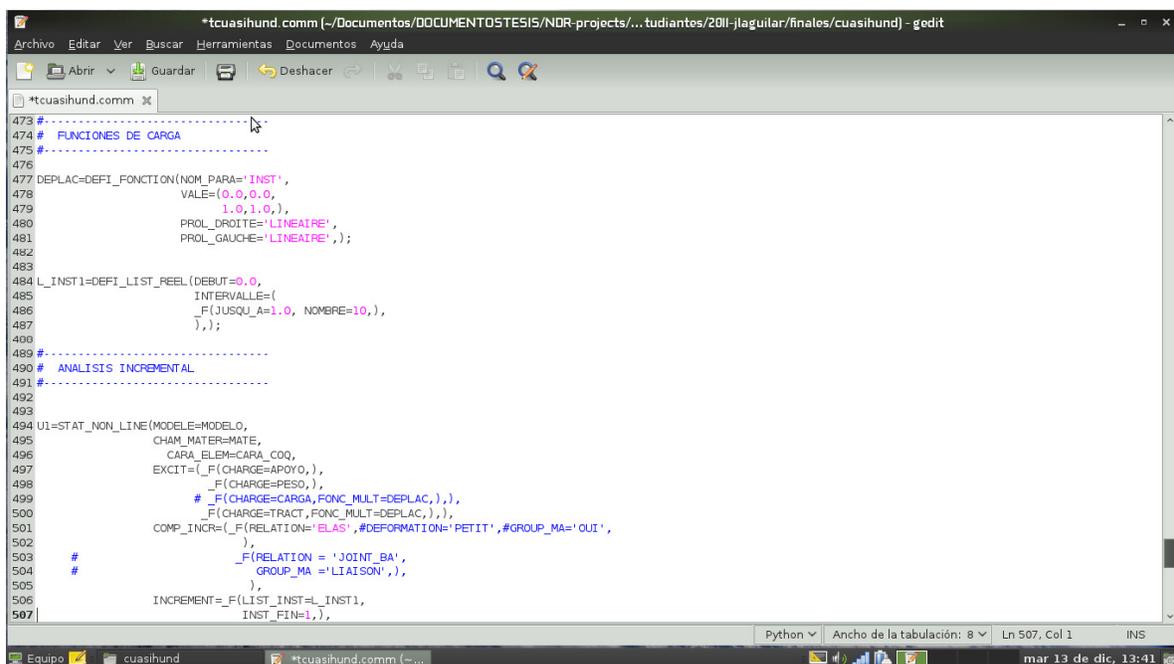
Partiendo de la problemática manifiesta en el edificio como agrietamientos, desplomes principalmente en el muro formero sur, deformaciones en la bóveda,

separación de contrafuertes, etc., se procede a simular en el modelo hundimientos diferenciales en la zona del muro formero sur, el campanario y contrafuertes. De acuerdo a nuestra hipótesis, estos hundimientos pudieron haber sido los causantes de dicho daño.

Al no contar con información acerca del tipo de cimentación del templo ni del tipo de suelo existente, se sugiere tratar los asentamientos como desplazamientos impuestos y no como una deformación proporcional a la carga aplicada.

El asentamiento se producirá después del efecto del peso propio actuando de manera incremental hasta llegar al desplazamiento total.

En las figuras\_\_\_ se presenta un fragmento del código que muestra los comandos empleados en el ASTER para ejercer una sollicitación incremental sobre una estructura.



```
*tcuasihund.comm [-~/Documentos/DOCUMENTOSTESIS/NDR-projects/...tudiantes/2011-laguilar/finales/cuasihund] - gedit
Archivo Editar Ver Buscar Herramientas Documentos Ayuda
*tcuasihund.comm X
473 #-----
474 # FUNCIONES DE CARGA
475 #-----
476
477 DEPLAC=DEFI_FONCTION(NOM_PARA='INST',
478 VALE=(0.0,0.0,
479 1.0,1.0,)),
480 PROL_DROITE='LINEAIRE',
481 PROL_GAUCHE='LINEAIRE',);
482
483
484 L_INST1=DEFI_LIST_REEL(DEBUT=0.0,
485 INTERVALLE=(
486 _F(JUSQU_A=1.0, NOMBRE=10,)),
487 ),);
488
489 #-----
490 # ANALISIS INCREMENTAL
491 #-----
492
493
494 UI=STAT_NON_LINE(MODELE=MODELO,
495 CHAM_MATER=MATE,
496 CARA_ELEM=CARA_COQ,
497 EXCIT=[_F(CHARGE=APOYO,)),
498 _F(CHARGE=PESO,)),
499 #_F(CHARGE=CARGA,FONC_MULT=DEPLAC,)),
500 _F(CHARGE=TRACT,FONC_MULT=DEPLAC,)),),
501 COMP_INCR=[_F(RELATION='ELAS',#DEFORMATION='PETIT',#GROUP_MA='OUI',
502 ),),
503 #_F(RELATION='JOINT_BA',
504 GROUP_MA='LIAISON',)),),
505 ],),
506 INCREMENT=_F(LIST_INST=L_INST1,
507 INST_FIN=1,)),
```

**Figura 3.44. Comandos para manipular la función de la aplicación de la carga y los pasos de tiempo en que se divide el intervalo**

```

*tcuasihund.comm [-/Documentos/DOCUMENTOSTESIS/NDR-projects/...tudiantes/2011-laguilar/finales/cuasihund) - gedit
Archivo Editar Ver Buscar Herramientas Documentos Ayuda
Abrir Guardar Deshacer
*tcuasihund.comm X
490 # ANALISIS INCREMENTAL
491 #-----
492
493
494 U1=STAT_NON_LINE(MODELE=MODELO,
495                 CHAM_MATER=MATE,
496                 CARA_ELEM=CARA_COQ,
497                 EXCIT=_F(CHARGE=APOYO, ),
498                 _F(CHARGE=PESO, ),
499                 # _F(CHARGE=CARGA, FONC_MULT=DEPLAC, ),),
500                 _F(CHARGE=TRACT, FONC_MULT=DEPLAC, ),),
501                 COMP_INCR=( _F(RELATION='ELAS', #DEFORMATION='PETIT', #GROUP_MA='OUT',
502                               ),
503                               # _F(RELATION = 'JOINT_BA',
504                                   GROUP_MA = 'LIAISON', ),),
505                               ),
506                 INCREMENT=_F(LIST_INST=L_INST1,
507                               INST_FIN=1, ),
508                 NEWTON=_F(#PREDICTION='TANGENTE',
509                               MATRI CE='TANGENTE',
510                               REAC_ITER=1, ),
511                 # RECH_LINEAIRE=_F(),
512                 CONVERGENCE=_F(ITER_GLOB_MAXI=100,
513                               RESTI_GLOB_RELA=1.E-04, ),);
514
515 STANLEY();
516
517
518 U1=CALC_ELEM(reuse =U1,
519             OPTION=('SIEF_ELNO_ELGA',
520                   'EPST_RI NO_DRFI ',
521                   'EPST_ELGA_DEPL' ),),
522             RESULTAT=U1,);
523
524 U1=CALC_NO(cause =U1

```

**Figura 3.45. Comandos empleados en el CODE ASTER para aplicar una excitación incremental en la estructura**

### III.9.2.1. Condiciones de contorno

Para la elaboración de los análisis cuasi-estáticos iniciales, se indujeron las deformaciones imponiendo diversos desplazamientos verticales en la base de la estructura. En una primera aproximación, los desplazamientos se impusieron de forma creciente, de un valor cero en la base del muro formero norte hasta un valor máximo en el punto más alejado (cara externa del campanario): pudo observarse que si bien dicha simulación arrojaba concentraciones de esfuerzos en ciertos puntos de la estructura, estos no correspondían en gran medida con las zonas de daño visible. Por dicha razón, en una segunda aproximación y siguiendo la lógica de que no solamente hay mayor peso en el muro perimetral sino que además al parecer los contrafuertes se apoyan en el muro, se optó por aplicar el máximo desplazamiento en la base del muro, de tal forma que el campanario y los contrafuertes se inclinaran hacia el centro de la nave. Los resultados mejoraron respecto a la primera aproximación, pero aún así las concentraciones en la fachada no eran las esperadas.

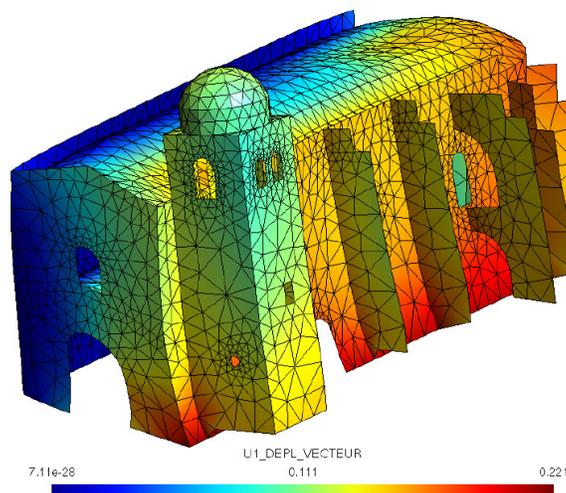
Finalmente en una tercera aproximación, se decidió imponer además de los desplazamientos verticales, un conjunto de desplazamientos laterales hacia la parte externa del templo, obteniéndose una distribución de desplazamientos tal y como se observa en la figura XXXX. Dicha distribución reprodujo en gran medida

la concentración de esfuerzos elásticos en zonas de daño observable, en particular los esfuerzos de tensión, que al parecer son los que originan el tipo de grieta que se ha observado en el templo.

### III.9.2.2. Análisis de resultados

#### Deformaciones

Como ya se mencionó con anterioridad, este criterio final de asentamientos aproximó mejor las deformaciones presentadas en el edificio, tales como el desplome en el muro formero lo cual origina una completa deformación en la bóveda que se balancea hacia el eje del muro. Del mismo modo dichos asentamientos generaron en el modelo desplomes en el campanario.

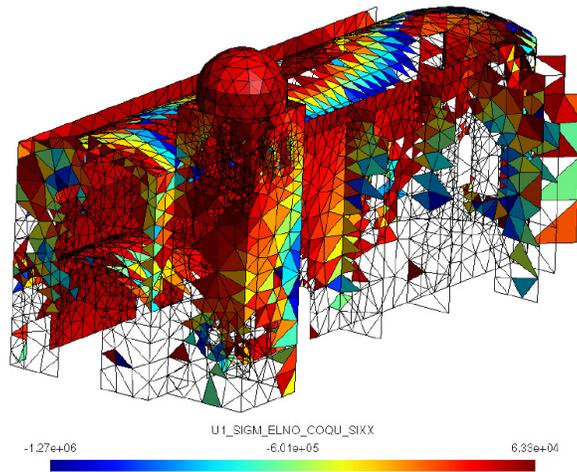


**Figura 3.46. Configuración deformada producto de los desplazamientos impuestos tanto verticales como laterales.**

#### Agrietamientos

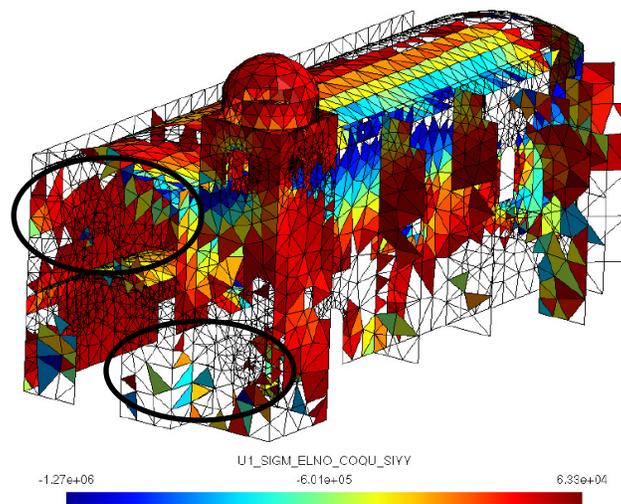
Por medio de la variación final de los asentamientos, se pudo observar que ante cualquier pequeño asentamiento diferencial por parte del muro formero sur, campanario y contrafuertes, se originan esfuerzos altos de tensión y compresión en zonas de daño en la estructura real. Como tal es el caso de los esfuerzos en el sentido de las “x”, donde se presentan en la parte de la esquina inferior izquierda y derecha de la portada, así como en la esquina superior derecha, tal como se puede observar en la figura\_\_\_\_. Los elementos no coloreados son los que

rebasaron los esfuerzos máximos y que por lo tanto se supone presentan daño. Del mismo modo se puede ver cómo se rebasan los esfuerzos en la base del campanario, así como en los huecos de la ventana frontal y el ojo de buey. Además se ven afectados también dos de los dos contrafuertes adosados al muro formero y la base del arbotante.



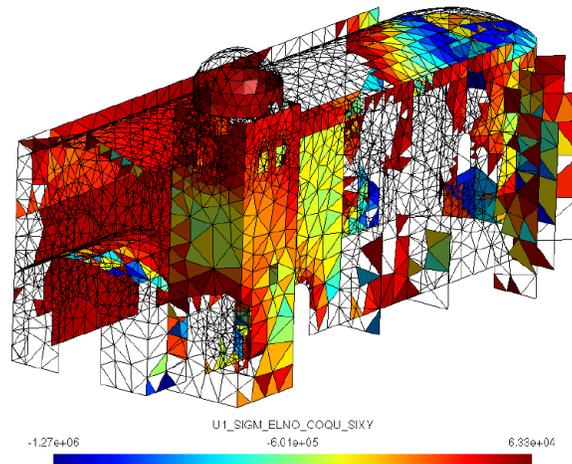
**Figura 3.47. Esquema de esfuerzos en el eje de las “x” de acuerdo al sistema local de referencia de cada elemento.**

En el diagrama de esfuerzos en el sentido de las “y”, (figura\_\_), se ve afectada la esquina superior derecha e izquierda de la portada así como la base del campanario y la zona que rodea el ojo de buey. También se rebasan los esfuerzos en la base de los contrafuertes y en algunas zonas del muro formero.



**Figura 3.48. Esquema de esfuerzos en el eje de las “y” de acuerdo al sistema local de referencia de cada elemento.**

Los esfuerzos cortantes (figura\_\_\_), resultaron ser los que generaron más área de esfuerzos que rebasaron los valores máximos, concentrándose tanto en la base como en la parte superior de la portada, en donde hay agrietamientos visibles. También se manifiestan en dos de los contrafuertes, en la base del muro frontal del campanario, en el muro formero y en la bóveda.



**Figura 3.49. Esquema de esfuerzos cortantes.**

### **III.9.3. Análisis cuasi-estático no lineal con hundimiento diferencial**

#### **III.9.3.1. Modelo constitutivo de daño**

##### **Introducción**

EIENDO\_ISOT\_BETON es una ley constitutiva que tiene como objetivo modelar de una manera muy simple el comportamiento elástico del concreto frágil.

En este modelo la pérdida de rigidez la distingue de los esfuerzos de compresión, para centrarse en el daño por tensión. Por otra parte, esta pérdida de rigidez puede aparecer de nuevo en la compresión, que es el fenómeno de la restauración de la rigidez reconexión. Se debe tener en cuenta que la ley de daños describe el agrietamiento por tensión en el concreto y por lo tanto no es adecuado para describir el comportamiento no lineal de concreto a compresión.

Se supone que el concreto debe permanecer en un estado de compresión moderada.

## Ley de Comportamiento

### Formulación teórica

Si se trata de tener en cuenta el efecto de reconexión, es decir, el cierre de grietas, se debe prestar mucha atención a las limitaciones de la continuidad de acuerdo a las deformaciones.

Para tener en cuenta el cierre del agrietamiento (es decir, la transición entre la tensión y la compresión), es necesario describir lo que es la tensión y la compresión, sabiendo que de la grieta por tensión se considera "abierta" y por compresión "cerrada". Una solución natural es la de situarse en una referencia libre de deformaciones. En dicha referencia, la energía libre elástica está descrita como se muestra a continuación ( $\lambda$  y  $\mu$  son los coeficientes de Lamé):

$$\phi(\varepsilon) = \frac{\lambda}{2} (\text{tr } \varepsilon)^2 + \mu \sum_i \varepsilon_i^2$$

Entonces se puede definir:

- Una tensión o compresión volumétrica, depende del signo de  $\text{tr } \varepsilon$
- Una tensión o compresión en cada dirección, depende, de acuerdo con el signo de  $\varepsilon_i$

El principio que sigue es bastante razonable, en un caso de tensión ("grieta abierta"), se corrige la energía elástica en un factor de daño; en el caso de la compresión ("grieta cerrada"), se mantiene la expresión de la deformación elástica, la energía libre de daño se escribe:

$$\phi(\varepsilon, d) = \frac{\lambda}{2} (\text{tr } \varepsilon)^2 \left( H(-\text{tr } \varepsilon) + \frac{1-d}{1+\gamma d} H(\text{tr } \varepsilon) \right) + \mu \sum_i \varepsilon_i^2 \left( H(-\varepsilon_i) + \frac{1-d}{1+\gamma d} H(\varepsilon_i) \right)$$

Tenga en cuenta que la energía libre es continua en cada cambio de régimen. Incluso es continuamente diferenciable con respecto a la deformación, ya que es una suma de funciones derivables (la función  $x^2 H(x)$  es diferenciable) y la continuidad de las derivadas parciales en los puntos  $\text{tr } \varepsilon = 0$  y  $\varepsilon_i = 0$  es inmediata. A continuación, se expresan los esfuerzos (sabiendo que las funciones de deformaciones serán continuas en todas partes).

$$\sigma_{ii} = \lambda (\text{tr } \varepsilon) \left( H(-\text{tr } \varepsilon) + \frac{1-d}{1+\gamma d} H(\text{tr } \varepsilon) \right) + 2\mu \varepsilon_{ii} \left( H(-\varepsilon_{ii}) + \frac{1-d}{1+\gamma d} H(\varepsilon_{ii}) \right)$$

De esta forma, la continuidad de los esfuerzos con respecto a las deformaciones es clara. La figura muestra los esfuerzos  $\sigma_{11}$  en el plano  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  con daño constante (caso 2D, esfuerzos planos). El efecto de la reconexión (cierres de grietas) y la continuidad de los esfuerzos son rápidamente visibles.

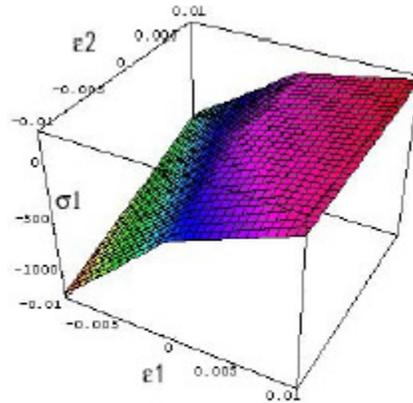


Figure 2-a : illustration de la continuité

Figura 3.50. Gráfica de la continuidad

La fuerza  $F^d$  termodinámico asociado a la variable interna de daño puede ser escrito:

$$F^d = -\frac{\partial \phi}{\partial d} = \frac{1 + \gamma}{(1 + \gamma d)^2} \left( \frac{\lambda}{2} (\text{tr} \varepsilon)^2 H(\text{tr} \varepsilon) + \mu \sum_i \varepsilon_i^2 H(\varepsilon_i) \right)$$

El criterio de daño se toma como:

$$f(F^d) = F^d(\varepsilon, d) - k$$

Donde:

$k$  define el umbral de daño. Para tener en cuenta en la evolución de daño, el efecto de confinamiento, el umbral  $k$  depende del estado de deformación en la forma:

$$k = k_0 - k_1 (\text{tr} \varepsilon) H(-\text{tr} \varepsilon)$$

Se obligó a permanecer en el siguiente campo:

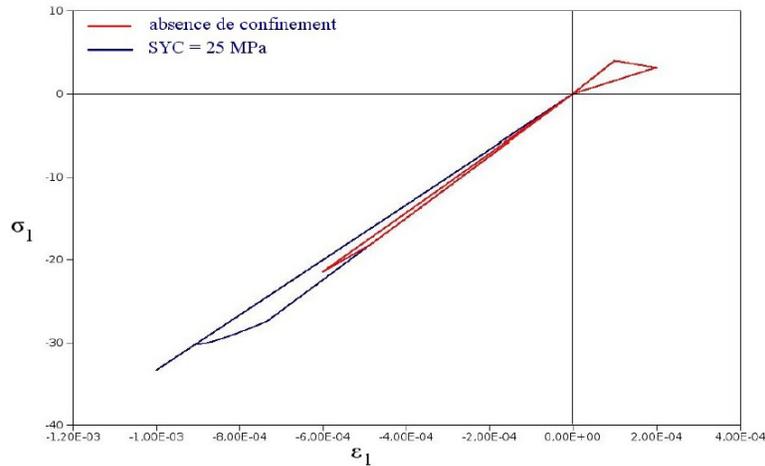
$$f(F^d) \leq 0$$

La evolución de la variable de daño se determina por las condiciones de Kuhn-Tucker:

$$\begin{cases} \dot{d} = 0 & \text{para } f < 0 \\ \dot{d} \geq 0 & \text{para } f = 0 \end{cases}$$

Para esfuerzos uniaxiales, la curva resultante se muestra en la figura \_\_\_\_\_. En la compresión, el comportamiento sigue siendo aproximadamente lineal, lo que

representa el comportamiento del material hasta 3-4 veces el valor de la resistencia (uniaxial) resistencia a la tensión, por SYT.



**Figura 3.51. Respuesta de una sollicitación uniaxial.**

## Parámetros de Daño

### Empleo del modelo sin confinamiento

En este caso, consideramos que el parámetro  $k_1$  es igual a cero. Cabe señalar que los estados de compresión del concreto deberán mantenerse moderados para que el modelo siga siendo válido.

Para introducir este modelo el comando que emplea el programa es el siguiente: “*BETON\_ECRO\_LINE*” y de “*DEFI\_MATERIAU*” para definir los materiales, los valores de:

- SYT: el límite de resistencia a la tensión,
- D\_SIGM\_EPSI: pendiente de la curva después del pico de la tensión. El valor de SYC se calcula automáticamente para  $k_1 = 0$ ; tome su valor mínimo, usando la siguiente expresión:

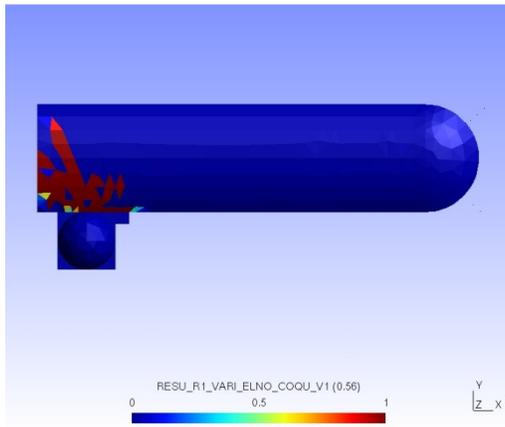
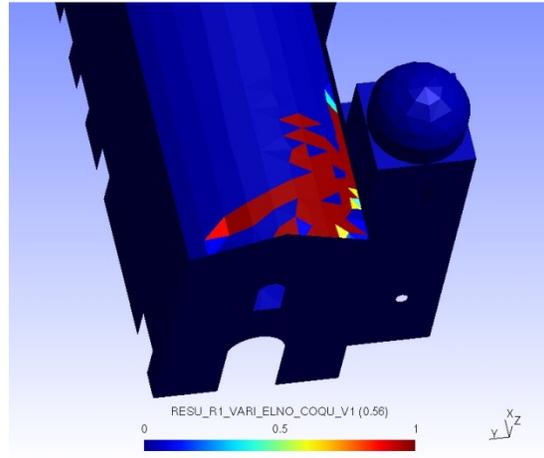
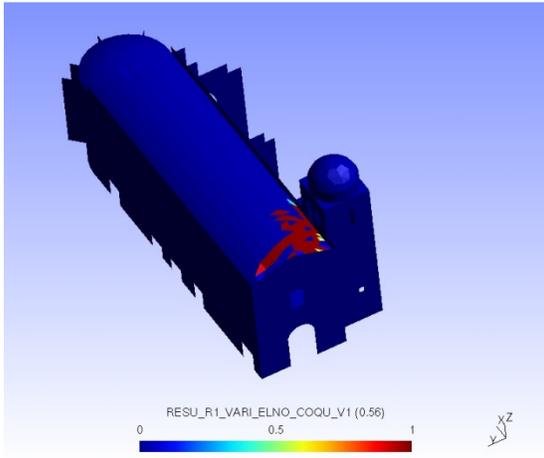
$$SYC = SYT \sqrt{\frac{1 + \nu - 2\nu}{2\nu^2}}$$

```
*endo-iso.comm (KINGSTON) - gedit
Archivo Editar Ver Buscar Herramientas Documentos Ayuda
Abrir Guardar Deshacer
endo-iso.comm x *endo-iso.comm x
522 #-----
523 # FUNCIONES DE CARGA
524 #-----
525
526 DEPLAC=DEFI_FONCTION(NOM_PARA='INST',
527 VALE=(0,0,0,0,
528 1,0,1,0,)),
529 PROL_DROITE='LINEAIRE',
530 PROL_GAUCHE='LINEAIRE',);
531
532
533 L_INST1=DEFI_LIST_REEL(DEBUT=0,0,
534 INTERVALLE=({
535 F(JUSQU_A=1,0, NOMBRE=1000,))
536 },));
537
538 #-----
539 # ANALISIS NO LINEAL INCREMENTAL
540 #-----
541 RESU_R1=STAT_NON_LINE(MODELE=MODELO,
542 CHAM_MATER=MATE,
543 CARA_ELEM=CARA_COQ,
544 EXCIT=(_F(CHARGE=APOYO,)),
545 _F(CHARGE=PESO,)),
546 _F(CHARGE=TRACT,FONC_MULT=DEPLAC,)),),
547 COMP_INCR=(_F(RELATION='ELAS',
548 #DEFORMATION='PETIT',
549 #GROUP_MA='OUI',
550 #
551 RESI_GLOB_RELA=1,0e-04,
552 RESI_INTE_RELA=1,0e-04,
553 RESI_DEBO_RELA=1,0E-04,
554 ),),
555 _F(RELATION='ENDO_ISOT_BETON',
556 GROUP_MA=('BOVAZQ','CLIPCAM','BOVENT_1','BOVENT_2','BOVENT_3'))
Python Ancho de la tabulación: 8 Ln 534, Col 36 INS
Equipo endo-iso-beton *endo-iso.comm (KIN... last-corrida mar 13 de dic, 13:47
```

```
*endo-iso.comm (KINGSTON) - gedit
Archivo Editar Ver Buscar Herramientas Documentos Ayuda
Abrir Guardar Deshacer
endo-iso.comm x *endo-iso.comm x
553 ),
554 _F(RELATION='ENDO_ISOT_BETON',
555 #
556 GROUP_MA=('MURO_9'),
557 GROUP_MA=('BOVAZQ','CLIPCAM','BOVENT_1','BOVENT_2','BOVENT_3'),
558 DEFORMATION='PETIT',
559 ALGO_C_PLAN='DEBORST',
560 ALGO_ID='ANALYTIQUE',
561 ITER_MAXI_DEBORST=100,
562 #
563 RESI_GLOB_RELA=1,0e-04,
564 RESI_INTE_RELA=1,0E-04,
565 RESI_DEBO_RELA=1,0E-04,
566 ITER_INTE_MAXI=10,
567 ITER_INTE_PAS=0,
568 RESO_INTE='IMPLICITE',
569 ),),
570 INCREMENT=_F(LIST_INST=L_INST1,
571 INST_FIN=0,56,
572 PRECISION=1,0E-04),
573 NEWTON=_F(#PREDICTION='TANGENTE',
574 MATRICE='TANGENTE',
575 REAC_ITER=1,)),
576 # RECH_LINEAIRE=_F(),
577 CONVERGENCE=_F(ITER_GLOB_MAXI=250,
578 RESI_GLOB_RELA=1,0E-04,));
579
580 RESU_R1=CALC_ELEM(reuse=RESU_R1,
581 MODELE=MODELO,
582 CHAM_MATER=MATE,
583 CARA_ELEM=CARA_COQ,
584 RESULTAT=RESU_R1,
585 OPTION=('EPSI_ELNO_DEPL','SIGM_ELNO_COQU','VART_ELNO_COQU'),),
586 EXCIT=(_F(CHARGE=APOYO,)),
587 _F(CHARGE=PESO,)),
588 _F(CHARGE=TRACT,FONC_MULT=DEPLAC,)),),);
589
Python Ancho de la tabulación: 8 Ln 534, Col 36 INS
Equipo endo-iso-beton *endo-iso.comm (KIN... last-corrida mar 13 de dic, 13:48
```

### III.9.3.2. Condiciones de contorno

### III.9.3.3. Análisis de resultados



### III.10. CONCLUSIONES PARCIALES

- El modelo se comporta manteniendo un estado de esfuerzos moderado de manera global en el cual no aparecen daños importantes debido al efecto del peso propio bajo un análisis estático.
- El efecto del peso propio es una condición causante directa de los algunos agrietamientos por tensión en la portada, en el campanario y en el arbotante. El resto de los agrietamientos y deformaciones en la bóveda, son asociados a otros efectos diferentes del peso propio.
- Los arcos en ventanas y en el acceso principal, son zonas propensas a sufrir esfuerzos que provocan ciertos agrietamientos en su contorno.
- El análisis estático por peso propio únicamente nos da una idea de la configuración deformada actual de los elementos estructurales del edificio. Las deformaciones no coinciden debido a la incapacidad de reproducir el efecto amplificador de los fenómenos que actúan a largo plazo en el edificio debido a asentamientos diferenciales, fluencia, etc.
- Debido al tipo de suelo ubicado en la zona, es muy probable que se hayan producido asentamientos diferenciales principalmente en la zona sur de la nave principal. Mismo que provocó los desprendimientos de los contrafuertes con respecto a los muros. Debido a ello, se analiza el edificio aplicando de manera incremental en el tiempo un asentamiento diferencial.
- El asentamiento provoca el agrietamiento vertical en la portada y es el culpable principal de la deformación de la bóveda central así como de los desplomes del muro sur.
- Se puede admitir que el asentamiento diferencial en los muros genera una configuración de esfuerzos considerable pero es incapaz de provocar el colapso del edificio.
- Como se pudo comprobar en las imágenes, los asentamientos diferenciales son los efectos que generan el daño principal del edificio manifestado tanto en agrietamientos como en deformaciones, sin embargo el daño también puede estar asociado a sollicitaciones sísmicas ocurridas en la zona y desde luego al factor tiempo entre otros.

# Capítulo IV

## POST-TRATAMIENTO DE RESULTADOS Y EVALUACION DE LA RESPUESTA SISMICA

IV.1. ANÁLISIS POR SISMO

IV5.2. CONDICIONES DE APOYO Y DE CARGA

IV.3. ANÁLISIS DE RESULTADOS

IV.4. CONCLUSIONES PARCIALES

# CONCLUSIONES

## Estudio bajo peso propio

- El modelo se comporta manteniendo un estado de esfuerzos moderado de manera global en el cual no aparecen daños importantes debido al efecto del peso propio bajo un análisis estático.
- El efecto del peso propio no es una condición causante directa de las deformaciones de la bóveda de azotea de la nave, pero sí de algunos agrietamientos por tensión en la portada, el campanario y en el arbotante. El resto de los agrietamientos son asociados a otros efectos diferentes del peso propio.
- Los arcos en ventanas y en el acceso principal, son zonas propensas a sufrir esfuerzos que provocan ciertos agrietamientos en su contorno.
- El análisis estático por peso propio únicamente nos da una idea de la configuración deformada actual de los elementos estructurales del edificio. Las magnitudes no se aproximan debido a la incapacidad de reproducir en efecto amplificador de los fenómenos que actúan a largo plazo en el edificio debido a asentamientos diferenciales, fluencia, etc.

## Estudio de un asentamiento diferencial en los muros

- Debido al tipo de suelo ubicado en la zona, es muy probable que se hayan producido asentamientos diferenciales principalmente en la zona sur de la nave principal. Misma que provocó los desprendimientos de los contrafuertes con respecto a los muros. Debido a ello, se analiza el edificio aplicando de manera incremental en el tiempo un asentamiento diferencial.
- El asentamiento provoca gran parte del agrietamiento en la portada y es el culpable principal de la deformación de la bóveda central así como de los desplomes del muro sur.
- Se puede admitir que el asentamiento diferencial en los muros genera una configuración de esfuerzos considerable pero es incapaz de provocar el colapso del edificio

## **Estudio de un asentamiento diferencial en los muros considerando no linealidad de los materiales**

### **Estudio de una sollicitación sísmica**

#### **Conclusiones Generales**

- El análisis estático realizado así como el incremental, predice que el edificio real resiste sin daños sensibles las condiciones de carga a las que fue sujeta la estructura, las cuales fueron por peso propio y hundimientos diferenciales.
- Para cada sollicitación o carga aplicada han aparecido unos daños. Estos daños, que en la realidad aparecen como fisuras o desprendimientos, son compatibles con la estabilidad global de la estructura y no provocan el colapso del edificio.
- Uno de los principales objetivos del estudio era comparar los daños que encontramos en la actualidad en el edificio con los que aparecieran en el modelo para saber con qué sollicitación están relacionados. En este sentido se ha conseguido relacionar la mayoría de los agrietamientos del edificio con el modelo.
- Este trabajo es un primer paso en una larga dirección de investigación. El estudio ha permitido alcanzar ciertos resultados pero debería profundizar en algunos aspectos de acuerdo con las indicaciones de las perspectivas futuras.

#### **Perspectivas futuras.**

El presente trabajo es el punto de partida para una investigación más detallada del conjunto conventual global. El procedimiento empleado es el que se seguiría al efectuar el análisis completo del edificio.

En este sentido se propone a continuación una lista de aspectos que se pueden mejorar en estudios futuros:

- Considerar la geometría completa de todo el edificio.
- Conseguir información más real acerca de las propiedades mecánicas de los materiales que conforman la estructura.
- Tener información sobre la actual geometría deformada del edificio para efectuar comparaciones más objetivas.
- Analizar la estructura por sismo para diferentes periodos de retorno.
- Efectuar estudios de vulnerabilidad sísmica.
- Incluir en el análisis los efectos del suelo en la estructura.

# APENDICES A.

# REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

## LIBROS

**MELI, Roberto, (1998)**, “Ingeniería Estructural de los Edificios Históricos”. Fundación ICA. A.C. Primera edición.

**GALLEGOS, Sergio, (2008)**, “Análisis de sólidos y estructural mediante el método de los elementos finitos” Editorial Limusa. Primera edición.

**Gómez, Salvador, (2007)**, “Análisis sísmico moderno”. Editorial Trillas. Primera edición.

## MEMORIAS DE CONGRESOS

**Chávez, M., Meli, R.,(2009)**, “Simulación numérica no lineal del comportamiento sísmico de un templo típico colonial construido a escala 1:8 y ensayado en mesa vibradora”, XVII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Puebla, México.

**Martínez, G., Rojas,R., Gaytán, R.,(2009)**, “Caracterización dinámica de las Torres de Catedral de Morelia”, XVII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Puebla, México.

**Martínez, G., Roca,P., Caselles, O., Clapés, J., Barbat, A.,(2009)**, “Matrices de probabilidad de daño para la Catedral de Mallorca”, España, XVII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Puebla, México.

**Martínez, G., Rojas, R., Infante, H.,(2009)**, “Comportamiento sísmico para el edificio histórico del primitivo y nacional colegio de San Nicolás en Morelia”, XVII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Puebla, México.

**Máximo, P., Lozano, J.,(2009)**, “Periodos fundamentales en las direcciones ortogonales del templo del Refugio”, XVII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Puebla, México.

**Ramírez, H., Mejía, M., Valdez, E.A., Arzate, S.P.,(2009)**, “Estudio estructural del conjunto religioso de Acolman”, XVII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Puebla, México.

**Peña, F., Rivera, D., Arce, C., (2010)**, “La conservación del patrimonio arquitectónico mediante una visión multidisciplinaria: el papel de la ingeniería”, XVII Congreso Nacional de Ingeniería Estructural, León, Guanajuato.

## ARTICULOS Y TESIS

**Cardão, S.M. , (2001),**“Estudio del comportamiento sísmico del conjunto monumental del monasterio de los Jerónimos”, Tesis de grado de Maestro en Estructuras de Ingeniería Civil, Universidad de Minho, Portugal.

**Cuello, I., (2007),**“Análisis dinámico de la Catedral de Mallorca”, Tesis de grado de Maestro en Estructuras de Ingeniería Civil, Universidad

**ICOMOS. (2006).** “Recomendaciones para el análisis conservación y restauración estructural del patrimonio Arquitectónico”, Traducción de González A. Revisada por González J.L. y Roca P.

**Gaytan, R., (2010),** “Vulnerabilidad sísmica para las Torres y fachada de Catedral de Morelia”, Tesis de grado de Maestro en Estructuras, Facultad de Ingeniería Civil, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, México.

**Heyman, J., (1995).**“Teoría, historia y restauración de Estructuras de fábrica”, Instituto Juan de Herrera

**Heyman, J., (2005).**“El esqueleto de piedra. Mecánica de la arquitectura de fábrica”, Instituto Juan de Herrera

**Luna, J.L.,(1995),** “Propiedades mecánicas de la cantera utilizada en construcciones de la época colonial”, Tesis de licenciatura, Facultad de Ingeniería, UNAM, México.

**Massanas,M.,(2003),** “Análisis estructural de la mezquita pequeña Santa Sofía de Estambul”, Tesis de grado de Maestro en Estructuras de Ingeniería de la Construcción.

**Mendoza, J., (2002),** “Análisis estructural de los pórticos tipo de la Catedral de Girona”, Tesina de especialidad de la ETSECCPB, UPC, Barcelona.

**Rivera, D., (1997),** “Análisis de la respuesta sísmica registrada de la Catedral Metropolitana de la ciudad de México”, Tesis de grado para Maestro en Estructuras, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM. México.

**Rodríguez, G.G., (1997),** “Estudio sobre el comportamiento estructural del Sagrario Metropolitano”, Tesis de grado para Maestría, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM, México.

**Roeder, G., (1998)**, “Métodos de Análisis de Estructuras de Mampostería en Edificios Históricos”, Tesis de grado de Maestro en Estructuras, DEPMI, UNAM, México.

**Salas, A.J., (2002)**, “Estudio estructural de los pórticos tipo de la Catedral de Mallorca”, Tesina de especialidad de la ETSECCPB, UPC, Barcelona.

**Torrent, J., (1999)**, “Análisis por sismo de la Catedral de Barcelona”, Tesina de especialidad de la ETSECCPB, UPC, Barcelona.