



No. 240 Serie: Azul Fecha: Diciembre 2008

Comparación de modelos de predicción de Series de Tiempo

M. A. Paredes-Farrera¹, E. Castillo-Montiel¹, K. Ramírez-Amaro²,
C. Bustillo-Hernández³, & J. Figueroa Nazuno⁴.

RESUMEN

La contaminación atmosférica en la ciudad de México, es un problema importante que ocasiona efectos negativos en la salud de la población. El Ozono (O_3) es uno de los principales contaminantes atmosféricos nocivos, que debido a sus características, afecta de manera directa al sistema respiratorio de los seres humanos. Es por ello, que la predicción de dicho contaminante se vuelve muy imprescindible, ya que esta permitiría crear mecanismos para alertar a la población y tomar medidas preventivas. El siguiente trabajo presenta un análisis matemático-computacional de la comparación de diferentes técnicas de predicción, aplicadas a datos de niveles de concentración de O_3 del Sistema de Monitoreo Atmosférico (SIMAT) tomados entre 1986 y el 2006 en la ciudad de México. Los resultados demuestran que es posible, hacer predicción con alto grado de precisión analizando un combinatorial de parámetros de entrada de algunas técnicas de predicción, con los datos reunidos por RAMA (Red Automática de Monitoreo Atmosférico).

Palabras Clave: Ozono, Predicción, Espacio de Fase, Series de Tiempo.

¹ Alumno de la Maestría en Ciencias de la Computación del Centro de investigación en Computación (CIC).

² Profesor-Investigador de la Escuela Superior de Cómputo (ESCOM) del Instituto Politécnico Nacional (IPN).

³ Alumno de la Escuela Superior de Cómputo (ESCOM) del Instituto Politécnico Nacional (IPN).

⁴ Profesor-Investigador del Centro de investigación en Computación (CIC).

ÍNDICE GENERAL

1	INTRODUCCIÓN.....	1
2	OZONO (O ₃).....	2
	2.1 Sistema de Monitoreo Atmosférico (SIMAT).....	3
	2.2 Red Automática de Monitoreo Atmosférico (RAMA).....	3
	2.3 Normas Oficiales para la medición del O ₃	4
	2.4 Efectos en la salud.....	6
3	FUNDAMENTOS TEÓRICOS.....	7
	3.1 Sistemas Dinámicos.....	7
	3.2 Serie de Tiempo (ST).....	7
	3.3 Espacio de fase.....	9
	3.3.1 Predicción en Espacio de Fase.....	11
4	MODELOS DE PREDICCIÓN.....	13
	4.1 Nearest Neighbor (NN).....	13
	4.2 Locally Constant (LC).....	13
	4.3 Kernel Regresión (KR).....	14
	4.4 Locally Linear (LL).....	14
	4.5 Locally Weight Linear (LWL).....	14
	4.6 Radial Basis Function (RB).....	15
	4.7 Método de evaluación de los predictores.....	15
	4.7.1 Raíz Cuadrada del Error Cuadrático Medio (RMSE).....	15
	4.7.2 Raíz Cuadrada del Error Cuadrático Normalizado (NRMS).....	16
5	METODOLOGÍA.....	16
	5.1 Intervalos de entrenamiento y predicción	16
	5.2 Parámetros del Espacio de Fase.....	17
	5.3 Opciones del modelo de predicción.....	17
	5.4 Metodología.....	17
6	ANÁLISIS DE RESULTADOS	18
7	CONCLUSIONES.....	22
8	REFERENCIAS.....	23

APENDICES

A, Gráficas y tablas de mediciones de O ₃	26
B, Tablas de Resultados de los Experimentos.....	30
C, Gráficas de los experimentos.....	41

ÍNDICE DE TABLAS

Nº	Título	Pág.
1	Contaminantes medidos en la estación RAMA.....	3
2	Distribuciones de las concentraciones máximas diarias de O ₃ , 1996-2006. Se observa en color gris el intervalo de medición que mostró el mayor número de días en el año.....	5
3	Condiciones en las cuales una persona empieza a manifestar efectos agudo en su salud.....	6
4	Distancias utilizadas en los experimentos, con su respectiva abreviatura.....	13
5	Opciones del número de vecinos disponibles.....	13
6	Opciones de kernel disponibles.....	14
7	Opciones de función local disponibles para el predictor LWL.....	15
8	Combinación de los mejores modelos de predicción y los errores obtenidos.....	20
A1	Distribución de las concentraciones máximas diarias de Ozono (O ₃) de los años de 1986 a diciembre de 2006.....	29
B1	Resultados con el predictor Kernel Regresion (KR).....	31
B2	Resultados con el predictor Locally Weigth Linear (LWL).....	34
B3	Resultados con el predictor Nearest Neighbor (NN).....	37
B4	Resultados con el predictor Locally Constant (LC).....	37
B5	Resultados con el predictor Locally Linear (LL).....	38
B6	Resultados con el predictor Radial Basis (RB).....	39

ÍNDICE DE FIGURAS

Nº	Título	Pág.
1	Molécula de O ₃ , que es un gas formado por 3 átomos de Oxígeno.....	2
2	Diferentes distribuciones del O ₃ de acuerdo a la altura donde se encuentra en la atmósfera.....	2
3	Mapa de localización para la estación Merced, que se encuentra ubicada en la zona centro del Distrito Federal.....	4
4	Planta dañada por O ₃ (izquierda) y planta normal (derecha).....	6
5	Serie de Tiempo de la función Seno.....	7
6	Ejemplo de la reconstrucción de la trayectoria en el espacio de fase. Como se puede observar, es posible pasar de la serie de tiempo al espacio fase y viceversa.....	9
7	Ejemplo de la reconstrucción del espacio de fase con la técnica Tiempo de retardo de Takens.....	10
8	Gráfica de la serie \vec{X}_N , donde n son los intervalos de tiempo y \vec{X}_N el valor medido en ese intervalo de tiempo.....	10
9	Transformación de la serie \vec{X}_N , con dimensión embebida $m = 2$ y $h = 1$	10
10	Metodología para la predicción de los datos en espacio de fase.....	12
11	Metodología general de la experimentación para la predicción del O ₃ ...	18
12	Resultado de la combinación NN, distancia BC.....	19
13	Resultados de la combinación: predictor NN, distancia E (izq) y distancia MN (der)	19
14	Resultados de la combinación: predictor RB, Función Local L, distancia E, vecindad 6 (izq) y función C, distancia E y vecindad 6 (der).....	20
15	Resultado de la combinación LWL, Kernel B, distancia E y vecindario de 6 (izq); la misma combinación de parámetros, pero con vecindario de 21 (der).....	21
A1	Máximo diario de Ozono (O ₃) de los años de 1986 a diciembre 2006...	27
A2	Distribución del máximo diario de Ozono (O ₃) de los años de 1986 a diciembre 2006.....	28
C1	Exp 280, Predictor: Nearest Neighbor.....	42
C2	Exp 282, Predictor: Nearest Neighbor.....	42
C3	Exp 281, Predictor: Nearest Neighbor.....	42
C4	Exp 284, Predictor: Nearest Neighbor.....	42

C5	Exp 325, Predictor: Radial Basis.....	43
C6	Exp 345, Predictor: Radial Basis.....	43
C7	Exp 349, Predictor: Radial Basis.....	43
C8	Exp 369, Predictor: Radial Basis.....	43
C9	Exp 307, Predictor: Locally Linear.....	44
C10	Exp 305, Predictor: Locally Linear.....	44
C11	Exp 315, Predictor: Locally Linear.....	44
C12	Exp 319, Predictor: Locally Linear.....	44
C13	Exp 288, Predictor: Locally Constant.....	45
C14	Exp 289, Predictor: Locally Constant.....	45
C15	Exp 299, Predictor: Locally Constant.....	45
C16	Exp 300, Predictor: Locally Constant.....	45
C13	Exp 19, Predictor: Kernel Regression.....	46
C14	Exp 20, Predictor: Kernel Regression.....	46
C15	Exp 95, Predictor: Kernel Regression.....	46
C16	Exp 115, Predictor: Kernel Regression.....	46
C17	Exp 148, Predictor: Locally Weight Linear.....	47
C18	Exp 182, Predictor: Locally Weight Linear.....	47
C19	Exp 264, Predictor: Locally Weight Linear	47
C20	Exp 217, Predictor: Locally Weight Linear	47

1 INTRODUCCIÓN

La contaminación atmosférica es la presencia en el aire de uno o más contaminantes o la combinación de éstos [12]. Los contaminantes atmosféricos que afectan el bienestar y la salud humana, cuentan con criterios para establecer o revisar límites máximos permisibles para los seres vivos; estos son denominados contaminantes atmosféricos criterio. Este término es adoptado de la definición que hace la Agencia de Protección Ambiental de los Estado Unidos (US EPA, por sus siglas en inglés) [13].

Los contaminantes criterio son: Ozono (O_3), Dióxido de Azufre (SO_2), Monóxido de Carbono (CO), Dióxido de Nitrógeno (NO_2), Plomo (Pb), y partículas suspendidas (cualquier material sólido o líquido con un diámetro que oscila entre 0.0002 y 500 micrómetros (μm), que en conjunto se designan como Partículas Suspendidas Totales o PST) [13].

El O_3 es uno de estos contaminantes que afectan de manera directa a la población ya que es altamente oxidante, afectando materiales orgánicos e inorgánicos, siendo ésta una de las razones que hace necesaria la predicción de este contaminante para así poder tomar medidas preventivas y de ser posible alertar a la población [3].

Debido a lo anterior, uno de los objetivos de este trabajo es evaluar algunos modelos de predicción aplicados a datos de niveles de concentración de O_3 de la ciudad de México. Dichos datos fueron recopilados de la estación Merced, que pertenece al Sistema de Monitoreo Atmosférico (SIMAT) subred RAMA. Los datos recolectados comprenden desde el año de 1986 al 2006. A dicho conjunto de datos medidos de manera experimental, se les llama Series de Tiempo (ST).

Las técnicas de predicción buscan extraer la mayor cantidad de información en el proceso de aprendizaje sobre la dinámica de la ST y posteriormente, predecir el comportamiento de ésta [1]. Los modelos de predicción utilizados en este trabajo mapean los datos de la ST al espacio de fase. La ventaja de utilizar esta representación es que se conserva la dinámica del sistema, aún cuando desaparece el eje del tiempo. La metodología presentada en este trabajo no solo es aplicable a la predicción del O_3 , si no que es posible generalizarlo a otras ST.

El presente trabajo cuenta con 7 secciones distribuidas de la siguiente forma: en la sección 2, se explica lo que es O_3 , los efectos negativos que pueden presentar las personas al estar expuesto a este contaminante; también se explica el sistema de monitoreo por el cual este contaminante es medido. En la sección 3, se da una breve descripción sobre algunos fundamentos teóricos que fueron necesarios tomar en cuenta para la realización del presente trabajo.

En la sección 4, se definen los modelos de predicción empleados y la definición de los errores RMSE y NRMS, utilizados para evaluar los modelos. La metodología implementada para la predicción de la ST es descrita en la sección 5. El análisis de los resultados se describe en la sección 6 y por último, en la sección 7 se escriben las conclusiones del trabajo.

2 OZONO (O₃)

El O₃ es un gas formado por tres átomos de Oxígeno (O₂), que se forma al disociarse los 2 átomos que componen al gas de Oxígeno (ver Fig. 1) y reacciona por la acción de la luz solar. El O₃ a temperatura y presión ambientales es un gas color ocre e incoloro, que en grandes concentraciones puede volverse azulado.

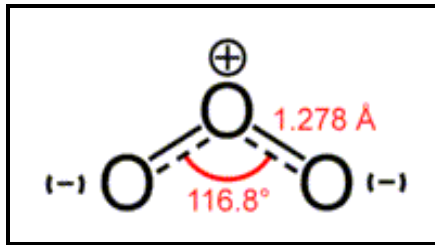


Figura 1. Molécula de O₃, que es un gas formado por 3 átomos de Oxígeno.

En la estratosfera (entre 12 y 50 Km. a partir del suelo), el O₃ se encuentra en forma natural de Oxígeno, creando una capa protectora que rodea a la tierra, que la protege de la radiación solar ultravioleta y de otras partículas energéticas. A esta capa se le conoce como ozonósfera o capa de ozono (ver Fig. 2).

Sin embargo, en la troposfera (de 0 a 12 Km. a partir de la superficie terrestre), el O₃ se produce por la reacción fotoquímica de Óxidos de Nitrógeno (NOX) y compuestos orgánicos volátiles, que reaccionan con la luz solar, produciendo un átomo libre de Oxígeno (O₂) el cual se asocia a un átomo de Oxígeno (O₂), formando así el O₃. Este proceso está condicionado a la intensidad de la radiación solar.

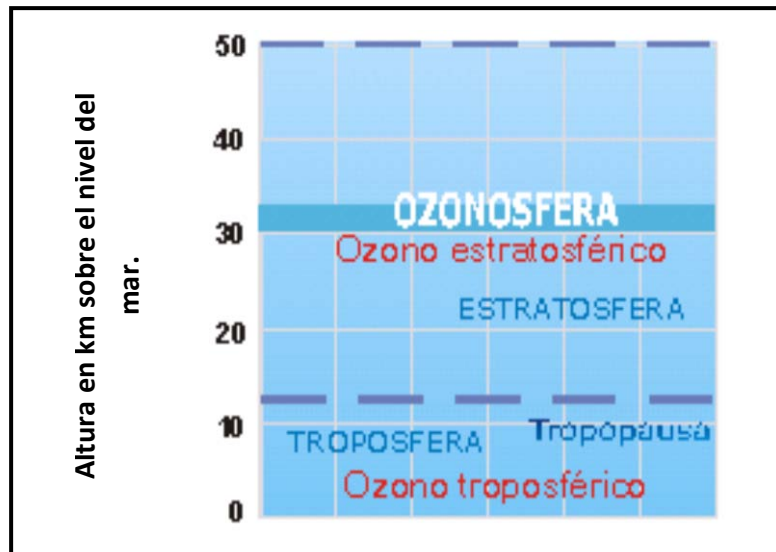


Figura 2. Diferentes distribuciones del O₃ de acuerdo a la altura donde se encuentra en la atmósfera.

2.1 Sistema de Monitoreo Atmosférico (SIMAT)

México cuenta con organizaciones que vigilan y evalúan la calidad del aire, como medida de prevención y protección de la salud de los habitantes. Una de estas organizaciones es el Sistema de Monitoreo Atmosférico de la Ciudad de México (SIMAT). El SIMAT se encarga de vigilar y evaluar el estado de la calidad del aire⁵ para informar oportunamente a los habitantes y fortalecer la toma de decisiones en programas de prevención y mejoramiento de la calidad del aire [29].

Ésta realiza mediciones de O₃ usando la medida de partes por millón (ppm), que es la unidad de medición utilizada para conocer concentraciones diminutas de elementos presentes por unidad de volumen. Para el O₃ su equivalente en unidades de peso por volumen es igual a 1,960 microgramos por metro cúbico, a 25° C de temperatura con una atmósfera de presión [15].

El SIMAT está integrado por 4 subsistemas especializados, que son:

- RAMA: Red Automática de Monitoreo Atmosférico.
- REDMA: Red Manual de Monitoreo Atmosférico.
- REDDA: Red de Depósito Atmosférico.
- REDMET: Red Meteorológica.

El subsistema que se utilizará en este trabajo es RAMA, que es el encargado de realizar las mediciones de los contaminantes (entre ellos el O₃).

2.2 Red Automática de Monitoreo Atmosférico (RAMA)

La RAMA es uno de los subsistemas del SIMAT, que cuenta con analizadores para contaminantes específicos, que operan en base a las propiedades fisicoquímicas de cada contaminante. En la Tabla 1, se encuentran algunos de los contaminantes que mide dicha red.

Ozono (O ₃)
Óxidos de Nitrógeno (NO, NO ₂ , NO _x)
Dióxido de Azufre (SO ₂)
Monóxido de Carbono (CO)
Partículas menores a 10 micrómetros (PM10)
Partículas menores a 2.5 micrómetros (PM2.5)
Ácido Sulfhídrico (H ₂ S)

Tabla 1. Contaminantes medidos en el subsistema RAMA.

⁵ *Calidad del aire*: características del aire ambiente con relación al tipo de sustancias, la concentración de las mismas y período en que se presentan en un lugar y tiempo determinado [13].

La RAMA cuenta con 36 estaciones de monitoreo ubicadas en lugares estratégicos de la Ciudad de México. Veinticuatro de las estaciones están localizadas en el Distrito Federal y 12 en el Estado de México. Entre ellas se encuentra la estación Merced (ver Fig. 3); estación de la cual se tomaron los datos para la elaboración del presente trabajo. Se seleccionó esta estación por su ubicación estratégica dentro de la Ciudad de México y es la que posee datos históricos desde 1986.



Figura 3. Mapa de localización para la estación Merced, que se encuentra ubicada en la zona centro del Distrito Federal.

La información que proporciona cada una de las estaciones, es primordial en la evaluación oportuna de la calidad del aire en la ciudad y es difundida, a través del Índice Metropolitano de la Calidad del Aire (IMECA). Este índice es un valor de referencia para que la población conozca los niveles de contaminación prevalecientes en su zona de residencia, de manera precisa y oportuna, para que tome las medidas pertinentes de protección [16].

Cuando el IMECA de cualquier contaminante rebasa alguna norma oficial, es necesario alertar a la población y/o aplicar algún programa de prevención y mejoramiento de la calidad del aire.

2.3 Normas Oficiales para la medición del O₃.

Una norma oficial es una regulación técnica, expedida por dependencias competentes u organismos nacionales o internacionales que en términos de la ley establezcan reglas que se refieren a su cumplimiento o aplicación. Las normas oficiales ambientales en las cuales se encuentra regulado el O₃, establecen los criterios para evaluar la calidad del aire ambiente con respecto a dicho contaminante.

La Norma Oficial Mexicana NOM-020-SSA1-1993, sobre salud ambiental, establece los valores permisibles de concentración de O₃ en el aire ambiente⁶ para la protección de la salud humana [15].

⁶ *Aire ambiente*: a la mezcla de elementos y compuestos gaseosos, líquidos y sólidos, orgánicos e inorgánicos, presentes en la atmósfera [13].

Esta norma establece como límite de protección a la salud, una concentración de 0.11 ppm promedio de una hora, la cual puede rebasarse una vez al año en un período de tres años.

De los datos obtenidos de la estación Merced para el contaminante O₃, se observó que entre los años 1986 y 1999 esta norma fue rebasada en más del 90% de las veces (ver Tabla 2). En la Tabla 2, se encuentra el número de días por año que rebasaron el límite permitido de 0.11 ppm; además, se puede observar que la cantidad de días que rebasaron dicha norma han ido disminuyendo de 317 en el año de 1996, hasta llegar a 209 en el año 2006.

Los intervalos de concentración de O₃, en los cuales se encuentra el mayor número de días también han ido disminuyendo aunque, el número de días ha ido en aumento. Por ejemplo, de 1996 a 1999 el intervalo de 0.171 a 0.202 es el que tiene un mayor número de días, con valores entre 77 a 87 días.

Mientras que, del 2004 al 2006 el intervalo con mayor número de días es el de 0.055 a 0.110, y el número de días se encuentra entre los valores de 117 a 125 días. En el anexo A, Tabla A1 se encuentra la tabla completa de las distribuciones de O₃ desde el año 1986 hasta el 2006.

Tabla 2. Distribuciones de las concentraciones máximas diarias de O₃, 1996-2006. Se observa en color gris el intervalo de medición que mostró el mayor número de días en el año.

Intervalo año	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
(0.0, 0.055] ppm	8	11	12	25	6	18	18	18	24	26	31
(0.055, 0.110] ppm	41	43	48	54	52	74	66	94	117	118	125
(0.110, 0.141] ppm	33	51	52	45	56	76	82	97	116	110	122
(0.141, 0.171] ppm	67	77	62	68	102	86	104	107	76	83	74
(0.171, 0.202] ppm	87	86	77	84	90	77	59	41	31	25	12
(0.202, 0.208] ppm	16	19	18	15	13	8	5	0	0	2	0
(0.208, 0.233] ppm	57	40	46	47	37	20	23	7	2	1	1
(0.233, 0.257] ppm	30	19	31	19	7	4	7	1	0	0	0
(0.257, 0.282] ppm	19	15	14	5	3	2	0	0	0	0	0
(0.282, 0.294] ppm	5	2	2	1	0	0	1	0	0	0	0
(0.294, 0.355] ppm	3	2	3	2	0	0	0	0	0	0	0
> 0.355 ppm	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Días arriba del valor límite (0.110 ppm)	317	311	305	286	308	273	281	253	225	221	209

La mayoría de los estudios realizados para evaluar el efecto del O₃ en la salud de la población expuesta a este contaminante, indican que produce una variedad de efectos agudos (graves y de corta duración) y probablemente crónicos (de larga duración o habituales) [17].

Sin embargo, aún cuando las concentraciones de O₃ son menores, es decir de 0.08, ppm, también causan un efecto agudo en las personas si estas tienen una exposición prolongada o una actividad moderada o baja. Y en concentraciones de 0.12 ppm en adelante, cuando las personas realizan alguna actividad moderada o intensa (ver Tabla 3). En relación con los efectos crónicos, aún no existe evidencia concluyente.

Tabla 3. Condiciones en las cuales una persona empieza a manifestar efectos agudos en su salud.

Contaminante	Concentración (ppm)	Actividad
O ₃	Igual o mayores a 0.12 ppm	Ejercicio moderado o intenso
	0.08 ppm (exposiciones prolongadas)	Ejercicio moderado o bajo

2.4 Efectos en la salud

Es importante mencionar que aún cuando el O₃ es indispensable en la tierra, cuando baja a nivel de la superficie (troposfera) es uno de los principales contaminantes nocivos. Éste produce ciertos efectos negativos en la salud de los seres vivos, ya que es altamente oxidante afectando a los tejidos vivos (ver Fig. 4); además de que se asocia con diversos padecimientos en la salud humana.



Figura 4. Planta dañada por O₃ (izquierda) y planta normal (derecha).⁷

Personas que viven expuestas a concentraciones altas de O₃, presentan diversos síntomas como son: irritación ocular, de nariz y garganta, tos, dificultad y dolor durante la respiración profunda, opresión en el pecho, náuseas y dolor de cabeza. Diversos estudios realizados en animales muestran que los daños producidos por este contaminante sobre el pulmón en distintas especies, son similares, además de que la respuesta depende fundamentalmente de la dosis de exposición [15]. Existen individuos más sensibles que otros a este contaminante y tanto los síntomas como los daños pueden variar según algunas condiciones, como las que se mencionan en la norma oficial.

Entre los grupos de la población con mayor susceptibilidad por exposición a concentraciones de O₃ destacan[20]:

- *Niños y adultos mayores:* Grupo más vulnerables a los efectos del O₃ debido a la susceptibilidad de su sistema inmunológico.

⁷ Imagen cortesía de Gene Daniels/U.S. EPA, obtenida de <http://www.newsroom.ucr.edu/cgi-bin/display.cgi?id=1119>. Último acceso: 28, Agosto de 2008.

- *Personas con enfermedades respiratorias:* El estado de salud de este grupo de población puede empeorar si padecen enfermedades crónicas, como son enfisema pulmonar y bronquitis. Por su misma condición, sienten los efectos del O_3 incluso antes que las personas consideradas sanas. En personas que padecen enfisema pulmonar, la exposición a concentraciones entre 0.1 y 0.15 ppm disminuye el consumo y la cantidad de oxígeno arterial. En personas asmáticas se presentan ataques en días con concentraciones superiores a 0.13 ppm [20].
- *Personas que realizan actividades al aire libre:* Considerado un grupo potencial para padecer los efectos causados por la exposición al O_3 . Algunas personas consideradas sanas pueden ser más susceptibles que otras. La exposición a concentraciones de 0.05 ppm provoca disminución en capacidad pulmonar y concentraciones de 0.03 ppm por períodos de 8 horas a en cualquier persona presentan irritación nasal y de garganta. En atletas la exposición a concentraciones de 0.3 durante una hora reduce su condición física [20].

3 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

3.1 Sistemas Dinámicos

Los sistemas dinámicos son objetos matemáticos utilizados para modelar fenómenos físicos cuyos estados cambian con el tiempo. Dichos modelos son utilizados en predicciones financieras y económicas, modelos ambientales, diagnósticos médicos, diagnóstico de equipo industrial, entre otras aplicaciones

3.2 Serie de Tiempo (ST)

Una forma de estudiar los sistemas dinámicos es utilizando una ST que es una secuencia en el tiempo de valores del sistema $x(t)$ que registra una secuencia de valores experimentales $x(t_1), x(t_2), x(t_3), \dots, x(t_N)$ para un intervalo de tiempo $t = N$ con $t_1 < t_2 < t_3 < \dots < t_n$. Es decir, una ST es un conjunto de datos numéricos obtenidos a partir de una observación experimental de algún sistema dinámico, o mediante el cálculo numérico de las ecuaciones que lo generan (en el caso particular que sea posible calcular su solución). Un ejemplo de una ST se puede observar en la Fig. 5.

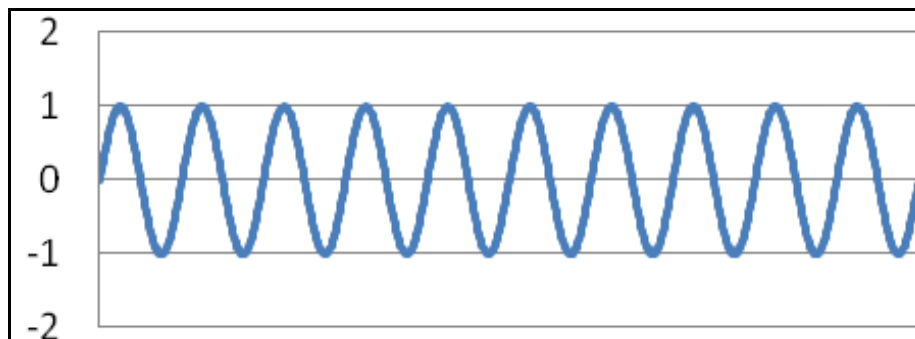


Figura 5. Serie de tiempo de la función Seno.

Las ST contienen información sobre las variables independientes de un sistema que determinan su dinámica. La extracción de esta información es un problema que se estudia mediante el análisis (caracterización), predicción y modelado de las ST.

De manera más general, los sistemas dinámicos están compuestos de tres partes[23]. La primera parte es el estado de un sistema, el cual es una representación de toda la información sobre el sistema en algún momento en particular en el tiempo. En general, el símbolo $\vec{X}(t)$:

$$\vec{X}(t) = [x_1(t), \dots, x_m(t)] \quad (\text{Ec. 3.1})$$

será utilizado para denotar el estado de un sistema en el tiempo t , donde m representa la dimensión del vector [23], [24], [25].

La segunda parte es el espacio de fase de un sistema. Éste es un conjunto que contiene todos los estados posibles al cual un sistema puede estar asignado. El símbolo Ω es utilizado para denotar el espacio de fase de un sistema dinámico y $\vec{X}(t) \in \Omega$

La tercera parte es la función de estado-transición, la cual es utilizada para actualizar y cambiar el estado de un momento a otro. El símbolo T es utilizado para denotar la función de estado-transición que mapea un estado inicial, $\vec{X}(t)$ después de un período de tiempo h en un nuevo estado $\vec{X}(t+h)$:

$$\vec{X}(t+h) = T\left(\vec{X}(t), t, t+h\right) \quad (\text{Ec. 3.2})$$

Sin importar qué función de estado-transición es asumida para ser una función diferenciable del tiempo, es posible definir un generador local como la siguiente derivada:

$$dT/dt = \lim_{h \rightarrow 0} \left(\vec{X}(t+h) - \vec{X}(t) \right) / h = f\left(\vec{X}(t), t\right) \quad (\text{Ec. 3.3})$$

En resumen, dado un estado inicial $\vec{X}(0)$, el generador local es usado para generar una trayectoria, $\vec{X}(t)$ para todo $t > 0$. Suponiendo que el generador local cumpla con ciertas propiedades de suavidad, entonces, se garantiza que dicho generador local produce una única trayectoria desde alguna posición inicial. El objetivo del análisis de los sistemas dinámicos es entender todas las posibles trayectorias producidas por el generador local [23].

3.3 Espacio de fase

La ST de un sistema es una estructura de información a partir de la cual es posible recuperar la información necesaria para reconstruir la trayectoria dinámica del sistema, al menos de forma parcial. Lo anterior fue demostrado matemáticamente por Whitney en 1934 [26].

Posteriormente F. Takens en 1980, propuso y demostró una función para la reconstrucción de la trayectoria del atractor en el espacio fase a partir del embebido (*embedding*) de la ST (ver Fig. 6)[28].

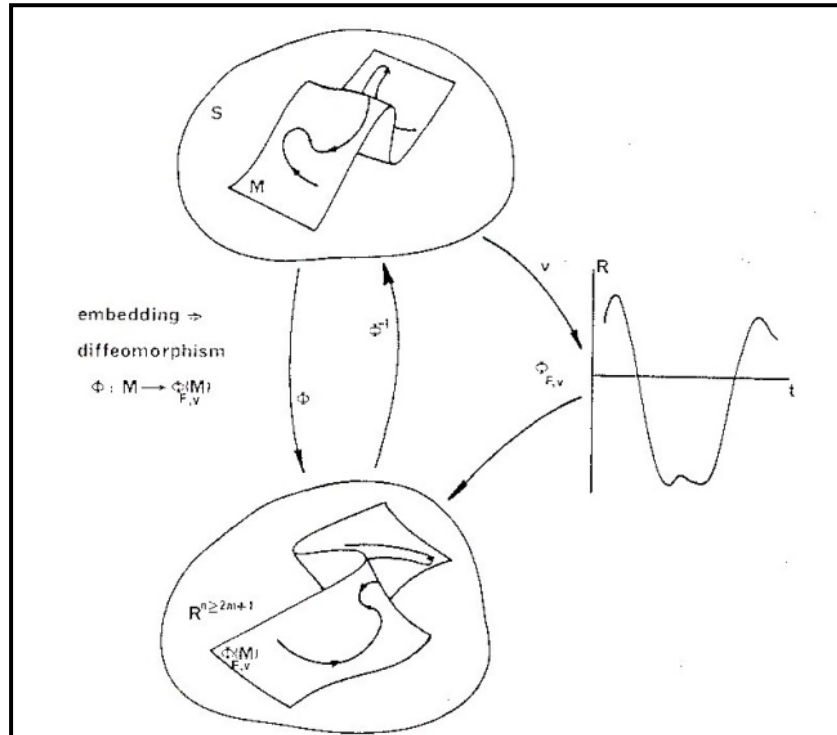


Figura 6. Ejemplo de la reconstrucción de la trayectoria en el espacio de fase. Como se puede observar, es posible pasar de la serie de tiempo al espacio fase y viceversa.

La dinámica del sistema puede ser descrito como una trayectoria $\vec{X}_i \in R^m (i = 1, \dots, N)$ en un espacio de fase m -dimensional [5]. Un método frecuentemente utilizado para la reconstrucción de la trayectoria \vec{X}_i , es el método de tiempo de retardo de Takens:

$$\vec{X} = (x(t_i), x(t_{i+h}), \dots, x(t_{i+(m-1)h})) \quad (\text{Ec. 3.4})$$

donde:

m es la *dimensión embebida* que determina el número de los componentes en el vector reconstruido del estado del sistema. El método que empleamos para definir la dimensión embebida es Falsos Vecinos Cercanos (False Nearest Neighbor, FNN).

h el tiempo de retardo que determina la separación temporal de los componentes en el vector reconstruido del estado del sistema. El método utilizado en este trabajo para su cálculo es Información Mutua (Average Mutual Information).

La preservación de las estructuras topológicas de la trayectoria original está garantizada si $m \geq 2d + 1$, donde d representa la dimensión de la dinámica del sistema (ver Figura 7) [28].

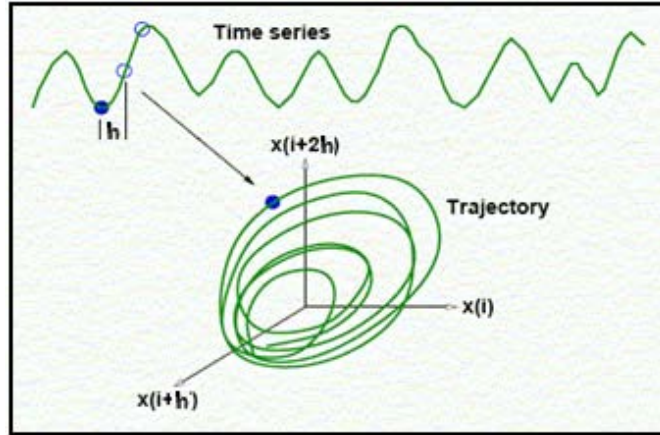


Figura 7. Ejemplo de la reconstrucción del espacio de fase con la técnica Tiempo de retardo de Takens.

Si contamos con la siguiente ST $\vec{X}_N = [1, 4, 8, 2, 7, 6, 2, 3, 5]$ (ver Fig. 8). El espacio de fase, para una dimensión embebida $m=2$ y $h=1$ será (ver Fig. 9) y corresponde a los siguientes vectores:

$$\Omega = \left(\begin{matrix} 1 \\ 4 \end{matrix} \right), \left(\begin{matrix} 4 \\ 8 \end{matrix} \right), \left(\begin{matrix} 8 \\ 2 \end{matrix} \right), \left(\begin{matrix} 2 \\ 7 \end{matrix} \right), \left(\begin{matrix} 7 \\ 6 \end{matrix} \right), \left(\begin{matrix} 6 \\ 2 \end{matrix} \right), \left(\begin{matrix} 2 \\ 3 \end{matrix} \right), \left(\begin{matrix} 3 \\ 5 \end{matrix} \right) \quad (\text{Ec. 3.5})$$

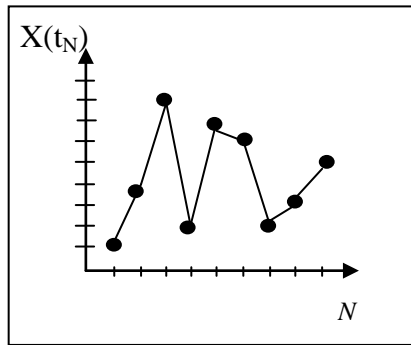


Figura 8. Gráfica de la serie $\vec{X}(t_N)$, donde N son los intervalos de tiempo y $\vec{X}(t_N)$ el valor medido en ese intervalo de tiempo.

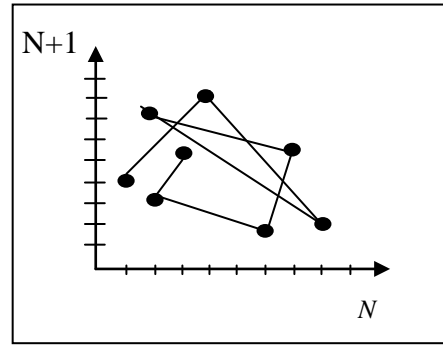


Figura 9. Transformación de la serie $\vec{X}(t_N)$ con dimensión embebida $m=2$ y $h=1$.

3.3.1 Predicción en Espacio de Fase

La predicción en el espacio de fase consiste en estimar trayectorias que describen el comportamiento de un sistema; para predecir el punto $x(t_{N+1})$, se determina el último estado del sistema conocido representado por la ecuación 3.4.

El siguiente paso será buscar en la serie de tiempo k estados similares que hayan ocurrido en el pasado, donde “similar” es determinado por la distancia entre el vector \vec{X} y su vector vecino \vec{X}' en la m -dimensión del espacio de fase. Si la señal observada fue generada por algún mapeo:

$$[x(t_N), x(t_{N-h}), x(t_{N-2h}), x(t_{N-(m-1)h})] = x(t_{i+(m-1)h}) \quad (\text{Ec. 3.6})$$

Este mapeo puede ser recuperado (reconstruido) de los datos buscando su comportamiento en el vecindario de \vec{X} . Se encontró la aproximación de dicho mapeo M mediante el ajuste de un polinomio (de orden bajo) el cual mapea k vecinos cercanos (estados similares) de \vec{X} , sobre sus valores inmediatos. Ahora podemos usar este mapeo para predecir $x(t_{N+1})$.

En otras palabras, podemos hacer la suposición de que M está ajustado aproximadamente a \vec{X} , y si un estado:

$$\vec{X}' = [x'(t_N), x'(t_{N-h}), x'(t_{N-2h}), x'(t_{N-(m-1)h})] \quad \text{Ec. 3.7}$$

se encuentra en el vecindario de \vec{X} , éste resulta similar al punto $x'(t_{N+1})$ en el pasado, entonces el punto $x(t_{N+1})$ a predecir, debe estar en algún lugar cercano a $x'(t_{N+1})$.

Un esquema general de la metodología para la predicción de una ST en espacio de fase, puede ser observada en la Figura 10.

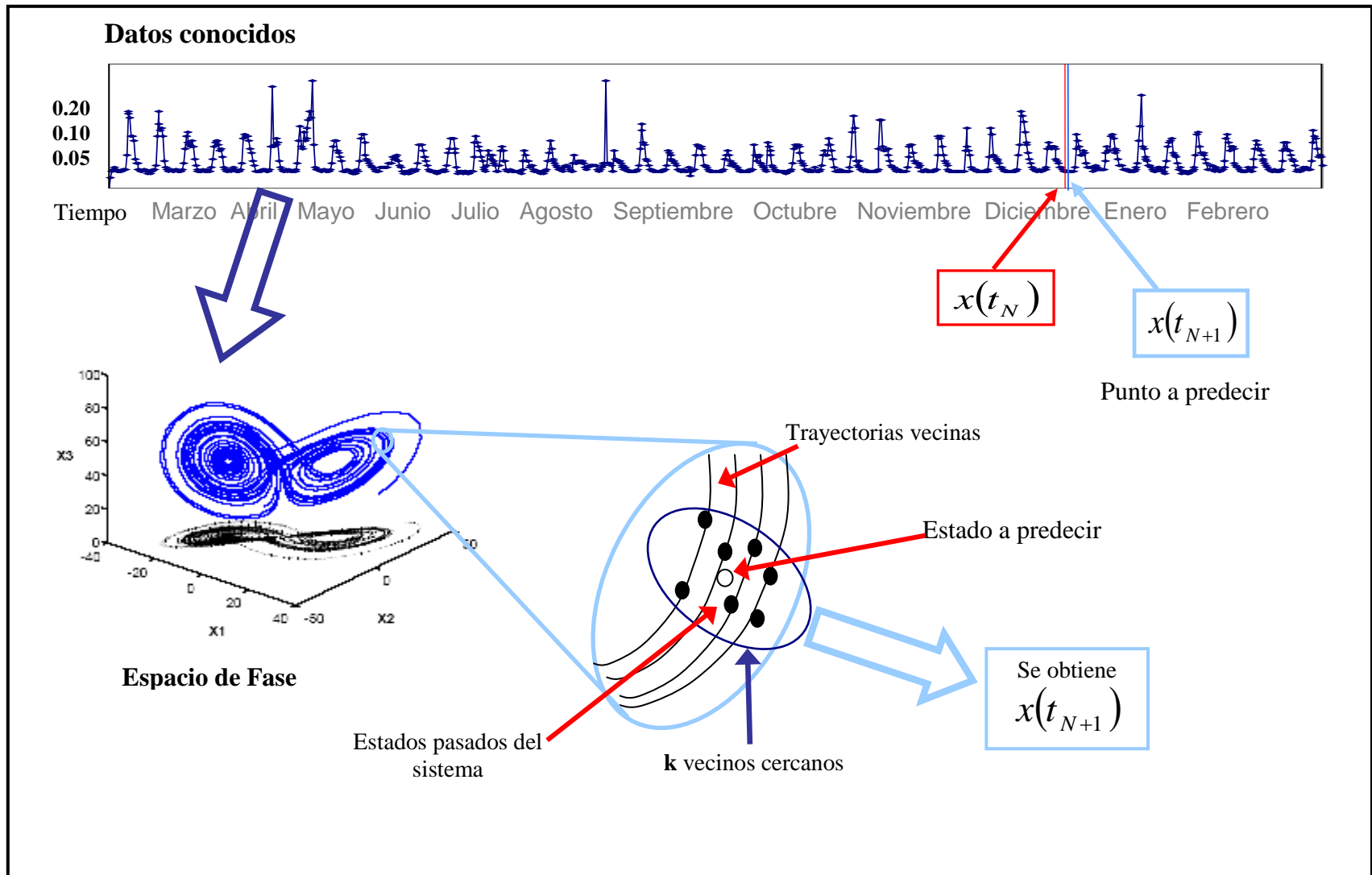


Figura 10. Metodología para la predicción de los datos en espacio de fase

4 MODELOS DE PREDICCIÓN

Los modelos de predicción empleados en el presente trabajo, los cuales realizan la predicción mediante la reconstrucción del espacio de fase son:

- Nearest Neighbor.
- Locally Constant.
- Kernel Regression.
- Locally Linear.
- Locally Weight Linear.
- Radial Basis Function.

Los cuales serán descritos a continuación.

4.1 Nearest Neighbor (NN)

Es un método estadístico que no supone a priori ninguna distribución sobre los datos a modelar. Cada dato es clasificado calculando la distancia del vecino más cercano a algún otro dato (solo uno) que haya sido entrenado [21]. Las opciones de este predictor son las siguientes distancias:

Tabla 4. Distancias utilizadas en los experimentos, con su respectiva abreviatura.

Distancia	Abreviatura
Euclidean	E
Manhattan	M
Max Norm	MN
By Cosine	BC
By Correlation	BCR

4.2 Locally Constant (LC)

Esta técnica hace aproximaciones locales de la dinámica mediante una constante. Para realizar los experimentos con este predictor se escoge cualquiera de las distancias que se encuentran en la Tabla 5 y un número de vecinos. Entre las opciones de vecinos tenemos:

Tabla 5. Opciones del número de vecinos disponibles

No. de vecinos
6
11
16
21

El número de experimentos con este predictor es el número de combinaciones obtenidas del número de distancias (ver Tabla 4) y el número de opciones de No. de vecinos (ver Tabla 5).

4.3 Kernel Regression (KR)

Es una técnica de estimación para ajustar los datos. Dado un conjunto de ellos (x, y) la idea es encontrar una función $f(x, w)$ tal que esta función sea la que mejor se ajuste a los datos y con ello extrapolar los datos de la función obtenida para realizar una predicción.

El modelo de predicción Kernel Regression es considerado como no paramétrico ya que no asume una distribución para estimar la función de regresión. La idea del Kernel regression es asignar a cada vecino una función de distribución local para cada punto observado. El kernel asigna pesos a cada localización basada en la distancia de cada punto y el cálculo de la distribución puede llevarse a cabo con alguno de los 8 kernels siguientes [22]:

Tabla 6. Opciones de Kernel disponibles.

Kernel	Abreviatura
Epanechnikov	EK
Gaussian	G
Tricube	B
Bisquare	TC
Exponencial	EX
Inverse	IN
Triangular	TR

Para realizar los experimentos con este predictor, se selecciona un kernel (cualquiera de las 7 opciones que se encuentran en la Tabla 6), una distancia (ver Tabla 4) y un número de vecinos (ver Tabla 5).

4.4 Locally Linear (LL).

Es un algoritmo de aprendizaje no supervisado capaz de descubrir la estructura global de superficies (manifolds) no lineales. LL utiliza simetrías locales y reconstrucciones lineales para calcular dimensiones menores. Para realizar los experimentos con este predictor, solo se selecciona una distancia (ver Tabla 4) y un número de vecinos (ver Tabla 5).

4.5 Locally Weighted Linear (LWL).

Este modelo es parametrizado y posee una memoria que permite la regresión alrededor de un punto estudiado usando solo los datos de entrenamiento de forma "local" a cada punto. Su objetivo es aproximarse usando funciones lineales a la función requerida. Para lo cual se requiere de un Kernel, que es una función de distancia usada para determinar el peso de cada caso durante el entrenamiento.

Es posible escoger uno de los 7 kernels (ver Tabla 6), una de las 5 distancias (ver Tabla 4) y un número de vecinos (ver Tabla 5).

4.6 Radial Basis Function (RB).

Es un paradigma neuro-computacional que utiliza una función local. Esta técnica puede usar cualquiera de las funciones locales que se pueden observar en la Tabla 7. La clave para una implementación exitosa de este tipo de redes es encontrar los centroides adecuados para las funciones locales. La ventaja de la red neuronal RB es encontrar el mapeo de entrada-salida usando aproximadores locales. Usualmente el segmento supervisado es simplemente una combinación lineal de aproximadores.

Tabla 7. Opciones de función local disponibles para el predictor LWL

Función local	Abreviatura
Linear	L
Cubic	C
Thin Plate Spline	TPS
Gaussian	G
Multicuadratic	M

Para realizar los experimentos, además de seleccionar una Función local (ver Tabla 7), es necesario también seleccionar una distancia (ver Tabla 4) y una opción de vecinos (ver Tabla 5).

Existen diversas fórmulas para cuantificar el error en la predicción de ST, que van desde las tradicionales, hasta las especializadas definidas en función del tipo de técnica utilizada para predecir. Para evaluar los modelos de predicción descritos anteriormente, se utilizaron dos tipos de errores los cuales se describen a continuación.

4.7 Método de evaluación de los predictores

4.7.1 Raíz Cuadrada del Error Cuadrático Medio (RMSE):

Este error representa la medida típica del error de predicción y realiza un promedio sobre el conjunto de datos predichos [6] y [7], es decir, obtiene un error de manera global y está definido como:

$$RMSE = \left[\frac{1}{L} \sum_{i=1}^L (x_i^p - x_i^o)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{Ec. 4.1})$$

donde:

L es el número de datos predichos (y es $L = N + l$ donde N es el número de puntos en la ST y l es el horizonte de la predicción)

x_i^p corresponde al i -ésimo dato predicho,

x_i^o corresponde al i -ésimo dato original y

4.7.2 Raíz Cuadrada del Error Cuadrático Normalizado (NRMS)

Este obtiene un error normalizado y esta definido como:

$$NRMS = \left[\frac{\sum_{i=1}^L (x_i^p - x_i^o)^2}{\sum_{i=1}^L (x_i^o - x^o)^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{Ec. 4.2})$$

donde:

L es el número de datos predichos (y es $L = N + l$ donde N es el numero de puntos en la ST y l es el horizonte de la predicción)

x_i^p corresponde al i -ésimo dato predicho,

x_i^o corresponde al i -ésimo dato original y

x^o es la media del conjunto de datos originales.

Por definición, el valor mínimo esperado de dichas métricas de predicción y los errores calculados es cero, lo que significa que hubo un ajuste exacto entre los valores actuales y los predichos. Por otro lado, mientras mayor sea el valor de los errores más deficiente es la predicción.

5 METODOLOGÍA

Para realizar los experimentos con los modelos de predicción descritos en el capítulo anterior, se dividió la metodología de la experimentación en tres etapas diferentes, las cuales son:

- 1) Intervalos de entrenamiento y predicción,
- 2) Parámetros del espacio de fase y
- 3) Selección del modelo de predicción y sus respectivos parámetros.

Cada una de las partes mencionadas será descrita en las siguientes sub-secciones.

5.1 Intervalos de entrenamiento y predicción

Los datos obtenidos de la red de monitoreo RAMA se concatenaron cronológicamente en una ST. Esta serie se dividió en dos conjuntos de datos diferentes. La primera parte es usada para ajustar el modelo, es decir, se utiliza como conjunto o datos de entrenamiento. Esta sección corresponde a los primeros puntos de la ST (aproximadamente el 99% del total de la ST).

La segunda parte se utilizó para la validación del modelo, esto es, el conjunto o datos de prueba compuesto de aproximadamente los últimos tres días (54 datos) de la ST para realizar la predicción.

5.2 Parámetros del espacio de fase

Para representar una ST al espacio de fase, como ya se explicó anteriormente, se requieren dos parámetros, la dimensión embebida y el tiempo de retardo. Para la ST de O₃ dichos parámetros fueron calculados, obteniendo como valor óptimo de la dimensión 5 y tiempo de retardo óptimo de 13.

5.3 Opciones del modelo de predicción

Como se ha explicado brevemente en secciones anteriores, para realizar los experimentos, primero se selecciona alguno de los predictores, que son: NN, LC, KR, LL, LWL, y RB. Si el predictor tiene algún parámetro alterno (Kernel o Función Local), como el caso de KR y LWL se debe seleccionar el Kernel o la Función Local con el cual va a trabajar el predictor.

Cada modelo de predicción, utiliza un parámetro de distancia el cual mide la cercanía entre dos vectores (estados del sistema). Es posible elegir una de las cinco métricas de distancia disponibles: E, M, MN, BC y BCR.

Los modelos de predicción descritos, a excepción de excepto NN, utilizan además otro parámetro que controla el tamaño del vecindario en el cual se buscarán los vecinos cercanos. Se hicieron pruebas para este trabajo con cuatro vecindarios diferentes: 6, 11, 16 y 21.

5.4 Metodología

Para realizar cada experimento, fue necesario seleccionar, el predictor y su kernel en caso de que el predictor tenga esta opción; también se selecciona la distancia y el tamaño del vecindario. En sí, los experimentos son un combinatorial entre los predictores y sus parámetros, es decir, distancias y vecinos.

Como se muestra en la Fig. 9, al introducir los datos, es necesario realizar la selección de parámetro para cada experimento, ya que los predictores cuentan con diferentes opciones de configuración. Por ejemplo, uno de los experimentos puede ser la selección, predictor KR, kernel EK, distancia E, vecindad de 6. La salida por cada combinación, son los errores RMSE y NRMS.

Para cada experimento, se introducen como entrada las dos ST en espacio de fase (los datos de entrenamiento y los datos de prueba). Los errores generados al final, son obtenidos por la diferencia entre los datos predichos y los datos del conjunto de prueba. La metodología general, para realizar los experimentos se puede observar en la Fig. 10.

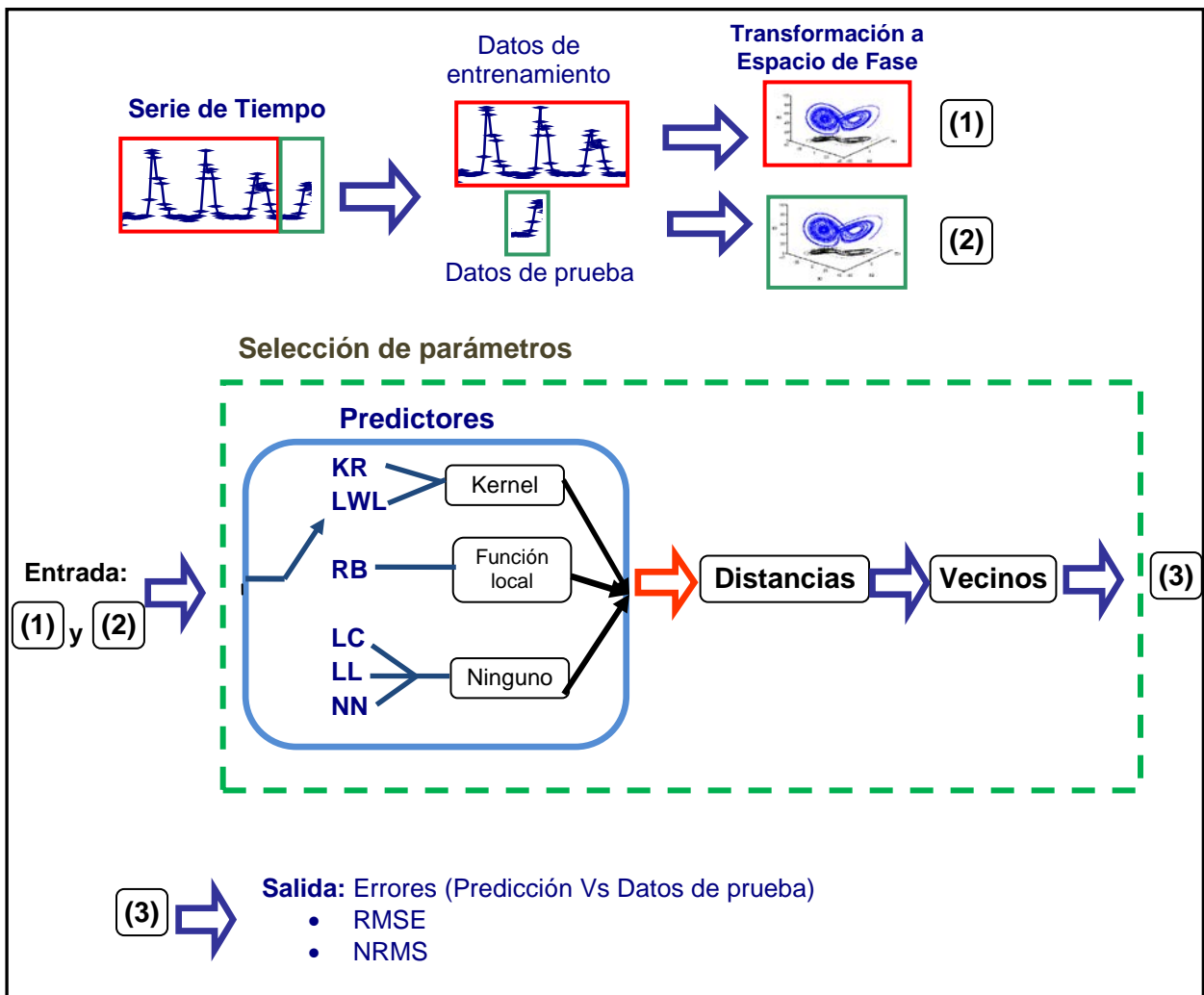


Figura 11: Metodología general de la experimentación para la predicción del O₃.

6 ANÁLISIS DE RESULTADOS

Para evaluar los modelos de predicción para el caso del la ST del O₃ se realizaron más de 400 experimentos, los cuales representan el número aproximado de las combinaciones posibles entre los modelos de predicción y sus respectivos parámetros. Los diferentes resultados fueron evaluados de acuerdo a los errores RMSE y NRMS obtenidos de cada una en las pruebas realizadas.

Entre menor son los errores obtenidos, la predicción es más eficiente; esto lo podemos observar en la Fig. 11, presenta la combinación del predictor Nearest Neighbor (NN) con distancia By Cosine (BC). En la imagen se puede observar que los 54 valores predichos (línea roja) se ajustan perfectamente con los 54 valores actuales (línea azul).

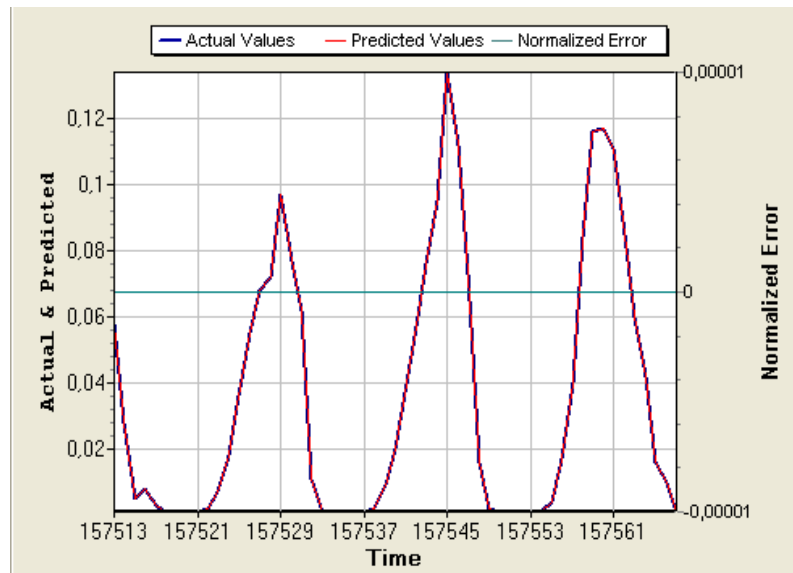


Figura 12. Resultados de la combinación NN, distancia BC.

Es importante mencionar, que los errores de predicción que se obtuvieron son cercanos a cero con una precisión de 10^{-5} . Los modelos de predicción que arrojan un ajuste casi exacto entre los valores actuales y los predichos son los correspondientes a las siguientes combinaciones:

- El modelo de predicción Nearest Neighbor con las distancias E, MN, MB y BC arrojaron una muy buena predicción como se puede observar en la Tabla 8.

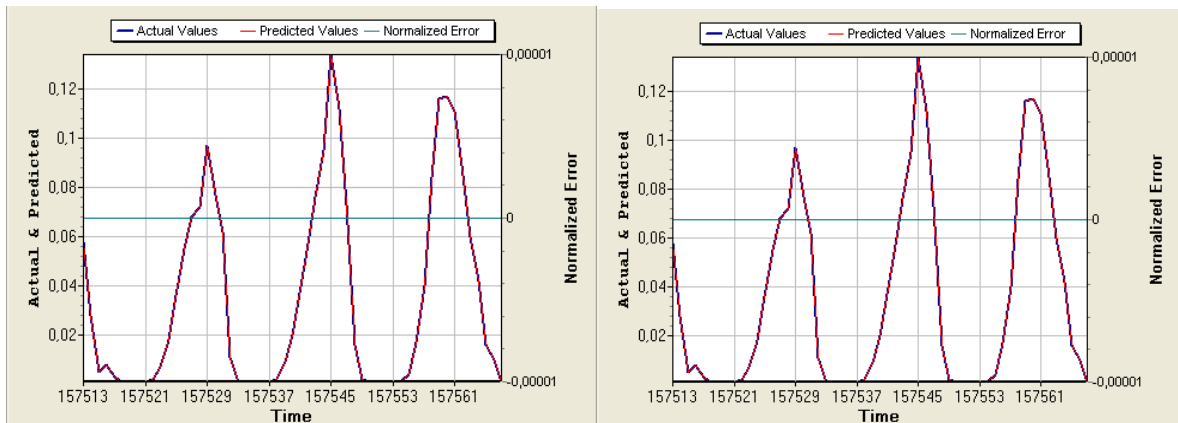


Figura 13. Resultados de la combinación: predictor NN, distancia E (izq) y distancia MN (der)

- El modelo de predicción Radial Basis con una combinación entre las funciones locales L, C y TPS, las distancias E, MB y MN y una vecindad de 6, arrojan errores muy bajos. Por otro lado, este mismo modelo con la función local G, las distancias MB, MN y BC y un vecindario de 6 también ofrece una muy buena predicción. Por último la combinación de la función local M, las distancias E y MB y un vecindario de 6, se obtienen errores de predicción muy pequeños.

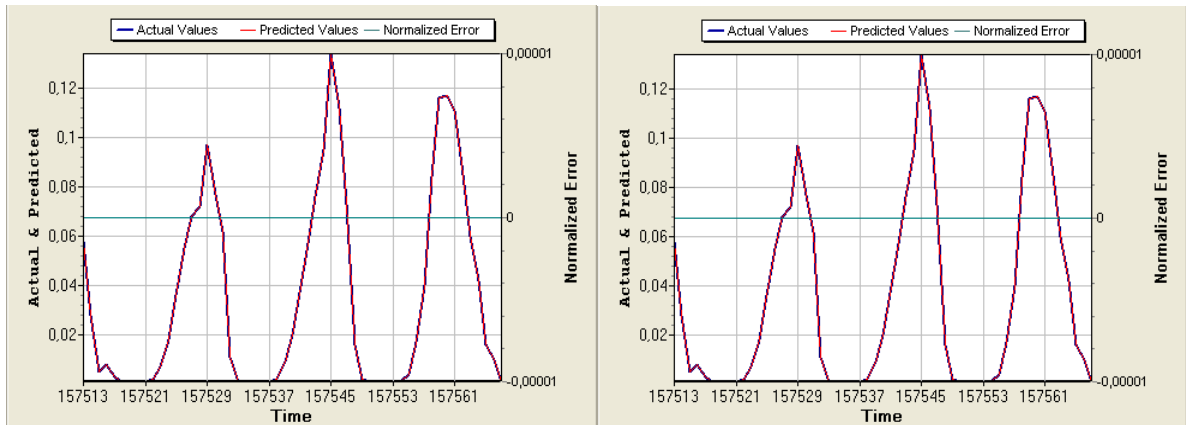


Figura 14. Resultados de la combinación: predictor RB, Función Local L, distancia E, vecindad 6 (izq) y función C, distancia E y vecindad 6 (der).

En la Tabla 8, se muestran las mejores combinaciones de los modelos de predicción con sus respectivos parámetros, y los errores obtenidos. Como se puede observar en la Tabla, los mejores resultados (es decir, cercanos a cero) tienen un vecindario de 6.

Tabla 8. Combinación de los mejores modelos de predicción y los errores obtenidos.

Modelo	Kernel	RBF	Distancia	Vecinos	RMSE	NRMS
NN	---	---	E	---	0.00000	0.00000
NN	---	---	MN	---	0.00000	0.00000
NN	---	---	MB	---	0.00000	0.00000
NN	---	---	BC	---	0.00000	0.00000
RB	---	L	E	6	0.00000	0.00000
RB	---	L	MB	6	0.00000	0.00000
RB	---	L	MN	6	0.00000	0.00000
RB	---	C	E	6	0.00000	0.00000
RB	---	C	MB	6	0.00000	0.00000
RB	---	C	MN	6	0.00000	0.00000
RB	---	TPS	E	6	0.00000	0.00000
RB	---	TPS	MB	6	0.00000	0.00000
RB	---	TPS	MN	6	0.00000	0.00000
RB	---	G	MB	6	0.00000	0.00000
RB	---	G	MN	6	0.00000	0.00000
RB	---	G	BC	6	0.00000	0.00000
RB	---	M	E	6	0.00000	0.00000
RB	---	M	MB	6	0.00000	0.00000

De los resultados experimentales, se observó que entre mayor era el radio del vecindario, el ajuste de los datos predichos con los datos de prueba (valores reales) suelen ser más inexactos; esto se puede observar en la Fig. 14, que es el resultado de la combinación de utilizar la combinación siguiente: predictor Locally Weigh Linear (LWL), con un kernel Bisquare (B), una distancia By Correlation (BCR) y un vecindario de 21.

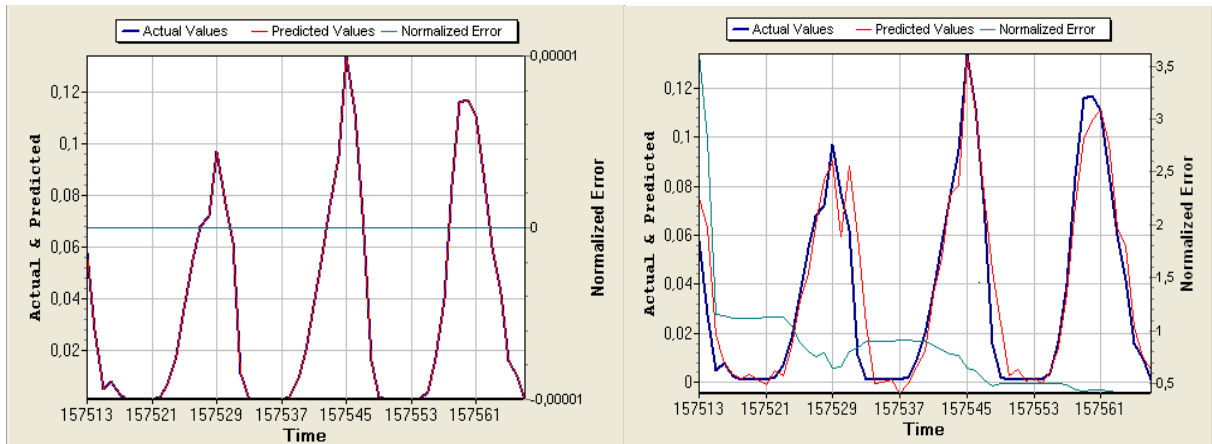


Figura 15. Resultado de la combinación LWL, Kernel B, distancia E y vecindario de 6 (izq); la misma combinación de parámetros, pero con vecindario de 21 (der).

Los resultados completos de los experimentos, con los parámetros correspondientes de cada predictor y sus respectivos errores, se pueden encontrar de manera extendida en el apéndice B de este trabajo.

7 CONCLUSIONES

Este trabajo presentó un análisis experimental de distintos modelos de predicción. La finalidad de este análisis es determinar cual es el(los) modelo(s) que funciona(n) mejor con el contaminante Ozono (O₃). La predicción de este contaminante es muy importante, ya que se pueden tomar medidas preventivas de acuerdo al nivel que se estime, debido a que dicho contaminante afecta de manera directa a la población ya que es altamente oxidante. La particularidad de dichos modelos de predicción es que, éstos primero transforman los datos temporales (series de tiempo) en una transformación en espacio. Dicho espacio es llamado espacio de fase.

Se observó que una de las ventajas de utilizar el espacio de fase para estudiar los sistemas dinámicos es que, permiten encontrar relaciones entre los estados del sistema dentro de una misma vecindad, es por ello que se observa en los resultados que las técnicas de predicción con una vecindad menor presentan los errores más bajos.

Los resultados experimentales muestran que los modelos de predicción probados difieren sustancialmente entre sí, esto es desde los clásicos (como regresión lineal) hasta los métodos basados directamente en redes neuronales (como RBF) y los modelos que funcionan de manera eficiente con una transformación de la serie de tiempo al espacio de fase fueron: Nearest Neighbor y Radial Basis Function. Obteniendo los mejores resultados, como era de esperarse, las redes neuronales usando una función de base radial, el cual depende en gran medida de los datos de entrada y que en este caso fueron los datos en el espacio, los que ayudaron a su rendimiento.

De lo anterior es posible concluir que, al trabajar los valores de las ST en representación de espacio de fase, los datos contribuyen sustancialmente a encontrar mejores modelos para predecir algún fenómeno, gracias a las ventajas que proporciona este tipo de representación. Entre las cuales se encuentra el hecho de que no se pierde información, si no por el contrario se enriquece, ya que se trabaja con la dinámica del sistema.

La metodología de evaluación utilizada en este trabajo, es posible implementarla para la predicción de muchos otros fenómenos en donde los datos se presentan como coordenadas en x,y de tipo temporal y en algunas ocasiones de tipo espacial.

8 REFERENCIAS

- [1] E.F. Bautista-Thompson (2004): **Medición de la predictibilidad de las series de tiempo: Un estudio experimental**, (tesis) Ph. D. en Ciencias de la Computación, Centro de Investigación en Computación, México, D.F.
- [2] J. C. Sport (2003): **Chaos and Time-Series Analysis**, Oxford University Press, ISBN: 0-19-850840-9 2003.
- [3] M. Garfias Vázquez, J. Audry Sánchez and F. J. Garfias y Ayala, (2005): **Tropospheric Ozone Prediction in Mexico City**, J. Mex. Chem. Soc. 2005, 49(1), 2-9, Sociedad Química de México.
- [4] J.-P. Eckman, O.S. Kamphorst, D. Ruelle, (1987): **Recurrence Plots of Dynamical Systems**. Europhysics Letters 5, pp.973-977.
- [5] F.Takens (1981): **Detecting Strange Attractors in Turbulence**. Vol 898 of Lecture Notes in Mathematics. Springer, Berlin. pp.366-381.
- [6] H. Jiménez-Hernández, E. Bautista-Thompson, J. Figueroa-Nazuno, (2003): **Descomposición empírica de Modos para el Análisis de Series de Tiempo**. Decimocuarta Reunión de Otoño de Comunicaciones, Computación, electrónica y Exposición Industrial, IEEE ROC&C, Acapulco, Guerrero del 26 al 30 de Noviembre.
- [7] E. Bautista-Thompson, E. Guzmán-Ramírez, J. Figueroa-Nazuno (2004): Predicción de Múltiples Puntos de Series de Tiempo Utilizando Support Vector Machines. **Revista Computación y Sistemas**, Volumen (7) enero-marzo, número 3, páginas 148-155.
- [8] T. Poggio and F. Girosi, (1990): **Networks for approximation and time series prediction with neural networks**, Proc. IEEE 78(9), 1484-1487.
- [9] C. Bustillos Hernández y J. Figueroa Nazuno, (2006): **Análisis y Predicción de niveles de concentración de Ozono en la Ciudad de México**, XLIX Congreso Nacional de Física, San Luis Potosí, SLP, Octubre, ISSN: 0187-4713.
- [10] J. Moddy and C. J. Darken, (1989): **Fast learning in networks of locally tuned processing units, Neural Computation**", 1,281-294.
- [11] Castillo-Montiel, M.A. Paredes-Farrera, C. Bustillo-Hernández, K. Ramírez-Amaro, J. Figueroa-Nazuno, (2006): **Evaluación de modelos de predicción de Series de Tiempo**. Decimoséptima Reunión de Otoño de Comunicaciones, Computación, Electrónica y Exposición Industrial, IEEE ROC&C 2006, Acapulco, Guerrero. Del 28 de Noviembre al 3 de diciembre.
- [12] Ley General de Equilibrio Ecológico y la Protección al Ambiente. México. 12ª edición.

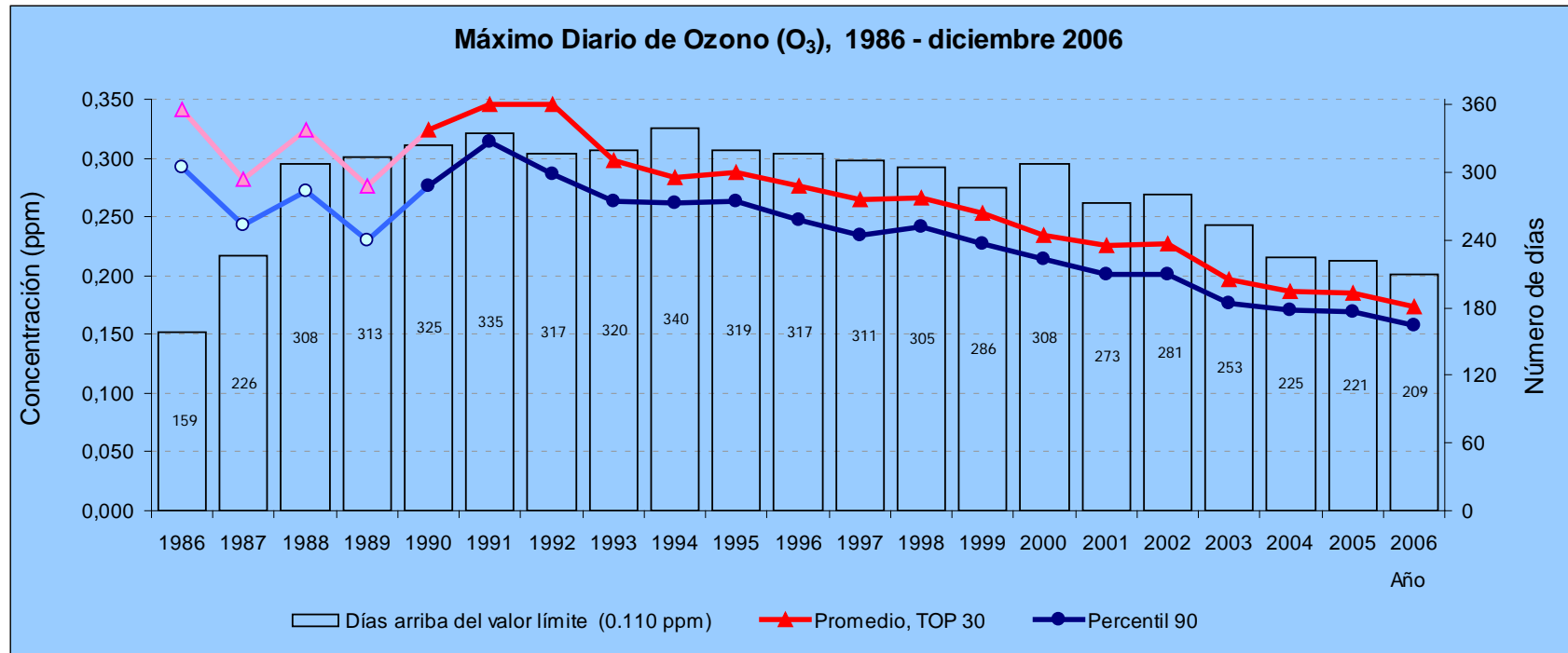
- [13] NADF-009-AIRE-2006 (2006): **Norma Ambiental para el Distrito Federal que establece los requisitos para elaborar el Índice Metropolitano de la Calidad del Aire (IMECA)**, Gaceta Oficial del Distrito Federal, Décima Sexta época, 29 de noviembre, No. 141.
- [14] Sistema de Monitoreo Atmosférico de la ciudad de México, sección: partículas, <http://www.sma.df.gob.mx/simat/pnparticulas.htm>. Último acceso: 18 de agosto 2008.
- [15] NOM-020-SSA1-1993, "**Modificación a la norma Oficial Mexicana NOM-020-SSA1-1993, Criterios para evaluar la calidad del aire ambiente con respecto al (ozono O₃)**".
- [16] Sistema de Monitoreo Atmosférico de la ciudad de México, Índice Metropolitano de la Calidad del Aire, <http://www.sma.df.gob.mx/simat/pnimeca.htm>. Último acceso: 18 de agosto 2008
- [17] Cortez-Lugo M., Romieu I., Palazuelos-Rendón E., Hernández-Ávila M. (1995): **Estudio de validación y reproducibilidad de monitores pasivos a ozono**. Salud Pública, Méx. 37:219-223.
- [18] Yourdon, Edward, (1993): **Análisis Estructurado Moderno**, EUA, Prentice Hal.
- [19] Balacco, Hugo R. Maradona G. (2000): **Señal de Caos en Series de tiempo financieras. El spectrum de Lyapunov en el análisis de 'sensibilidad a condiciones iniciales**, FCE-UNCu, Mendoza-Argentina.
- [20] Sistema de Monitoreo Atmosférico de la ciudad de México, sección: Ozono, <http://www.sma.df.gob.mx/simat/pnozono.htm#salud>. Último acceso: 18 de agosto 2008
- [21] Cover, T. M. and Hart, P. E. (1967): **Nearest Neighbor pattern recognition**, IEEE Transaction on Information Theory, IT-13(1), pp. 21-27.
- [22] Definición de Kernel Regresion <http://people.revoledu.com/kardi/tutorial/Regression/KernelRegression/KernelRegression.htm>. Ultimo acceso: 18 de agosto 2008
- [23] Strogatz, S. H. (1994): **Nonlinear dynamics and chaos**. Reading, MA: Addison Wesley.
- [24] Kantz, H. and Schreiber, T. (1997): **Nonlinear Time Series Analysis**. Cambridge, Cambridge University Pres.
- [25] Marwan N. (2003): **Encounters with Neighbours: Current Developments of Concepts Based on Recurrence Plots and their applications**. s.l. : Instituto de Física de la Universidad de Potsdam,. Ph. D. Thesis.
- [26] Whitney, H. (1934): **Analitic extensions of differenciabile functions defined in closed sets. s.l. : Trans. Am. Math. Soc. pp. 63-89. Vol. 36. [4]**

- [27] Eckman, J.P., Kamphorst, O.S. and Ruelle, D. (1987): **Recurrence Plots of Dynamical Systems**. s.l. Europhysics Letters,. pp. 973-977. Vol. 5.
- [28] Takens, F. (1981): **Detecting Strange Attractors in Turbulence**. [ed.] Springer. Berlin: Lecture Notes in Mathematics, pp. 366-381. Vol. 898.[6]
- [29] Sistema de Monitoreo Atmosférico de la ciudad de México, sección: SIMAT organización, <http://www.sma.df.gob.mx/simat/pneestructura.htm>. Último acceso: 18 de agosto 2008.

APENDICES

A. GRÁFICAS Y TABLAS DE MEDICIONES DE O₃

Figura A1. Máximo diario de Ozono (O₃) de los años de 1986 a diciembre de 2006⁸.



⁸ Secretaría del Medio Ambiente, Sistema de Monitoreo Atmosférico de la ciudad de México, subred RAMA.

Figura A2. Distribución del máximo diario de Ozono (O_3) de los años de 1986 a diciembre de 2006⁸.

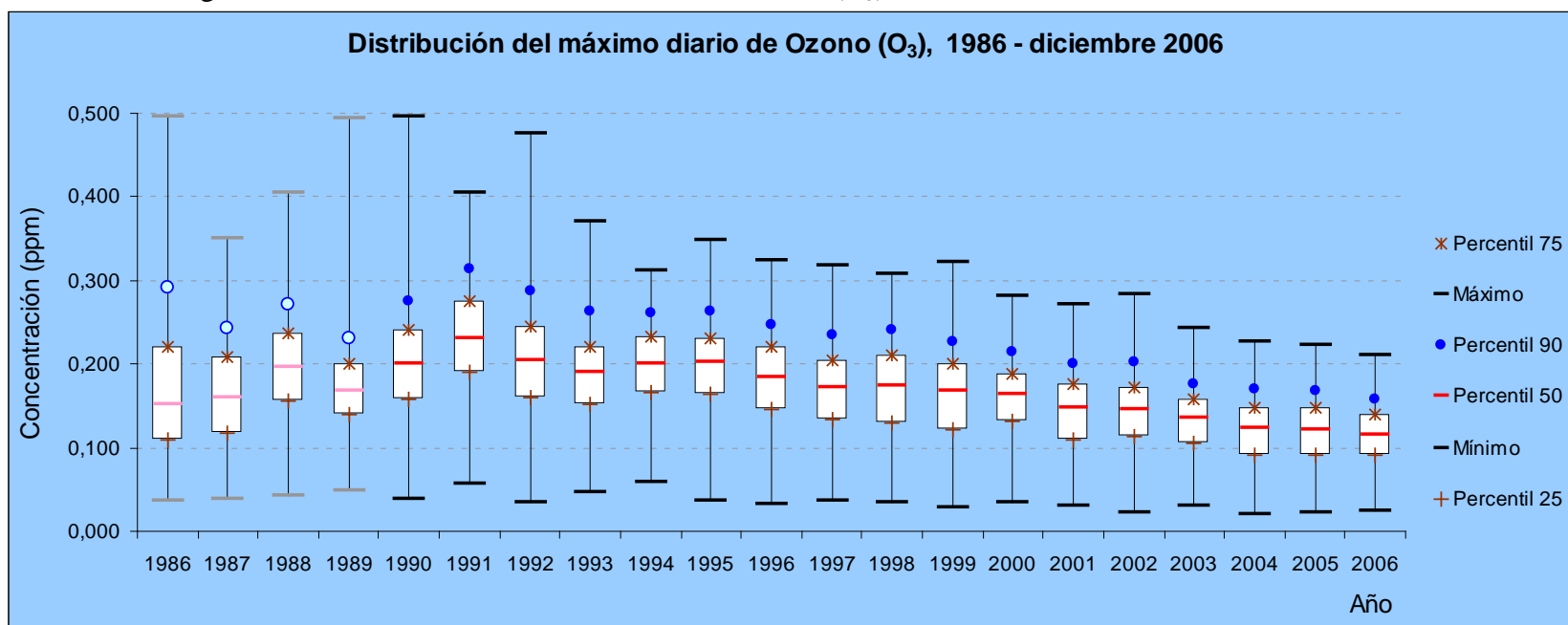


Tabla A1. Distribución de las concentraciones máximas diarias de Ozono (O₃) de los años de 1986 a diciembre de 2006⁸

	Dic																				
intervalo / año	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
(0.0, 0.055] ppm	7	8	6	4	6	0	7	4	0	7	8	11	12	25	6	18	18	18	24	26	31
(0.055, 0.110] ppm	50	50	34	40	24	10	28	39	25	39	41	43	48	54	52	74	66	94	117	118	125
(0.110, 0.141] ppm	35	61	29	48	26	17	31	35	18	22	33	51	52	45	56	76	82	97	116	110	122
(0.141, 0.171] ppm	39	43	45	97	62	34	38	59	65	40	67	77	62	68	102	86	104	107	76	83	74
(0.171, 0.202] ppm	20	44	73	85	65	46	67	76	81	75	87	86	77	84	90	77	59	41	31	25	12
(0.202, 0.208] ppm	5	9	18	11	19	14	16	16	14	16	16	19	18	15	13	8	5	0	0	2	0
(0.208, 0.233] ppm	13	32	50	41	54	59	64	61	74	81	57	40	46	47	37	20	23	7	2	1	1
(0.233, 0.257] ppm	13	14	46	14	38	52	35	28	45	44	30	19	31	19	7	4	7	1	0	0	0
(0.257, 0.282] ppm	10	10	21	10	31	41	29	29	30	27	19	15	14	5	3	2	0	0	0	0	0
(0.282, 0.294] ppm	3	4	8	0	7	16	5	3	9	8	5	2	2	1	0	0	1	0	0	0	0
(0.294, 0.355] ppm	10	9	13	6	18	49	23	12	4	6	3	2	3	2	0	0	0	0	0	0	0
> 0.355 ppm	11	0	5	1	5	7	9	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Días arriba del valor límite (0.110 ppm)	159	226	308	313	325	335	317	320	340	319	317	311	305	286	308	273	281	253	225	221	209

B. TABLAS DE RESULTADOS DE LOS EXPERIMENTOS

TABLA B1. Resultados con el predictor Kernel Regresión.

PREDICTOR: Kernel Regresión (KR)						
RETARDO: 13 EMBEBIDO: 5						
G: Gaussian				MB: Manhattan Block		
B: Bisquare				MN: Max Norm		
TC: Tricube				BC: Cosine		
EX: Exponential				BCR: By Correlation		
IN: Inverse				EK: Epanechnikov		
TR: Triangular				E: Euclidean		
EXP	Kernel	RBF	Distancia	Neigh	RMSE	NRMS
1	EK		E	6	0.009715	0.244937
2	EK		E	11	0.012945	0.434874
3	EK		E	16	0.014913	0.577167
4	EK		E	21	0.016006	0.664921
5	EK		MB	6	0.010173	0.268592
6	EK		MB	11	0.013992	0.508112
7	EK		MB	16	0.015202	0.599789
8	EK		MB	21	0.016314	0.690761
9	EK		MN	6	0.009392	0.228908
10	EK		MN	11	0.011754	0.358572
11	EK		MN	16	0.014114	0.517001
12	EK		MN	21	0.01618	0.679397
13	EK		BC	6	0.019684	1.005605
14	EK		BC	11	0.024412	1.54665
15	EK		BC	16	0.026723	1.853315
16	EK		BC	21	0.02793	2.024571
17	EK		BCR	6	0.024561	1.565553
18	EK		BCR	11	0.028034	2.0397
19	EK		BCR	16	0.02998	2.332685
20	EK		BCR	21	0.030472	2.409894

EXP	Kernel	RBF	Distancia	Neigh	RMSE	NRMS
21	G		E	6	0.013044	0.441605
22	G		E	11	0.015741	0.643081
23	G		E	16	0.016202	0.681312
24	G		E	21	0.017284	0.775275
25	G		MB	6	0.013138	0.447985
26	G		MB	11	0.016054	0.668877
27	G		MB	16	0.01689	0.740354
28	G		MB	21	0.017581	0.802163
29	G		MN	6	0.013721	0.48864
30	G		MN	11	0.015768	0.645296
31	G		MN	16	0.01705	0.754425
32	G		MN	21	0.017997	0.840606
33	G		BC	6	0.022751	1.343301
34	G		BC	11	0.026001	1.754598
35	G		BC	16	0.027712	1.993099
36	G		BC	21	0.027904	2.020761
37	G		BCR	6	0.025936	1.745763
38	G		BCR	11	0.029588	2.272013
39	G		BCR	16	0.030148	2.358901
40	G		BCR	21	0.031269	2.537603
41	B		E	6	0.00645	0.107964
42	B		E	11	0.009165	0.218023
43	B		E	16	0.011796	0.361125
44	B		E	21	0.01333	0.461134
45	B		MB	6	0.007143	0.132408
46	B		MB	11	0.01072	0.298232
47	B		MB	16	0.012523	0.406997
48	B		MB	21	0.013904	0.501715

TABLA B1. Resultados con el predictor Kernel Regresión.

PREDICTOR: Kernel Regresión (KR)						
RETARDO: 13 EMBEBIDO: 5						
EXP	Kernel	RBF	Distancia	Neigh	RMSE	NRMS
49	B		MN	11	0.008276	0.17776
50	B		MN	16	0.010777	0.301414
51	B		MN	21	0.01322	0.453605
52	B		BC	6	0.016754	0.72851
53	B		BC	11	0.021542	1.204361
54	B		BC	16	0.025328	1.664936
55	B		BC	21	0.026931	1.882371
56	B		BCR	6	0.022507	1.314755
57	B		BCR	11	0.026152	1.774977
58	B		BCR	16	0.028755	2.14589
59	B		BCR	21	0.02956	2.267771
60	TC		E	6	0.006737	0.11779
61	TC		E	11	0.009231	0.221173
62	TC		E	16	0.011837	0.363653
63	TC		E	21	0.013356	0.462955
64	TC		MB	6	0.007372	0.141054
65	TC		MB	11	0.010777	0.301415
66	TC		MB	16	0.012672	0.416783
67	TC		MB	21	0.014022	0.510248
68	TC		MN	6	0.006716	0.117077
69	TC		MN	11	0.008441	0.184924
70	TC		MN	16	0.010828	0.304275
71	TC		MN	21	0.0132	0.452208
72	TC		BC	6	0.017629	0.806575
73	TC		BC	11	0.022046	1.261377
74	TC		BC	16	0.025896	1.740388
75	TC		BC	21	0.027393	1.947485

EXP	Kernel	RBF	Distancia	Neigh	RMSE	NRMS
76	TC		BCR	6	0.023342	1.4141
77	TC		BCR	11	0.026638	1.841593
78	TC		BCR	16	0.029189	2.211276
79	TC		BCR	21	0.02999	2.334254
80	EX		E	6	0.01265	0.415313
81	EX		E	11	0.015483	0.622178
82	EX		E	16	0.015958	0.660926
83	EX		E	21	0.017123	0.760984
84	EX		MB	6	0.012713	0.419477
85	EX		MB	11	0.015757	0.644385
86	EX		MB	16	0.016673	0.721492
87	EX		MB	21	0.017413	0.786963
88	EX		MN	6	0.013405	0.46639
89	EX		MN	11	0.015603	0.631803
90	EX		MN	16	0.016931	0.743944
91	EX		MN	21	0.017891	0.830753
92	EX		BC	6	0.021873	1.241623
93	EX		BC	11	0.025325	1.664457
94	EX		BC	16	0.027232	1.924674
95	EX		BC	21	0.02739	1.94705
96	EX		BCR	6	0.024889	1.607649
97	EX		BCR	11	0.028957	2.17614
98	EX		BCR	16	0.029479	2.25536
99	EX		BCR	21	0.030829	2.466668
100	IN		E	6	0.013819	0.495614
101	IN		E	11	0.016298	0.689422
102	IN		E	16	0.016537	0.709745
103	IN		E	21	0.017602	0.804118
104	IN		MB	6	0.013857	0.49833

TABLA B1. Resultados con el predictor Kernel Regresión.

PREDICTOR: Kernel Regresión (KR)						
RETARDO: 13 EMBEBIDO: 5						
EXP	Kernel	RBF	Distancia	Neigh	RMSE	NRMS
105	IN		MB	11	0.016554	0.71117
106	IN		MB	16	0.017269	0.773992
107	IN		MB	21	0.017893	0.830899
108	IN		MN	6	0.014657	0.557525
109	IN		MN	11	0.01645	0.70233
110	IN		MN	16	0.017567	0.800912
111	IN		MN	21	0.018396	0.878276
112	IN		BC	6	0.023697	1.457378
113	IN		BC	11	0.026482	1.820057
114	IN		BC	16	0.028054	2.042548
115	IN		BC	21	0.027997	2.034266
116	IN		BCR	6	0.026499	1.82241
117	IN		BCR	11	0.03011	2.35289
118	IN		BCR	16	0.030276	2.378941
119	IN		BCR	21	0.031557	2.584457
120	TR		E	6	0.007308	0.138589
121	TR		E	11	0.010627	0.29312
122	TR		E	16	0.013049	0.441889
123	TR		E	21	0.014438	0.541044
124	TR		MB	6	0.007901	0.162008
125	TR		MB	11	0.011887	0.366695
126	TR		MB	16	0.013438	0.468645
127	TR		MB	21	0.01481	0.569279
128	TR		MN	6	0.007154	0.132839
129	TR		MN	11	0.009476	0.233037
130	TR		MN	16	0.012098	0.379878
131	TR		MN	21	0.014475	0.543809

EXP	Kernel	RBF	Distancia	Neigh	RMSE	NRMS
132	TR		BC	6	0.016635	0.718198
133	TR		BC	11	0.021941	1.249374
134	TR		BC	16	0.025138	1.640082
135	TR		BC	21	0.026697	1.849713
136	TR		BCR	6	0.021932	1.248425
137	TR		BCR	11	0.026085	1.765876
138	TR		BCR	16	0.028544	2.114535
139	TR		BCR	21	0.029306	2.228995

TABLA B2 Resultados con el predictor Locally Weigth Linear (LWL).

PREDICTOR: Locally Weigth Linear (LWL)						
RETARDO: 13 EMBEBIDO: 5						
EK: Epanechnikov				E: Euclidean		
G: Gaussian				M: Manhattan Block		
B: Bisquare				MN: Max Norm		
TC: Tricube				BC: Cosine		
EX: Exponential				BCR: By Correlation		
IN: Inverse						
TR: Triangular						
EXP	Kernel	RBF	Distancia	Neigh	RMSE	NRMS
140	EK		E	6	0.000013	0
141	EK		E	11	0.002518	0.016457
142	EK		E	16	0.00634	0.104312
143	EK		E	21	0.008773	0.199765
144	EK		MB	6	0.000012	0.00000
145	EK		MB	11	0.0022	0.012558
146	EK		MB	16	0.005765	0.086254
147	EK		MB	21	0.008483	0.186779
148	EK		MN	6	0.000002	0.00000
149	EK		MN	11	0.001951	0.009879
150	EK		MN	16	0.00552	0.079075
151	EK		MN	21	0.007963	0.164587
152	EK		BC	6	0.000042	0.000005
153	EK		BC	11	0.005598	0.081339
154	EK		BC	16	0.010873	0.306848
155	EK		BC	21	0.012391	0.398468
156	EK		BCR	6	0.000591	0.000905
157	EK		BCR	11	0.006165	0.098627
158	EK		BCR	16	0.013293	0.458599

EXP	Kernel	RBF	Distancia	Neigh	RMSE	NRMS
159	EK		BCR	21	0.015226	0.601654
160	G		E	6	0.000042	0.000005
161	G		E	11	0.006906	0.123773
162	G		E	16	0.01105	0.316905
163	G		E	21	0.012101	0.380064
164	G		MB	6	0.000036	0.000003
165	G		MB	11	0.006649	0.114746
166	G		MB	16	0.010783	0.301745
167	G		MB	21	0.012465	0.403253
168	G		MN	6	0.000061	0.00001
169	G		MN	11	0.006672	0.115536
170	G		MN	16	0.008913	0.206192
171	G		MN	21	0.010763	0.30064
172	G		BC	6	0.000223	0.00013
173	G		BC	11	0.009824	0.25049
174	G		BC	16	0.012139	0.38244
175	G		BC	21	0.013676	0.485393
176	G		BCR	6	0.001242	0.004001
177	G		BCR	11	0.010197	0.269855
178	G		BCR	16	0.014775	0.566571
179	G		BCR	21	0.016536	0.70968
180	B		E	6	0.000006	0.0000
181	B		E	11	0.000338	0.000296
182	B		E	16	0.002533	0.016654
183	B		E	21	0.004178	0.045311
184	B		MB	6	0.000007	0.0000
185	B		MB	11	0.000427	0.000473
186	B		MB	16	0.003092	0.024814

TABLA B2 Resultados con el predictor Locally Weigth Linear (LWL).

PREDICTOR: Locally Weigth Linear (LWL)						
RETARDO: 13 EMBEBIDO: 5						
EXP	Kernel	RBF	Distancia	Neigh	RMSE	NRMS
187	B		MB	21	0.004451	0.051415
188	B		MN	6	0.000001	0.00000
189	B		MN	11	0.000356	0.000328
190	B		MN	16	0.001313	0.004473
191	B		MN	21	0.003803	0.037535
192	B		BC	6	0.000024	0.000001
193	B		BC	11	0.001846	0.008847
194	B		BC	16	0.007028	0.128188
195	B		BC	21	0.009729	0.245671
196	B		BCR	6	0.000564	0.000825
197	B		BCR	11	0.003031	0.023843
198	B		BCR	16	0.009665	0.242452
199	B		BCR	21	0.012509	0.406084
200	TC		E	6	0.000005	0.00000
201	TC		E	11	0.000253	0.000166
202	TC		E	16	0.002715	0.019127
203	TC		E	21	0.004568	0.054165
204	TC		MB	6	0.000007	0.00000
205	TC		MB	11	0.000391	0.000397
206	TC		MB	16	0.003145	0.025673
207	TC		MB	21	0.004653	0.056198
208	TC		MN	6	0.000001	0.00000
209	TC		MN	11	0.0003	0.000233
210	TC		MN	16	0.001292	0.004334
211	TC		MN	21	0.004337	0.048811
212	TC		BC	6	0.000024	0.000001
213	TC		BC	11	0.001978	0.010155

EXP	Kernel	RBF	Distancia	Neigh	RMSE	NRMS
214	TC		BC	16	0.007739	0.15544
215	TC		BC	21	0.010951	0.31127
216	TC		BCR	6	0.000564	0.000825
217	TC		BCR	11	0.003226	0.027014
218	TC		BCR	16	0.010557	0.289265
219	TC		BCR	21	0.013528	0.47497
220	EX		E	6	0.000042	0.000004
221	EX		E	11	0.005737	0.085428
222	EX		E	16	0.009476	0.233023
223	EX		E	21	0.010513	0.286856
224	EX		MB	6	0.000035	0.000003
225	EX		MB	11	0.005586	0.080979
226	EX		MB	16	0.00958	0.238167
227	EX		MB	21	0.011144	0.3223
228	EX		MN	6	0.000059	0.000009
229	EX		MN	11	0.005664	0.083261
230	EX		MN	16	0.007403	0.142251
231	EX		MN	21	0.009178	0.218605
232	EX		BC	6	0.000165	0.000071
233	EX		BC	11	0.008437	0.18473
234	EX		BC	16	0.010228	0.271528
235	EX		BC	21	0.011892	0.367051
236	EX		BCR	6	0.001105	0.003172
237	EX		BCR	11	0.008891	0.205181
238	EX		BCR	16	0.012955	0.435567
239	EX		BCR	21	0.014931	0.578561
240	IN		E	6	0.000044	0.000005
241	IN		E	11	0.008484	0.186798
242	IN		E	16	0.012921	0.433314

TABLA B2 Predictor Locally Weigth Linear (LWL).

PREDICTOR: Locally Weigth Linear (LWL)						
RETARDO: 13 EMBEBIDO: 5						
EXP	Kernel	RBF	Distancia	Neigh	RMSE	NRMS
243	IN		E	21	0.013312	0.459943
244	IN		MB	6	0.000036	0.000003
245	IN		MB	11	0.007916	0.162625
246	IN		MB	16	0.012412	0.399804
247	IN		MB	21	0.013569	0.477871
248	IN		MN	6	0.000065	0.000011
249	IN		MN	11	0.008612	0.192483
250	IN		MN	16	0.01055	0.288889
251	IN		MN	21	0.012127	0.381693
252	IN		BC	6	0.000235	0.000144
253	IN		BC	11	0.01109	0.319182
254	IN		BC	16	0.012577	0.410559
255	IN		BC	21	0.01424	0.526244
256	IN		BCR	6	0.00134	0.004661
257	IN		BCR	11	0.011678	0.353946
258	IN		BCR	16	0.015333	0.610127
259	IN		BCR	21	0.017239	0.771276
260	TR		E	6	0.000007	0.00000
261	TR		E	11	0.001038	0.002797
262	TR		E	16	0.003181	0.026261
263	TR		E	21	0.004918	0.062771
264	TR		MB	6	0.000007	0.00000
265	TR		MB	11	0.000882	0.002018
266	TR		MB	16	0.003492	0.031648
267	TR		MB	21	0.005211	0.070461
268	TR		MN	6	0.000001	0.00000
269	TR		MN	11	0.000732	0.001392

EXP	Kernel	RBF	Distancia	Neigh	RMSE	NRMS
270	TR		MN	16	0.002454	0.015628
271	TR		MN	21	0.004324	0.048526
272	TR		BC	6	0.000024	0.000001
273	TR		BC	11	0.000024	0.000001
274	TR		BC	16	0.007199	0.13451
275	TR		BC	21	0.009087	0.214285
276	TR		BCR	6	0.000564	0.000827
277	TR		BCR	11	0.003589	0.033424
278	TR		BCR	16	0.009489	0.233707
279	TR		BCR	21	0.01188	0.366288

TABLA B3. Resultados con el predictor Nearest Neighbor (NN).

PREDICTOR: Nearest Neighbor (NN)						
RETARDO: 13 EMBEBIDO: 5						
E: Euclidean						
MB: Manhattan Block						
MN: Max Norm						
BC: By Cosine						
BCR: By Correlation						
EXP	Kernel	RBF	Distancia	Neigh	RMSE	NRMS
280			E		0.000000	0.000000
281			MB		0.000000	0.000000
282			MN		0.000000	0.000000
283			BC		0.000000	0.000000
284			BCR		0,000809	0,001699

TABLA B4. Resultados con el predictor Locally Constant (LC).

PREDICTOR: Locally Constant (LC)						
RETARDO: 13 EMBEBIDO: 5						
EXP	Kernel	RBF	Distancia	Neigh	RMSE	NRMS
285			E	6	0.015616	0.632893
286			E	11	0.017505	0.79528
287			E	16	0.017334	0.77978
288			E	21	0.018332	0.87218
289			MB	6	0.015592	0.630935
290			MB	11	0.017734	0.816208
291			MB	16	0.018141	0.854104
292			MB	21	0.018612	0.899077
293			MN	6	0.016736	0.72692
294			MN	11	0.01784	0.826002
295			MN	16	0.018619	0.899757

EXP	Kernel	RBF	Distancia	Neigh	RMSE	NRMS
296			MN	21	0.019234	0.960174
297			BC	6	0.026427	1.812592
298			BC	11	0.027917	2.022679
299			BC	16	0.02914	2.203722
300			BC	21	0.028537	2.113524
301			BCR	6	0.028448	2.10035
302			BCR	11	0.031769	2.61932
303			BCR	16	0.030949	2.485839
304			BCR	21	0.032539	2.747954

TABLA B5. Resultados con el predictor Locally Linear (LL).

PREDICTOR: Locally Linear (LL)						
RETARDO: 13 EMBEBIDO: 5						
E: Euclidean						
MB: Manhattan Block						
MN: Max Norm						
BC: By Cosine						
BCR: By Correlation						
EXP	Kernel	RBF	Distancia	Neigh	RMSE	NRMS
305			E	6	0.000047	0.000006
306			E	11	0.014742	0.56402
307			E	16	0.018455	0.883885
308			E	21	0.016932	0.744058
309			MB	6	0.000045	0.000005
310			MB	11	0.013132	0.447584
311			MB	16	0.016685	0.722485
312			MB	21	0.016652	0.719662
313			MN	6	0.000071	0.000013
314			MN	11	0.015641	0.634913
315			MN	16	0.016204	0.681471
316			MN	21	0.016484	0.705229
317			BC	6	0.000306	0.000243
318			BC	11	0.01541	0.616292
319			BC	16	0.014575	0.551313
320			BC	21	0.016697	0.723579
321			BCR	6	0.001762	0.008062
322			BCR	11	0.016088	0.671723
323			BCR	16	0.017578	0.801942
324			BCR	21	0.019778	1.015187

TABLA B6. Resultados del predictor Radial Basis (RB).

PREDICTOR: Radial Basis (RB)						
RETARDO: 13 EMBEBIDO: 5						
L: Linear				E: Euclidean		
C: Cubic				MB: Manhattan Block		
TPS: Thin Plate Spline				MN: Max Norm		
G: Gaussian				BC: Cosine		
M: Multiquadratic				BCR: By Correlation		
EXP	Kernel	RBF	Distancia	Neigh	RMSE	NRMS
325		L	E	6	0.000000	0.000000
326		L	E	11	0.008659	0.1946
327		L	E	16	0.015204	0.599911
328		L	E	21	0.01398	0.507196
329		L	MB	6	0.000000	0.000000
330		L	MB	11	0.012724	0.420173
331		L	MB	16	0.012656	0.415721
332		L	MB	21	0.01288	0.430544
333		L	MN	6	0.000000	0.000000
334		L	MN	11	0.011645	0.351923
335		L	MN	16	0.01567	0.637289
336		L	MN	21	0.016104	0.673088
337		L	BC	6	0.00008	0.000000
338		L	BC	11	0.016587	0.714089
339		L	BC	16	0.020005	1.03864
340		L	BC	21	0.02529	1.659868
341		L	BCR	6	0.006219	0.100376
342		L	BCR	11	0.019277	0.964436
343		L	BCR	16	0.027091	1.904707
344		L	BCR	21	0.026542	1.828289
345		C	E	6	0.000000	0.000000
346		C	E	11	0.009745	0.246484

EXP	Kernel	RBF	Distancia	Neigh	RMSE	NRMS
347		C	E	16	0.015662	0.636651
348		C	E	21	0.014039	0.511551
349		C	MB	6	0.000000	0.000000
350		C	MB	11	0.010047	0.261973
351		C	MB	16	0.013923	0.503119
352		C	MB	21	0.015422	0.617288
353		C	MN	6	0.000000	0.000000
354		C	MN	11	0.00955	0.236702
355		C	MN	16	0.014538	0.548557
356		C	MN	21	0.016676	0.721732
357		C	BC	6	0.000008	0.000000
358		C	BC	11	0.020485	1.089083
359		C	BC	16	0.024754	1.590289
360		C	BC	21	0.026806	1.864915
361		C	BCR	6	0.001247	0.004037
362		C	BCR	11	0.021652	1.216737
363		C	BCR	16	0.030091	2.350045
364		C	BCR	21	0.028205	2.064669
365		TPS	E	6	0.000000	0.000000
366		TPS	E	11	0.005721	0.084948
367		TPS	E	16	0.01348	0.471582
368		TPS	E	21	0.015598	0.631472
369		TPS	MB	6	0.000000	0.000000
370		TPS	MB	11	0.012764	0.42282
371		TPS	MB	16	0.012748	0.421782
372		TPS	MB	21	0.013754	0.490983
373		TPS	MN	6	0.000000	0.000000
374		TPS	MN	11	0.009486	0.233552
375		TPS	MN	16	0.012694	0.418181

TABLA B6. Resultados con el predictor Radial Basis (RB).

PREDICTOR: Radial Basis (RB)						
RETARDO: 13 EMBEBIDO: 5						
EXP	Kernel	RBF	Distancia	Neigh	RMSE	NRMS
376		TPS	MN	21	0.016284	0.688173
377		TPS	BC	6	error	error
378		TPS	BC	11	error	error
379		TPS	BC	16	error	error
380		TPS	BC	21	error	error
381		TPS	BCR	6	0.001249	0.004048
382		TPS	BCR	11	0.020205	1.059507
383		TPS	BCR	16	0.027924	2.02371
384		TPS	BCR	21	0.023135	1.389058
385		G	E	6	0.000001	0.000000
386		G	E	11	0.007715	0.154469
387		G	E	16	0.014416	0.539341
388		G	E	21	0.011219	0.32667
389		G	MB	6	0.000000	0.000000
390		G	MB	11	0.00995	0.256951
391		G	MB	16	0.012222	0.387672
392		G	MB	21	0.013392	0.465473
393		G	MN	6	0.000000	0.000000
394		G	MN	11	0.008696	0.196252
395		G	MN	16	0.015287	0.606523
396		G	MN	21	0.015536	0.626423
397		G	BC	6	0.000000	0.000000
398		G	BC	11	0.017426	0.788133
399		G	BC	16	0.021091	1.154501
400		G	BC	21	0.024689	1.581932
401		G	BCR	6	0.001247	0.004038

EXP	Kernel	RBF	Distancia	Neigh	RMSE	NRMS
402		G	BCR	11	0.01917	0.95375
403		G	BCR	16	0.026995	1.891238
404		G	BCR	21	0.027038	1.897385
405		M	E	6	0.000000	0.000000
406		M	E	11	0.00759	0.149499
407		M	E	16	0.014693	0.560323
408		M	E	21	0.011165	0.323522
409		M	MB	6	0.000000	0.000000
410		M	MB	11	0.009779	0.248212
411		M	MB	16	0.012559	0.409334
412		M	MB	21	0.013703	0.487308
413		M	MN	6	0.000003	0.000000
414		M	MN	11	0.008498	0.187404
415		M	MN	16	0.014705	0.561211
416		M	MN	21	0.015965	0.661495
417		M	BC	6	0.000059	0.000009
418		M	BC	11	0.018034	0.844027
419		M	BC	16	0.021921	1.247093
420		M	BC	21	0.025161	1.643012
421		M	BCR	6	0.001247	0.004038
422		M	BCR	11	0.019537	0.99064
423		M	BCR	16	0.028135	2.054337
424		M	BCR	21	0.027402	1.948792

C. GRAFICAS DE LOS EXPERIMENTOS

Figura C1. Exp 280, Predictor: Nearest Neighbor

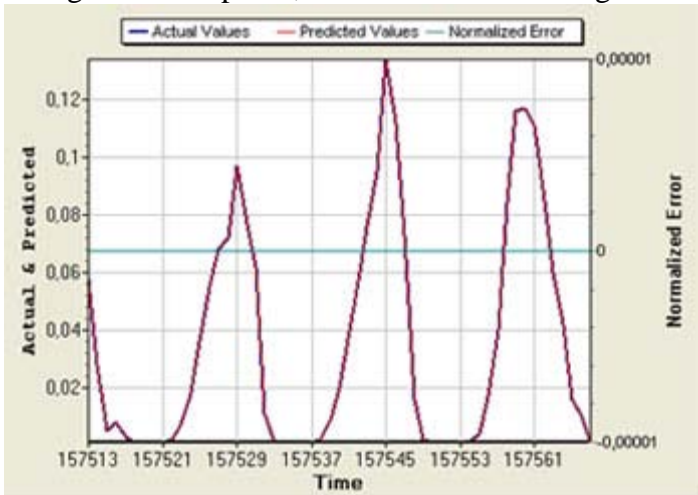


Figura C2. Exp 282, Predictor: Nearest Neighbor

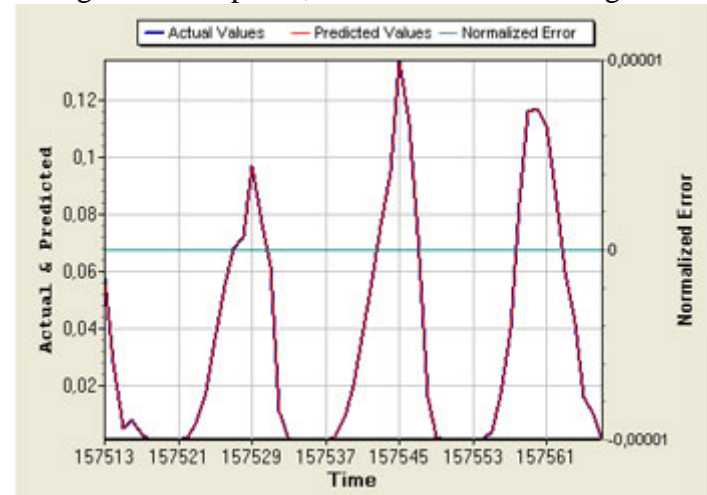


Figura C3. Exp 281, Predictor: Nearest Neighbor

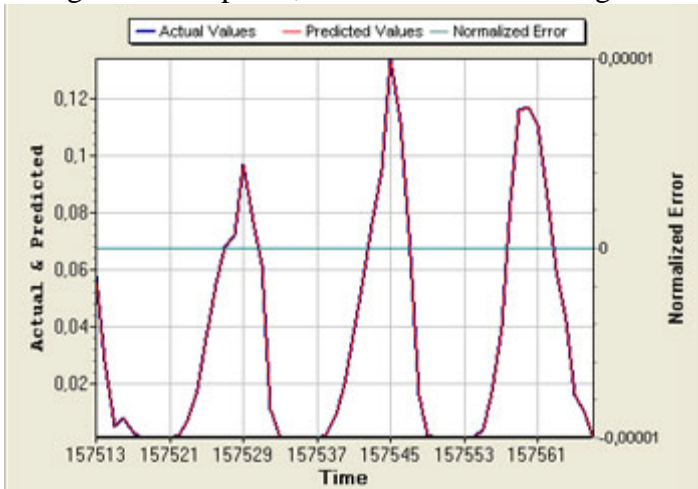


Figura C4. Exp 284, Predictor: Nearest Neighbor

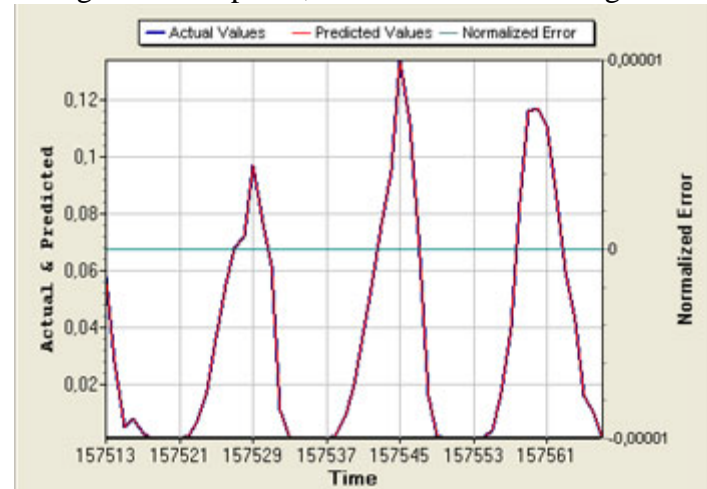


Figura C5. Exp 325, Predictor: Radial Basis

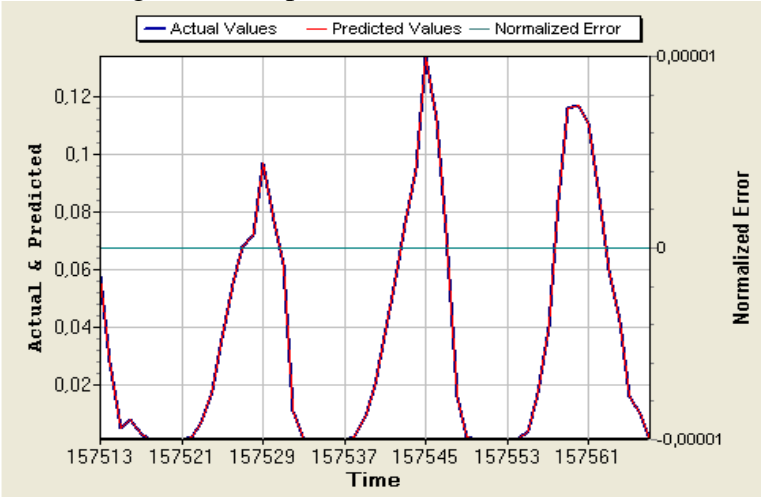


Figura C6. Exp 345, Predictor: Radial Basis

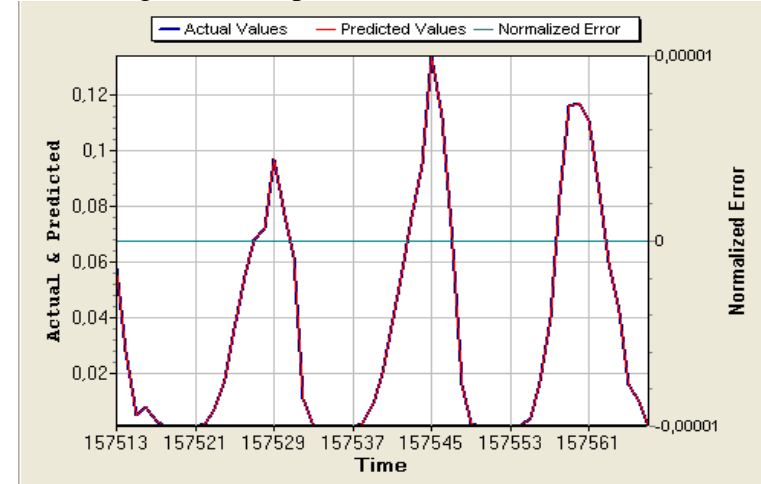


Figura C7. Exp 349, Predictor : Radial Basis

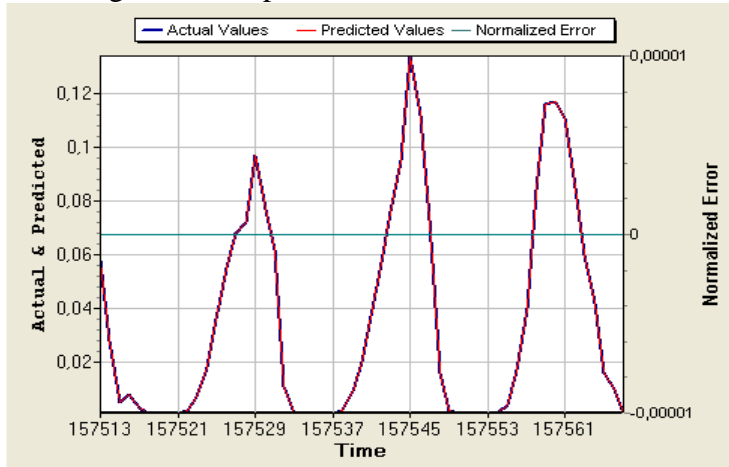


Figura C8. Exp 369, Predictor : Radial Basis

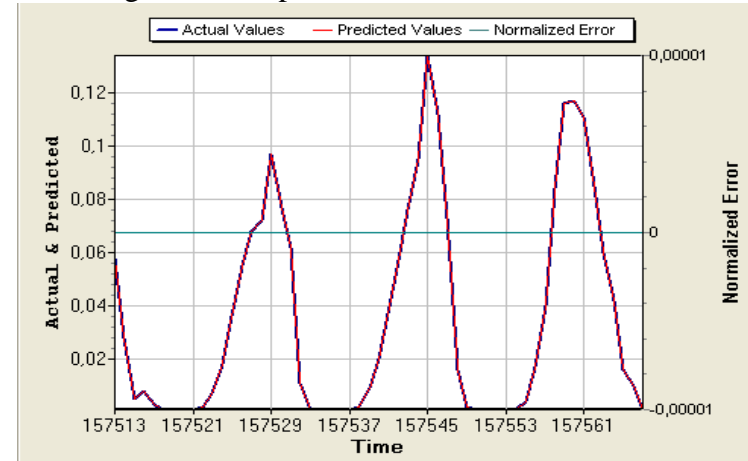


Figura C9. Exp 307, Predictor: Locally Linear

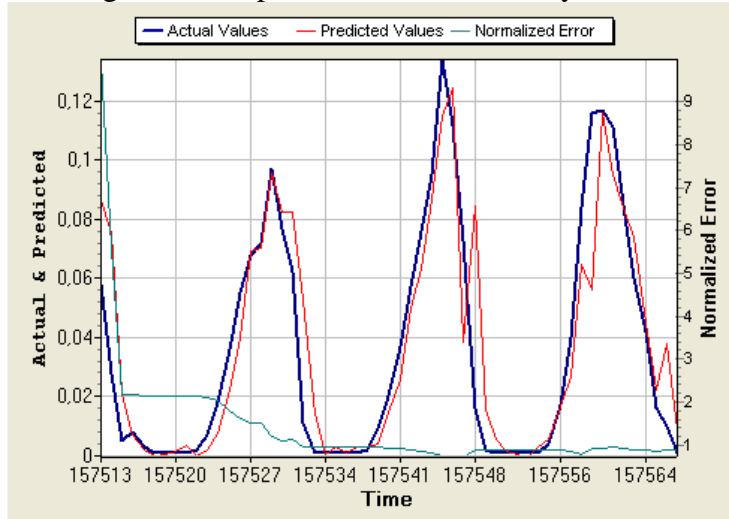


Figura C10. Exp 305, Predictor: Locally Linear

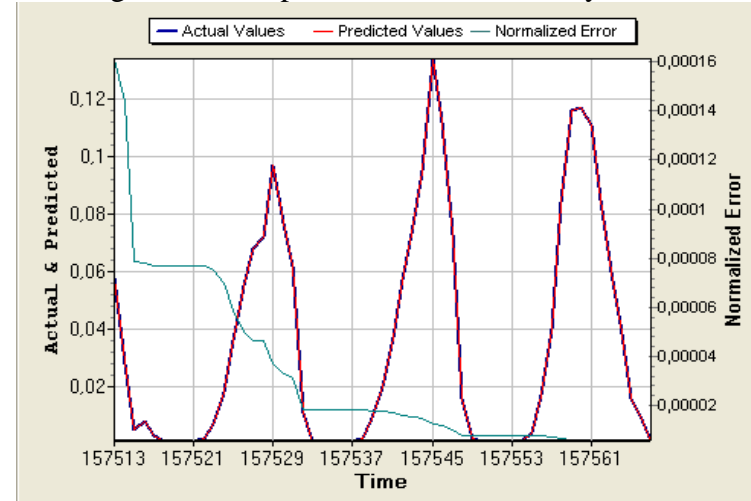


Figura C11. Exp 315, Predictor: Locally Linear

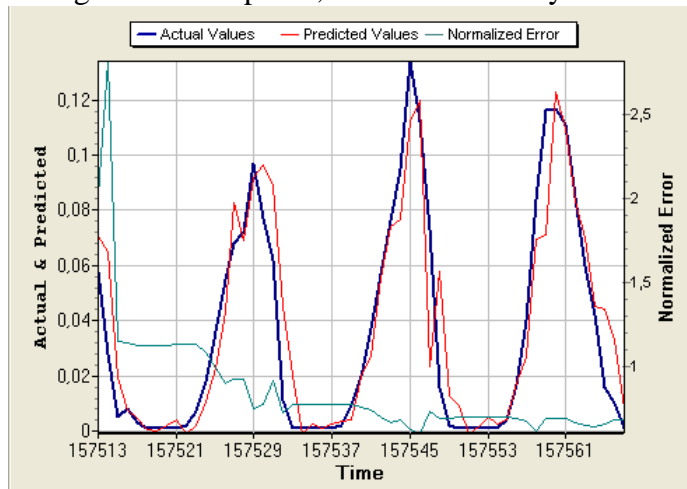


Figura C12. Exp 319, Predictor: Locally Linear

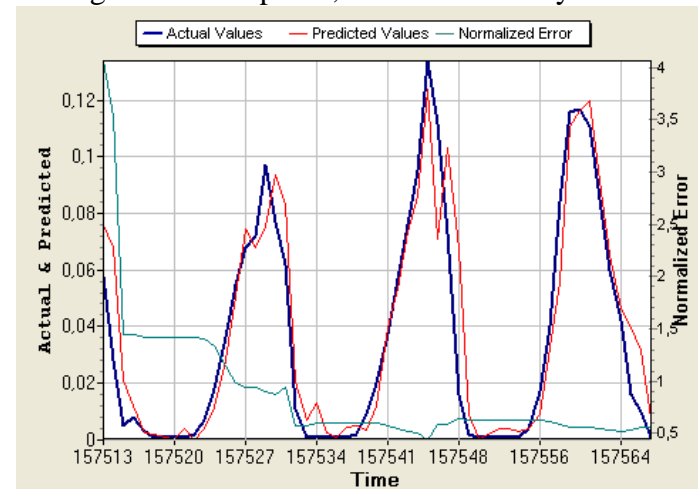


Figura C13. Exp 288, Predictor: Locally Constant

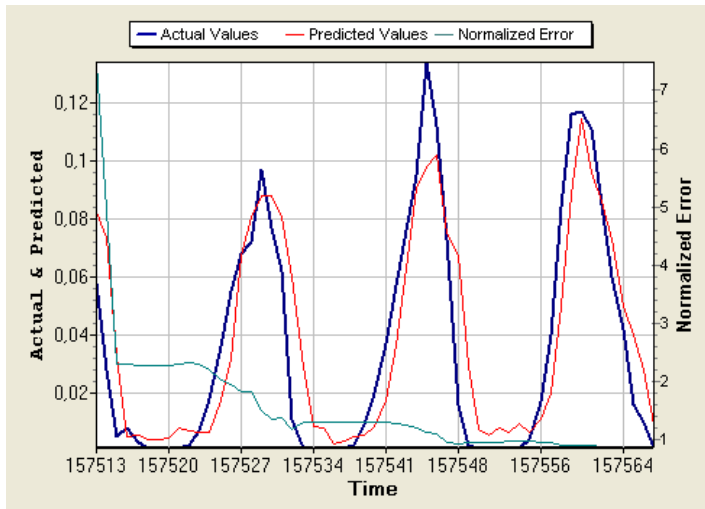


Figura C14. Exp 289, Predictor: Locally Constant

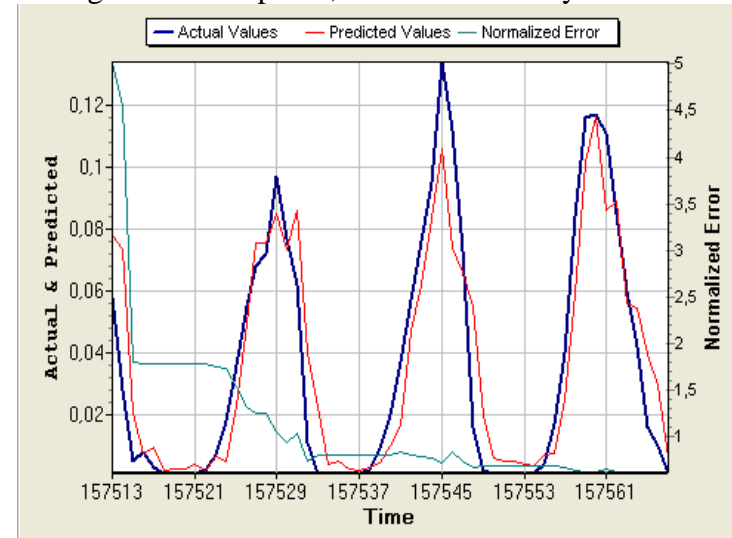


Figura C15. Exp 299, Predictor: Locally Constant

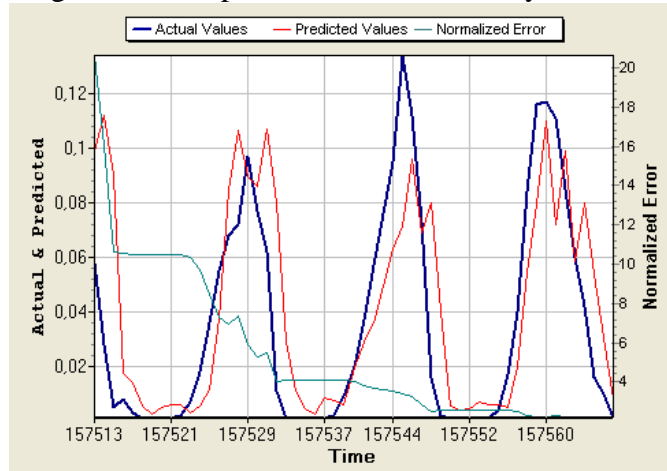


Figura C16. Exp 300, Predictor: Locally Constant

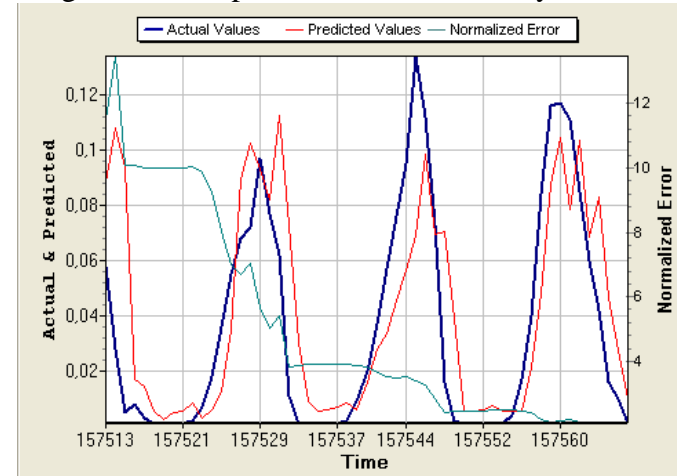


Figura C13. Exp 19, Predictor: Kernel Regression

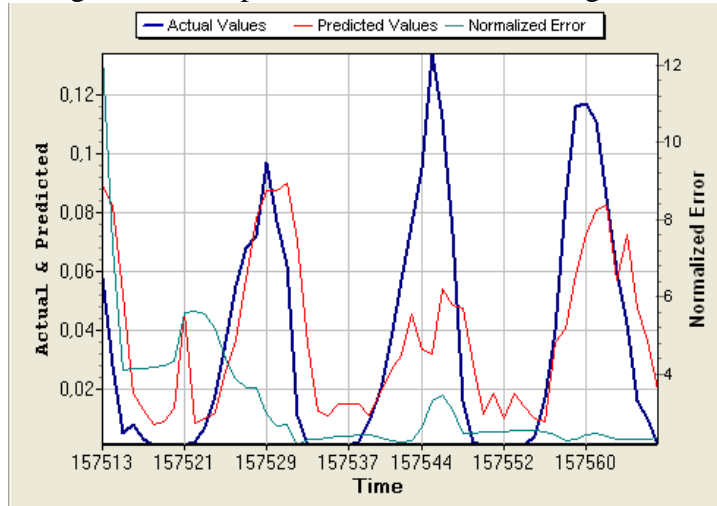


Figura C14. Exp 20, Predictor: Kernel Regression

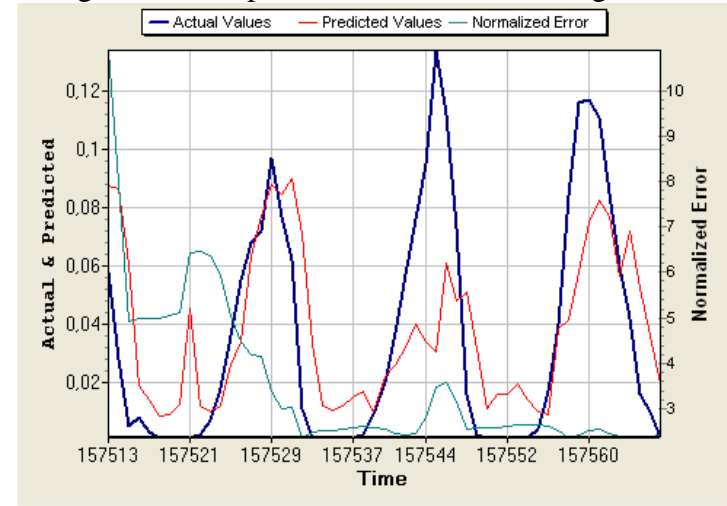


Figura C15. Exp 95, Predictor: Kernel Regression

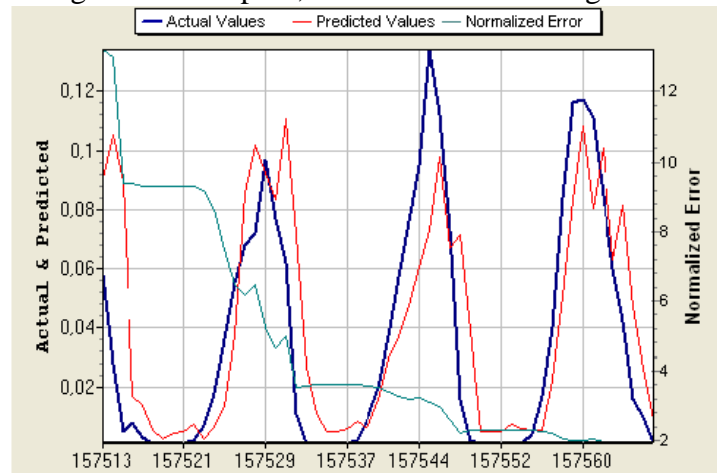


Figura C16. Exp 115, Predictor: Kernel Regression

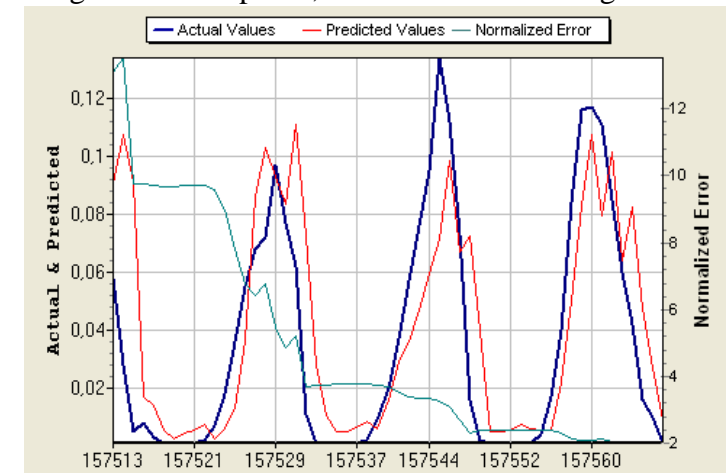


Figura C17. Exp 148, Predictor : Locally Weight Linear

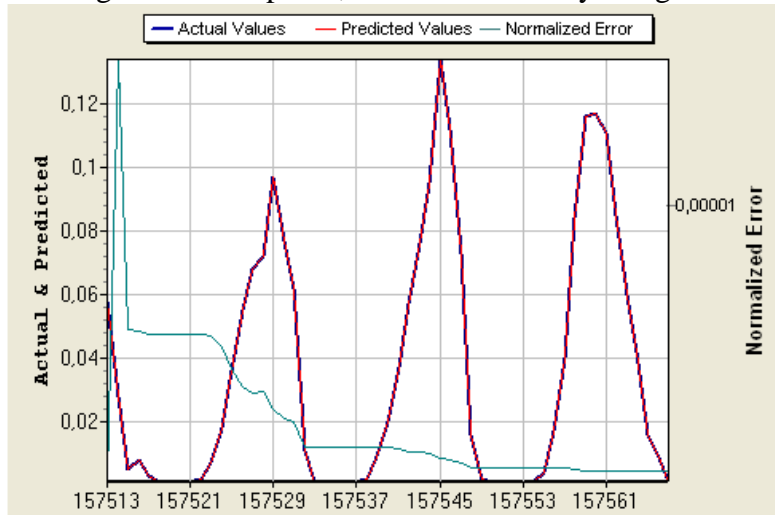


Figura C18. Exp 182, Predictor : Locally Weight Linear

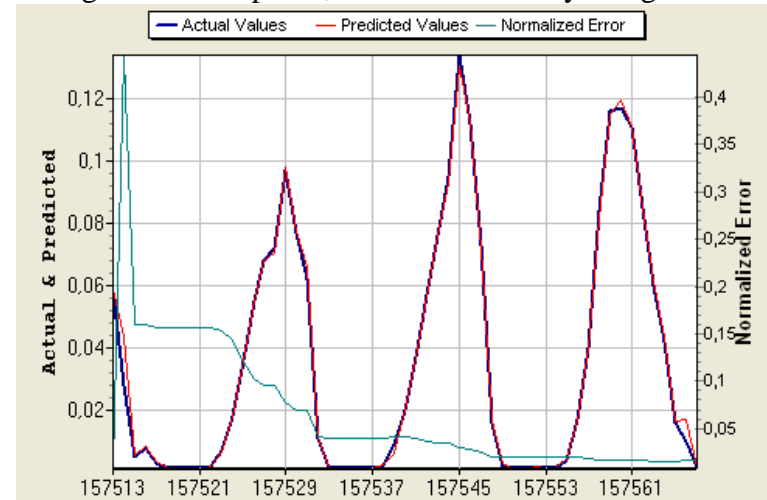


Figura C19. Exp 264, Predictor : Locally Weight Linear

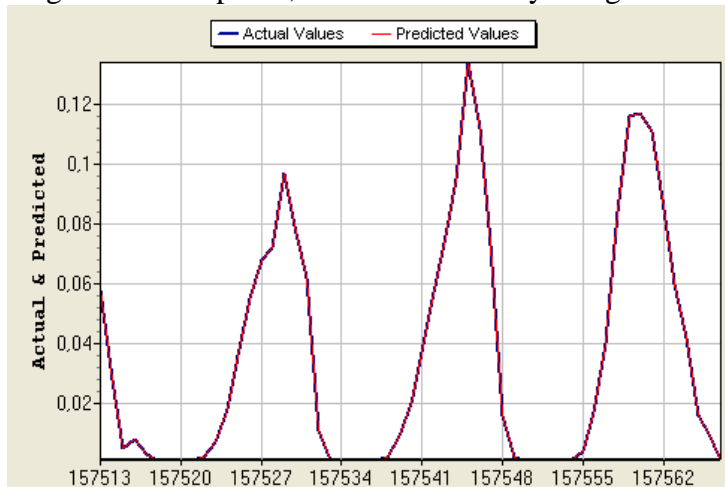


Figura C20. Exp 217, Predictor : Locally Weight Linear

