

Capítulo 3

Física de la pinza óptica

3.1. Fuerzas ópticas

Para una partícula dieléctrica atrapada mediante una PO (Figura 3.1), las principales fuerzas ópticas pueden ser divididas en dos categorías: *Fuerzas no conservativas* de absorción y dispersión y *fuerzas conservativas* de gradiente. Las fuerzas de absorción pueden ser minimizadas mediante la elección de una frecuencia de captura que no produzca resonancia [56]. Aquí sólo serán consideradas la fuerza de dispersión y la fuerza de gradiente.

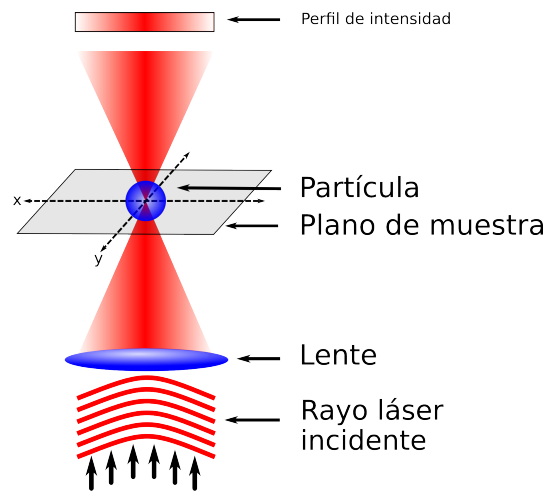


Figura 3.1: Esquema general de una pinza óptica.

3.1.1. Origen de las fuerzas de captura óptica

Para entender el fenómeno producido por una PO recurriremos a las Figuras 3.2 y 3.3, donde el proceso de interacción entre la luz y una partícula esférica se ilustra mediante un trazo de rayos. Cuando un haz de luz incide sobre la superficie de un objeto transparente, una parte de la luz es reflejada y otra parte es transmitida, es decir, pasa a través del objeto, sufriendo *refracción* de la luz, es decir, se desvía. (Para mayor detalle consultar [74, 43, 58, 69, 42]). También hay una pequeña cantidad que es absorbida, transformándose en calor. Los cambios en la rapidez o dirección de propagación de la luz debidos a la *reflexión* implica un cambio en el momento lineal de los fotones, lo cual a su vez genera fuerzas que actúan sobre la partícula; esto se debe a que el momento lineal se debe conservar, y ocasionan la presión de radiación.

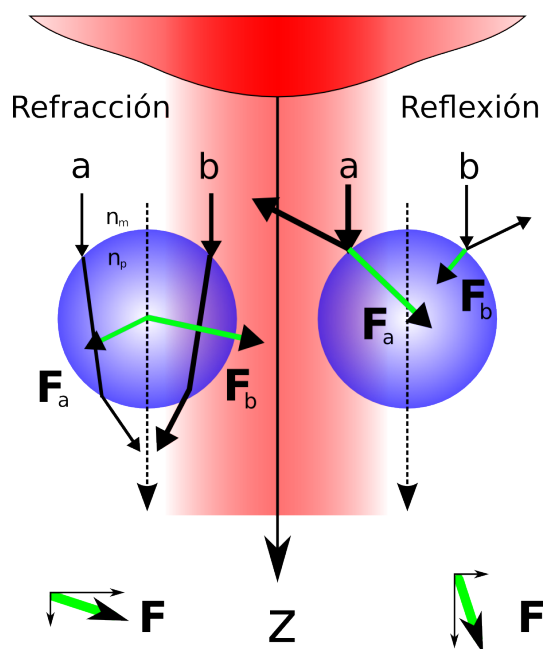


Figura 3.2: Fuerzas involucradas en la captura óptica.

Para que se efectuó la captura óptica, existe un gradiente de intensidad en la sección trasversal del haz de la luz: la intensidad es máxima en el centro y disminuye rápidamente hacia las orillas, como se ilustra en la curva superior de la Figura 3.2. La refracción del rayo a en la Figura 3.2 (lado izquierdo) provoca la fuerza F_a sobre la partícula, y el rayo b , simétricamente ubicado, causa una

fuerza análoga F_b , pero F_a es mayor que F_b . El resultado es que la fuerza total F tiene dos contribuciones; una perpendicular al eje de propagación (z) que conduce las partículas hacia las regiones de máxima intensidad; y la otra que las empuja hacia adelante a lo largo del eje. La primera es la *fuerza de gradiente*, mientras que la segunda es la *fuerza de dispersión*. En el caso de la luz reflejada (Figura 3.2, lado derecho), la fuerza ejercida en cada punto del objeto es siempre perpendicular a su superficie, debido a la ley de reflexión de la luz, de manera que la fuerza resultante tiene el efecto principal de empujar al objeto en la dirección de propagación. Sin embargo, el gradiente de intensidad también juega un papel en este caso. De hecho, su efecto es exactamente opuesto al de la fuerza gradiente para la luz transmitida, es decir, tiende a empujar al objeto fuera de las regiones de intensidad máxima, aunque su magnitud es aproximadamente diez veces menor que la fuerza de gradiente asociada a la luz transmitida. En general, podemos decir que la fuerza de dispersión es aquella cuya dirección coincide siempre con la dirección de propagación del haz de luz, mientras que la fuerza gradiente es perpendicular a esta dirección.

Posteriormente se realizaron experimentos de *levitación óptica* con partículas micrométricas de diferentes materiales y propiedades ópticas. La levitación se obtiene cuando la presión de radiación ejercida por un haz de luz que se propaga verticalmente hacia arriba, equilibra a la fuerza de gravedad de tal manera que la partícula queda suspendida. Para lograr esto, el haz se debe enfocar en un área extremadamente pequeña utilizando un lente objetivo de microscopio. Con ello se genera un considerable gradiente de intensidad en la dirección de propagación, además del transversal. Como consecuencia, la fuerza de gradiente atrae a las partículas hacia la región focal, donde la intensidad es máxima. Esta fuerza tiene una magnitud suficiente como para equilibrar el peso de la partícula y la fuerza de dispersión, de modo que las partículas pueden ser atrapadas aun cuando el haz se dirija verticalmente hacia abajo. Este tipo de trampa se conoce hoy en día como *pinza óptica*, y su eficacia se ha comprobado con partículas cuyos tamaños van desde decenas de nanómetros hasta decenas de micrómetros. El principio de operación en este caso se ilustra en la Figura 3.3. Las fuerzas ejercida por los rayos a y b sobre la esfera corresponden a F_a y F_b , respectivamente, y la fuerza total apunta en dirección del plano focal.

El método ilustrado en las Figuras 3.2 y 3.3 describe satisfactoriamente las fuerzas ópticas sólo cuando el tamaño de las partículas es varias veces mayor que la longitud de onda de la luz que se está utilizando. También se pueden atrapar partículas más pequeñas, pero los procesos físicos involucrados y su descripción son más complejos. En general, las fuerzas ópticas son directamente

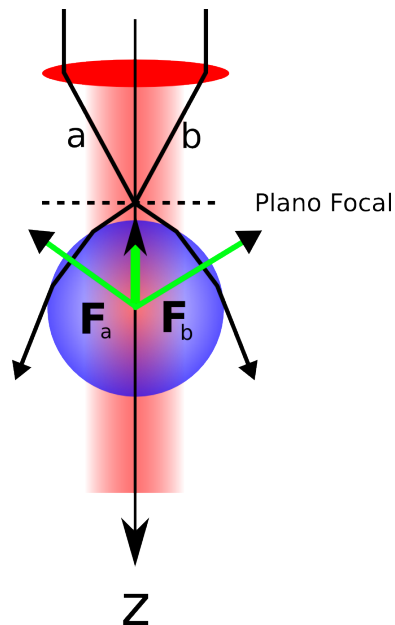


Figura 3.3: Levitación óptica

proporcionales a la potencia del haz de luz. Aunque la potencia mínima necesaria para atrapar una partícula depende de su tamaño, de sus propiedades ópticas y, por supuesto, de las demás fuerzas involucradas en el sistema, generalmente unos cuantos miliwatts pueden ser suficientes.

3.2. Modelos teóricos

Aunque la física detrás de las pinzas ópticas no es trivial, su comportamiento puede ser explicado usando dos diferentes modelos teóricos. Para una partícula atrapada con diámetro d mucho más grande que la longitud de onda λ de la trampa óptica ($d \gg \lambda$), el modelo de rayo óptico muestra correspondencia con los resultados medidos, mientras que para una partícula con diámetro mucho más pequeño que la longitud de onda de la trampa ($d \ll \lambda$), el modelo de campo electromagnético se ajusta mejor. En el tamaño intermedio ($d \sim \lambda$), la teoría electromagnética ha logrado mejores resultados que la óptica de rayos, pero ningún modelo ha sido satisfactorio. En ausencia de un modelo con precisión para el régimen intermedio el comportamiento de las partículas atrapadas en este régimen es determinado de una forma empírica.

3.2.1. Modelo de la óptica de rayos o geométrica

El modelo de la óptica de rayos es válido para partículas que son mucho más grandes que la longitud de onda del láser (que en la práctica, $d > 10\lambda$), a esto se le conoce como el *régimen Mie*. Los rayos individuales de luz emitida desde el láser serán refractados en la medida en que entran y salen de la partícula dieléctrica. Como un resultado, el rayo saldrá en una dirección distinta a la que inicialmente ingresó. Dado que la luz tiene un momento asociado a ella, este cambio en dirección de la luz indica que su momento ha cambiado. Debido a la Tercera Ley de Newton, tendrá que haber un cambio de momento igual y opuesto sobre la partícula.

3.2.2. Modelo de campo electromagnético

El modelo de campo electromagnético, también conocido como el modelo de fuerza de Lorentz, es válido para partículas en el régimen de Rayleigh en el cual las partículas son mucho más pequeñas que la longitud de onda del láser (en la práctica, $d < 0.4\lambda$). Esto es basado en “la fuerza de Lorentz ejercida por la trampa de luz en los átomos del objeto atrapado”, los detalles no serán discutidos aquí.

3.3. Modelo de la trampa óptica

3.3.1. Modelos elementales

Una pinza óptica puede ser comparada con un resorte simple (Figura 3.4), que sigue la ley de Hook, puesto que la fuerza aplicada a la partícula es lineal con respecto a su desplazamiento desde el centro de la trampa siempre y cuando el desplazamiento sea muy pequeño. Para desplazamientos lo suficientemente pequeños desde el centro de la trampa (máximo 100 – 300nm) la pinza óptica se comporta como un resorte [55]. Varios miliwatts de intensidad del láser en el foco puede generar fuerzas de atracción del orden de piconewtons, típicamente 1 – 100pN [57].

El modelo más elemental de la pinza óptica es descrito por Astumian [16], el cual se basa en el modelo del resorte simple, que considera una partícula coloidal atraída en una dimensión a través de una solución mediante el potencial ejercido por una trampa óptica moviéndose a una velocidad constante [75]. La ecuación de movimiento propuesta es [73]

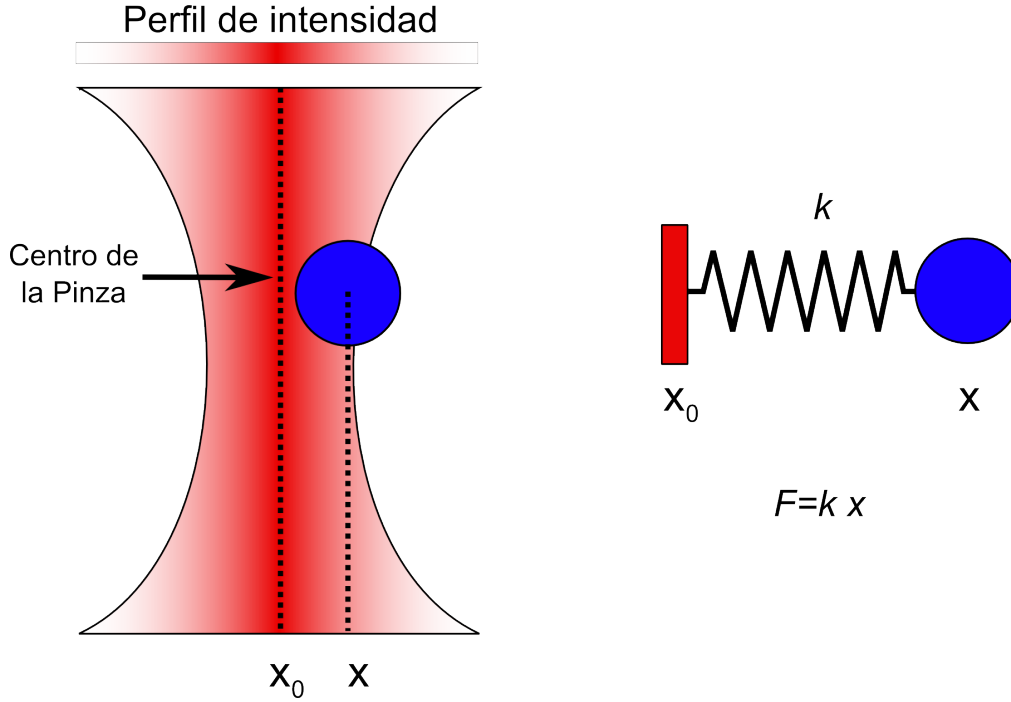


Figura 3.4: La pinza óptica se puede modelar como un resorte.

$$m\ddot{x} + R\dot{x} = -k(x - x_0) + \eta(t)$$

donde m es la masa de la partícula, R es el coeficiente de viscosidad, k es la constante de resorte de la trampa óptica, x_0 es la posición de la trampa en el espacio y $\eta(t)$ es ruido blanco gaussiano.

Para desplazamientos más grandes (hasta un máximo del radio de la trampa r_T , que es aproximadamente de 675nm) desde el centro de la trampa, se comporta como un resorte no lineal, Ranaweera et al. [57]. La ecuación de movimiento a lo largo del eje x para una partícula de masa m y una posición lateral x esta dada por

$$m\ddot{x} = F(x_r) + F_d(\dot{x}) + F_e(t), \quad (3.1)$$

donde F es la fuerza de la trampa óptica, F_d es el arrastre viscoso y F_e es una fuerza externa. La posición relativa x_r es definida como

$$x_r = x - x_0, \quad (3.2)$$

donde x_0 es la posición de la trampa (el foco del láser). Para desplazamientos relativos dentro del radio r_T de la trampa, ésta se comporta como resorte no

lineal:

$$F = \begin{cases} \alpha_3 x_r^3 - \alpha_1 x_r & \text{para } |x_r| < r_T \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (3.3)$$

donde α_1 y α_3 son constantes del resorte no lineal, la cuales fueron obtenidas mediante el ajuste a un polinomio cúbico [65].

La fuerza de arrastre viscosa puede ser expresada como

$$F_d = -\beta \dot{x} \quad (3.4)$$

donde $\beta > 0$ es el coeficiente de amortiguamiento viscoso dada por la ecuación de Stokes. Las ecuaciones (3.1), (3.2) y (3.3) pueden ser combinadas para obtener la ecuación de movimiento no lineal para una partícula atrapada.

$$m\ddot{x} = \gamma(x_r)(\alpha_3 x_r^3 - \alpha_1 x_r) - \beta \dot{x} + F_e(t) \quad (3.5)$$

donde

$$\gamma(x_r) := \begin{cases} 1 & \text{para } |x_r| < r_T \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (3.6)$$

En la práctica la masa de la partícula atrapada es lo suficiente pequeña que esta puede ser ignorada. Por lo tanto (3.6) se puede simplificar, y se obtiene:

$$0 = \gamma(x_r)(\alpha_3 x_r^3 - \alpha_1 x_r) - \beta \dot{x} + F_e(t) \quad (3.7)$$

3.3.2. Modelo base

El modelo que se utiliza en este proyecto de investigación es el descrito por Lee et al. [37], en donde se asume que hay una partícula esférica con una distribución homogénea. El tiempo requerido para modelar la física asociada a la PO depende del objetivo del trabajo y la precisión requerida. Las ecuaciones de Maxwell pueden ser usadas para un nivel fino, pero cálculos de óptica geométrica pueden dar suficientes explicaciones para la mayoría de los casos [13].

El enfoque descrito en este proyecto de investigación asume que la energía potencial puede ser representada por una función espacial explícita. Por conveniencia de la implementación sólo el espacio $x - y$ y el movimiento dentro de este es estudiado, aunque esto no implica la pérdida de generalidad para una partícula atrapada en un rayo cilíndrico simétrico.

Se asume que trabajamos con una partícula esférica de radio r , masa m y con un material de distribución homogénea. La forma del potencial de la trampa dependerá del tamaño y propiedades del rayo y de la partícula, así como también

del índice de refracción del medio ambiente. Se asume un pozo de potencial con una distribución Gaussiana. También, que debido al rayo láser, la energía potencial aproximada de la partícula puede ser obtenida por

$$E_p = -P_0 \exp \left\{ -\ln(2) \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \right) \right\} \quad (3.8)$$

Donde P_0 es la profundidad del pozo, x y y son los dos ejes perpendiculares al camino del rayo, y a y b son las dimensiones de la cintura del rayo. El factor 2 en la ecuación (3.8) normaliza el potencial de manera que su valor en $x = a$, $y = 0$ o en $x = 0$, $y = b$ es igual a $-\frac{P_0}{2}$. El campo potencial dado en la ecuación (3.8) se puede realizar dividiendo el rayo láser o a través del uso de múltiples rayos láser. La ecuación (3.8) puede ser usada para describir un potencial esférico cuando a y b son iguales o bien describir un potencial lineal cuando $a \ll b$ o $b \ll a$. Se asume que no hay cambio en la velocidad rotacional de la partícula, la energía cinética de esta partícula puede ser dada por

$$E_c = \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) \quad (3.9)$$

De las ecuaciones (3.8) y (3.9), las ecuaciones de movimiento Lagrangiano permiten predecir el comportamiento de la trayectoria de la partícula. El comportamiento es expresado como un sistema de ecuaciones diferenciales de segundo orden

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial E_c}{\partial q_i} + \frac{\partial E_p}{\partial q_i} = Q_i, \quad (3.10)$$

donde q_0, q_1, \dots, q_{n-1} son las coordenadas generalizadas y $\dot{q}_0, \dot{q}_1, \dots, \dot{q}_{n-1}$ las derivadas con respecto al tiempo de esas coordenadas. Las fuerzas generalizadas son Q_0, Q_1, \dots, Q_{n-1} . En coordenadas cartesianas, el sistema (3.10) se expande a

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial E_c}{\partial x} + \frac{\partial E_p}{\partial x} &= F_x, \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{y}} \right) - \frac{\partial E_c}{\partial y} + \frac{\partial E_p}{\partial y} &= F_y, \end{aligned} \quad (3.11)$$

donde F_x y F_y son fuerzas externas al sistema, como lo puede ser una fuerza viscosa. Sin embargo por simplicidad no se considera en los cálculos. Substitu-

yendo E_c de (3.9) y E_p de (3.8) en el sistema (3.11) se obtiene

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left\{ \frac{\partial}{\partial \dot{x}} \left[\frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) \right] \right\} - \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) \right] + \\ \frac{\partial}{\partial x} \left\{ -P_0 \exp \left[-\ln(2) \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \right) \right] \right\} = F_x \\ \frac{d}{dt} \left\{ \frac{\partial}{\partial \dot{y}} \left[\frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) \right] \right\} - \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) \right] + \\ \frac{\partial}{\partial y} \left\{ -P_0 \exp \left[-\ln(2) \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \right) \right] \right\} = F_y \end{aligned} \quad (3.12)$$

Simplificando el sistema (3.12), resulta

$$\begin{aligned} m\ddot{x} - \frac{-2 \ln(2) P_0 x}{a^2} \exp \left[-\ln(2) \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \right) \right] = F_x, \\ m\ddot{y} - \frac{-2 \ln(2) P_0 y}{b^2} \exp \left[-\ln(2) \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \right) \right] = F_y \end{aligned} \quad (3.13)$$

El sistema (3.13) no puede ser resuelto analíticamente, por lo tanto se utiliza el método de Runge-Kutta de cuarto orden para resolver el sistema de ecuaciones diferenciales [37].

Es importante mencionar que la mayoría de las aplicaciones de dispositivos de las pinzas ópticas han sido desarrolladas desde un punto de vista práctico por lo que es importante alcanzar una mejor comprensión teórica de su funcionamiento desde el punto de vista del control automático. Por otro lado, el ser capaz de dirigir el movimiento con precisión de una micro o nanopartícula es una útil pero muy difícil tarea, principalmente si tomamos en consideración el control y los problemas inherentes que surgen al trabajar con sistemas dinámicos [3].