

## Estudio acerca de las estrategias para identificar el contenido de las Representaciones “Vía la Interpretación Global”

Alma Alicia Benítez Pérez  
CECyT 11, “Wilfrido Massieu”, IPN  
Av. De los Maestros 217 cp  
11340 Col. Casco de Santo Tomás  
abenitez@ipn.mx

### Resumen

El aprendizaje de las matemáticas se logra cuando el alumno desarrolla una disposición y apreciación para participar en actividades propias del quehacer matemático, en cuyo escenario es importante que aprenda a resolver problemas en los que se puedan aplicar diversas representaciones que les permitan examinar soluciones y relaciones. El presente trabajo plantea la posibilidad de explorar diversas representaciones a través de tratamiento cualitativo, permitiendo fomentar y fortalecer la exploración e interpretación de las representaciones para identificar la organización de sus relaciones y establecer su articulación, en un ambiente de comunicación y colaboración para discutir ideas, comentar errores, y ejercer una crítica constructiva.

**Palabras Claves:** Representaciones, Interpretación Global

### Marco Teórico

Uno de los factores que más influencia tiene en los resultados de aprendizaje en los estudiantes es el tipo de enseñanza que desarrollan los profesores en el aula, por ello se plantea la siguiente cuestión ¿Cómo diseñar Estrategias de enseñanza que promueva el aprendizaje de las matemáticas?. Dilucidar estos temas no es fácil ya que están ligas con otro tipo de problema más complejos: la naturaleza de las matemáticas.

Desde este punto de vista, un paso importante es tener una caracterización acerca de lo que es la matemática. Una mirada rápida, a los diferentes períodos de la matemática, muestra su naturaleza cambiante. Por ejemplo, Hilbert y Cohn-Vossen (1952) hablan de una proclividad a abstraer “relaciones lógicas que están presentes en un material confuso y una tendencia hacia una mayor comprensión intuitiva... de los objetos que se estudian”. Halmos (1980) afirma: “La principal razón de ser de los matemáticos es resolver problemas”. Actualmente, Teppo (1998) distingue dos aspectos en la naturaleza de las matemáticas: El hacer y la disposición. El primero incluye explorar situaciones, buscar patrones, inventar estrategias, usar intuiciones, generalizar y abstraer. La segunda es “una manera de percibir y hacer que permita moverse en el dominio”. Lo importante en esta polémica es hacer explícito el paradigma en que se apoya el diseño de una instrucción, y en este sentido se está de acuerdo que la enseñanza de las matemáticas debe promover disposiciones consistente con su misma naturaleza.

Otro aspecto importante en el aprendizaje de las matemáticas, son las representaciones, ya que permiten la comunicación y comprensión del sujeto con su medio y con el mismo. Las representaciones son configuraciones (palabras, gráficas, ecuaciones etc.), que pertenecen a sistemas altamente estructurados, denominados; “Esquemas Simbólicos” (Kaput, 1987), “Sistemas Representacionales” (Goldin, 1987) o “Sistemas Semióticos” (Duval, 1993), los cuales están constituidos de caracteres o signos primitivos, para ser combinados a través de reglas particulares en cada sistema, dichas reglas estructuran el sistema de producción de la representación, el cual contribuye para enriquecer su contenido (Duval, 1997; Goldin & Kaput, 1996).



La relación que guarda la representación y el objeto representado, es un aspecto importante que caracteriza a la representación, Kaput (1991) considera la tradicional estructura del signo lingüístico, ya que identifica el significante como un objeto material y el significado como configuraciones mentales, destacando la relación entre ambos a través de un proceso de interpretación simbólica, que es accesible a toda persona que está involucrada en la dinámica que marcan los sistemas de representación, al cual pertenecen estas representaciones.

Duval (2000), considera esta relación como una denotación y menciona que cada nuevo sistema semiótico provee nuevos significados para la representación, es decir, cualquier objeto matemático tiene diferentes representaciones producidas por diferentes sistemas semióticos, por lo cual expone la necesidad de enfocar la atención a tres aspectos básicos para lograr la aprehensión conceptual; el objeto, uno de los varios sistemas semióticos y la composición de signos.

Razón por la cual la representación es un aspecto determinante en el proceso del aprendizaje; primero porque beneficia la comunicación y segundo porque permite el desarrollo de tratamientos, los cuales consisten en transformar la representación, dentro del mismo sistema, sobre la base de reglas propias para obtener otras representaciones que puedan constituir aportes diferentes de la representación inicial (Duval, 2000).

Para lo cual, La Interpretación Global concentra su atención en la figura-forma, punto central y decisivo en el aprendizaje de las representaciones gráficas, ya que permite discriminar los valores visuales y su coordinación con los valores categóricos de la expresión algebraica, atendiendo la discriminación de los valores visuales con relación a la figura-fondo. Para ello las actividades diseñadas deben permitir explorar las variaciones de una sola variable y mantener constantes los valores de las otras variables, con la finalidad de que los valores de las distintas variables visuales se unifiquen para ser exploradas como única figura forma/fondo.

### Metodología

El propósito de la experiencia educativa fue proporcionar al estudiante diversas situaciones para explorar el contenido de las representaciones, empleando tratamientos que permitan evidenciar su riqueza. Las actividades se realizaron en el contexto de los cursos de Geometría y Trigonometría y Geometría Analítica.

Los estudiantes no habían participado anteriormente en esta forma de trabajo, modificando la práctica en el salón de clase, es decir, se impulsó la comunicación de ideas y la continua participación en clase.

La experiencia educativa se llevó a cabo con dos grupos de 32 alumnos cada uno, del nivel medio superior (C.E.C.yT. 11, “Wilfrido Massieu”) que cursaban el primero y segundo semestre del ciclo escolar, y cuya duración fue de 18 semanas, respectivamente. Las edades de los alumnos fluctuaban entre 15-16 años.

Acerca de los antecedentes académicos de los alumnos, se aplicó un examen diagnóstico para evidenciar sus competencias. El examen elaborado por la institución, contaba con temas de aritmética, geometría y álgebra. Los resultados obtenidos del examen diagnóstico, permitieron organizar la planeación para las dos asignaturas, considerando el marco curricular del programa para los cursos.



A continuación se presenta el desarrollo de la Experiencia Educativa para cada una de las asignaturas:

1. Fase de introducción. La primera semana de trabajo, se introdujo a los estudiantes a través de conversaciones por parte del maestro, a la dinámica a desarrollar en el aula, es decir, trabajo en equipo y discusión en el grupo, teniendo el profesor el papel de mediador del proceso.
2. Dinámica de trabajo en el aula. La clase se organizó en equipos de 4 a 5 integrantes, formando un total de 6 equipos por grupo. Se entregó al inicio de la sesión una actividad diseñada por el profesor, para trabajarla de manera colectiva, mencionado que un integrante del equipo sería el encargado de recolectar toda la información que se obtuviera durante el proceso de solución, mientras el profesor participaba con los equipos como espectador y para proporcionar información. Una vez terminada la tarea, los equipos presentaban un reporte escrito. El profesor, de acuerdo con las observaciones realizadas a los equipos, seleccionaba un equipo para exponer su trabajo al grupo. Durante las sesiones que se realizaron en la sala microsoft, se continuó con la misma dinámica que en el salón de clase.
3. Después de concluir la experiencia, se solicitó la participación de 3 alumnos, respectivamente. La actividad se llevó a cabo en la sala de Cómputo (Microsoft), y cuyas sesiones se realizaron extraclase, teniendo la duración de 2 horas. Se proporcionó la Tarea, en cuyo texto se menciona brevemente la situación, y se exponen las indicaciones básicas para explorar la actividad en el paquete dinámico Cabri-Geometry.

### Diseño de la Experiencia

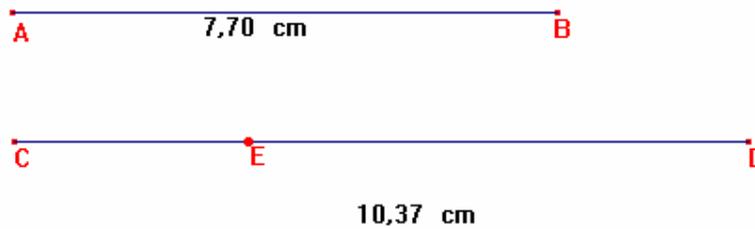
La dinámica en el salón de clase, permitió desarrollar los contenidos significativos para fortalecer la arquitectura cognitiva, a través de las conexiones y articulación de diversos sistemas de representación.

Durante el curso de Geometría y Trigonometría se presentan situaciones para explorar el contenido de diversas construcciones, empleando tratamientos que permitiera evidenciar su riqueza, dicha actividad benefició el desarrollo de las tareas, de las cuales se examinaron distintas propiedades de los triángulos (tipos, formas de construcción, propiedades, etc.), impulsado la exploración constante de las figuras para poder observar características y establecer relaciones, de acuerdo a las leyes de organización visual. La siguiente actividad expone la construcción de un triángulo con la siguientes indicaciones

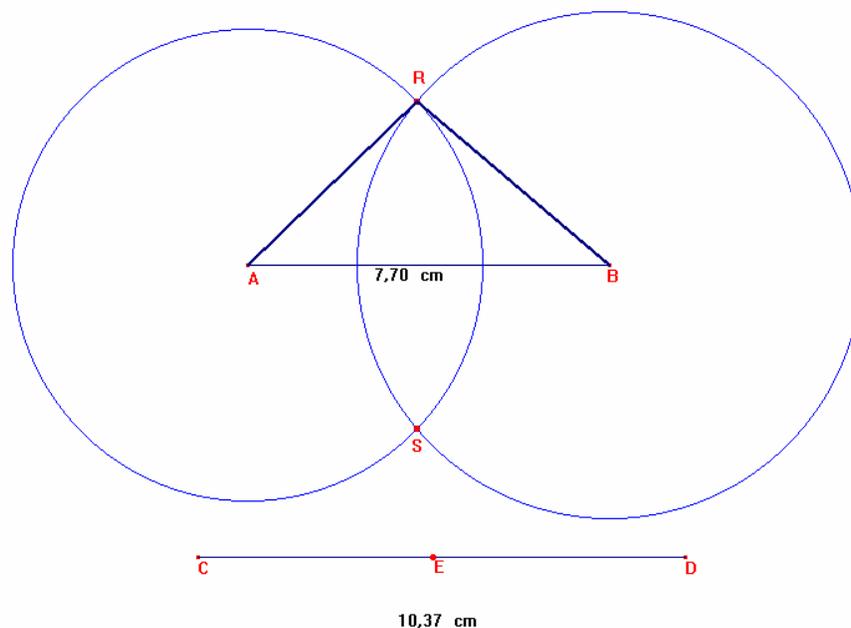
*Dados dos segmentos, uno que representa el lado de un triángulo y el otro la suma de los otros dos lados, ¿puedes construir un triángulo a partir de esta información?; al efectuar la construcción ¿el triángulo es único?*

Los alumnos al enfrentar la situación se plantearon varias interrogantes; ¿cómo construir el triángulo?, ¿dónde colocar el punto para cumplir con las condiciones del problema?, ¿qué información necesito para su construcción?, etc. Los alumnos exploraron sus conjeturas apoyados con el software dinámico, estableciendo que: El segmento AB representa un lado del triángulo y el segmento CD la suma de los otros dos lados





Con la ayuda del software los alumnos construyeron dos círculos con centro en A y radio CE y otro con centro en B radio DE. Cuyos círculos se cortan en dos puntos; R y S.



Lo cual les permitió construir el triángulo ARB y ASB, ambos satisfacen las condiciones del problema.

Explorar el contenido de una situación implica observar aquellos elementos comunes y no comunes, lo cuales están estructurados de acuerdo a la leyes de organización visual, para establecer conjeturas y construir posibles relaciones matemáticas.

Otro ejercicio planteado durante la experiencia en Geometría Analítica fue la construcción de la parábola a partir de su definición

Problema : Dados dos focos y la directriz, construir la parábola

Procedimiento: Sean F,  $d$  el foco y la directriz de una parábola, entonces:

1. Trazar  $\overline{FD} \perp d$  por F
2. Bisectar  $\overline{FD}$  para obtener el vértice V de la parábola.
3. Unir F con cualquier punto X de la directriz  $d$ .
4. Trazar la mediatriz  $m$  de  $\overline{FX}$



5. Trazar  $n \perp d$  por X. Así se obtiene P en  $m \cap n$ . P es un punto de la parábola porque:  $PF = PX$  con  $\overline{PX} \perp d$
6. Si se repiten los pasos (3), (4) y (5) con cualquier otro punto sobre la directriz  $d$  se obtienen más puntos de la parábola

El alumno puede discutir diversos planteamientos relacionados con la construcción, por ejemplo; ¿Qué sucede con la parábola si la distancia del foco a la directriz crece?, ¿Qué sucede con la parábola si la distancia del foco a la directriz decrece?, ¿Es la mediatriz  $m$  del segmento FX, tangente a la parábola?, ¿Cuál es el lugar geométrico de los puntos medios de los segmentos determinados al unir el foco con los puntos de la directriz?

En este sentido, las nuevas tecnologías proveen al estudiantes la posibilidad de mover partes de estas configuraciones y observar cambios o invariantes. La observación de invariantes en una representación resulta fundamental en el desarrollo de conjeturas y en proceso de argumentación y comunicación de esas conjeturas por parte del estudiante, conjeturas que son el puente para establecer una proposición y su demostración.

### Resultados Preliminares

La experiencia educativa para el curso de Geometría y Trigonometría, fue diseñada para proporcionar al estudiante diversas actividades, que permitieran explorar la información que encierran las construcciones geométricas tratamientos que evidenciaran su riqueza.

El análisis de las entrevistas a los alumnos, mostraron la aplicación de la Interpretación Global en la exploración de las representaciones, ya que los equipos identificaron información a través de tratamientos cualitativos y cuantitativos.

El tratamiento empleado permitió que los alumnos externarán diversas conjeturas para justificar a través de sus exploraciones posibles argumentos, fortaleciendo la toma de decisiones, reflexión, razonamiento y resolución de problemas.

Respecto al curso de Geometría Analítica, el análisis de las actividades desarrolladas por los estudiantes aun no se ha concluido, actualmente se está realizando el estudio de la información sobre las estrategias que el alumno emplea para elegir y explorar diversas representaciones que le permita examinar soluciones y relaciones. Cuando este trabajo sea presentado, se tendrán ya algunos resultados que ofrecer.



## Bibliografía

## “Fomento a la Investigación Educativa”

- [1] Benítez, A. (1999). “*The Role of Representations in the Constructions of Algebraic Expressions: The Case of Polynomials*”, en Proceedings of the Twenty first Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Vol. 1. ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education, pp. 398-399.
- [2] Benítez, A. (2001). *La Escala como Factor Fundamental para Construir la Expresión Algebraica. El caso de la Recta*, en Memorias de la Décima Reunión Centroamericana y del Caribe sobre la Formación de Profesores e Investigadores en Matemática Educativa. Vol. 14, pp. 428-431.
- [3] Confrey, J. (1995), “*Student Voice in Examining “Splitting” as an Approach to Ratio, Proportion, and Fractions*”, en L. Meira and D. Carraher (Eds.). Proceeding of the Nineteenth International Conference for the Psychology of Mathematics Education. Vol. 1, pp. 3-29.
- [4] Confrey, J. & Costa, S. (1996). “*A critique of the selection of “Mathematical Objects” as a central metaphor for advanced mathematical thinking*”, en International Journal of Computers for Mathematical Learning. 1, pp 139-168.
- [5] Dick, T. (1992). “*Super Calculadoras: Implicaciones para el Curriculum de Cálculo, su Instrucción y Evaluación*”, en Calculators in Mathematics Education. 16. Yearbook. NCTM.
- [6] Douady, R. (1993), “*Juegos de Marcos y Dialéctica Herramienta-Objeto*”, en A. Ernesto Sánchez S. y Gonzalo Zubieta B (Eds.), Lecturas en Didáctica de las Matemáticas, DME-CINVESTAV, Pp. 68-87.
- [7] Duval, R. (2000), *Basic Issues for Research in Mathematics Education*, in Proceedings of the 24<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Vol. I, Pp. 55-69.
- [8] Duval, R. (2003), «Voir» *En Mathématiques*, en Matemáticas Educativa. Aspectos de la Investigación Actual, Eugenio Filloy (Coordinador), Centro de Investigación y de Estudios Avanzados y Fondo de Cultura Económica, México. Pp. 41-76.
- [9] Goldin, G. (1987), *Levels of Language in Mathematical Problem Solving*, in Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics, C. Janvier. Pp. 59-66.
- [10] Santos Trigo Luz Manuel, J. (2001), “*Potencial didáctico del software dinámico en el aprendizaje de las matemáticas*”, Avances y Perspectivas, volumen 20, Pp. 247-258.



Título: "Estudio acerca de las estrategias para identificar el contenido de las Representaciones "Vía la Interpretación Global".  
 Autores: Alma Alicia Benítez Pérez  
 Institución: CECyT 11, "Wilfrido Massieu Pérez", IPN  
 Dirección: Av. De los Maestros 217, CP 11340, Col Casco de Santo Tomás, Del. Miguel Hidalgo.  
 Teléfono: 57 29 60 00 ext. 63646.  
 Correo Electrónico: [abenitez@ipn.mx](mailto:abenitez@ipn.mx)  
 Cañon.  
 Currículo

### Nivel Licenciatura

ENM	D.F.	Profesora de Educación Primaria	SI	19/Junio/1980	9.0
ENSM	D.F.	Maestro en Matemáticas	SI	7/mayo/1987	9.2

### Nivel Maestría

<i>Institución</i>	<i>Ciudad</i>	<i>Carrera/ Especialidad</i>	<i>¿Obtuvo el Título?</i>	<i>Fecha</i>	<i>Promedio</i>
CINVESTAV IPN	D.F.	Maestría en Ciencias, Matemática Educativa	Sí	8/junio/1995	A

### Nivel Doctorado

<i>Institución</i>	<i>Ciudad</i>	<i>Carrera/ Especialidad</i>	<i>¿Obtuvo el Título?</i>	<i>Fecha</i>	<i>Promedio</i>
CINVESTAV IPN	D.F.	Doctorado en Ciencias, Matemática Educativa	Sí	14/diciembre/2004	A

### Cursos de Especialidad

<i>Institución</i>	<i>Ciudad</i>	<i>Especialidad</i>	<i>¿Obtuvo el Título?</i>	<i>Fecha</i>	<i>Promedio</i>
UNAM	D.F.	Econometría	Sí	10/febrero/1997	8.8

Eje temático: Didáctica Disciplinaria  
 Modalidad: Oral

