



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

**ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN**

ANÁLISIS NUMÉRICO DE LA APERTURA Y CIERRE DE GRIETA CON HISTORIA Y SIN HISTORIA PREVIA EN UN MATERIAL APLICABLE EN IMPLANTES BIOMECÁNICOS

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN CIENCIAS
CON ESPECIALIDAD EN
DISEÑO MECÁNICO
P R E S E N T A :

ING. OSCAR MAMRE JUÁREZ CORRAL

DIRIGIDA POR:

DR. GUILLERMO URRIOLAGOITIA SOSA

DR. JOSE ÁNGEL LODEGARIO ORTEGA HERRERA



JULIO 2011

Capítulo I

Capítulo II

Capítulo III

Capítulo IV

Capítulo V

Capítulo VI

Conclusiones y Trabajo futuro



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

SIP-14BIS

ACTA DE REVISIÓN DE TESIS

En la Ciudad de México, D. F. siendo las 12:00 horas del día 29 del mes de Junio del 2011 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de Tesis designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de E. S. I. M. E. para examinar la tesis titulada:

**"ANÁLISIS NUMÉRICO DE LA APERTURA Y CIERRE DE GRIETA CON Y SIN
HISTORIA PREVIA EN UN MATERIAL APLICABLE EN IMPLANTES BIOMECÁNICOS".**

Presentada por el alumno:

JUÁREZ

Apellido paterno

CORRAL

Apellido materno

OSCAR MAMRE

Nombre (s)

Con registro:

B	0	9	1	7	2	8
---	---	---	---	---	---	---

aspirante de:

MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERIA MECÁNICA

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **SU APROBACIÓN DE LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISION REVISORA

Directores de tesis

DR. GUILLERMO URRIOLAGOITIA SOSA

Presidente

DR. JOSÉ ÁNGEL LODEGARIO ORTEGA HERRERA

Segundo Vocal

DR. GUILLERMO MANUEL URRIOLAGOITIA
CALDERÓN

Tercer Vocal

DR. JOSÉ ÁNGEL LODEGARIO ORTEGA HERERA

Secretario

DR. CARLOS TORRES TORRES

DR. LUIS HÉCTOR HERNÁNDEZ GÓMEZ

EL PRESIDENTE DEL COLEGIO

DR. JAIME ROBLES GARCIA



Handwritten signature



INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL

COORDINACIÓN GENERAL DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

CARTA DE CESIÓN DE DERECHOS

En la ciudad de México, Distrito Federal, el día **25** de Julio del año **2011**, el que suscribe, **Ing. Oscar Mamre Juárez Corral**, alumno del Programa de **Maestría en Ciencias en Ingeniería Mecánica opción Diseño Mecánico** con número de registro **B091728**, adscrito a la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación de la ESIME Unidad Zacatenco, manifiesta que es autor intelectual del presenta trabajo de Tesis bajo la dirección del **Dr. Guillermo Urriolagoitia Sosa y Dr. José Ángel Lodegario Ortega Herrera** y cede los derechos del trabajo titulado: **“ANÁLISIS NUMÉRICO DE LA APERTURA Y CIERRE DE GRIETA CON HISTORIA Y SIN HISTORIA PREVIA EN UN MATERIAL APLICABLE EN IMPLANTES BIOMECÁNICOS”** al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección jcoscar_m@hotmail.com. Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

Ing. Oscar Mamre Juárez Corral
Nombre y Firma

Resumen

El creciente uso de materiales que sean capaces de brindar seguridad y estabilidad en diferentes componentes mecánicos, ya sean estructurales o partes de máquinas y/o motores, ha despertado un especial interés del estudio de estos componentes ante diferentes condiciones de carga y situaciones.

La presencia de grietas en los componentes mecánicos es inevitable, ya que siempre existen, ya sea a nivel macroscópico o a nivel de grano, sólo es necesaria la energía necesaria para que su propagación sea inevitable y de esta forma se reduzca de manera muy considerable la resistencia mecánica del material. Es por esta razón, que se hace el continuo estudio de los componentes ante diferentes condiciones de grieta y carga. Existen muchas vertientes de estudio, considerándose como una de las principales el arresto de grietas. Es decir, el incremento de la resistencia del material ante la presencia de grietas en su estructura.

Como es bien sabido, una grieta es un gran peligro y este se incrementa cuando se encuentran localizados en su punta esfuerzos a tensión, causando que a cualquier incremento de energía en la grieta esta se propague sin remedio alguno, esto y el hecho de que los componentes fallan sin razón aparente incrementó el especial interés del estudio ante condiciones de elasto-plasticidad.

Una de las formas de incremento de la resistencia mecánica del material que se estudia actualmente es la manipulación inteligente de campos de esfuerzos residuales en los componentes mecánicos, por medio de la inducción de lo que se conoce como *historia previa*, lo cual se hace por medio de la aplicación de una carga homogénea en el componente ya sea a tensión o compresión y después por medio de una carga no homogénea inducir un campo de esfuerzos residuales, observando el cambio de este ante una diferente historia, tema principal de este trabajo de investigación.

Abstract

The increasing use of materials that are able to provide security and stability in different mechanical components, whether structural or machine parts and/or engines, has revived special interest in the study of these components into different load conditions and situations.

The presence of cracks in mechanical components is inevitable, since there are always at macroscopic level or level of grain, just is necessary the energy for its spread to be inevitable and thus reduce very significantly the resistance mechanics of material. For this reason, it's continued the study of components to different load conditions and crack length. There are many different lines of study, considered the *crack arrest* one of the most important. In other words, it is the increment of strength of the material in the presence of cracks in the structure.

As is well known, the presence of cracks is hazard and its effect increases when there are located in the crack tip tensile stresses, causing any increase of energy the crack spread without any remedy, this and the fact that components fail by no apparent reason increased the special interest of study under conditions of elasto-plasticity.

One way for increase the mechanical strength of the material, is currently being studied and it is the clever manipulation of residual stresses fields in mechanical components, inducing a *history* (load history), by the application of a *homogeneous* load on the component either tension or compression and then by a *non-homogeneous* load induce a residual stress field, observing the changes for a different story, the theme of this research.

Contenido

Resumen	i
Abstract	ii
Índice General	iii
Índice de Figuras	x
Índice de Tablas	xix
Objetivos	xxi
Justificación	xxii
Introducción	xxiii

Capítulo I

I.1.-	Introducción	2
I.2.-	Aspectos históricos sobre Mecánica de la Fractura	3
I.3.-	Mecánica de la Fractura Lineal Elástica (MFLE)	7
I.4.-	Mecánica de la Fractura Elasto-Plástica (MFEP)	8
I.5.-	Control de fracturas	10
I.6.-	Objetivos del análisis de tolerancia al daño	11
I.7.-	Crecimiento de grietas y fracturas en el material	13
I.8.-	Análisis de tolerancia al daño y Mecánica de la Fractura	16
I.9.-	Modos de carga	17
I.10.-	Relevancia del estudio del control de fracturas	18
I.11.-	Sumario	18
I.12.-	Referencias	19

Capítulo II

II.1.-	Introducción	24
II.1.1.-	Comportamiento uniaxial de los materiales como historia previa	24
II.1.2.-	Reglas de endurecimiento	28

II.2.-	Mecánica de la Fractura Elástica-Lineal	29
II.2.1.-	Criterio de <i>Griffith</i>	29
II.2.2.-	Modificación a la teoría de <i>Griffith</i> por <i>Irwin</i>	33
II.2.3.-	Factor de intensidad de esfuerzos	34
II.2.4.-	Plasticidad en la punta de grieta	35
II.2.5.-	Campo de esfuerzos elásticos	37
II.2.6.-	Factores de concentracion de esfuerzos para probetas más comunes	40
II.3.-	Esfuerzos residuales	47
II.3.1.-	Efecto de los esfuerzos residuales	48
II.3.2.-	Técnicas de medición	49
II.3.2.1.-	Mecánicos	49
II.3.2.1.1.-	Método de curvatura	49
II.3.2.1.2.-	El método de <i>Hole Drilling</i> o barrenado	50
II.3.2.1.3.-	El método de <i>Sach</i>	50
II.3.2.1.4.-	Método de respuesta de grieta	51
II.3.2.2.-	Métodos por difracción	51
II.3.2.2.1.-	Difracción de electrones	51
II.3.2.2.2.-	Difracción de rayos X	51
II.3.2.2.3.-	Neutrones	51
II.3.2.3.-	Otros métodos	52
II.3.2.3.1.-	Métodos magnéticos	52
II.3.2.3.2.-	Métodos ultrasónicos	52
II.3.2.3.3.-	Métodos termoelásticos	52
II.4.-	Sumario	52
II.5.-	Referencias	53

Capítulo III

III.1.-	Introducción	58
III.2.-	Método de Elemento Finito	58
III.3.-	Simulación numérica por medio de la aplicación del <i>MEF</i>	59
III.3.1.-	Designación del tipo de análisis, aplicación de las propiedades	59

	mecánicas y simulación de la geometría	
III.3.2.-	Designación del elemento a utilizar y discretización del continuo	60
III.3.3.-	Asignación de las condiciones de frontera y aplicación de agentes externos	61
III.3.4.-	Solución del caso de estudio	62
III.4.-	Etapas principales de simulación del método del elemento finito	62
III.5.-	Ejemplos utilizados para determinar K_I	63
III.5.1.-	Análisis en 3D, elemento SOLID 95 y SOLID 45	64
III.5.2.-	Análisis en 2D, elemento usado PLANE 82	66
III.5.3.-	Análisis en 3D, elemento usado SOLID 186 y SOLID 185	67
III.5.4.-	Desarrollo analítico del caso de estudio	68
III.6.-	Casos de estudio	69
III.7.-	Evaluación analítica del <i>Factor de Intensidad de Esfuerzos</i>	71
III.7.1.-	Desarrollo analítico para el primer caso de estudio (placa con grieta en el centro)	72
III.7.2.-	Análisis numérico del primer caso de estudio (placa agrietada en el centro)	73
III.7.2.1.-	Requerimientos para el análisis	74
III.7.3.-	Solución numérica: Primer caso de estudio (placa con grieta en el centro)	75
III.8.-	Desarrollo analítico para el segundo caso de estudio, espécimen <i>SENB</i>	78
III.8.1.-	Desarrollo numérico para el segundo caso de estudio, espécimen <i>SENB</i>	80
III.9.-	Sumario	84
III.10.-	Referencias	84
Capítulo IV		
IV.1.-	Introducción	88
IV.2.-	Origen y análisis de los esfuerzos residuales	88
IV.3.-	Análisis numérico para determinar esfuerzos residuales (placa con grieta en el centro)	90

IV.3.1.-	Procedimiento de análisis	90
IV.3.2.-	Comprobación de la consideración correcta de las condiciones de frontera	91
IV.3.2.1.-	Grieta de 1 mm, discretización como punta de grieta	94
IV.3.2.2.-	Grieta 1mm, discretización controlada	95
IV.3.2.3.-	Grieta de 5 mm, discretización como punta de grieta	97
IV.3.2.4.-	Grieta 5mm, discretización controlada	99
IV.3.2.5.-	Grieta de 10 mm, discretización como punta de grieta	101
IV.3.2.6.-	Grieta 10mm, discretización controlada	103
IV.3.2.7.-	Grieta de 15 mm, discretización como punta de grieta	105
IV.3.2.8.-	Grieta 15mm, discretización controlada	107
IV.4.-	Análisis numérico para determinar el campo de esfuerzos residuales (SENB)	109
IV.4.1.-	Procedimiento de análisis	110
IV.4.2.-	Flexión por tres puntos de apoyo con tamaño de grieta de 3mm	111
IV.4.3.-	Flexión por cuatro puntos de apoyo (<i>flexión pura</i>) con tamaño de grieta de 3mm	113
IV.4.3.1.-	Procedimiento de análisis	113
IV.4.3.2.-	Carga con desplazamiento de 1mm sobre el eje x con respecto al eje de simetría y tamaño de grieta constante de 3mm	114
IV.4.3.3.-	Carga con posición de 2mm a 5mm, 10mm, 15mm, 20mm, 25mm, 30mm y 50mm sobre el eje x con respecto al eje de simetría y tamaño de grieta constante de 3mm	117
IV.5.-	Sumario	148
IV.6.-	Referencias	148

Capítulo V

V.1.-	Introducción	150
V.2.-	Procedimiento de análisis	150

V.3.-	Placa con grieta en el centro	153
V.3.1.	Placa con grieta en el centro, discretización en punta de grieta	154
-		
V.3.1.1.-	Placa con grieta en el centro, tamaño de grieta de <i>1mm</i> , historia previa a tensión	154
V.3.1.2.-	Placa con grieta en el centro, tamaño de grieta de <i>5mm</i> , historia previa a tensión	156
V.3.1.3.-	Placa con grieta en el centro, tamaño de grieta de <i>10mm</i> , historia previa a tensión	158
V.3.1.4.-	Placa con grieta en el centro, tamaño de grieta de <i>15mm</i> , historia previa a tensión	160
V.3.1.5.-	Placa con grieta en el centro, tamaño de grieta de <i>1mm</i> , historia previa a compresión	162
V.3.1.6.-	Placa con grieta en el centro, tamaño de grieta de <i>5mm</i> , historia previa a compresión	164
V.3.1.7.-	Placa con grieta en el centro, tamaño de grieta de <i>10mm</i> , historia previa a compresión	166
V.3.1.8.-	Placa con grieta en el centro, tamaño de grieta de <i>15mm</i> , historia previa a compresión	168
V.3.2.-	Placa con grieta en el centro, discretización de forma controlada	170
V.3.2.1.-	Placa con grieta en el centro, tamaño de grieta de <i>1mm</i> , historia previa a tensión	170
V.3.2.2.-	Placa con grieta en el centro, tamaño de grieta de <i>5mm</i> , historia previa a tensión	172
V.3.2.3.-	Placa con grieta en el centro, tamaño de grieta de <i>10mm</i> , historia previa a tensión	174
V.3.2.4.-	Placa con grieta en el centro, tamaño de grieta de <i>15mm</i> , historia previa a tensión	176
V.3.2.5.-	Placa con grieta en el centro, tamaño de grieta de <i>1mm</i> , historia previa a compresión	178

V.3.2.6.-	Placa con grieta en el centro, tamaño de grieta de <i>5mm</i> , historia previa a compresión	180
V.3.2.7.-	Placa con grieta en el centro, tamaño de grieta de <i>10mm</i> , historia previa a compresión	182
V.3.2.8.-	Placa con grieta en el centro, tamaño de grieta de <i>15mm</i> , historia previa a compresión	184
V.4.-	Comparación de resultados	186
V.4.1.-	Discretización punta de grieta, historia previa tensión-compresión	186
V.4.2.-	Discretización de forma controlada, historia previa tensión-compresión	189
V.5.-	Sumario	191
V.6.-	Referencias	192

Capítulo VI

VI.1.-	Introducción	194
VI.2.-	Procedimiento de análisis	194
VI.3.-	Espécimen SENB (Single Edge Notched Bend specimen), discretización en punta de grieta	197
VI.3.1.-	Desplazamiento de <i>1mm</i> , historia previa a tensión y compresión	197
VI.3.2.-	Desplazamiento de <i>2mm</i> , historia previa a tensión y compresión	200
VI.3.3.-	Desplazamiento de <i>3mm</i> , historia previa a tensión y compresión	202
VI.3.4.-	Desplazamiento de <i>4mm</i> , historia previa a tensión y compresión	203
VI.3.5.-	Desplazamiento de <i>5mm</i> , historia previa a tensión y compresión	204
VI.3.6.-	Desplazamiento de <i>10mm</i> , historia previa a tensión y compresión	205
VI.3.7.-	Desplazamiento de <i>15mm</i> , historia previa a tensión y compresión	206
VI.3.8.-	Desplazamiento de <i>20mm</i> , historia previa a tensión y compresión	207
VI.3.9.-	Desplazamiento de <i>25mm</i> , historia previa a tensión y compresión	208
VI.3.10.-	Desplazamiento de <i>30mm</i> , historia previa a tensión y compresión	209
VI.3.11.-	Desplazamiento de <i>50mm</i> , historia previa a tensión y compresión	210

VI.4.-	Especimen SENB (Single Edge Notched Bend specimen), discretización de forma controlada	212
VI.4.1.-	Desplazamiento de <i>1mm</i> , historia previa a tensión y compresión	212
VI.4.2.-	Desplazamiento de <i>2mm</i> , historia previa a tensión y compresión	214
VI.4.3.-	Desplazamiento de <i>3mm</i> , historia previa a tensión y compresión	215
VI.4.4.-	Desplazamiento de <i>4mm</i> , historia previa a tensión y compresión	218
VI.4.5.-	Desplazamiento de <i>5mm</i> , historia previa a tensión y compresión	220
VI.4.6.-	Desplazamiento de <i>10mm</i> , historia previa a tensión y compresión	222
VI.4.7.-	Desplazamiento de <i>15mm</i> , historia previa a tensión y compresión	224
VI.4.8.-	Desplazamiento de <i>20mm</i> , historia previa a tensión y compresión	226
VI.4.9.-	Desplazamiento de <i>25mm</i> , historia previa a tensión y compresión	228
VI.4.10.-	Desplazamiento de <i>30mm</i> , historia previa a tensión y compresión	230
VI.4.11.-	Desplazamiento de <i>50mm</i> , historia previa a tensión y compresión	232
VI.5.-	Sumario	233
Conclusiones y Trabajos Futuros		236

Capítulo I

Figura I.1.-	<i>Arquimides</i> de Siracusa y el tornillo de Arquimides, primitiva bomba hidráulica	2
Figura I.2.-	Materiales con fallas	3
Figura I.3.-	Inspección de blindajes en tanques en búsqueda de grietas para fortalecimiento	3
Figura I.4.-	Representación general de un caso de estudio de MFLE	7
Figura I.5.-	Representación general de un caso de estudio en MFEP	8
Figura I.6.-	Curva de resistencia al crecimiento de grieta	9
Figura I.7.-	Esquema de perfil de grieta para una falla dúctil	10
Figura I.8.-	Crecimiento de una grieta con respecto al tiempo	12
Figura I.9.-	Crecimiento de grieta por fatiga	14
Figura I.10.-	Etapas de la fractura dúctil	15
Figura I.11.-	Fractura frágil	16
Figura I.12.-	Modos de carga	18

Capítulo II

Figura II.1.-	Curva típica <i>esfuerzo-deformación</i> de un material elasto-plástico	24
Figura II.2.-	Efecto <i>Bauschinger</i>	25
Figura II.3.-	Esfuerzos incrementales y deformaciones incrementales	26
Figura II.4.-	Descomposición elástica y plástica de la deformación total	27
Figura II.5.-	Reglas de endurecimiento	28
Figura II.6.-	Placa con espesor t con grieta pasante de longitud $2c$ sometida a una tensión σ	30
Figura II.7.-	Esfuerzos en un punto más allá de la punta de grieta	34
Figura II.8.-	Zona plástica en la punta de grieta	36
Figura II.9.-	Los tres modos de deslizamiento de cara de grieta	37
Figura II.10.-	Sistema de coordenadas en la punta de grieta	40
Figura II.11.-	Placa con grieta en el centro	41
Figura II.12.-	Placa con muesca	42
Figura II.13.-	Placa con dos muescas	43

Análisis numérico de la apertura y cierre de grieta con historia y sin historia previa en un material aplicable en implantes biomecánicos

Figura II.14.-	Especimen compacto	44
Figura II.15.-	Especimen de cama con fisura en el canto	45
Figura II.16.-	Viga en doble contiliver	45
Figura II.17.-	Barra con muesca	46
Figura II.18.-	Especimen en forma de C	47
Figura II.19.-	Macro y microesfuerzos residuales	48
Figura II.20.-	Accidentes provocados por la incorrecta consideración de los esfuerzos presentes en un componente mecánico	49
Figura II.21.-	Método de curvatura	50
 Capítulo III		
Figura III.1.-	División de un dominio en elementos	59
Figura III.2.-	Mallado de una bisagra	61
Figura III.3.-	Esquema del problema	64
Figura III.4.-	Modelo numérico en 3D	65
Figura III.5.-	Resultado de K_I para el primer ejemplo	65
Figura III.6.-	Elemento PLANE 82	66
Figura III.7.-	Modelo numérico en 2D	66
Figura III.8.-	Resultado de K_I para el segundo ejemplo	67
Figura III.9.-	Modelo numérico en 3D	67
Figura III.10.-	Resultado de K_I para el tercer ejemplo	68
Figura III.11.-	Especímenes a simular.	70
	a) Placa agrietada en el centro. b) Viga a flexión <i>SENB</i>	
Figura III.12.-	Geometría para el modelo a analizar y condiciones de frontera	74
Figura III.13.-	Consideraciones para la geometría del modelo usado	75
Figura III.14.-	Discretización de la punta de grieta	76
Figura III.15.-	Solución numérica para el primer caso de estudio	76
Figura III.16.-	Resultado numérico para el primer caso de estudio ($a = 1 \text{ mm}$)	77
Figura III.17.-	Parámetros utilizados en la probeta <i>SENB</i> agrietada	79

Figura III.18.-	Consideración para el modelado en <i>MEF</i>	80
Figura III.19.-	Condiciones de frontera y carga aplicada restricción	81
Figura III.20.-	Acercamiento en punta de grieta	81
Figura III.21.-	Una solución numérica para el segundo caso de estudio	82
Figura III.22.-	Acercamiento a la punta de grieta	83
Figura III.23.-	Valor de K_I obtenido numéricamente	83
 Capítulo IV		
Figura IV.1.-	Algunos orígenes de los esfuerzos residuales	88
Figura IV.2.-	Diferente discretización, obsérvese la punta de grieta	89
Figura IV.3.-	Condición vectorial de descarga	90
Figura IV.4.-	Condiciones de frontera y carga	91
Figura IV.5.-	Resultado numérico, plena carga a <i>400 MPa</i>	92
Figura IV.6.-	Condiciones de frontera y de carga (línea roja)	93
Figura IV.7.-	Resultado numérico, obsérvese el valor máximo de <i>399.937 MPa</i>	93
Figura IV.8.-	Resultados numéricos, grieta de <i>1 mm</i> a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales	94
Figura IV.9.-	Campo de esfuerzos residuales	95
Figura IV.10.-	Resultados numéricos, grieta <i>1mm</i> con malla controlada, a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales	96
Figura IV.11.-	Campo de esfuerzos residuales	97
Figura IV.12.-	Resultado numérico, grieta <i>5mm</i> a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales	98
Figura IV.13.-	Campo de esfuerzos residuales	99
Figura IV.14.-	Resultados numéricos, grieta <i>5mm</i> a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales	100
Figura IV.15.-	Campo de esfuerzos residuales	101
Figura IV.16.-	Resultado numérico, grieta <i>10mm</i> a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales	102
Figura IV.17.-	Campo de esfuerzos residuales	103
Figura IV.18.-	Resultado numérico, grieta de <i>10mm</i> a) Esfuerzos en plena carga b)	104

	Esfuerzos en la descarga del material	
Figura IV.19.-	Campo de esfuerzos residuales	105
Figura IV.20.-	Resultado numérico, grieta de <i>15mm</i> (a) Esfuerzos de carga (b) Esfuerzos residuales	106
Figura IV.21.-	Campo de esfuerzos residuales	107
Figura IV.22.-	Resultado numérico, grieta de <i>15mm</i> a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales	108
Figura IV.23.-	Campo de esfuerzos residuales	109
Figura IV.24.-	Flexión pura	110
Figura IV.25.-	condiciones de frontera y carga aplicada	110
Figura IV.26.-	Flexión por tres puntos de apoyo	111
Figura IV.27.-	Resultado numérico, desplazamiento <i>0mm</i> a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales	112
Figura IV.28.-	Campo de esfuerzos residuales	112
Figura IV.29.-	Flexión por cuatro puntos de apoyo	113
Figura IV.30.-	Desplazamiento de la carga, condición que provoca la <i>flexión pura</i>	114
Figura IV.31.-	Resultado numérico, desplazamiento de <i>1mm</i> a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales	115
Figura IV.32.-	Campo de esfuerzos residuales	116
Figura IV.33.-	Campo de esfuerzos residuales	117
Figura IV.34.-	Resultado numérico, desplazamiento de <i>2mm</i> a) Esfuerzos de carga b) Esfuerzos residuales	118
Figura IV.35.-	Campo de esfuerzos residuales	119
Figura IV.36.-	Campo de esfuerzos residuales	120
Figura IV.37.-	Resultado numérico, desplazamiento de <i>3mm</i> a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales	121
Figura IV.38.-	Campo de esfuerzos residuales	122
Figura IV.39.-	Campo de esfuerzos residuales	123
Figura IV.40.-	Resultado numérico, desplazamiento de <i>4mm</i> a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales	124

Figura IV.41.-	Campo de esfuerzos residuales	125
Figura IV.42.-	Campo de esfuerzos residuales	126
Figura IV.43.-	Resultado numérico, desplazamiento de <i>5mm</i> a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales	127
Figura IV.44.-	Campo de esfuerzos residuales	128
Figura IV.45.-	Campo de esfuerzos residuales	129
Figura IV.46.-	Resultado numérico, desplazamiento de <i>10mm</i> a) Esfuerzos de carga b) Esfuerzos residuales	130
Figura IV.47.-	Campo de esfuerzos residuales	131
Figura IV.48.-	Campo de esfuerzos residuales	132
Figura IV.49.-	Resultado numérico, desplazamiento de <i>15mm</i> a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales	133
Figura IV.50.-	Campo de esfuerzos residuales	134
Figura IV.51.-	Campo de esfuerzos residuales	135
Figura IV.52.-	Resultado numérico, desplazamiento de <i>20mm</i> a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales	136
Figura IV.53.-	Campo de esfuerzos residuales	137
Figura IV.54.-	Campo de esfuerzos residuales	138
Figura IV.55.-	Resultado numérico, desplazamiento de <i>25mm</i> a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales	139
Figura IV.56.-	Campo de esfuerzos residuales	140
Figura IV.57.-	Campo de esfuerzos residuales	141
Figura IV.58.-	Resultado numérico, desplazamiento de <i>30mm</i> a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales	142
Figura IV.59.-	Campo de esfuerzos residuales	143
Figura IV.60.-	Campo de esfuerzos residuales	144
Figura IV.61.-	Resultado numérico, desplazamiento de <i>50mm</i> a) Esfuerzos de carga b) Esfuerzos residuales	145
Figura IV.62.-	Campo de esfuerzos residuales	146
Figura IV.63.-	Campo de esfuerzos residuales	147

Figura IV.64.-	Acercamiento de la punta de grieta	147
 Capítulo V		
Figura V.1.-	Placa con grieta en el centro	150
Figura V.2.-	Endurecimiento del material por una presión de 500 MPa	151
Figura V.3.-	Deformación plástica permanente	152
Figura V.4.-	Se carga el espécimen con una presión P	152
Figura V.5.-	Esfuerzos localizados después de haber quitado la presión	153
Figura V.6.-	Formas de discretización	153
Figura V.7.-	Esfuerzos de carga	155
Figura V.8.-	Resultado numérico, esfuerzos residuales	155
Figura V.9.-	Campo de esfuerzos residuales	156
Figura V.10.-	Resultado numérico, grieta de 5 mm a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales	157
Figura V.11.-	Campo de esfuerzos residuales	158
Figura V.12.-	Resultado numérico, grieta de 10 mm a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales	159
Figura V.13.-	Campo de esfuerzos residuales	160
Figura V.14.-	Resultado numérico, grieta de 15 mm a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales	161
Figura V.15.-	Campo de esfuerzos residuales	162
Figura V.16.-	Resultado numérico, grieta de 1 mm a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales	163
Figura V.17.-	Campo de esfuerzos residuales	164
Figura V.18.-	Resultado numérico, grieta de 5 mm a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales	165
Figura V.19.-	Campo de esfuerzos residuales	166
Figura V.20.-	Resultado numérico, grieta de 10 mm a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales	167
Figura V.21.-	Campo de esfuerzos residuales	168

Figura V.22.-	Resultado numérico, grieta de <i>15mm</i> a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales	169
Figura V.23.-	Campo de esfuerzos residuales	170
Figura V.24.-	Resultado numérico, grieta de <i>1mm</i> a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales	171
Figura V.25.-	Campo de esfuerzos residuales	172
Figura V.26.-	Resultado numérico, grieta de <i>5mm</i> a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales	173
Figura V.27.-	Campo de esfuerzos residuales	174
Figura V.28.-	Resultado numérico, grieta de <i>10mm</i> a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales	175
Figura V.29.-	Campo de esfuerzos residuales	176
Figura V.30.-	Resultado numérico, grieta de <i>15mm</i> a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales	177
Figura V.31.-	Campo de esfuerzos residuales	178
Figura V.32.-	Resultado numérico, grieta de <i>1mm</i> a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales	179
Figura V.33.-	Campo de esfuerzos residuales	180
Figura V.34.-	Resultado numérico, grieta de <i>5mm</i> a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales	181
Figura V.35.-	Campo de esfuerzos residuales	182
Figura V.36.-	Resultado numérico, grieta de <i>10mm</i> a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales	183
Figura V.37.-	Campo de esfuerzos residuales	184
Figura V.38.-	Resultado numérico, grieta de <i>15mm</i> a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales	185
Figura V.39.-	Campo de esfuerzos residuales	186
Figura V.40.-	Esfuerzos residuales ante condiciones de diferente historia previa – <i>1mm</i>	187
Figura V.41.-	Esfuerzos residuales ante condiciones de diferente historia previa –	187

	<i>5mm</i>	
Figura V.42.-	Esfuerzos residuales ante condiciones de diferente historia previa –	188
	<i>10mm</i>	
Figura V.43.-	Esfuerzos residuales ante condiciones de diferente historia previa –	188
	<i>15mm</i>	
Figura V.44.-	Esfuerzos residuales ante condiciones de diferente historia previa –	189
	<i>1mm</i>	
Figura V.45.-	Esfuerzos con diferente historia previa – <i>5mm</i>	190
Figura V.46.-	Esfuerzos con diferente historia previa – <i>10mm</i>	190
Figura V.47.-	Esfuerzos con diferente historia previa – <i>15mm</i>	191
 Capítulo VI		
Figura VI.1.-	Consideración para el modelado	194
Figura VI.2.-	Endurecimiento del material por una presión de <i>500 MPa</i>	195
Figura VI.3.-	Deformación plástica permanente	195
Figura VI.4.-	Vista de los esfuerzos en punta de grieta	196
Figura VI.5.-	Esfuerzos localizados en la línea de interés	196
Figura VI.6.-	desplazamiento de la carga	197
Figura VI.7.-	Esfuerzos residuales	198
Figura VI.8.-	Campos de esfuerzos residuales	199
Figura VI.9.-	Campos de esfuerzos residuales	200
Figura VI.10.-	Campos de esfuerzos residuales	202
Figura VI.11.-	Campos de esfuerzos residuales	203
Figura VI.12.-	Campo de esfuerzos residuales	204
Figura VI.13.-	Campo de esfuerzos residuales	205
Figura VI.14.-	Campo de esfuerzos residuales	206
Figura VI.15.-	Campos de esfuerzos residuales	207
Figura VI.16.-	Campos de esfuerzos residuales	208
Figura VI.17.-	Campos de esfuerzos residuales	209
Figura VI.18.-	Campos de esfuerzos residuales	210
Figura VI.19.-	Campos de esfuerzos residuales	212

Figura VI.20.-	Campos de esfuerzos residuales	214
Figura VI.21.-	Campos de esfuerzos residuales	216
Figura VI.22.-	Campos de esfuerzos residuales	218
Figura VI.23.-	Campos de esfuerzos residuales	220
Figura VI.24.-	Campos de esfuerzos residuales	222
Figura VI.25.-	Campos de esfuerzos residuales	224
Figura VI.26.-	Campos de esfuerzos residuales	226
Figura VI.27.-	Campos de esfuerzos residuales	228
Figura VI.28.-	Campos de esfuerzos residuales	230
Figura VI.29.-	Campos de esfuerzos residuales	232

Capítulo III

Tabla III.1.-	Ejemplos para la obtención de K_I	63
Tabla III.2.-	Datos utilizados en el análisis numérico	64
Tabla III.3.-	Resultados analíticos y numéricos	69
Tabla III.4.-	Propiedades del material	71
Tabla III.5.-	Ecuaciones para el cálculo de K para una placa con grieta en el centro	71
Tabla III.6.-	Ecuaciones para el cálculo de K para un espécimen <i>SENB</i>	72
Tabla III.7.-	Resultados analíticos y numéricos	77
Tabla III.8.-	Resultados analíticos y numéricos	83

Capítulo IV

Tabla IV.1.-	Vertientes para los casos de estudio	89
Tabla IV.2.-	Relación desplazamiento-carga	114

Capítulo V

Tabla V.1.-	Propiedades del material	151
Tabla V.2.-	Casos de estudio	154
Tabla V.3.-	Casos de estudio	162
Tabla V.4.-	Casos de estudio	170
Tabla V.5.-	Casos de estudio	178

Capítulo VI

Tabla VI.1.-	Propiedades del material	194
Tabla VI.2.-	Cargas aplicadas	197
Tabla VI.3.-	Esfuerzos – 1mm	199
Tabla VI.4.-	Esfuerzos – 2mm	201
Tabla VI.5.-	Esfuerzos – 3mm	202
Tabla VI.6.-	Esfuerzos – 4mm	203
Tabla VI.7.-	Esfuerzos – 5mm	205
Tabla VI.8.-	Esfuerzos – 10mm	206
Tabla VI.9.-	Esfuerzos – 15mm	207
Tabla VI.10.-	Esfuerzos – 20mm	208
Tabla VI.11.-	Esfuerzos – 25mm	209

Tabla VI.12.-	Esfuerzos – 30mm	210
Tabla VI.13.-	Esfuerzos – 50mm	211
Tabla VI.14.-	Esfuerzos – 1mm	213
Tabla VI.15.-	Esfuerzos – 2mm	214
Tabla VI.16.-	Esfuerzos – 3mm	216
Tabla VI.17.-	Esfuerzos – 4mm	218
Tabla VI.18.-	Esfuerzos – 5mm	220
Tabla VI.19.-	Esfuerzos – 10mm	222
Tabla VI.20.-	Esfuerzos – 15mm	224
Tabla VI.21.-	Esfuerzos – 20mm	226
Tabla VI.22.-	Esfuerzos – 25mm	228
Tabla VI.23.-	Esfuerzos – 30mm	230
Tabla VI.24.-	Esfuerzos – 50mm	232

OBJETIVO GENERAL

En este trabajo de investigación se proporciona la evaluación numérica por medio de simulaciones del efecto de las condiciones de historia previa como parámetros iniciales en la propagación de grietas. Este estudio está basado en la aplicación de cargas homogéneas que tienen como finalidad inducir historia previa al material y después se aplicarán cargas no homogéneas que induzcan esfuerzos residuales y poder determinar si se fortaleció el material o incrementó el riesgo de la propagación de la fractura. En el estudio se analizarán tres condiciones de carga la probeta de análisis (donde se analizarán configuraciones de cargas homogéneas y no homogéneas).

OBJETIVOS PARTICULARES

- Caracterización de un material aplicable en implantes biomecánicos.
- Conocimiento y aplicación de las reglas de endurecimiento.
- Aplicación de la Mecánica de la Fractura para determinar el factor de intensidad de esfuerzos analíticamente y poder corroborar el resultado con el MEF (Método del Elemento Finito).
- Conocimiento de las probetas usadas para el estudio de la nucleación de grietas y su propagación.
- Implementar la teoría de plasticidad, con el fin de poder realizar el estudio elasto-plástico numérico del comportamiento de la grieta en la probeta y en este mismo sentido la inducción de esfuerzos residuales.
- Interpretación entre las condiciones de historia previa del material y el campo de esfuerzos residuales resultante para poder indicar el incremento de la resistencia mecánica del material o aumento de riesgo de falla.

Justificación

El método de los elementos finitos (MEF) ha adquirido una gran importancia dentro del área ingenieril en la solución de problemas físicos. Lo anterior se fundamenta en que esta metodología ha permitido resolver casos de estudio que hasta hace poco tiempo eran imposibles de poder concebir una solución con el uso de métodos numéricos convencionales o conocidos hasta el momento. Esto provocó el uso de métodos interactivos en los ensayos, lo que trae consigo un elevado costo económico y tiempo de desarrollo.

Por otra parte, la Mecánica de la Fractura es una rama de la Mecánica tradicional que se ocupa en el estudio de nucleación y propagación de grietas en materiales. Con la finalidad de poder predecir el comportamiento del componente mecánico bajo condiciones de uso normal y bajo la presencia de falla, ya sea bajo el efecto de cargas estáticas o dinámicas, utilizando métodos experimentales y numéricos relativos a la Mecánica de Sólidos para poder determinar la resistencia relativa del material a la fractura.

La necesidad de hacer este tipo de análisis, parte del hecho de predecir posibles desastres de Ingeniería originados por grietas que son nucleadas durante la producción o durante el tiempo de servicio (fatiga). Como ejemplo se puede mencionar la propagación de grietas en tanques a presión que provocan explosiones fatales.

El material empleado es el acero inoxidable 316L, que actualmente es usado en implantes biomecánicos por sus propiedades anticorrosivas y con una alta eficiencia en soldadura y de forjado.

La justificación de este trabajo reside en la evaluación de respuesta de una grieta controlada bajo parámetros de historia previa. Esto es, aplicando tensión y compresión a la probeta y después modelar las condiciones iniciales para la posible propagación de la grieta ante estos parámetros de historia, lo anterior con la finalidad de observar el comportamiento mecánico del acero inoxidable 316L ante grietas en su estructura.

Introducción

El uso de la Mecánica de la Fractura se ha extendido por mucho en estas últimas décadas en el estudio de los materiales en la Ingeniería, ya que como es sabido el uso de distintos tipos de materiales en el diseño ha tenido que enfrentarse a muchos tipos de problemas de diferente naturaleza. En la edad de piedra, el problema quizás el más importante, era el de poder cortar las pieles y la carne de lo cazado; es por esto que las herramientas y utensilios usados tenían que ser *filosos*, principal problemática en esa época. A pesar los nulos conocimientos que se tenían en esa época fue posible la prosperidad y la evolución.

Por muchos siglos la labor en la industria metal-mecánica ha tenido costos extremadamente caros, es estimado que los costos para poder armar un caballero y el de fabricar un *Tiger* en la Segunda Guerra Mundial tenían costos parecidos. A pesar del incremento considerable de los conocimientos en la rama, fue descubriéndose poco a poco que las estructuras y elementos mecánicos no respondían de la forma que se esperaban los diseñadores y fallas inesperadas ocurrían sin alguna razón aparente.

Los primeros intentos y/o trabajos para el incremento de la resistencia mecánica del material se iniciaron en la edad media con las primeras fundiciones y tratamientos de templeado a las armas y armaduras que se usaban en las batallas en ese entonces. Con la llegada de nuevos siglos, el incremento del uso del metal en la vida cotidiana de las personas aumentó el número de casos de accidentes y esto produjo que el conocimiento se elevara a un nivel más alto de estudio. Los accidentes más catastróficos fueron los de trenes, ya que las vías se deformaban considerablemente y algunas llegaban a fracturarse ante algunas condiciones y de esta forma se descubrió que el material usado contenía de alguna forma deficiencias en su estructura. Lo mismo pasó con puentes, barcos y otras estructuras metálicas.

Las fallas ocurridas fueron bajo condiciones de carga muy bajas y como resultado fue la investigación de muchos países e investigadores, que por primera vez habían relacionado la concentración de esfuerzos con la geometría del componente, casi dejando de lado la resistencia del material. Justo después de haber terminado la Segunda Guerra Mundial el

incremento de estructuras más robustas aumento junto con la necesidad de poder realizar diseños más duraderos, porque así lo exigía la sociedad en ese entonces.

Los análisis que se realizaron fueron inicialmente sobre la concentración de esfuerzos localizados en las estructuras, además de que se desarrollaron nuevos y más efectivos sistemas para determinar los esfuerzos de servicio (*Factores de seguridad*). A pesar de los grandes esfuerzos realizados hasta el momento las estructuras seguían fallando, es cuando se consideró la interpretación de los elementos estructurales como portadores de grietas y defectos, volteando por primera vez a los estudios realizados por *Griffith* años pasados, dando como origen al desarrollo de la Mecánica de la Fractura.

I.1.- Introducción

El concepto de Mecánica a través de la historia encierra un amplio repertorio de personajes que han aportado grandes o pequeños avances a esta área. Aunque es difícil conocer con precisión el origen de la Mecánica, se puede mencionar que en los albores de esta ciencia se dan con el uso de herramientas o instrumentos, con los cuales el hombre puede intervenir el curso de la naturaleza. Es decir, con el poder de cambiarla a su voluntad.

Probablemente, la Mecánica como ciencia tiene su posible nacimiento en el periodo helenístico con el Matemático, Físico e Ingeniero *Arquímedes* de Siracusa (Figura I.1). *Arquímedes* desarrolló el concepto de palancas y sus leyes. Además de otras máquinas simples las cuales aportaron las primeras nociones de la Dinámica y Estática [I.1].

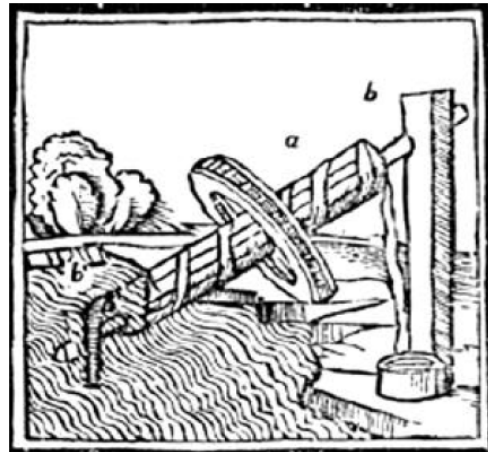


Figura I.1.- *Arquímedes* de Siracusa y el tornillo de Arquímedes, primitiva bomba hidráulica

También este gran personaje de la historia impulsó la generación de recursos humanos que aportaron invaluable conocimientos a la Mecánica, tales como; *Galileo Galilei* quién realizó los primeros estudios sobre la relación entre el esfuerzo y la geometría del espécimen. Así como, determinar la capacidad de carga de un alambre de acero [I.2]. *Newton* con la ley de gravitación universal [I.3]. *Euler* con el concepto de función matemática [I.4], entre otros.

I.2.- Aspectos históricos sobre Mecánica de la Fractura

La Mecánica de la Fractura es una rama de la Mecánica de Sólidos que se encarga del estudio de la nucleación y propagación de grietas en materiales, tanto frágiles como dúctiles [I.5]. Hace uso de métodos matemáticos y experimentos de otras ramas de la Mecánica tradicional para comprender y determinar la resistencia relativa que tiene un material a la propagación de grietas. En otras palabras, cual es la posibilidad que el material resista el efecto de posibles fallas (Figura I.2) [I.6].



Figura I.2.- Materiales con fallas

La teoría básica de la cual emana la Mecánica de la Fractura tiene su origen en el trabajo publicado por *Griffith* en 1921 [I.7]. Se trata por tanto de una disciplina nacida a principios del siglo XX y que se ha ido desarrollando rápidamente en las últimas décadas, partiendo de una fuerte base teórica hasta alcanzar importantes aplicaciones prácticas. Sin embargo, fue hasta la segunda guerra mundial donde se realizaron los primeros análisis para prevenir el tipo de fallas por agrietamiento del material (Figura I.3).



Figura I.3.- Inspección de blindajes en tanques en búsqueda de grietas para fortalecimiento

Análisis numérico de la apertura y cierre de grieta con historia y sin historia previa
en un material aplicable en implantes biomecánicos

Su objetivo principal es determinar las combinaciones críticas de tres variables relativas a un componente o estructura, la tensión aplicada, el tamaño de los defectos que contiene y la tenacidad de fractura del material. De las consideraciones anteriores se desprende que la aplicación de la Mecánica de la Fractura resulta fundamental para el diseño de componentes, la planificación de inspecciones en servicio y, en general, para una utilización segura de los materiales en Ingeniería [I.8].

La Mecánica de la Fractura se divide en dos secciones importantes; la Mecánica de la Fractura Lineal Elástica (MFLE) y la Mecánica de la Fractura Elasto-Plástica (MFEP), cuyas diferencias se mencionarán más adelante.

La piedra angular de la Mecánica de la Fractura fue desarrollada por *Alan Arnold Griffith*, quién concibió por primera vez el concepto de Mecánica de la Fractura [I.9] para materiales frágiles. Después ésta teoría fue modificada por *Irwin* y *Orowan*, pudiendose aplicar en materiales metálicos [I.10]. Por otra parte *Mott* [I.11] aplicó la teoría desarrollada por *Griffith* en materiales agrietados en donde las fisuras se propagan rápidamente.

Griffith fue Ingeniero Aeronáutico en Gran Bretaña en la conocida *Royal Aircraft Establishment*, era científico investigador en el departamento de Física donde investigaba como fallaban el cristal bajo diferentes condiciones de carga. Su criterio establecía lo siguiente: “En un cuerpo sometido a una condición arbitraria de carga, que se comporte de manera totalmente elástica y que contenga fisura, la propagación de la fisura comenzará cuando la disminución de energía potencial elástica que experimente el cuerpo por unidad de espesor y por unidad de longitud de avance del vértice de la fisura, sea igual o mayor al incremento de energía superficial por unidad de espesor y por unidad de longitud de avance de la fisura que se producirá como consecuencia de la creación de las nuevas superficies debidas a dicha propagación”. En otras palabras el debilitamiento de un material agrietado debe considerarse como un problema de equilibrio. En donde la reducción de energía de deformación de un cuerpo con grietas puede ser igualado al incremento de energía en la superficie debido al aumento de la superficie de la grieta. Prácticamente la teoría de *Griffith* se

desarrolló haciendo una íntima relación entre la longitud de grieta a , la energía de la superficie en la grieta (2γ) y el esfuerzo aplicado, dando como resultado la siguiente ecuación [I.7]:

$$\sigma^2 = \frac{2\gamma E}{\pi a} \quad \text{I.1}$$

El criterio de propagación de grietas de *Griffith* puede generalizarse en términos de balance de energía disponible para la deformación y la energía requerida para que se propague la grieta. Dicho criterio se denomina como G (tasa de liberación de energía) y queda expresada por [I.12]:

$$G = \frac{dU}{da} \quad \text{I.2}$$

Posteriormente *Irwin*, que en ese entonces se desempeñaba como profesor en la Universidad de Ingeniería Mecánica de Lehigh y como empleado en el Laboratorio de Investigaciones Navales en U.S. Introdujo el concepto *línea de grieta* (line-crack) e hizo una extensión a la teoría de *Griffith*, considerando una grieta arbitraria proponiendo un criterio de propagación y de crecimiento de la misma [I.13]. Más tarde, utilizando el método de *Westergaard*, *Irwin* demostró que el campo de esfuerzos en la punta de la grieta puede ser determinado con los factores llamados de intensidad de esfuerzos K . Se refieren al modo de carga en el rango lineal elástico, siendo este último uno de los grandes logros de la Mecánica de la Fractura. En su trabajo planteó un análisis de esfuerzos, lo cual no se había podido realizar ya que según se tenía contemplado en esa época, en la punta de grieta las esfuerzos tienden a infinito muy independiente del factor del esfuerzo aplicado, haciendo el análisis meramente elástico [I.14].

Una de las aplicaciones tempranas para la teoría de *Griffith* fue desarrollada por *Mc Clintock* y *Walsh* [I.15] y fue aplicada en el análisis de falla de piedras que se usan en la construcción principalmente de minas, excavaciones y tuneles. Mas tarde en 1967, *Bieniawski* y *Hoek* [I.16] en el Sur de Africa estudiaba el comportamiento de la rocas de la zona que principalmente

provocaban catastrofes en las minas. Éste era un problema de carácter urgente que se tenía que resolver.

Rice para 1968 [I.17] introdujo un nuevo concepto llamado *Integral J* el cual es empleado en la MFEP y es una función de la tensión, deformación, tamaño de fisura y geometría de la fisura. Éste es un criterio equivalente al *G* en la MFLE, pero el considerado para materiales dúctiles. Ya que se comprobó que no proporciona resultados correctos para materiales frágiles y cuando se tiene poca información sobre la posición de defectos o grietas en el material.

Wells [I.18], desarrolló un parámetro conocido como desplazamiento en la abertura de la grieta o CTDO (Crack Tip Opening Displacement) que basicamente describe el desplazamiento de las caras de la grieta cuando se presentan deformaciones plásticas antes de que ocurra la falla inminente, siendo este parámetro parte esencial en MFEP. Mas tarde los trabajos de *Shih* [I.19] demuestran que la caracterización de fracturas se puede realizar por medio de una relación entre la *integral J* y el parámetro *CTOD* de ahí la relevancia de éste último.

Los últimos trabajos de gran importancia y con grandes aportes para la Mecánica de la Fractura fueron realizados por *Rice* y la introducción de la *integral equivalente J*. Actualmente estas son unas de las bases de la Mecánica de la Fractura y aunque se han realizado muchos aportes de gran significancia se ha llegado a la conclusión de que aún no existe un amplio entendimiento de la fractura o falla y sólo se conocen algunas condiciones de falla muy restringidas y simples [I.20].

La característica principal de la Mecánica de la Fractura, es poder definir si la existencia de una grieta va a soportar los esfuerzos aplicados. Es decir, se comportará *estable* o en su defecto se propagará bajo las esfuerzos presentes [I.21]. Para estar en condiciones de poder definir lo anterior, existen dos enfoques básicos:

- Enfoque en el balance de energía.
- Enfoque en el campo de esfuerzos.

I.3.- Mecánica de la Fractura Lineal Elástica (MFLE)

La MFLE basa sus estudios en materiales frágiles bajo esfuerzos elásticos (Figura I.4). Esta parte de la Mecánica de la Fractura es usada cuando se presentan situaciones de fallas frágiles, es decir, la curva esfuerzo-deformación presenta un comportamiento elástico lineal hasta el punto donde se presenta la ruptura, existe una pequeña zona de plasticidad que precede a la falla frágil. Sin embargo, la zona de acción es demasiado pequeña y no afecta en nada al comportamiento esfuerzo-deformación. Por otro lado, los esfuerzos localizados corresponden a los valores del esfuerzo de cedencia y en algunos casos por encima de este valor, debido al endurecimiento por deformación localizado [I.22].

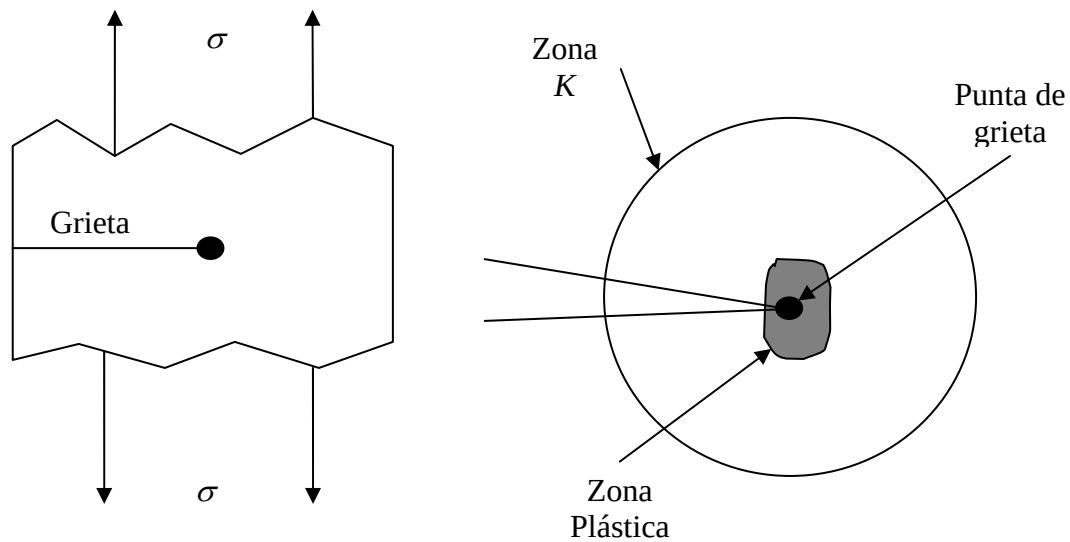


Figura I.4.- Representación general de un caso de estudio de MFLE

Los motivos de aparición de este tipo de fallas pueden variar dependiendo de las condiciones de trabajo y del tipo de material [I.23]:

- Alta resistencia a la cedencia, materiales frágiles.
- Bajas temperaturas de operación.
- Espesores de pared o secciones transversales muy gruesas.
- Velocidades de carga excesivamente altas o impacto.

Bajo las condiciones antes mencionadas el material puede fallar frágilmente y sin deformaciones plásticas aparentes.

La intensidad del campo esfuerzo-deformación elástico y localizado en las proximidades del extremo de la fisura, está determinado por el factor de intensidad de esfuerzos K . Mas tarde, *Irwin* demostró que la MFLE puede ser usada con la presencia de deformaciones plásticas. Sin embargo, se tienen que poner limitantes en los casos de estudio para que la MFLE sea válida. Por lo que es de vital importancia que la zona plástica deformada en la punta de grieta sea pequeña respecto a la longitud de grieta [I.24].

I.4.- Mecánica de la Fractura Elasto-Plástica (MFEP)

Esta rama de la Mecánica de la Fractura usa otro tipo de parámetro para determinar el campo de esfuerzos-deformaciones en la punta de grieta. Para este caso el parámetro es denominado como *Integral J*. En la Figura I.5 se puede observar un caso general sobre MFEP.

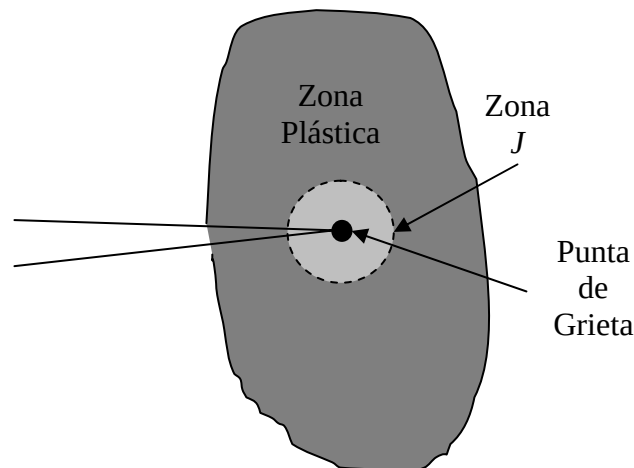


Figura I.5.- Representación general de un caso de estudio en MFEP

La *integral J* es simplemente un parámetro que define la intensidad de los esfuerzos y la deformación plástica en la punta de grieta. Se puede definir que está en función del esfuerzo, deformación, tamaño de grieta, geometría de la grieta y su cuerpo. Es el análogo de K , usado en MFLE la diferencia reside en que J indica la intensidad del campo elasto-plástico en la punta de grieta y K la intensidad del campo elástico circundante en la punta de grieta. Este

método es usado cuando las deformaciones precedidas a la falla son de consideración y no se pueden despreciar [I.25]. De igual forma que en MFLE existen motivos por los cuales se presenta este tipo de falla, por mencionar algunas son [I.26]:

- La sección transversal no es lo suficientemente gruesa para satisfacer los requerimientos de tamaño de la MFLE.
- Temperatura alta, provocando ductilidad en los aceros estructurales.

El proceso de fractura dúctil sucede por la nucleación y crecimiento *estable* de la grieta, aunque después crece en forma inestable. Esto puede representarse con una curva de resistencia al crecimiento de la grieta que grafica [I.27] (Figura I.6).

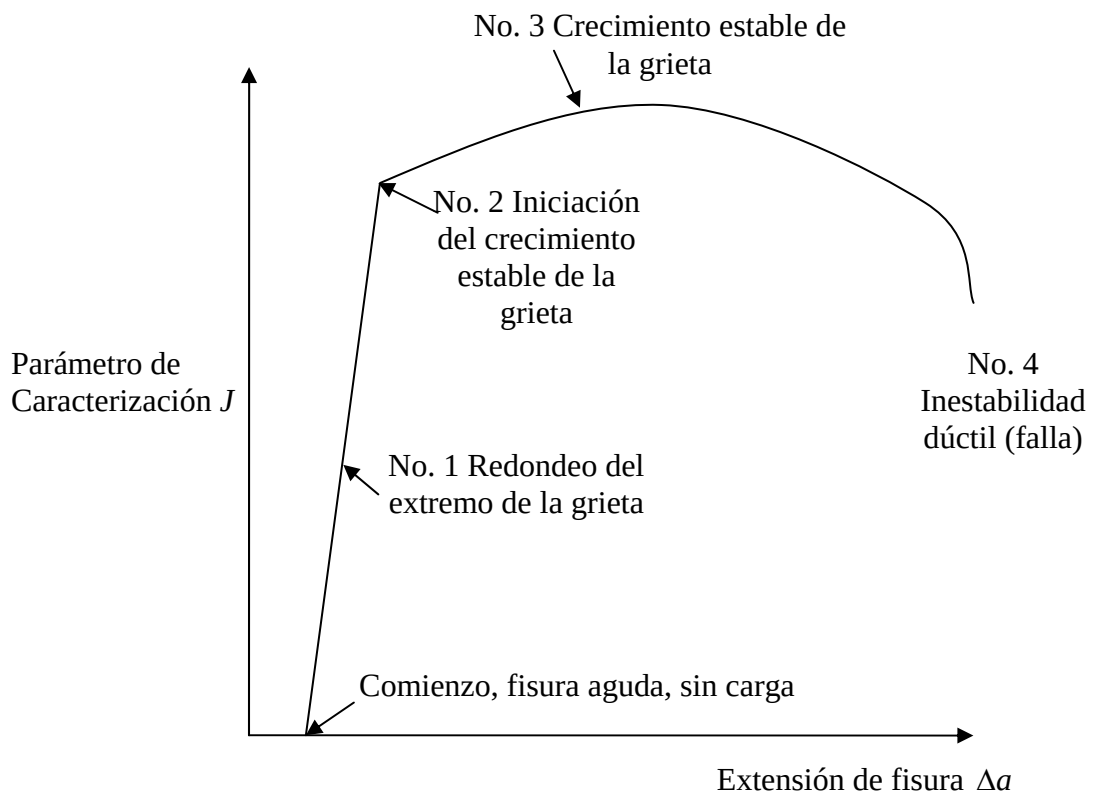


Figura I.6.- Curva de resistencia al crecimiento de grieta

Para un mejor entendimiento de la gráfica en la Figura 6, se tiene un pequeño perfil de la grieta para cada punto (Figura I.7):

Análisis numérico de la apertura y cierre de grieta con historia y sin historia previa
en un material aplicable en implantes biomecánicos

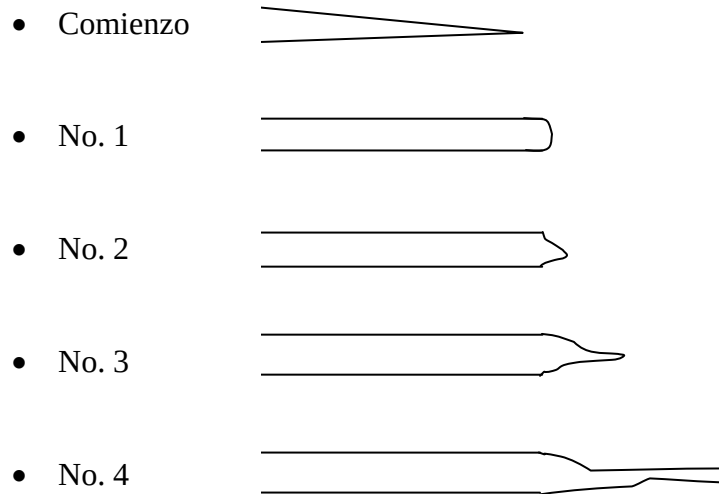


Figura I.7.- Esquema de perfil de grieta para una falla dúctil

I.5.- Control de fracturas

El control de fallas o fracturas en estructuras es un esfuerzo concentrado por Diseñadores, Metalúrgicos e Ingenieros de producción y mantenimiento para asegurar que opere bajo condiciones seguras sin fallas catastróficas. De todas las formas de falla (pandeo, fractura, y excesiva deformación plástica) la fractura es la única que provoca fallas desastrosas en los materiales [I.28]. Muy raras veces ocurre una fractura por cargas inesperadas en la estructura, usualmente es causado por fallas o grietas, debido a constantes cargas de servicio repetidas. Si se desea prevenir la fractura, el esfuerzo no deberá caer por debajo de un valor de seguridad. Esto significa que el crecimiento de la grieta será prevenido a un valor de tamaño de grieta por debajo de los valores aceptables.

Para determinar cuál es el tamaño de grieta permitido, se deberá calcular como la resistencia del material se ve afectado ante la presencia de grietas (como una función de su tamaño) y para estimar el tiempo de servicio *seguro* se deberá calcular el tiempo en que la grieta crece al tamaño permisible. Para lograr lo anterior se deben de localizar las zonas en donde el material corre el riesgo de propagación de grietas, por lo tanto el análisis tiene que proporcionar la información necesaria para determinar el tiempo de crecimiento de grietas y la resistencia del material en función del tamaño de grieta, este tipo de análisis es llamado análisis de tolerancia de daños [I.29]. En el proceso de diseño Mecánico, se pueden escoger materiales resistentes a

la nucleación de grietas para mejorar el diseño y asegurar que las grietas que se puedan presentar no se volverán peligrosas durante el tiempo proyectado de servicio, alternatively se pueden programar inspecciones, así las grietas pueden ser reparadas o los componentes en donde se localizen grietas pueden ser reemplazados [I.30].

Las inspecciones pueden ser realizadas por métodos no destructivos siempre que la estructura o el material es inspeccionable y no sea de difícil acceso, aunque también técnicas destructivas pueden ser aplicadas [I.31]. El control de Fracturas es una combinación de mediciones como las descritas (análisis e inspecciones), para prevenir las fracturas debido a las grietas presentes en el material durante su operación y pueden incluir todas o algunas de los siguientes parámetros, selección de material, mejora del diseño, pruebas de laboratorio y programación de mantenimiento, inspección y sustitución de componentes [I.32]. Por otro lado, la herramienta matemática empleada para el análisis de tolerancia de daños o control de fractura en los materiales y estructuras es la Mecánica de la Fractura. La cual proporciona los conceptos y ecuaciones usadas para determinar como las grietas crecen y como las grietas afectan en la resistencia del material o estructura. Durante los últimos 25 años la Mecánica de la Fractura ha evolucionado como una herramienta práctica de Ingeniería. Todos los resultados obtenidos tienen que ser usados conforme a la *experiencia* del diseñador, ya que la exactitud de los mismos están en función de la precisión de los datos del material, de las cargas y esfuerzos predichos para su vida en servicio.

I.6.- Objetivos del análisis de tolerancia al daño

El establecimiento de un plan para el control de fracturas requiere el conocimiento de como se ve afectado el esfuerzo del material ante la propagación de grietas y el tiempo que ésta tarda en crecer lo suficiente para ser considerada peligrosa [I.33]. Bajo los parámetros antes señalados se pueden especificar dos objetivos principales:

1. Estudiar el efecto de las grietas sobre la resistencia del material.
2. El crecimiento de grieta como función del tiempo.

El tamaño de grieta permisible es algunas veces llamado *tamaño de grieta critica*. Sin embargo, el objetivo del control de fracturas es prevenir grietas críticas, las cuales se definen como causantes de fracturas en tiempo de servicio útil. Aunque no se les permite crecer sin control alguno, ciertos diseños permiten el crecimiento de grietas a tamaños permisibles, y se volverán críticas cuando el valor de la carga sobrepase la de diseño [I.34].

El segundo objetivo del análisis de la tolerancia al daño busca poder graficar el crecimiento de la grieta con respecto al tiempo (Figura I.8). La cual describe el crecimiento de la grieta con respecto al tiempo, con la finalidad de poder establecer el tamaño de grieta permisible y el tiempo de servicio útil del componente, y poder realizar acciones de prevención de fallas.

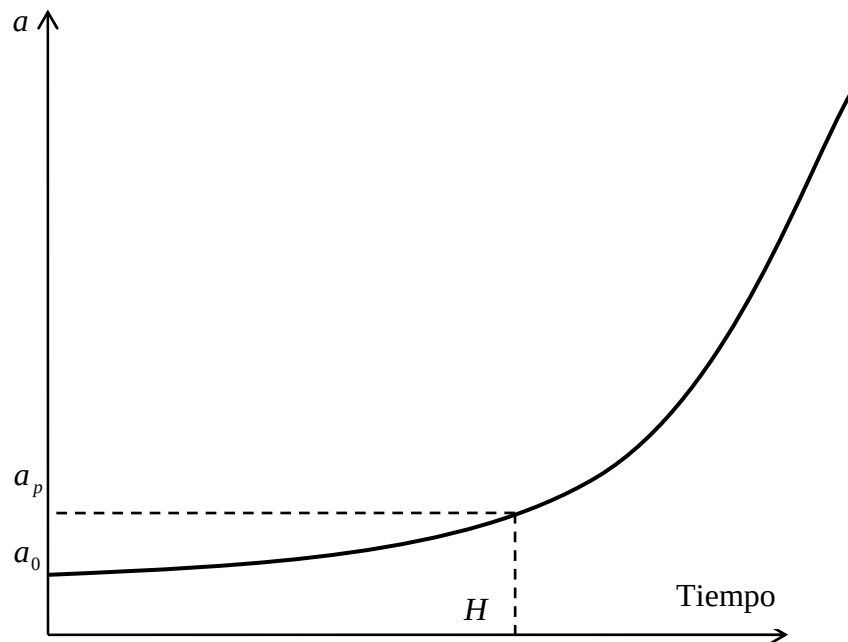


Figura I.8.- Crecimiento de una grieta con respecto al tiempo

De la gráfica anterior se definen las variables siguientes a como el tamaño de grieta alcanzado, a_p es el tamaño de grieta permisible, a_0 es el tamaño de grieta inicial y H es el tiempo transcurrido del crecimiento de la grieta inicial al permisible.

La Figura I.8 puede ser usada para realizar inspecciones o reemplazos del componente en estudio, por ejemplo si a_0 es la medida del defecto o grieta inicial, después el componente

debe ser reemplazado antes del tiempo H . Por otro lado se puede realizar el cambio o inspección midiendo el tamaño de grieta y no permitiendo que el tamaño pase de a_p .

I.7.- Crecimiento de grietas y fracturas en el material

El crecimiento de grieta toma lugar con uno de los siguientes mecanismos [I.35]:

- Fatiga debido a cargas cíclicas.
- Corrosión bajo tensión debido a cargas continuas.
- Contacto mecánico.
- Nucleación de grietas por hidrógeno.
- Nucleación de grietas por metales líquidos.

De todas las mencionadas sólo las primeras dos son las más comunes [I.36]. Cómo se sabe una grieta puede provocar fallas irremediables en el material, existen sólo dos formas en que una falla o fractura puede ocurrir:

- Ruptura dúctil.
- Escisión *cleavage*.

Como un ejemplo del *crecimiento de grieta* (Figura I.9) se puede apreciar el mecanismo de crecimiento de grieta por fatiga, aunque se produce por pequeñas cargas, es inducido en la punta de grieta deformaciones plásticas provocadas por las altas concentraciones de esfuerzos. En la etapa A de la Figura I.9 se puede observar un desplazamiento debido al deslizamiento de los átomos por la concentración de esfuerzos lo cual provocando deformaciones plásticas. En la etapa B el desplazamiento continuo en los planos complementarios genera una punta de grieta abultada y se puede observar un crecimiento en el tamaño de grieta Δa , cuando se descarga el material, la grieta regresa a un estado estable y la forma es puntiaguda, una vez más se presenta la carga y la grieta crece un poco más y en la descarga se vuelve estable y de forma puntiaguda. Este proceso se repite hasta que el tamaño de grieta es el máximo

permisible para situaciones en donde la inspección fue programada o en el peor de los casos la grieta crece lo suficiente para provocar una fractura en el material [I.37].

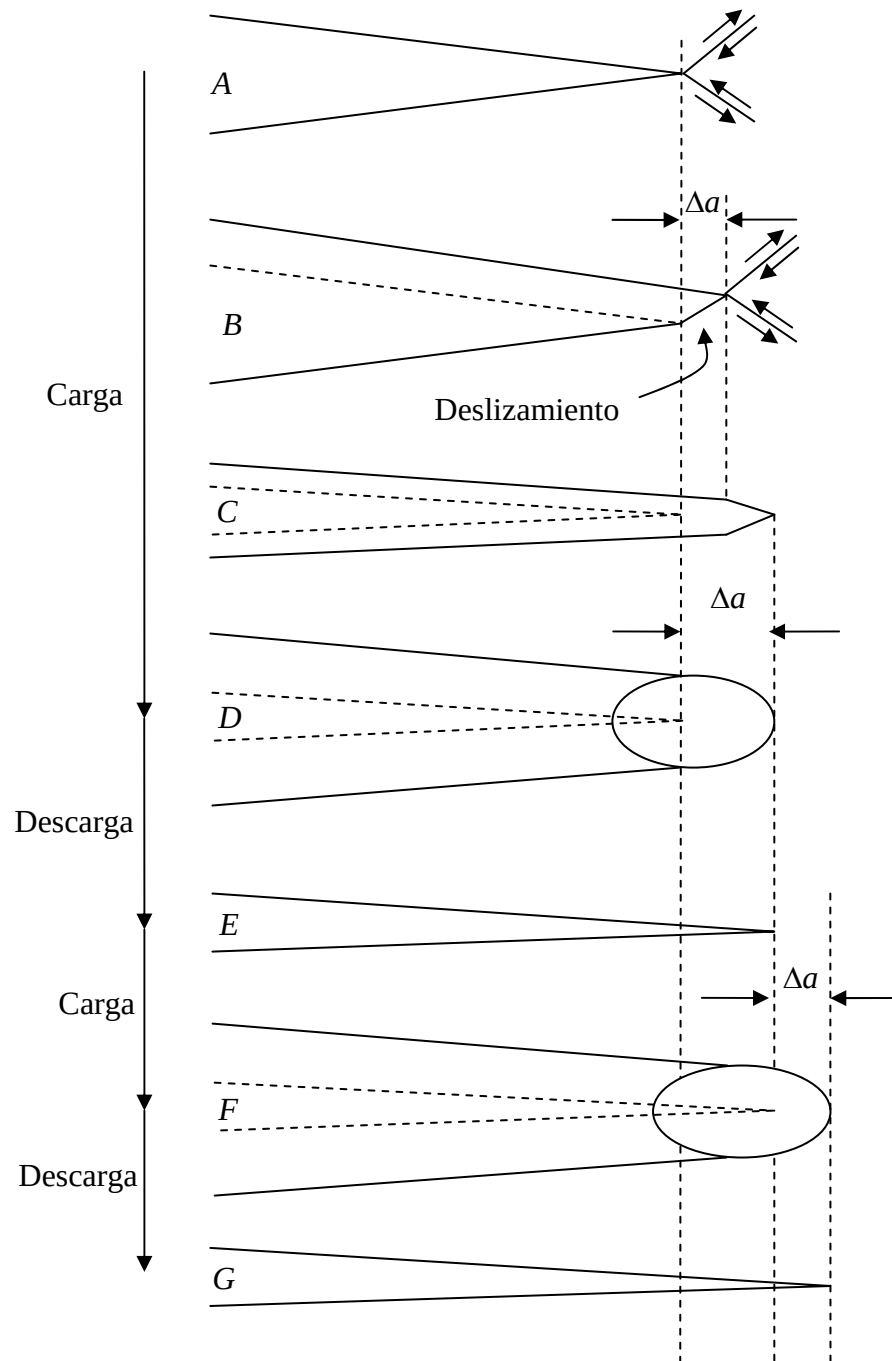


Figura I.9.- Crecimiento de grieta por fatiga

Una de las alternativas de *mecanismo de fractura* es la ruptura dúctil (Figura I.10). Todos los materiales estructurales contienen partículas e inclusiones (efecto de contener material

atrapado en el centro de una roca o mineral) y éstas son compuestos complejos en las aleaciones. Las cuales son usadas para mejorar la fundición y maquinabilidad y en otros casos es usado para mejorar la fuerza de la aleación [I.38]. El modo de falla dúctil es como se describe a continuación; primero las partículas más largas se separan unas de otras o se rompen, provocando estos huecos entre granos cerca de la punta de grieta, en la fase final los vacíos se han formado en cantidades enormes, estos huecos y vacíos se unirán para completar la fractura.

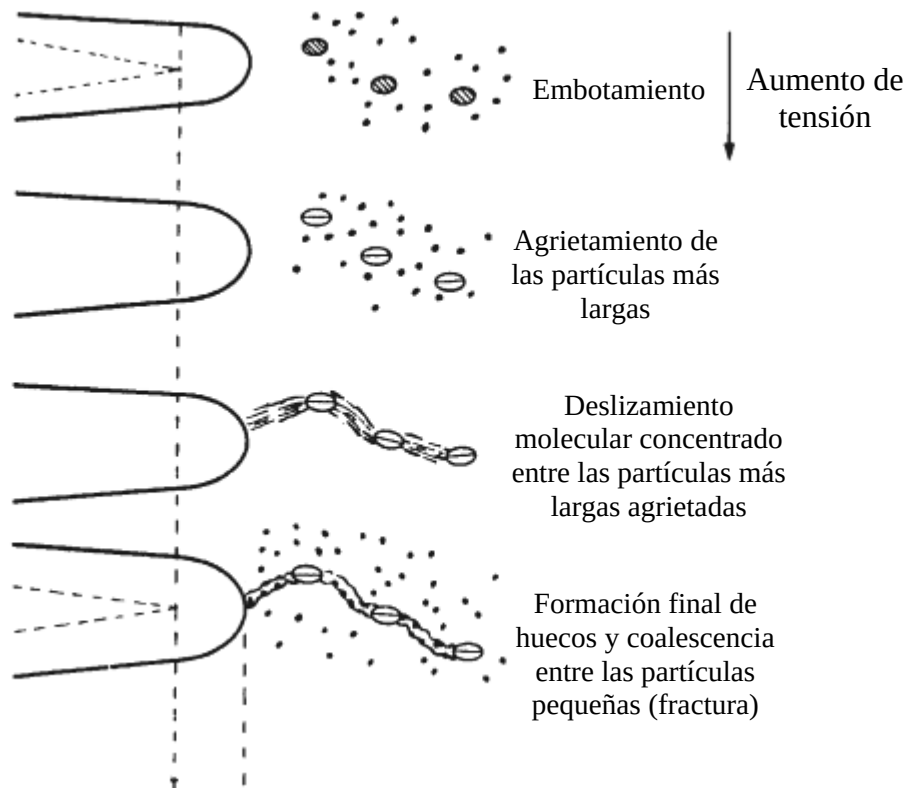


Figura I.10.- Etapas de la fractura dúctil

El mecanismo de fractura por encisión es llamada también fractura frágil (Figura I.11) y se efectúa por el desplazamiento o separación de los planos atómicos entre sí [I.39]. De grano a grano el plano de separación es orientado diferentemente causando una fractura con muchos perfiles, lo cual hace que este tipo de fracturas reflejen de alguna forma la luz incidente, Esto provoca que la fractura destelle cuando esta recién formada, pero el brillo pronto desvanece ya que tiende a oxidarse el material.

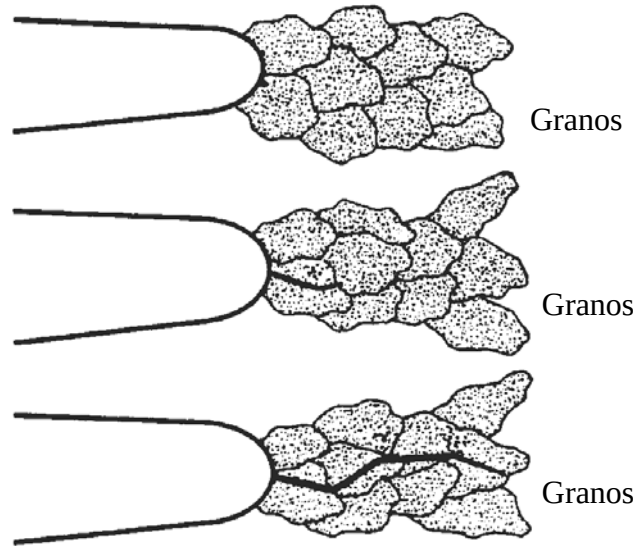


Figura I.11.- Fractura frágil

I.8.- Análisis de tolerancia al daño y Mecánica de la Fractura

El análisis de tolerancia al daño debe de proveer la capacidad de calcular dos diagramas, el diagrama del efecto de la resistencia en el material y el diagrama de crecimiento de la grieta con respecto al tiempo o en su caso respecto al número de ciclos [I.40]. Por otra parte la Mecánica de la Fractura ha desarrollado métodos para analizar el crecimiento de la grieta para obtener el esfuerzo necesario para que se propague la grieta y analizar cómo afecta la fatiga y la corrosión en el crecimiento de la misma. La importancia en el estudio de crecimiento de grietas está enfocada en el agrietamiento por fatiga, y en muchas estructuras la fatiga no puede ser prevenida completamente y el agrietamiento ocurre [I.41]. El control de grietas se encarga de eliminar los riesgos en las estructuras y disminuir la nucleación de las grietas que puedan provocar fracturas. El tiempo de iniciación de una grieta no es considerado en los análisis por dos razones, la primera por que en la Mecánica de la Fractura considera que *siempre* existen puntas de grieta o grietas y la segunda por que no es necesario saber cuando aparece la grieta para poder ejercer un control en su propagación [I.42].

La Mecánica de la Fractura proporciona una base científica para poder establecer los parámetros requeridos y tolerados en el daño causado, ya que no es conveniente ni costeable reparar o sustituir todos los elementos dañados de una estructura. Otro concepto del que se

deriva de este tipo de análisis es el tiempo de *vida residual*, que esta definido como el tiempo en el que después de haber alcanzado el tamaño de grieta permitido, sigue operando el componente hasta que la grieta alcance un tamaño critico y sea necesario el reemplazo inmediato [I.43].

El *retiro por causa* [I.44], es una consideración que se hace cuando es necesario reemplazar una pieza o componente mecánico, fue desarrollado por la Fuerza Aérea de los Estados Unidos, ésta consideración fue usada por primera vez en naves F100, la cual consistia en reemplazar turbinas cuando presentasen algún tipo de defecto (causa o razón), es posible considerar que este tipo de planteamientos sean costosos, pero no se puede hacer una relación *costo-máquina* cuando se tienen vidas humanas en riesgo.

Falla Segura, otra técnica desarrollada por *Irwin* en 1964 [I.45], usada primordialmente en tuberías bajo presión, se basa en la inspección de escurrimientos en las tuberías, basado en el hecho de que el material se comporta ductilmente antes de la falla catastrófica y presenta agrietamientos que permiten la fuga del material que es transportado. Es usado principalmente en plantas nucleares o en plantas de proceso.

I.9.- Modos de carga

Existen tres tipos de desplazamiento de las caras de los cuerpos fisurados (Figura I.12), siendo la primera la más importante [I.46]. El modo I corresponde al modo normal de separación de las caras de la grieta bajo la acción de esfuerzos normales; el modo II (modo de deslizamiento) se refiere al desplazamiento de las caras bajo la acción de esfuerzos de corte perpendiculares al frente de grieta, y por último el modo III (modo de desgarre) también se produce por deslizamiento y cizalladura de las caras de la grieta, en una dirección paralela al frente de grieta.

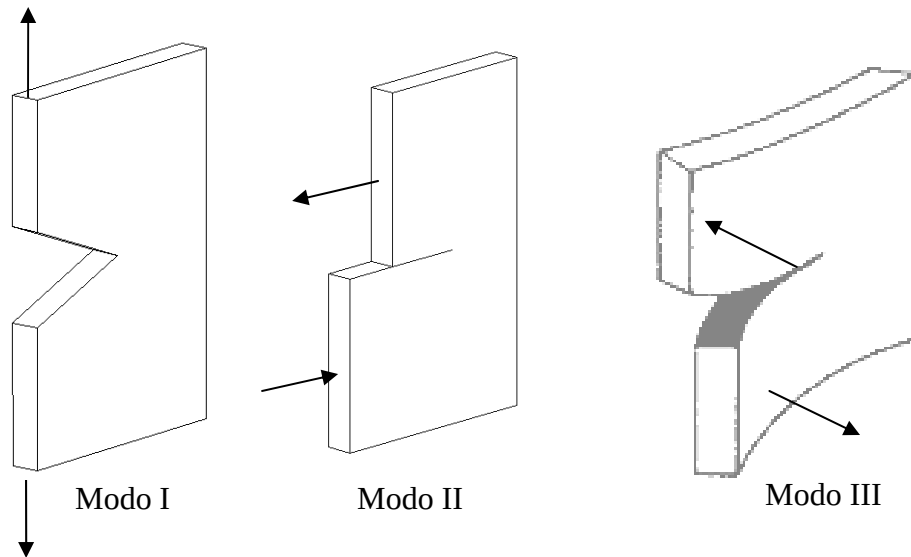


Figura I.12.- Modos de carga

I.10.- Relevancia del estudio del control de fracturas

Durante la primera mitad de la era de la metalurgia los fallos estructurales fueron numerosos, accidentes en vías de trenes, accidentes en elevadores, explosiones de tanques a presión eran muy comunes y los accidentes estructurales debidos a fracturas eran reportados semanalmente si no es que diario. Mas de dos docenas de grandes puentes se colapsaron durante este siglo, en la segunda guerra mundial los accidentes ocasionados por la propagación de grietas se multiplicaron despertando un gran interés entre la comunidad científica con el propósito de poder salvar mas vidas y disminuir en ese entonces los costos de guerra. Aunque los conceptos y el análisis de tolerancia al daño usados en Mecánica de la Fractura no son *ideales* (y nunca lo serán), pero aún así aportan respuestas donde antes no se podía obtener alguna y el uso de estos conceptos depende del *juicio* del diseñador y analista, pudiendo variar los resultados en cada caso.

I.11.- Sumario

En el presente capítulo se presentó de forma general, una reseña histórica de los estudios que iniciaron el estudio de la Mecánica de la Fractura, desde los inicios de su estudio en la Segunda Guerra Mundial, *Griffith* en 1920, *Irwin* y las aportaciones que se le hicieron a las teorías tempranas que engendrarían la Mecánica la Fractura tal como se conoce en estos tiempos.

También se expusieron las dos ramas principales en las que se divide la Mecánica de la Fractura, las cuales son MFEL (Mecánica de la Fractura Lineal-elástica) y la MFEP (Mecánica de la Fractura Elásto-plástica). Se expresó la importancia del control de fracturas, el análisis de la tolerancia al daño y lo que es de importancia para cada concepto por separado, los mecanismos de propagación de grietas y por último sin restar importancia los modos de carga de una grieta o fisura en un material.

En el próximo capítulo se expondrán de manera mas explicita los conceptos que van a ser usados en la realización de esta tesis de investigación. Se hará uso del Método del Elemento Finito para comprobar que la teoría es correcta.

I.12.- REFERENCIAS

- 1.- Strathern, P., *Arquimides y la palanca*, Ed. Siglo veintiuno editores S.A., pp 85-97, 1999.
- 2.- Hernández, R. J. A., *Determinación Numérica del Cambio de Condición de Iniciación de Grieta en Componentes Mecánicos*, Tesis de Licenciatura, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Azcapotzalco, Instituto Politécnico Nacional, pp 2-3, 2010.
- 3.- Newton, I., *Phylosophiae Naturalis Pricipia Mathematica, Perpetuis Commentariis Illustrata*, pp 226 - 240, 1687.
- 4.- Wussing, H., *Lecciones de historia de las Matemáticas*, Ed. Siglo XXI de España editores S.A, pp 203-205, 1998.
- 5.- Hernández, A. H., *Mecánica de Fractura y Análisis de Falla*, Ed. El Mal Pensante, pp 14-17, 2002.
- 6.- Sanz, J. A., El método de los elementos de contorno aplicado a Mecánica de la Fractura en sólidos piezoeléctricos, *Anales de Mecánica de la Fractura*, Vol. 1, pp 1-6, 2006.
- 7.- Griffith, A. A., The phenomenon of rupture and flow in solids, *Phil. Trans. Royal Society*, London, A, Vol. 221, pp 163-198, 1920.
- 8.- Wong, B. J. E., *Mejoramiento del Proceso de Inspección Técnica en Soldadura para la Empresa Ingeniería Aplicada*, Ed. Quito EPN, pp 12-16, 2007.
- 9.- Hosford, W. F., *Mechanical Behavior of Materials*, Ed. Cambridge, pp 227, 2005.
- 10.- Irwin, G. R., *Fracture of Metals*, Ed. ASM Publication, pp 147-166, 1948.

- 11.- Gdoutos, E. E., *Fracture Mechanics An Introduction*, Ed. Springer, pp 238-240, 2005.
12. - Westergaard, H. M., Bearing pressures and cracks, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 6. pp A49-A53, 1933.
- 13.- Irwin, G. R., Analysis of stresses and strains near end of a crack traversing a plate, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 24, pp 109-127, 1957.
- 14.- Irwin, G. R., Plastic zone near a crack and fracture toughness, *Society for Experimental Mechanics*, Vol. CP 1, pp 267-279, 1997.
- 15.- Mc Clintock, F. A. y Walsh, P. F., Friction on Griffith cracks in rocks under presion, *4th National congress Appl. Mechanics*, pp 1015 - 1021, 1962.
- 16.- Bienawski, Z. I. y Hoek, E., Brittle fracture propagation in rock under compression, *International Journal of Fracture Mechanics*, Vol. 1, pp 1-19, 1965.
- 17.- Rice, J. R., A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 35, pp 379-386, 1968.
- 18.- Wells, A. A., *The Condition of Fast Fracture in Aluminum Alloys with Particular Reference to Comet Failures*, Ed. British Welding Research Association Report, 1955.
- 19.- Shih, C. F., Relationship between the J-integral and the crack opening displacement for stationary and extending cracks, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 29, pp 305-326, 1981.
- 20.- Balankin, A., Mecánica de la Fractura: Pasado, Presente y Futuro, *5to Congreso Nacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas*, pp 313-328, 2000.
- 21.- Matos, J. C., González, B. y Toribio, J., Comportamiento en fractura de alambres de acero de pretensado, *Anales de Mecánica de la Fractura*, Vol. II, pp 453-458, 2006.
- 22.-Anglada, G. M. J., Alcalá, C. J., Llanes, P. L. M., Mateo, G. A. y Salan, B. M. N., *Fractura de Materiales*, Ediciones UPC, pp 81, 2002.
- 23.- Casellas, D., Nagl, M. M., Vélez, M., Llanes, L. y Anglada, M., Determinación de la presencia mecánica en materiales cerámicos, *Boletín de la sociedad Española de Cerámica y Vidrio*, pp 101 - 110, 1998.
- 24.- Irwin, G. R., Crack-extension force for a part-through crack in a plate, *Society for Experimental Mechanics*, Vol. CP1, pp 171-174, 1997.

- 25.- Mc Evily, A. J., *Metal Failures: Mechanisms, Analysis, Prevention*, Ed. John Wiley & Son, Inc., pp 41-101, 2002.
- 26.- Labbe, F. y Donoso, J., Aplicación del método de elementos finitos a la evaluación de la integral J en la probeta de tensión compacta, *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, Vol. 5, pp 503 – 214, 1989.
- 27.- Anglada, G. M. J., Alcalá, C. J., Llanes, P. L. M., Mateo, G. A. y Salan, B. M. N., *Fractura de Materiales*, Ed. Ediciones UPC, pp 142-143, 2002.
- 28.- Quimbiurco, V. M. E. y Díaz, C. C. S., *Automatización del Análisis de Modos de Falla y Efectos FMEA en la Ingeniería de Mantenimiento Aplicado para la Industria Ecuatoriana*, Ed. Quito EPN, pp 1-10 , 2008.
- 29.- Valle, M., San-Millán, F. J., González, R., García J., Salamanca, A., Ulargui, S. y De la Escalera, F. M., Simulación del comportamiento en tolerancia al daño de estructuras aeronáuticas, *Anales de Mecánica de la Fractura 25*, Vol. 1, pp 223 – 228, 2008.
- 30.- Pérez, R. E. A. y Sánchez, Z. F. A., Verificación del tribosistema, una herramienta para la identificación y análisis de fallas, *Scientia et Technica*, Año XV, pp 83-88, 2009.
- 31.- Cevallos-Pazmiño, J. A., Peralta-Maldonado, L. D., *Análisis del estado actual de los silos y recipientes móviles (bulks) de la empresa BJ services mediante ensayos no destructivos y determinación de zonas críticas mediante software de elementos finitos*, Tesis de Licenciatura, Escuela Politécnica Nacional, Facultad de Ingeniería Mecánica, Ecuador, pp 7-12, 2009.
- 32.- Villada, F. y Cadavid, D. R., Diagnóstico de fallas en motores de inducción mediante la aplicación de redes neuronales artificiales, *Información Tecnológica*, Vol. 18 No. 2, pp 105-112, 2007.
- 33.- Ruiz, S. A. y Oller, M. S., Estimación de daño por fatiga mediante mecánica del daño continuo, *Ingenierías*, Vol. VI, pp 6-12, 2003.
- 34.- Luque, A., Aldazabal, J., Martínez-Esnaola, J. M. y Gil-Sevillano, J., Crecimiento de grietas en una junta de flexión simétrica de un bicristal de cobre, *Anales de Mecánica de la Fractura*, Vol. 1, pp 121-126, 2006.
- 35.- Navarro, C., Muñoz, S., Domínguez, J., Influencia de la longitud de iniciación en las predicciones de vida a fatiga por fretting, *Anales de Mecánica de la Fractura 25*, Vol. 2, pp 554-559, 2008.

- 36.-Cordero, A., García-Manrique, J., Moreno, B., Zapatero, J. y Gonzáles-Herrera, A., Estudio numérico del efecto en el cierre en fatiga de la longitud de grieta, *Anales de Mecánica de la Fractura*, Vol. 20, pp 53-58, 2003.
- 37.- González, A., Zapatero, J., Moreno, B. y Pascual, J., Modelado del cierre de grieta en fatiga mediante elementos finitos, *Anales de Mecánica de la Fractura*, Vol. 18, pp 438-445, 2001.
- 38.- Brock, D., Some contributions of electron fractography to the theory of fracture, *Int. Met. Reviews*, Review 185, pp 135-181, 1974.
- 39.- Torres, Y., Gallardo, J. M. y Domínguez, J., Fractura frágil de un gancho de grúa, *Anales de Mecánica de la Fractura* 25, Vol. 2, pp 775-780, 2008.
- 40.- O'Brien, T. K., Towards a damage tolerance philosophy for composite materials and structures, *Composite Materials: Testing and Design ASTM*, Vol. 9, pp 7-33, 1990.
- 41.- Zurek, A. K., James, M. R. y Morris, W. L., The effect of grain size on fatigue growth of short cracks, *Metallurgical Transactions A*, Vol. 14A, pp 1697-1706, 1983.
- 42.- Vázquez, V. J., Navarro, P. C. y Domínguez, A. J., Sobre la estimación de la vida a fatiga en entallas diferenciando las etapas de iniciación y propagación de grietas, *Anales de Mecánica de la Fractura* 25, Vol. 2, pp 548-553, 2008.
- 43.- Urriolagoitia, S. G., *Aplicación de la Mecánica de la Fractura al Caso de Estructuras Agrietadas sometidas a Cargas de Fatiga*, Tesis de Maestría, Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, Instituto Politécnico Nacional, pp 11, 1996.
- 44.- Harris, J. A., Engine component retirement for cause Vol. 1 Executive summary, *Technical report-87-4069*, Dayton: Air Force Wright Aeronautical Laboratories, 1987.
- 45.- Irwin, G. R., Structural aspects of brittle fracture, *Applied mechanics research*, pp 65-81, 1964.
- 46.- Kerlins, V. y Phillips, A., Modes of fracture, *Metals Handbook*, pp 12-71, 1987.

II.1.- Introducción

En el presente capítulo se estudiará el comportamiento del material ante condiciones de historia previa, los lineamientos de la Mecánica de la Fractura Elástica Lineal. Así como las bases teóricas y analíticas para el desarrollo de este trabajo de investigación. Es conveniente considerar a los materiales como portadores de historia previa para poder prever cualquier tipo de falla súbita en el material y poder incrementar su vida útil en servicio.

II.1.1.- Comportamiento uniaxial de los materiales como historia previa

Si se considera al comportamiento más general de tensión para la mayoría de los metales el mostrado en la Figura II.1 se puede observar lo siguiente.

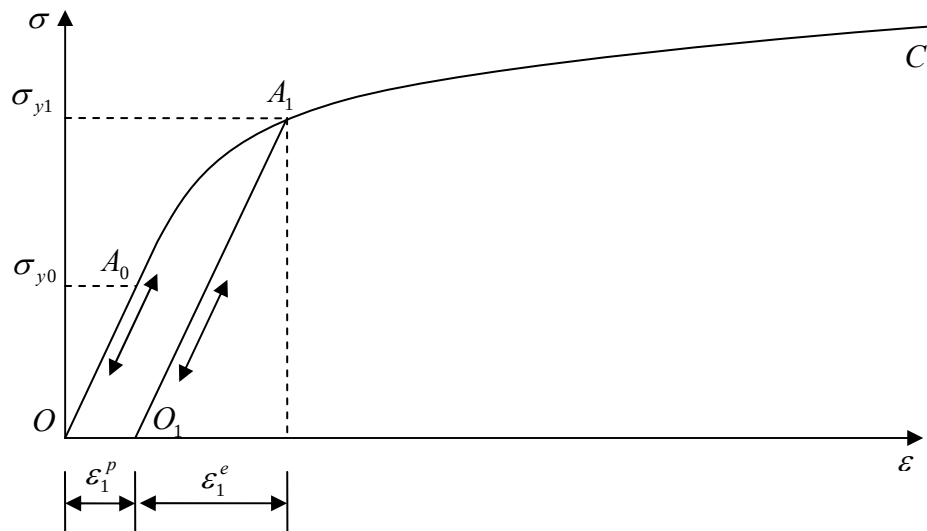


Figura II.1.- Curva típica *esfuerzo-deformación* de un material elasto-plástico

A lo largo de la trayectoria de $O-A_0$ la respuesta del material es *elástico lineal* y la descarga del material sigue la misma trayectoria de la línea de carga $O-A_0$ (según la consideración de Timoshenko, [II.1]). Mientras en el punto A_0 muestra el final del comportamiento lineal y que se ha alcanzado el punto de cedencia. Desde A_0 hasta C el material se vuelve *elasto-plástico* y se comporta de una manera irreversible [II.1]. En este rango plástico, la dureza del material disminuye progresivamente y eventualmente falla en C . Si la operación de carga de material se realiza de manera homogénea y al descargarlo entre cualquier punto entre A_0 y C , al volver a

aplicar al agente externo el material tendrá un nuevo límite elástico o punto de cedencia O_1-A_1 y la descarga se mantiene paralela a la nuevo comportamiento lineal. A este tipo de comportamiento mecánico es conocido como *endurecimiento por deformación*. Una completa descarga del material deja una deformación permanente o plástica [II.2]. Por lo tanto, solo una parte de la deformación provocada por el punto A_1 es recuperada, la cual es deformación elástica. En el caso de una carga en el sentido contrario (compresión) después haber cargado a tensión, la curva *esfuerzo-deformación* será diferente de la obtenida de pura tensión. En la Figura II.2, el nuevo punto de cedencia B que corresponde al esfuerzo σ_B , el cual es más pequeño que el punto original de cedencia σ_{y0} y mucho más pequeño que el esfuerzo de cedencia en A . Este fenómeno es llamado *Efecto Bauschinger* [II.3].

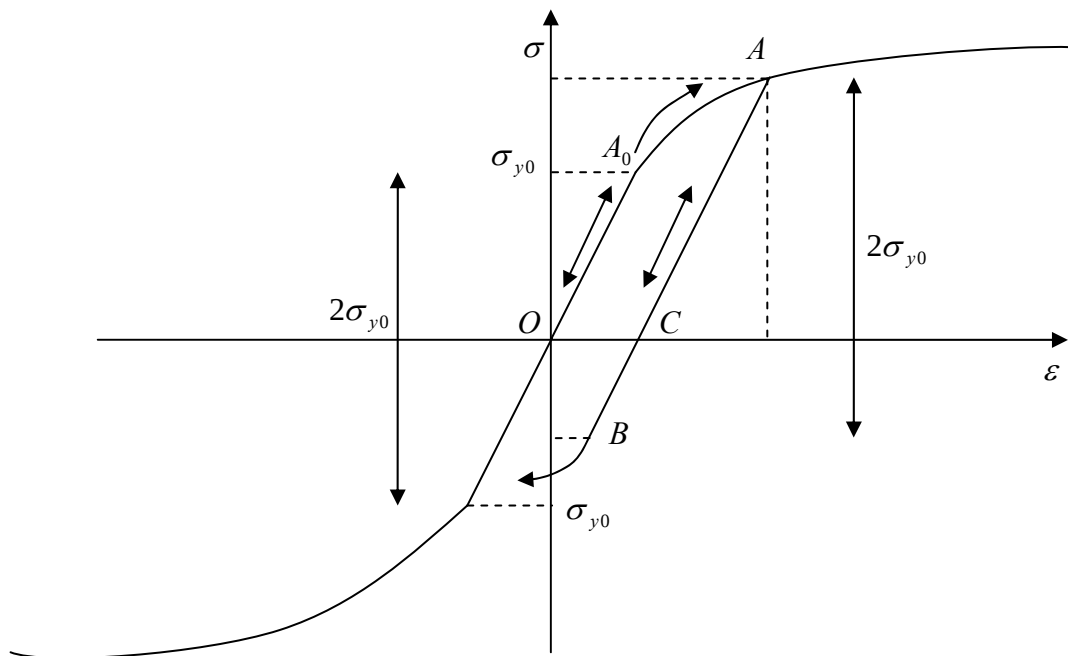


Figura II.2.- Efecto Bauschinger

En consecuencia, es aparente que el comportamiento *esfuerzo-deformación* en el rango plástico es un camino dependiente de cada uno de los conceptos. Sin embargo, en general la deformación no dependerá del estado actual de los esfuerzos. Esto se conoce como *historia previa del material*, una condición inicial del material sin importar de la condición actual de esfuerzos y deformaciones presentes en el material [II.4]. Como no existe una relación uno a

uno en el rango plástico, no es posible expresar una relación *esfuerzo-deformación* en términos de deformación y esfuerzos totales [II.5] (Figura II.3).

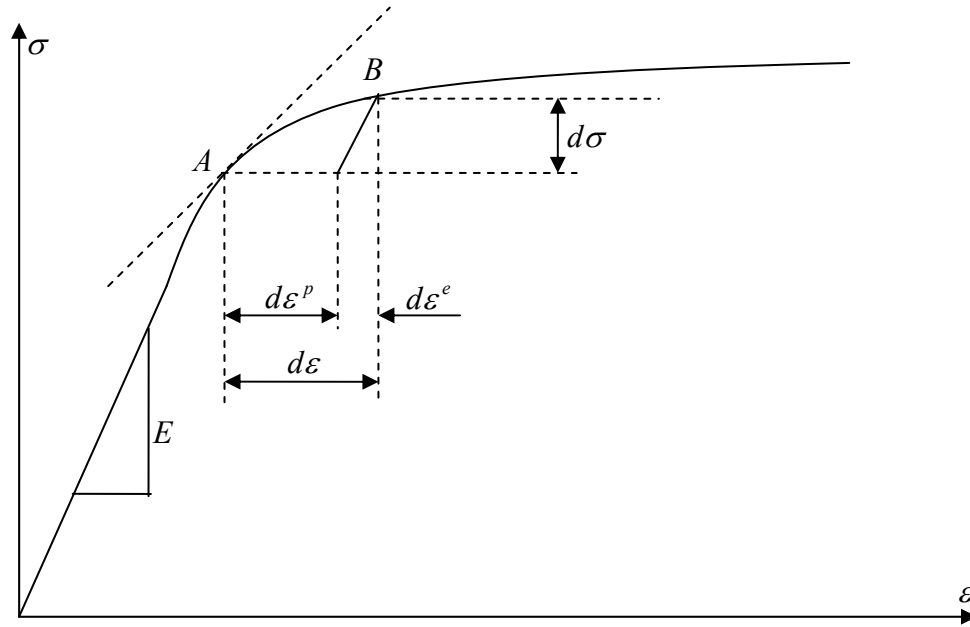


Figura II.3.- Esfuerzos incrementales y deformaciones incrementales

Existen dos teorías correspondiente al comportamiento elasto-plástico de los materiales. Una es la *Teoría de deformación* y la otra es la *Formulación incremental de la plasticidad (Rate Theory)*.

La *Teoría de deformación* es una formulación del tipo secante, que esta basada en la descomposición y adición de la deformación total en rangos elásticos y plásticos independientes [II.6]:

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p \quad \text{II.1}$$

Se tienen dos condiciones; sí $\sigma \leq \sigma_y$ (elasticidad), se tiene que:

$$\varepsilon = \varepsilon_e = \frac{\sigma}{E} \quad \text{II.2}$$

Si $\sigma \geq \sigma_y$ (plasticidad), se tiene que (Figura II.4):

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p \quad \text{II.3}$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \frac{\sigma}{E_p} = \frac{\sigma}{E_T} \quad \text{II.4}$$

Reacomodando, se obtiene:

$$E_T = \frac{EE_p}{E + E_p} \quad \text{II.5}$$

Para lo anterior cabe notar que:

$$E_T = \begin{cases} >0, & \text{Endurecimiento} \\ =0, & \text{Perfectamente plástico} \\ <0, & \text{Ablandamiento} \end{cases}$$

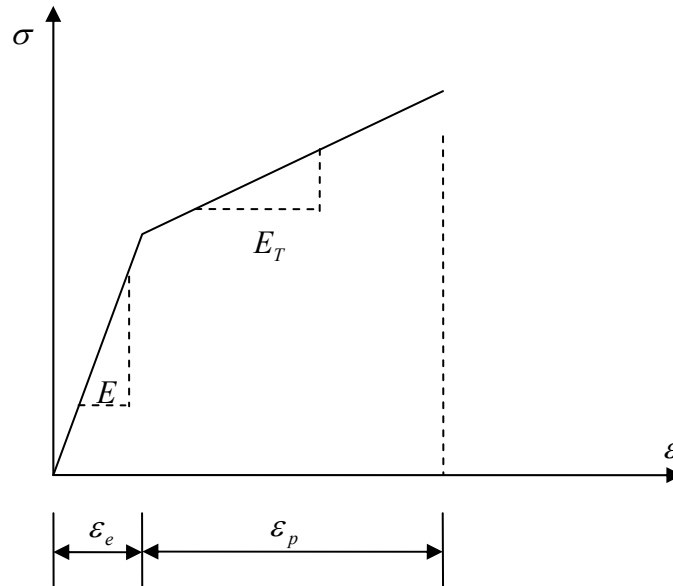


Figura II.4.- Descomposición elástica y plástica de la deformación total

II.1.2.- Reglas de endurecimiento

Una regla de endurecimiento describe una relación específica del subsecuente esfuerzo de cedencia σ_y de un material y la deformación plástica acumulada durante las cargas previas del material [II.7]. Las reglas de endurecimiento más utilizadas comentadas son (Figua II.5):

- *Isotrópica*.- La cuál describe el incremento progresivo del esfuerzo de cedencia tanto a tensión como a compresión, siempre son las mismas.
- *Cinemática*.- La cual describe un estado en donde la diferencia entre el esfuerzo de cedencia bajo cargas a tensión y compresión permanecen constantes. Esposible hacer una notación por σ_y^t y σ_y^c , siendo la primera variable el esfuerzo de cedencia a tensión y la segunda variable, el esfuerzo de cedencia a compresión, se tiene

$$\sigma_y^t - \sigma_y^c = 2\sigma_y$$

II.6

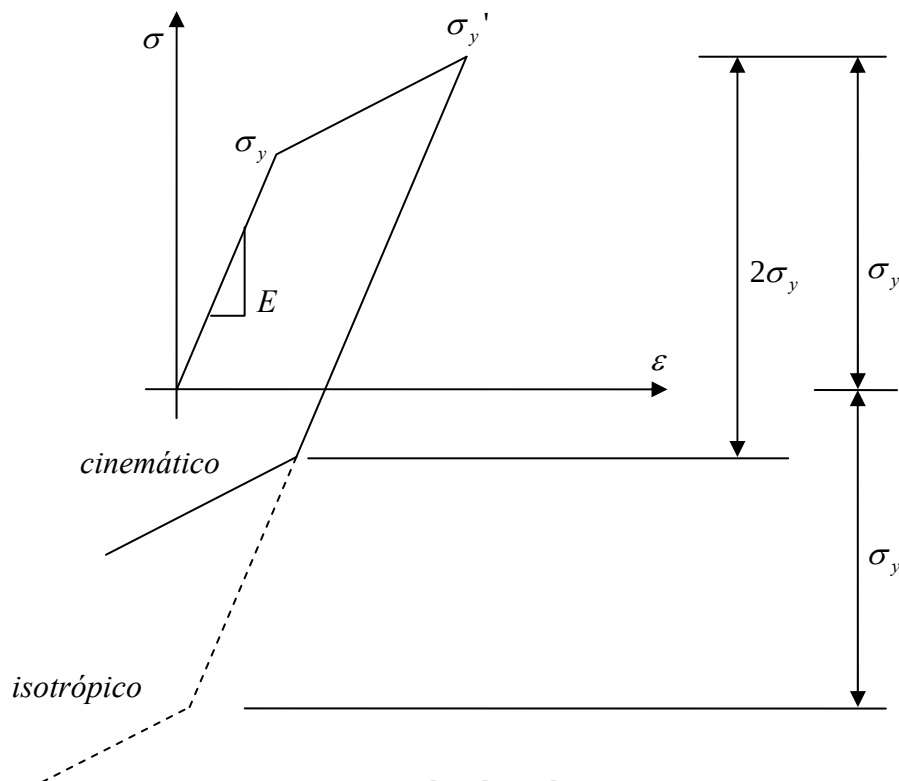


Figura II.5.- Reglas de endurecimiento

II.2.- Mecánica de la Fractura Elástica-Lineal

La teoría básica de la cual nace la Mecánica de la Fractura tiene su origen en el trabajo publicado por Griffith en 1921, es considerada una ciencia y con sus orígenes en el siglo XX, la cuál se ha desarrollado con gran ímpetu las últimas décadas, partiendo de una sólida base teórica hasta grandes aplicaciones prácticas, su objetivo primordial es determinar las combinaciones críticas de tres variables relativas a un componente o estructura: el esfuerzo, tamaño de defectos y la resistencia a la fractura del material. Son dos ramas las cuales se derivan de la Mecánica de la Fractura, una de ellas es la Elástica Lineal que estudia la nucleación y propagación de grietas en el ámbito elástico del material.

II.2.1- Criterio de Griffith

Griffith estudió el comportamiento de las grietas en un material muy frágil (vidrio de sílicio) a temperatura ambiente, demostrando el comportamiento lineal del material hasta la fractura. La resistencia teórica de este tipo de vidrio en presencia de puntas de grietas es inferior a la resistencia teórica del vidrio. *Griffith* tuvo éxito al poder explicar por qué pasa esto y así brindó las bases para el campo de la *Mecánica de la Fractura* [II.8].

La *primera ley de la termodinámica* es la base del criterio de *Griffith* [II.9], esta establece que en un sistema cerrado la energía se conserva. Existen dos tipos de energía, la energía de deformación y energía de superficie. Se considera una probeta con una grieta pequeña en relación con el ancho de la probeta (Figura II.6). Supóngase dos placas con las mismas dimensiones, con la única diferencia que en una de ellas se encuentra una grieta, después son sometidas a una carga homogénea de tensión hasta alcanzar una deformación deseada, se encontrará una diferencia en la gráfica *esfuerzo-deformación*, ya que se requiere menos carga para extender la probeta con grieta, mientras que para el caso de la probeta que no tiene grieta. La energía almacenada en cada probeta hasta una deformación Δ , está dada por el área bajo la curva correspondiente y es igual a $\Delta P/2$, donde P para la probeta fisurada es menor que para la probeta no fisurada. *Griffith* utilizó esta diferencia en la energía elástica almacenada para desarrollar la teoría de rotura frágil [II.10]. Descubrió que para ir del estado sin grieta al estado con grieta, no sólo se presenta una disminución de la energía elástica, sino también un aumento de la energía de superficie, debido a la creación de una nueva superficie de la grieta.

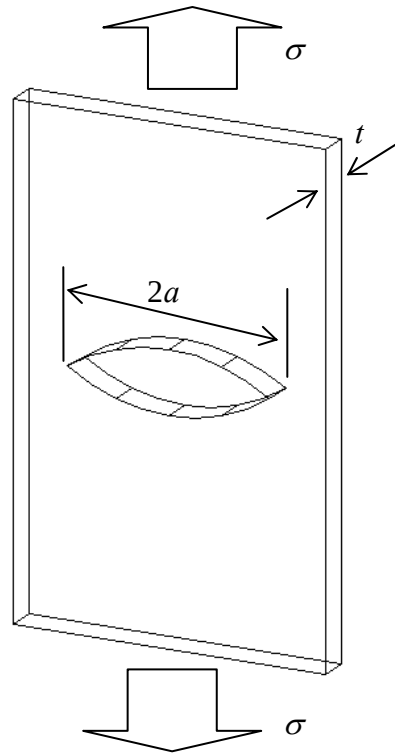


Figura II.6.- Placa con espesor t con grieta pasante de longitud $2c$ sometida a una tensión σ

A continuación se desarrolla parte del análisis realizado por *Griffith*, el cual determina la energía superficial como el resultado de toda el área de la placa y la energía superficial específica γ_s . Por otro lado la energía de un cuerpo idealmente elástico y rígido con presencia de grieta es [II.11]:

$$U_0 = \frac{\sigma^2}{2E} \quad \text{II.7}$$

La Ecuación II.7 expresa la energía por unidad de volumen. Basándose en las investigaciones sobre cuerpos con grietas realizados por *Inglis* [II.12], cuyos trabajos determinaron que la energía en un cuerpo con una grieta de tamaño $2a$ es:

$$U_e = \frac{\pi a^2 \sigma^2 t}{E} \quad \text{II.8}$$

Tomando en cuenta que la energía superficial del cuerpo está dada por el producto del área superficial total de la grieta y la energía superficial específica γ_s , se tiene:

$$U_s = [(2a)(2t)\gamma_s] \quad \text{II.9}$$

Si se escribe la ecuación de la energía potencial total se tendrá:

$$U_T = U_0 - U_e + U_s \quad \text{II.10}$$

Donde el signo menos indica la disminución de la energía potencial elástica del sistema por la presencia de la grieta en la placa. Debido al principio de la termodinámica, la energía se conserva y bajo esta consideración y considerando un cuerpo fisurado, *Griffith* estableció que la grieta ocurre cuando la velocidad con la que disminuye la energía potencial elástica es idéntica a la velocidad de absorción, lo cual genera *nuevas superficies de grietas* [II.13]. Queda expresada de la siguiente manera:

$$\frac{d}{da} \left(\frac{\pi a^2 \sigma^2 t}{E} \right) = \frac{d}{da} (4a\gamma_s t) \quad \text{II.11}$$

Se obtiene:

$$\frac{dU}{da} = 4t\gamma_s - \left(\frac{2\pi\sigma^2 at}{E} \right) = 0 \quad \text{II.12}$$

De donde se obtiene

$$2\gamma_s = \left(\frac{\pi\sigma^2 a}{E} \right) \quad \text{II.13}$$

Despejando σ , se tiene:

$$\sigma_c = \left(\frac{2\gamma_s E}{\pi a} \right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{II.14}$$

De la ecuación anterior, se define que la variable σ_c es la tensión crítica requerida para la propagación de una fractura frágil. Si el valor de la tensión crítica son inferiores, la grieta no se propagará ya que la energía virtual elástica liberada sería inferior a la necesaria para formar nuevas superficies [II.14]. La ecuación anterior también puede ser escrita de la forma:

$$\sigma_c (\pi a)^{\frac{1}{2}} = (2E\gamma_s)^{\frac{1}{2}} \quad \text{II.15}$$

De la Ecuación II.15, se puede definir, que el miembro izquierdo de la ecuación es una combinación de terminos comúnmente encontrados en *Fractomecánica* y es denominada K_c . K es conocido como el factor de intensidad de tensiones y depende de la geometría del componente, su nivel de tensión y longitud de grieta. El subíndice C es esado para indicar que el valor de K es un valor crítico para la fractura del material, este parámetro indica la tenacidad del material.

La *Mecánica de la Fractura* define al parámetro K , como factor de intensidad de tensiones, que como se había explicado anteriormente, depende del tipo de carga y la geometría de la grieta presente (σ y a), entre otros factores. Existe otro concepto fundamental en la *Mecánica de la Fractura*, es llamado *Fuerza Impulsora Crítica* y se representa con la letra G_c [II.15] y genéricamente esta representado por la fórmula:

$$K_c^2 = EG_c \quad \text{II.16}$$

El valor de K_c con respecto al inicio del agrietamiento del material, caracteriza la resistencia a la fractura del material y se denomina como *Tenacidad a la Fractura o Fractotenacidad del Material*, esta característica permite evaluar el potencial de falla y la vida útil del componente.

Es por esta razón que para evitar la falla, la resistencia del material debe exceder las condiciones localizadas en la punta de grieta.

$$\text{Resistencia del Material} > \text{Fuerza Impulsora de Grieta}$$

Las principales áreas de estudio de la *Mecánica de la Fractura* hacen una relación entre los defectos, propiedades y fuerzas actuantes. Entre los factores mas importantes para el análisis de la *Mecánica de la Fractura* se encuentran, la tenacidad, condiciones de servicio, tipos de cargas y geometría del componente.

II.2.2.- Modificación a la teoría de *Griffith* por *Irwin*

Del desarrollo de la Ecuación II.15, *Irwin* designó al miembro izquierdo de la ecuación como *razón de liberación de energía G*, y esta representa la energía por unidad de nueva área de grieta. Mientras que el miembro derecho de la Ecuación II.15 representa el incremento de la energía de superficial y fue designada como *resistencia al agrietamiento R*. Por definición se tiene lo siguiente, para que la grieta ocurra [II.16]:

$$G = \frac{\pi \sigma^2 a}{E} > R = 2\gamma_s \quad \text{II.17}$$

En 1948 *Irwin* sugirió que la teoría de *Griffith* creada idealmente para materiales frágiles puede ser modificada a materiales tanto frágiles como aquellos que presentan deformaciones plásticas. Una modificación similar fue presentada por *Orowan* [II.17]. La modificación realizada por *Irwin*, establece que la resistencia que presenta un material a la extensión de la grieta puede ser determinada por la suma de la energía superficial γ_s y el trabajo de deformación plástica γ_p [II.18], ambos involucrados en la extensión de la grieta. Partiendo de lo escrito se tiene que la ecuación se resume de la siguiente forma:

$$R = 2(\gamma_s + \gamma_p) \quad \text{II.18}$$

Para materiales dúctiles se puede expresar la siguiente relación donde el trabajo de deformación plástica γ_p es mucho mayor que la energía superficial γ_s y se puede despreciar este término en la ecuación:

$$\gamma_p \gg \gamma_s \quad \text{II.19}$$

A pesar de la modificación de *Irwin*, que incluye un término de energía plástica, el planteamiento del balance de energía para impedir la propagación de la grieta aún sigue siendo limitada, por las condiciones requeridas para provocar inestabilidad en la punta de grieta.

II.2.3.- Factor de intensidad de esfuerzos

De la *Teoría Lineal Elástica* de *Irwin* demostró que los esfuerzos en la cercanía de la punta de grieta son [II.16]:

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) + \dots \quad \text{II.20}$$

Donde r y θ son las coordenadas polares de un punto con respecto a la punta de grieta (Figura II.7).

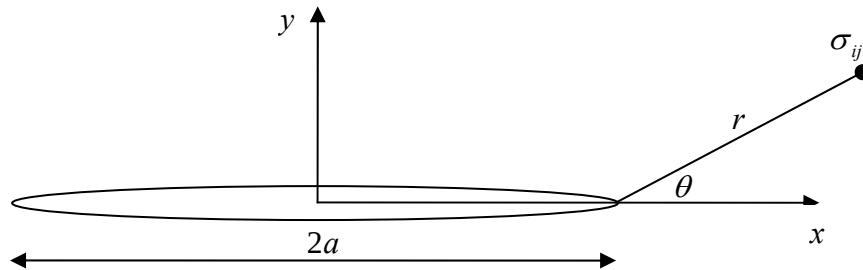


Figura II.7.- Esfuerzos en un punto más allá de la punta de grieta

Por definición K es una cantidad que proporciona la magnitud del campo elástico de esfuerzos localizados y es llamado *factor de intensidad de esfuerzos*. Análisis dimensionales indican que K es linealmente proporcional al esfuerzo y directamente relacionado con la raíz cuadrada del tamaño de grieta característico [II.19]. De la ecuación del análisis de *Griffith* se obtiene que la

longitud es característica de la grieta y resulta que la forma general del factor de intensidad de esfuerzos esta dado por:

$$K = \sigma \sqrt{\pi a} \cdot f\left(\frac{a}{W}\right) \quad \text{II.21}$$

Donde W es el ancho de la probeta, la función $f(a/W)$ es un parámetro adimensional que depende principalmente de la geometría del espécimen y grieta. Mientras que σ es el esfuerzo aplicado. Con base en lo anterior la propagación de la grieta ocurrirá cuando K alcance un valor crítico denominado con la variable K_c , entonces el criterio para la propagación de una grieta se escribe en términos de K a continuación:

$$K = \sigma \sqrt{\pi a} > K_c \quad \text{II.22}$$

El valor crítico de K_c puede ser determinado de manera experimental midiendo el esfuerzo a fractura en placas usadas como probetas que contengan grietas que atraviesen la probeta de lado a lado. También puede obtenerse usando probetas con otras geometrías y con diferentes combinaciones de cargas para predecir configuraciones críticas de longitud de grieta y cargas [II.20]. Es por esto que K se utiliza para la caracterización del parámetro de propagación de grietas, parte fundamental en la *Mecánica de la Fractura Lineal-Elástica*.

II.2.4.- Plasticidad en la punta de grieta

Como se muestra en la Figura II.8 la distribución de esfuerzos elásticos en la punta grieta, muestra que cuando r tiende a cero, los esfuerzos se vuelven infinitos. Pero también es bien conocido que los cuerpos se deforman plásticamente después del esfuerzo de cedencia, por esta razón existe una zona plástica en la punta grieta, ocasionando que la solución linear-elástica no es incondicionalmente aplicable.

Irwin consideró una zona circular plástica en la punta grieta bajo condiciones de carga a tensión. La punta de grieta actual tiene un desplazamiento dentro de la zona plástica que

corresponde al valor de r_y , mientras que la distribución elástica de esfuerzos a una distancia de $2r_y$ sobrepasa el esfuerzo de cedencia, la distancia es con respecto a la punta de grieta actual [II.15].

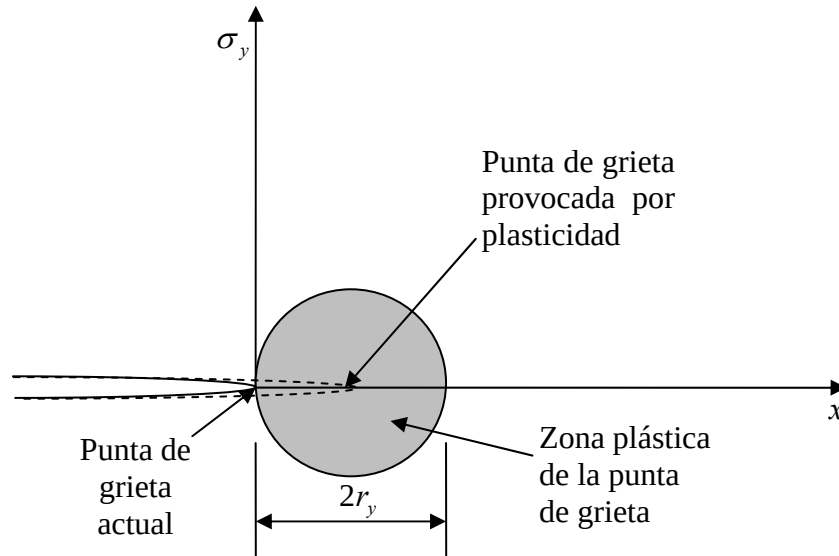


Figura II.8.- Zona plástica en la punta de grieta

La aparición de esfuerzo plano o deformación plana afecta en gran medida el comportamiento plástico del material, para deformación plana la deformación plástica sólo ocurre cuando los esfuerzos aplicados pasan el punto de cedencia del material [II.21], para los dos casos (esfuerzo plano y deformación plana) se tiene:

Esfuerzo plano

$$r_y = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K}{\sigma_y} \right)^2 \quad \text{II.23}$$

Deformación plana

$$r_y = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K}{C\sigma_y} \right)^2 \quad \text{II.24}$$

Donde C tiene un valor estimado de 1.7. De las ecuaciones anteriores se obtiene el valor de r_y , el cual corresponde al desplazamiento de la punta de grieta provocado por la plasticidad del material en la misma [II.22]. Es importante hacer mención de esta condición plástica en la punta de grieta aunque no es aplicable para este trabajo de tesis, la plasticidad existe, sin embargo para este caso no se considera por lo pequeña que ésta es.

II.2.5.- Campo de esfuerzos elásticos

El campo de esfuerzos elásticos cercanos a la punta de grieta, dependen primordialmente del desplazamiento de la cara de las grietas, éstas se dividen en tres grupos, siendo la primera la que predomine en los casos prácticos [II.23].

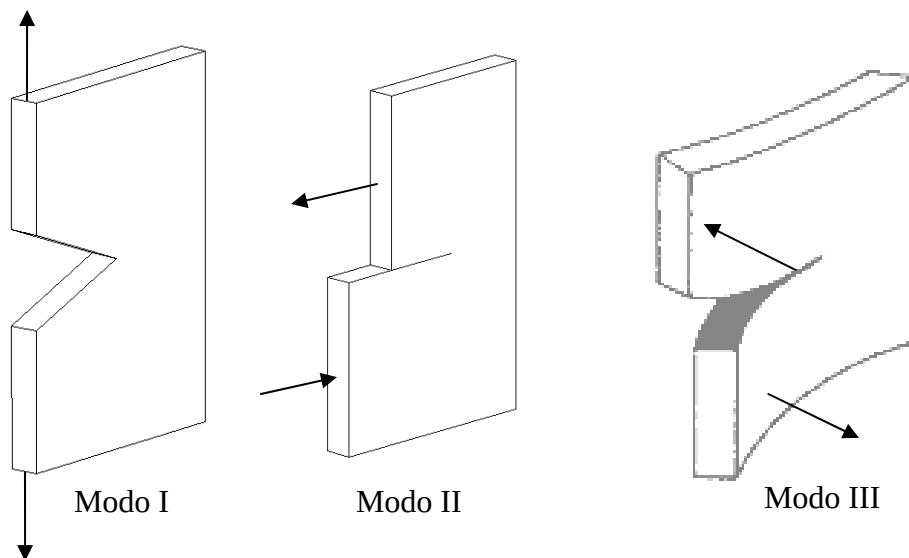


Figura II.9.- Los tres modos de deslizamiento de cara de grieta

Se considera el modo de carga I como el más importante de los desplazamientos de las caras en las grietas de los materiales. Es por esto que se expone de manera explícita algunos conceptos derivados de este modo de desplazamiento en la grieta, tomando en cuenta que en *Mecánica de la Fractura* trata con dos problemas dimensionales, en donde las magnitudes

sobre el eje z no son consideradas, tema del cual se derivan dos casos especiales, *esfuerzo plano* y *deformación plana* [II.13].

Para un material isotropico se puede escribir la *Ley de Hooke* de la siguiente forma:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} \{ \sigma_x + \nu(\sigma_y + \sigma_z) \} \quad \varepsilon_{yz} = \frac{1+\nu}{E} \tau_{yz} \quad \text{II.25}$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} \{ \sigma_y + \nu(\sigma_z + \sigma_x) \} \quad \varepsilon_{zx} = \frac{1+\nu}{E} \tau_{zx} \quad \text{II.26}$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} \{ \sigma_z + \nu(\sigma_x + \sigma_y) \} \quad \varepsilon_{xy} = \frac{1+\nu}{E} \tau_{xy} \quad \text{II.27}$$

Donde:

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ = Componentes normales del esfuerzo

$\tau_{yz}, \tau_{zx}, \tau_{xy}$ = Componentes del esfuerzo cortante

$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ = Componentes normales a a deformación

$\varepsilon_{yz}, \varepsilon_{zx}, \varepsilon_{xy}$ = Componentes cortantes a la deformación

Como se había explicado anteriormente, existe una consideracion para la *Mecánica de la Fractura*, la primera establece que las magnitudes sobre el eje z no se consideran, del cual se desprenden dos casos de estudio, *esfuerzo plano* y *deformación plana*, las cuales se definen como a continuación se presenta, para *esfuerzo plano*:

$$\sigma_z = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0 \quad \text{II.28}$$

Para *deformación plana*:

$$\varepsilon_z = \varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zx} = 0 \quad \text{II.29}$$

Aplicando las condiciones antes mencionadas en las Ecuaciones II.25-II.27, se tiene:

Esfuerzo Plano

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y) \quad \text{II.30}$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x) \quad \text{II.31}$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1+\nu}{E}\tau_{xy} \quad \text{II.32}$$

para deformación plana, se tiene:

$$\varepsilon_x = \frac{1-\nu^2}{E}\left(\sigma_x - \frac{\nu}{1-\nu}\sigma_y\right) \quad \text{II.33}$$

$$\varepsilon_y = \frac{1-\nu^2}{E}\left(\sigma_y - \frac{\nu}{1-\nu}\sigma_x\right) \quad \text{II.34}$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1+\nu}{E}\tau_{xy} = \frac{1-\nu^2}{E}\left(1 + \frac{\nu}{1-\nu}\tau_{xy}\right) \quad \text{II.35}$$

Se puede observar que las deformaciones en el caso de esfuerzo plano pueden ser obtenidas del esfuerzo plano siguiendo las siguientes sustituciones:

$$E = \frac{E}{1-\nu^2} \quad \text{II.36}$$

$$\nu = \frac{\nu}{1-\nu} \quad \text{II.37}$$

Es necesario definir de una manera mas completa el Factor de Intensidad de Esfuerzos (Figura II.10) se observan los esfuerzos localizados en la punta de la grieta y tomando como base a ese sistema de coordenadas se exponen los esfuerzos de forma mas detallada, se hace uso de coordenadas polares.

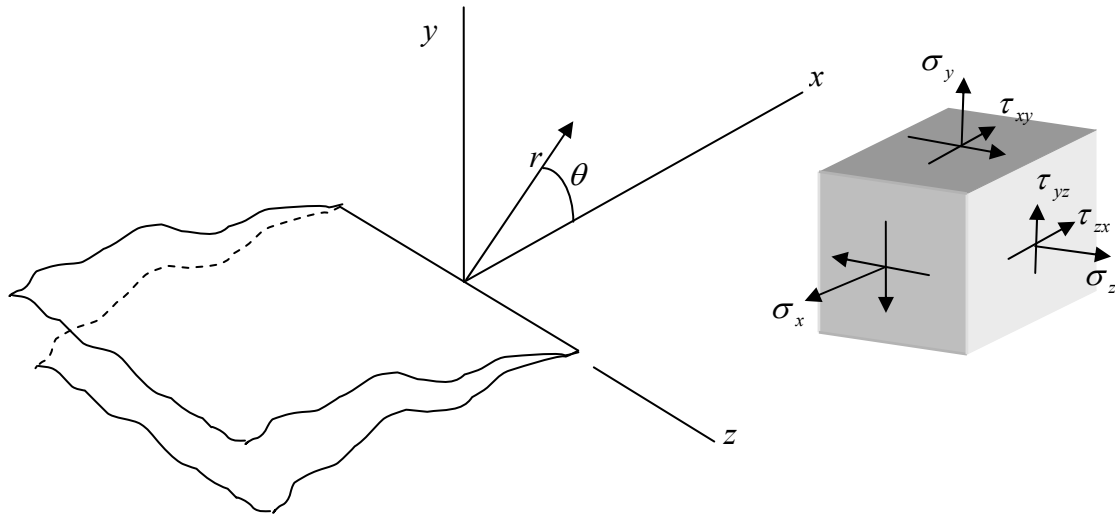


Figura II.10.- Sistema de coordenadas en la punta de grieta

Para cualquier caso práctico en donde se presente el modo de carga I, los esfuerzos presentes en la punta de grieta están definidos de la siguiente forma:

$$\sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] + \dots \quad \text{II.38}$$

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] + \dots \quad \text{II.39}$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} + \dots \quad \text{II.40}$$

$$\sigma_z = 0 \quad \text{II.41}$$

$$\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y) \quad \text{II.42}$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zx} = 0 \quad \text{II.43}$$

II.2.6.- Factores de concentracion de esfuerzos para probetas más comunes

Existen diferentes geometrías de probetas para poder determinar el factor de concentración de esfuerzos, se presentan las más usadas y el método de cálculo para K y C , siendo C un factor de corrección que depende de la geometría del espécimen, el cual depende de las dimensiones

Análisis numérico de la apertura y cierre de grieta con historia y sin historia previa
en un material aplicable en implantes biomecánicos

del material principalmente. A continuación se presentan los especímenes estandarizados y usados con frecuencia, se presentan las soluciones elementales más usados para la obtención experimental de los factores.

- *Placa con grieta en el centro*, Figura II.10:

$$K_I = C\sigma\sqrt{\pi a} \quad \text{II.44}$$

En estudios hechos por *Brown* [II.24] se llegó a la aproximación:

$$C = 1 + 0.256\left(\frac{a}{W}\right) - 1.152\left(\frac{a}{W}\right)^2 + 12.200\left(\frac{a}{W}\right)^3 \quad \text{II.45}$$

Feddersen [II.25] llegó a una aproximación de 0.3% para una relación de $a/W \leq 0.35$, se usa la siguiente fórmula:

$$C = \sqrt{\sec \frac{a\pi}{W}} \quad \text{II.46}$$

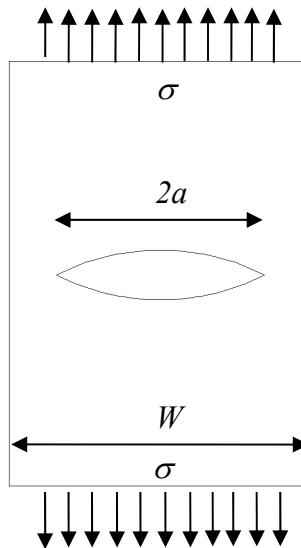


Figura II.11.- Placa con grieta en el centro

Análisis numérico de la apertura y cierre de grieta con historia y sin historia previa en un material aplicable en implantes biomecánicos

- *Placa con muesca* (Single edge notched plate) (Figura II.12):

$$K_I = C\sigma\sqrt{\pi a} \quad \text{II.47}$$

Para grietas pequeñas $C = 1.12$. Para este espécimen *Brown* llegó a la siguiente aproximación, con una aproximación de 0.5% para una relación de $a/W \leq 0.6$, se tiene:

$$C = 1.122 - 0.231\left(\frac{a}{W}\right) + 10.550\left(\frac{a}{W}\right)^2 - 21.710\left(\frac{a}{W}\right)^3 + 30.382\left(\frac{a}{W}\right)^4 \quad \text{II.48}$$

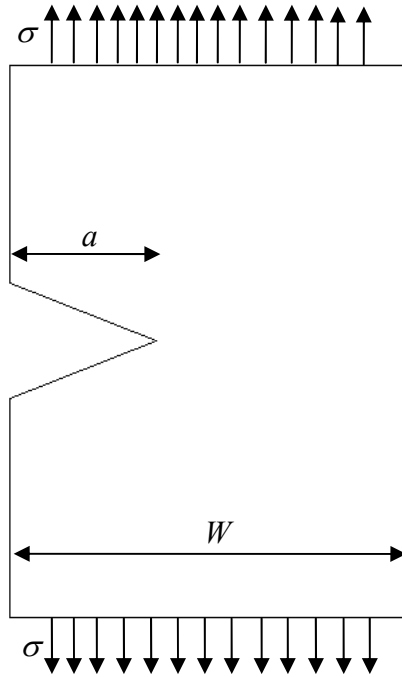


Figura II.12.- Placa con muesca

- *Placa con dos muescas* (Double edge notched plate) (Figura II.13):

$$K_I = C\sigma\sqrt{\pi a} \quad \text{II.49}$$

Para grietas pequeñas $C = 1.12$. Para este espécimen *Tada* [II.26] llegó a la siguiente aproximación, con una precisión del 0.5%, donde la relación a/W no afecta el resultado, ni las consideraciones de análisis.

$$C = \frac{1.122 - 1.122\left(\frac{a}{W}\right) - 0.820\left(\frac{a}{W}\right)^2 + 3.768\left(\frac{a}{W}\right)^3 - 3.040\left(\frac{a}{W}\right)^4}{\sqrt{1 - \frac{2a}{W}}} \quad \text{II.50}$$

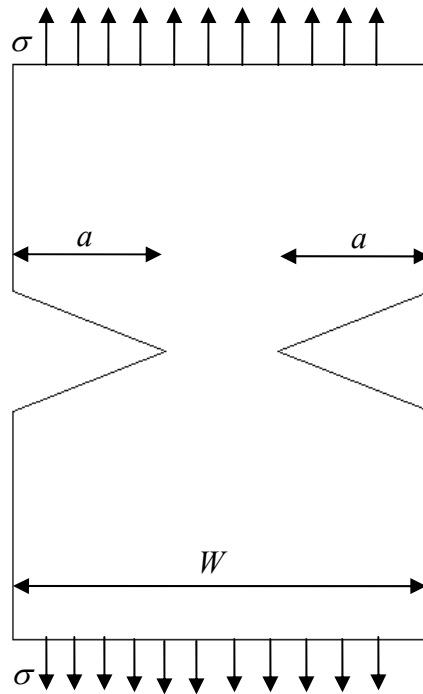


Figura II.13.- Placa con dos muescas

Especímenes para pruebas estandarizados, este tipo de especímenes son los mas usados para poder determinar los Factores de Concentración de Esfuerzos experimentalmente.

- *Especimen compacto* (Compact Tension specimen) (Figura II.14):

$$K_I = \frac{P}{BW^{\frac{1}{2}}} \cdot f\left(\frac{a}{W}\right) \quad \text{II.51}$$

Donde:

$$f\left(\frac{a}{W}\right) = \frac{\left(2 + \frac{a}{W}\right) \left\{ 0.886 + 4.64\left(\frac{a}{W}\right) - 13.32\left(\frac{a}{W}\right)^2 + 14.72\left(\frac{a}{W}\right)^3 - 5.6\left(\frac{a}{W}\right)^4 \right\}}{\left(1 - \left(\frac{a}{W}\right)\right)^{\frac{3}{2}}} \quad \text{II.52}$$

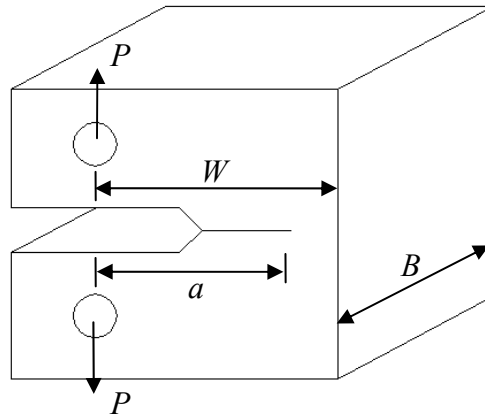


Figura II.14.- Especimen compacto

- *Especimen de cama con fisura sencilla en el canto* (Single Edge Notched Bend especimen) (Figura II.15):

$$K_I = \frac{P \cdot S}{BW^{\frac{3}{2}}} \cdot f\left(\frac{a}{W}\right) \quad \text{II.53}$$

Donde:

$$f\left(\frac{a}{W}\right) = \frac{3\left(\frac{a}{W}\right)^{\frac{1}{2}} \left[1.99 - \frac{a}{W} \left(1 - \frac{a}{W}\right) \left\{ 2.15 - 3.93\left(\frac{a}{W}\right) + 2.7\left(\frac{a}{W}\right)^2 \right\} \right]}{2\left(1 + 2\frac{a}{W}\right) \left(1 - \frac{a}{W}\right)^{\frac{3}{2}}} \quad \text{II.54}$$

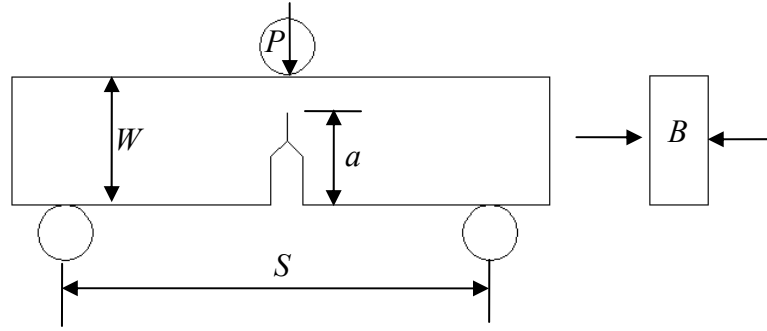


Figura II.15.- Especimen de cama con fisura en el canto

- *Viga en doble cantiliver* (Double Cantilever Beam) (Figura II.16):

$$K_I = 2\sqrt{3} \frac{Pa}{Bh^{\frac{3}{2}}} \text{ para esfuerzo plano} \quad \text{II.55}$$

$$K_I = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{1-\nu^2}} \frac{Pa}{Bh^{\frac{3}{2}}} \text{ para deformación plana} \quad \text{II.56}$$

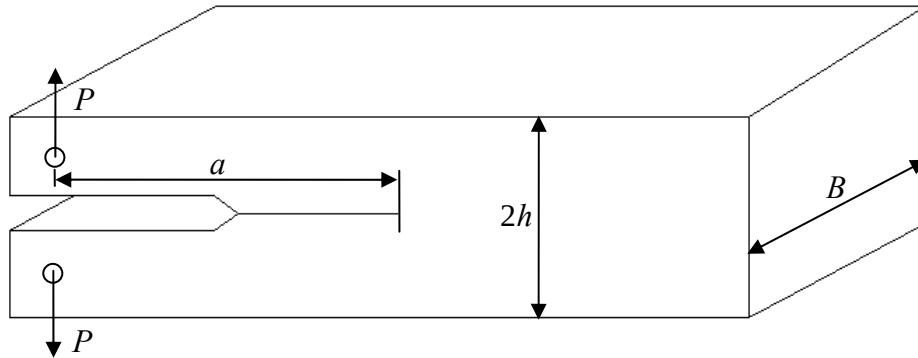


Figura II.16.- Viga en doble cantiliver

- *Placa cilíndrica con muesca* (Figura II.17):

$$K_I = \frac{0.526P\sqrt{D}}{d^2} \quad \text{II.57}$$

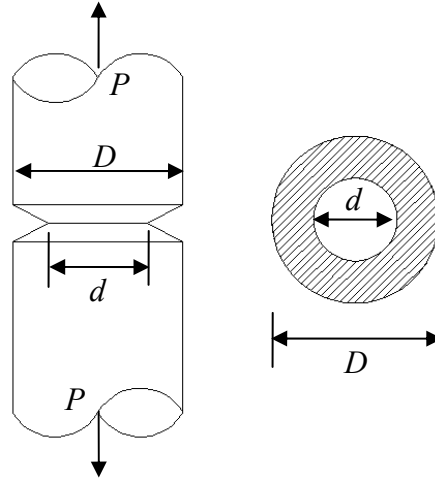


Figura II.17.- Barra con muesca

- *Especimen en forma de C* (Figura II.18):

$$K_I = \frac{P}{BW^{\frac{1}{2}}} \left\{ 1 + 1.54 \left(\frac{x}{W} \right) + 0.50 \left(\frac{a}{W} \right) \right\} \left\{ 1 + 0.221 \left(1 - \sqrt{\frac{a}{W}} \right) \left(1 - \frac{R_1}{R_2} \right) \right\} \cdot f \left(\frac{a}{W} \right) \quad \text{II.58}$$

Donde:

$$f \left(\frac{a}{W} \right) = 18.23 \left(\frac{a}{W} \right)^{\frac{1}{2}} - 106.2 \left(\frac{a}{W} \right)^{\frac{3}{2}} + 389.7 \left(\frac{a}{W} \right)^{\frac{5}{2}} - 582.0 \left(\frac{a}{W} \right)^{\frac{7}{2}} + 369.1 \left(\frac{a}{W} \right)^{\frac{9}{2}} \quad \text{II.59}$$

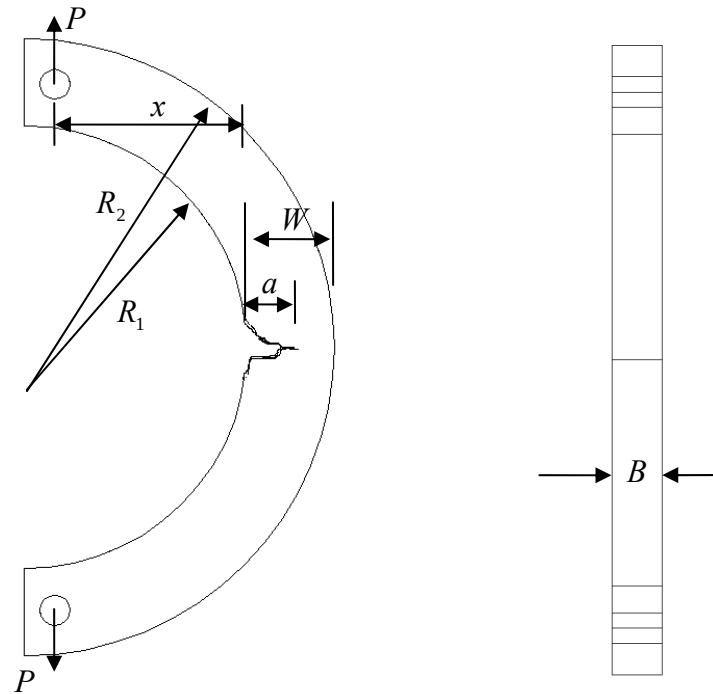


Figura II.18.- Especimen en forma de C

II.3.- Esfuerzos residuales

Los esfuerzos residuales son aquellos que permanecen en el cuerpo después de haber aplicado una carga no homogénea y que provocaron deformación plástica. Al ser retirada la carga el reacomodo de los esfuerzos provocan un campo de esfuerzos que son independientes y no necesariamente están en equilibrio con el cuerpo y su entorno [II.27].

Pueden ser catalogados por la causa que dan su origen, por la escala en la que se auto-equilibran y se pueden clasificar por el método con el que se miden. Como es mostrado en la Figura II.19, los esfuerzos residuales tienen una clasificación mas general, por mencionarlo de alguna forma.

Macroesfuerzos y microesfuerzos residuales es la clasificación mas general usada para expresar el origen de estos. Los macroesfuerzos residuales están definidos por la variación que sufre su campo de esfuerzos a lo largo de la longitud del componente, dicho de otra manera, si el campo de esfuerzos residuales es muy largo o los esfuerzos varían a lo largo de una

distancia *grande* se habla del termino macro, mientras que si es en el orden de distancias granulares o distancias entre granos de material o menores, se habla de microesfuerzos residuales [II.28].

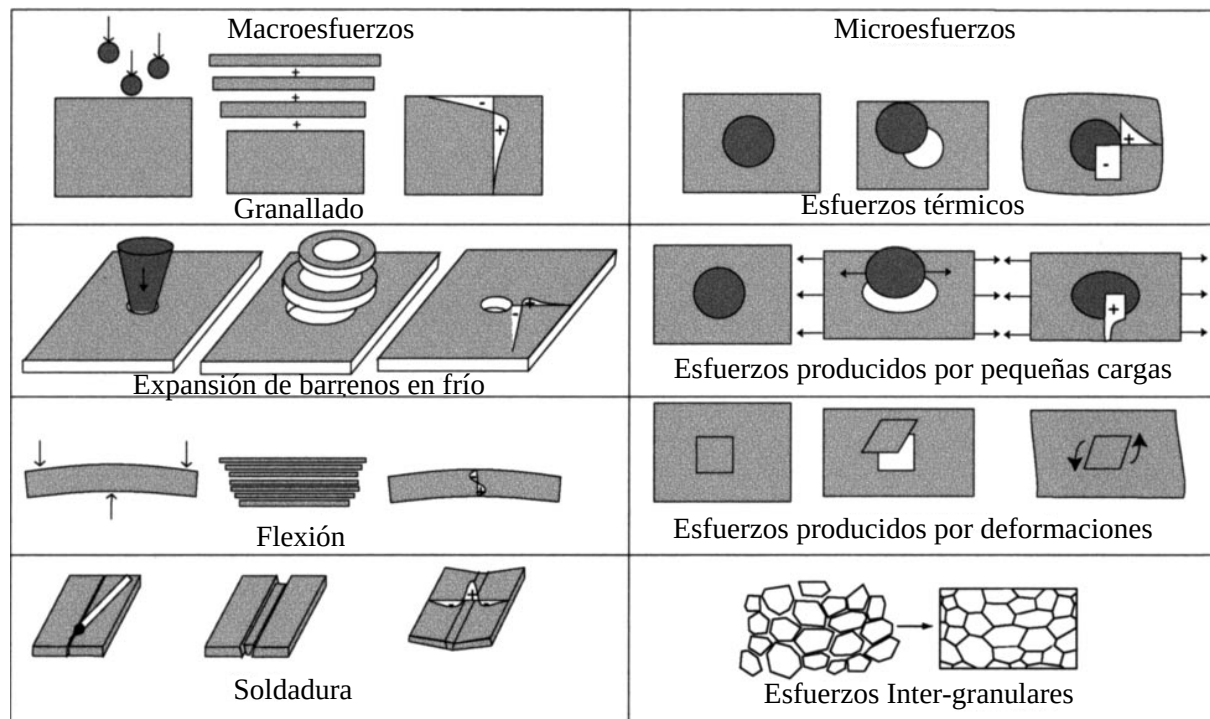


Figura II.19.- Macro y microesfuerzos residuales

II.3.1.- Efecto de los esfuerzos residuales

Para materiales que se deforman plásticamente, los esfuerzos residuales sólo pueden ser introducidos cuando el esfuerzo de cedencia ha sido rebasado. Bajo las condiciones antes mencionadas, se puede mencionar que los esfuerzos residuales pueden aumentar o disminuir el tiempo en el que se presenta una deformación plástica en el material, dependiendo del campo de esfuerzos que fue inducido en el componente [II.29]. El rendimiento bajo cargas estáticas en materiales frágiles puede ser mejorado con la aplicación de esfuerzos residuales inteligentemente, los ejemplos mas mencionados son vidrio templado y concreto pretensado. El efecto de los esfuerzos residuales está basado en su inducción para el incremento de la resistencia mecánica del material, es decir si son aplicados de una forma inteligente pueden ser beneficios, por el lado contrario si no son considerados en el diseño pueden generar fallas

catastróficas en el componente o disminuir de manera considerable la vida útil del componente [II.30] (Figura II.20).



Figura II.20.- Accidentes provocados por la incorrecta consideración de los esfuerzos presentes en un componente mecánico

II.3.2.- Técnicas de medición

II.3.2.1.- Mecánicos

Estos métodos se basan en el monitoreo de cambios o distorsiones del material, durante la generación de esfuerzos residuales o después, todo lo anterior mediante el deliberado arranque de material para permitir que los esfuerzos se relajen [II.31].

II.3.2.1.1.- Método de curvatura

El método de curvatura es comunmente usado para medir el campo de esfuerzos residuales dentro de recubrimientos y capas [II.32] (Figura II.21). Los cambios resultantes en la curva durante la deposición hace posible calcular las variaciones correspondientes en el esfuerzo como una función del espesor de la capa. Este método puede ser medido con técnicas de

Análisis numérico de la apertura y cierre de grieta con historia y sin historia previa
en un material aplicable en implantes biomecánicos

contacto como la perfilometría y la extensometría u otros métodos que no son de contacto como los ópticos y como ejemplos de estos métodos, se tiene el video, escaneado por láser y la doble difracción por medio de cristales por mencionar algunas de las mas usadas.

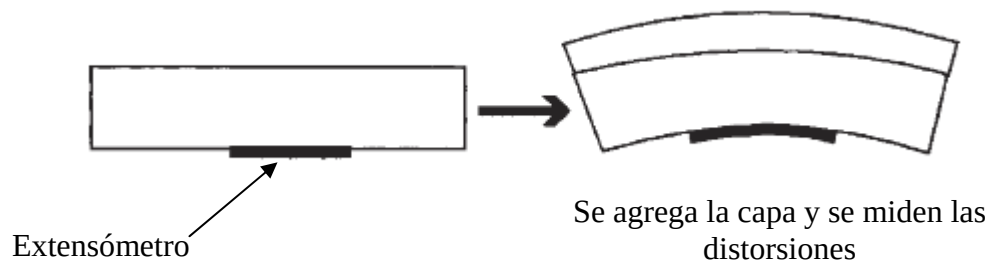


Figura II.21.- Método de curvatura

La Ecuación de *Stoney* es comunmente usada para hacer una relación entre la deflección g de una viga con longitud l y con rigidez E entre el esfuerzo σ a lo largo de la viga [II.33].

$$\sigma = -\frac{4}{3} E \frac{h^2}{l^2} \frac{dg}{dh} \quad \text{II.60}$$

Donde h es el espesor de la capa.

II.3.2.1.2.- El método de *Hole Drilling* o barrenado

El método de barrenado es una técnica de medición, en el cual se efectua un barreno usualmente entre 1.6 mm y 3.2 mm de diámetro, y las perturbaciones provocadas por la deformacion alrededor del barreno son medidas con la utilización de galgas extensométricas montadas sobre la superficie del material [II.34]. La finalidad principal de este método es analizar las deformaciones unitarias presentes, así poder interpretar los resultados y expresarlos de manera de esfuerzos localizados a lo largo de la superifie y de la profundidad del barreno.

II.3.2.1.3.- El método de *Sach*

Es un método desarrollado para medir el campo de esfuerzos residuales en dirección circunferencial y longitudinal en especímenes circulares y anulares. El método consiste en
 Análisis numérico de la apertura y cierre de grieta con historia y sin historia previa
 en un material aplicable en implantes biomecánicos

desprender el material ya sea desde la parte interna o externa del espécimen, son medidas las variaciones progresivas de la deformación en la superficie cuando son retiradas capas del material. Una de las limitaciones de este procedimiento es la geometría del espécimen, ya que sólo fue desarrollado para materiales con forma circular, además de ser un procedimiento destructivo [II.35].

II.3.2.1.4.- Método de respuesta de grieta

Este procedimiento consiste en hacer una ranura en el espécimen con la finalidad de poder medir la magnitud del reacomodo de las deformaciones en la grieta que fue inducida, son usadas galgas extensométricas para medir la variación de estas deformaciones a lo largo de la ranura y el reacomodo del campo de esfuerzos residuales, se obtienen el campo de esfuerzos residuales variando la longitud de grieta a lo largo de el área transversal del espécimen. Es un procedimiento destructivo y de bajo costo a comparación de otro tipo de procedimientos tales como la difracción de rayos X y de neutrones [II.36].

II.3.2.2.- Métodos por difracción

II.3.2.2.1.- Difracción de electrones

Se puede obtener una alta resolución espacial utilizando rayos de electrones, que puedan enfocar fácilmente diámetros tan pequeños como 10 nm, este tipo de métodos se utilizan para aumentar la resolución en la medición de los esfuerzos residuales [II.37].

II.3.2.2.2.- Difracción de rayos X

Este método es muy usado para espesores de capas muy pequeños del orden de *nm*. Errores pueden presentarse cuando se miden superficies corrugadas, el método consiste hacer insidir un haz de electrones y medir las pequeñas deformaciones de los granos del material principalmente, es usado para medir microesfuerzos residuales [II.38]. Un derivado de este método es el de rayos X sincrotones, que son mas potentes que los rayos X convencionales.

II.3.2.2.3.- Neutrones

Éste método tiene una ventaja sobre el método de Rayos X, ya que su nivel de penetración es mayor del orden de centímetros, existe esencialmente dos técnicas de difracción de neutrones

llamados, escaneo convencional 0/20 y aproximaciones de tiempo de insidencia (*time of flight approaches*). Estos dos métodos se han desarrollado por mucho tiempo y por muchas personas, debido a la forma en que los rayos de neutrones se pueden generar, esto es, en forma de un haz continuo o pequeños pulsos [II.39].

II.3.2.3.- Otros métodos

II.3.2.3.1.- Métodos magnéticos

Cuando un material magnetostictivo se carga las orientaciones del campo magnético son alterados, esto provoca que cuando se tensiona el campo aumenta de valor o en el caso contrario disminuye, estas variaciones son medidas por un sensor y si la aguja gira indica que el campo magnético fue aplicado en sentido contrario con el que el sensor es posicionado, puede ser monitoreado este cambio de direcciones en la superficie del componente después se realizan mapas de los campos localizados y se puede observar la dirección de los esfuerzos residuales [II.40].

II.3.2.3.2.- Métodos ultrasónicos

Cambios en la velocidad ultrasónica pueden ser observados en el material cuando se le aplica alguna carga, los cambios proporcionan un parámetro que se puede traducir en el valor de los esfuerzos localizados a lo largo de la trayectoria de la onda ultrasónica. Existen distintos métodos en que principalmente cambia la longitud de onda y comunmente es usado para medir macroesfuerzos, esto es, que se pueden medir grandes piezas con una gran sensibilidad en sus mediciones [II.41].

II.3.2.3.3.- Métodos termoeásticos

En este método es usada una camara termica para medir el incremento de temperatura del material, esto es por que cuando se presenta una deformación elástica en el material, éste tiende a incrementar su temperatura en el orden de $1mK$ por cada $1MPa$ en aceros [II.42].

II.4.- Sumario

En el presente capítulo se expusieron las bases de la *Mecánica de Fractura Elástica-Lineal*, siendo *Griffith* el que sustentó las bases de tan notable rama de la *Mecánica Clásica*. Se

presentaron los diferentes especímenes que se usan para determinar de forma experimental el *Factor de Intensidad de Esfuerzos*, así como su solución elemental.

Los esfuerzos residuales son considerados en este trabajo de tesis como un factor muy importante en el incremento de la resistencia mecánica del material. Así como, causantes de que falle en forma repentina y desastrosa. En el próximo capítulo se realizará el análisis numérico de diferentes probetas sometidas a diferentes condiciones de carga y longitudes de grieta, con la finalidad de comprobar la exactitud del método de Elemento Finito y posteriormente obtener de forma numérica y gráfica del campo de esfuerzos residuales resultantes.

II.5.- Referencias

- 1.- Gere, J. M. y Timoshenko, S. P., *Mechanics of Materials*, Ed. Chapman & Hall, pp 19-22, 1991.
- 2.- Cook, R. D. y Young, W. C., *Advanced Mechanics of Materials*, Ed. Prentice Hall, pp 18, 1999.
- 3.- Urriolagoitia-Sosa, G., Durodola, J. F. y Fellows, N. A., Determination of residual stress in beams under Bauschinger effect using surface strain measurements, *Strain*, Vol. 39, pp 177-185, 2003.
- 4.- Urriolagoitia-Sosa, G., Romero-Ángeles, B., Hernández-Gómez, L. H., Urriolagoitia-Calderón, G., Beltrán-Fernández, J. A. y Torres-Torres, C., Evaluation of the impact of residual stresses in crack initiation with the application of the Crack Compliance Method Part I, Numerical Analysis, *Applied Mechanics and Materials*, Vol. 24-25, pp 253-259, 2010.
- 5.- Sánchez-Galvez, V., *Curso de comportamiento plástico de materiales*, Servicio de Publicaciones de la ETS de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid, 1999.
- 6.- Beléndez, T., Neipp, C. y Beléndez A., Estudio de la Flexión de una viga de Material Elástico no Lineal, *Revista Brasileira de Ensino de Física*, Vol. 24, pp 383-389, 2002.
- 7.- Langford, G. y Cohem, M., *Strain hardening of Iron by Severe Plastic Deformation*, Ed. ASM TRANS QUART, Vol. 62, No. 3, pp 623-638, 1969.

- 8.- Griffith, A. A., The phenomena of rupture and flows of solids, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A*, Vol. 221, pp 163-198, 1921.
- 9.- Mc Evily, A. J., *Metal failures: mechanisms, analysis, prevention*, Ed. Wiley-IEEE, pp 41-59, 2002.
- 10.- Urriolagoitia-Sosa, G., *Aplicación de la Mecánica de la Fractura al caso de Estructuras Agrietadas sometidas a cargas de Fatiga*, Tesis de Maestría, Sección de Estudios de Posgrado e Investigación ESIME Zacatenco, Instituto Politécnico Nacional, México, pp 21, 1996.
- 11.- Hibbeler, R. C., *Mecánica de Materiales*, Ed. Pearson Education, pp 731 – 734, 2006.
- 12.- Inglis, C. E., Stresses in a plate due to presence of cracks and sharp corners, *Institute of Naval Architects*, Vol. 55, pp 219-230, 1913.
- 13.- Janssen, M., Zuidema, J. y Wanhill, R., *Fracture Mechanics*, Ed. Spon, pp 8-11 y 26, 2004.
- 14.- Banreblatt, G. I., Equilibrium cracks formed during brittle fracture, *Advances in Applied Mechanics*, Vol. 7, pp 56-125, 1962.
- 15.- Irwing, G. R., Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 24, pp 361-364, 1957.
- 16.- Irwin, G. R., Relation of stress near a crack to the crack extension force, *Proc. 9 Int. Congr. Appl. Mech.*, Vol. VIII, pp 245-251, 1957.
- 17.- Orowan, E., *Fatigue and Fracture of Metals*, Ed. W. M. Murray, pp 139-167, 1952.
- 18.- Irwing, G. R., *Fracturing of Metals*, ASM, Cleveland Ohio, pp 147, 1948.
- 19.- Raju, I. S. y Newman, J. C., Stress Intensity Factors for a Wide Range of Semi-Elliptical Surface Cracks in Finite Thickness Plates, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 2, pp 817-829, 1979.
- 20.- Rooke, D. P. y Cartwright, D. J., *Compendium of Stresses Intensity Factors*, Londres, 1976.
- 21.- McClintock, F. A. y Irwin, G. R., Plasticity aspects of Fracture Mechanics, *American Society for Testing and Materials*, pp 84-113, 1965.
- 22.- Hahn G. T. y Rosenfield, A. R., Local Yielding and Extension of a Crack under Plane Stress, *Acta Metallurgica*, Vol. 13, pp 293-306, 1965.

- 23.- Creager, M. y Paris, P. C., Elastic Field Equations for Blunt Cracks with Reference to Stress Corrsion Cracking, *International Journal of Fracture Mechanics*, Vol. 3, pp 247-252, 1967.
- 24.- Brown, B. F., The application of Fracture Mechanics to stress-corrosion cracking, *International Materials Reviews*, Vol. 13, pp 171-183, 1968.
- 25.- Feddersen, C. E., Evaluation and Prediction of the Residual Strength of center cracked Tension Panels, *American Society for Testing and Materials*, pp 50-78, 1971.
- 26.- Tada, H., Paris, P. C. y Irwin, G. R., *The Stress Analysis of Cracks Handbook*, Paris Productions Incorporated, St. Louis, Missouri, 1985.
- 27.- Urriolagoitia-Sosa, G., *Analysis of prior strain history effect on mechanical properties and residual stresses in beams*, PhD thesis, Oxford Brookes University, 2005.
- 28.- Withers, P. J., Stobbs, W. M. y Pedersen, O. B., The application of the eshelby method of internal stress determination to short fibre metal matrix composites, *Acta Metallurgica*, Vol. 37, pp 3061-3084, 1989.
- 29.- Molina-Ballinas, A., Urriolagoitia-Sosa, G., Merchán-Cruz, E. A., Rodríguez-Cañizo, R. G. y Vázquez-Campos, A., Manipulación de propiedades mecánicas por medio de compresión axial e inducción de esfuerzos residuales para incrementar la resistencia del material, *Congreso Científico Tecnológico de la Carrera de Ingeniería Mecánica Eléctrica*, 2010.
- 30.- Sandoval-Pineda, J. M., *Análisis del efecto de predeformado en el comportamiento de vigas sometidas a cargas cíclicas*, PhD tesis, Sección de Estudios de Posgrado e Investigación ESIME Zacatenco, Instituto Politécnico Nacional, pp 15, 2008.
- 31.- Flavenot, J. F., *Handbook of measurement of residual stresses*, Lilburn, 1996.
- 32.- Clyne, T. W., Gill S. C., Residual Stresses in Thermal Spray Coatings and Their Effect on Interfacial Adhesion: A Review of Recent Work, *Journal of Thermal Spray Technology*, pp 401-418, 1996.
- 33.- Stoney, G. G., The tension of Metallic Films Deposited by electrlysis, *Royal Soc. Proc.*, London, A82, pp 172 – 175, 1909.
- 34.- Sasaki, K., Kishida, M. y Itoh, T., The accuracy of residual Stress measurement by the Hole-drilling Method, *Experimental Mechanics*, Vol. 37, pp 250-257, 1997.

- 35.- Sandoval-Pineda, J. M., *Análisis del efecto de predeformado en el comportamiento de vigas sometidas a cargas cíclicas*, PhD tesis, Sección de Estudios de Posgrado e Investigación ESIME Zacatenco, Instituto Politécnico Nacional, pp 22, 2008.
- 36.- Urriolagoitia-Sosa, G., Molina-Ballinas, A., Urriolagoitia-Calderón, G., Hernández-Gómez, L. H. y Sandoval-Pineda, J. M., Characterization of Strain Hardening Behavior and Residual Stress Induction Used For Crack Arrest in a Biocompatible Material, *Materials Research Society Symposium Proceedings*, Vol. 1242, pp 16-21, 2009.
- 37.- Humphreys, C. J. y Bithell, E. G., *Electron diffraction techniques*, Oxford University Press, Oxford, 1992.
- 38.- Webster, P. J., Djapic Oosterkamp, L., Browne, P. A., Hughes, D. J., Kang, W. P., Withers, P. J. y Vaughan, G. B. M., Synchrotron X-ray residual strain scanning of a friction stir weld, *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, Vol. 36, pp 61-70, 2001.
- 39.- Withers, P. J. y Bhadeshia, H. K. D. H., Residual Stresses, Part 1: measurement techniques, *Mater Sci Technol*, pp 355-365, 2001.
- 40.- Abuku, S., Magnetic Studies of Residual Stress in Iron and Steel Induced by Uniaxial Deformation, *Japanese Journal of Applied Physics*, pp 1167-1170, 1977.
- 41.- Green, R. E., *Treatise on materials science and technology*, Academic press, New York, 1973.
- 42.- Offerman, S., Beaudon, J. L., Bissieux, C. y Frick, H., Thermoelastic stress analysis under nonadiabatic conditions, *Experimental Mechanics*, Vol. 37, pp 409-413, 1997.

III.1.- Introducción

El *Método del Elemento Finito (MEF)* se ha desarrollado ampliamente, por lo que se ha convertido en una de las llaves indispensable para el progreso de la tecnología. La gran aceptación con la que cuenta el *MEF* dentro de la comunidad ingenieril y científica está basada principalmente en el modelado y simulación de sistemas avanzados en varios campos de investigación (transporte, comunicaciones, mecánica de sólidos, biomecánica, etc.) [III.1]. En la construcción de tales sistemas avanzados, es necesario que el Ingeniero aplique los sistemas sofisticados de modelación, simulación, visualización, análisis, pruebas y por último de fabricación. Sin embargo, cabe destacar que es necesario desarrollar una cantidad de trabajo muy amplia, antes de poder fabricar un producto o sistema final. Todo lo anterior, con el objetivo de asegurar una vida útil y de servicio del sistema. Así como, un beneficio en la aplicación de los recursos y la reducción en los costos. Para un realizar un diseño óptimo es necesario el uso de técnicas de modelado y simulación que proporcionen resultados de manera rápida y efectiva [III.2].

III.2.- Método de Elemento Finito

El *Método de Elemento Finito* es una técnica numérica matemática que busca la aproximación a una solución de una distribución de variables en un dominio del problema a analizar. Por lo regular, los casos que se analizan por medio del *MEF* son aquellas necesidades que conllevan una gran dificultad en su resolución de manera analítica [III.3].

El *MEF* se fundamenta para la solución de problemas en dividir el continuo, sólido o dominio a tratar en un gran número de elementos (Figura III.1), para posteriormente aplicar las restricciones de movimiento asociadas al componente y la acción de los agentes externos que afectan al material. La solución de la simulación numérica del modelo que se está analizando se realiza de manera discretizada en cada uno de los elementos, para finalmente realizar una sumatoria de efectos y presentar un resultado aproximado a la condición física real del problema. El resultado puede observarse de manera cuantitativa (numérica para cada sección en cuestión) y/o grafica (por medio de colores representativos de la acción que produce un efecto físico en la pieza) [III.4].

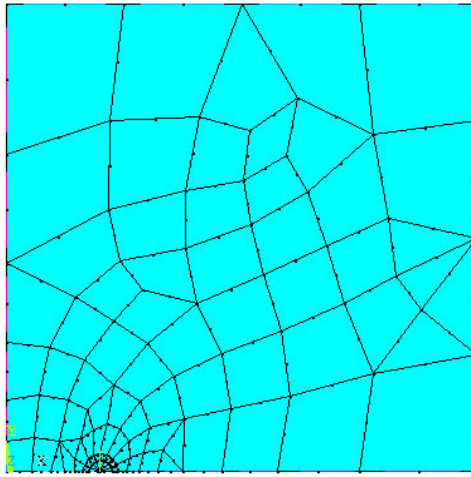


Figura III.1.- División de un dominio en elementos

III.3.- Simulación numérica por medio de la aplicación del *MEF*

El comportamiento de un fenómeno en un sistema depende de la geometría o dominio del sistema. Así como, las propiedades mecánicas del material y/o medio, las condiciones de frontera y los efectos de los agentes externos [III.5]. En un sistema ingenieril la geometría puede ser muy compleja. Además de que las condiciones de carga también lo pueden ser. Por lo tanto, en general es difícil resolver una ecuación diferencial que gobierne todo el sistema de forma analítica, en la práctica la mayoría de los problemas son resueltos usando métodos numéricos, es por esto que el *MEF* se ha vuelto tan popular.

El procedimiento para modelar y simular usando *MEF* consiste en cuatro pasos:

- Designación del tipo de análisis, aplicación de las propiedades mecánicas y simulación de la geometría del caso de estudio.
- Designación del elemento a utilizar y discretización (*Meshing*) del continuo.
- Asignación de condiciones de frontera y configuración de los agentes externos.
- Solución del caso de estudio.

III.3.1.- Designación del tipo de análisis, aplicación de las propiedades mecánicas y simulación de la geometría

La primera etapa de la evaluación, es determinar el tipo de análisis que se llevará a cabo. Esta consiste en determinar si la evaluación será estructural, térmica, magnética, coplanar, etc. Así

Análisis numérico de la apertura y cierre de grieta con historia y sin historia previa
en un material aplicable en implantes biomecánicos

como, si se realizará de manera unidimensional, bidimensional o tridimensional. Asimismo considerando también las simplificaciones mecánicas necesarias para el análisis [III.6].

La aplicación de las propiedades del material se puede realizar en cualquier etapa del desarrollo de la simulación de la geometría del componente a analizar. Sin embargo, es preferible realizarlo en las primeras etapas del estudio. Esta aplicación de propiedades mecánicas puede considerar diversos factores, desde los muy básicos, como comportamiento lineal elástico, hasta comportamientos extremadamente complicados, como anisotrópicos y ortotrópicos con reglas de endurecimiento y efectos de esfuerzos de rebote [III.6]. Muchos sistemas ingenieriles contienen o están compuestos de muchos tipos de materiales y en esta parte de la aplicación del *MEF* es posible definir las propiedades del material para un grupo de elementos o para elementos individuales. Las propiedades básicas y más simples para cada tipo de material dependen del tipo de análisis que se va a efectuar.

Posteriormente, las estructuras reales y componentes de máquinas son en general sistemas complejos, por lo que tienen que ser reducidos a elementos simples que se puedan manejar de manera sencilla. De esta manera, se convierte en una necesidad dejar claro que la geometría total del sistema se resuelve por medio de la colección de muchos elementos y por separado. Pero por otro lado, el incremento de elementos demanda una mayor cantidad de tiempo computacional, el cual se ve limitado en el software y hardware de la computadora. Por lo tanto, es necesario determinar el tamaño de la geometría a analizar, ya que está directamente relacionada con el número de elementos necesarios para el estudio [III.7]. Es necesario que exista conocimiento, experiencia y buen juicio ingenieril al realizar la geometría que se va a estudiar, ya que muchas veces una geometría muy detallada responde a necesidades de estética. Lo cual no afecta directamente en la respuesta del sistema y puede evitarse, pero no esta situación no aplica para todos los casos ya que muchas veces es necesario una geometría muy detallada.

III.3.2.- Designación del elemento a utilizar y discretización del continuo

Dependiendo el tipo de análisis que se desarrollará se seleccionará y designará el elemento para realizar la discretización de la geometría. En esta parte el modelado, que también se

conoce como continuo, se discretiza (significa que se divide) la geometría en pequeñas partes denominadas elementos o células (Figura III.2). Como se había mencionado, la solución para sistemas complejos es difícil de obtener de forma analítica, ya que las condiciones varían de una forma impredecible en toda la geometría del componente, si el problema se divide en pequeñas partes o elementos por medio de rejillas (*grids*) o nodos, y la solución contenida en un elemento puede ser aproximada de una manera fácil haciendo uso de funciones polinomiales y la solución de todos los elementos formarán la solución de toda la geometría o dominio [III.8].

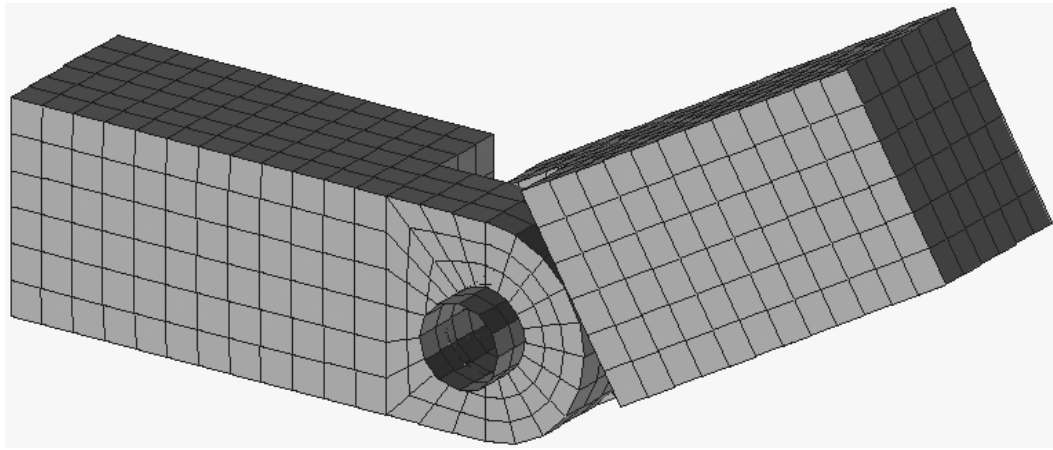


Figura III.2.- Mallado de una bisagra

III.3.3.- Asignación de las condiciones de frontera y aplicación de agentes externos

Las condiciones de frontera y condiciones de carga iniciales juegan un papel muy importante en la solución del problema, ya que son estas las que restringen el movimiento del componente y desarrollan los efectos que este sufre respectivamente. Es posible seleccionar el lugar exacto de la geometría (en puntos, líneas, curvas, superficies, y sólidos) o directamente a los elementos o mallado que va estar bajo la influencia de estas restricciones. De igual forma es necesario el conocimiento y buen juicio ingenieril para poder simular las condiciones de trabajo actuales del sistema y así obtener una simulación numérica lo más cercana a la realidad. Estas condiciones iniciales pueden variar de problema a problema, y aún se pueden incrementar o destituir durante el transcurso del mismo, dependiendo del caso de estudio [III.9 y III.10].

III.3.4.- Solución del caso de estudio

Esta etapa por lo regular se trata, en algunas ocasiones, como una *caja negra*. El programa computacional que aplica el *MEF* por lo regular tan sólo muestra el comando para resolver el sistema y después de un tiempo se obtienen las soluciones. Sin embargo, el que se trate a esta operación como de *caja negra* no implica que el estudiante o investigador no esté consciente del sistema de solución del problema. Al aplicar el comando de solución, el programa computacional desarrolla, aplica y resuelve una serie de algoritmos por medio de matrices y ecuaciones integrales que con llevan a la solución de todo el sistema. La solución no es exacta, es tan solo una aproximación al comportamiento real que puede presentar el sistema bajo los efectos de las consideraciones aplicadas.

III.4.-Etapas principales de simulación del método del elemento finito

Los sistemas numéricos que permiten el diseño de objetos en mono-dimensional, bidimensional, tridimensionales, axisimétricos, simétricos, se compone de tres etapas principales en el desarrollo [III.11]:

1. **Pre-procesador.-** Es la etapa del proceso de simulación numérica donde se define de forma interactiva la forma y geometría del componente en estudio. En esta parte del análisis la computadora almacena el modelo. Así como, permite la generación de cualquier vista, seccione, detalles y planos. Como se había mencionado anteriormente en esta parte del estudio se realiza la discretización del sistema y se define la configuración inicial de cargas, valores de los cuales dependerá directamente el análisis numérico. Sin olvidar la aplicación de las propiedades mecánicas del material.
2. **Procesador de solución.-** En esta etapa del análisis numérico, se utiliza el modelo obtenido para realizar cálculos y simulaciones más complejos. Como pueden ser el cálculo de esfuerzos o la simulación del comportamiento aerodinámico en caso de estudio de carrocerías, perfiles de avión, etc. En otras palabras, es en el procesador que se realiza la solución de la configuración numérica estipulada. Asimismo, es

posible desarrollar cambios en la aplicación de las condiciones de restricción del modelo y desactivar o cambiar las condiciones de los efectos de los agentes externos.

3. **Post-proceso.**- En esta tercera fase y última, se pueden visualizar gráficamente y numéricamente todos los tipos de resultados obtenidos por el programa de cálculo. Si no son correctos o no es el resultado que se esperaba, el usuario podrá cambiar la forma del objeto, modificar los valores de los agentes externos y repetir el proceso. Sin embargo, si son aceptables (muy aproximados a la solución) se interpretan y se analizan. Es muy importante mencionar que el programa del *MEF* no proporciona resultados reales, si no aproximaciones matemáticas a la posible realidad de comportamiento mecánico.

III.5.- Ejemplos utilizados para determinar K_I

En esta sección se presentan diferentes ejemplos que se emplean de manera tutorial en el programa computacional comercial *ANSYS 10* de cómo obtener el factor de intensidad de esfuerzos de forma numérica. El tipo de análisis que se desarrolla es estático y se utilizan diferentes tipos de elementos dependiendo el tipo de evaluación tanto para 2D y 3D. En la Tabla III.1 se puede observar con exactitud todos los ejemplos mostrados y el tipo de elemento utilizado para cada caso [III.12].

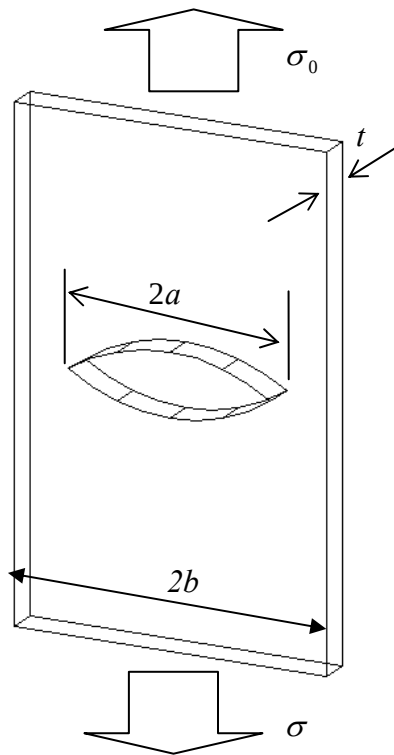
Tabla III.1.- Ejemplos para la obtención de K_I

Tipo de análisis	No. de nodos por elemento	Tipo de elemento
3D	20 y 8 nodos respectivamente	SOLID 95 y SOLID 45
2D	8 nodos	PLANE 82
3D	20 nodos	SOLID 186 y SOLID 185

El caso de estudio para todos los ejemplos es una placa con una grieta en el centro sometida a una carga a tensión (Figura III.3). En la Tabla III.2 están proporcionados los datos (propiedades del material, propiedades geométricas y el agente externo) que se van a utilizar para el análisis numérico y a partir de esos datos se obtiene el factor K_I .

Tabla III.2.- Datos utilizados en el análisis numérico

Propiedades del material	Propiedades geométricas	Carga
$E=30 \times 10^6 \text{ psi}$	$a = 1 \text{ in}$	$\sigma_0 = 0.5641895 \text{ psi}$
$\nu=0.3$	$b = 5 \text{ in}$	
	$h = 5 \text{ in}$	
	$t = 0.25 \text{ in}$ (según el caso)	

**Figura III.3.-** Esquema del problema

III.5.1.- Análisis en 3D, elemento SOLID 95 y SOLID 45

El primer ejemplo empleado para demostrar el cálculo de K_I , se pueden utilizar por separado o en conjunción estos dos tipos de elementos SOLID 95 y SOLID 45. El elemento SOLID 45 es generalmente usado para análisis 3D estructurales y está definido por 8 nodos con 3 grados de libertad cada nodo, traslación sobre los ejes X , Y y rotación sobre el eje Z . El SOLID 95 es un elemento de orden mayor, es decir contiene más nodos (20 nodos) lo cual aumenta la precisión de los resultados obtenidos. Además de que permite formas muy irregulares. Para el ejercicio

tutorial presentado en ésta sección los elementos SOLID 95 fueron utilizados para discretizar los elementos en la punta grieta y el elemento SOLID 45 fue empleado en los elementos utilizados alrededor de la punta de grieta (Figura III.4). Al momento de solucionar el modelo en 3D se obtiene los resultados (Figura III.5).

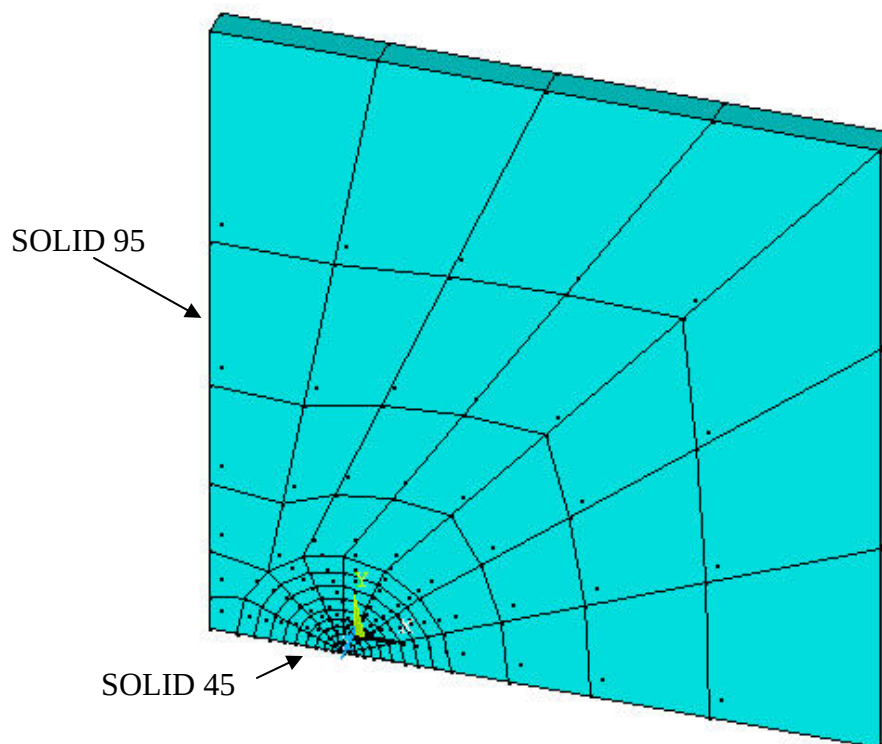


Figura III.4.- Modelo numérico en 3D

```

**** CALCULATE MIXED-MODE STRESS INTENSITY FACTORS ****

ASSUME PLANE STRAIN CONDITIONS

ASSUME A HALF-CRACK MODEL WITH SYMMETRY BOUNDARY CONDITIONS (USE 3 NODES)

EXTRAPOLATION PATH IS DEFINED BY NODES:      1      406      162
WITH NODE      1 AS THE CRACK-TIP NODE

USE MATERIAL PROPERTIES FOR MATERIAL NUMBER      1
EX =  0.30000E+08  NUXY =  0.30000  AT TEMP =  0.0000

**** KI =  1.0620   ,   KII =  0.0000   ,   KIII =  0.0000   ****

```

Figura III.5.- Resultado de K_I para el primer ejemplo

III.5.2.- Análisis en 2D, elemento usado PLANE 82

El siguiente ejemplo analizado es en 2D, usando un elemento PLANE 82, el cual cuenta con 8 nodos (4 en los extremos y 4 intermedios) y dos grados de libertad en cada nodo (desplazamiento en X y Y) por lo que es necesario agregar el grado de libertad de rotación en Z .

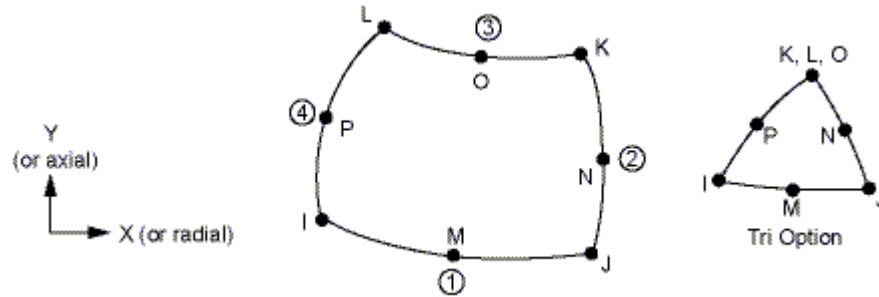


Figura III.6.- Elemento PLANE 82

El modelo en 2D empleado para el análisis es mostrado en la Figura III.7, y el resultado obtenido para el modelo numérico en la Figura III.8.

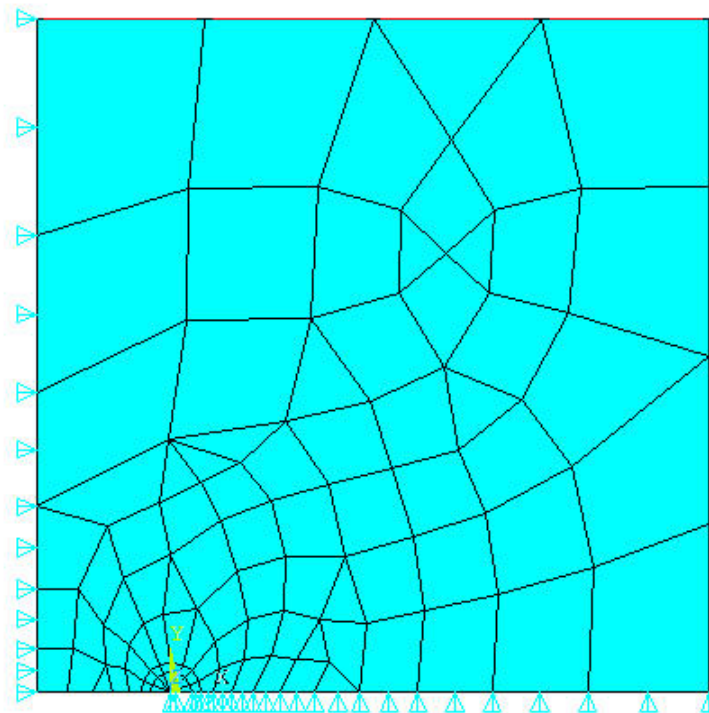


Figura III.7.- Modelo numérico en 2D

```

**** CALCULATE MIXED-MODE STRESS INTENSITY FACTORS ****

ASSUME PLANE STRAIN CONDITIONS

ASSUME A HALF-CRACK MODEL WITH SYMMETRY BOUNDARY CONDITIONS (USE 3 NODES)

EXTRAPOLATION PATH IS DEFINED BY NODES:      1      66      65
WITH NODE      1 AS THE CRACK-TIP NODE

USE MATERIAL PROPERTIES FOR MATERIAL NUMBER      1
EX =  0.30000E+08  NUXY =  0.30000  AT TEMP =  0.0000

**** KI =  1.0587  ,  KII =  0.0000  ,  KIII =  0.0000  ****

```

Figura III.8.- Resultado de K_I para el segundo ejemplo

III.5.3.- Análisis en 3D, elemento usado SOLID 186 y SOLID 185

La diferencia de los elementos utilizados con anterioridad en el primer ejemplo, en un modelo en 3D, es básicamente los tipos de análisis que son permitidos para estos elementos, y la finalidad de usar los diferentes elementos es para observar si hay alguna variación entre el resultado y el tiempo de análisis.

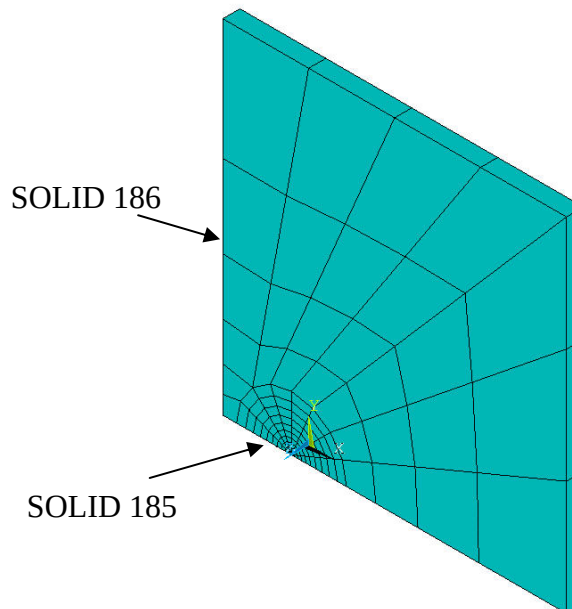


Figura III.9.- Modelo numérico en 3D

El tipo de elemento usado en la punta de grieta es el SOLID 185 y en los alrededores de la punta de grieta el SOLID 186. Cabe señalar que la diferencia de elementos se debe a que se quiere encontrar alguna diferencia entre los resultados obtenidos en cada uno de los ejemplos. Es por eso que se selecciona un elemento adecuado y con una gran cantidad de nodos en la punta de grieta. El modelo en 3D usado se puede observar en la Figura III.9, y en la Figura III.10 se puede observar el valor de K_I para este último ejemplo.

```

**** CALCULATE MIXED-MODE STRESS INTENSITY FACTORS ****

ASSUME PLANE STRAIN CONDITIONS

ASSUME A HALF-CRACK MODEL WITH SYMMETRY BOUNDARY CONDITIONS (USE 3 NODES)

EXTRAPOLATION PATH IS DEFINED BY NODES:      1      406      162
WITH NODE      1 AS THE CRACK-TIP NODE

USE MATERIAL PROPERTIES FOR MATERIAL NUMBER      1
EX =  0.30000E+08  NUXY =  0.30000  AT TEMP =  0.0000

**** KI =  1.0595  ,  KII =  0.0000  ,  KIII =  0.0000  ****

```

Figura III.10.- Resultado de K_I para el tercer ejemplo

III.5.4.- Desarrollo analítico del caso de estudio

Para poder realizar el ejercicio de forma analítica se hace uso de la Tabla III.4, de donde se obtienen las ecuaciones para poder realizar el desarrollo matemático y para desarrollar el cálculo del Factor de Intensidad de Esfuerzos se tiene:

$$K_I = C\sigma\sqrt{\pi a} \quad \text{III.1}$$

Para el cálculo del Factor de corrección, se tiene:

$$C = 1 + 0.256\left(\frac{a}{W}\right) - 1.152\left(\frac{a}{W}\right)^2 + 12.200\left(\frac{a}{W}\right)^3 \quad \text{III.2}$$

Se resuelve con los datos de la Tabla III.2 y los datos obtenidos se tabulan en la Tabla III.3, tal como se muestra a continuación:

Tabla III.3.- Resultados analíticos y numéricos

Ejemplo	Analítico	Ansys	Error %
3D-Elementos SOLID95 y SOLID45	1.0249	1.0620	3.61%
2D-Elemento PLANE 82	1.0249	1.0587	3.29%
3D-Elementos SOLID186 y SOLID185	1.0249	1.0595	3.37%

III.6.- Casos de estudio

En este trabajo de investigación se analizarán dos casos de estudio, se obtendrá el *Factor de Intensidad de Esfuerzos* en dos probetas estandarizadas. El objetivo principal de este estudio es determinar el grado de exactitud del *MEF* en comparación con los resultados obtenidos de manera analítica. Se decidió hacer el análisis de forma en 2D por la disminución de la complejidad de programación, el tiempo de cómputo es menor y los requerimientos computacionales también son los mínimos necesarios de una computadora. Las probetas que se simularon son las siguientes:

- Placa agrietada en el centro (Figura III.11a) [III.13].
- Espécimen a flexión agrietada en el centro (*SENB*) (Figura III.11b) [III.14].

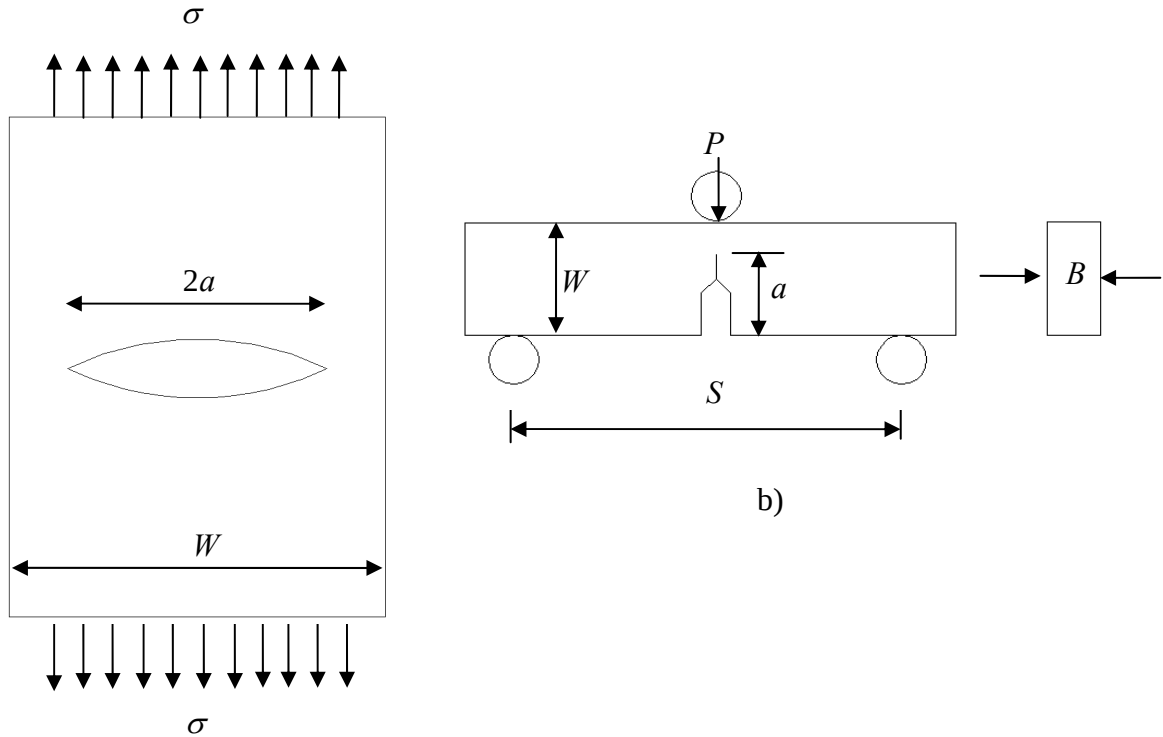


Figura III.11.- Especímenes a simular.
a) Placa agrietada en el centro. b) Viga a flexión *SENB*.

Para este estudio, las probetas antes mencionadas serán sometidas al efecto del crecimiento de grieta a y la configuración de carga será constante. Para poder determinar el *Factor de Intensidad de Esfuerzos* K , es importante mencionar que en este trabajado se aplicará un programa computacional comercial que aplica el *Método de elemento Finito* denominado Ansys[®], con la finalidad de simular el comportamiento de la probeta bajo la acción de la carga y la longitud de grieta. El modo de carga al que se someterán las probetas será el Modo I (Figura I.12 del Capítulo I), este modo de carga se caracteriza por tensionar la probeta de forma perpendicular a la cara de grieta. La simulación del material se realizará de una manera bilineal, donde la primera pendiente del material es la zona elástica y está definida por el origen hasta el esfuerzo de cedencia. Mientras la segunda pendiente será la zona elasto-plástica y está definida entre el esfuerzo de cedencia hasta el esfuerzo máximo. Las propiedades del material son las tabuladas en la Tabla III.4:

Tabla III.4.- Propiedades del material

Propiedades mecánicas	Sistema métrico
Esfuerzo de cedencia (σ_y)	400 MPa
Deformación de cedencia (ε_y)	0.002
Esfuerzo máximo (σ_m)	600 MPa
Deformación máxima (ε_m)	0.01
Módulo Elástico (E)	200 GPa
Relación de Poisson (ν)	0.28

III.7.- Evaluación analítica del Factor de Intensidad de Esfuerzos

A nivel mundial, se encuentra muy bien establecido que el *Factor de Intensidad de Esfuerzos* K es una medida que proporciona que tan severo es el efecto de la introducción de una grieta en un componente y como definición formal se tiene la siguiente expresión [III.15]:

$$K_I = \lim_{r, \theta \rightarrow 0} (\sigma_y \sqrt{2\pi r}) \quad \text{III.3}$$

La forma conveniente para expresarlo es [III.14]:

$$K_I = C \sigma \sqrt{\pi a} \quad \text{III.4}$$

Donde C corresponde a un factor de corrección que depende básicamente de la geometría y de la relación a/W (longitud de grieta y ancho del espécimen) y σ es el esfuerzo característico de la probeta en el momento de hacer la prueba y su cálculo es arbitrario dependiendo exclusivamente de las condiciones de carga en el instante. Para el caso de una placa con grieta en el centro se tienen las siguientes formulas (Tabla III.5) [III.15]:

Tabla III.5.- Ecuaciones para el cálculo de K para una placa con grieta en el centro

Factor de intensidad de Esfuerzos	Factor geométrico C
$K_I = C \sigma \sqrt{\pi a}$	$C = 1 + 0.256 \left(\frac{a}{W} \right) - 1.152 \left(\frac{a}{W} \right)^2 + 12.200 \left(\frac{a}{W} \right)^3$

Para el caso del espécimen *SENB*, se tienen las siguientes fórmulas (Tabla III.6):

Tabla III.6.- Ecuaciones para el cálculo de K para un espécimen *SENB*

Factor de intensidad de Esfuerzos	Factor de corrección $f\left(\frac{a}{W}\right)$
$K_I = \frac{P \cdot S}{BW^{\frac{3}{2}}} \cdot f\left(\frac{a}{W}\right)$	$f\left(\frac{a}{W}\right) = \frac{3\left(\frac{a}{W}\right)^{\frac{1}{2}} \left[1.99 - \frac{a}{W} \left(1 - \frac{a}{W}\right) \left\{ 2.15 - 3.93\left(\frac{a}{W}\right) + 2.7\left(\frac{a}{W}\right)^2 \right\} \right]}{2\left(1 + 2\frac{a}{W}\right)\left(1 - \frac{a}{W}\right)^{\frac{3}{2}}}$

III.7.1.- Desarrollo analítico para el primer caso de estudio (placa con grieta en el centro)

Para efectos del estudio que se presenta en esta tesis y para el desarrollo de los cálculos se ocupan las siguientes dimensiones $W = 40$ mm y $a = 1$ mm. La notación de las dimensiones utilizadas tiene como referencia la Figura III.3. El cálculo analítico del factor de intensidad de esfuerzos esta dado por la fórmula III.2 y su correspondiente factor de corrección geométrico (Tabla 2):

$$C = 1 + 0.256\left(\frac{a}{W}\right) - 1.152\left(\frac{a}{W}\right)^2 + 12.200\left(\frac{a}{W}\right)^3$$

Sustituyendo los valores para obtener C y sacando la relación a/W sustituyendola como α en la ecuación, se tiene:

$$C = 1 + 0.256(\alpha) + 1.152(\alpha)^2 + 12.2(\alpha)^3 \quad \text{III.2a}$$

Donde $\alpha = 0.025$, se sustituye:

$$C = 1 + 0.256(0.025) + 1.152(0.025)^2 + 12.2(0.025)^3 \quad \text{III.2b}$$

El valor finalmente es $C = 1.007310$. Finalmente con el valor de C calculado, se sustituye en la Ecuación III.2, por lo tanto:

$$K_I = (1.007310)(\sigma)\sqrt{\pi a} \quad \text{III.2c}$$

Para obtener el valor del esfuerzo, se obtiene de la siguiente fórmula, que para efecto de poder comprobar la exactitud entre un método y otro se decide definir el valor del esfuerzo como $\sigma = 100 \text{ MPa}$.

Calculando el valor K para la placa con grieta en el centro, se tiene:

$$K_I = C\sigma\sqrt{\pi a}$$

$$K_I = (1.007310)(100)\sqrt{\pi(1)} = 178.54$$

Para una grieta de 1 mm el factor de intensidad de esfuerzos calculado analíticamente es de $178.54 \text{ MPa}\sqrt{\text{mm}}$.

III.7.2.- Análisis numérico del primer caso de estudio (placa agrietada en el centro)

El proceso de analisis numérico se realizó por medio del *MEF* en un paquete computacional comercial. Es necesario hacer mención que para el primer caso de estudio, el modelo que se trabajo fue considerando un cuarto del total de la probeta y aplicando condiciones de simetría, esto fue para ahorrar recurso computacionales y tiempo. Mientras que para el segundo caso se desarrolló la misma técnica y se simuló la mitad de la probeta total. La Figura III.12 muestra la simulación numérica de la placa agrietada en el centro. Las condiciones de frontera (simetría) y la aplicación del agente externo (presión), tambien se presenta en esta figura. Es importante resaltar, que la simulación de la grieta se desarrolla por una falta de efecto en la condición de frontera en la base de la placa, donde se ha dejado una zona de la placa sin acción en la condición de frontera.

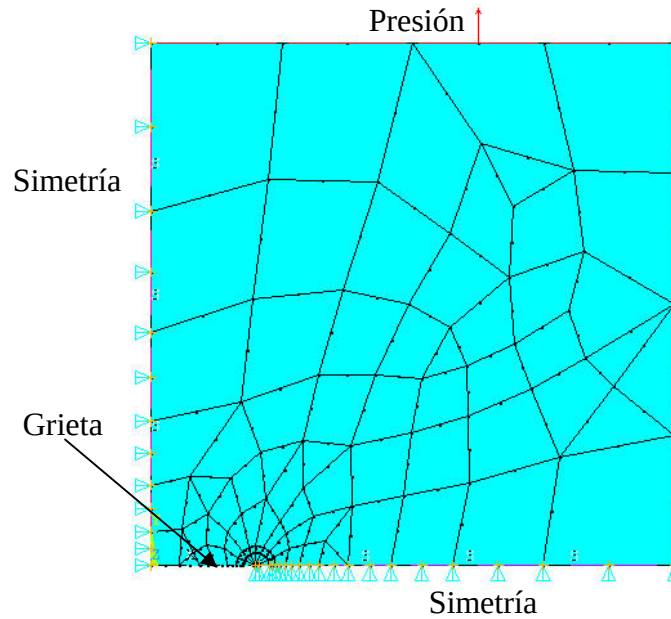


Figura III.12.- Geometría para el modelo a analizar y condiciones de frontera

III.7.2.1.- Requerimientos para el análisis

Para el desarrollo de este trabajo de investigación se realizaron las siguientes consideraciones [III.16]:

- *Tipo de análisis.-* Estructural, bidimensional y considerando la teoría de esfuerzo plano.
 - *Tipo de material.-* Elástico-lineal, isotrópico, homogéneo y continuo. Las propiedades que se van a utilizar tan sólo consideran el módulo de Young y la relación de Poisson ($E = 200 \text{ GPa}$ y $\nu = 0.28$). Que establece que el análisis será del tipo de *Mecánica de la Fractura Lineal Elástico*.
 - *Geometría.-* Se utilizan puntos, lineales y aéreas para determinar la geometría que simulará al componente mecánico en estudio. Asimismo, por medio de condiciones de simetría se establece el comportamiento total de la pieza.
 - *Discretización.-* El elemento utilizado para este estudio, es un sólido bidimensional, denominado *PLANE82*. El elemento cuenta con 8 nodos (4 en los extremos y 4
-
- Análisis numérico de la apertura y cierre de grieta con historia y sin historia previa en un material aplicable en implantes biomecánicos

intermedios) y dos grados de libertad en cada nodo (desplazamiento en X y Y) por lo que es necesario agregar el grado de libertad de rotación en Z . El elemento tiene capacidades para análisis del tipo plásticos, fatiga, análisis térmicos, análisis en estructuras rigidizadas o debilitadas y en análisis con grandes deformaciones. La discretización del continuo se desarrolla en dos partes. La primera es libre para el total de la geometría y la segunda, es un mallado especial para la punta de la grieta.

- *Condiciones de frontera y aplicación del agente externo.*- Las condiciones de frontera utilizadas en este trabajo son de simetría sobre líneas determinadas y desarrollando el efecto de grieta. Las cargas aplicadas en el modelo están siendo consideradas lo suficientemente grandes como para poder rebasar el esfuerzo de cedencia del material y en los casos que sea necesario poder inducir un campo de esfuerzos residuales, debido a la distribución no homogénea de los esfuerzos en la probeta.

III.7.3.- Solución numérica: Primer caso de estudio (placa con grieta en el centro)

En la Figura III.13 se puede observar las dimensiones para realizar la geometría de la probeta para efectuar el análisis numérico por medio de la aplicación del *MEF*. En la Figura III.14 se puede observar que la punta de grieta para el análisis numérica tiene un tipo de mallado especial, esta condición corresponde a la necesidad necesaria para calcular K_I .

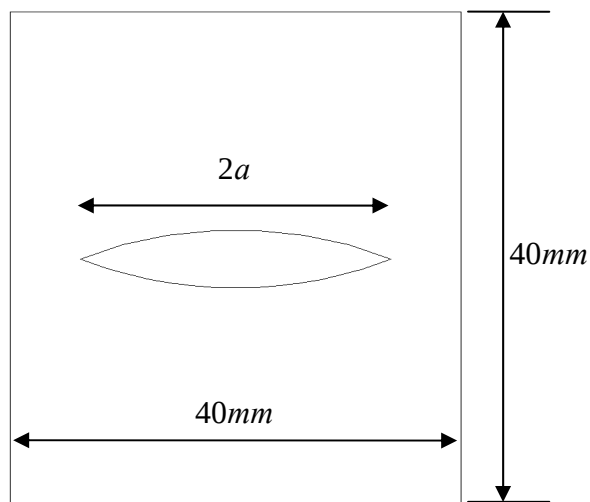


Figura III.13.- Consideraciones para la geometría del modelo usado

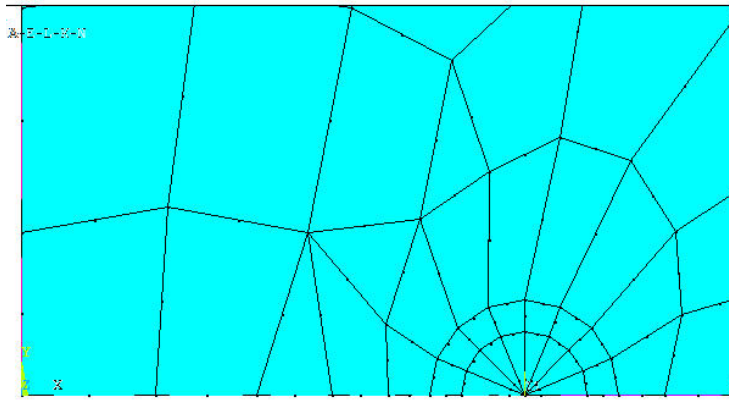


Figura III.14.- Discretización de la punta de grieta

Otro punto importante que se tiene que especificar en el programa computacional con aplicación de *MEF*, es el sentido de propagación que presenta la grieta o cara de la falla (*crack face*). Lo anterior es con la finalidad, para que el programa computacional sea capaz de realizar los cálculos concernientes de una manera adecuada al momento de resolver el sistema mecánico en cuestión. Posteriormente, por medio del procesador de solución se resuelve la simulación numérica del sistema, como se puede apreciar en la Figura III.15. En la Figura III.15 se presentan la distribución de esfuerzos en *X*.

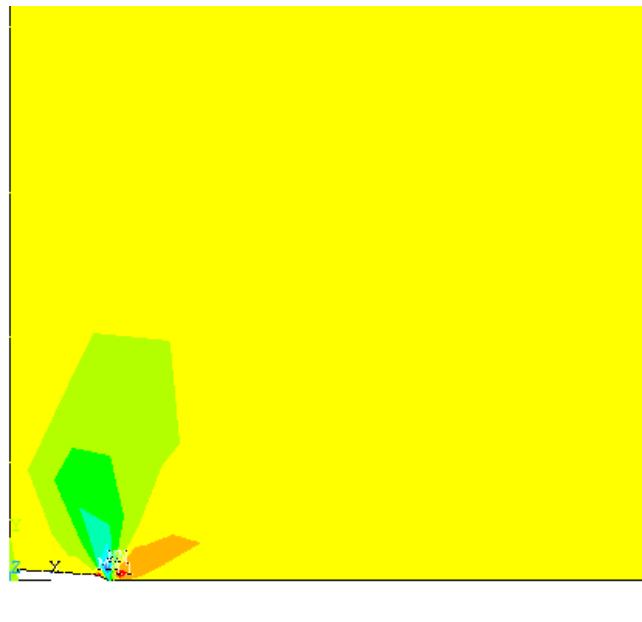


Figura III.15.- Solución numérica para el primer caso de estudio

Como se puede observar en la Figura III.15, en la punta de grieta se puede observar la concentración de esfuerzos y en la Figura III.16 se puede observar el valor obtenido para el factor de intensidad de esfuerzos en la misma simulación numérica del modelo realizado.

```

**** CALCULATE MIXED-MODE STRESS INTENSITY FACTORS ****

ASSUME PLANE STRESS CONDITIONS

ASSUME A HALF-CRACK MODEL WITH SYMMETRY BOUNDARY CONDITIONS (USE 3 NODES)

EXTRAPOLATION PATH IS DEFINED BY NODES:      22      32      30
WITH NODE      22 AS THE CRACK-TIP NODE

USE MATERIAL PROPERTIES FOR MATERIAL NUMBER      1
EX = 0.20000E+06  NUXY = 0.28000  AT TEMP = 0.0000

**** KI = 167.44 , KII = 0.0000 , KIII = 0.0000 ****

```

Figura III.16.- Resultado numérico para el primer caso de estudio ($a = 1 \text{ mm}$)

Para efectos de este trabajo de investigación, se pretende corroborar que el método analítico usado y el método numérico ambos tienen la capacidad de proporcionar resultados lo suficientemente *semejantes* para poder ser *validados*. Es por esta razón que se realizan los mismos cálculos para diferentes longitudes de grieta y los resultados se pueden observar en la siguiente tabla (Tabla III.7).

Tabla III.7.- Resultados analíticos y numéricos

No.	Longitud de grieta a	Resultado analítico K_I	Resultado numérico K_I	Porcentaje de error %
1	1 mm	178.28	167.44	6.08%
2	2 mm	253.53	249.05	1.76%
3	3 mm	312.48	313.8	0.42%
4	4 mm	363.80	371.56	2.13%
5	5 mm	411.32	427.48	3.92%
6	6 mm	457.45	459.76	0.5%
7	7 mm	504.074	515.18	2.2%

8	8 mm	552.82	577.55	4.47%
9	9 mm	605.24	592.68	2.07%
10	10 mm	662.86	655.17	1.16%
11	11 mm	727.18	722.07	0.7%
12	12 mm	799.74	796.76	0.37%
13	13 mm	882.12	879.63	0.28%
14	14 mm	975.92	974.69	0.12%
15	15 mm	1082.80	1087.1	0.39%

De la tabla anterior, es posible determinar que el resultado de los dos métodos son semejantes con un porcentaje de *error muy bajo*. Es por esta razón que el método numérico ha sido validado.

III.8.- Desarrollo analítico para el segundo caso de estudio, espécimen SENB

De la Tabla III.3 se tiene la siguiente expresión matemática:

$$K_I = \frac{P \cdot S}{BW^{\frac{3}{2}}} \cdot f\left(\frac{a}{W}\right) \quad \text{III.5}$$

De donde se tiene:

$$f\left(\frac{a}{W}\right) = \frac{3\left(\frac{a}{W}\right)^{\frac{1}{2}} \left[1.99 - \frac{a}{W} \left(1 - \frac{a}{W} \right) \left\{ 2.15 - 3.93 \left(\frac{a}{W} \right) + 2.7 \left(\frac{a}{W} \right)^2 \right\} \right]}{2 \left(1 + 2 \frac{a}{W} \right) \left(1 - \frac{a}{W} \right)^{\frac{3}{2}}} \quad \text{III.6}$$

Sustituyendo la Ecuación III.6 para obtener el factor de corrección $f(a/W)$, se tiene para una longitud de grieta $a = 1 \text{ mm}$ y con las dimensiones geométricas especificadas en la Figura III.17:

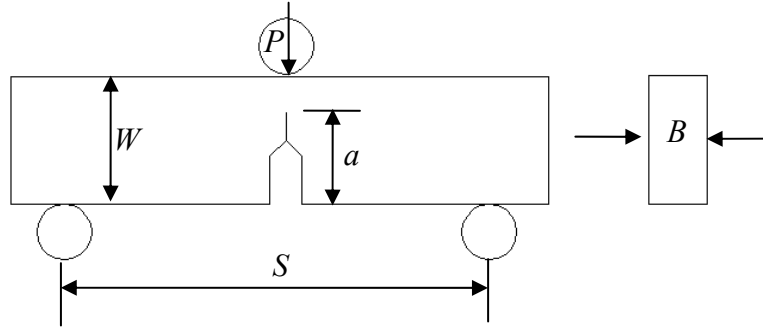


Figura III.17.- Parámetros utilizados en la probeta *SENB* agrietada

Dónde:

$$W = 10mm$$

$$a = 1mm$$

$$S = 200mm$$

$$B = 1mm$$

$$P = 75 N$$

Sustituyendo los valores antes descritos en la ecuación, se puede obtener:

$$f\left(\frac{a}{W}\right) = \frac{3\left(\frac{a}{W}\right)^{\frac{1}{2}} \left[1.99 - \frac{a}{W} \left(1 - \frac{a}{W} \right) \left\{ 2.15 - 3.93 \left(\frac{a}{W} \right) + 2.7 \left(\frac{a}{W} \right)^2 \right\} \right]}{2 \left(1 + 2 \frac{a}{W} \right) \left(1 - \frac{a}{W} \right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$f\left(\frac{a}{W}\right) = \frac{3\left(\frac{1}{10}\right)^{\frac{1}{2}} \left[1.99 - \frac{1}{10} \left(1 - \frac{1}{10} \right) \left\{ 2.15 - 3.93 \left(\frac{1}{10} \right) + 2.7 \left(\frac{1}{10} \right)^2 \right\} \right]}{2 \left(1 + 2 \frac{1}{10} \right) \left(1 - \frac{1}{10} \right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$f\left(\frac{a}{W}\right) = 0.8259$$

Una vez obtenido el factor de corrección, se utiliza la Ecuación III.7 y se sustituyen los valores, teniendo como valor determinado para el *factor de intensidad de esfuerzos* el siguiente:

$$K_I = \frac{P \cdot S}{BW^{\frac{3}{2}}} \cdot f\left(\frac{a}{W}\right)$$

$$K_I = \frac{(75)(200)}{(1)(10)^{\frac{3}{2}}} \cdot (0.8259) = 401.7 \text{ MPa}\sqrt{\text{mm}}$$

III.8.1.- Desarrollo numérico para el segundo caso de estudio, espécimen SENB

En la Figura III.18 se puede observar la consideración inicial que se realizó antes de iniciar el modelado en el programa computacional con aplicación de *MEF*, al igual que en el caso de estudio anterior, se consideró la mitad del espécimen y haciendo uso de las consideraciones de simetría el programa es capaz de realizar la simulación como si fuese la probeta completa.

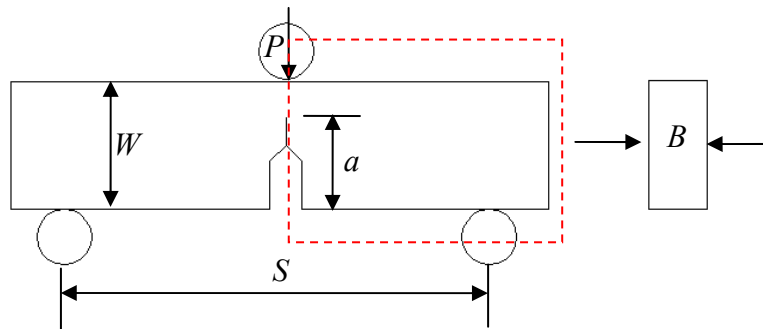


Figura III.18.- Consideración para el modelado en *MEF*

En la figura anterior se puede observar claramente que se decidió utilizar la mitad de la geometría del espécimen para la simulación numérica por medio del *MEF*. Por consiguiente, también es necesario definir las condiciones de frontera y carga. En la Figura III.19 se puede observar de manera más explícita lo antes mencionado.

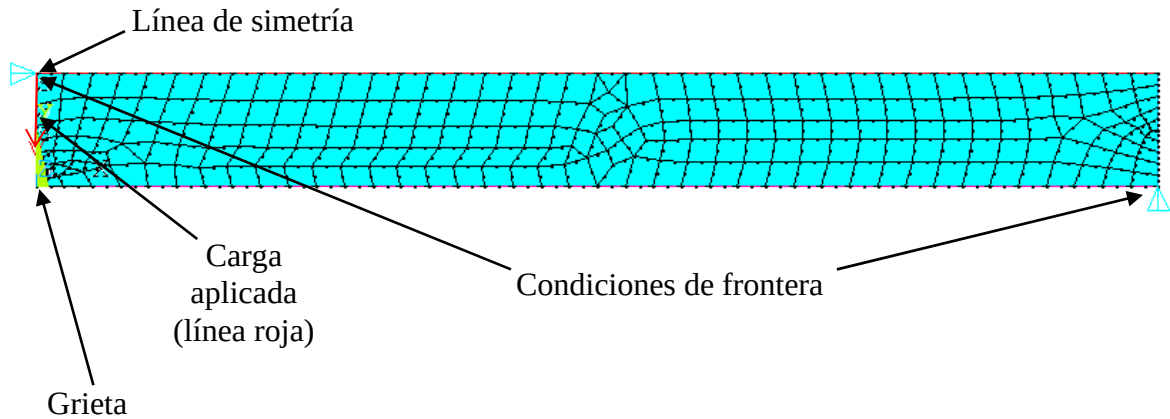


Figura III.19.- Condiciones de frontera y carga aplicada restricción

Como en el caso anterior el mallado en la punta de grieta es especial y necesario para poder calcular K_I de forma numérica (Figura III.20).

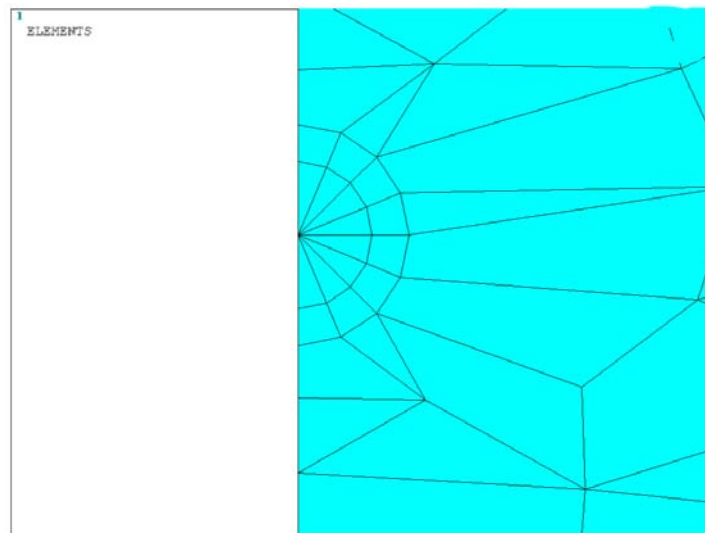


Figura III.20.- Acercamiento en punta de grieta

Una vez terminado el modelo para la aplicación del *MEF*, se procede a resolver el problema para obtener el *factor de intensidad de esfuerzos* para las condiciones de carga establecidas. En la Figura III.21 se puede observar el resultado numérico para este caso de estudio y en la Figura III.22 un acercamiento de grieta del mismo espécimen.

Para efectos de estar en la posibilidad de validar la simulación numérica para el segundo caso de estudio, se obtendrá el valor de K_I a lo largo de distintas longitudes de grieta ($1mm - 9mm$) de manera analítica y numérica, con la finalidad de poder verificar que el porcentaje de error que sea lo suficientemente aceptable entre los dos métodos. En la Figura III.23 se puede observar el resultado numérico obtenido.

Como se había escrito, se pretende validar el método numérico para el segundo caso de estudio. A continuación se presente una tabla de los valores de K_I calculados analíticamente y obtenidos de forma numérica para diferentes longitudes de grieta con una carga constante. En la Tabla III.8 se expone los resultados antes mencionado:

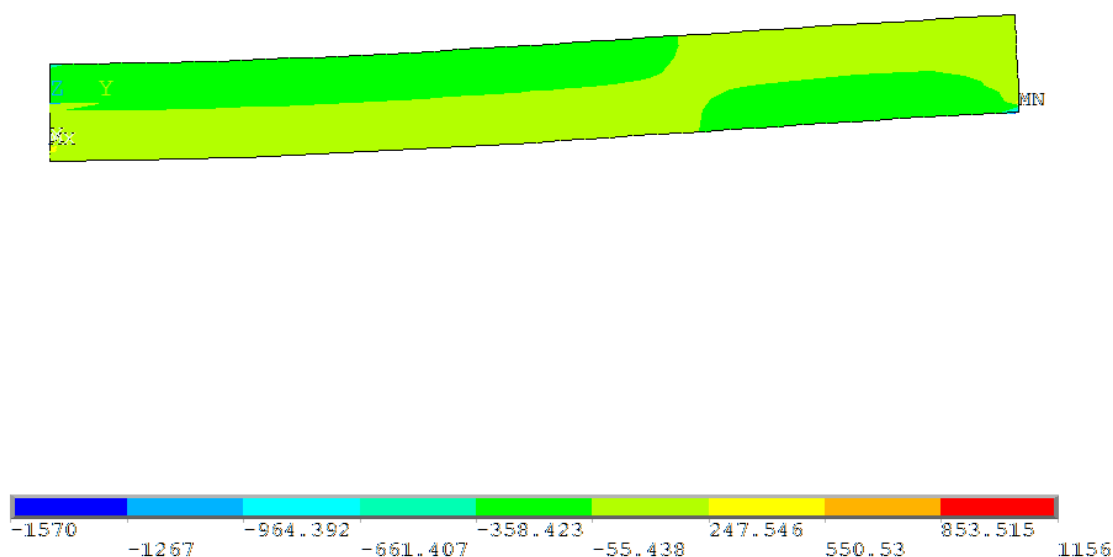


Figura III.21.- Una solución numérica para el segundo caso de estudio

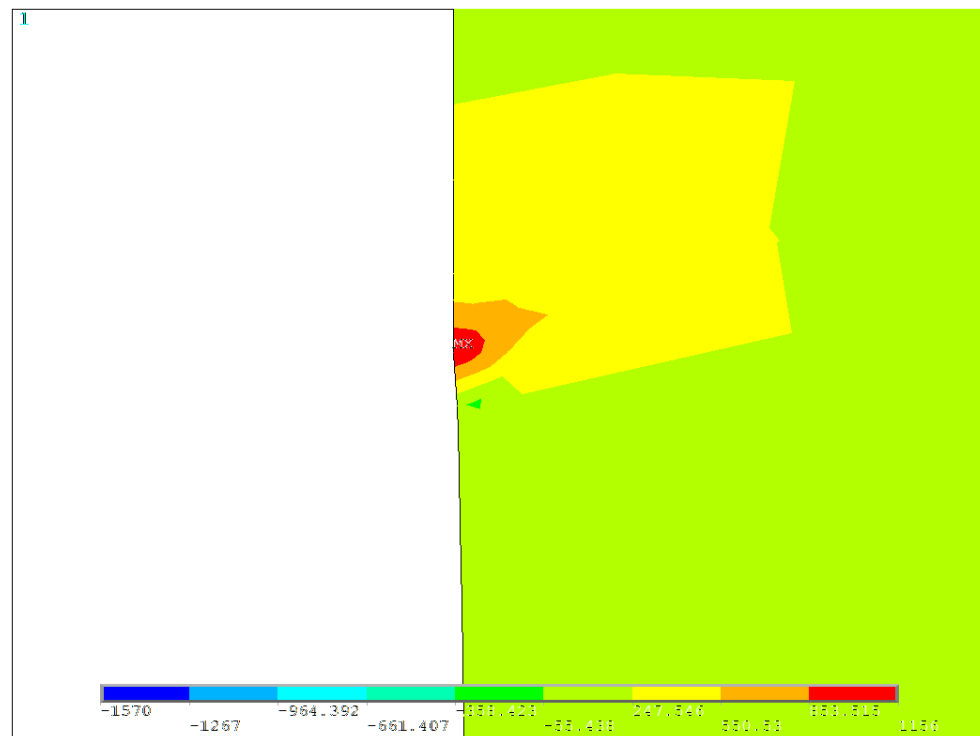


Figura III.22.- Acercamiento a la punta de grieta

```

***  CALCULATE MIXED-MODE STRESS INTENSITY FACTORS  ***

ASSUME PLANE STRESS CONDITIONS

ASSUME A HALF-CRACK MODEL WITH SYMMETRY BOUNDARY CONDITIONS (USE 3 NODES)

EXTRAPOLATION PATH IS DEFINED BY NODES:      1      219      217
WITH NODE      1 AS THE CRACK-TIP NODE

USE MATERIAL PROPERTIES FOR MATERIAL NUMBER      1
EX =  0.20000E+06  NUXY =  0.28000  AT TEMP =  0.0000

***  KI =  418.72  ,  KII =  0.0000  ,  KIII =  0.0000  ***

```

Figura III.23.- Valor de K_I obtenido numéricamente

Tabla III.8.- Resultados analíticos y numéricos

No.	Longitud de grieta a	Resultado analítico K_I	Resultado numérico K_I	Porcentaje de error
1	1mm	401.77	418.72	4.21%

Análisis numérico de la apertura y cierre de grieta con historia y sin historia previa en un material aplicable en implantes biomecánicos

2	2mm	557.25	508.02	8.83%
3	3mm	721.59	709.05	1.73%
4	4mm	940.05	859.55	8.56%
5	5mm	1262.93	1021.1	19.14%
6	6mm	1789.02	1180.6	34.008%
7	7mm	2775.06	1282	53.8%
8	8mm	5124.42	1234.9	75.9%
9	9mm	14621.58	934.6	93.6%

III.9.- Sumario

En el presente capítulo se realizaron diferentes ejemplos para la obtención de forma numérica el factor de intensidad de esfuerzos, con la finalidad de observar alguna diferencia entre diferentes elementos y formas de análisis, en específico en 2D y 3D. Se decidió realizar los análisis en 2D por dos razones principalmente:

- El tiempo de análisis es más corto que usando modelos en 3D.
- Los requerimientos de cómputo necesarios son mínimos, pudiendo eliminar el uso de sistemas computacionales potentes y caros.

Se hizo la comparación de los dos métodos, el numérico y el analítico, quedando aceptado el método numérico como método de solución para este tipo de problemas. En el próximo capítulo se obtendrán los campos de esfuerzos residuales en las probetas, así como los diferentes resultados que se obtienen al hacer modificaciones en la discretización del material y sus requerimientos de modelado y discretización, para poder realizar un modelado óptimo y que proporcione resultados muy aproximados a los esperados.

III.10.- Referencias

- 1.- Segerling, L. J., *Applied Finite Element Analysis*, Ed. John Wiley & Sons, pp 11-13, 1984.
- 2.- Urriolagoitia-Sosa, G., Romero-Ángeles, B., Hernández-Gómez, L. H., Urriolagoitia-Calderón, G., Beltrán-Fernández, J. A. y Torres-Torres, C., Evaluation of the impact of residual stresses in crack initiation with the application of the Crack Compliance Method

- Part I, Numerical Analysis, *Applied Mechanics and Materials*, Vol. 24-25, pp 253-259, 2010.
- 3.- Nakasone, Y., Yoshimoto, S. y Stolarski, T. A., *Engineering Analysis with Ansys Software*, Ed. Elsevier Butterworth-Heinemann, pp 1-30, 2006.
- 4.- Aquino, D., Villas, N. A., Ayllón, E., Agüera, F. y Fierro, V., Modelización de fisuras estacionarias en materiales dúctiles, *Congreso SAM/CONAMET*, pp 1679-1684, 2007.
- 5.- Woolfson, M. M. y Pert, G. J., *An Introduction to Computer Simulation*, Ed. Oxford University Press, pp 1-33, 1999.
- 6.- Urriolagoitia-Sosa, G., *Analysis of prior strain history effect on mechanical properties and residual stresses in beams*, PhD thesis, Oxford Brookes University, 2005.
- 7.- Farrashkhalvat, M. y Miles, J. P., *Basic Structured Grid Generation*, Ed. Butterworth Heinemann, pp 1-19, 2003.
- 8.- Singiresu, S. R., *The Finite Element Method in Engineering*, Ed. Elsevier Science & Technology Books, pp 53-80, 2004.
- 9.- Morejón, J. P., Jacomino, J. G., Morales, F. R., Rodríguez, Y. G., Crespo, A. C., Cedré, E. D. y Scott, A. D., Metodología de modelación mediante Ansys de historia térmica, tensiones y deformaciones de soldadura, *Revista de la Facultad de Ingeniería Universidad Central de Venezuela*, Vol. 24, pp 13-26, 2009.
- 10.- Urriolagoitia-Sosa, G., Urriolagoitia-Calderón, G., Hernández-Gómez, L. H., Romero Ángeles, B., Torres Torres, C., Rodríguez Martínez, R., Evaluación numérica del proceso de granallado y determinación del campo de esfuerzos residuales por medio del método de respuesta de grieta, *Revista: Métodos numéricos para cálculo y diseño en Ingeniería*, Vol. 26, pp 203-208, 2010.
- 11.- Madenci, E., Guven, I., *The Finite Element Method and Applications in Engineering using Ansys*, Ed. Springer, pp 15-25, 2006.
- 12.- Brown, W. F., Srawley, J. E., *Plane Strain Crack Toughness Testing of High Strength Materials*, ASTM STP-410, 1996.
- 13.- ASTM E399-90, *Standard test method for Plane-Strain Fracture Toughness of Metallic Materials*, West Conshohocken, PA., pp 1-34, 1997.
- 14.- ASTM E399-90, *Standard test method for Plane-Strain Fracture Toughness of Metallic Materials*, West Conshohocken, PA., pp 14, 1997.

-
- 15.- Fett, T., Munz, D., *Stress intensity Factors and Weight Functions*, Computational Mechanics Publications, pp 1-4, 1997.
 - 16.- Urriolagoitia-Sosa, G., Romero-Ángeles, B., Hernández-Gómez, L. H., Urriolagoitia-Calderón, G., Beltrán-Fernández, J. A., Torres-Torres, C., Evaluation of the impact of Residual Stresses in Crack Initiation with the Application of the Crack Compliance Method Part 1, *Numerical Analysis, Applied Mechanics and Materials*, Vol. Advances in Experimental Mechanics VII, pp 253-259, 2010.

IV.1.- Introducción

Es bien sabido que casi todos los materiales ingenieriles, componentes o estructuras se pueden conseguir libres completamente de esfuerzos residuales, esto trae como consecuencia que, si no son bien conocidos los esfuerzos que son posibles de alcanzar en servicio, el diseño de los componentes no es el óptimo. Es por esta razón que muchas veces es necesario poder realizar un estudio numérico de cómo se comporta el material ante la acción de agentes externos y como éstos afectan al comportamiento real del material estudiado.

IV.2.- Origen y análisis de los esfuerzos residuales

La naturaleza del origen de los esfuerzos residuales pueden ser muchos, como se puede observar en la Figura IV.1, en una pieza manufacturada, dos piezas soldadas y desgaste entre dos piezas. [IV.1].

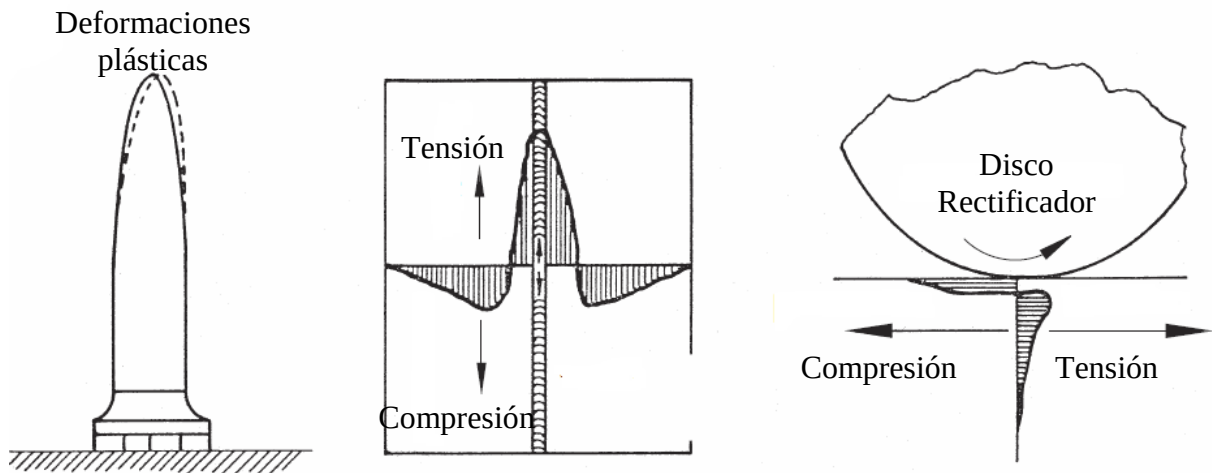


Figura IV.1.- Algunos orígenes de los esfuerzos residuales

Como ya se había explicado en el Capítulo II de este trabajo de investigación, existen diferentes métodos para medir el campo de esfuerzos residuales, procedimientos destructivos y no destructivos, siendo el método numérico (*no destructivo*) uno de los más usados para estudiar la magnitud de los esfuerzos producidos por agentes externos. Además de que es posible usarlo para estudiar el comportamiento del campo ante condiciones de *fatiga* [IV.2].

En este capítulo se realizará el estudio del campo de esfuerzos residuales ante diferentes longitudes de grieta, con dos tipos de discretización diferente, tal como se muestra en la Tabla IV.1, en la Figura IV.2 se puede observar la discretización propuesta para cada uno de los casos.

Tabla IV.1.- Vertientes para los casos de estudio

Casos de estudio	
Discretización como punta grieta	Discretización controlada (<i>mapped</i>)
Elemento PLANE 183	Elemento PLANE 183
Análisis para los dos especímenes	Análisis para los dos especímenes

De la tabla IV.1 se puede concluir que los casos de estudio son los mismos, en cuestión de geometría es la misma, para la discretización es diferente (*mapped* y *punta de grieta*), manteniéndose la misma cantidad de análisis para las diferentes probetas.

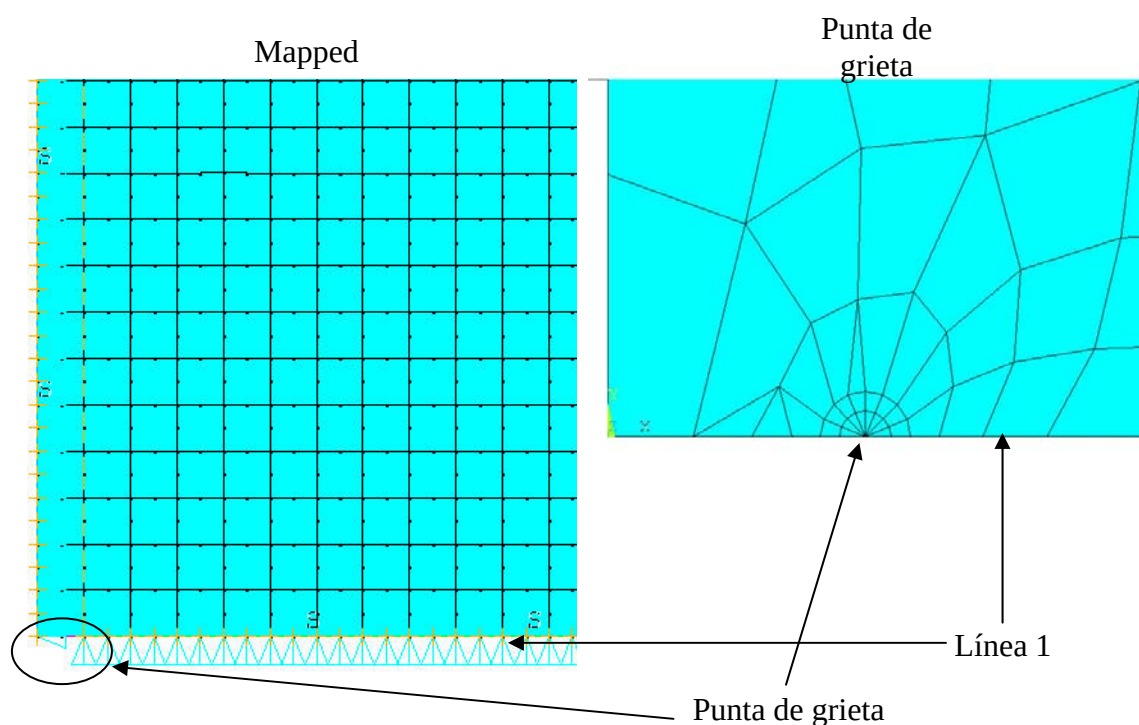


Figura IV.2.- Diferente discretización, obsérvese la punta de grieta

IV.3.- Análisis numérico para determinar esfuerzos residuales (placa con grieta en el centro)

Para realizar este análisis, es necesario aplicar un *agente externo* que sea capaz de pasar el punto de cedencia del material el cual está definido como: 400 MPa .

IV.3.1.- Procedimiento de análisis

Se conservan las condiciones del análisis presentadas con anterioridad en la Tabla III.3. En la Figura IV.3 se puede observar las condiciones de carga y frontera para este análisis y se observa que la línea de interés para estos análisis es la *línea 1* (Figura IV.3). El primer caso de estudio se realizará con una grieta de 1 mm para después ir aumentando su valor de 5 mm en 5 mm hasta llegar a los 15 mm .

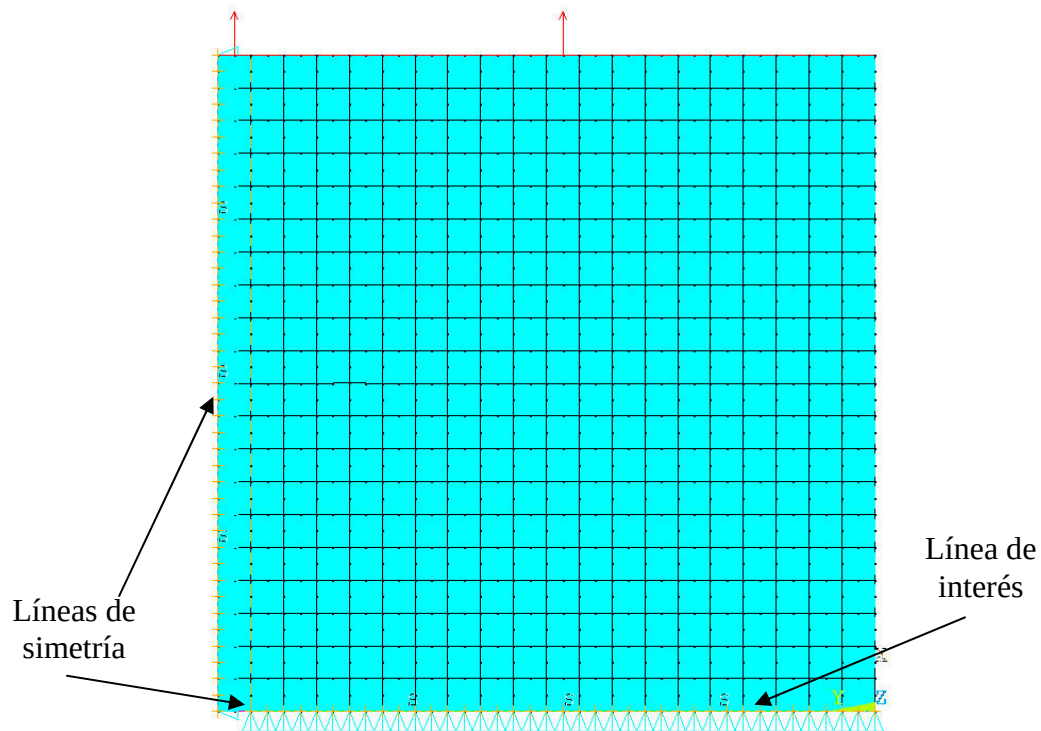


Figura IV.3.- Condición vectorial de descarga



Figura IV.5.- Resultado numérico, carga a 400 MPa

- *Single edge notched bending specimen (SENB)*, para esta probeta las condiciones de frontera son las especificadas en la Figura IV.6, para poder demostrar que la probeta va a llegar a su punto de cedencia con la carga aplicada se toma en cuenta la teoría de la Mecánica Clásica, la cual dicta que el esfuerzo en una viga a flexión es de:

$$\sigma = \frac{Mc}{I} \quad \text{IV.1}$$

De la cual, M es el momento flector y se define como $M = Pl$ siendo P la carga causante del momento flector y l es el brazo de palanca, c es la distancia del eje neutro a la fibra más lejana de la viga e I es el momento de inercia de la sección transversal de la viga; M se sustituye en la ecuación IV.1 y se obtiene la siguiente fórmula:

$$\sigma = \frac{Plc}{I} \quad \text{IV.2}$$

Despejando a P de la ecuación IV.2 se obtiene:

$$P = \frac{\sigma I}{lc} \quad \text{IV.3}$$

Sustituyendo los valores $I = 83.33$, $\sigma = 400 \text{ MPa}$, $l = 100$ y $c = 5$; el resultado que se obtiene es de 66.66 N , valor que se coloca en el modelo para comprobar que se carga le probeta de la manera que se espera. En la Figura IV.6 se puede observar las condiciones de carga y de frontera para el modelo de la probeta.

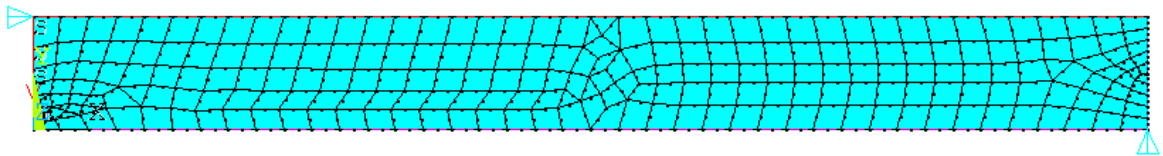


Figura IV.6.- Condiciones de frontera y de carga (línea roja)

Como se había mencionado la carga que se aplica de forma puntual es de 66.66 N y en el resultado numérico se tiene que observar el esfuerzo máximo alcanzado, el esfuerzo de cedencia. En la Figura IV.7, se puede observar el resultado numérico así como el esfuerzo máximo provocado en la viga que es de 399.93 MPa , el cual corresponde al esfuerzo de cedencia.

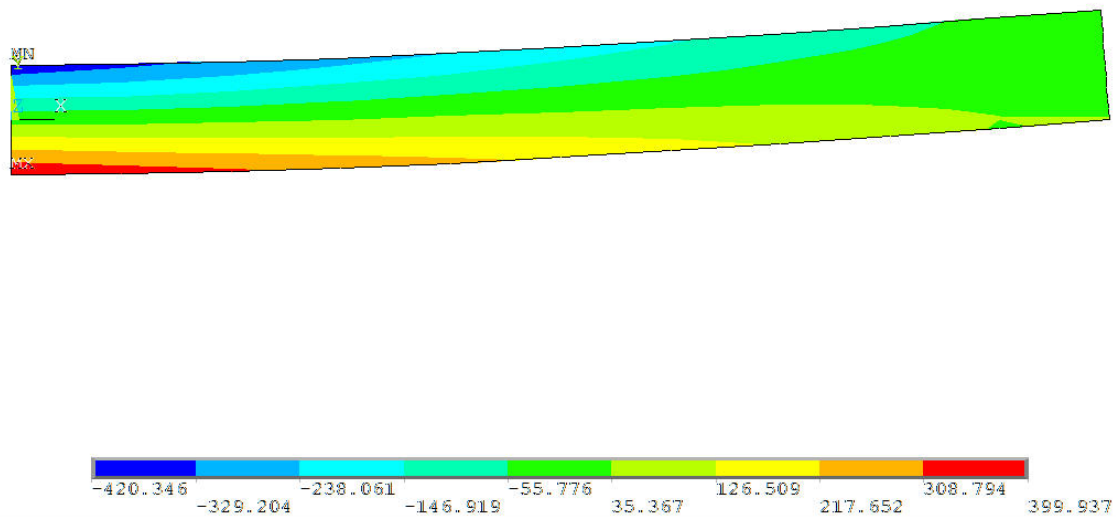


Figura IV.7.- Resultado numérico, obsérvese el valor máximo de 399.937 MPa

IV.3.2.1.- Grieta de 1 mm, discretización como punta de grieta

En la Figura IV.8a se puede observar la probeta a plena carga con un acercamiento en la punta de la grieta y en la Figura IV.8b se pueden observar la distribución de los esfuerzos residuales en la punta de grieta, la presión utilizada para este primer caso es de 200 MPa .

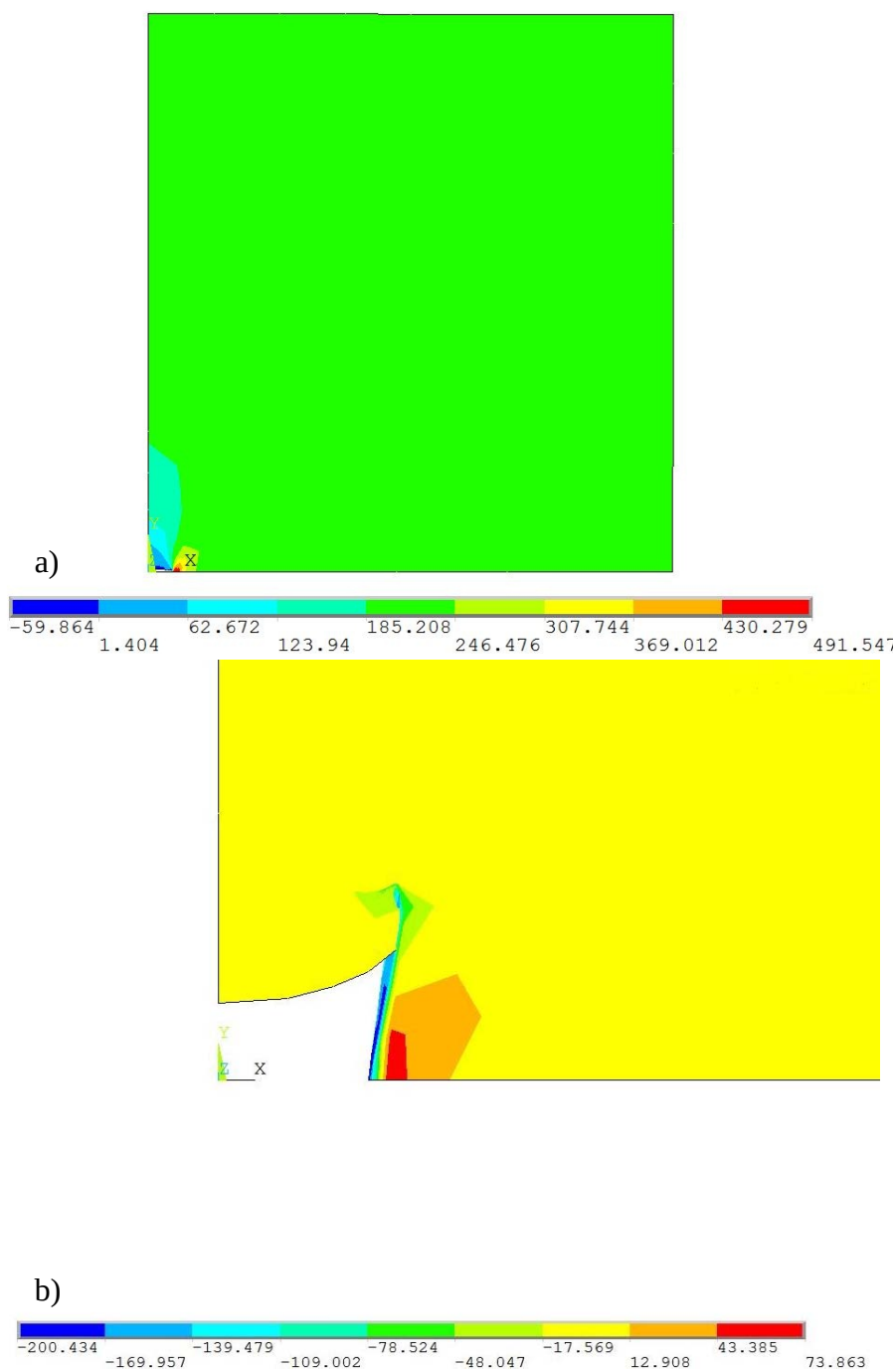


Figura IV.8.- Resultados numéricos, grieta de 1 mm a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales

Como se puede apreciar en la Figura IV.8a, el esfuerzo producido en la punta de grieta pasó el punto de cedencia, registrándose un esfuerzo de 491.547 MPa .

En la Figura IV.9, se puede apreciar el campo de esfuerzos residuales en forma gráfica y respecto a lo largo del espécimen (Línea 1, basado en el diseño del modelo). La cantidad de nodos posibles para la selección es poca, ya que como se observa en la Figura IV.8b existen deformaciones no reversibles y los nodos han cambiado su posición original. Es por esto que la selección de nodos después del análisis depende mucho de las deformaciones plásticas localizadas en el modelo al momento de solucionar el problema, es por esta razón que se ha decidido seleccionar los nodos posibles más cercanos a la punta de grieta para poder hacer el listado de los esfuerzos localizados.

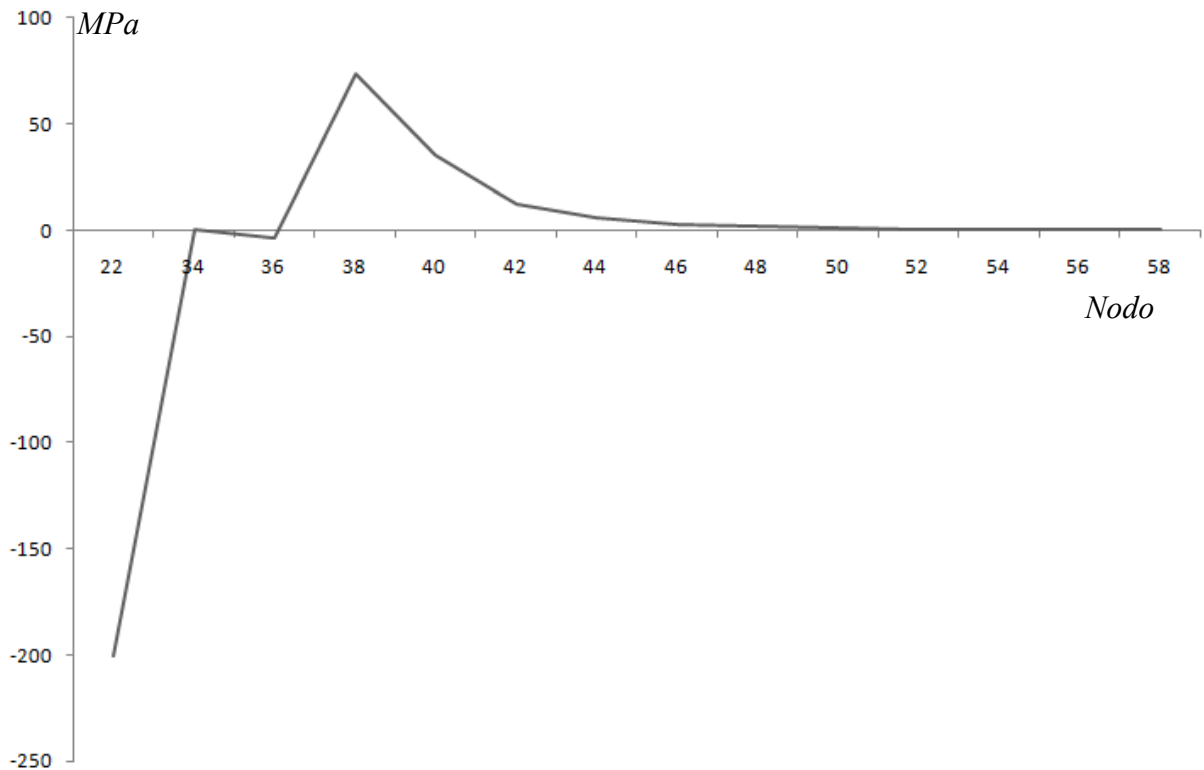


Figura IV.9.- Campo de esfuerzos residuales

IV.3.2.2.- Grieta 1mm, discretización controlada

Como se había explicado con anterioridad el tipo de discretización que se utilizó para esta sección de este trabajo de investigación es diferente a la usada en la sección pasada, el cambio

primordial es la eliminación de la discretización como punta de grieta, generando un mallado controlado (*mappeado*) en el modelo usado. La presión usada es de 200 MPa , la finalidad de poner esa presión es para demostrar que con el esfuerzo menor al de cedencia del material se produce un campo de esfuerzos residuales, tal como se puede observar en la Figura IV.10, los dos pasos para la obtención del campo de esfuerzos residuales.

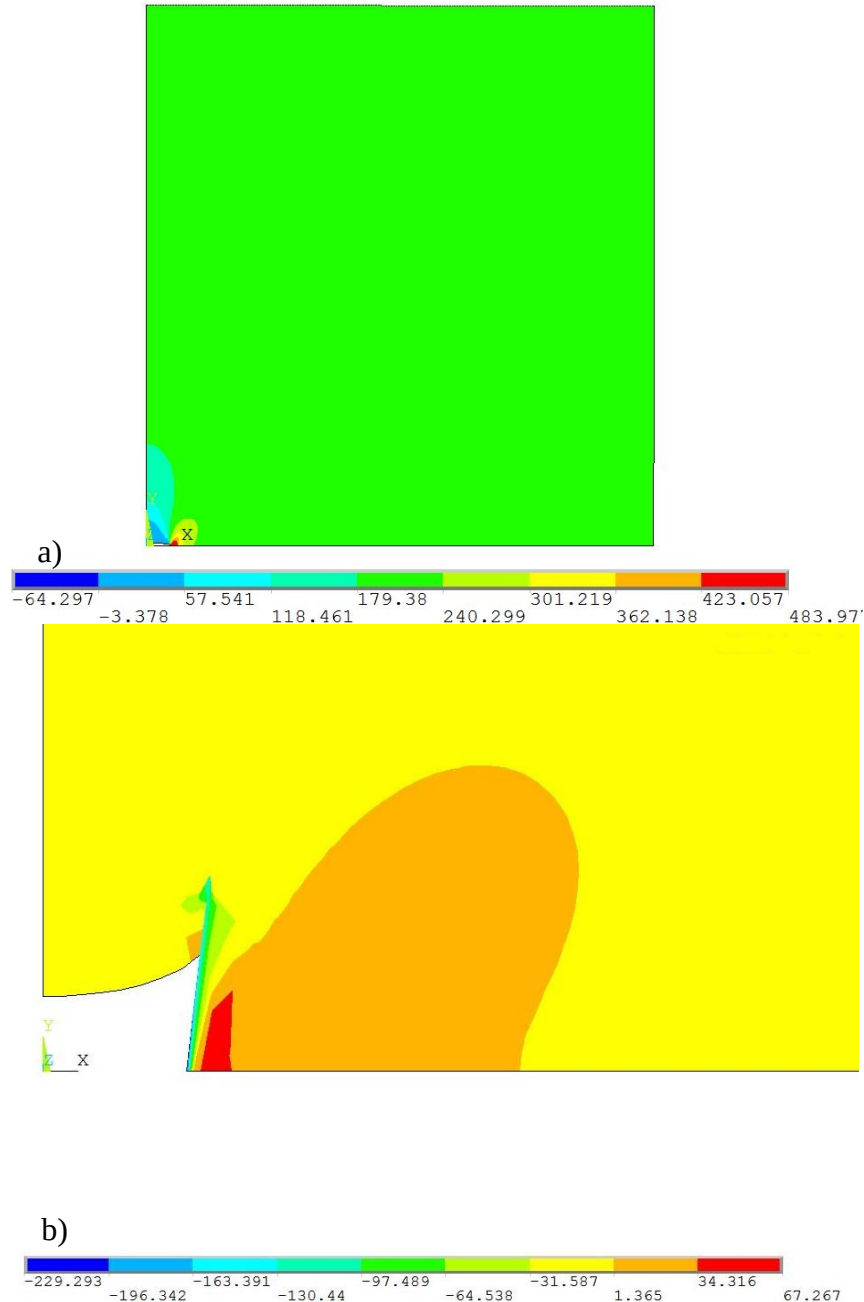


Figura IV.10.- Resultados numéricos, grieta 1 mm con malla controlada, a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales

En la Figura IV.11, se puede observar el campo de esfuerzos residuales de forma gráfica, cabe señalar que la cantidad de nodos disponibles es mayor que en el caso donde la discretización se realiza considerando el mallado de punta de grieta.

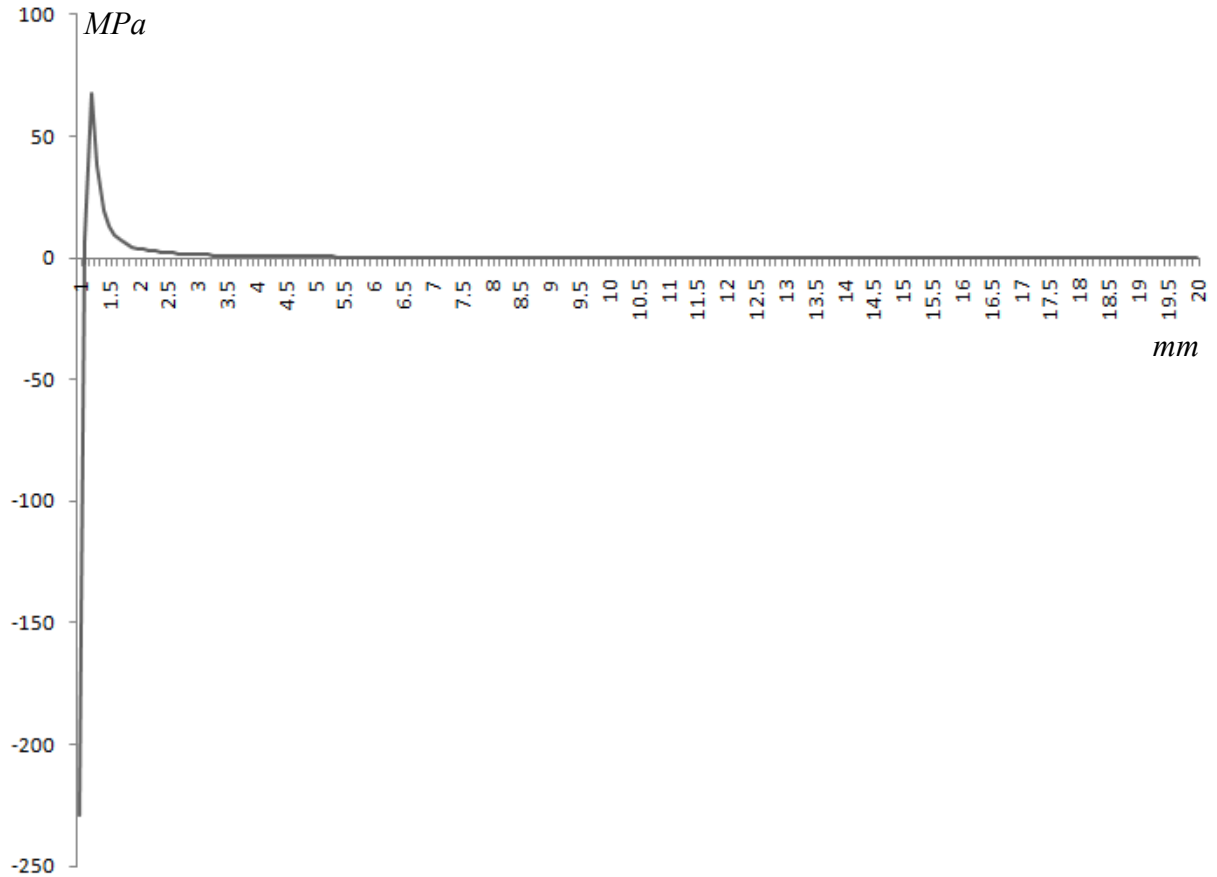


Figura IV.11.- Campo de esfuerzos residuales

IV.3.2.3.- Grieta de 5 mm, discretización como punta de grieta

Para este caso de estudio se aumentó la longitud de grieta y las mismas condiciones de restricción de movimiento que en el caso anterior se cargó y descargó el material con una presión de 100 MPa , el criterio del cambio de la magnitud de la presión está basado en el hecho de que la longitud de grieta aumentó por lo tanto es necesario que la presión sea menor para pasar el punto de cedencia, obteniendo como resultado del análisis las imágenes que se muestran a continuación (Figura IV.12 (a) y Figura IV.12 (b):

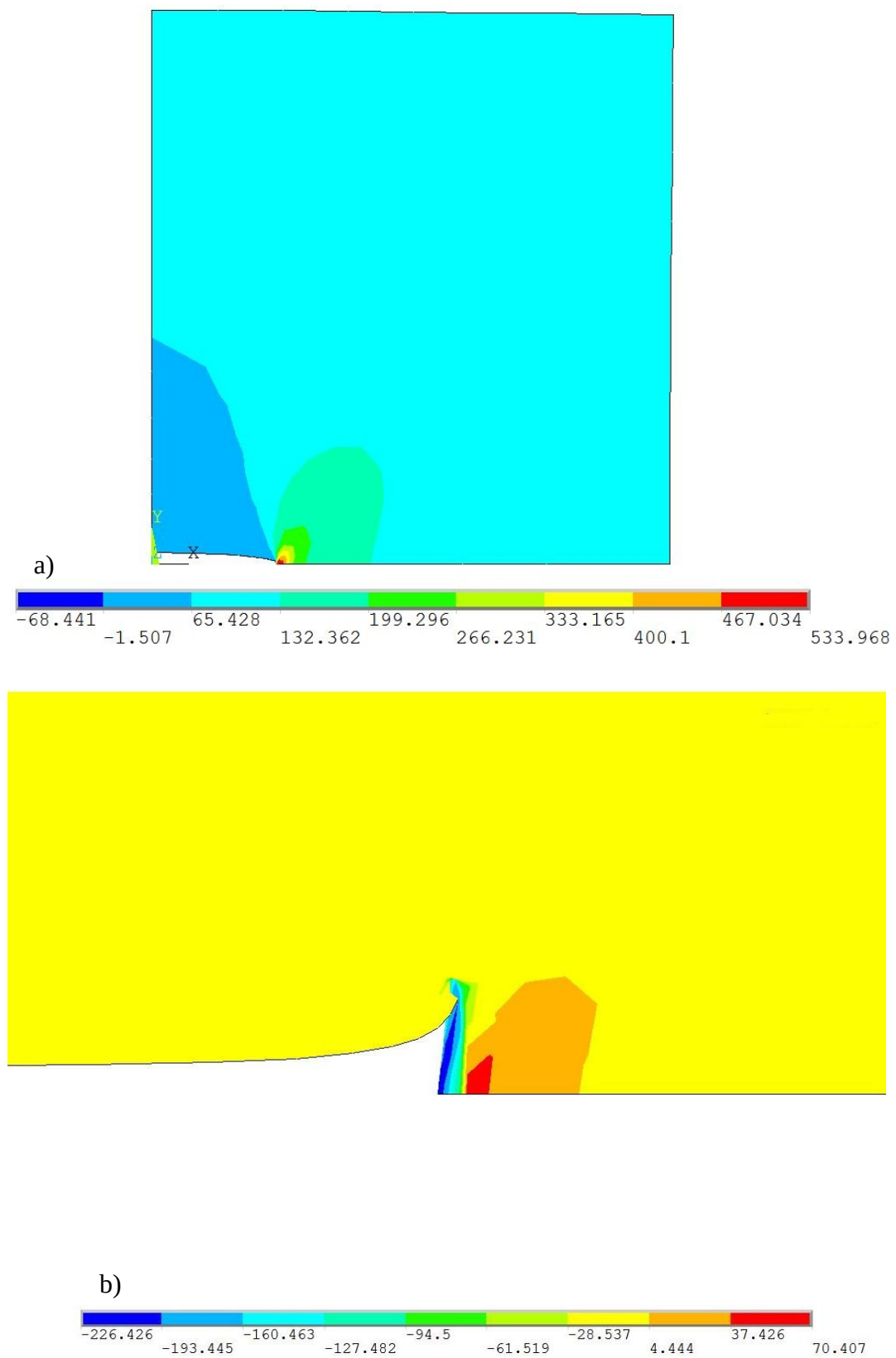


Figura IV.12.- Resultado numérico, grieta 5mm a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales

Análisis numérico de la apertura y cierre de grieta con historia y sin historia previa en un material aplicable en implantes biomecánicos

Es posible observar que con la presión de 100 MPa el esfuerzo máximo localizado en la punta de grieta es de 533.96 MPa . Al retirar la carga del material se observa un campo de esfuerzos residuales, el cuál se puede apreciar de una mejor forma en la Figura IV.13.

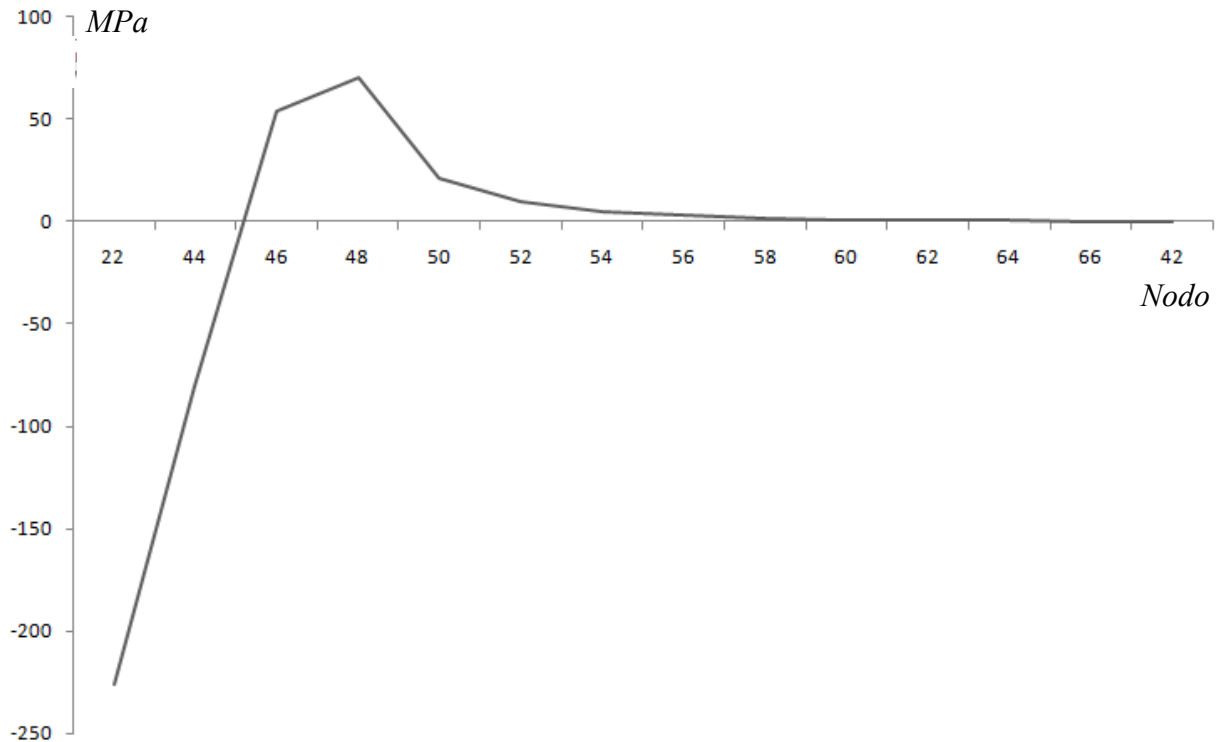


Figura IV.13.- Campo de esfuerzos residuales

IV.3.2.4.- Grieta 5mm, discretización controlada

Es el mismo caso que el anterior, sólo que la discretización se realizó de forma controlada y con una presión de 100 MPa , los resultados numéricos son mostrados en la Figura IV.14, tanto la carga y descarga del material.

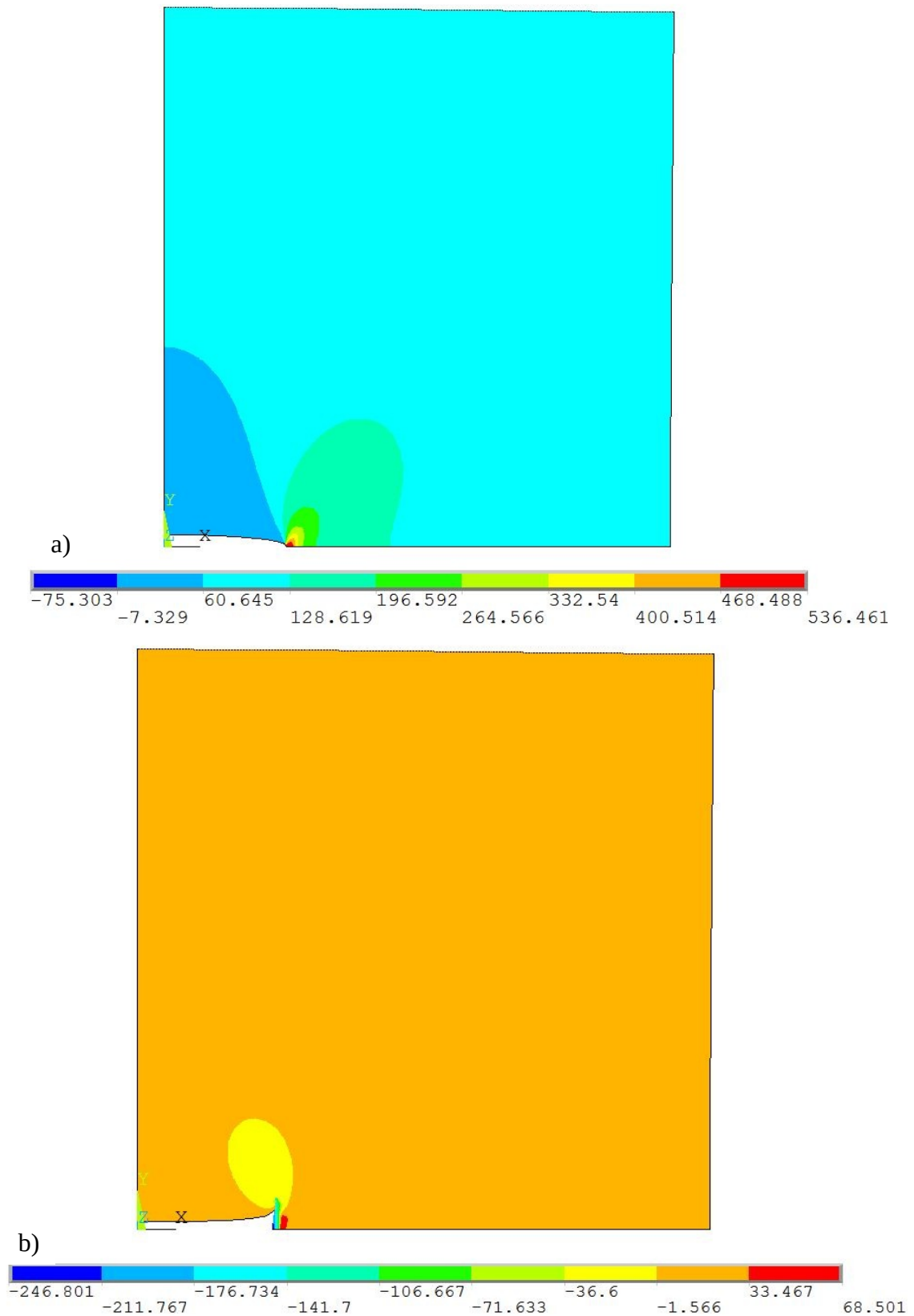


Figura IV.14.- Resultado numérico, grieta 5mm a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales

Análisis numérico de la apertura y cierre de grieta con historia y sin historia previa
en un material aplicable en implantes biomecánicos

En la Figura IV.15 se puede apreciar de forma gráfica el campo de los esfuerzos residuales provocados en el espécimen de estudio. Como en la sección pasada, la cantidad de nodos disponible para su análisis es mucho mayor.

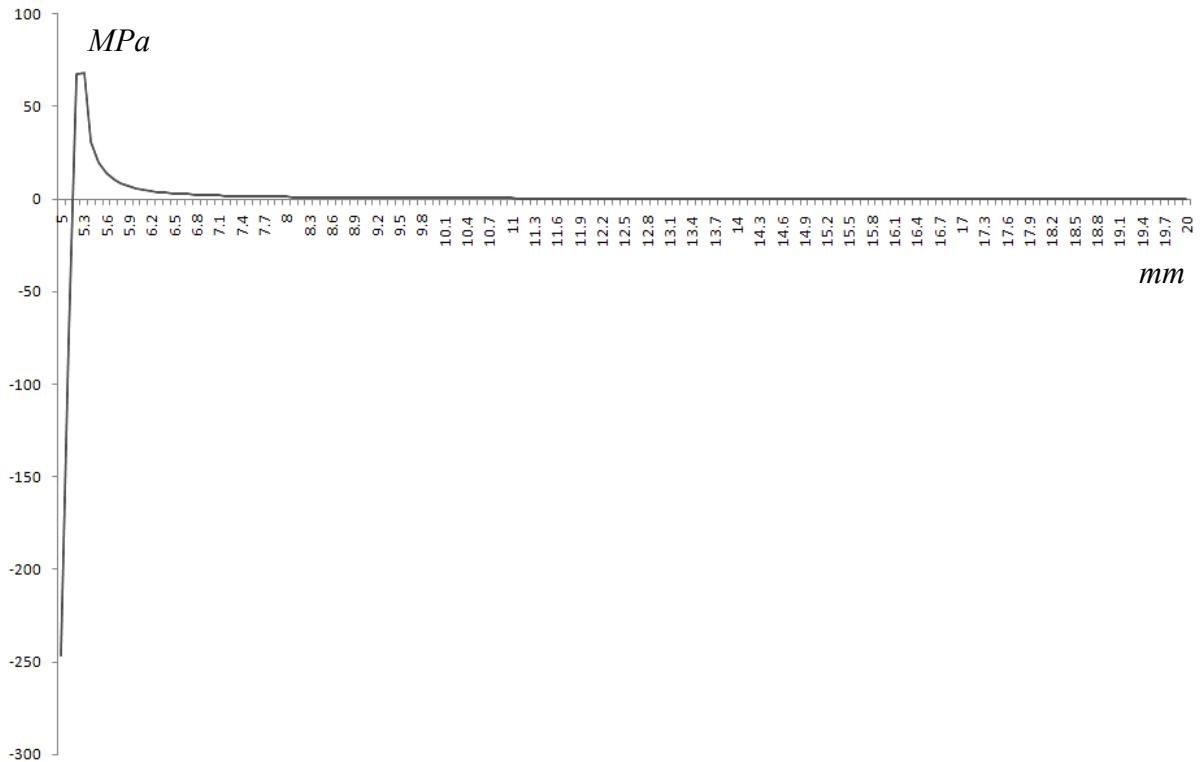


Figura IV.15.- Campo de esfuerzos residuales

IV.3.2.5.- Grieta de 10 mm, discretización como punta de grieta

De igual forma que el caso de estudio anterior, la única modificación que se realizó en el modelo es la longitud de grieta modificando las condiciones de frontera en la *línea 1* del modelo realizado, se carga y descarga el material con una presión de 100MPa y un esfuerzo máximo localizado de 688.31 MPa .

En la Figura IV.16 (a) y (b) se puede observar el espécimen en plena carga y descargado, de igual forma el campo de esfuerzos residuales provocado en la punta de la grieta. En la Figura III.17, se puede interpretar de una mejor manera el campo de esfuerzos residuales.

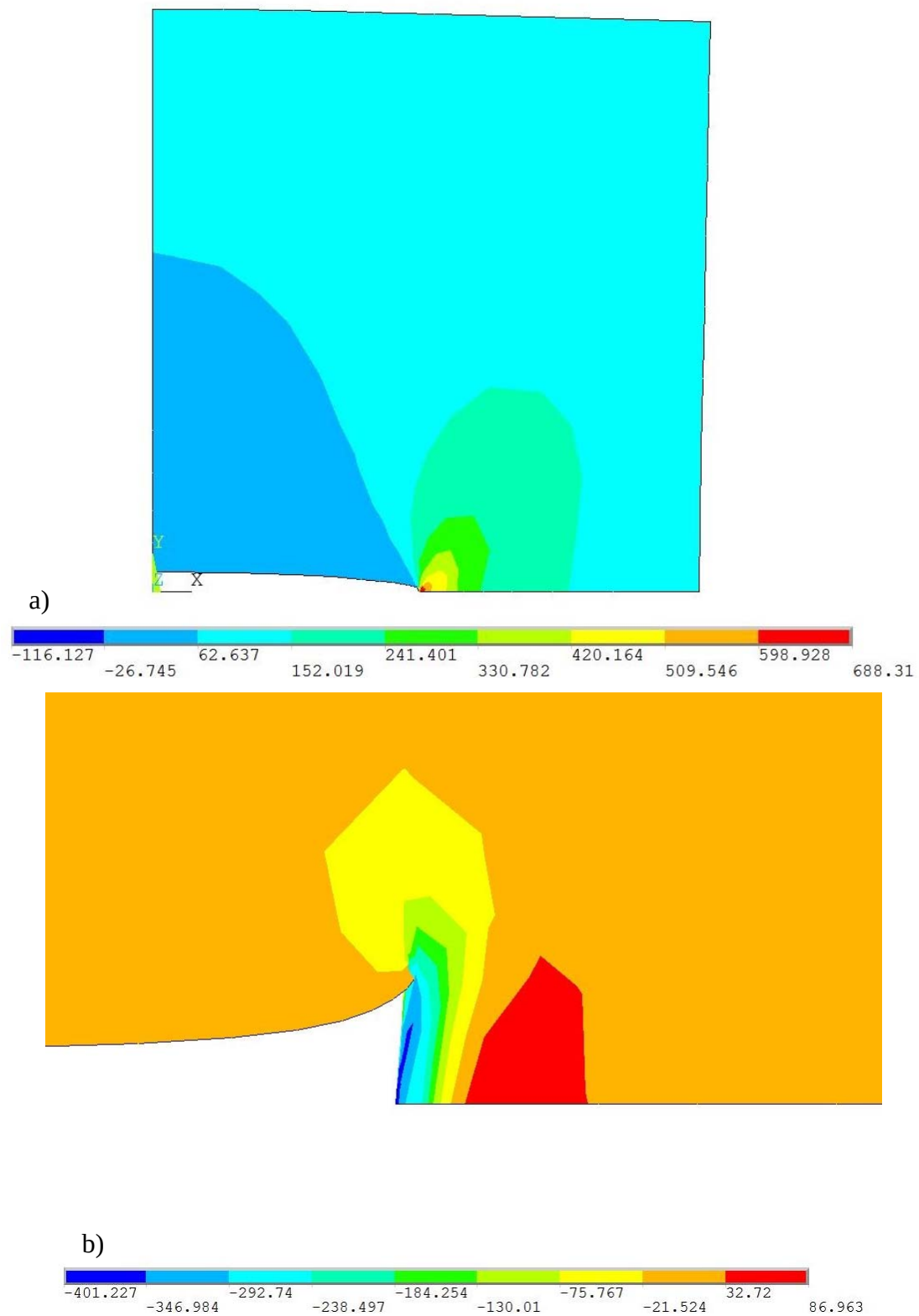


Figura IV.16.- Resultado numérico, grieta *10mm* a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales

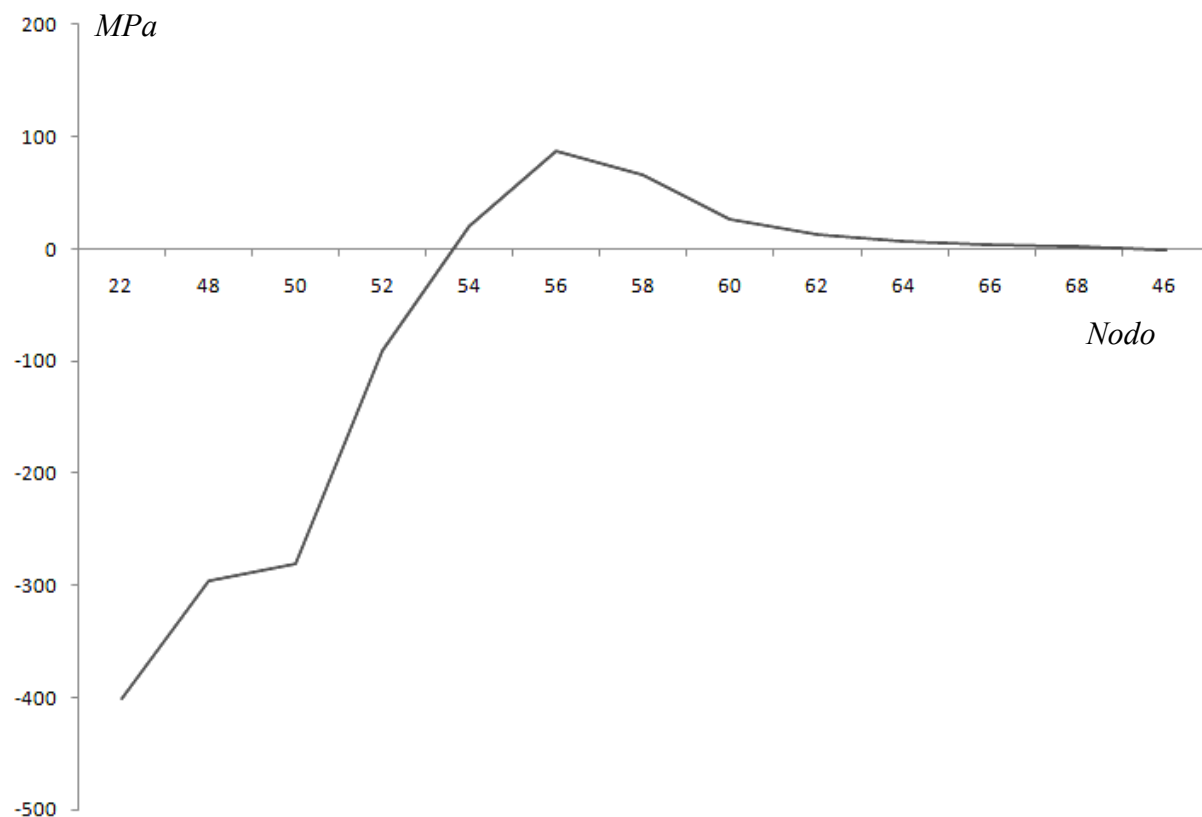


Figura IV.17.- Campo de esfuerzos residuales

IV.3.2.6.- Grieta 10mm, discretización controlada

En la Figura IV.18 se pueden observar los dos pasos del análisis numérico, para obtener el campo de esfuerzos residuales. En este caso la presión utilizada fue de 100MPa , ya que la longitud de grieta aumento por lo tanto el esfuerzo es menor al esfuerzo de cedencia para producir la cedencia del material y por lo consiguiente un campo de esfuerzos resultante, Figura IV.19. Se registró un esfuerzo máximo de 676.308 MPa .

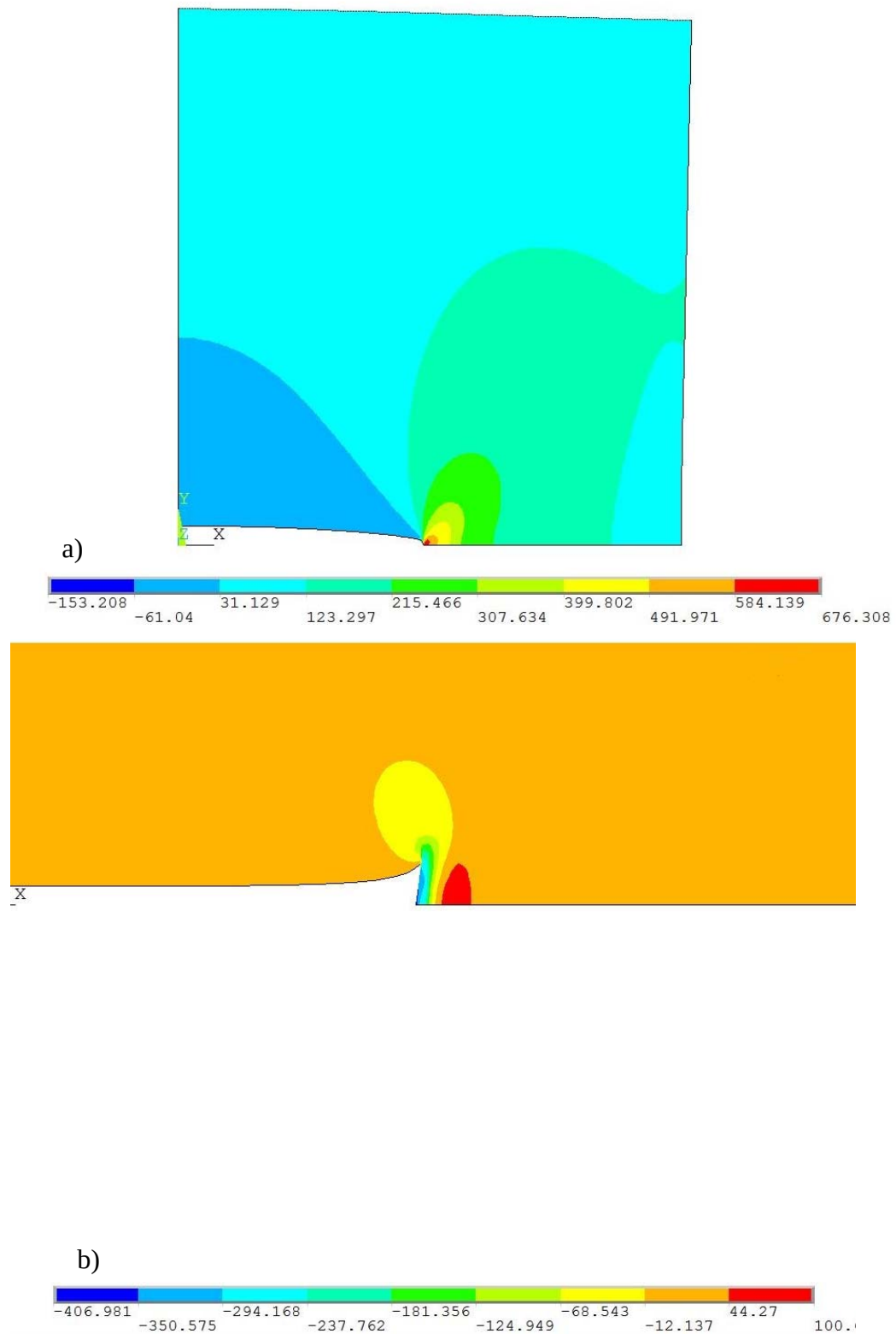


Figura IV.18.- Resultado numérico, grieta de 10mm a) Esfuerzos en plena carga b) Esfuerzos en la descarga del material

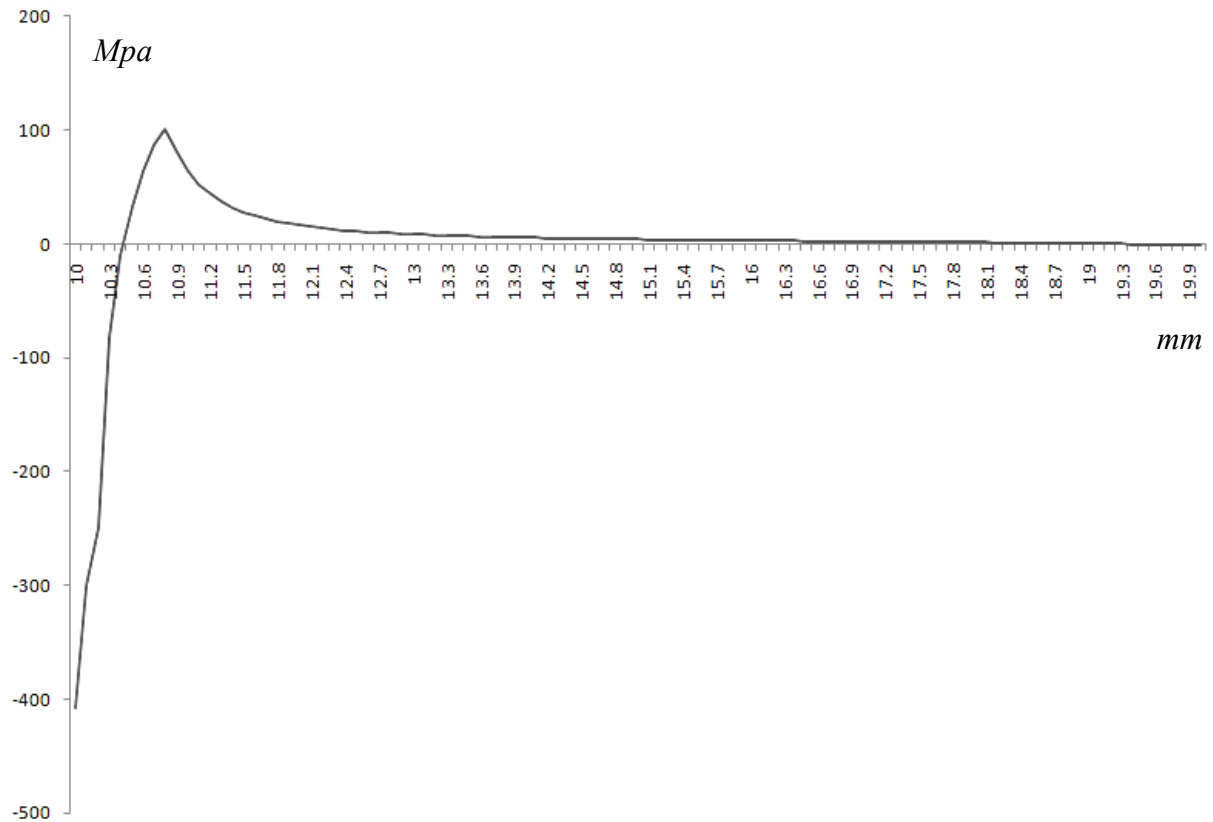


Figura IV.19.- Campo de esfuerzos residuales

IV.3.2.7.- Grieta de 15 mm, discretización como punta de grieta

Se analizó el comportamiento del material sometido a una carga no homogénea y con una grieta de tamaño de 15 mm, la presión aplicada es de 70MPa, por las razones antes expuestas. En la Figura IV.20 (a), se puede observar el material en carga y en la Figura IV.20 (b), se pueden observar los esfuerzos residuales en la punta de grieta. Se registró un esfuerzo máximo de 690.543 MPa.

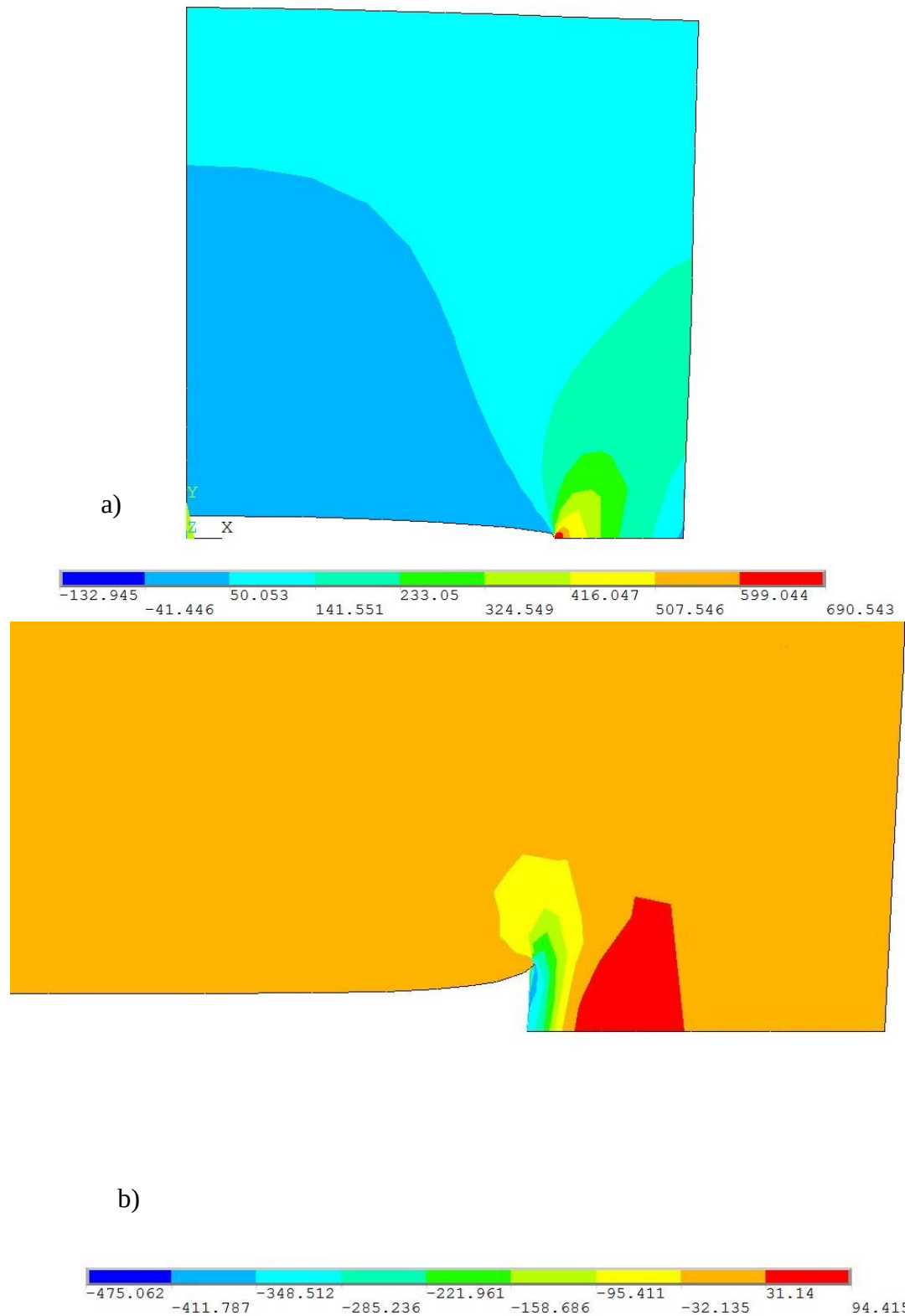


Figura IV.20.- Resultado numérico, grieta de 15mm (a) Esfuerzos de carga (b) Esfuerzos residuales

Análisis numérico de la apertura y cierre de grieta con historia y sin historia previa en un material aplicable en implantes biomecánicos

En la Figura IV.21, se muestra de manera gráfica el campo de esfuerzos residuales localizado a lo largo de la línea 1 del modelo antes descrito.

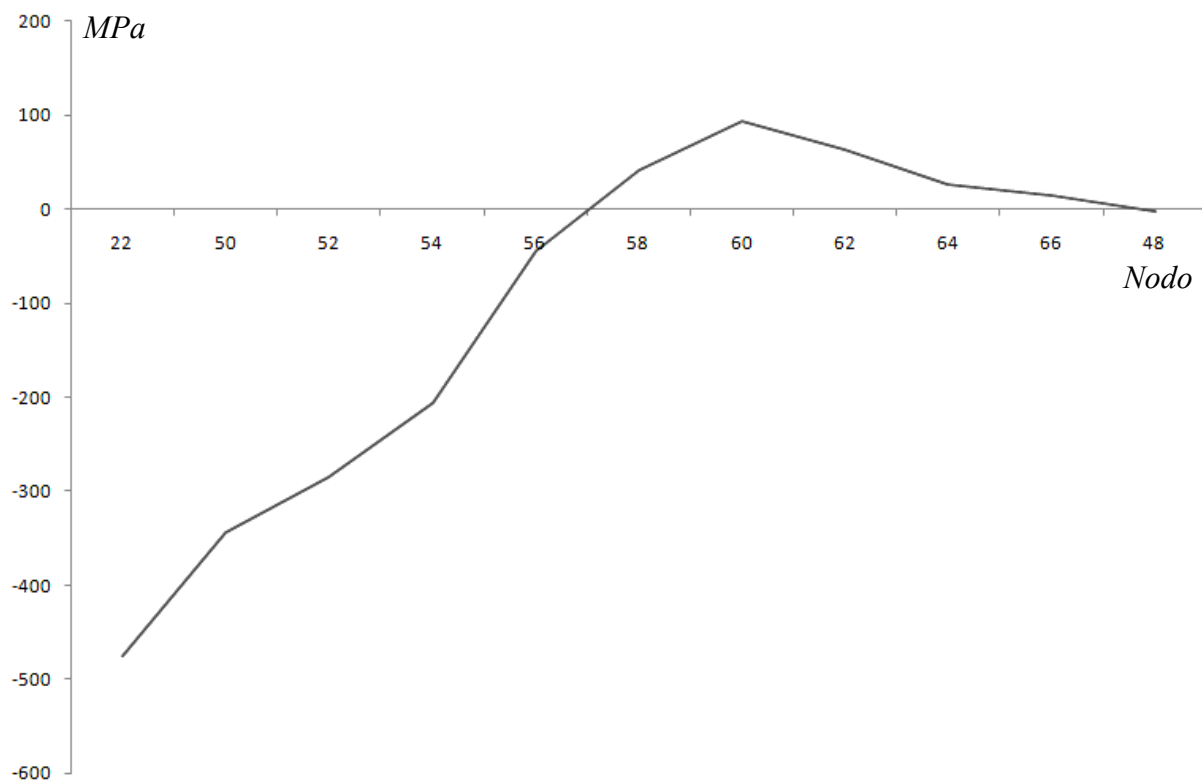


Figura IV.21.- Campo de esfuerzos residuales

IV.3.2.8.- Grieta 15mm, discretización controlada

En la Figura IV.22 se puede observar el resultado numérico para este caso, la presión aplicada es de 70MPa , esta carga está considerada para que solucione el modelo ya que si es aplicada otra carga más grande, el software no converge por las grandes deformaciones originadas.

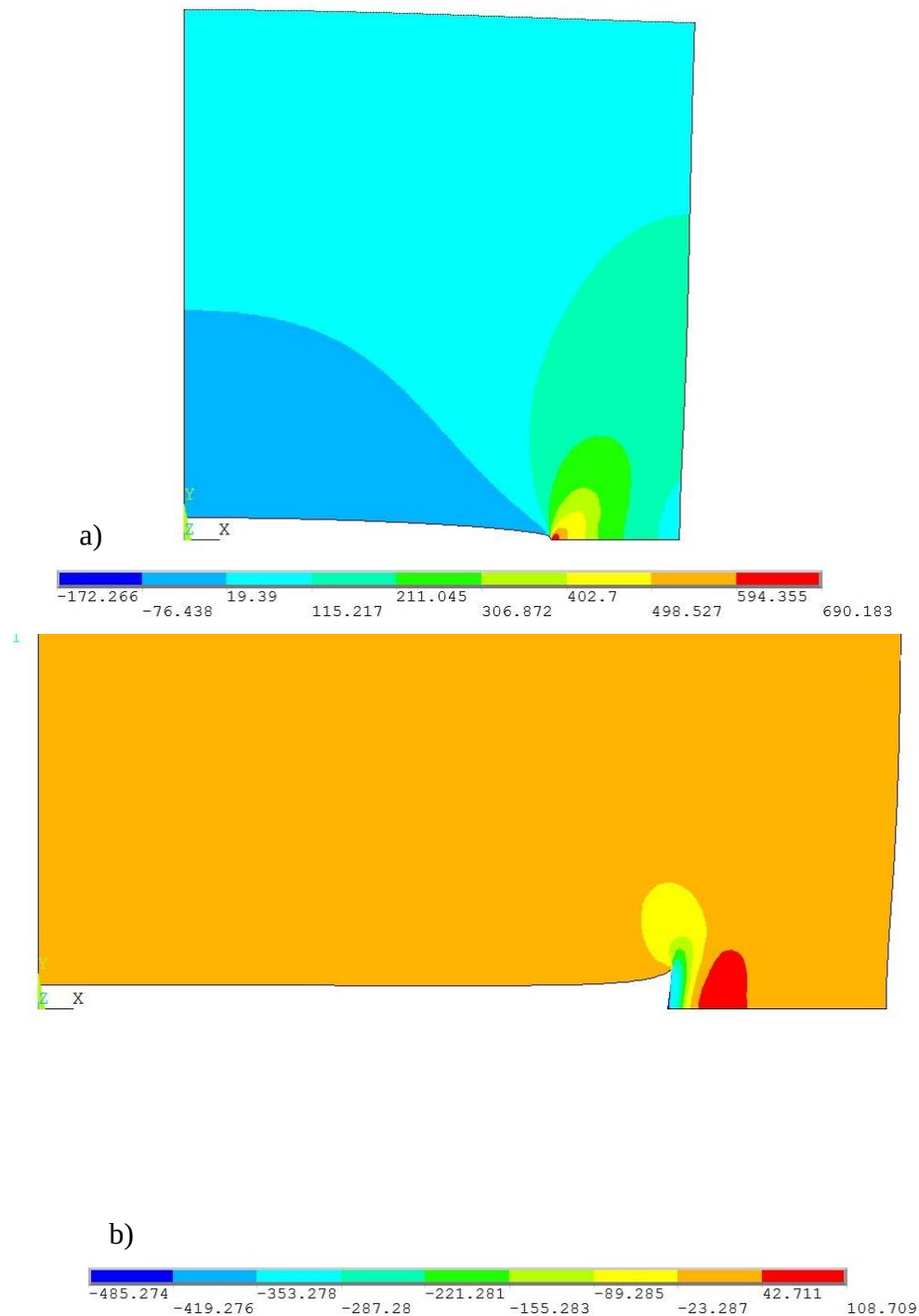


Figura IV.22.- Resultado numérico, grieta de 15mm a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales

En la Figura IV.23 están graficados los esfuerzos localizados a lo largo de la línea 1 del modelo usado.

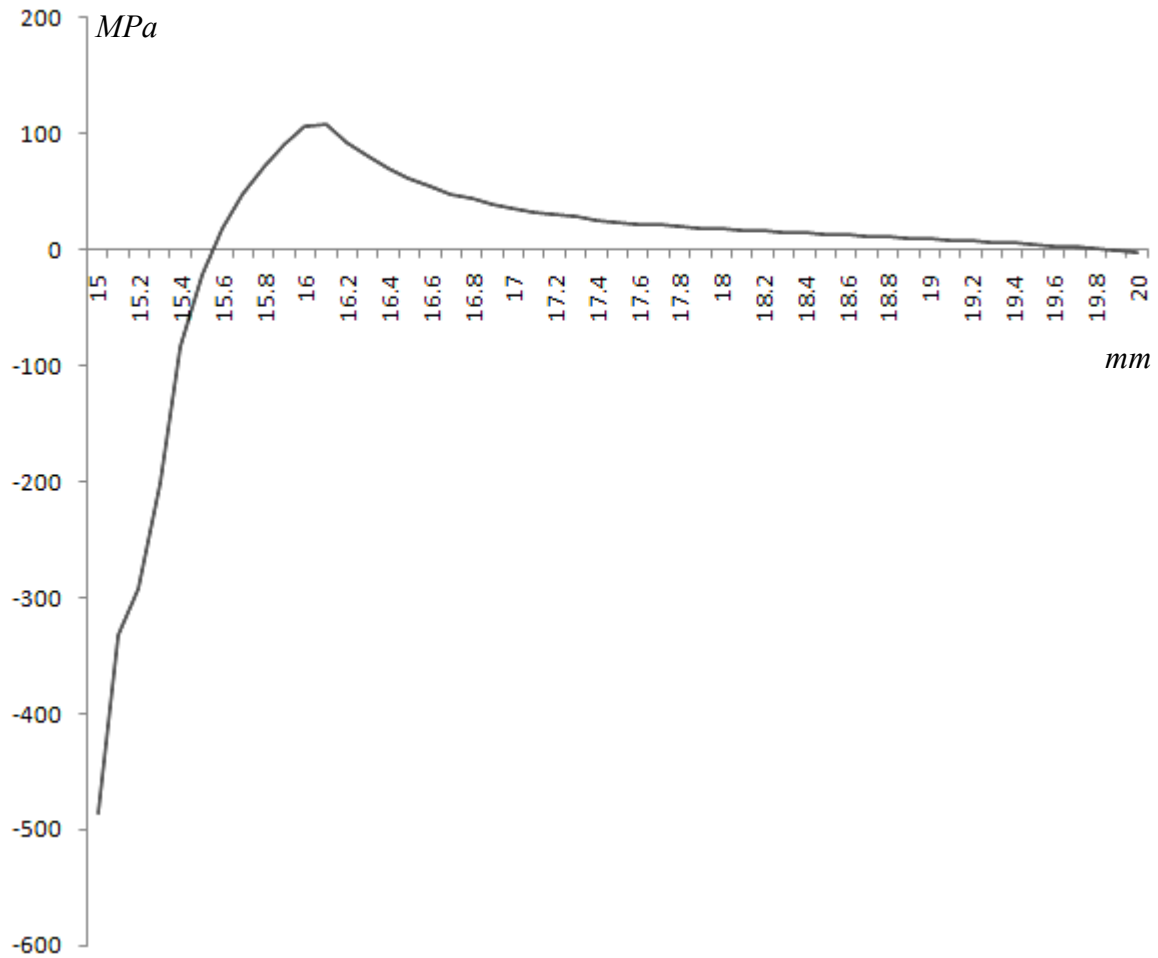


Figura IV.23.- Campo de esfuerzos residuales

IV.4.- Análisis numérico para determinar el campo de esfuerzos residuales (SENB)

En el primer caso de estudio, se realizó el análisis de los esfuerzos residuales manteniendo constante la carga, pero haciendo variar la longitud de grieta (*1mm*, *5mm*, *10mm* y *15mm*) para este caso en específico es necesario mantener constante la carga y la longitud de grieta; lo que se plantea en esta sección es que el punto de aplicación de la carga cambie. Como primer caso de estudio se hará la prueba denominada flexión a tres puntos de apoyo y los casos subsecuentes se cambian a otra condición llamada flexión a cuatro puntos de apoyo, con el objetivo de poder reproducir una condición llamada *flexión pura* (Figura IV.24).

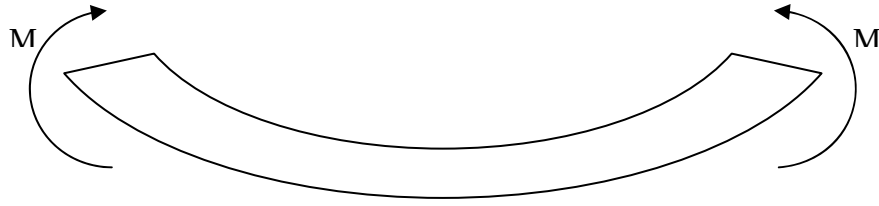


Figura IV.24.- Flexión pura

IV.4.1.- Procedimiento de análisis

Partiendo del primer caso de estudio, el elemento a utilizar es el *PLANE183*, el cual tiene 8 nodos en total, 4 nodos en sus vértices y 4 nodos intermedios, con tres grados de libertad cada uno (desplazamiento en X , Y y rotación sobre el eje Z). Las propiedades del material serán las mencionadas, como se muestran en la Tabla III.3. Las condiciones de frontera son las mismas, como se había mencionado anteriormente el esfuerzo aplicado tiene que ser lo suficiente mayor para que pase el punto de cedencia del material, pero como el factor intensificador de esfuerzos en la punta de grieta tiene la función de *incrementar* el esfuerzo, la carga aplicada será mucho menor al necesario, con la finalidad de que el material no falle en el análisis. En la Figura IV.25 se puede observar las condiciones de carga y frontera, como se había realizado anteriormente en los casos de estudio pasados, como primer paso será la carga del material con el esfuerzo necesario para después descargarla y observar la redistribución de los esfuerzos en la punta de la grieta sobre la *línea 1*.

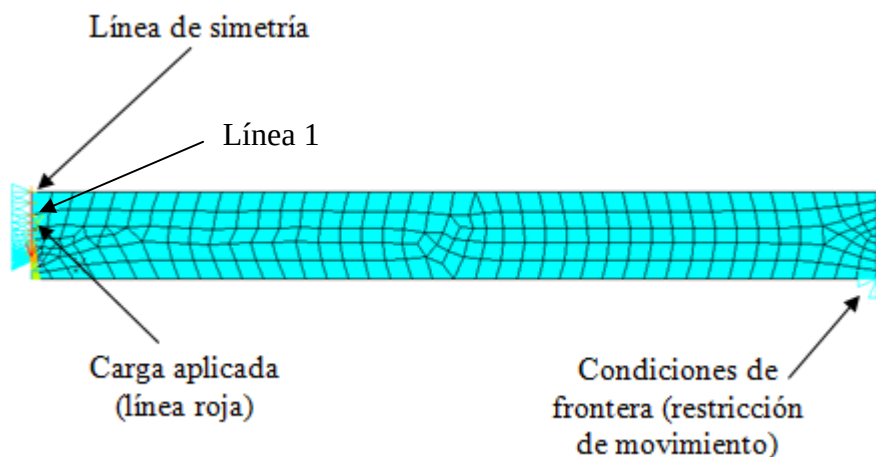


Figura IV.25.- condiciones de frontera y carga aplicada

IV.4.2.- Flexión por tres puntos de apoyo con tamaño de grieta de 3mm

La flexión por medio de tres puntos de apoyo está descrita en la figura IV.26 y esta condición es lo que se resuelve en este primer caso de estudio., con una carga puntual de 33.33N.

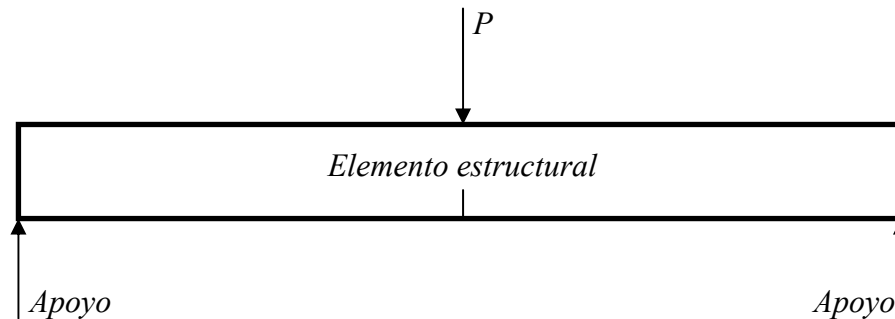
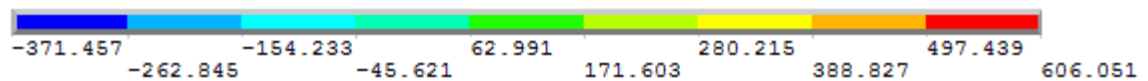


Figura IV.26.- Flexión por tres puntos de apoyo

En la Figura IV.27 se puede observar el resultado numérico de este caso de estudio, se puede apreciar un acercamiento a la punta grieta (Figura IV.27b) y el campo de esfuerzos residuales sobre la línea 1 del modelo. En la Figura IV.28 se puede observar de forma gráfica el campo de esfuerzos residuales.



a)



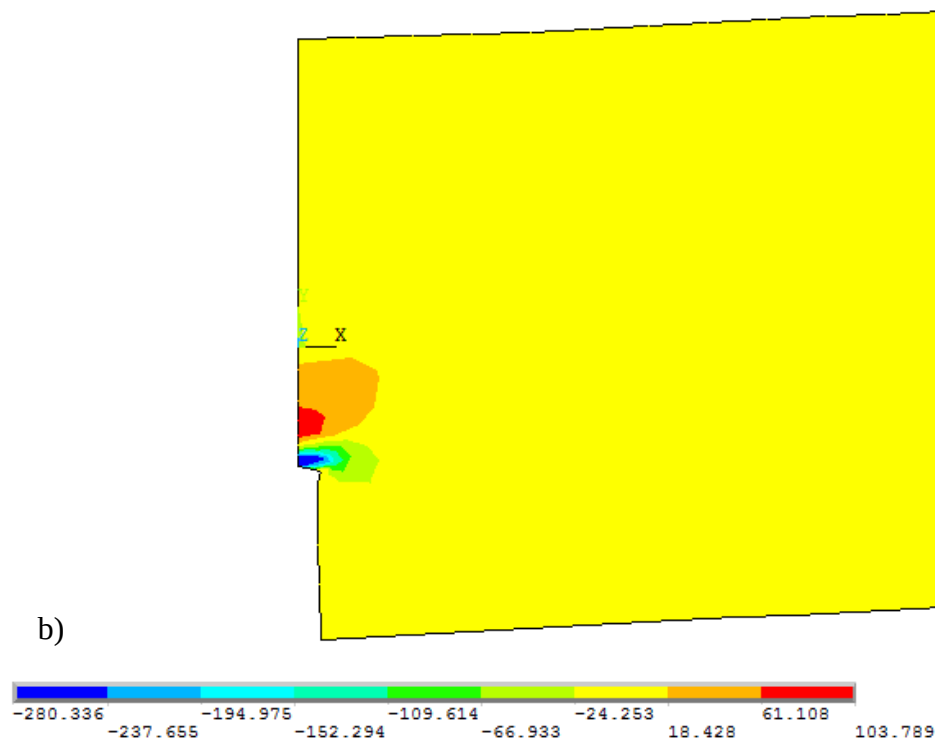


Figura IV.27.- Resultado numérico, desplazamiento $0mm$ a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales

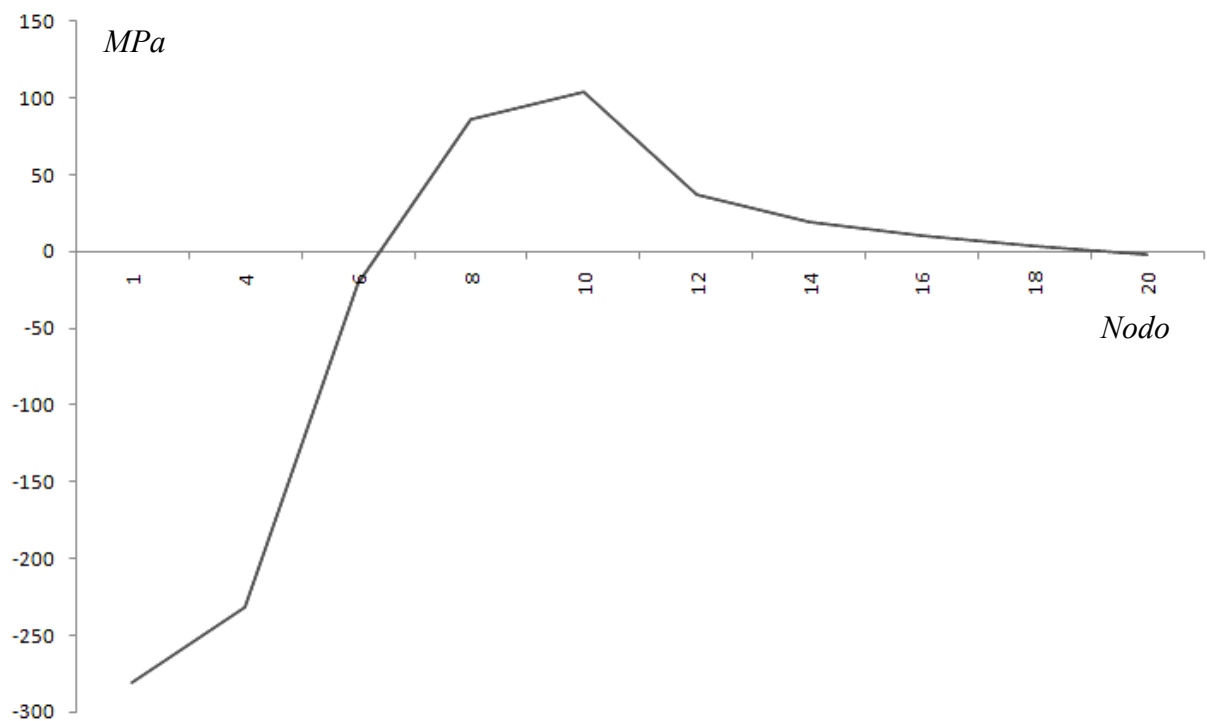


Figura IV.28.- Campo de esfuerzos residuales

Análisis numérico de la apertura y cierre de grieta con historia y sin historia previa en un material aplicable en implantes biomecánicos

La posición de los nodos para el análisis posterior está dado de la siguiente manera: el nodo de punta de grieta es el numero 1 y así sucesivamente, es de suma importancia mencionar que la gráfica tiene definido como el eje X , el número de nodo mas no su posición a lo largo de la línea 1, es decir describe los esfuerzos localizados en los nodos disponibles localizados a lo largo de la línea 1; de igual forma se seleccionarán los nodos para los casos subsecuentes.

IV.4.3.- Flexión por cuatro puntos de apoyo (*flexión pura*) con tamaño de grieta de $3mm$

La configuración de flexión por cuatro puntos de apoyo esta representada en la Figura IV.29 y en ella claramente se puede observar que se necesita de dos cargas puntuales y dos apoyos que restringen en movimiento tanto en X y Y . El momento que se origina entre las cargas puntuales es constante a lo largo de la distancia S es por esto que se le denomina *flexión pura*.

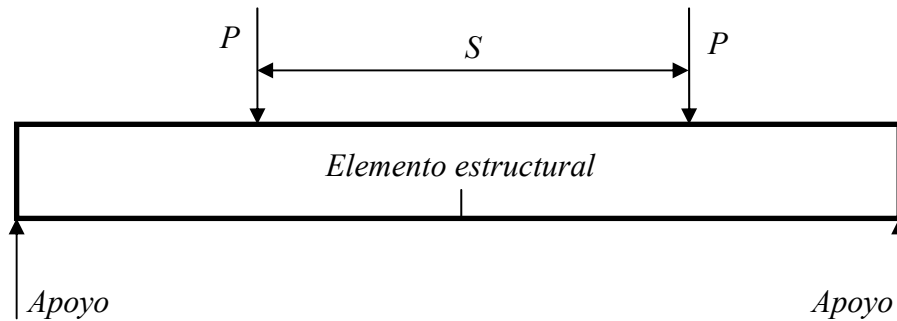


Figura IV.29.- Flexión por cuatro puntos de apoyo

IV.4.3.1.- Procedimiento de análisis

Las cargas serán aplicadas a diferentes distancias S y gracias a la ayuda de las condiciones de simetría que se pueden establecer sólo se ocupa la mitad de la probeta. La carga inicialmente se posicionará a una distancia de $1mm$ del eje de simetría, y así sucesivamente con rangos de $1mm$ hasta alcanzar el valor de $5mm$, después en rangos de $5mm$ hasta alcanzar el valor de $30mm$ y el último caso de $50mm$, por lo tanto se tendrán once casos diferentes, con una longitud de grieta constante de $3mm$, Tabla IV.2.

Tabla IV.2.- Relación desplazamiento-carga

Desplazamiento (mm)	Carga aplicada (Newton)	Convergencia
1mm	33.33 N	Sí
2mm	33.33 N	Sí
3mm	33.33 N	Sí
4mm	33.33 N	Sí
5mm	33.33 N	Sí
10mm	33.33 N	Sí
15mm	33.33 N	Sí
20mm	33.33 N	Sí
25mm	33.33 N	Sí
30mm	33.33 N	Sí
50mm	33.33 N	Sí

IV.4.3.2.- Carga con desplazamiento de 1mm sobre el eje x con respecto al eje de simetría y tamaño de grieta constante de 3mm

El primer caso de estudio en esta sección analizó el comportamiento de la flexión por tres puntos de apoyo en el material, en esta sección la carga se moverá 1mm con respecto al eje de simetría y se tendrá *flexión pura* entre las cargas puntuales, en la Figura IV.30 se puede apreciar de forma más gráfica lo escrito.

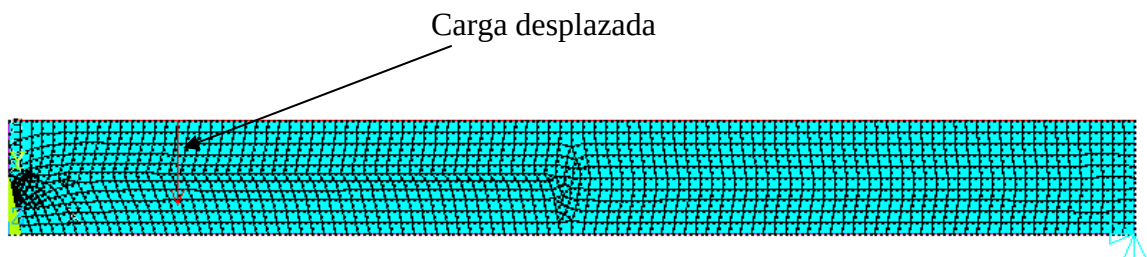


Figura IV.30.- Desplazamiento de la carga, condición que provoca *flexión pura*

En la Figura IV.31 (a) se puede observar los esfuerzos localizados en la punta de grieta y en la Figura IV.31 (b) los esfuerzos después de haber sido descargada la probeta.

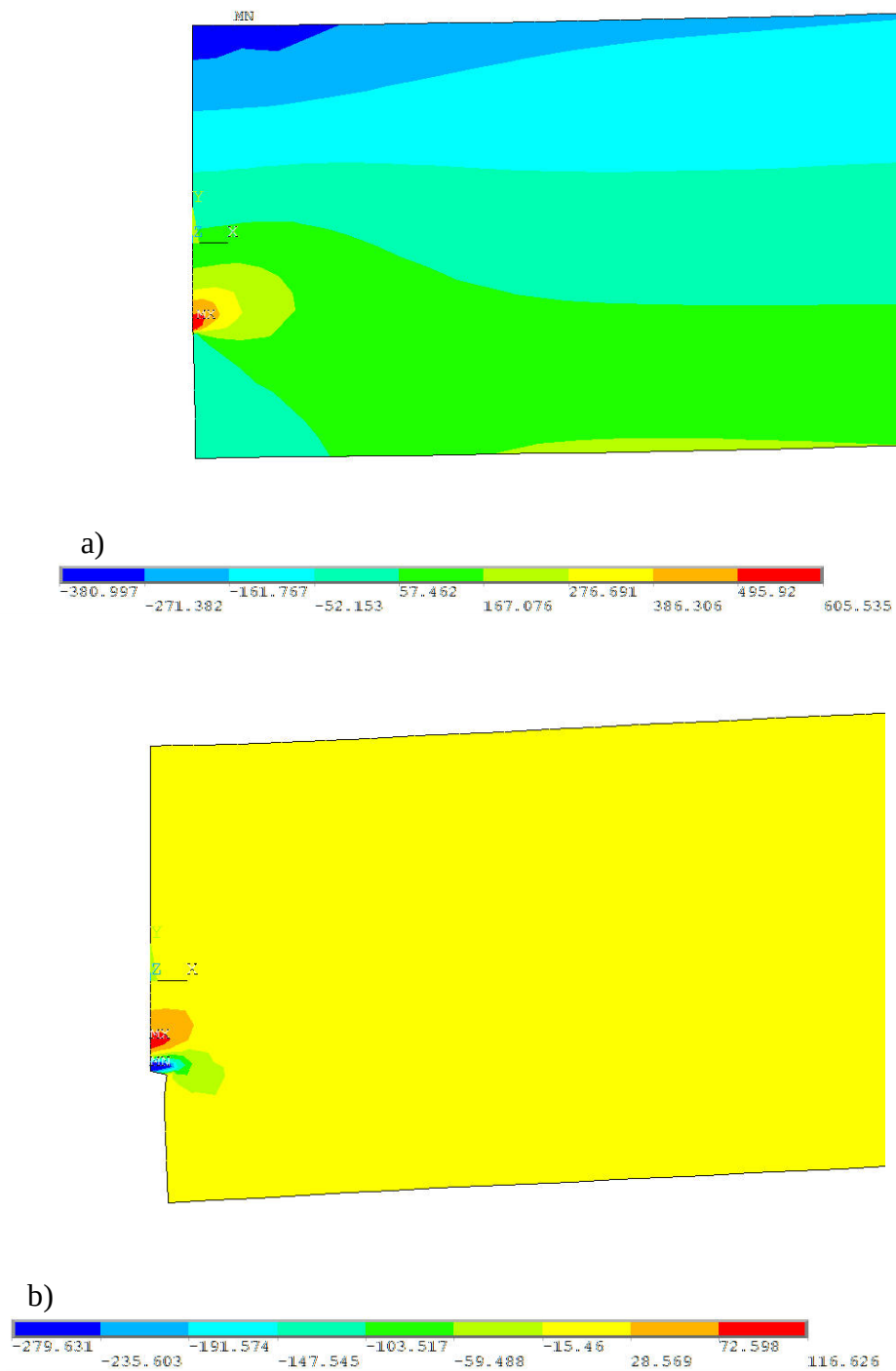


Figura IV.31.- Resultado numérico, desplazamiento de $1mm$ a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales

El campo de esfuerzos residuales se puede apreciar de una mejor manera en la Figura IV.32.

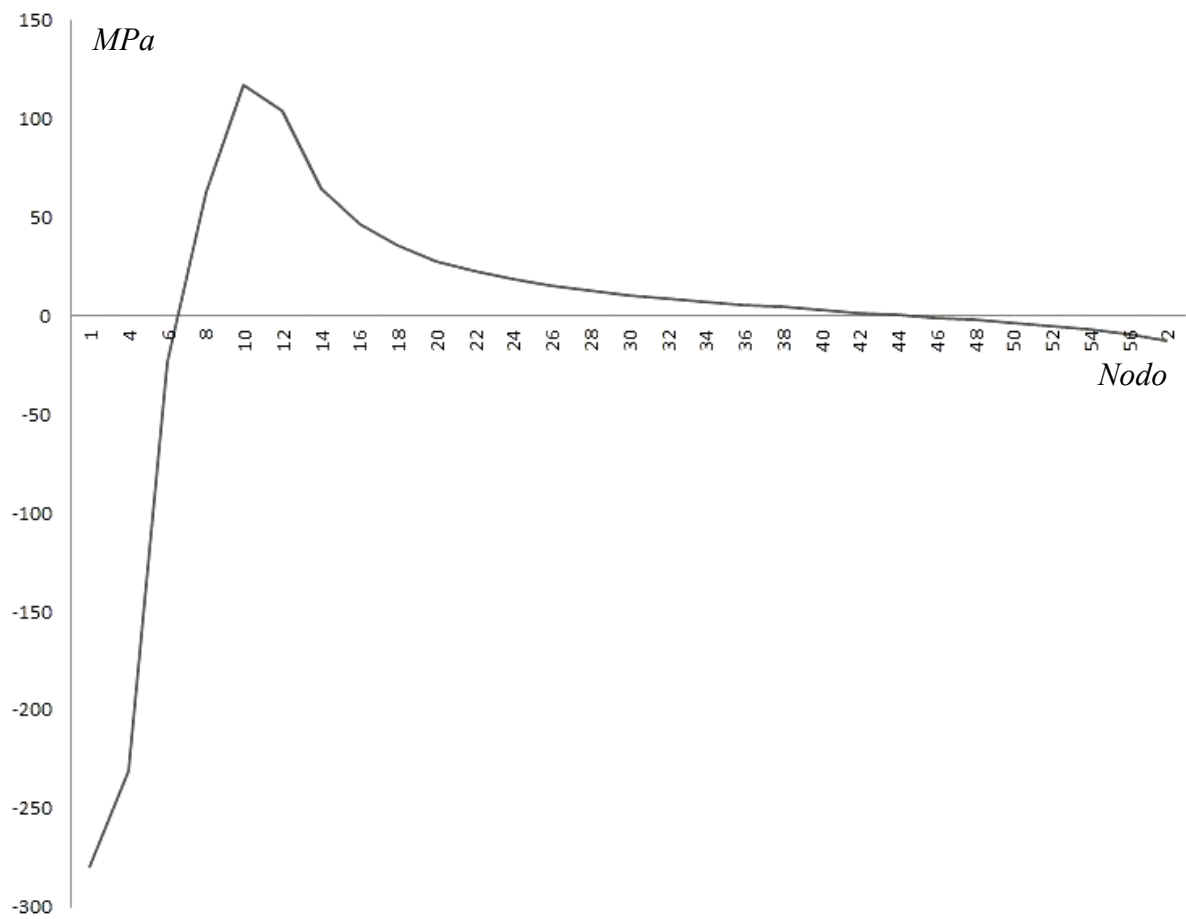


Figura IV.32.- Campo de esfuerzos residuales

En la Figura IV.33, se puede apreciar de forma gráfica el campo de esfuerzos residuales resultante de la discretización controlada.

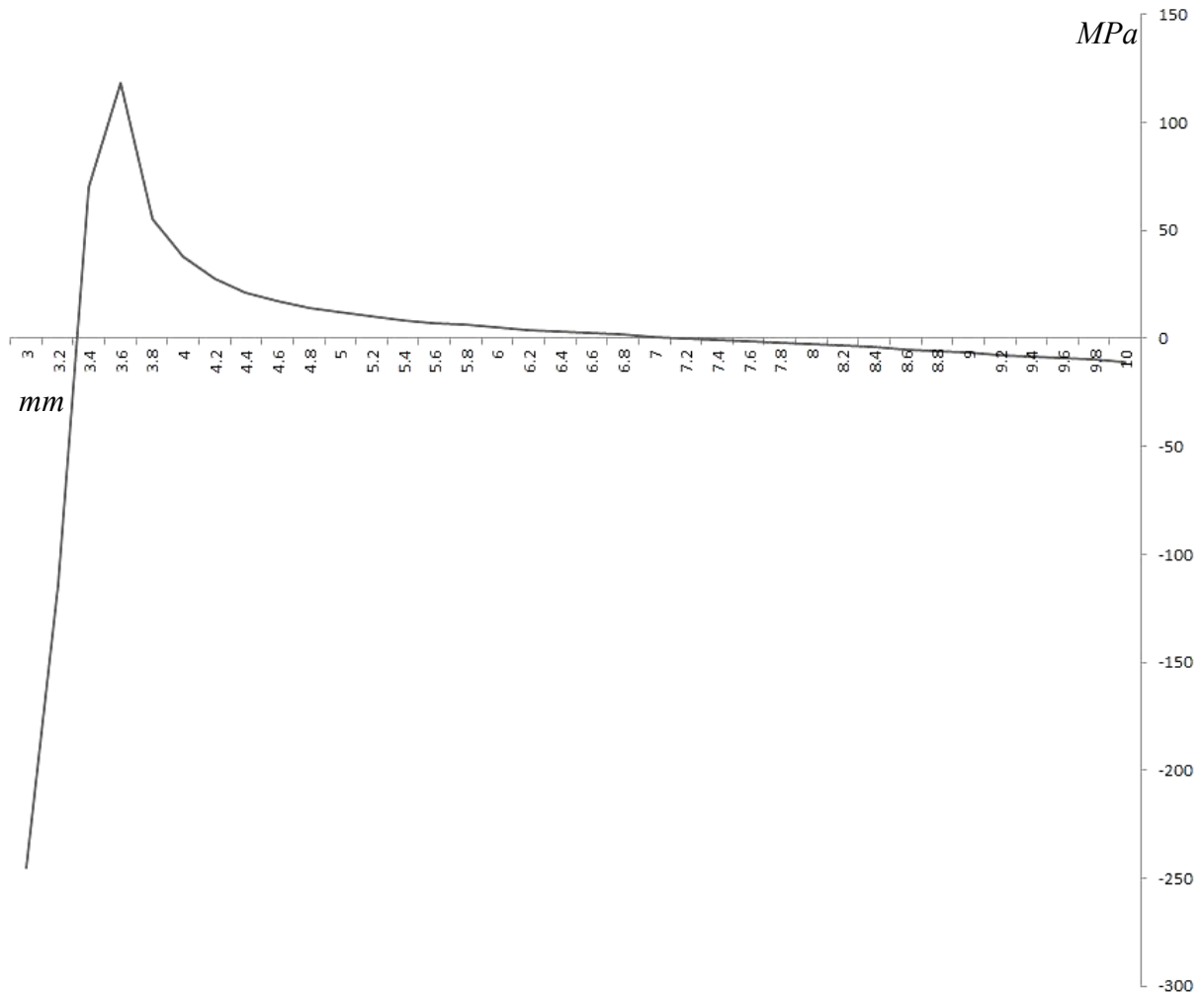


Figura IV.33.- Campo de esfuerzos residuales

IV.4.3.3.- Carga con posición de 2mm a 5mm, 10mm, 15mm, 20mm, 25mm, 30mm y 50mm sobre el eje x con respecto al eje de simetría y tamaño de grieta constante de 3mm

En esta sección, se presentan las imágenes de los resultados numéricos y sus respectivos campos de esfuerzos residuales de los casos de estudio con desplazamiento de 2mm, 3mm, 4mm, 5mm, 10mm, 15mm, 20mm, 25mm, 30mm y 50mm con respecto al eje de simetría. Sólo se mostrarán las gráficas de los esfuerzos residuales para los dos diferentes tipos de malla.

- Carga con desplazamiento de 2mm sobre el eje x y tamaño de grieta constante, Figura IV.34:

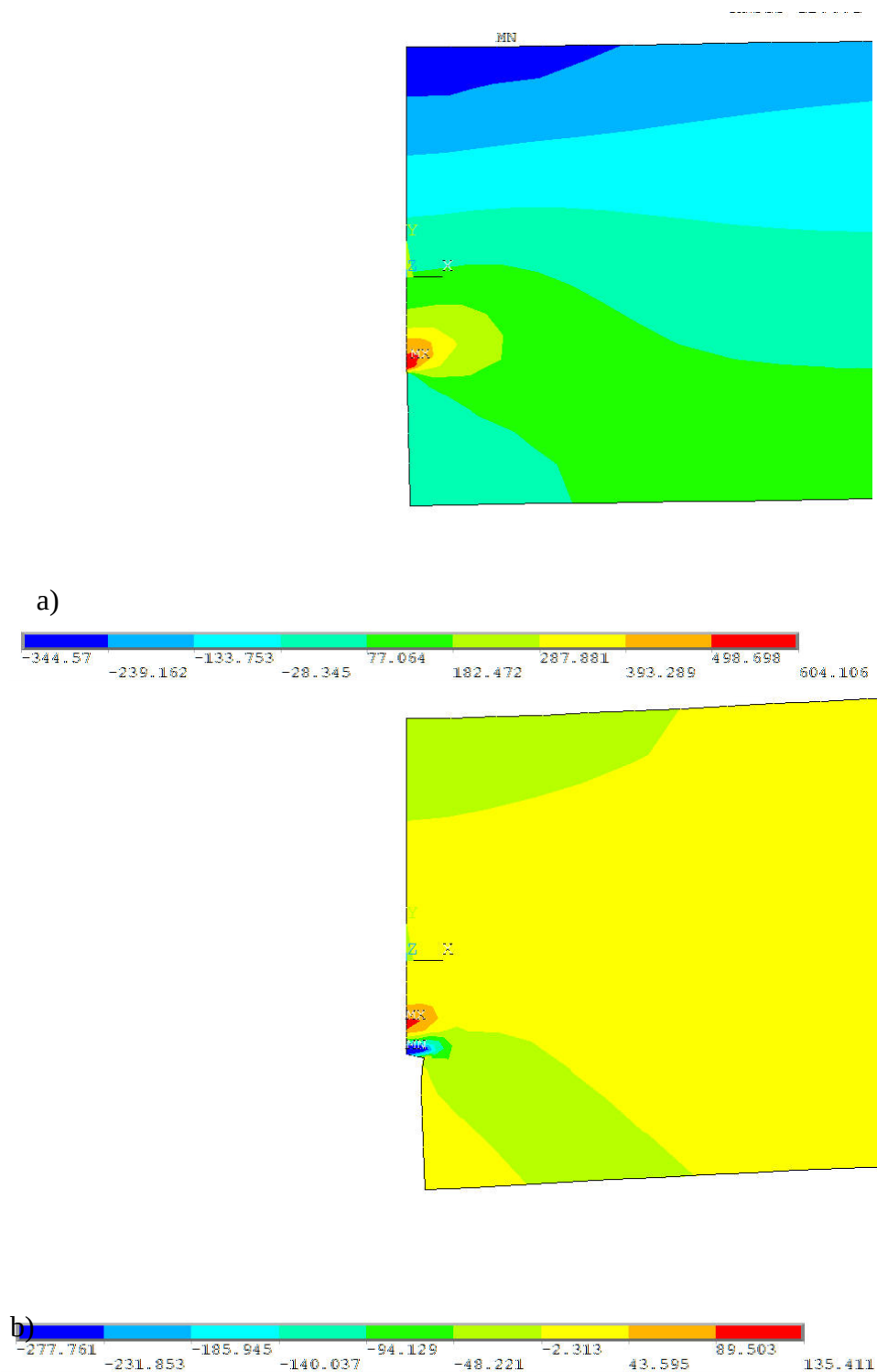


Figura IV.34.- Resultado numérico, desplazamiento de 2mm a) Esfuerzos de carga b) Esfuerzos residuales

Análisis numérico de la apertura y cierre de grieta con historia y sin historia previa en un material aplicable en implantes biomecánicos

El campo de esfuerzos residuales esta graficado en la Figura IV.35.

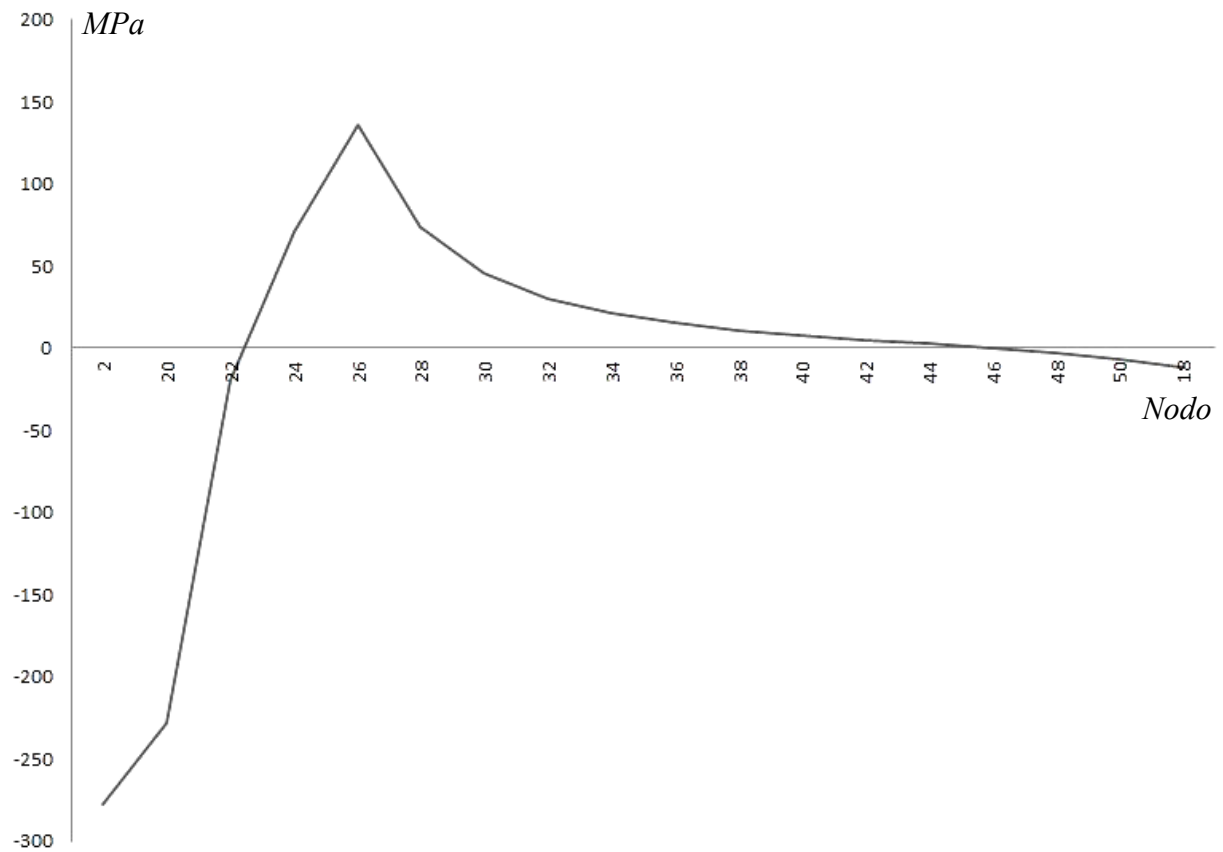


Figura IV.35.- Campo de esfuerzos residuales

En la Figura IV.36, se puede observar el campo de esfuerzos residuales obtenido con la discretización controlada.

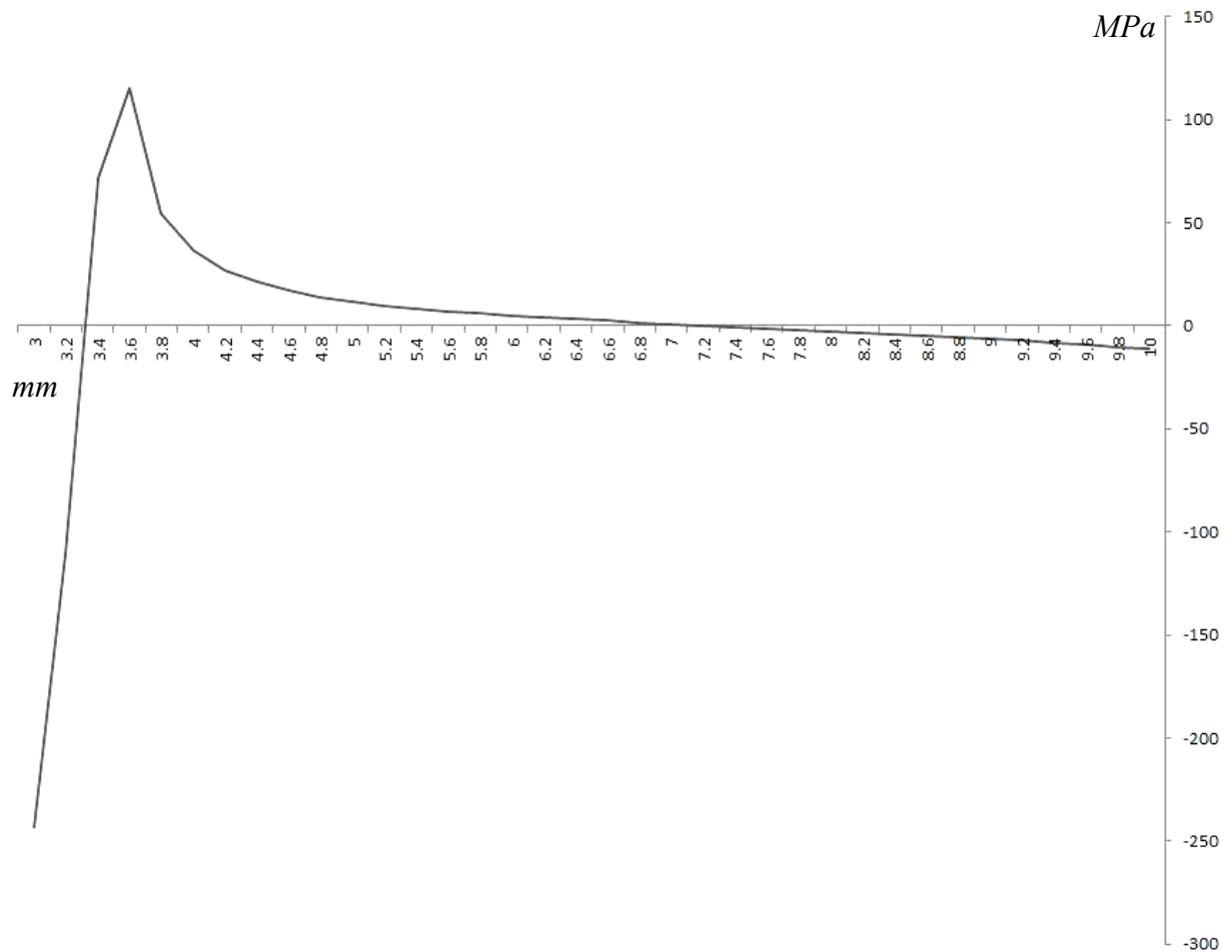


Figura IV.36.- Campo de esfuerzos residuales

- Carga con desplazamiento de 3mm sobre el eje x y tamaño de grieta constante, Figura IV.37:

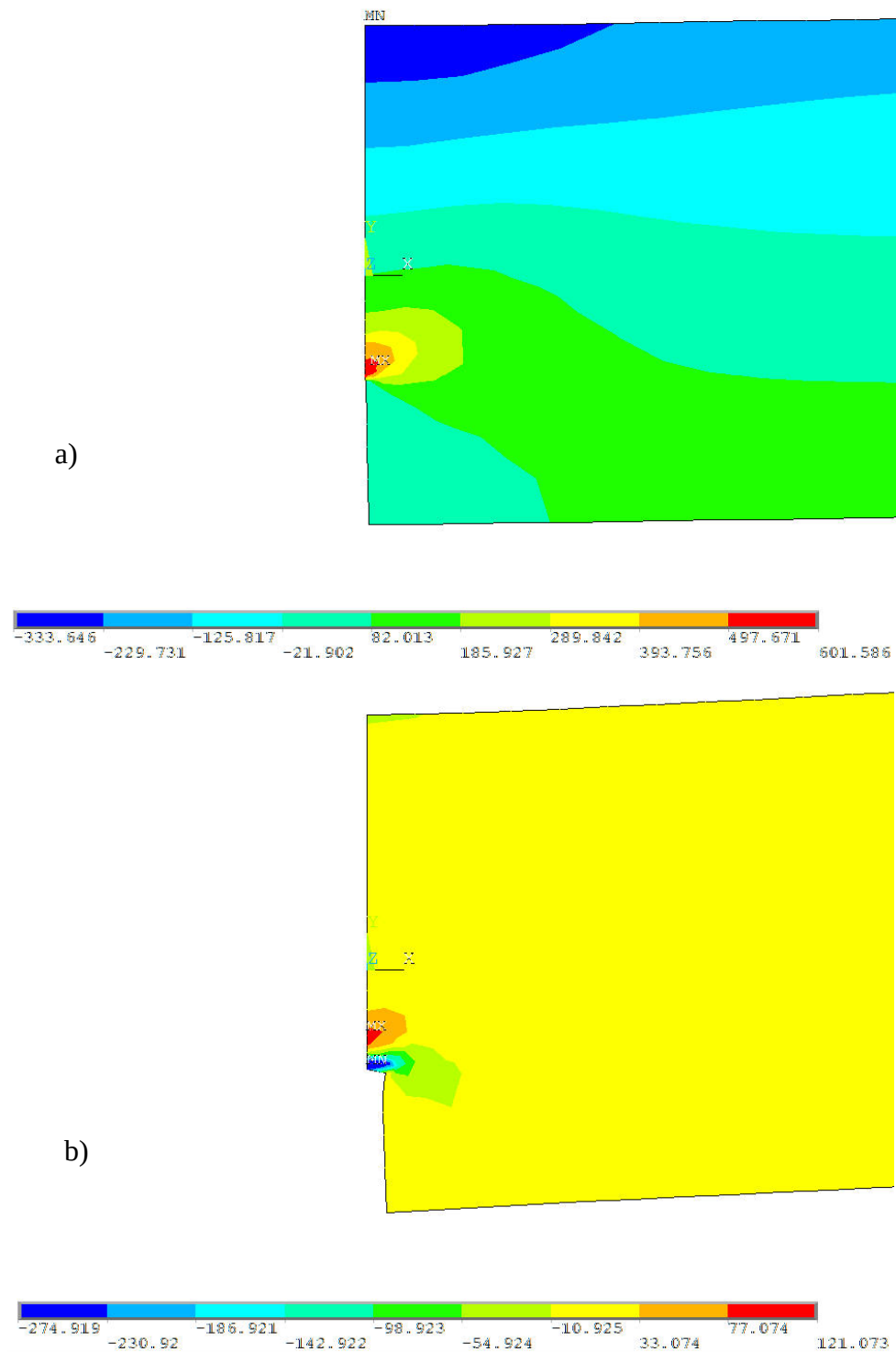


Figura IV.37.- Resultado numérico, desplazamiento de 3mm a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales

Análisis numérico de la apertura y cierre de grieta con historia y sin historia previa en un material aplicable en implantes biomecánicos

El campo de esfuerzos residuales está representado gráficamente en la Figura IV.38.

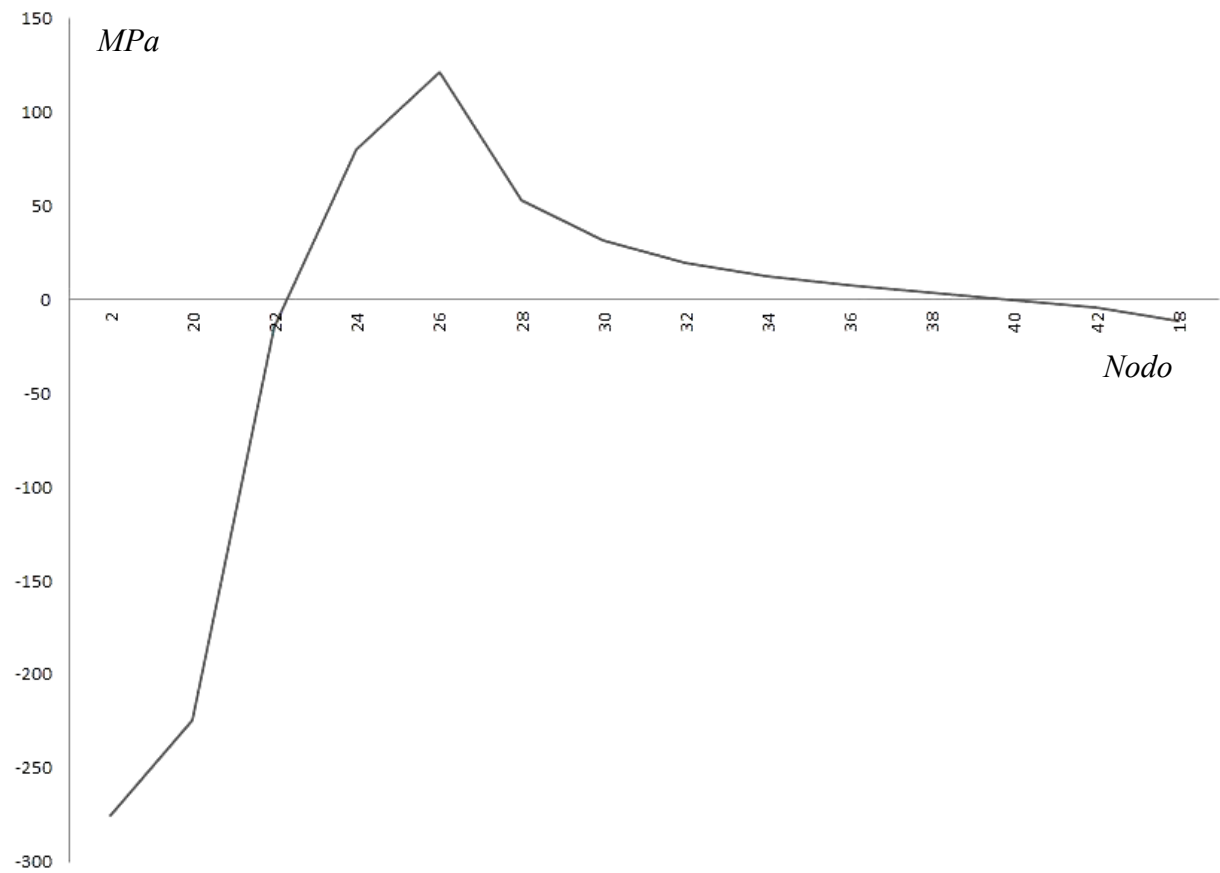


Figura IV.38.- Campo de esfuerzos residuales

En la Figura IV.39 se puede observar el campo de esfuerzos residuales obtenido con el tipo de mallado controlado.

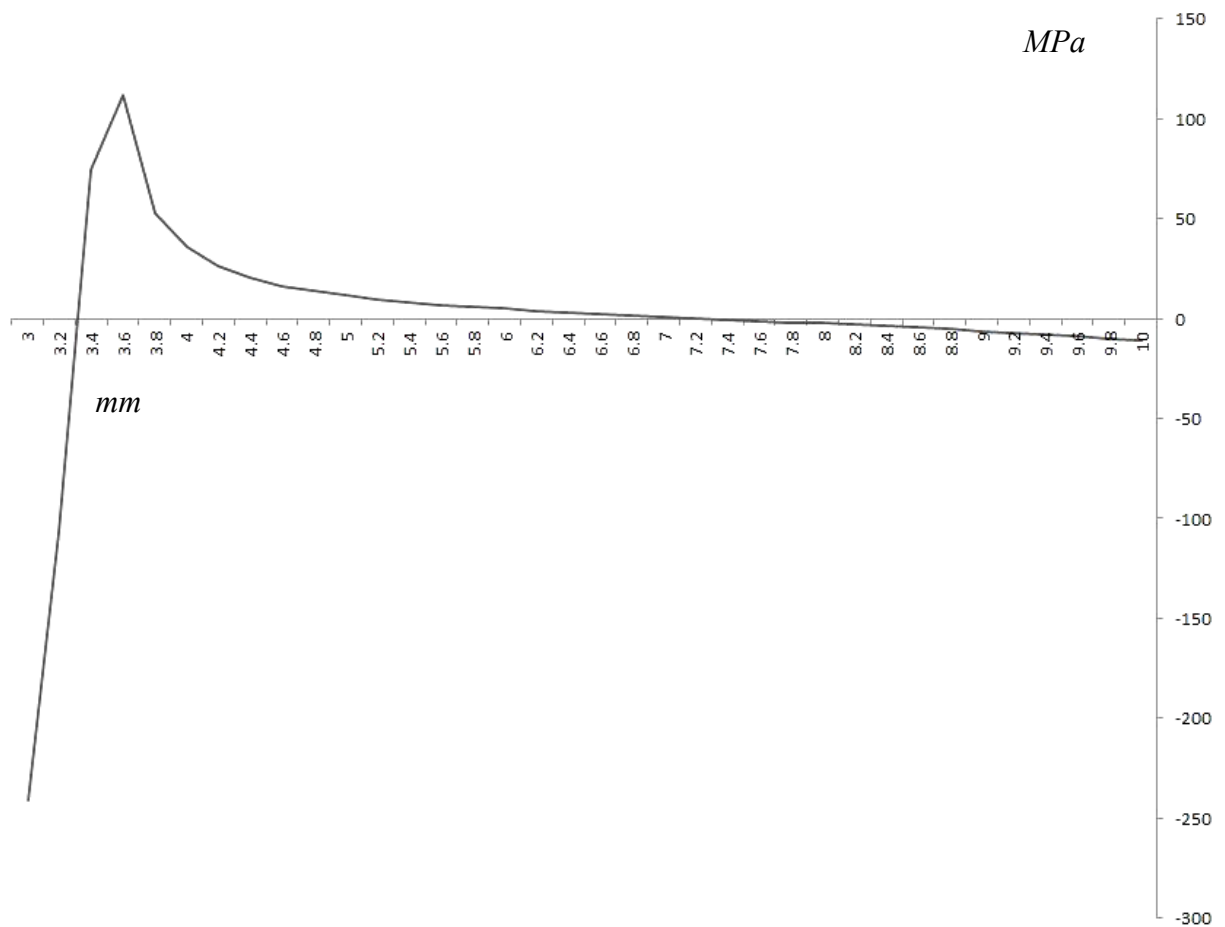


Figura IV.39.- Campo de esfuerzos residuales

- Carga con desplazamiento de $4mm$ sobre el eje x y tamaño de grieta constante, Figura IV.40:

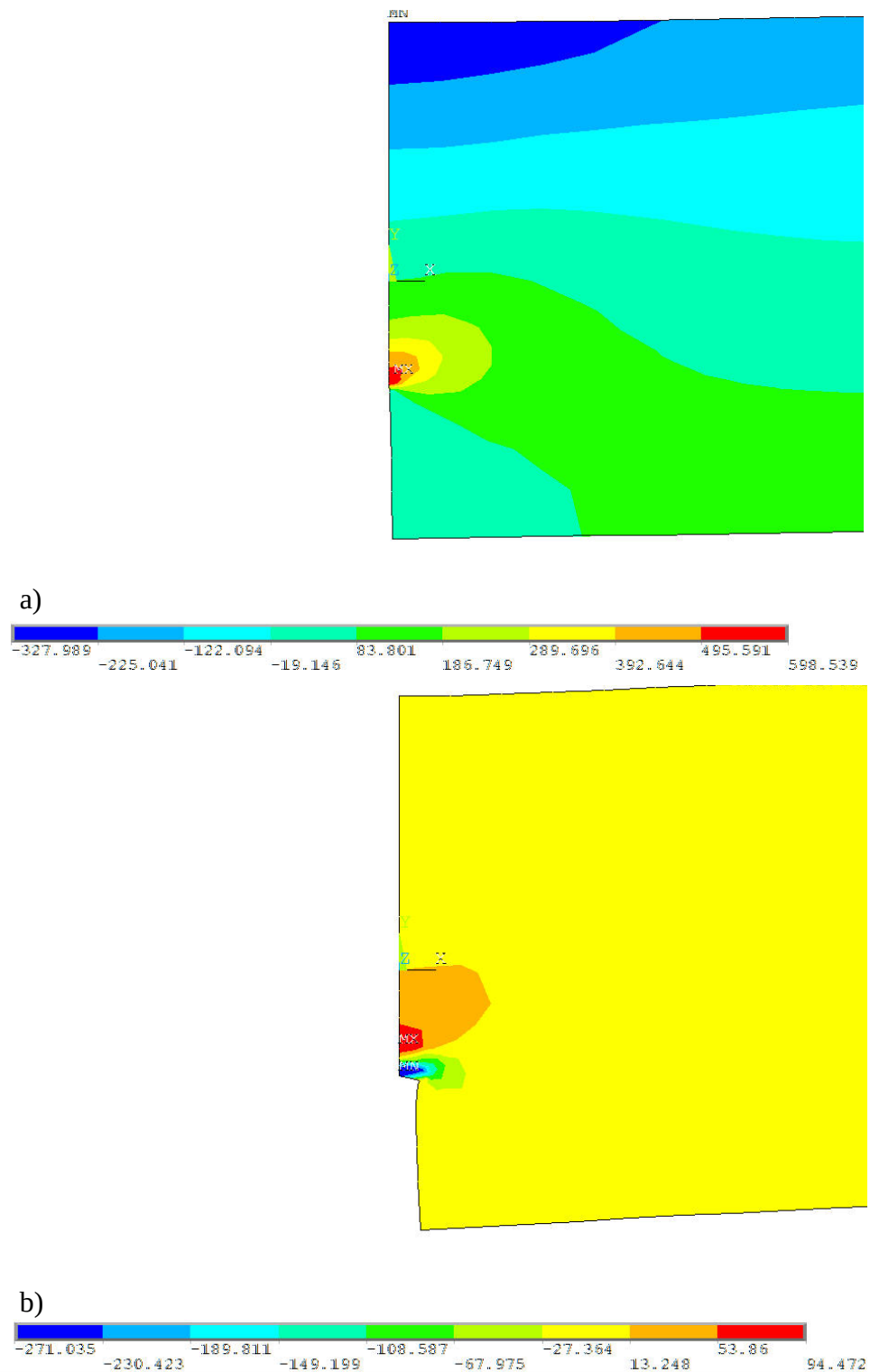


Figura IV.40.- Resultado numérico, desplazamiento de $4mm$ a) Esfuerzos de carga, b)

Esfuerzos residuales

Análisis numérico de la apertura y cierre de grieta con historia y sin historia previa en un material aplicable en implantes biomecánicos

El campo de esfuerzos residuales está representado por la Figura IV.41.

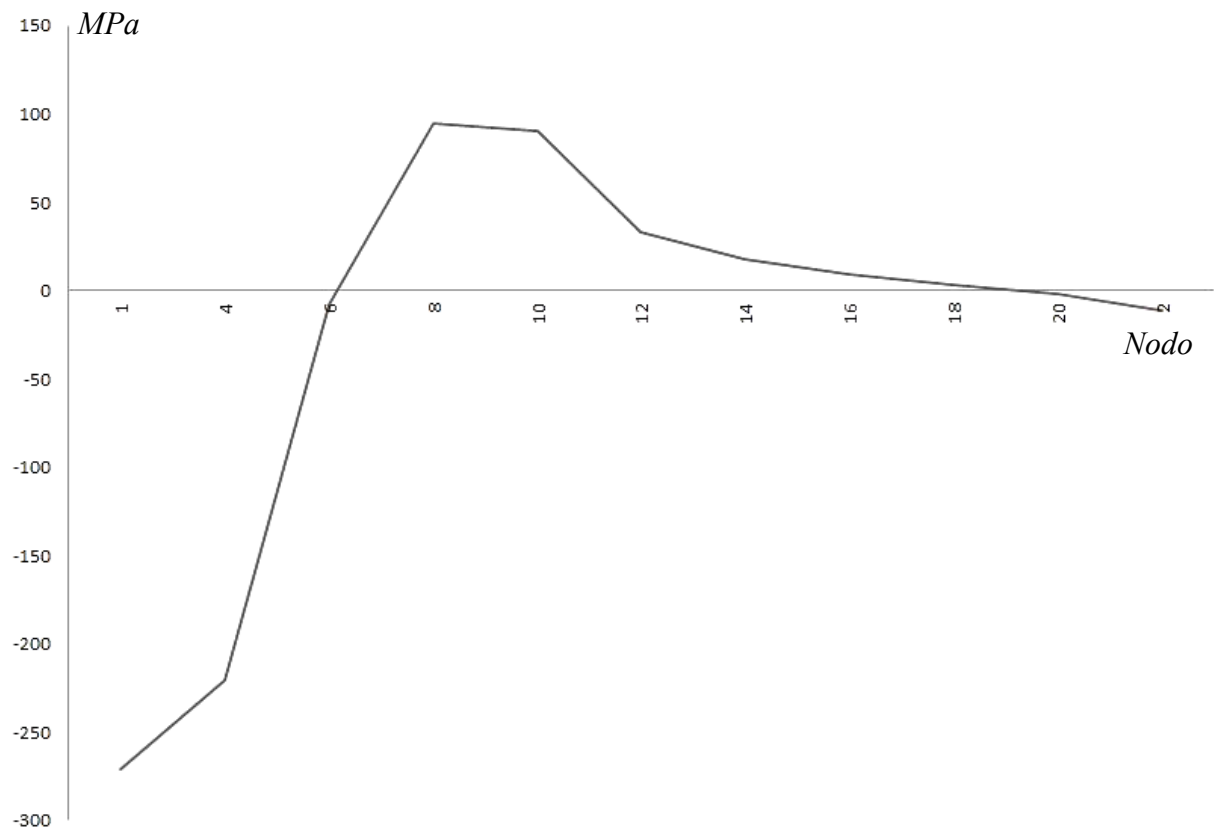


Figura IV.41.- Campo de esfuerzos residuales

En la Figura IV.42 se puede observar el campo de esfuerzos residuales obtenido con la discretización controlada.

Análisis numérico de la apertura y cierre de grieta con historia y sin historia previa
en un material aplicable en implantes biomecánicos

MPa

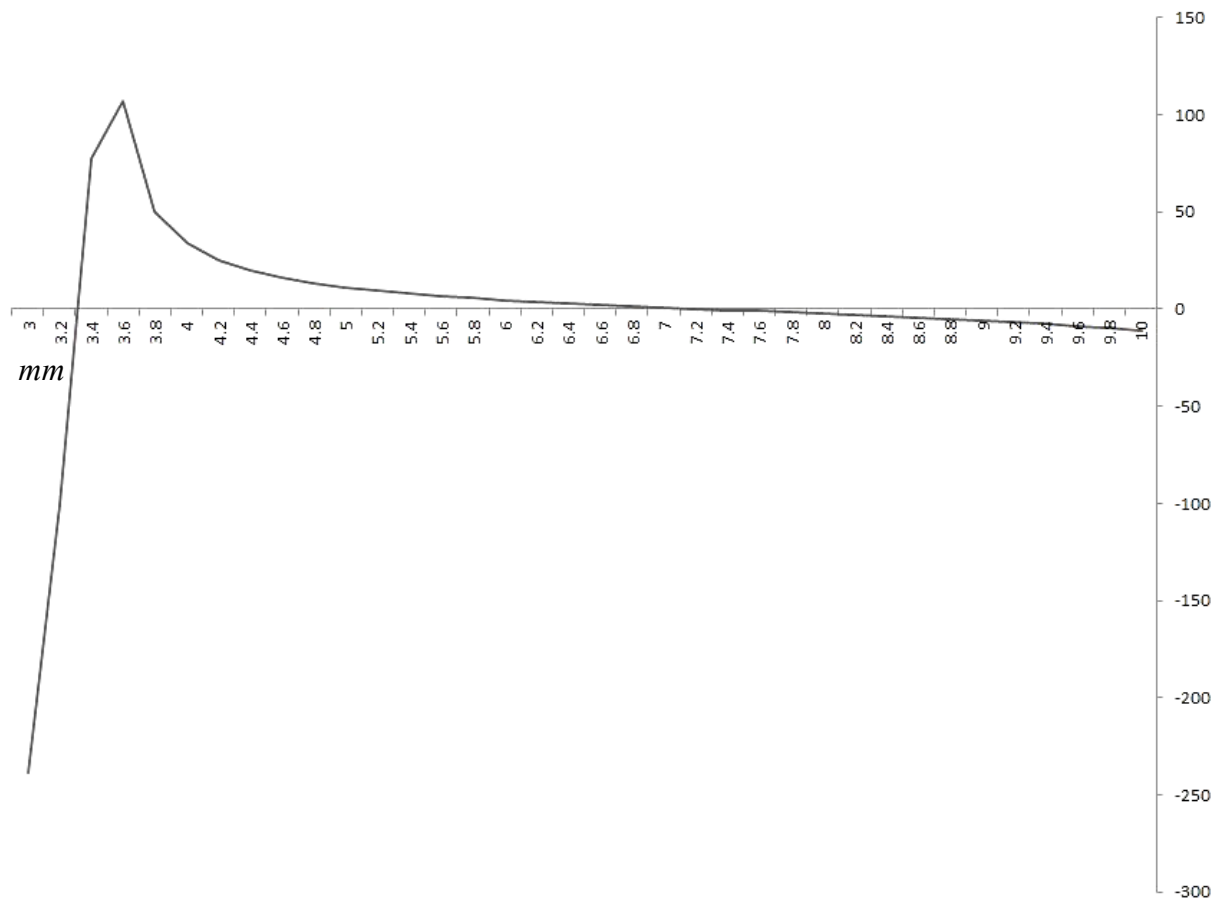


Figura IV.42.- Campo de esfuerzos residuales

- Carga con desplazamiento de 5 mm sobre el eje x y tamaño de grieta constante, Figura IV.43:

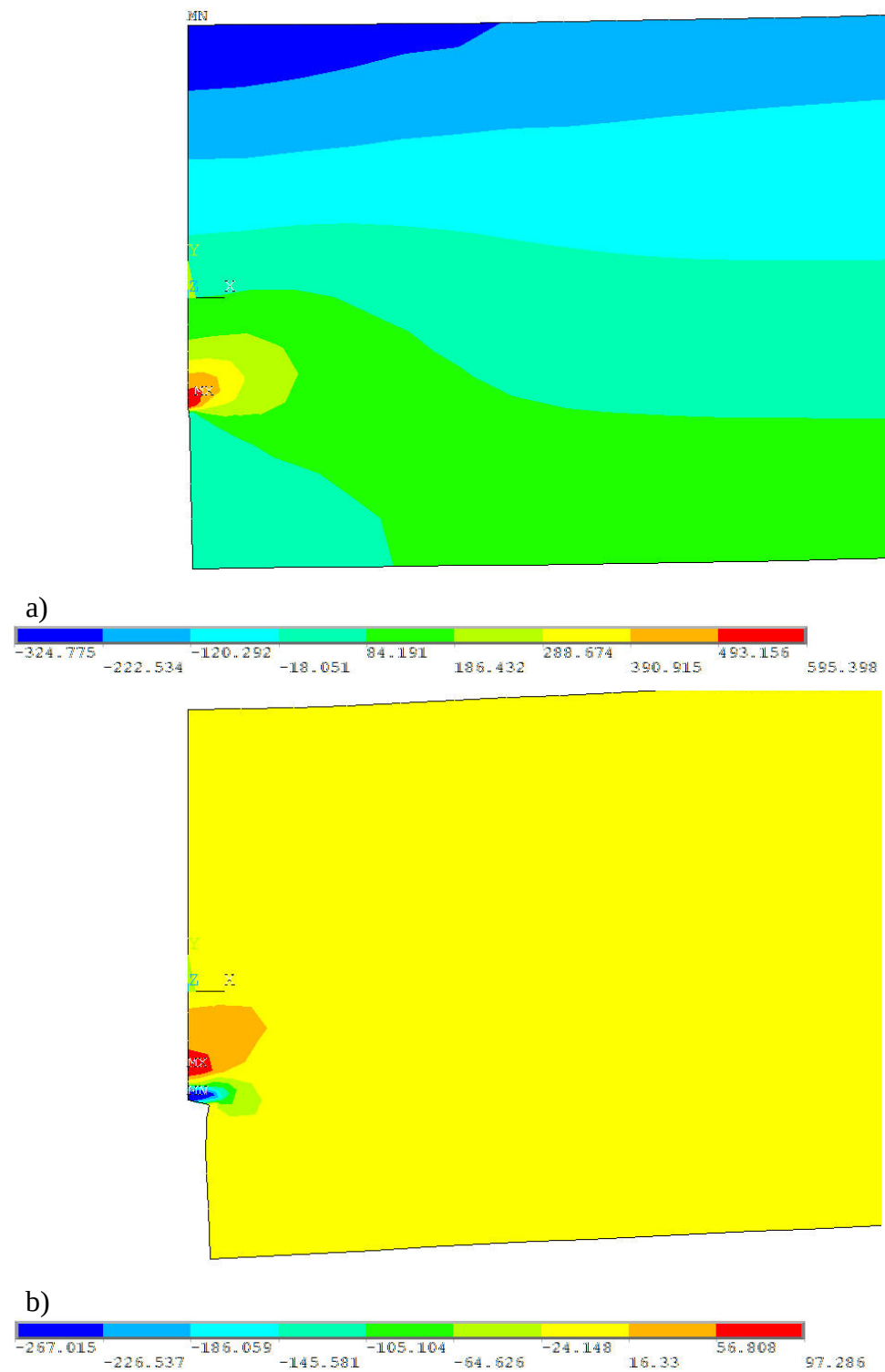


Figura IV.43.- Resultado numérico, desplazamiento de $5mm$ a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales

El campo de esfuerzos residuales está representado gráficamente en la Figura IV.44.

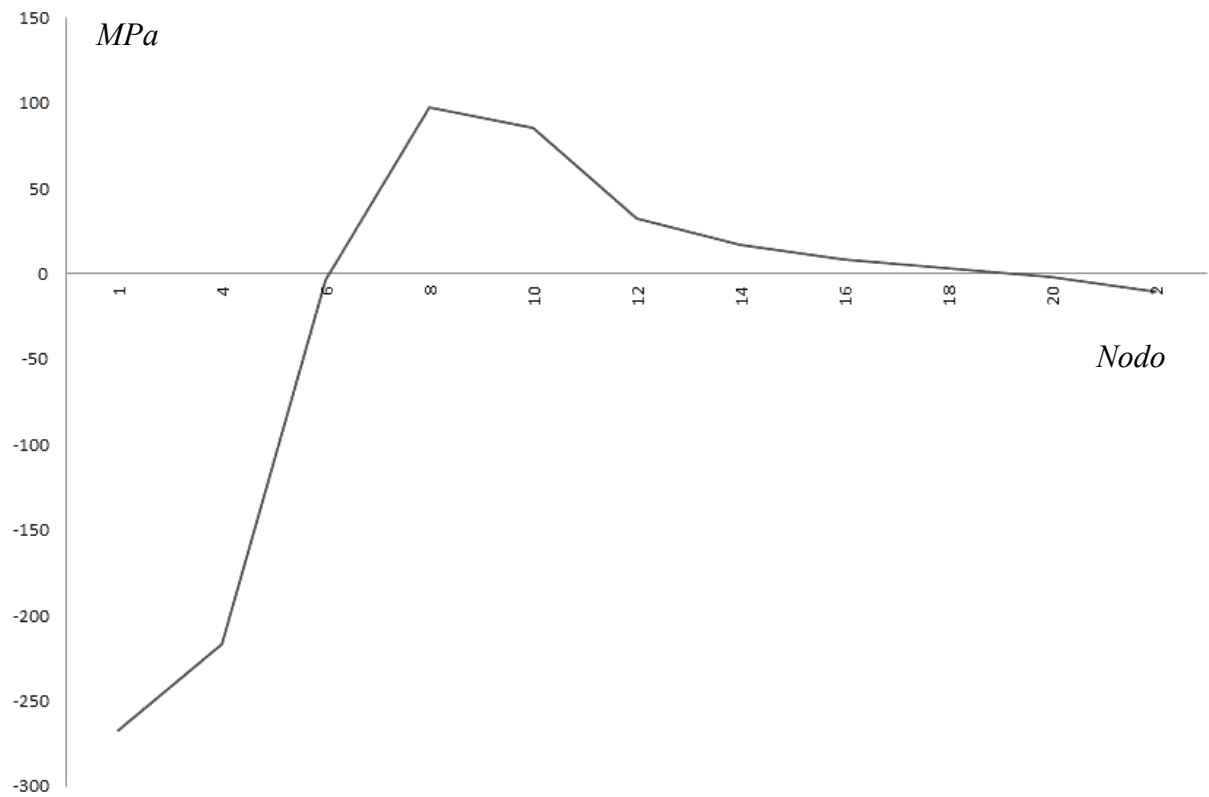


Figura IV.44.- Campo de esfuerzos residuales

En la Figura IV.45 se puede observar el campo de esfuerzos residuales obtenido con la discretización controlada.

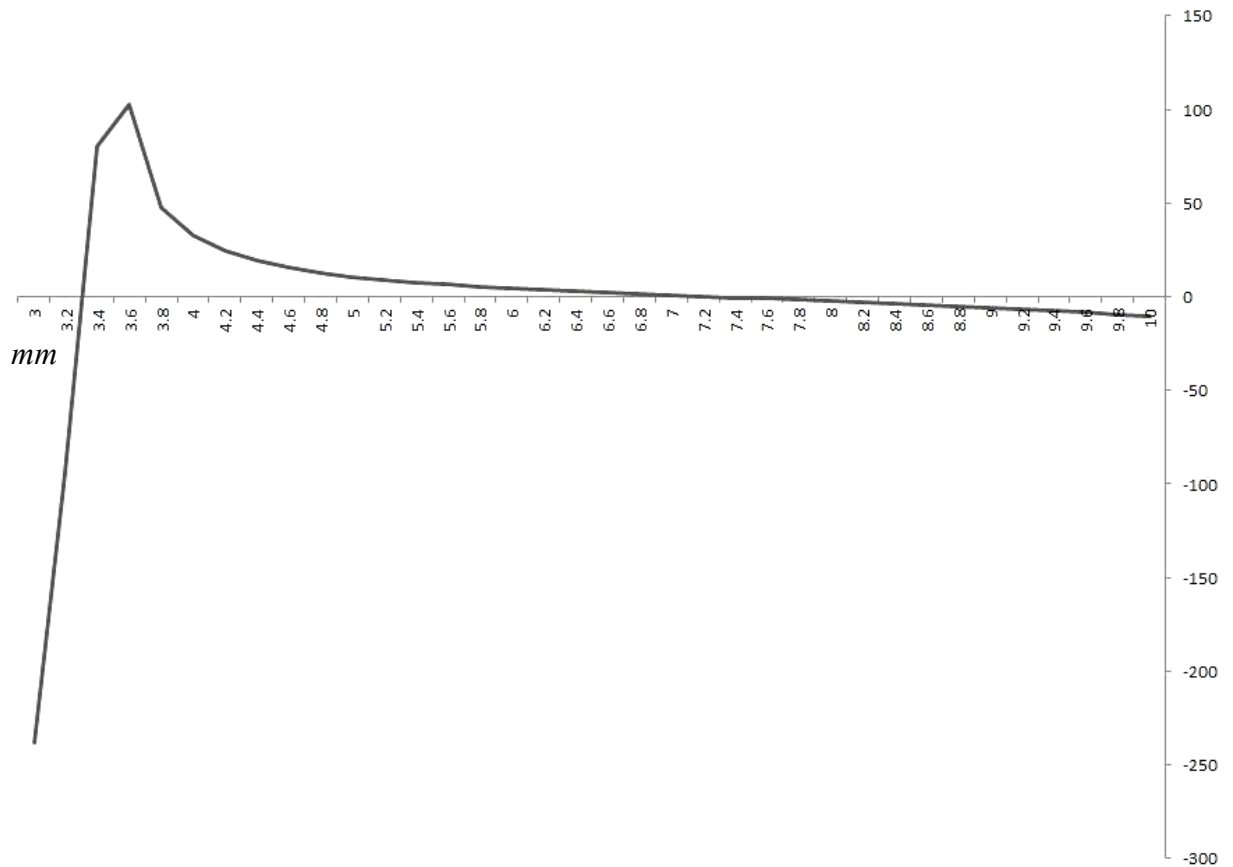


Figura IV.45.- Campo de esfuerzos residuales

- Carga con desplazamiento de 10mm sobre el eje x y tamaño de grieta constante, Figura IV.46:

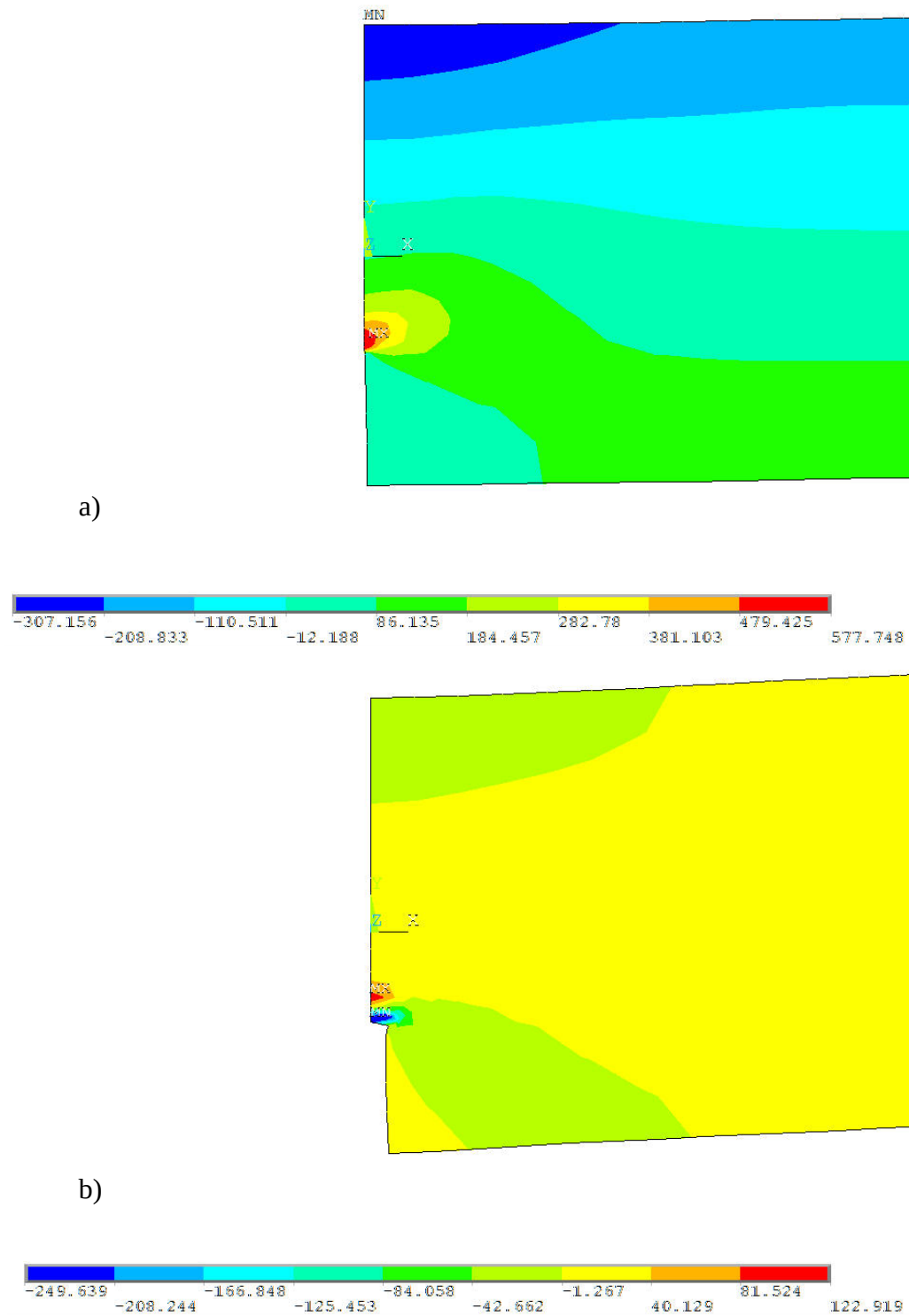


Figura IV.46.- Resultado numérico, desplazamiento de $10mm$ a) Esfuerzos de carga b) Esfuerzos residuales

Los esfuerzos residuales están representados gráficamente en la Figura IV.47.

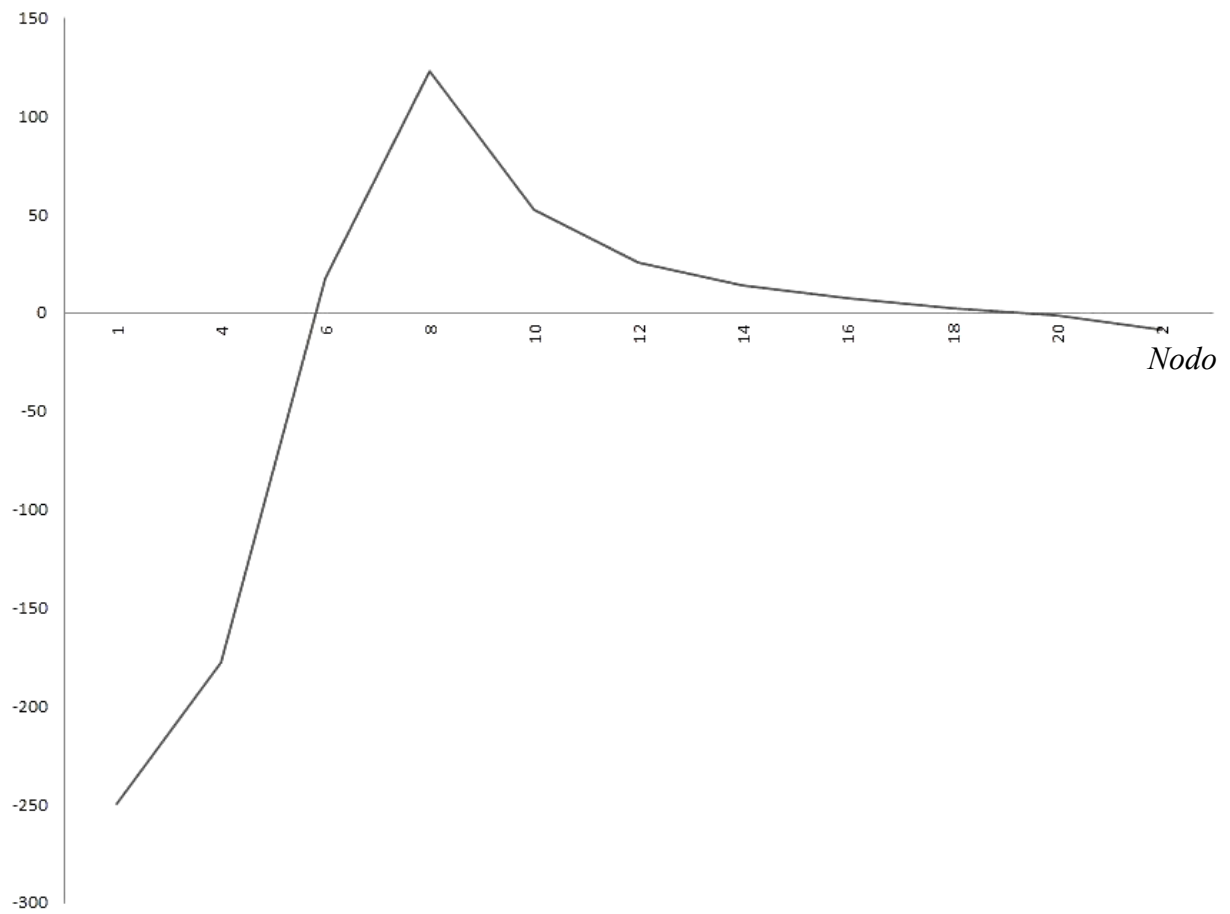


Figura IV.47.- Campo de esfuerzos residuales

En la Figura IV.48 se puede observar de forma gráfica el campo de esfuerzos residuales obtenido por medio de la discretización controlada.

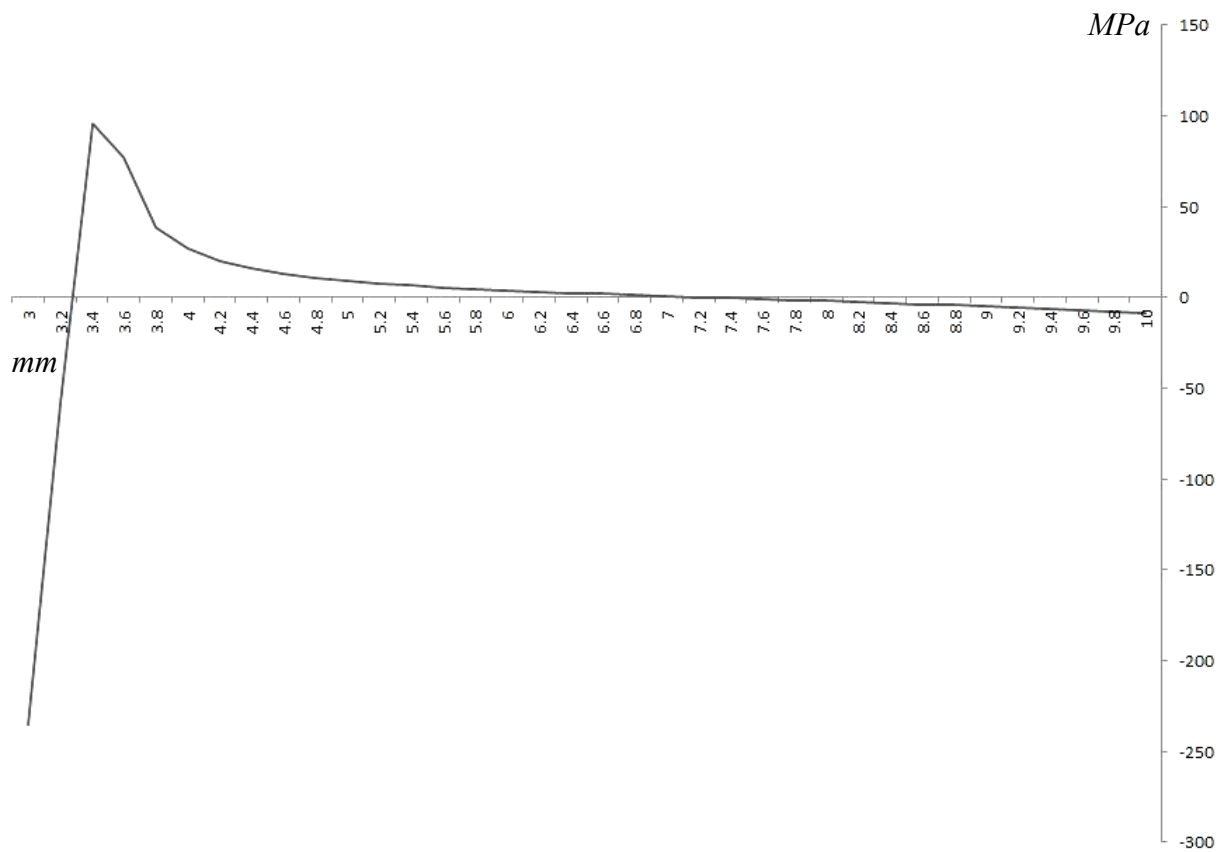


Figura IV.48.- Campo de esfuerzos residuales

- Carga con desplazamiento de $15mm$ sobre el eje x y tamaño de grieta constante, Figura IV.49.

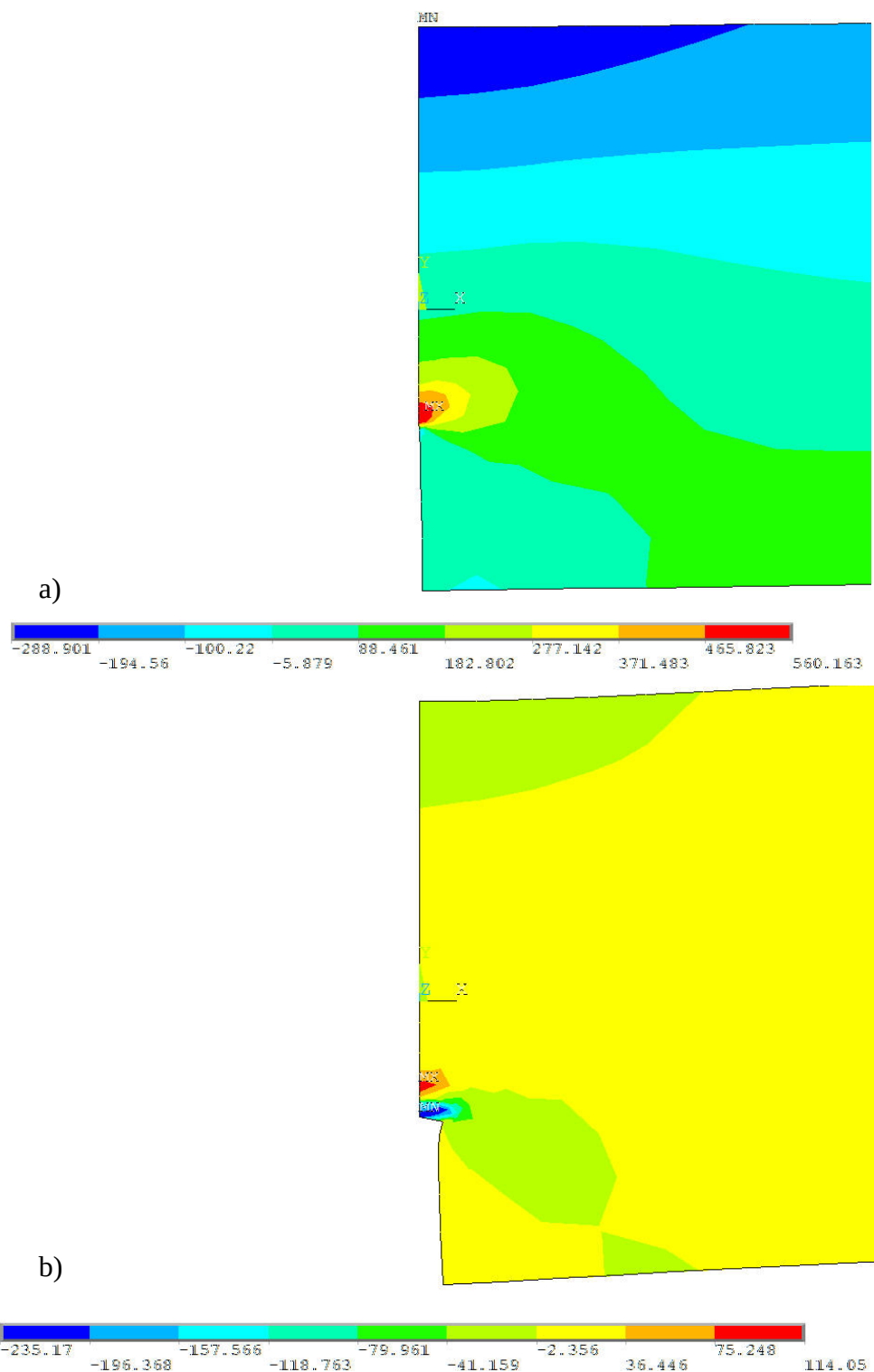


Figura IV.49.- Resultado numérico, desplazamiento de $15mm$ a) Esfuerzos de carga, b)

Esfuerzos residuales

Análisis numérico de la apertura y cierre de grieta con historia y sin historia previa en un material aplicable en implantes biomecánicos

El campo de esfuerzos residuales está representado gráficamente en la Figura IV.50.

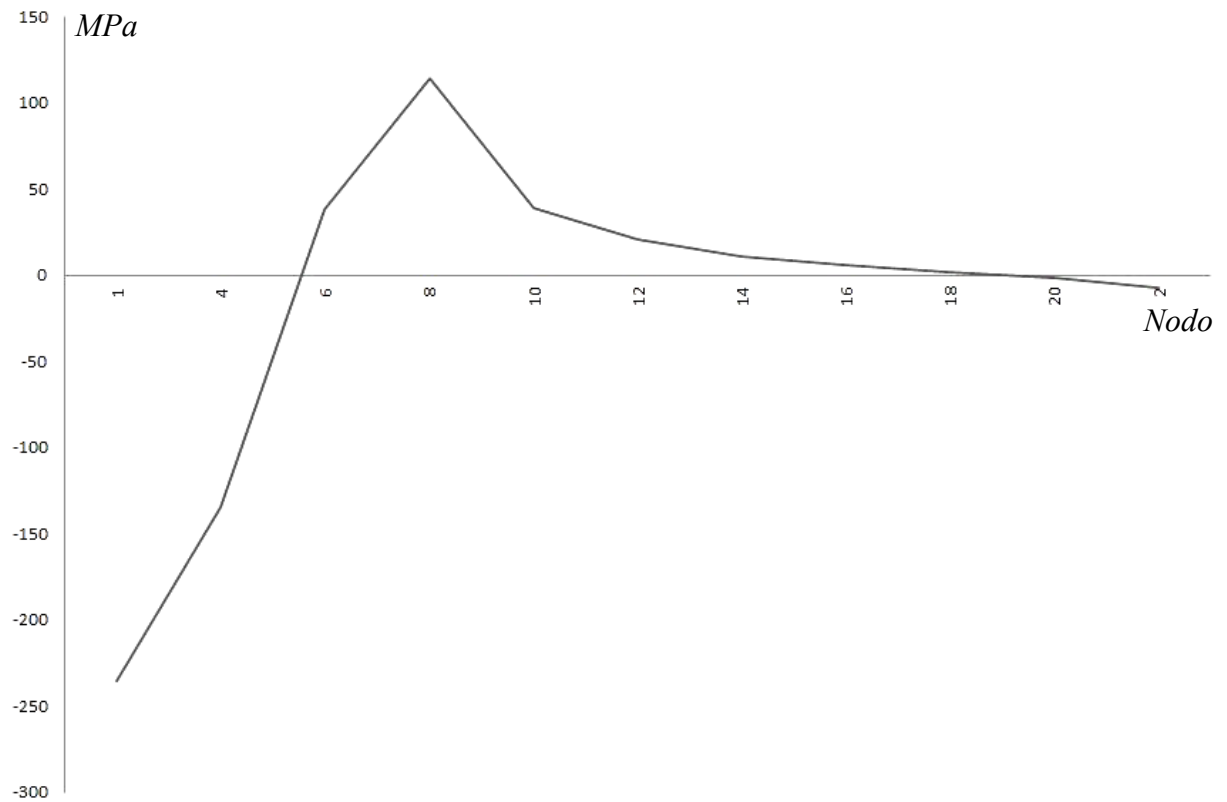


Figura IV.50.- Campo de esfuerzos residuales

En la Figura IV.51 se observa el campo de esfuerzos residuales resultante de la discretización controlada.

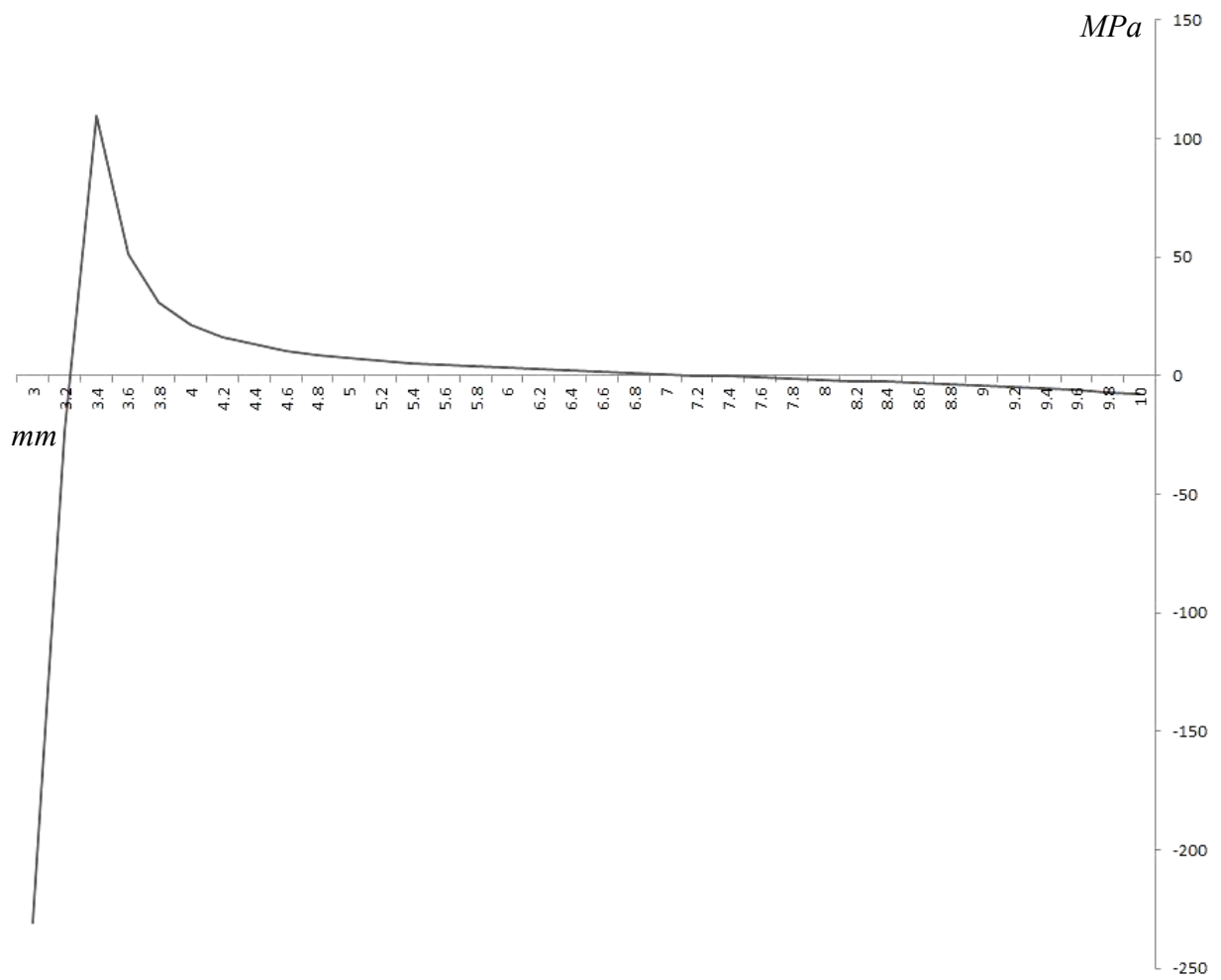


Figura IV.51.- Campo de esfuerzos residuales

- Carga con desplazamiento de 20mm sobre el eje x y tamaño de grieta constante, Figura IV.52:

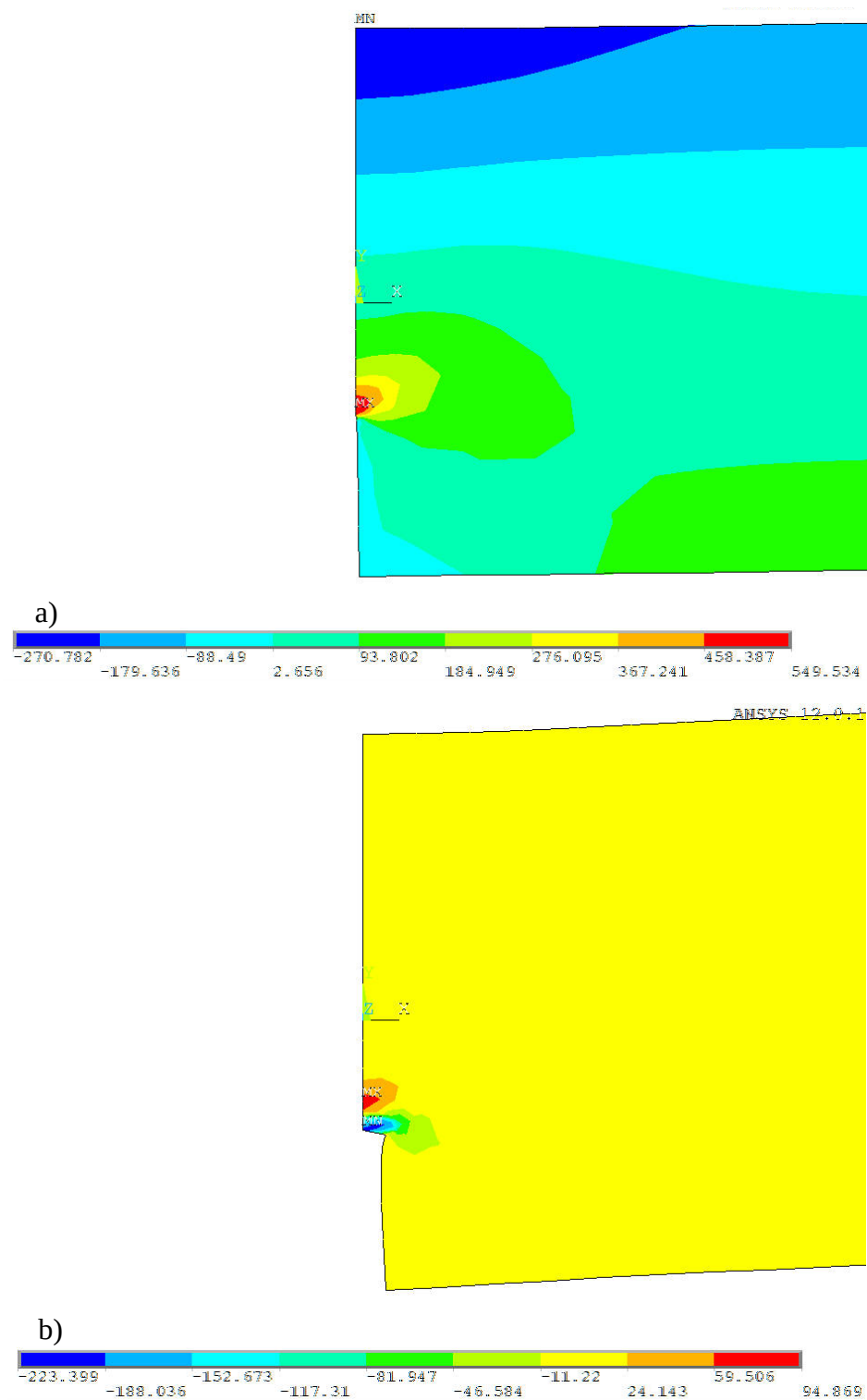


Figura IV.52.- Resultado numérico, desplazamiento de 20mm a) Esfuerzos de carga, b)

Esfuerzos residuales

Análisis numérico de la apertura y cierre de grieta con historia y sin historia previa en un material aplicable en implantes biomecánicos

El campo de esfuerzos residuales está representado gráficamente en la Figura IV.53.

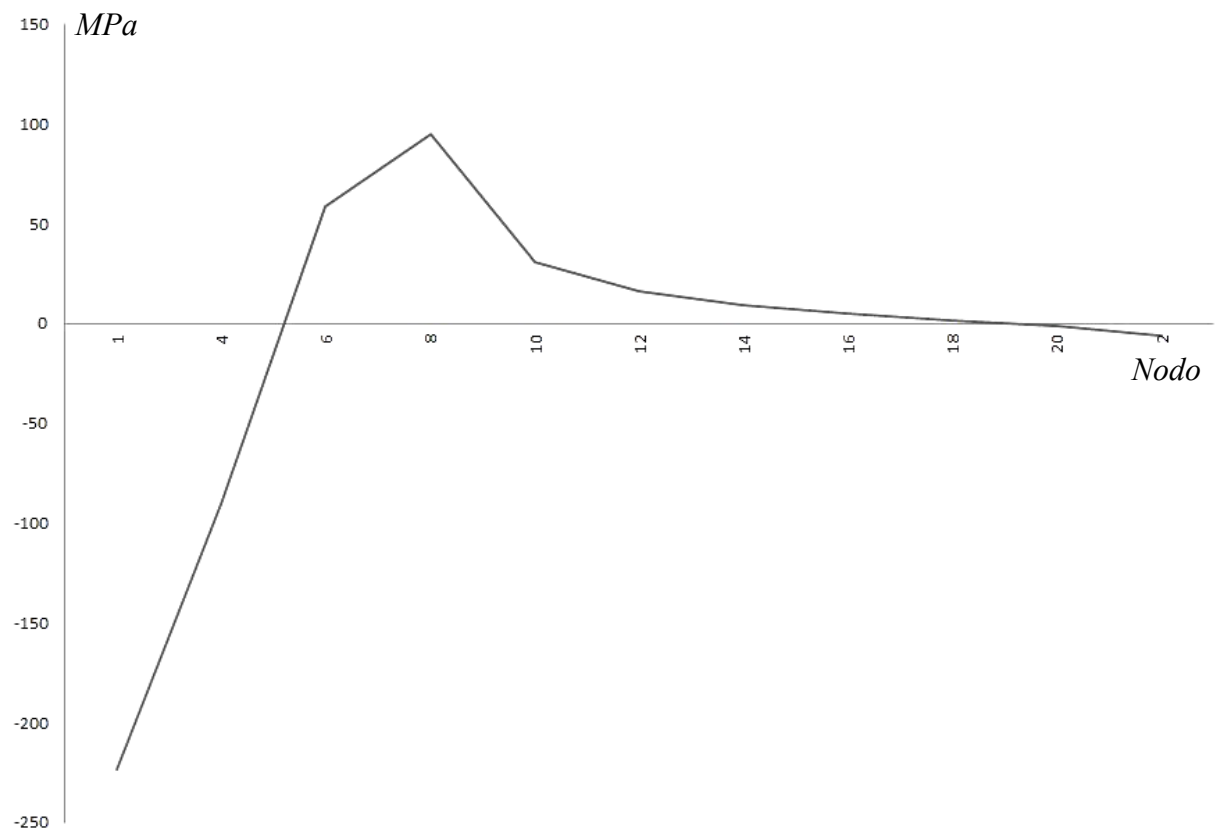


Figura IV.53.- Campo de esfuerzos residuales

En la Figura IV.54 se puede observar el campo de esfuerzos residuales obtenidos de la discretización controlada.

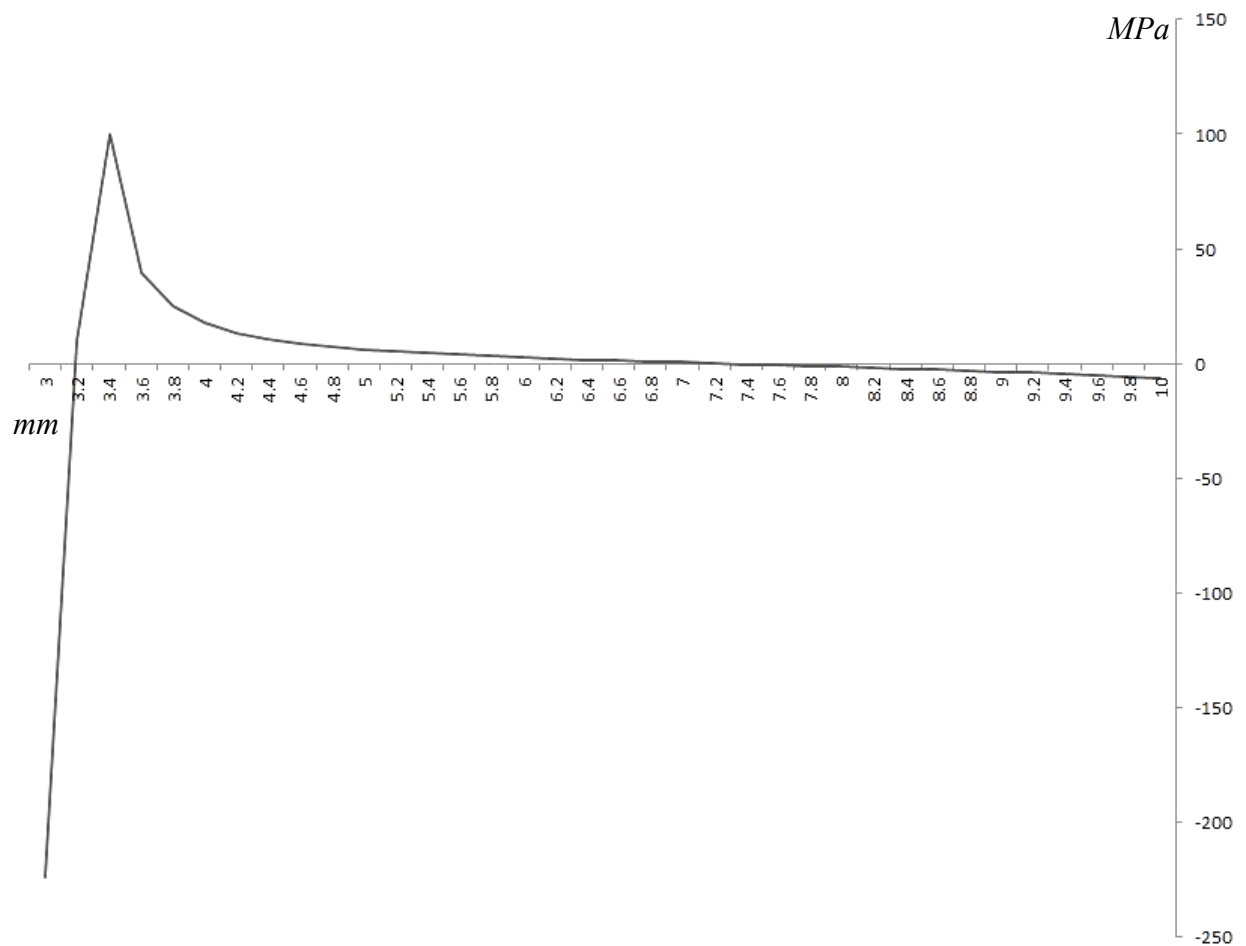


Figura IV.54.- Campo de esfuerzos residuales

- Carga con desplazamiento de $25mm$ sobre el eje x y tamaño de grieta constante, Figura IV.55:

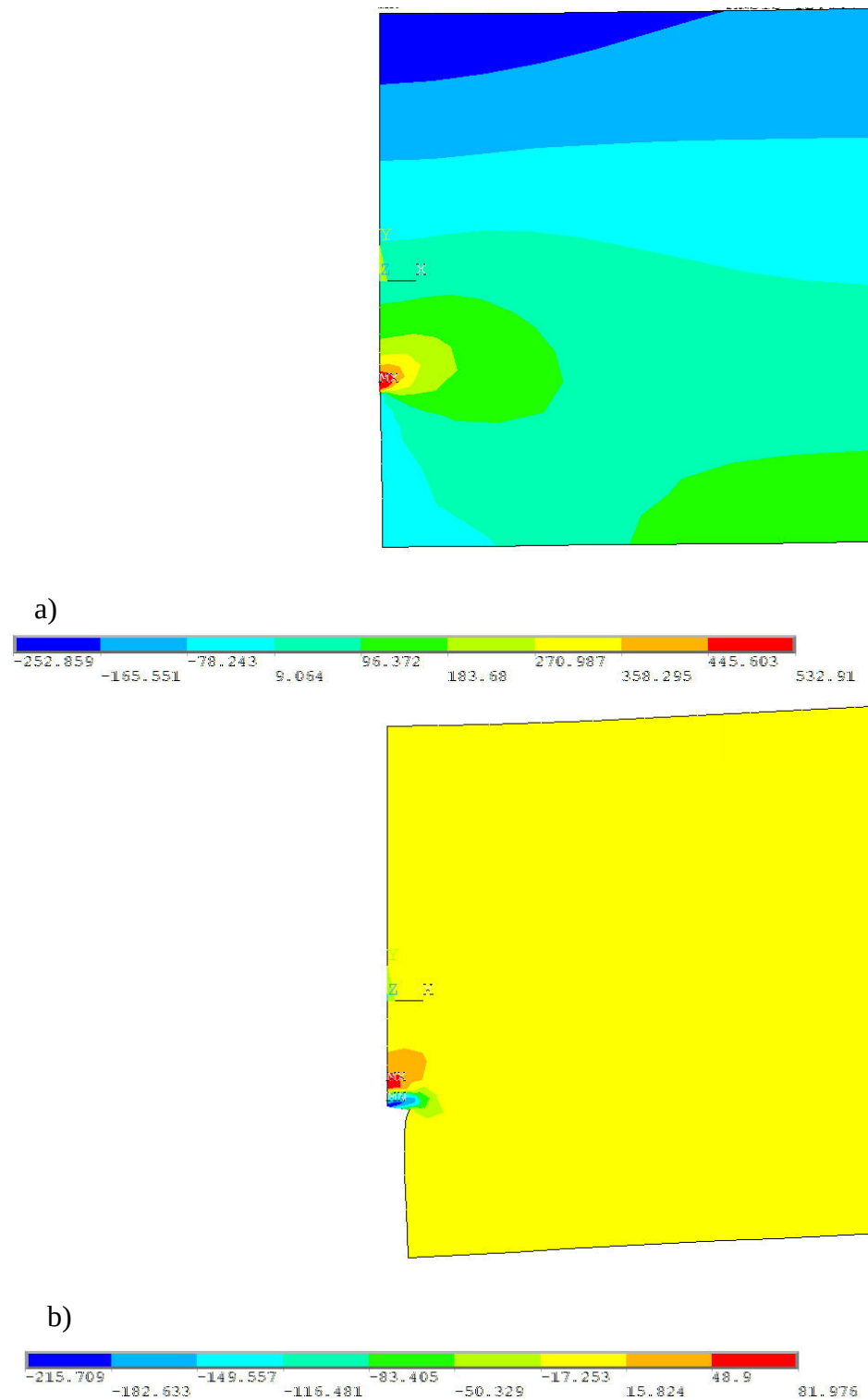


Figura IV.55.- Resultado numérico, desplazamiento de $25mm$ a) Esfuerzos de carga, b)

Esfuerzos residuales

Análisis numérico de la apertura y cierre de grieta con historia y sin historia previa en un material aplicable en implantes biomecánicos

El campo de esfuerzos residuales está representado gráficamente en la Figura IV.56.

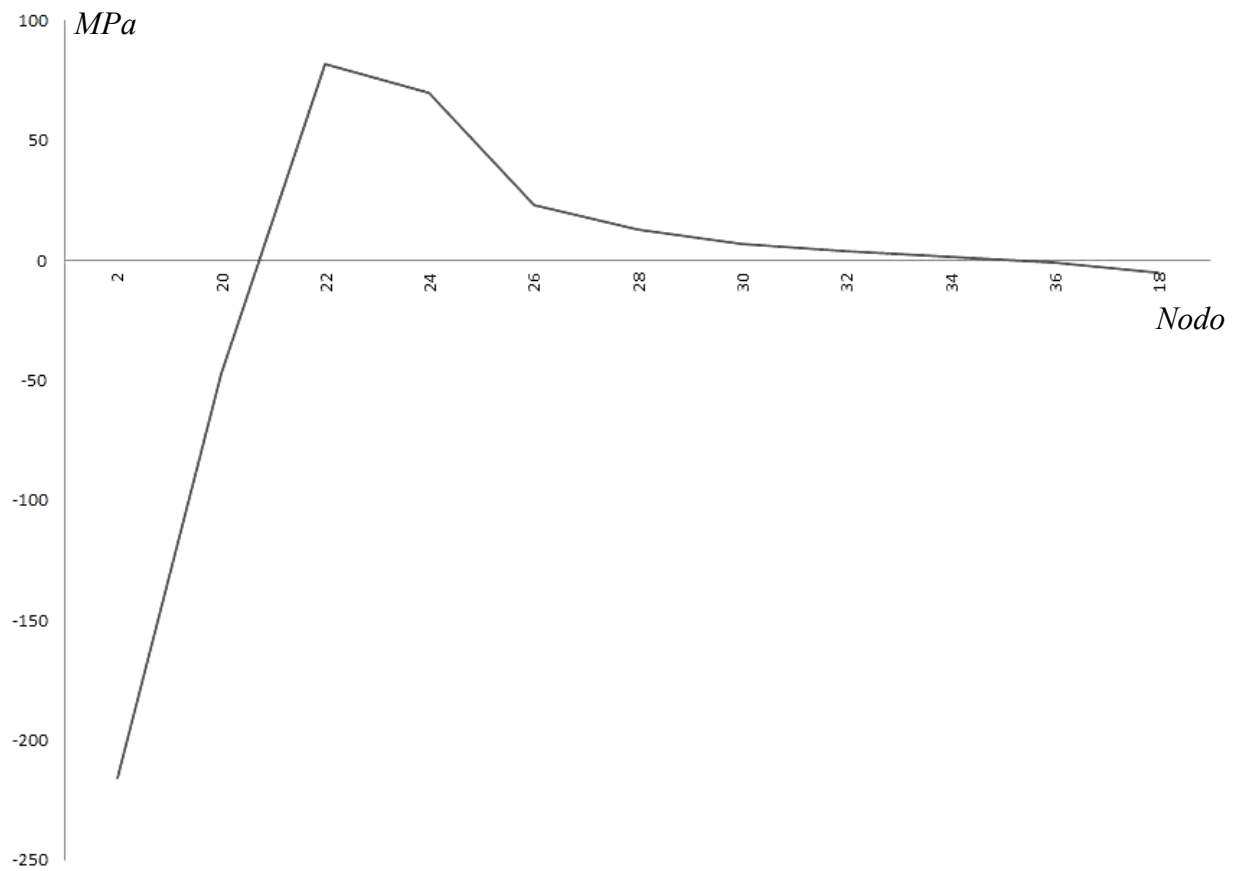


Figura IV.56.- Campo de esfuerzos residuales

En la Figura IV.57 se puede observar el campo de esfuerzos residuales que se obtuvo de la discretización controlada.

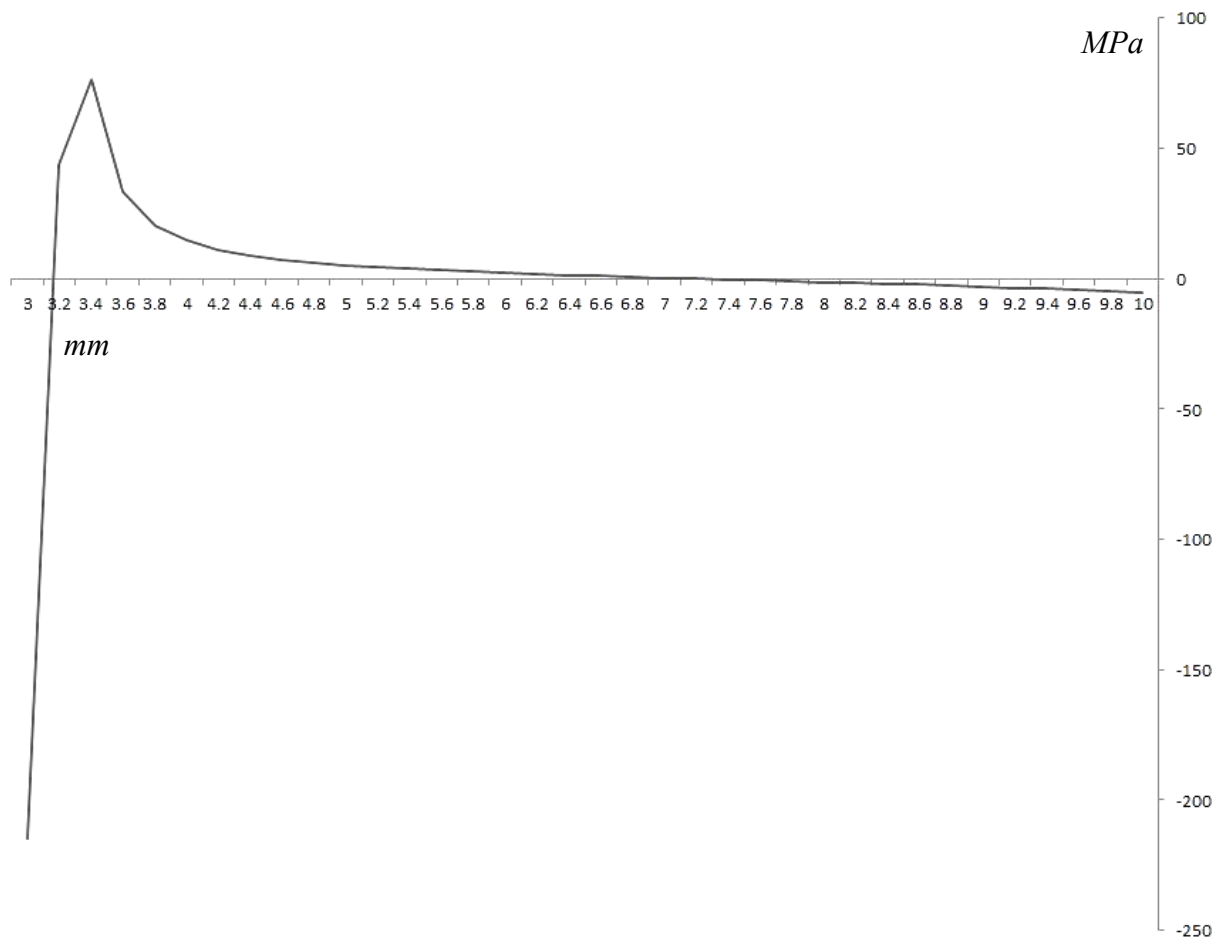


Figura IV.57.- Campo de esfuerzos residuales

- Carga con desplazamiento de $30mm$ sobre el eje x y tamaño de grieta constante, Figura IV.58:

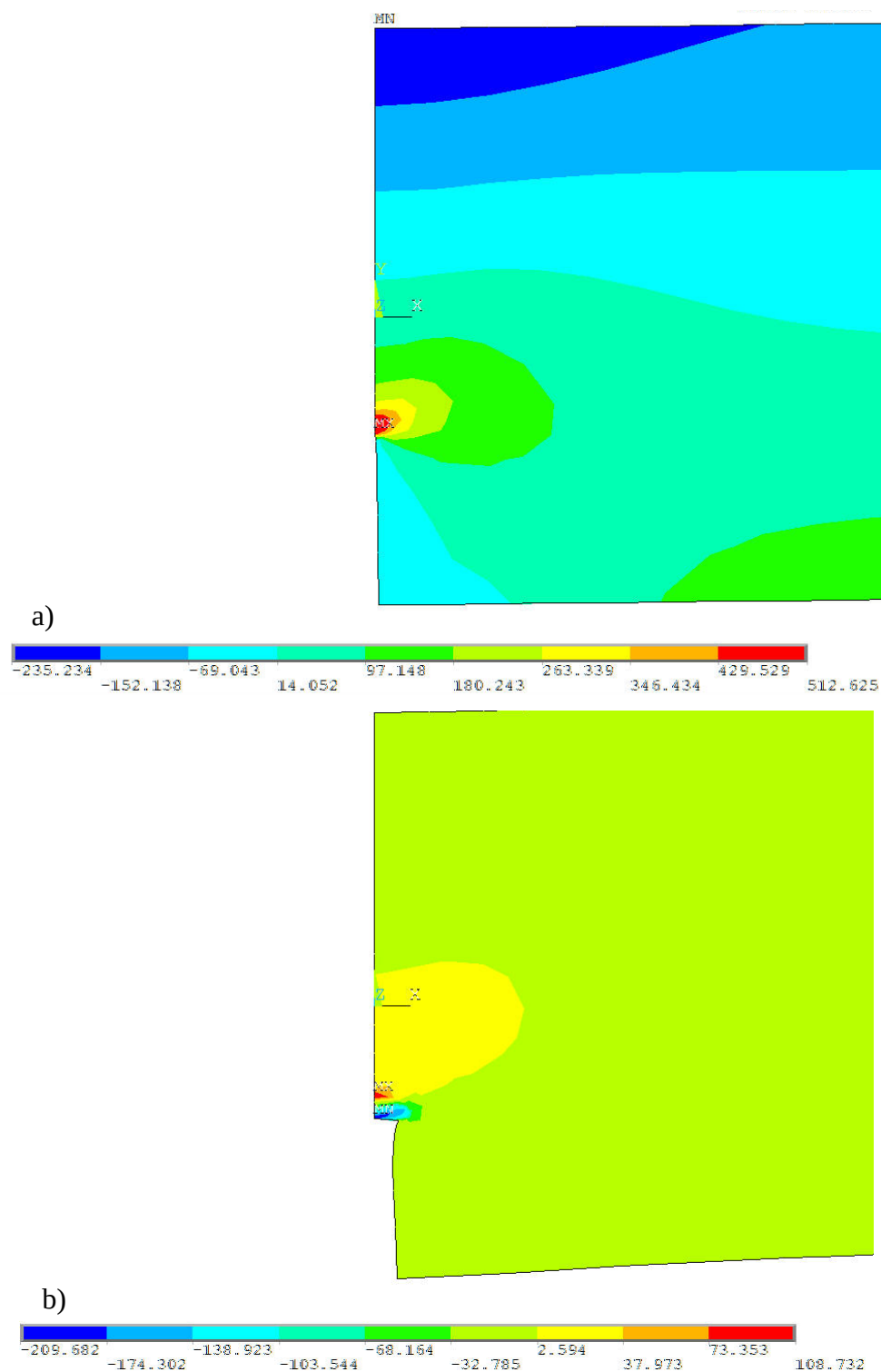


Figura IV.58.- Resultado numérico, desplazamiento de $30mm$ a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales

Análisis numérico de la apertura y cierre de grieta con historia y sin historia previa en un material aplicable en implantes biomecánicos

El campo de esfuerzos residuales está representado gráficamente en la Figura IV.59.

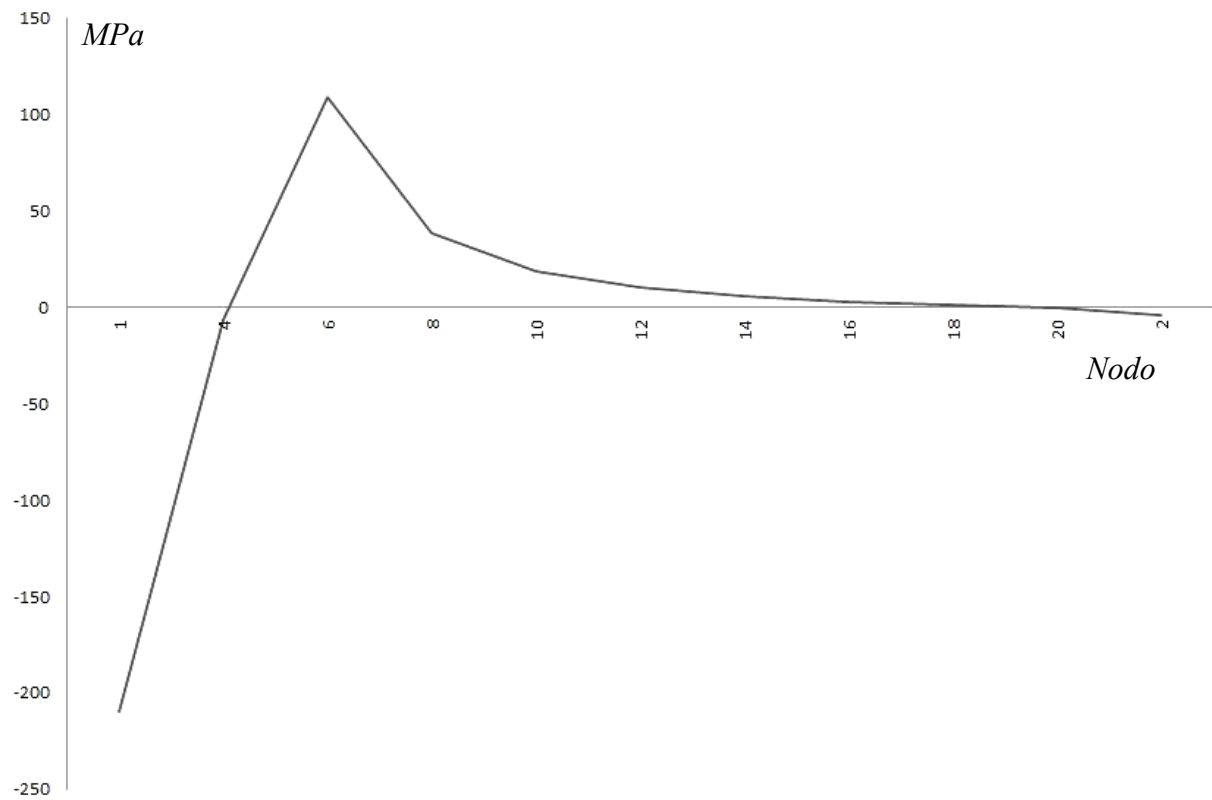


Figura IV.59.- Campo de esfuerzos residuales

En la Figura IV.60 se puede observar el campo de esfuerzos residuales que se obtuvo de la discretización controlada.

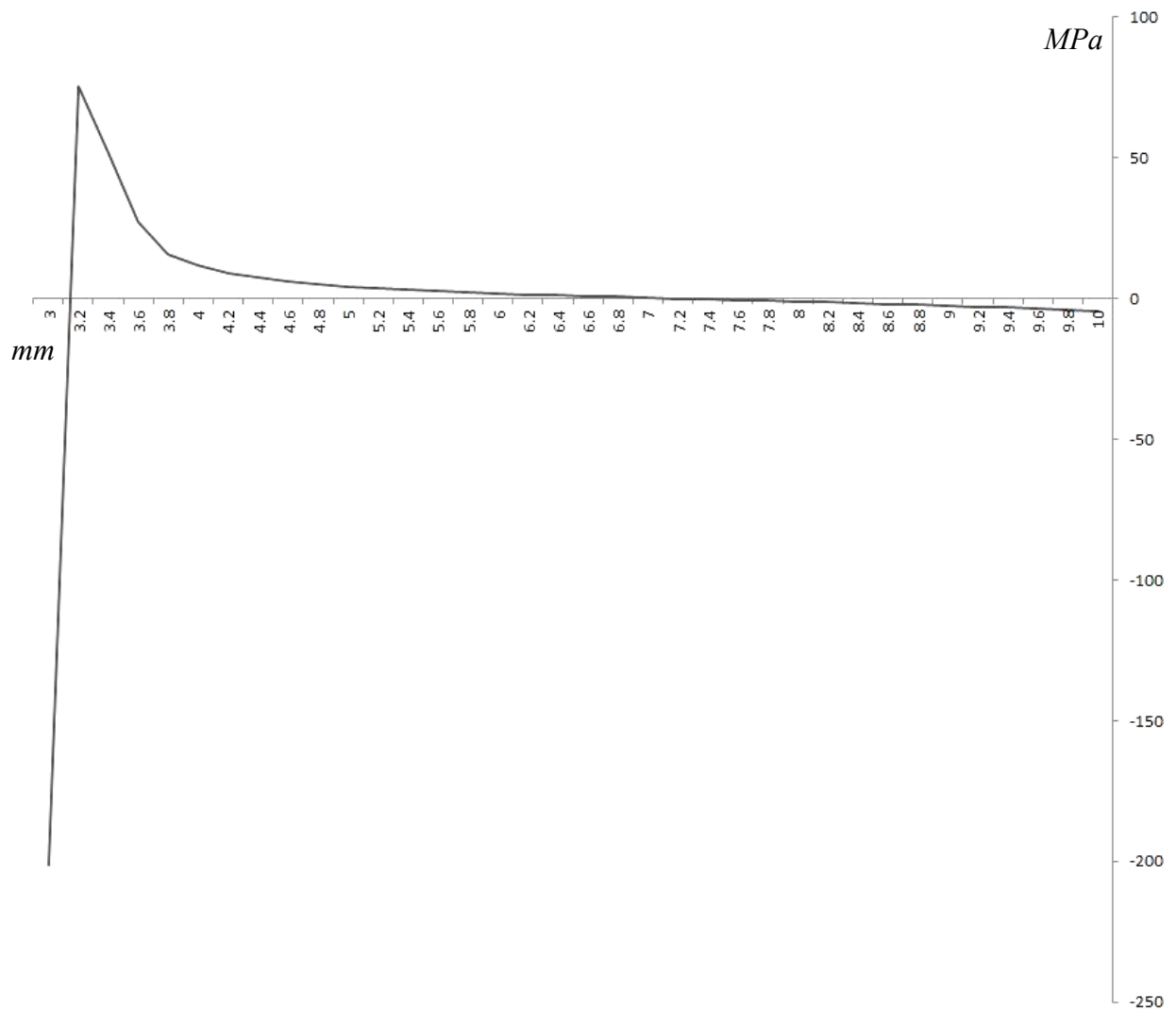


Figura IV.60.- Campo de esfuerzos residuales

- Carga con desplazamiento de $50mm$ sobre el eje x y tamaño de grieta constante, Figura IV.61:

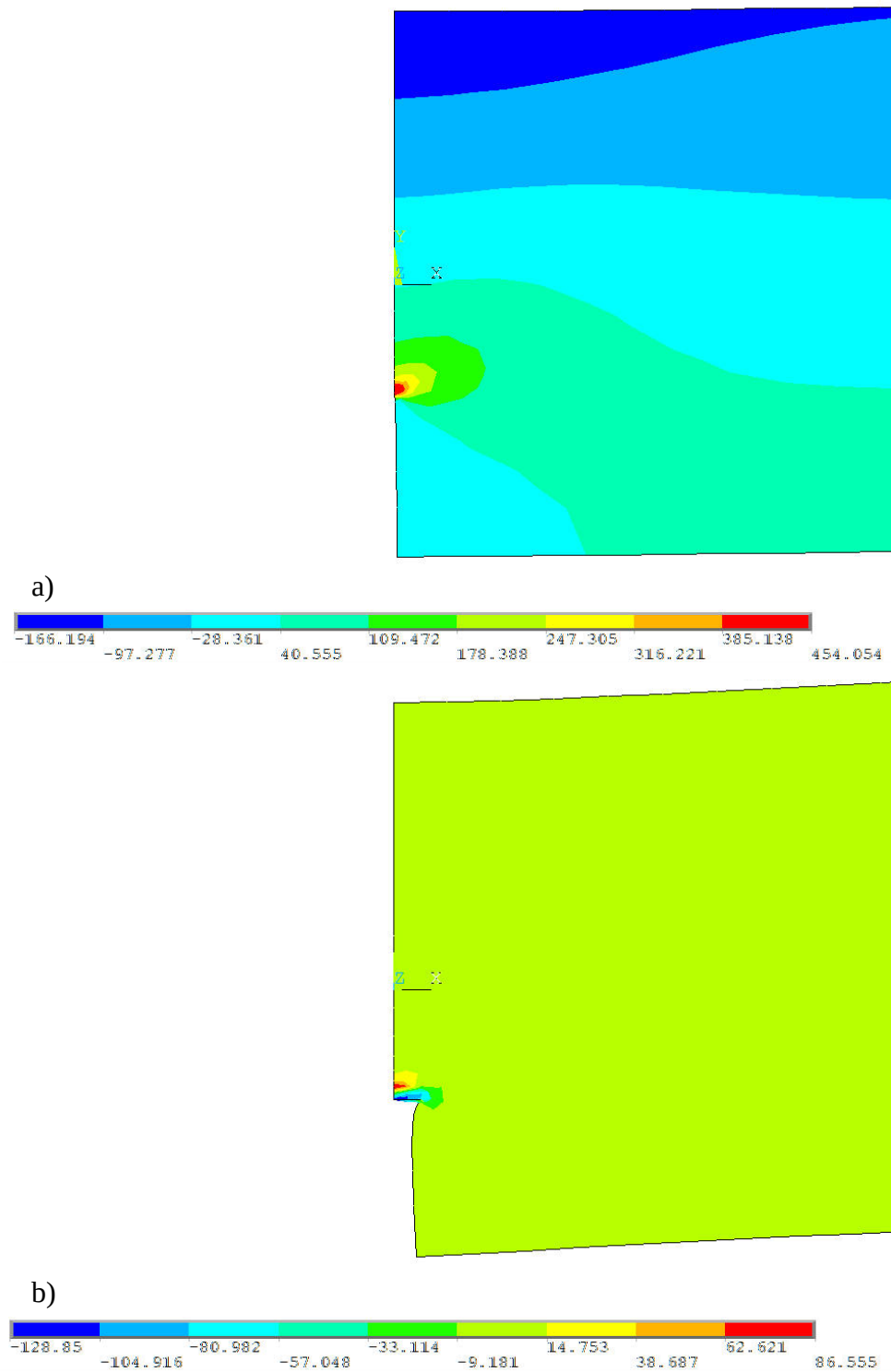


Figura IV.61.- Resultado numérico, desplazamiento de $50mm$ a) Esfuerzos de carga b) Esfuerzos residuales

Análisis numérico de la apertura y cierre de grieta con historia y sin historia previa en un material aplicable en implantes biomecánicos

El campo de esfuerzos residuales está representado gráficamente en la Figura IV.62.

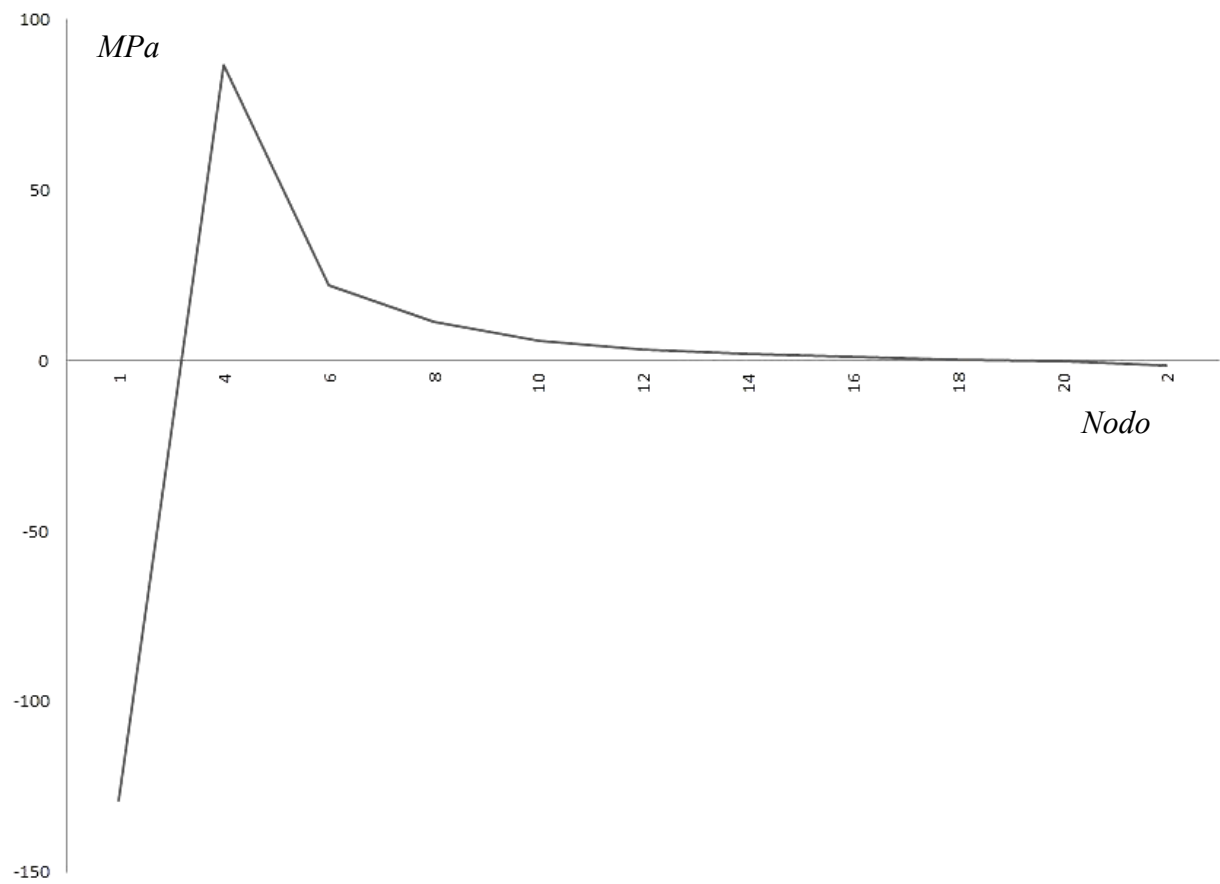


Figura IV.62.- Campo de esfuerzos residuales

En la Figura IV.63 se puede observar el campo de esfuerzos residuales que se obtuvieron con la discretización controlada.

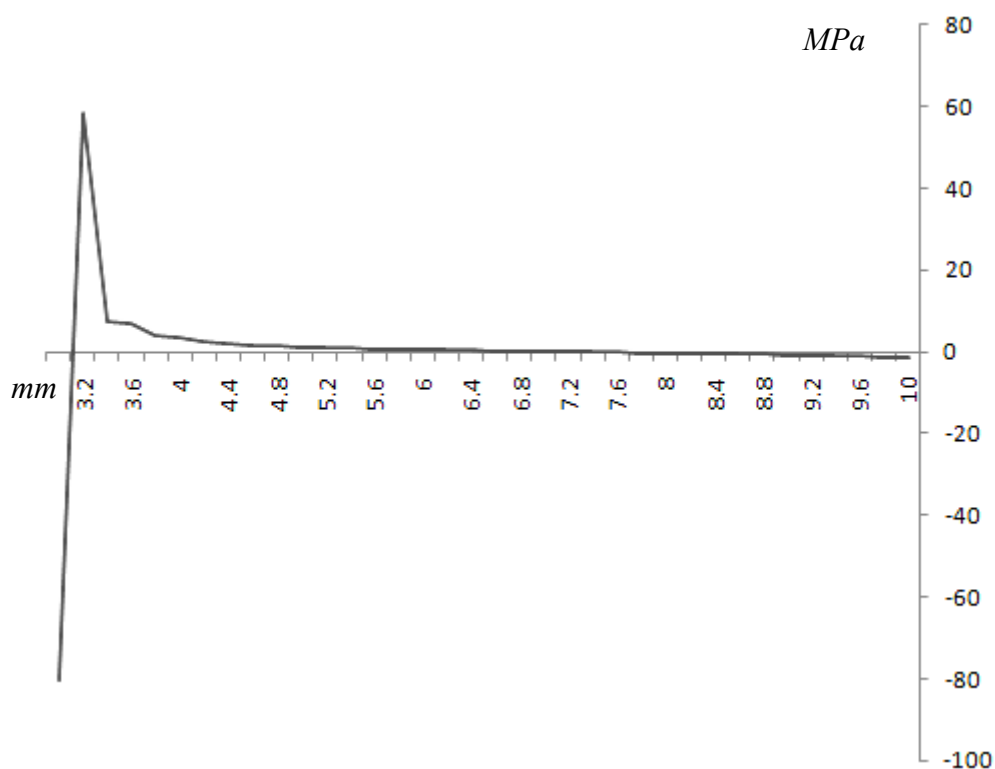


Figura IV.63.- Campo de esfuerzos residuales

En la Figura IV.64 se puede apreciar un acercamiento el cual muestra la grieta en el modelo, condición que aplica para todos los casos presentados en esta sección del trabajo de investigación, esto es porque el tamaño de grieta permanece constante y lo que cambia es la posición en donde se aplica la carga puntual en el espécimen.

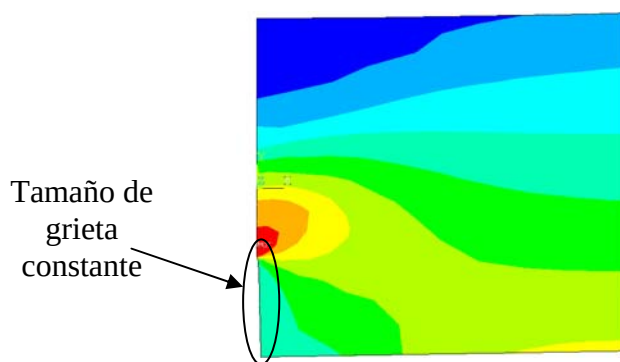


Figura IV.64.- Acercamiento de la punta de grieta

IV.5.- Sumario

En el presente capítulo se realizó el análisis de esfuerzos residuales para los dos diferentes tipos de probetas, es posible predecir un comportamiento del campo de esfuerzos residuales conforme se cambian las condiciones de carga, además de que se observa que el tipo de *discretización* cambia los resultados obtenidos y esperados, pero es posible disminuir el porcentaje de error mediante el uso de elementos pequeños (mallado fino); en este capítulo fue utilizado elementos de tamaño de *0.1* para la discretización del primer caso de estudio y *0.2* para el segundo.

Por otra parte, es importante mencionar que el tiempo de cómputo para la discretización de elementos muy pequeños es muy largo, del orden de minutos, mientras que si se usan elementos más grandes es del orden de segundos. Sin mencionar que los recursos computacionales involucran el uso de sistemas muy robustos para análisis con este tipo de discretización.

En el próximo capítulo se inducirá una historia previa en el material por medio de una carga homogénea (tensión y compresión), y posteriormente se indujo un campo de esfuerzos residuales por medio de la aplicación de cargas no homogéneas para poder observar si existe cambio alguno en los campos de esfuerzos residuales obtenidos en este capítulo, comprobando de esta manera si es posible la manipulación inteligente.

IV.6.- Referencias

- 1.- Macherauch, E., Kloos, K. H., Origin, Measurement and Evaluation of Residual Stresses, *Residual Stresses in Science and Technology*, Vol. 1, pp 3-26, 1987.
- 2.- Xu, X. P., Needleman, A., Numerical simulations of fast crack growth in brittle solids, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, pp 1397-1434, 1994.

V.1.- Introducción

Tal como se expone en [V.1], se puede aplicar una historia previa en el material de dos formas, por medio de cargas homogéneas y cargas no homogéneas. El endurecimiento por deformación y el efecto *Bauschinger* son la consecuencia de la aplicación de cargas homogéneas. Se puede aplicar una carga homogénea y posteriormente quitarla, y puede determinarse condiciones benéficas o dañinas para el material o componente en estudio. En este capítulo se estudiará el comportamiento de los campos de esfuerzos residuales en una placa con grieta en el centro, Figura V.1, ante condiciones de historia previa, es decir con una pre-deformación homogénea a tensión y compresión.

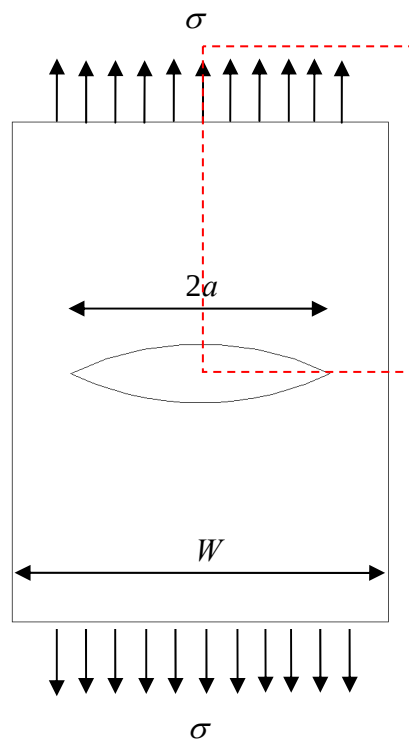


Figura V.1.- Placa con grieta en el centro

V.2.- Procedimiento de análisis

Para poder realizar los casos de estudio es necesario tomar en cuenta que se tomará solo un cuarto de la geometría de la Figura V.1, después es pre-deformado con una presión que tensa el material más allá de su punto de cedencia y después es descargado, aplicando las condiciones correctas de simetría se simula grieta y se carga el espécimen para posteriormente descargarlo e inducir un campo de esfuerzos residuales. Las propiedades del material son las

descritas en la Tabla V.1. Al igual que en el Capítulo IV la discretización del material será de dos formas diferentes, una es la *discretización con punta de grieta* y la otra es una *discretización de forma controlada*.

Tabla V.1.- Propiedades del material

Propiedades mecánicas	Sistema métrico
Esfuerzo de cedencia (σ_y)	400 MPa
Deformación de cedencia (ε_y)	0.002
Esfuerzo máximo (σ_m)	600 MPa
Deformación máxima (ε_m)	0.01
Módulo Elástico (E)	200 GPa
Relación de Poisson (ν)	0.28

Los pasos a seguir son los siguientes:

- Primer paso, el material es tensado con una carga homogénea con un valor de *500 MPa*, Figura V.2

```

NODAL SOLUTION
STEP=1
SUB =1
TIME=1
SY      (AVG)
RSYS=0
DMX =.125702
SMN =500
SMX =500

```

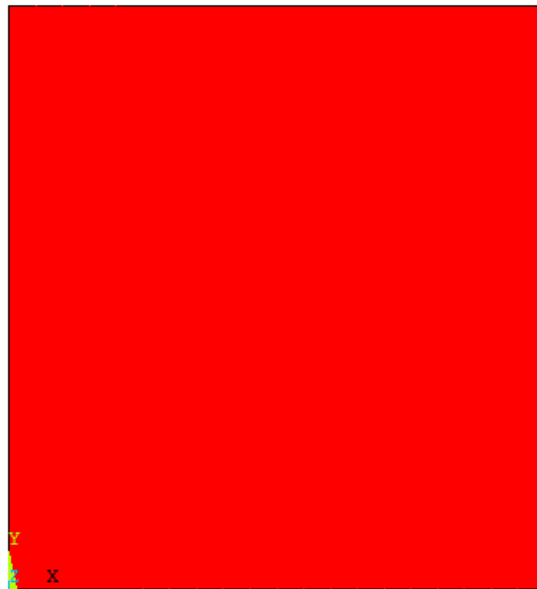


Figura V.2.- Endurecimiento del material por una presión de *500 MPa*

- Segundo paso, después se descargó el espécimen, Figura V.3, localizándose una deformación plástica de 0.003364 .



Figura V.3.- Deformación plástica permanente

- Tercer paso, después configurando las debidas restricciones de movimiento y la presión aplicada se procede a cargar el espécimen para provocar la cedencia del material, Figura V.4.

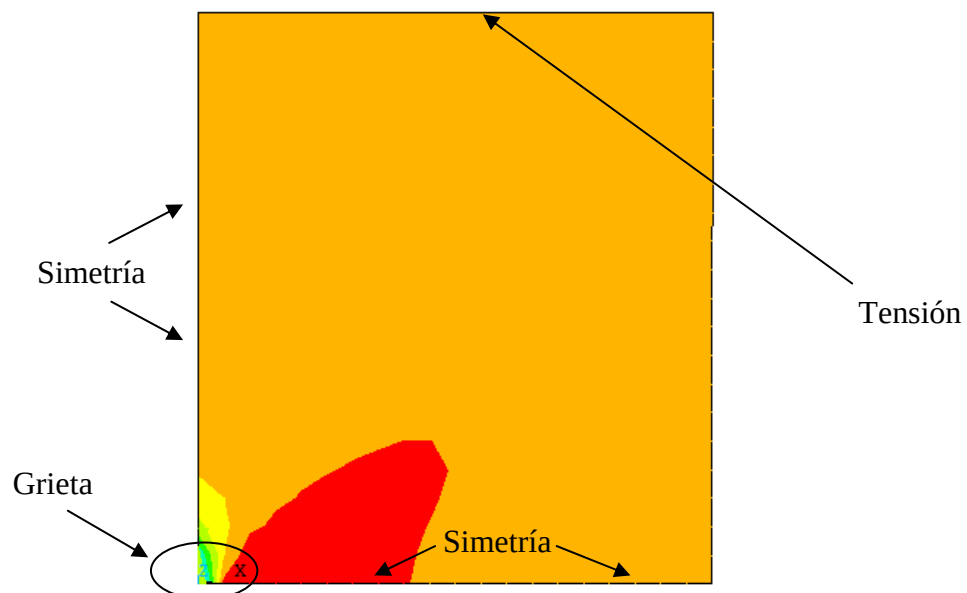


Figura V.4.- Se carga el espécimen con una presión P

- Como cuarto y último paso, se descarga el espécimen y los esfuerzos residuales quedan localizados a lo largo de la línea de interés tal como se muestra en la Figura V.5.

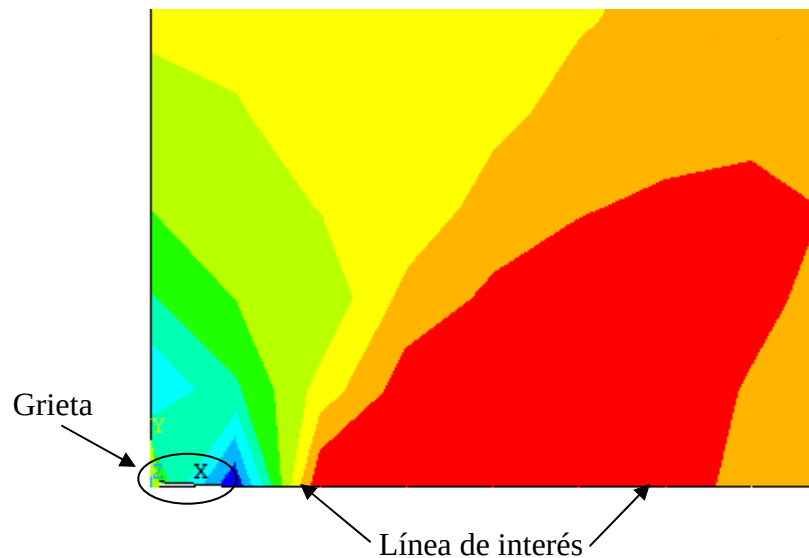


Figura V.5.- Esfuerzos localizados después de haber quitado la presión

V.3.- Placa con grieta en el centro

La discretización realizada para estos casos fue de dos formas, tal como se muestra en la Figura V.6.

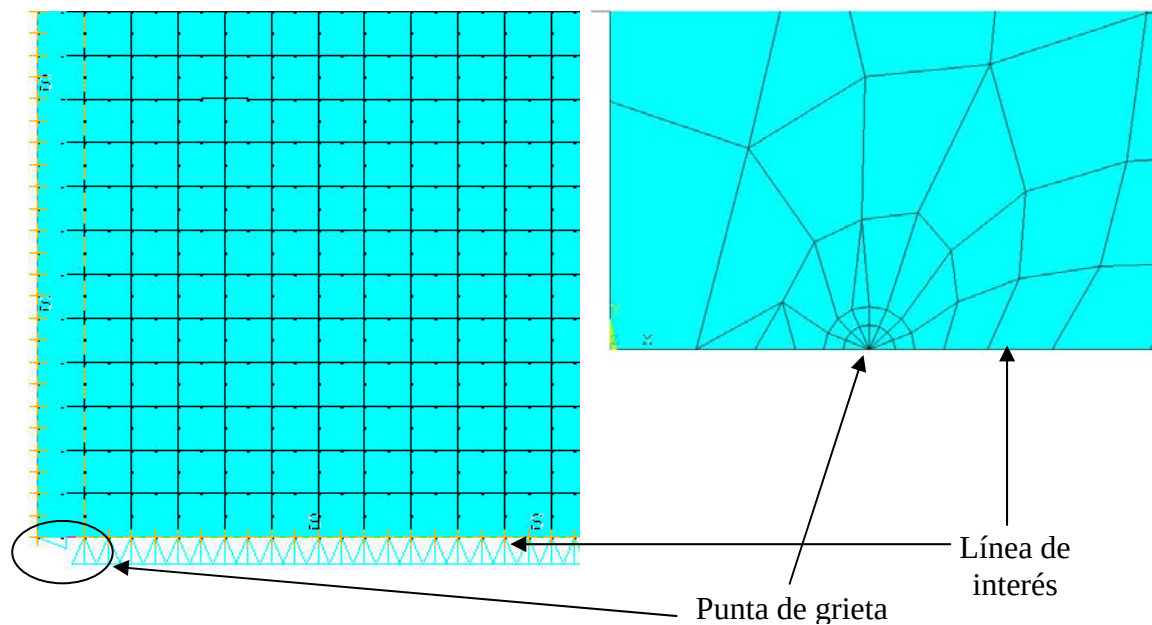


Figura V.6.- Formas de discretización

Para este capítulo se presentan los resultados del primer espécimen de estudio que es la placa con grieta en el centro, los resultados abarcan las dos formas de discretización.

V.3.1.- Placa con grieta en el centro, discretización en punta de grieta

V.3.1.1.- Placa con grieta en el centro, tamaño de grieta de $1mm$, historia previa a tensión

Los resultados presentados en esta sección del capítulo son considerados después de la deformación homogénea de $500 MPa$. En la Tabla V.2 se puede apreciar las diferentes longitudes de grieta y la carga aplicada para cada caso.

Tabla V.2.- Casos de estudio

Tamaño de grieta a	Endurecimiento por deformación a Tensión	Presión aplicada (MPa)	Convergencia
$1mm$	$+500 MPa$	$500 MPa$	Si
$5mm$	$+500 MPa$	$500 MPa$	No
		$450 MPa$	No
		$400 MPa$	No
		$300 MPa$	Si
$10mm$	$+500 MPa$	$200 MPa$	No
		$150 MPa$	Si
$15mm$	$+500 MPa$	$150 MPa$	No
		$100 MPa$	Si

Como se puede observar en la Tabla V.2 conforme aumenta el tamaño de grieta a , el valor de la presión aplicada disminuye, esto se debe a que la punta de grieta, se intensifican los esfuerzos y en algunos casos no *converge* el modelo numérico. Es necesario recordar que las imágenes que se presentan solo corresponden a las dos últimas fases del estudio que corresponde al momento en que se carga el material y su descarga, después de haber deformado con la carga homogénea, lo anterior es porque para todos los casos es lo mismo lo único que cambia son los valores de la presión para el tercer paso. En la Figura V.7 se puede

observar la probeta cargada con la presión de 500 MPa , tal como está indicado en la Tabla V.2, y en la Figura V.8, la descarga del material.

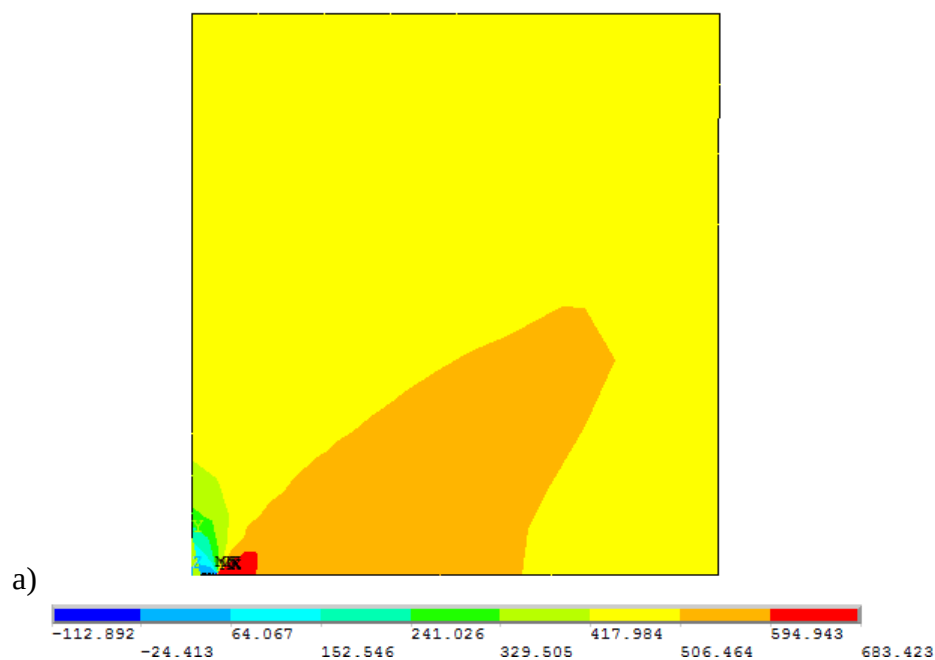


Figura V.7.- Esfuerzos de carga

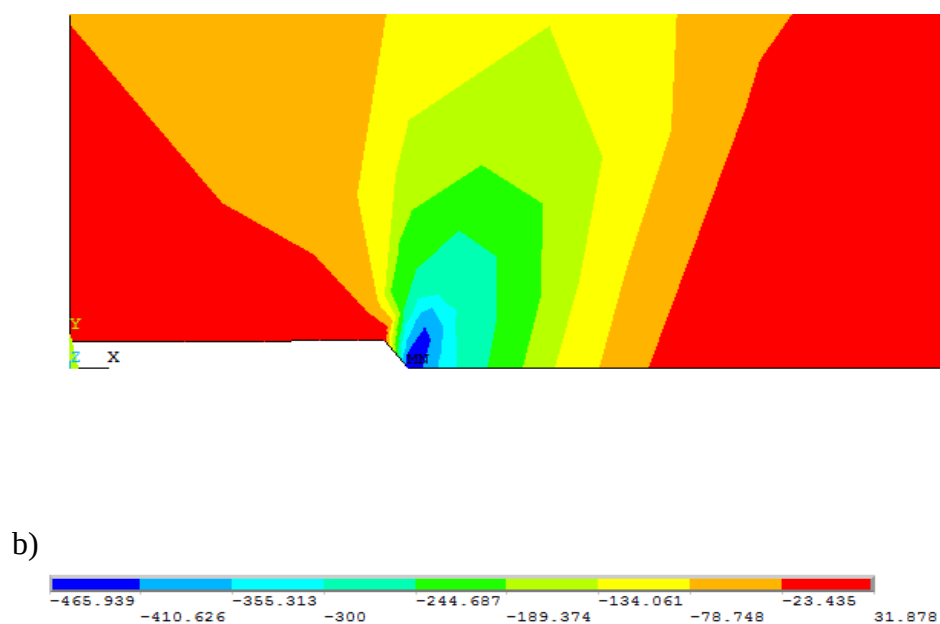


Figura V.8.- Resultado numérico, esfuerzos residuales

En la Figura V.9, se puede observar de una manera gráfica el campo de esfuerzos residuales

Análisis numérico de la apertura y cierre de grieta con historia y sin historia previa
en un material aplicable en implantes biomecánicos

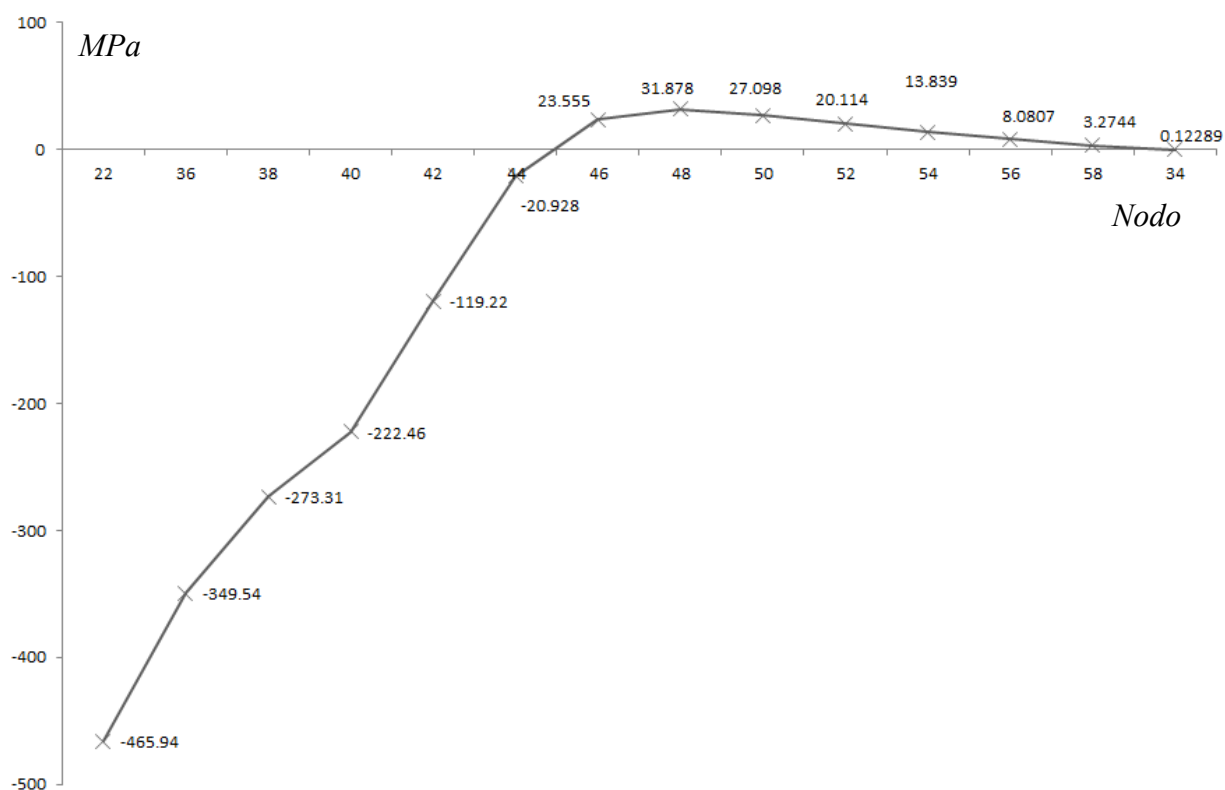


Figura V.9.- Campo de esfuerzos residuales

V.3.1.2.- Placa con grieta en el centro, tamaño de grieta de 5mm, historia previa a tensión

Para este caso se usó una presión de 300 MPa, en la Figura V.10a se puede observar el espécimen en plena carga y en la Figura V.10b los esfuerzos localizados en la línea de interés., por último en la Figura V.11 el campo de esfuerzos residuales de forma gráfica.

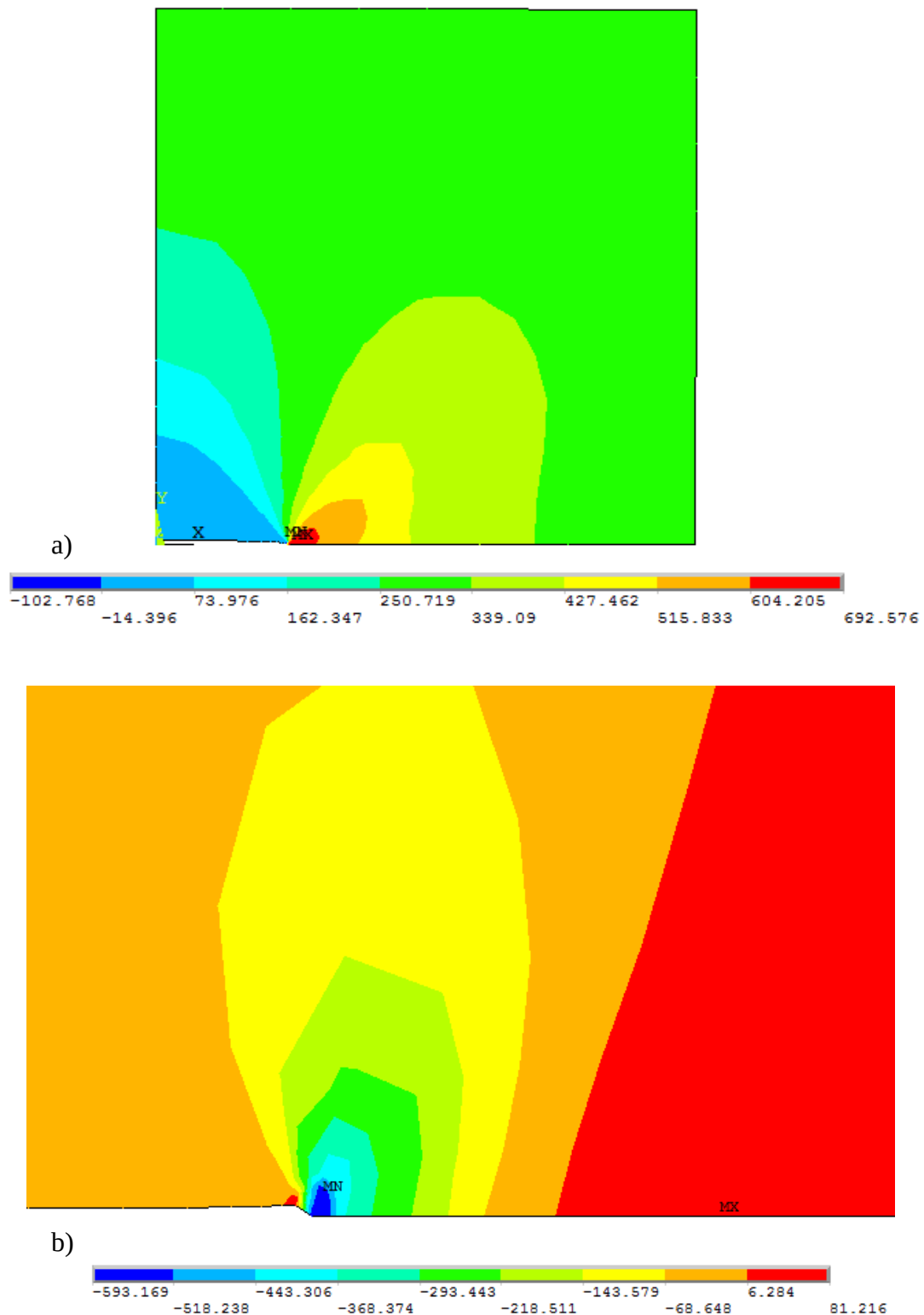


Figura V.10.- Resultado numérico, grieta de 5mm a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales

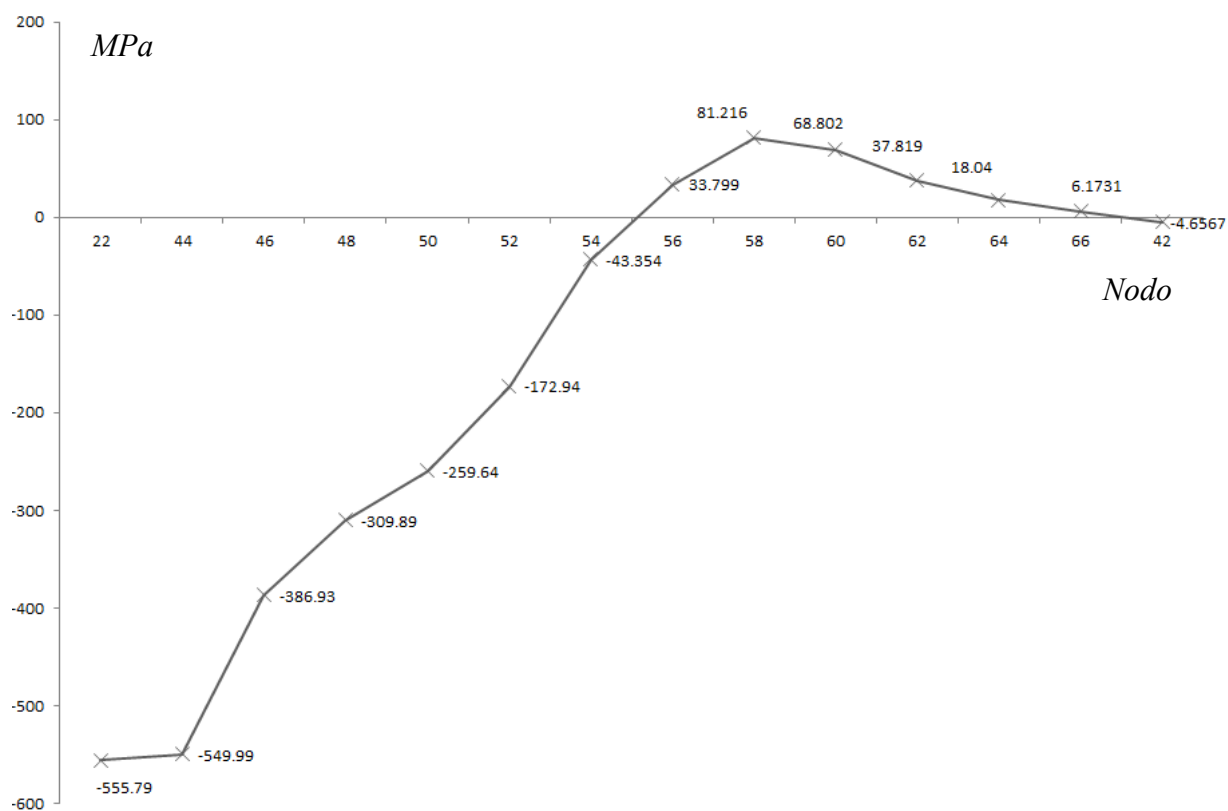
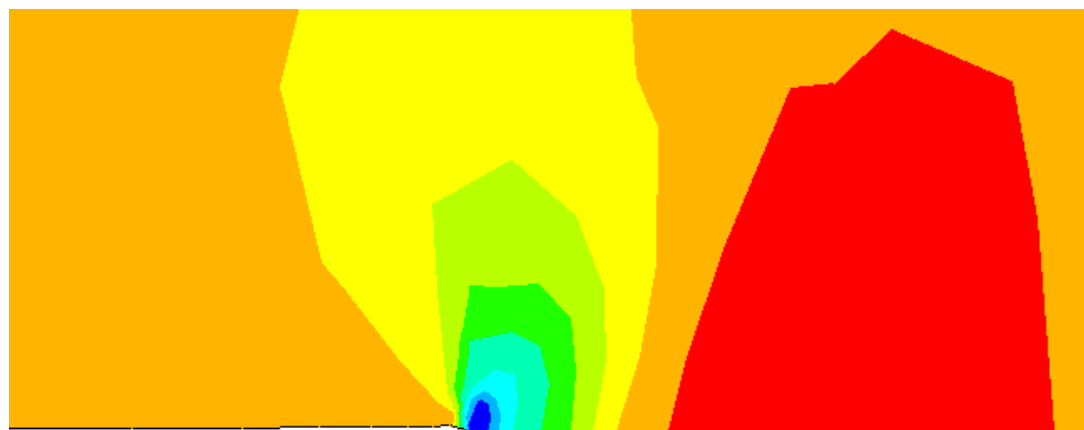
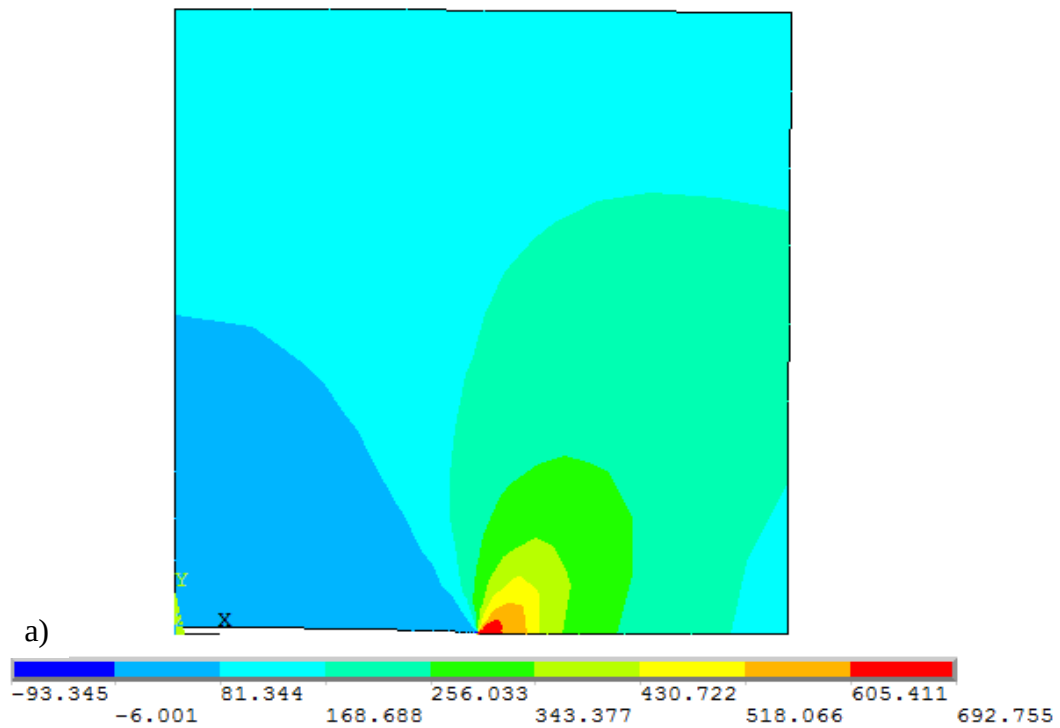


Figura V.11.- Campo de esfuerzos residuales

V.3.1.3.- Placa con grieta en el centro, tamaño de grieta de 10mm, historia previa a tensión

En la Figura V.12a, se puede apreciar el espécimen a plena carga; en la Figura V.12b, se puede observar los esfuerzos residuales localizados a lo largo de la línea de interés y en la Figura V.13 se puede observar de manera gráfica el campo de esfuerzos residuales.



b)

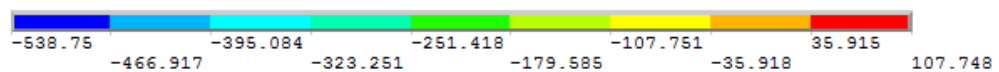


Figura V.12.- Resultado numérico, grieta de 10mm a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales

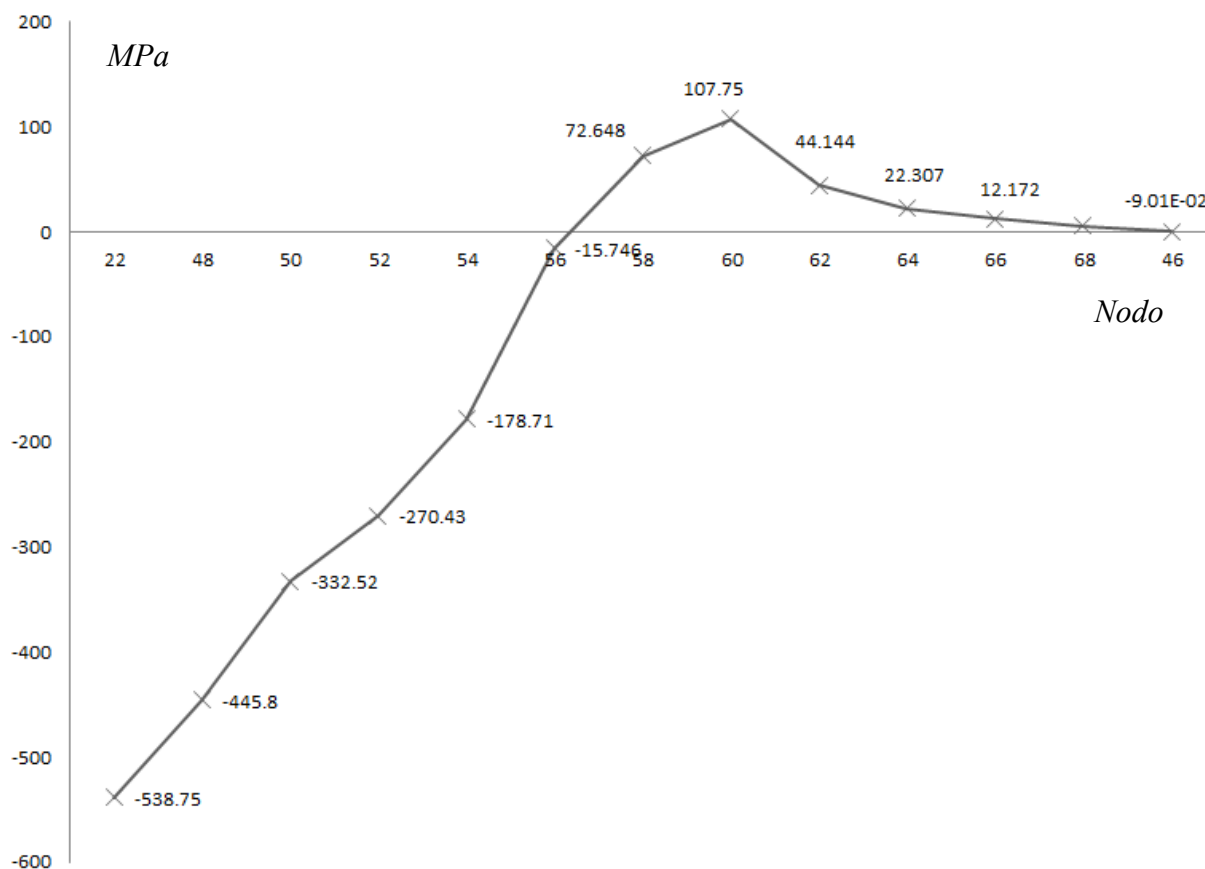


Figura V.13.- Campo de esfuerzos residuales

V.3.1.4.- Placa con grieta en el centro, tamaño de grieta de 15mm, historia previa a tensión

En la Figura V.14a, se puede apreciar el espécimen a plena carga; en la Figura V.14b, se puede observar los esfuerzos residuales localizados a lo largo de la línea de interés y en la Figura V.15 se puede observar de manera gráfica el campo de esfuerzos residuales.

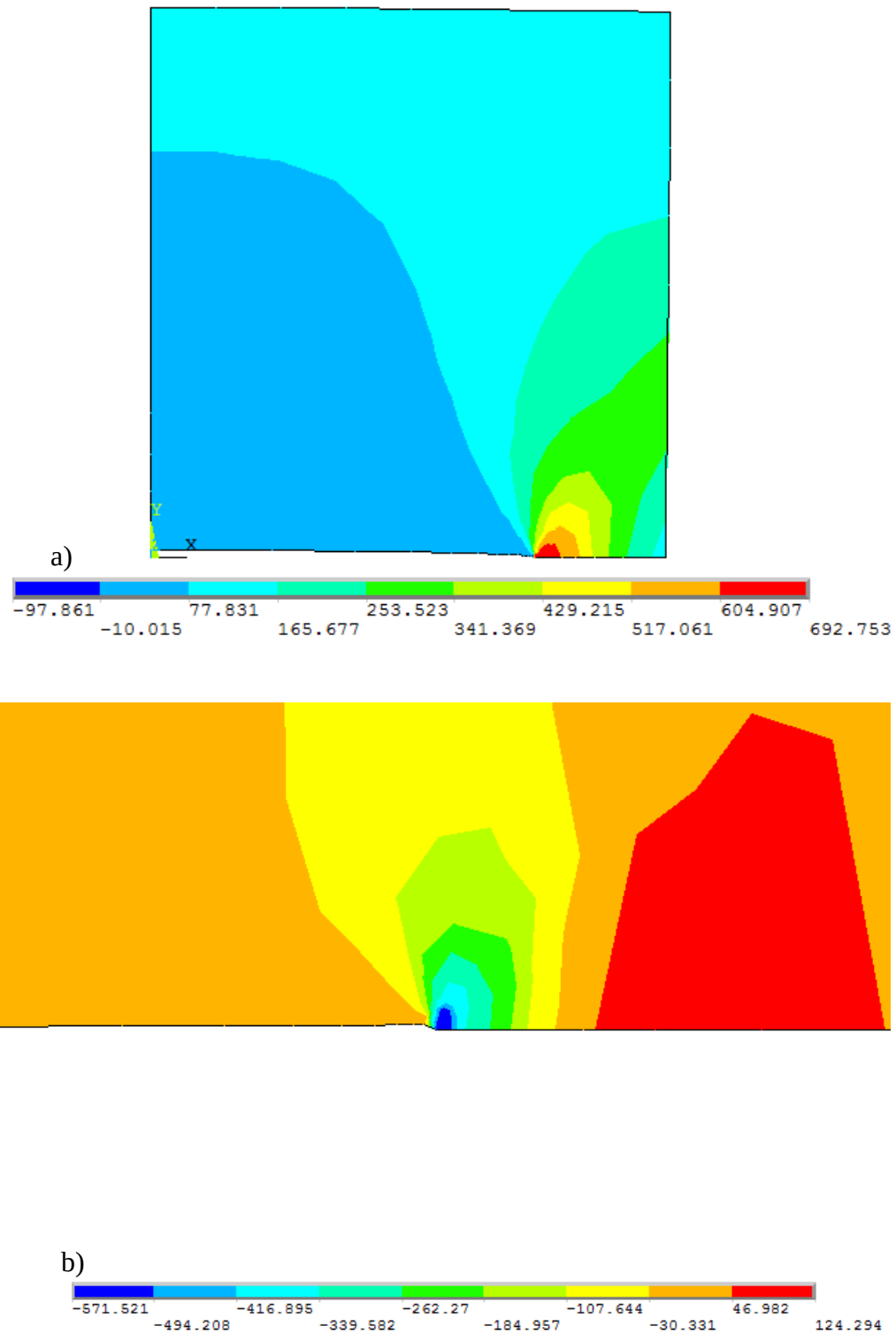


Figura V.14.- Resultado numérico, grieta de $15mm$ a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales

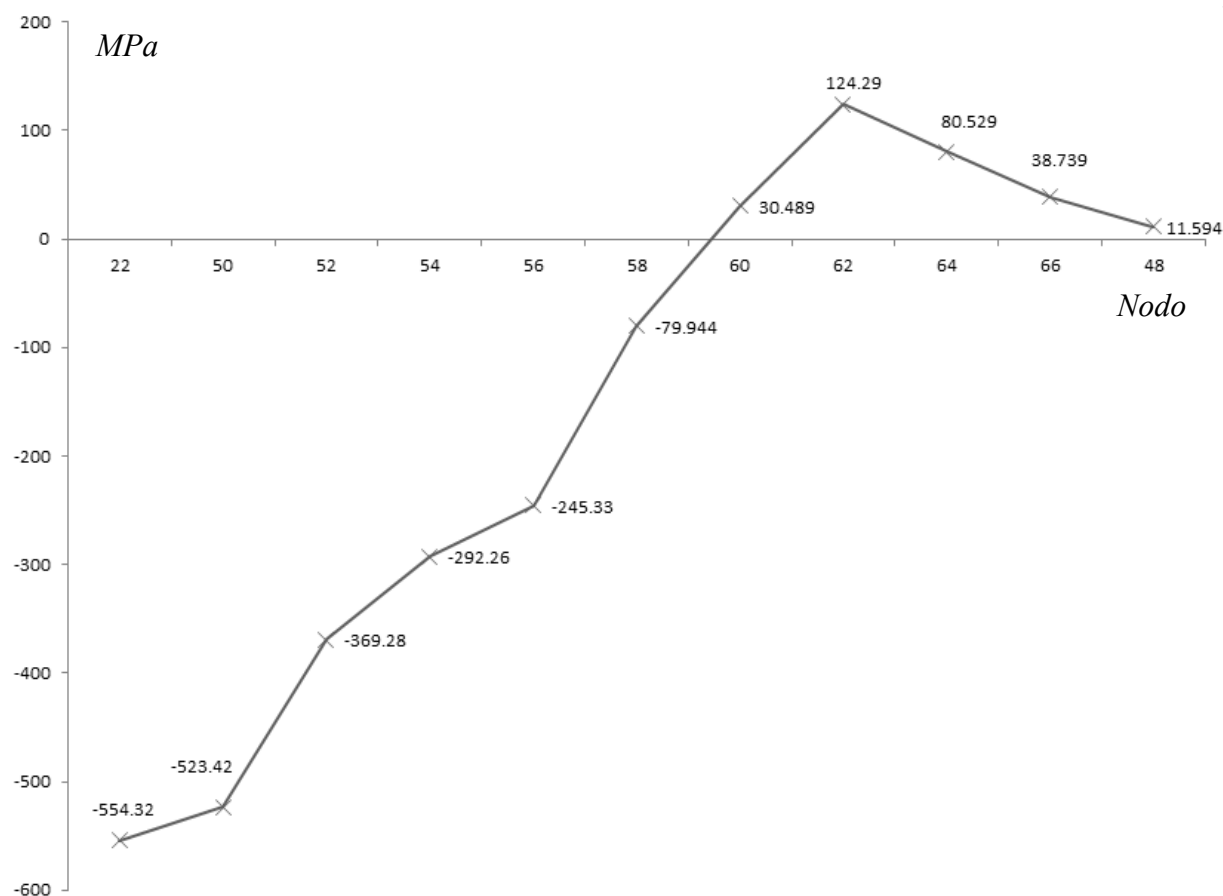


Figura V.15.- Campo de esfuerzos residuales

V.3.1.5.- Placa con grieta en el centro, tamaño de grieta de 1mm, historia previa a compresión

Para estos casos de estudio se consideran las mismas consideraciones de carga, lo único que cambia es el sentido en que se aplica la presión para producir la deformación homogénea inicial. Las cargas aplicadas están en la Tabla V.3.

Tabla V.3.- Casos de estudio

Tamaño de grieta	Endurecimiento a compresión	Presión aplicada	Convergencia
1mm	-500 MPa	500 MPa	Si
5mm	-500 MPa	300 MPa	Si
10mm	-500 MPa	150 MPa	Si
15mm	-500 MPa	100 MPa	Si

Análisis numérico de la apertura y cierre de grieta con historia y sin historia previa en un material aplicable en implantes biomecánicos

En la Figura V.16a, se puede apreciar el espécimen a plena carga; en la Figura V.16b, se puede observar los esfuerzos residuales localizados a lo largo de la línea de interés y en la Figura V.17 se puede observar de manera gráfica el campo de esfuerzos residuales.

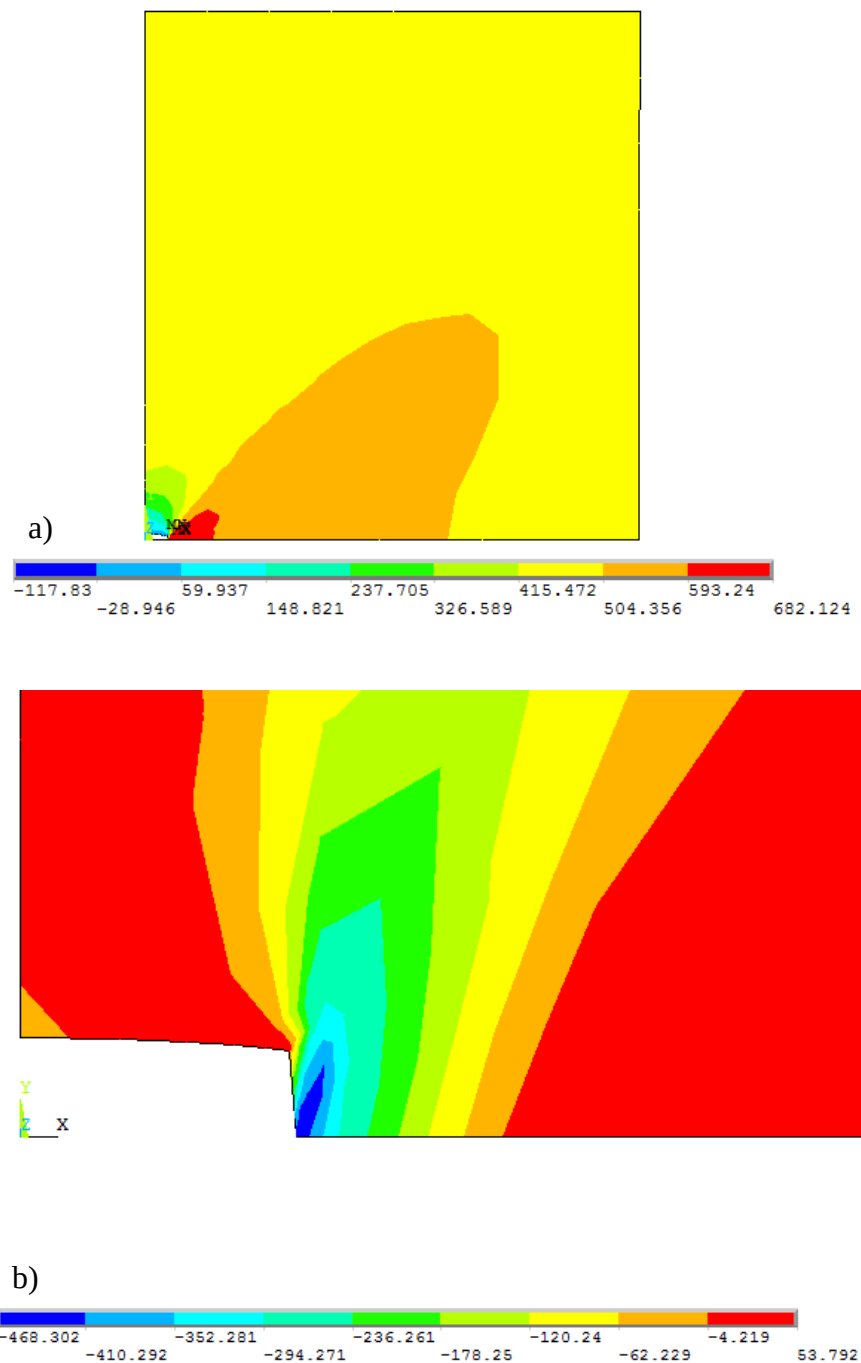


Figura V.16.- Resultado numérico, grieta de $1mm$ a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales

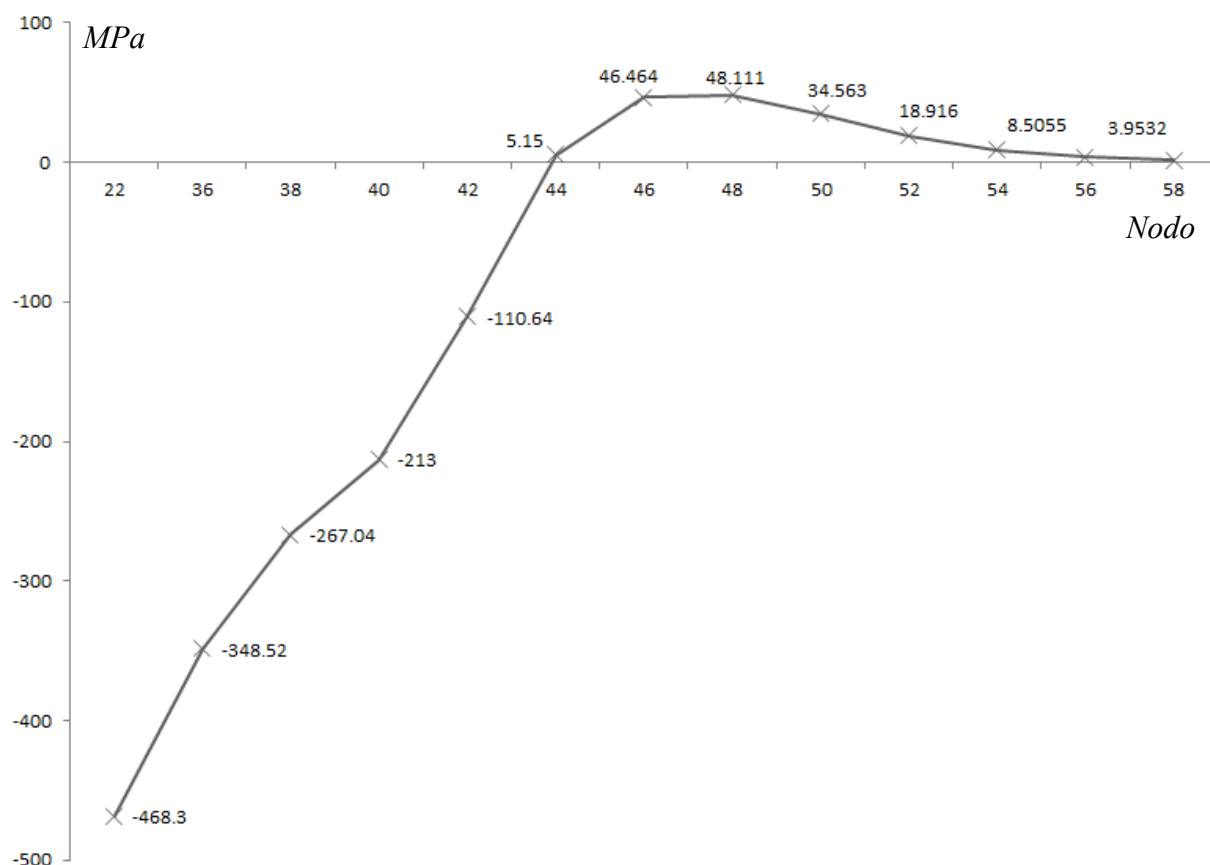


Figura V.17.- Campo de esfuerzos residuales

V.3.1.6.- Placa con grieta en el centro, tamaño de grieta de 5mm, historia previa a compresión

En la Figura V.18a, se puede apreciar el espécimen a plena carga; en la Figura V.18b, se puede observar los esfuerzos residuales localizados a lo largo de la línea de interés y en la Figura V.19 se puede observar de manera gráfica el campo de esfuerzos residuales.

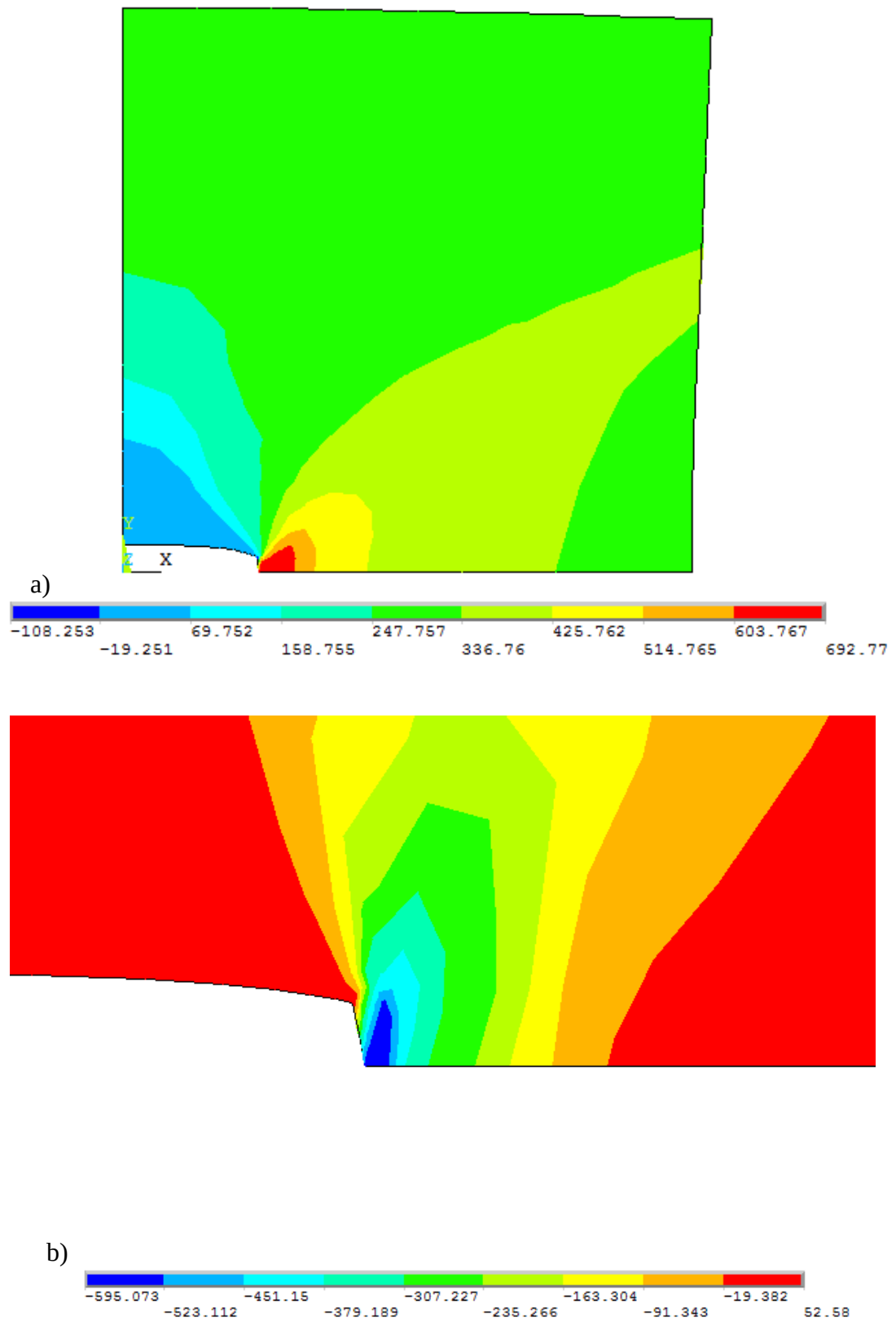


Figura V.18.- Resultado numérico, grieta de 5mm a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales

Análisis numérico de la apertura y cierre de grieta con historia y sin historia previa en un material aplicable en implantes biomecánicos

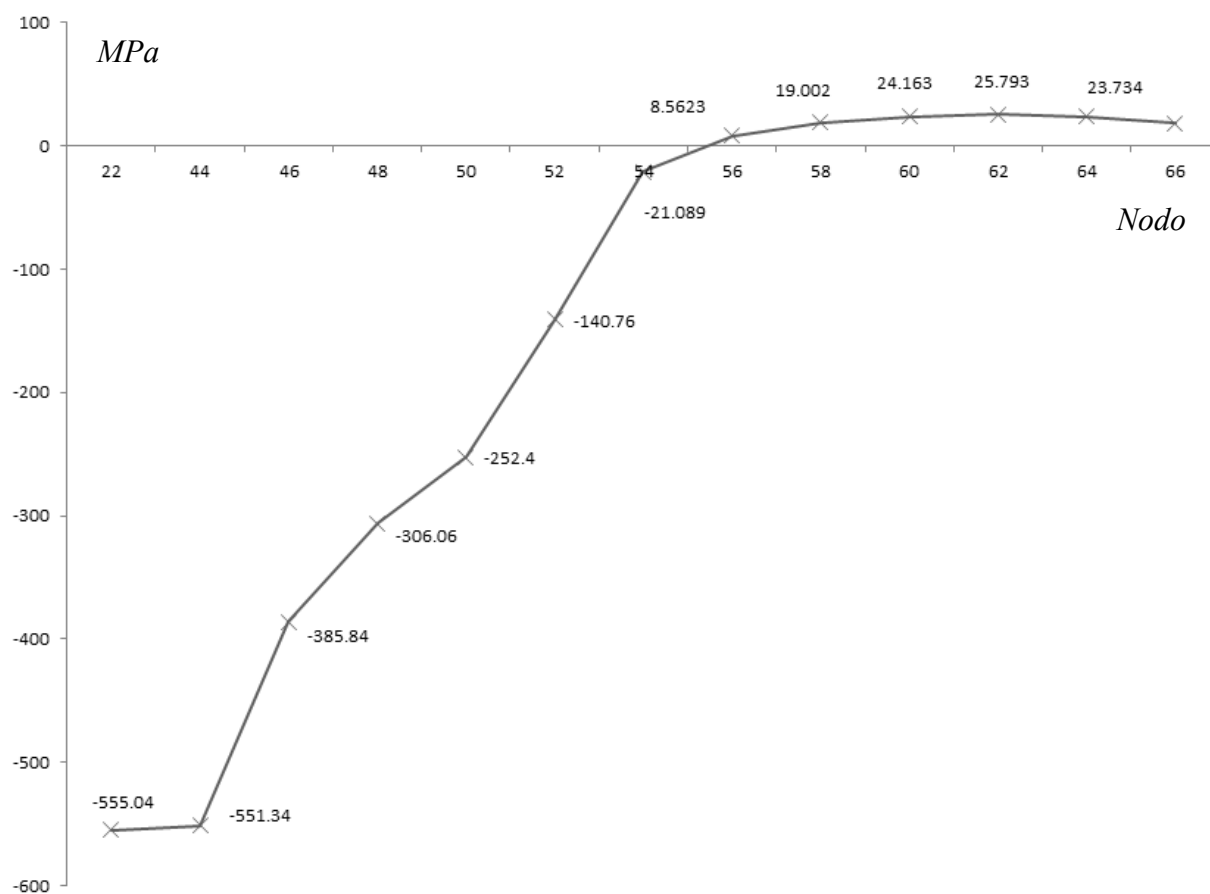
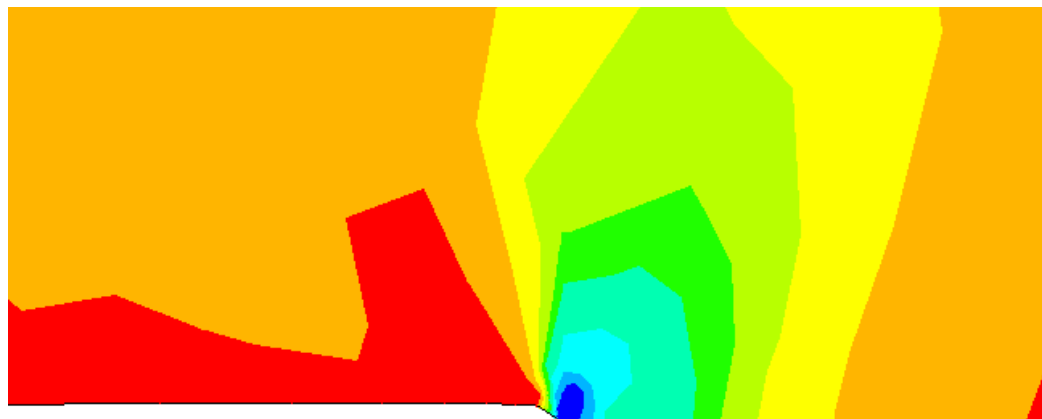
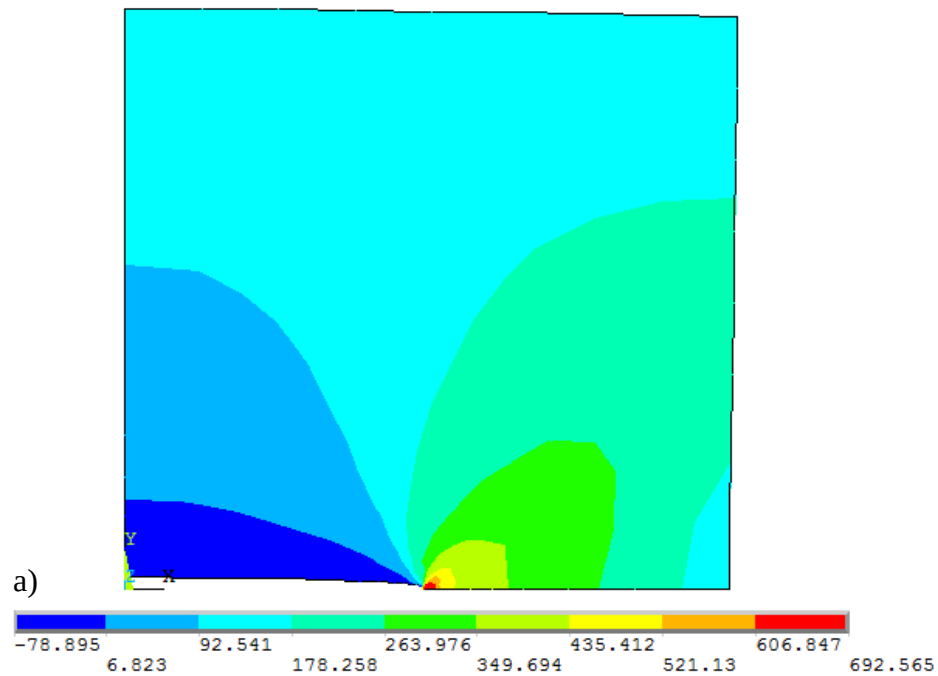


Figura V.19.- Campo de esfuerzos residuales

V.3.1.7.- Placa con grieta en el centro, tamaño de grieta de 10mm, historia previa a compresión

En la Figura V.20a, se puede apreciar el espécimen a plena carga; en la Figura V.20b, se puede observar los esfuerzos residuales localizados a lo largo de la línea de interés y en la Figura V.21 se puede observar de manera gráfica el campo de esfuerzos residuales.



b)

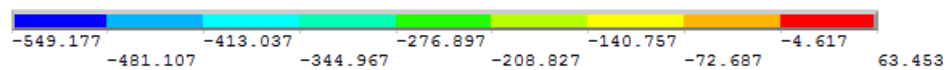


Figura V.20.- Resultado numérico, grieta de 10mm a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales

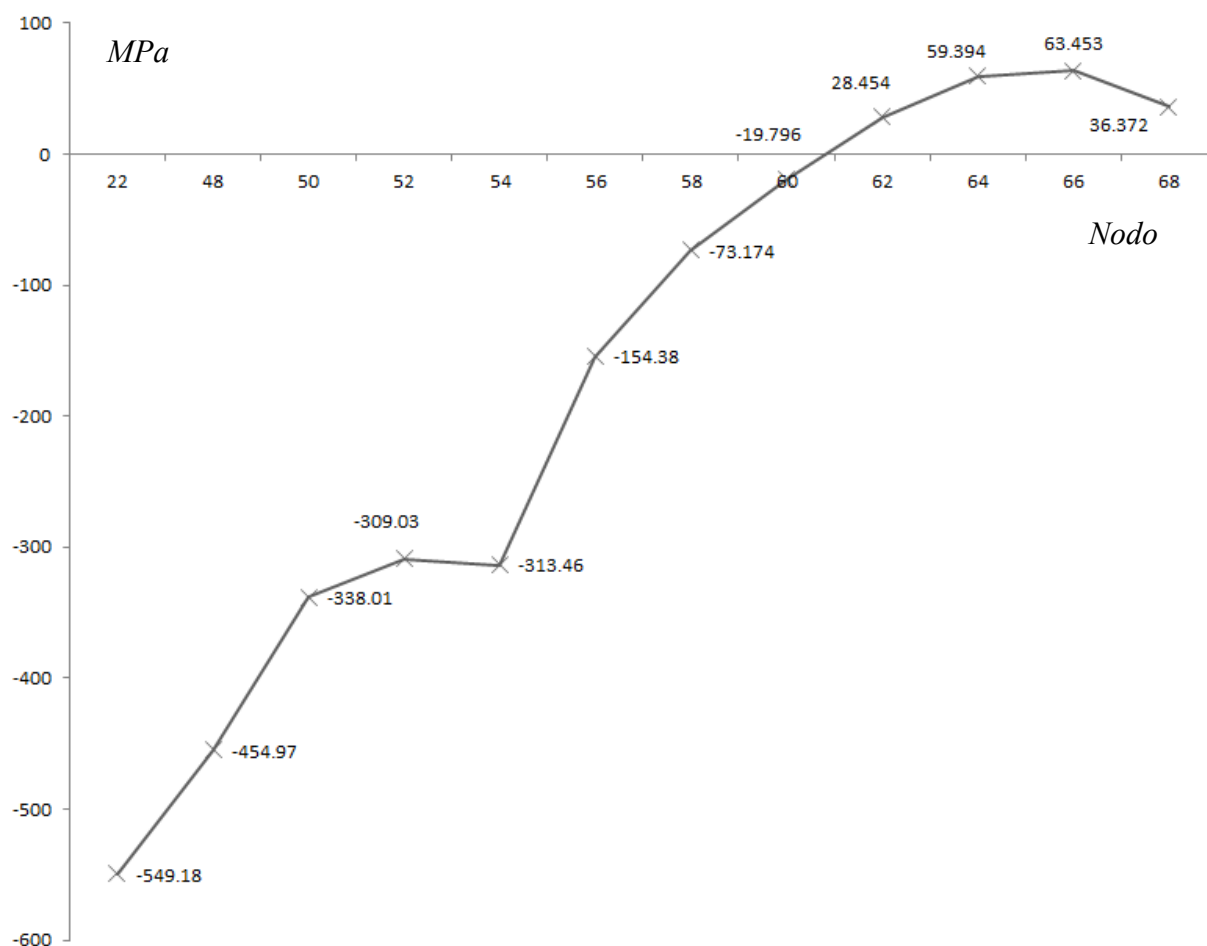


Figura V.21.- Campo de esfuerzos residuales

V.3.1.8.- Placa con grieta en el centro, tamaño de grieta de 15mm, historia previa a compresión

En la Figura V.22a, se puede apreciar el espécimen a plena carga; en la Figura V.22b, se puede observar los esfuerzos residuales localizados a lo largo de la línea de interés y en la Figura V.23 se puede observar de manera gráfica el campo de esfuerzos residuales.

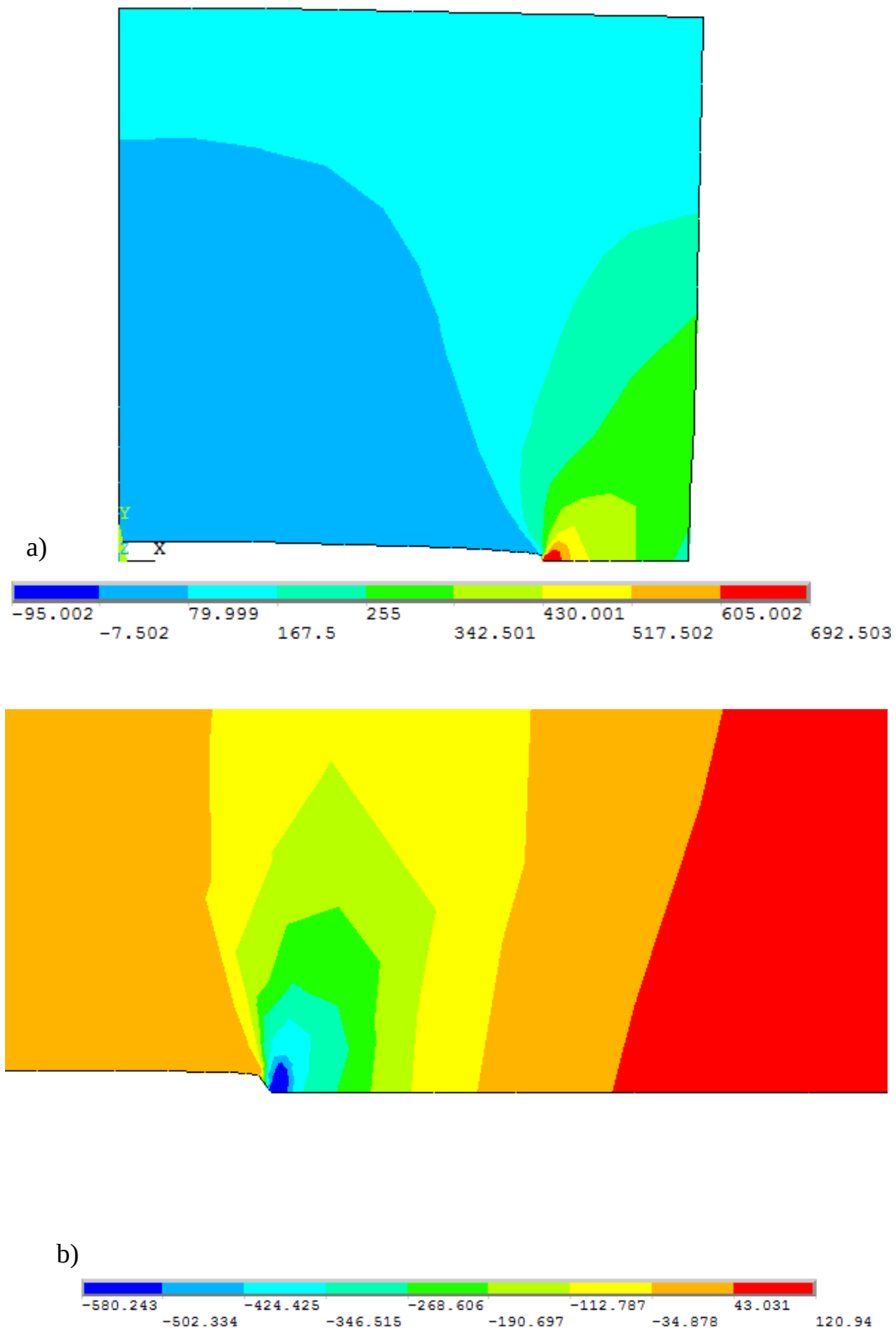


Figura V.22.- Resultado numérico, grieta de 15mm a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales

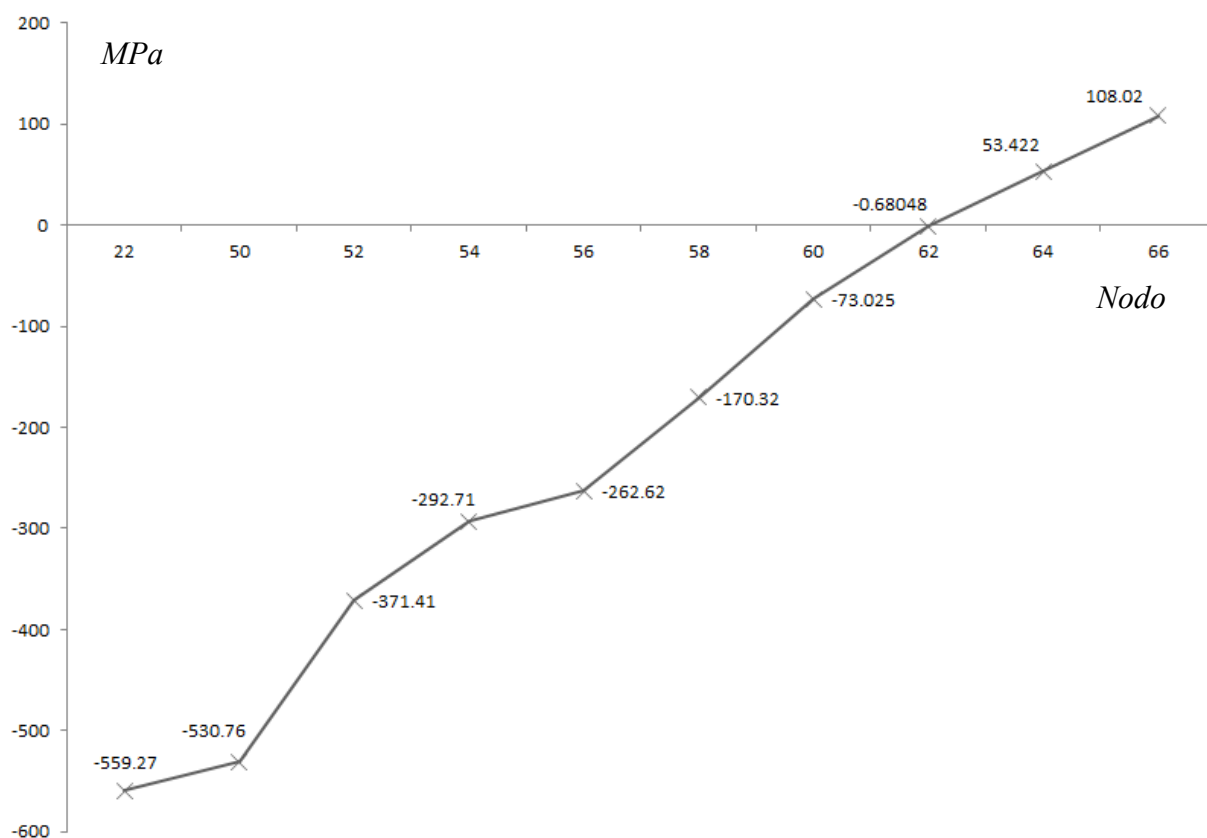


Figura V.23.- Campo de esfuerzos residuales

V.3.2.- Placa con grieta en el centro, discretización de forma controlada

V.3.2.1.- Placa con grieta en el centro, tamaño de grieta de 1mm, historia previa a tensión

En esta sección se presentan los resultados obtenidos para la misma geometría, con la diferencia en la discretización, que es de forma controlada y con un tamaño de elemento de 0.2. La tabla V.4 representa el orden de los análisis.

Tabla V.4.- Casos de estudio

Tamaño de grieta	Endurecimiento a tensión	Presión aplicada (MPa)	Convergencia
1mm	500 MPa	500 MPa	Si
5mm	500 MPa	300 MPa	Si
10mm	500 MPa	150 MPa	Si
15mm	500 MPa	100 MPa	Si

En la Figura V.24a, se puede apreciar el espécimen a plena carga; en la Figura V.24b, se puede observar los esfuerzos residuales localizados a lo largo de la línea de interés y en la Figura V.25 se puede observar de manera gráfica el campo de esfuerzos residuales.

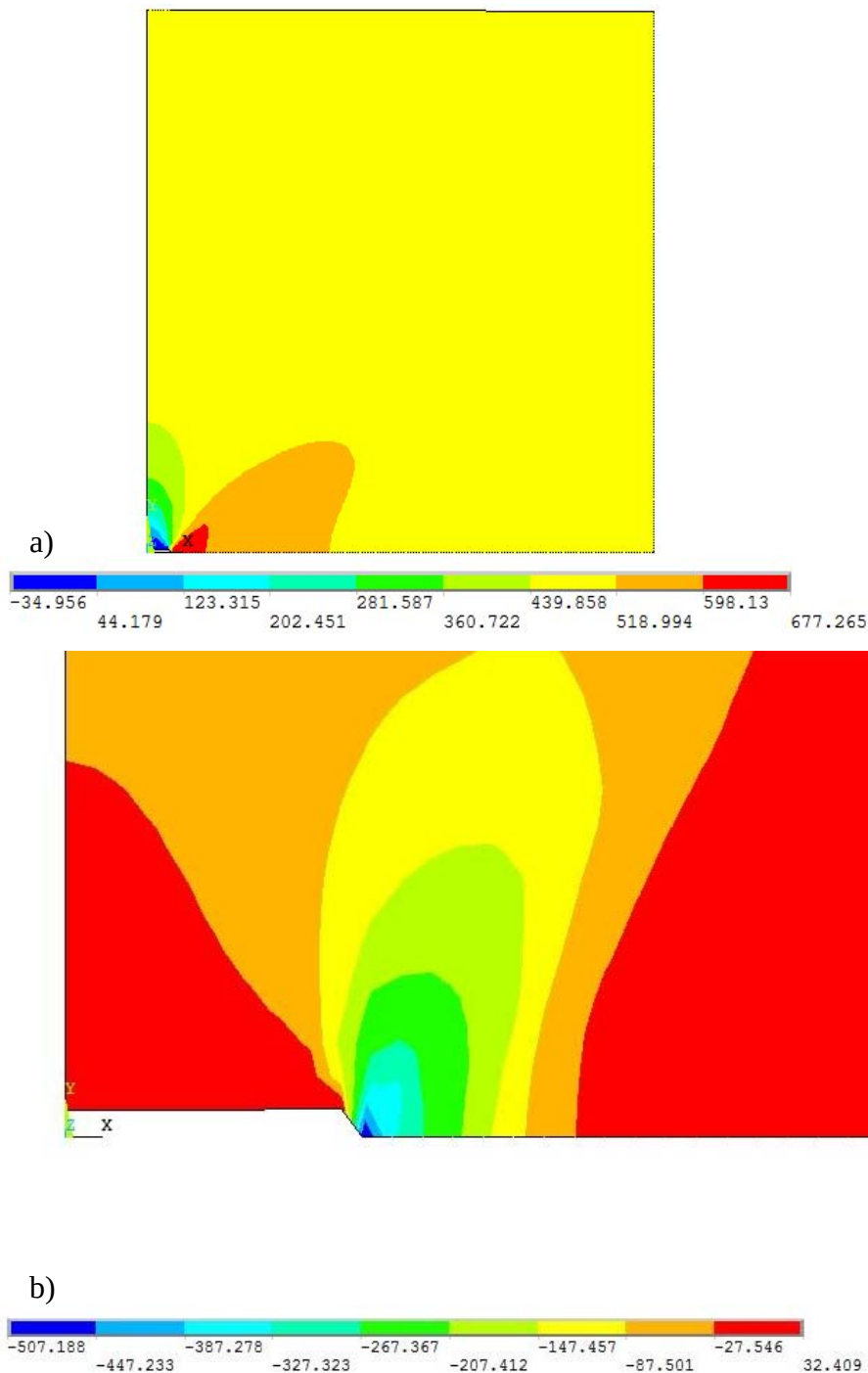


Figura V.24.- Resultado numérico, grieta de $1mm$ a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales

Análisis numérico de la apertura y cierre de grieta con historia y sin historia previa en un material aplicable en implantes biomecánicos

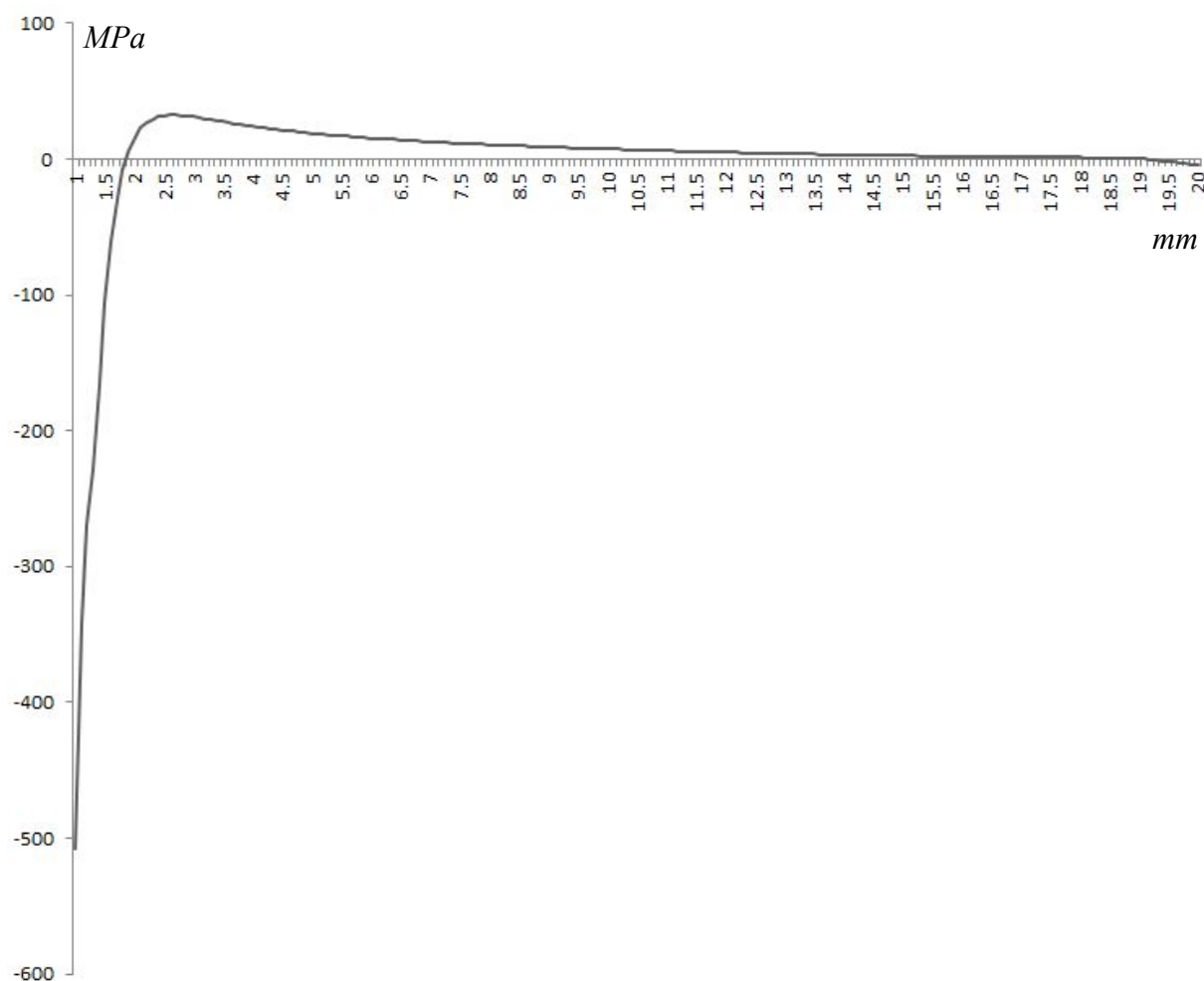


Figura V.25.- Campo de esfuerzos residuales

V.3.2.2.- Placa con grieta en el centro, tamaño de grieta de 5mm, historia previa a tensión

En la Figura V.26a, se puede apreciar el espécimen a plena carga; en la Figura V.26b, se puede observar los esfuerzos residuales localizados a lo largo de la línea de interés y en la Figura V.27 se puede observar de manera gráfica el campo de esfuerzos residuales.

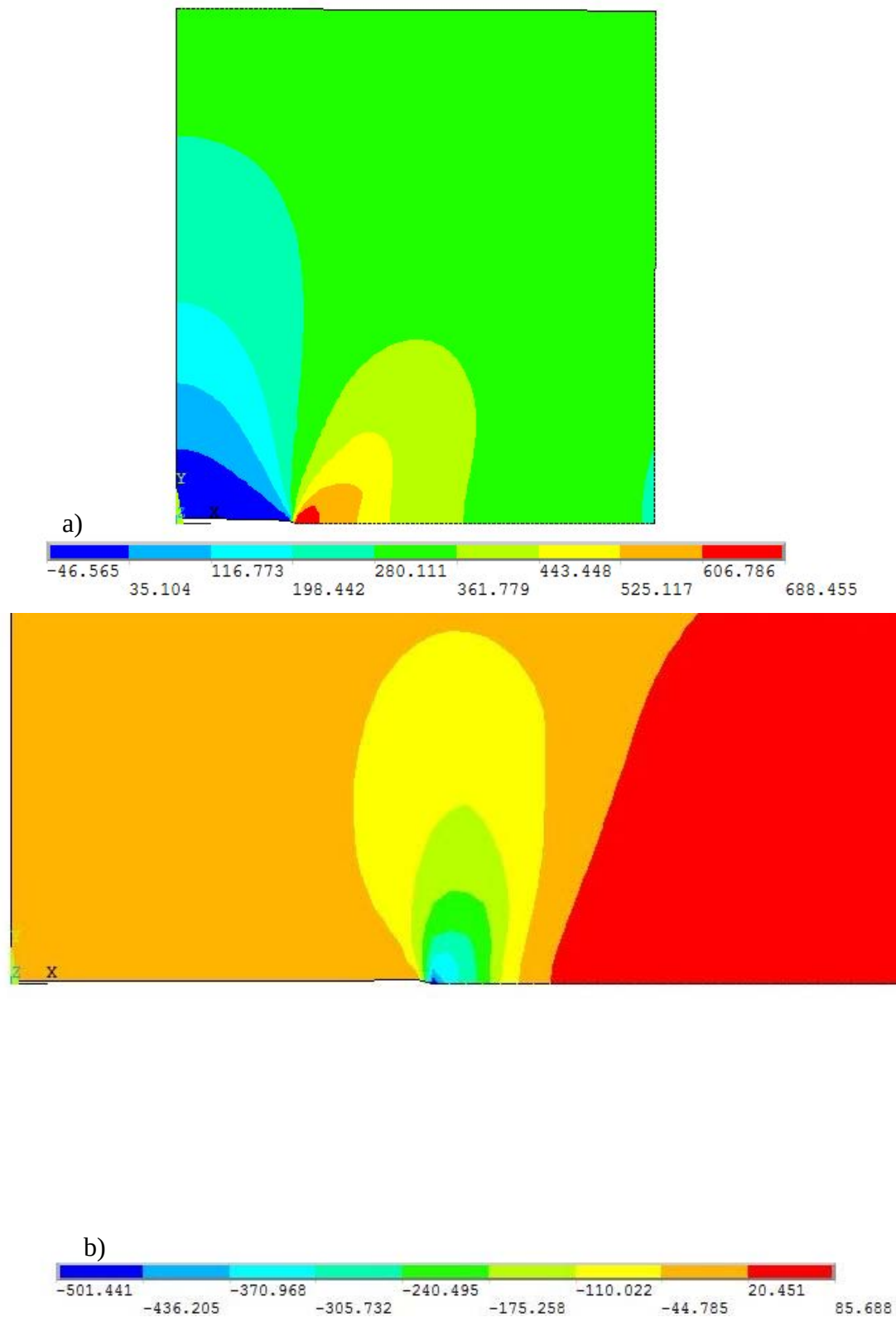


Figura V.26.- Resultado numérico, grieta de 5mm a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales

Análisis numérico de la apertura y cierre de grieta con historia y sin historia previa en un material aplicable en implantes biomecánicos

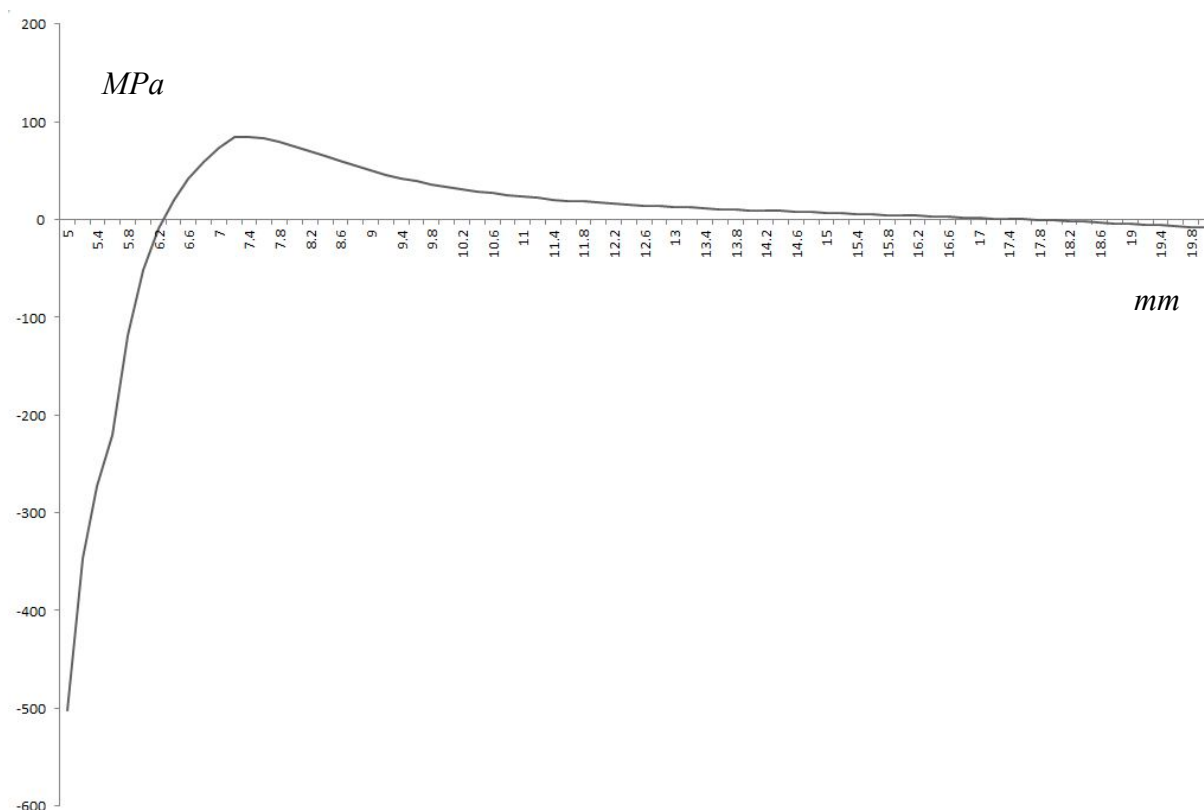


Figura V.27.- Campo de esfuerzos residuales

V.3.2.3.- Placa con grieta en el centro, tamaño de grieta de 10mm, historia previa a tensión

En la Figura V.28a, se puede apreciar el espécimen a plena carga; en la Figura V.28b, se puede observar los esfuerzos residuales localizados a lo largo de la línea de interés y en la Figura V.29 se puede observar de manera gráfica el campo de esfuerzos residuales.

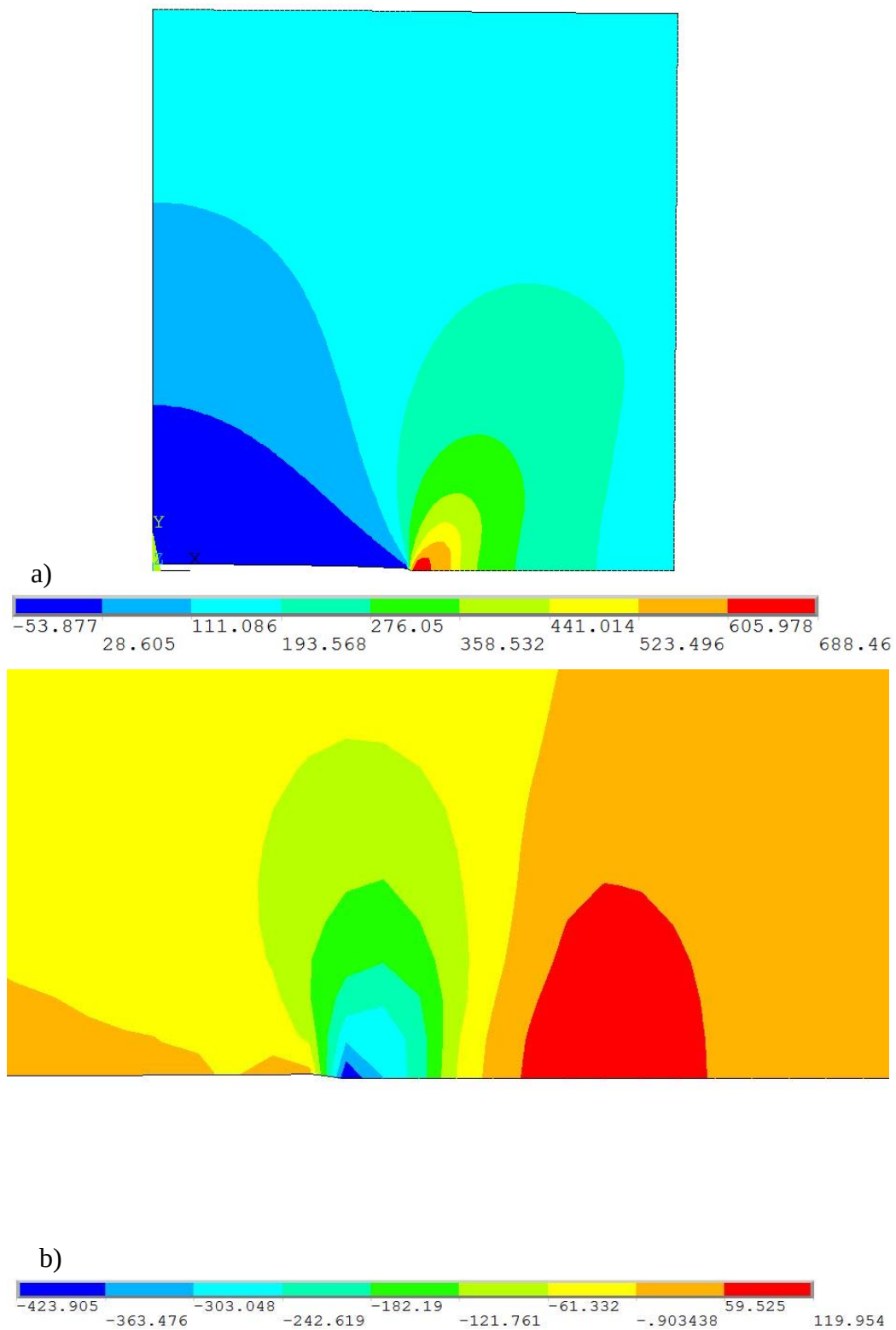


Figura V.28.- Resultado numérico, grieta de 10mm a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales

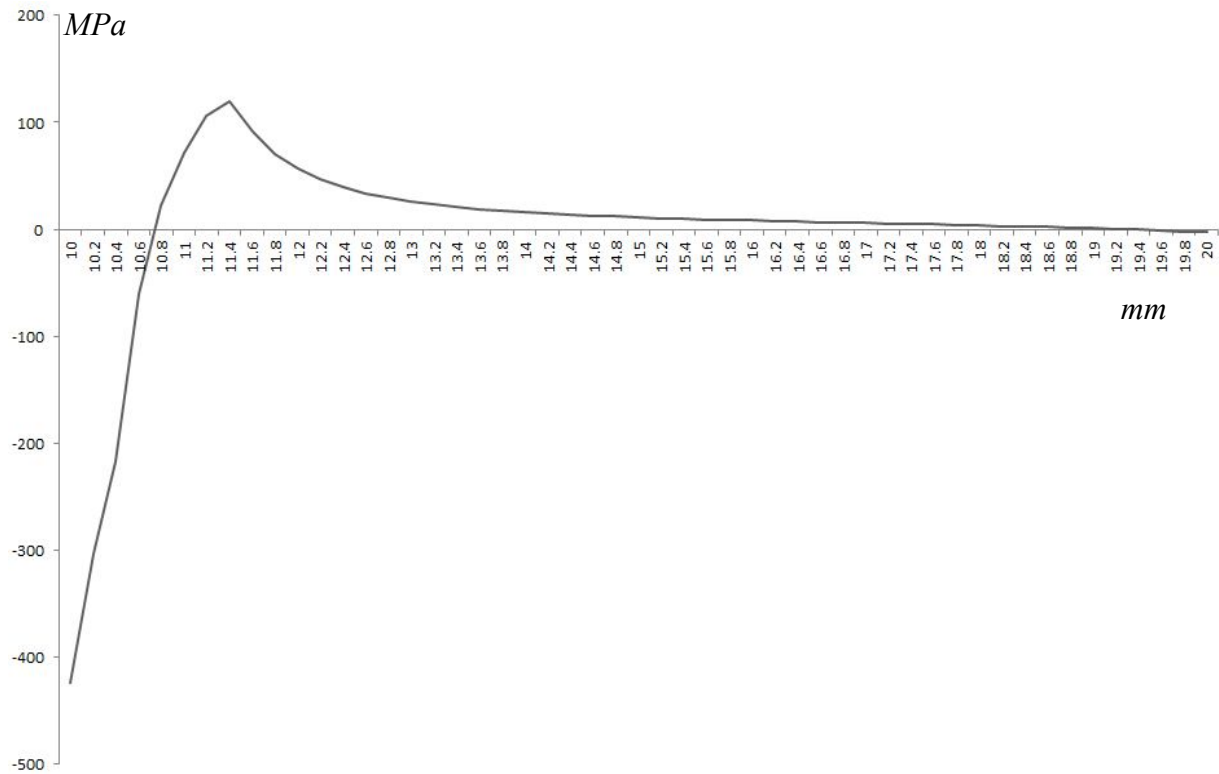


Figura V.29.- Campo de esfuerzos residuales

V.3.2.4.- Placa con grieta en el centro, tamaño de grieta de 15mm, historia previa a tensión

En la Figura V.30a, se puede apreciar el espécimen a plena carga, en la Figura V.30b, se puede observar los esfuerzos residuales localizados a lo largo de la línea de interés y en la Figura V.31 se puede observar de manera gráfica el campo de esfuerzos residuales.

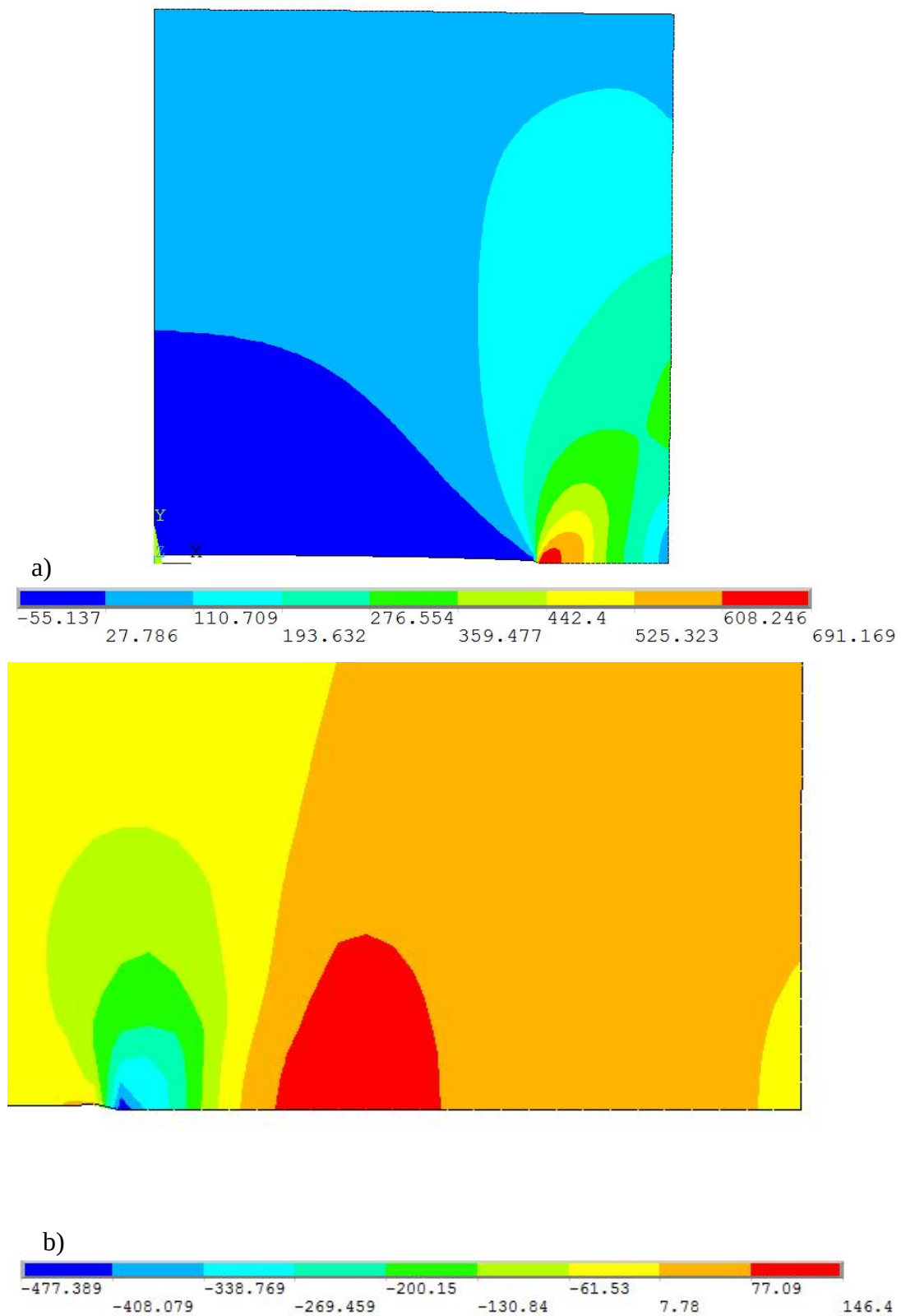


Figura V.30.- Resultado numérico, grieta de 15mm a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales

Análisis numérico de la apertura y cierre de grieta con historia y sin historia previa en un material aplicable en implantes biomecánicos

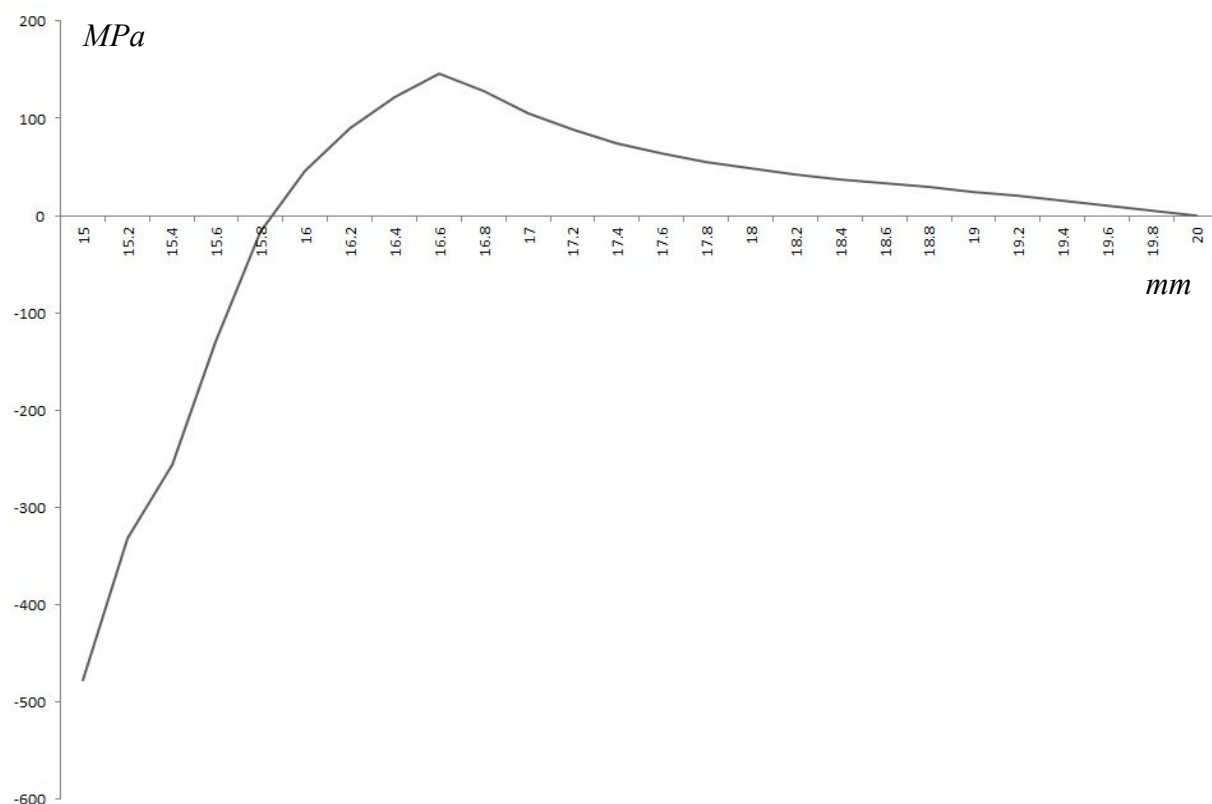


Figura V.31.- Campo de esfuerzos residuales

V.3.2.5.- Placa con grieta en el centro, tamaño de grieta de 1mm, historia previa a compresión

En los casos de estudio subsecuentes se presentan los campos de esfuerzos residuales ante condiciones de historia previa a compresión por medio de una carga homogénea a compresión de 500 MPa. En la Tabla V.5, se puede apreciar los diferentes casos.

Tabla V.5.- Casos de estudio

Tamaño de grieta	Endurecimiento a compresión	Presión aplicada	Convergencia
1mm	-500 MPa	500 MPa	Si
5mm	-500 MPa	300 MPa	Si
10mm	-500 MPa	150 MPa	Si
15mm	-500 MPa	100 MPa	Si

En la Figura V.32a, se puede apreciar el espécimen a plena carga; en la Figura V.32b, se puede observar los esfuerzos residuales localizados a lo largo de la línea de interés y en la Figura V.33 se puede observar de manera gráfica el campo de esfuerzos residuales.

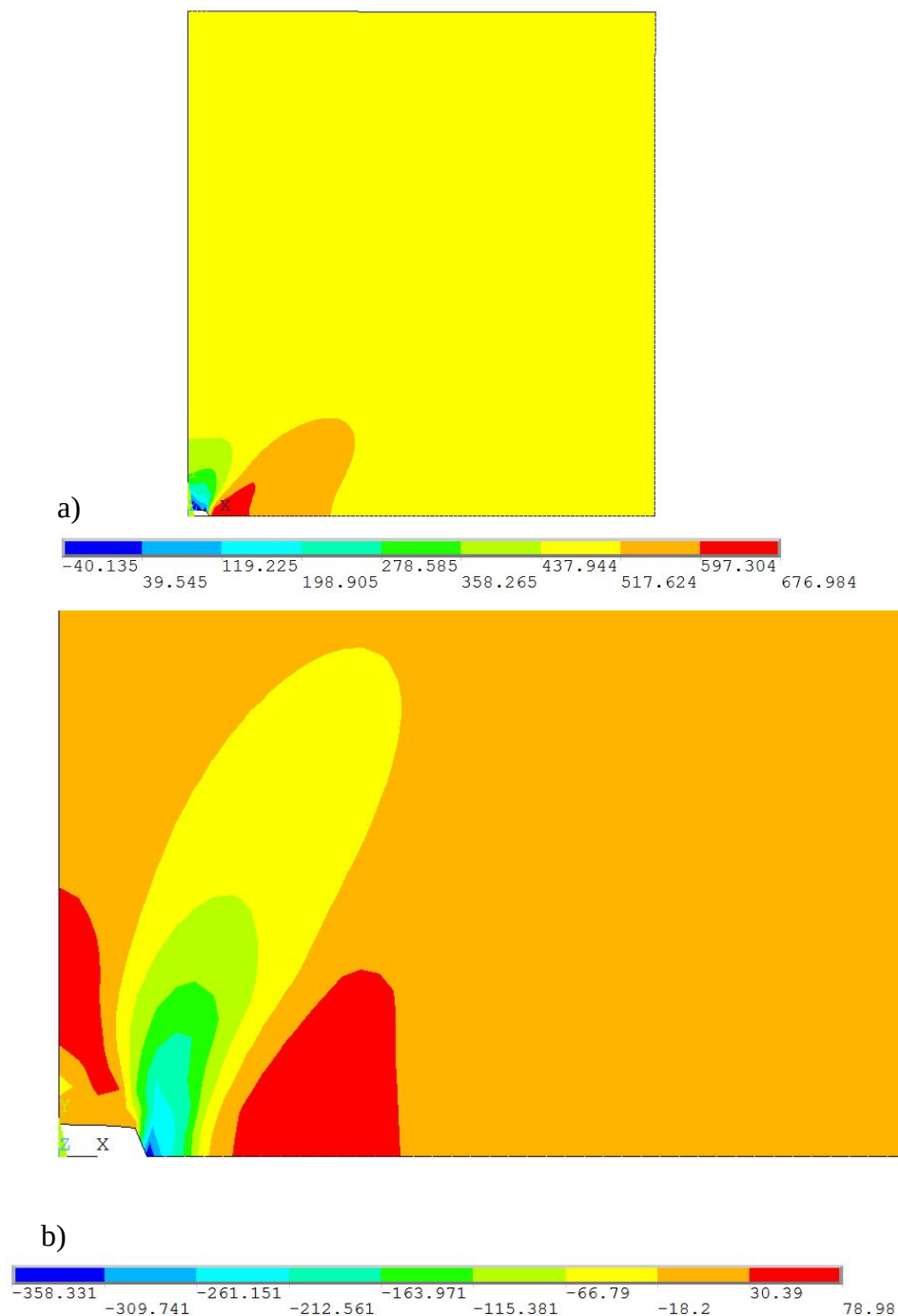


Figura V.32.- Resultado numérico, grieta de 1mm a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales

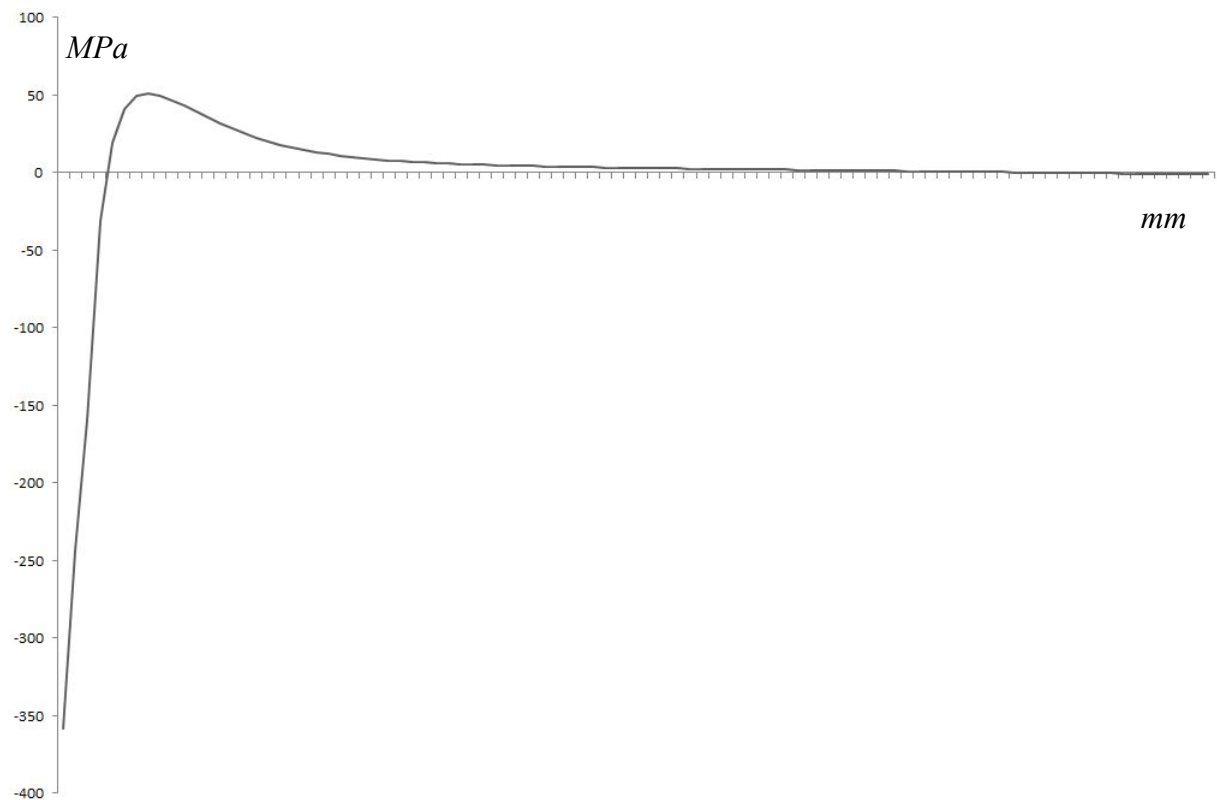


Figura V.33.- Campo de esfuerzos residuales

V.3.2.6.- Placa con grieta en el centro, tamaño de grieta de 5mm, historia previa a compresión

En la Figura V.34a, se puede apreciar el espécimen a plena carga; en la Figura V.34b, se puede observar los esfuerzos residuales localizados a lo largo de la línea de interés y en la Figura V.35 se puede observar de manera gráfica el campo de esfuerzos residuales.

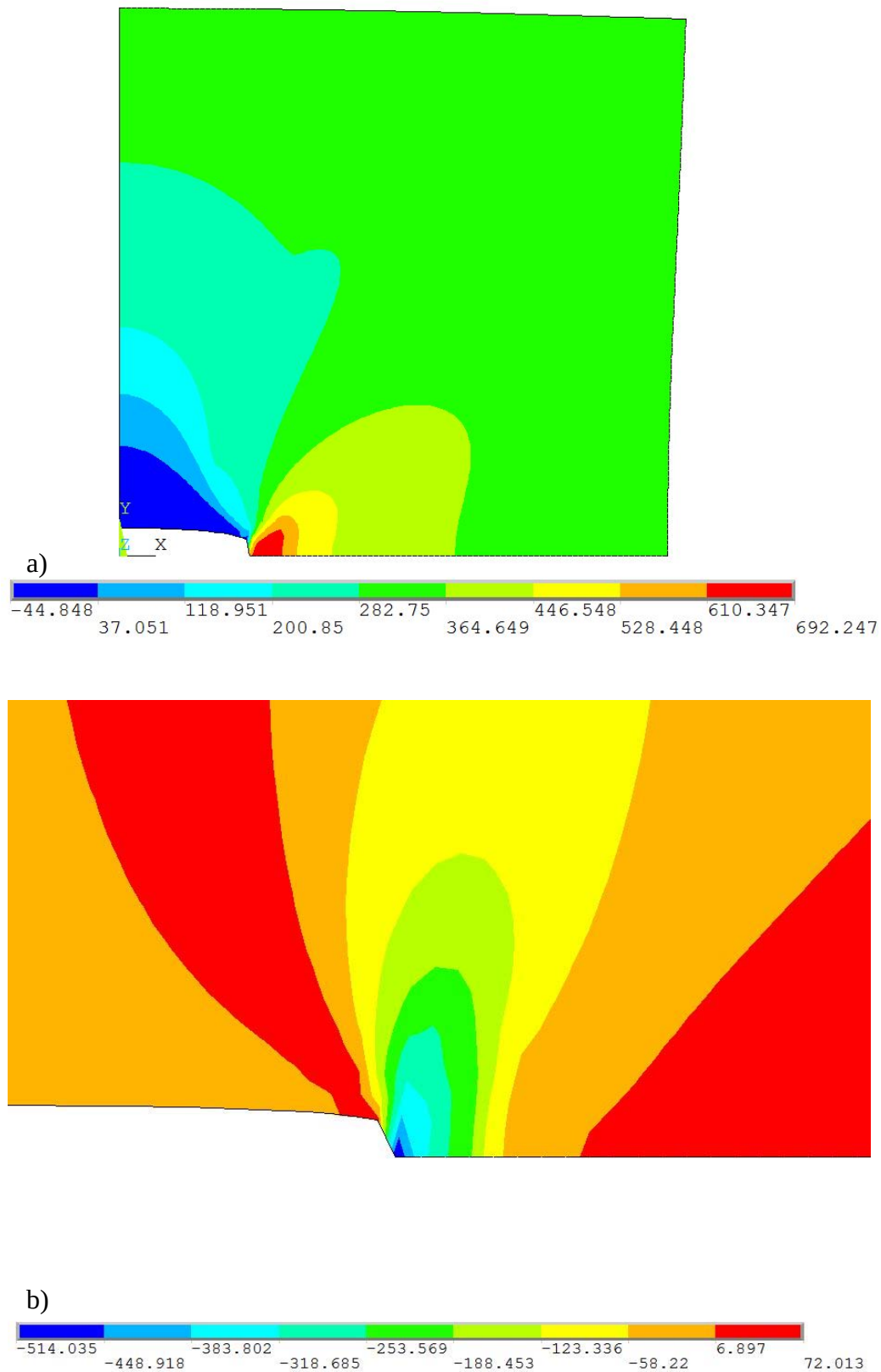


Figura V.34.- Resultado numérico, grieta de 5mm a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales

Análisis numérico de la apertura y cierre de grieta con historia y sin historia previa en un material aplicable en implantes biomecánicos

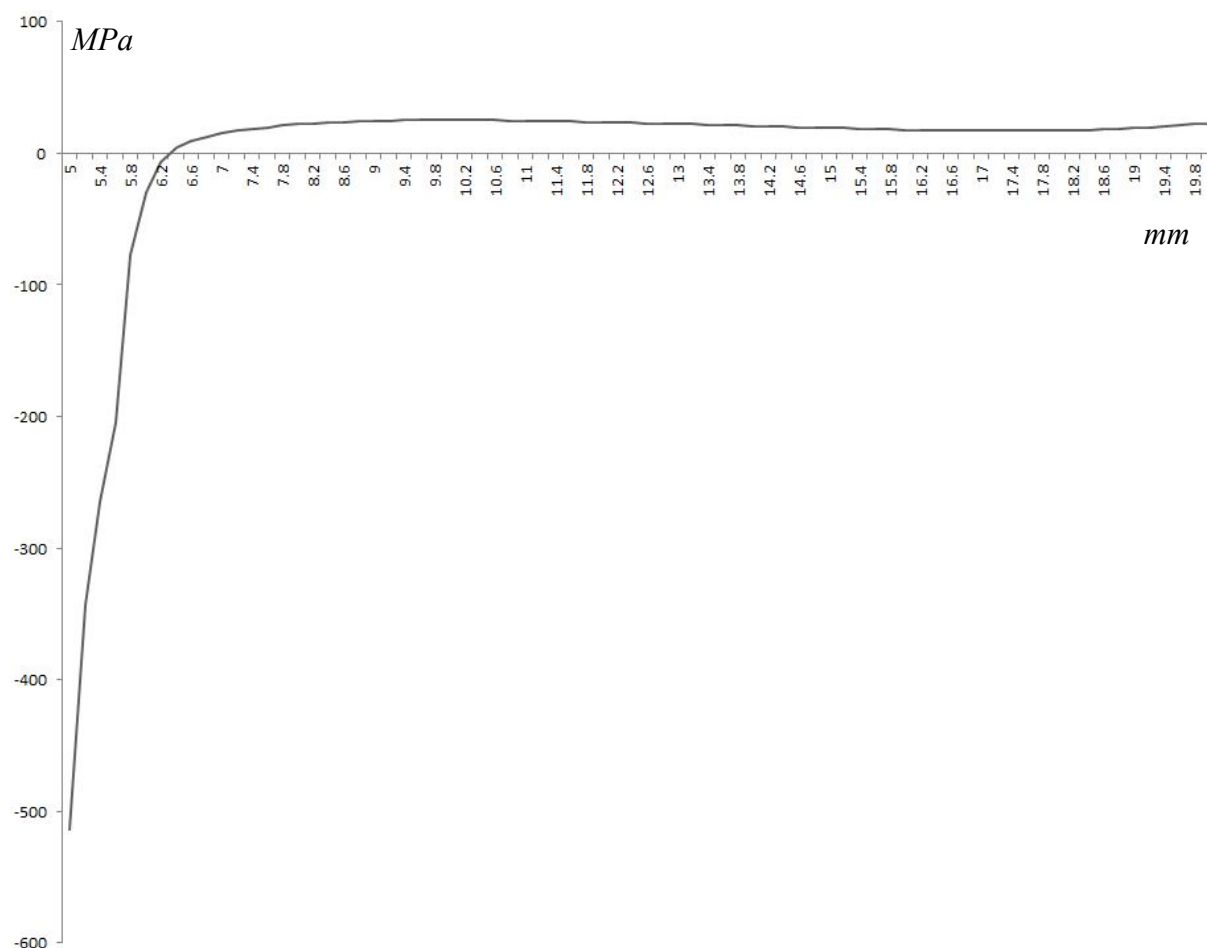


Figura V.35.- Campo de esfuerzos residuales

V.3.2.7.- Placa con grieta en el centro, tamaño de grieta de 10mm, historia previa a compresión

En la Figura V.36a, se puede apreciar el espécimen a plena carga; en la Figura V.36b, se puede observar los esfuerzos residuales localizados a lo largo de la línea de interés y en la Figura V.37 se puede observar de manera gráfica el campo de esfuerzos residuales.

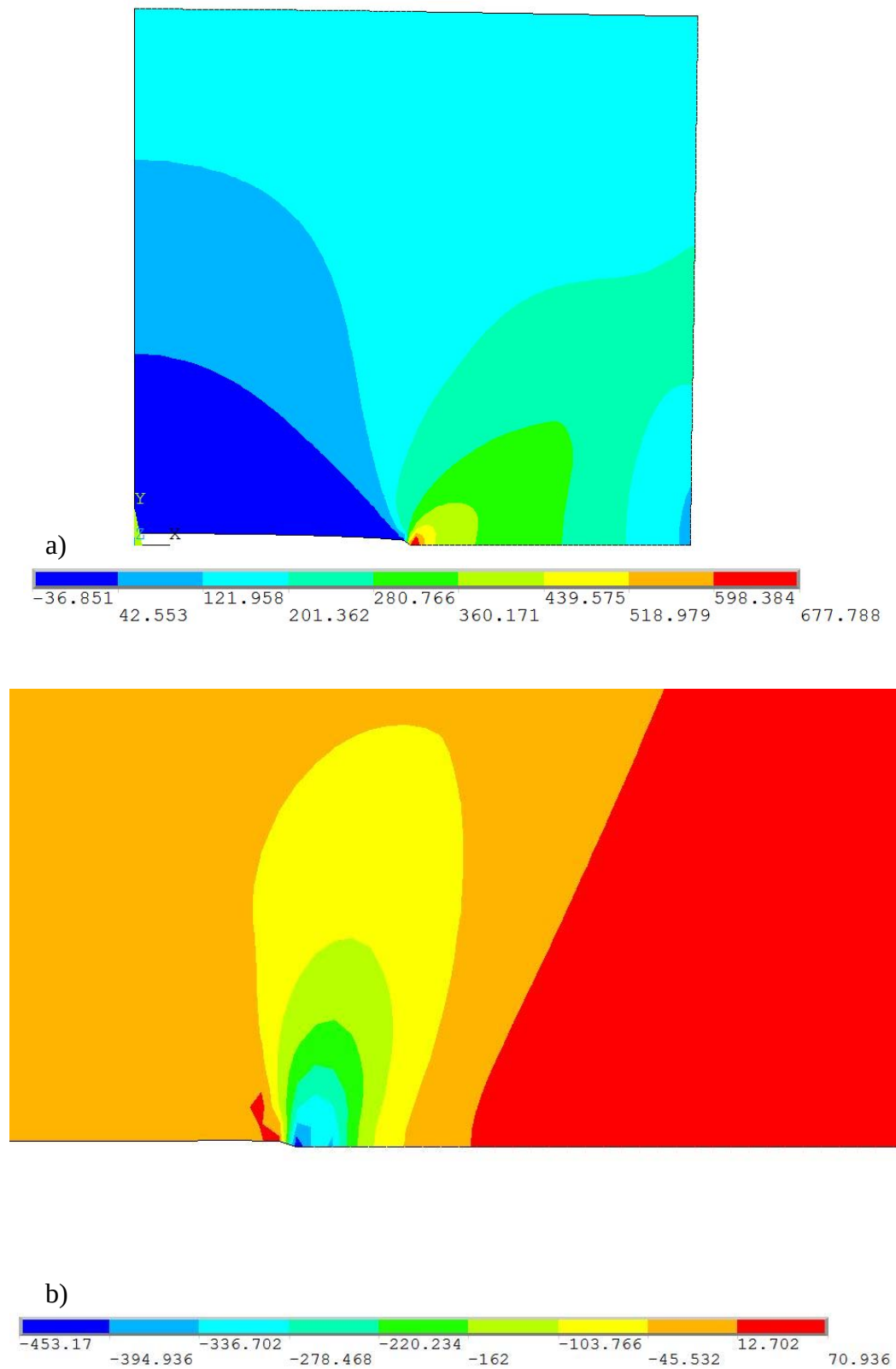


Figura V.36.- Resultado numérico, grieta de 10mm a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales

Análisis numérico de la apertura y cierre de grieta con historia y sin historia previa en un material aplicable en implantes biomecánicos

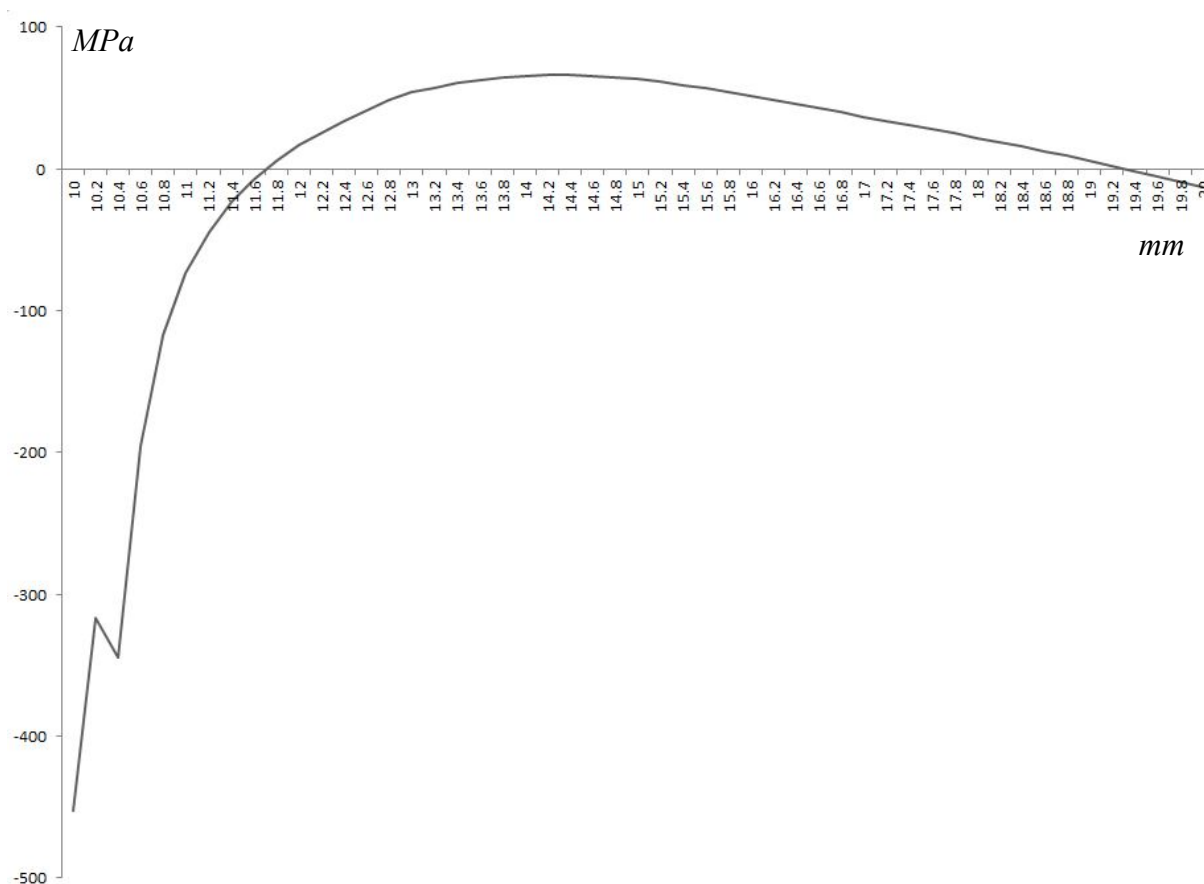


Figura V.37.- Campo de esfuerzos residuales

V.3.2.8.- Placa con grieta en el centro, tamaño de grieta de 15mm, historia previa a compresión

En la Figura V.38a, se puede apreciar el espécimen a plena carga; en la Figura V.38b, se puede observar los esfuerzos residuales localizados a lo largo de la línea de interés y en la Figura V.39 se puede observar de manera gráfica el campo de esfuerzos residuales.

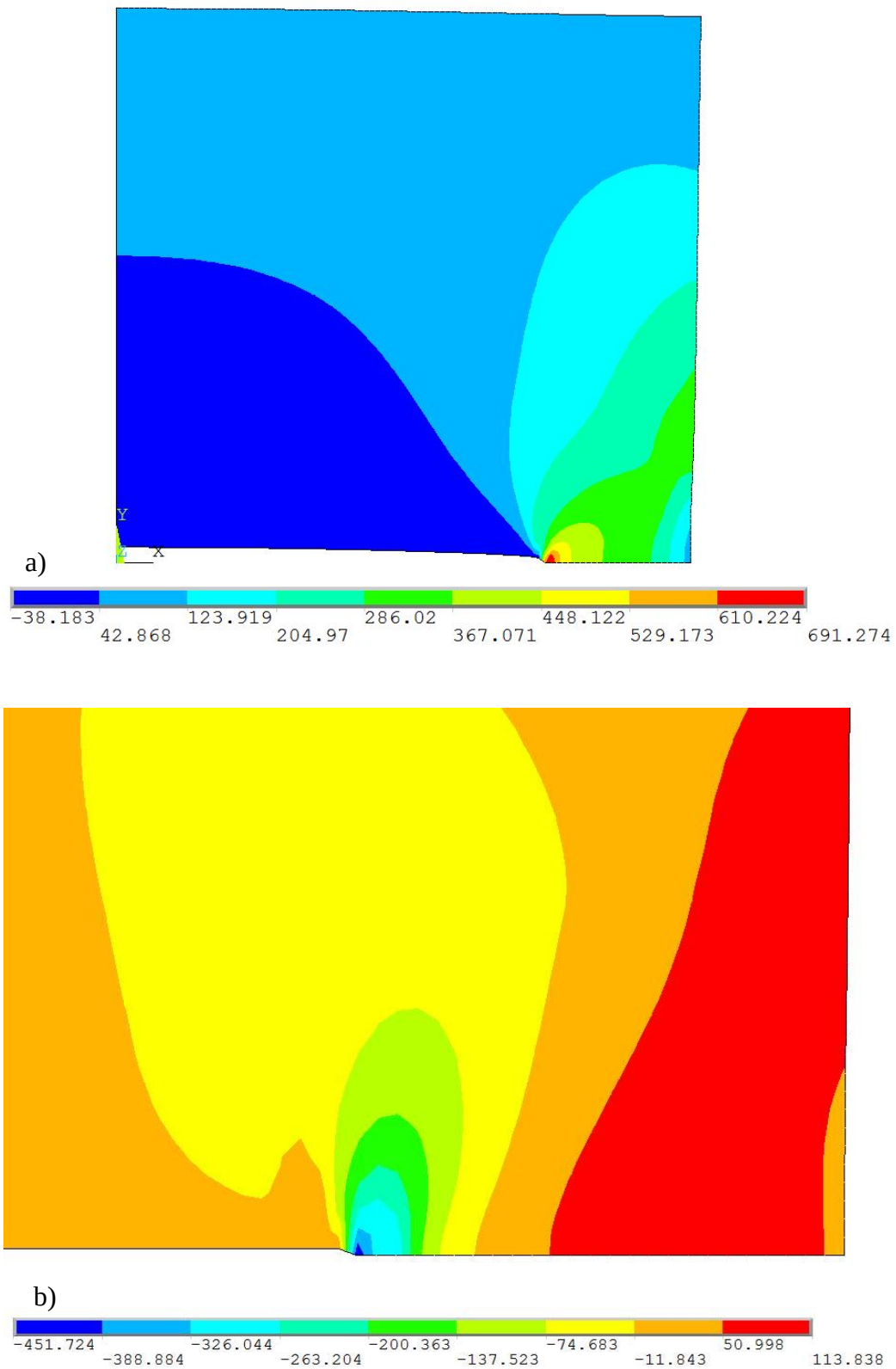


Figura V.38.- Resultado numérico, grieta de 15mm a) Esfuerzos de carga, b) Esfuerzos residuales

Análisis numérico de la apertura y cierre de grieta con historia y sin historia previa en un material aplicable en implantes biomecánicos

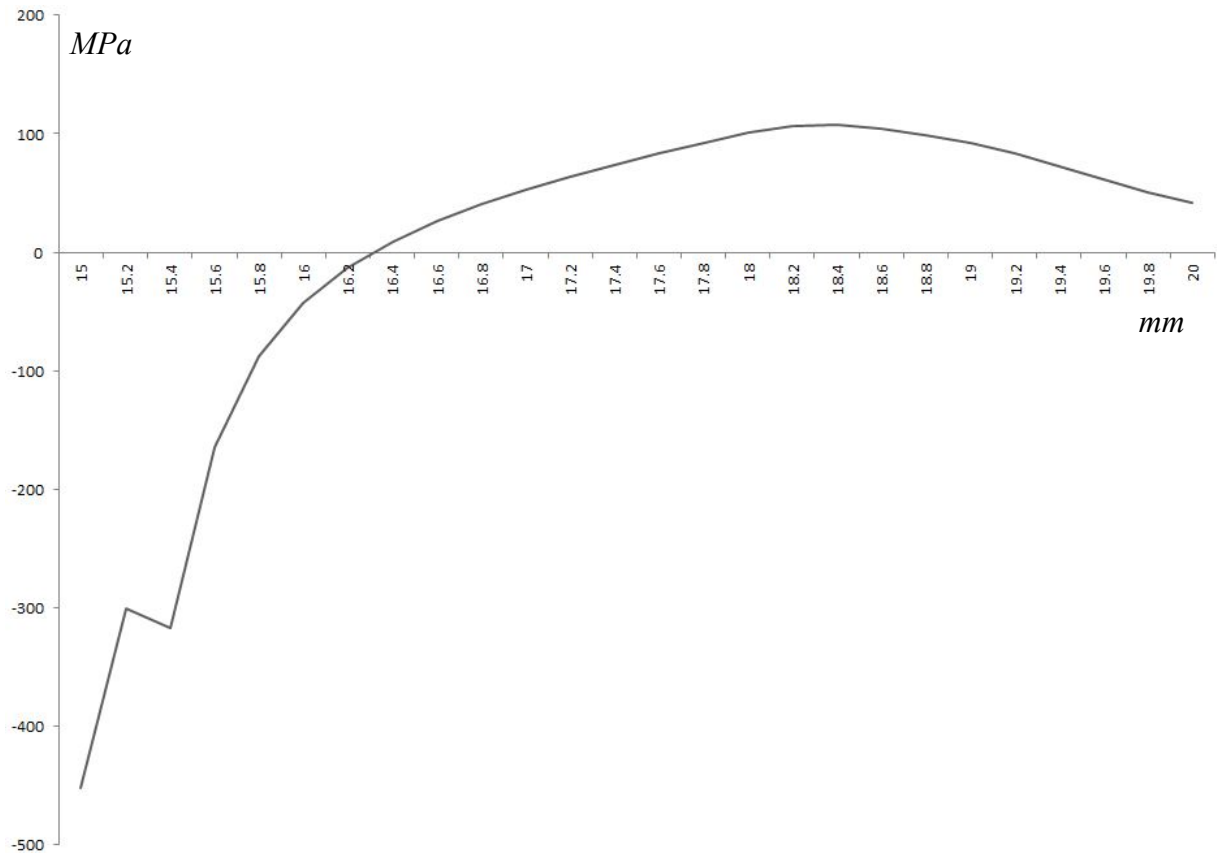


Figura V.39.- Campo de esfuerzos residuales

Las gráficas que son usadas para representar la discretización controlada difieren en el eje X a las pasadas, porque fue posible obtener los esfuerzos cada milímetro a lo largo de la línea de interés, mientras que con la discretización como punta de grieta el mallado es de un tipo *FREE*, lo que quiere decir que el software discretiza de manera libre sin algún control.

V.4.- Comparación de resultados

V.4.1.- Discretización punta de grieta, historia previa tensión-compresión

En las Figuras siguientes, se pueden observar la comparación de resultados que corresponden al tamaño de grieta de 1mm , 5mm , 10mm y 15mm con la misma presión aplicada para los casos de historia previa, es decir con un endurecimiento por deformación de 500 MPa , con la diferencia en el cambio de sentido para obtener tensión y compresión en el espécimen. Las cargas aplicadas son expuestas en las tablas anteriores.

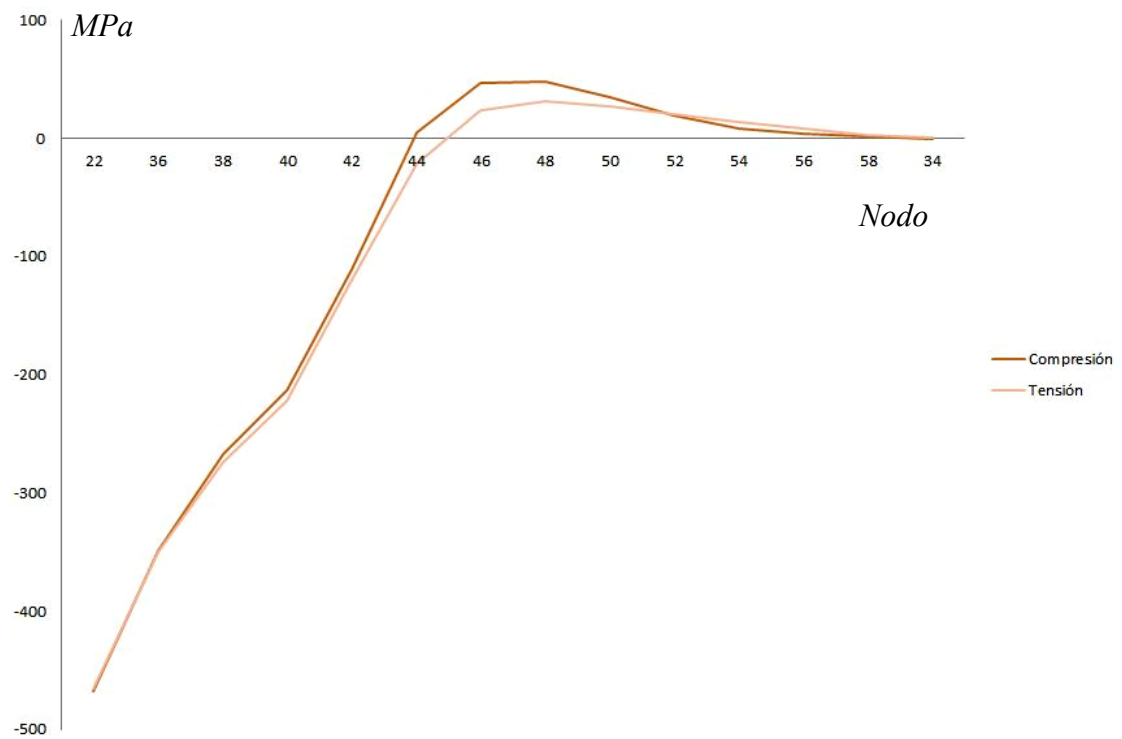


Figura V.40.- Esfuerzos residuales ante condiciones de diferente historia previa – 1 mm

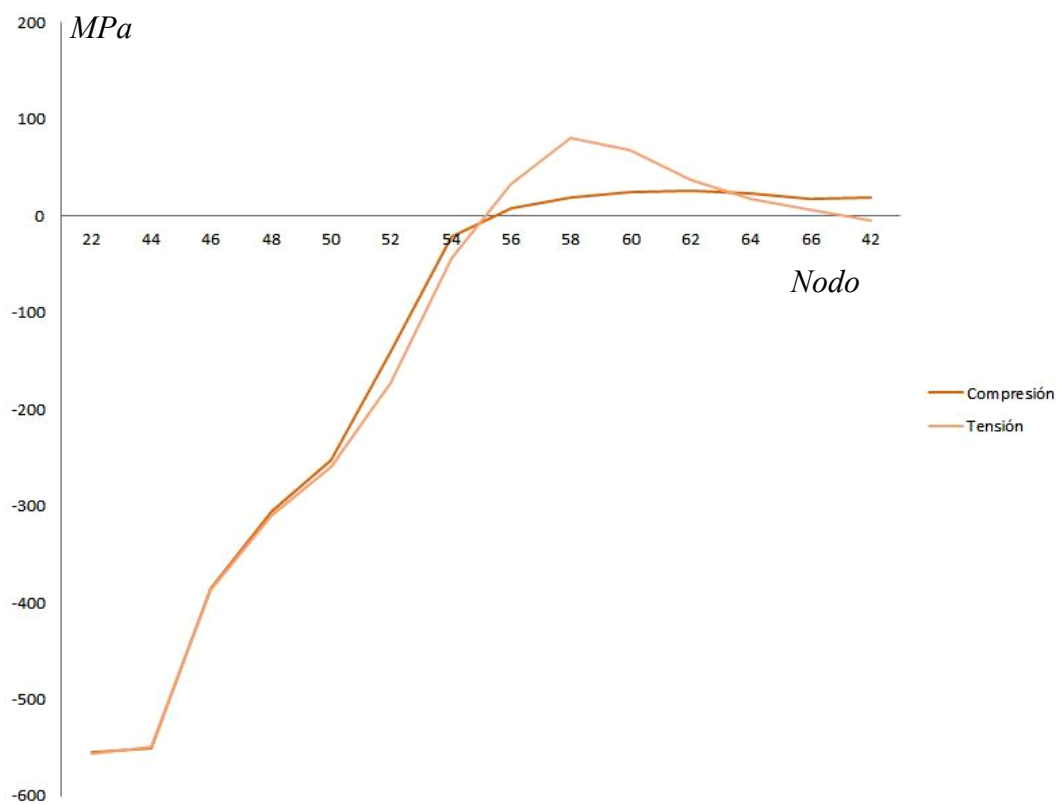


Figura V.41.- Esfuerzos residuales ante condiciones de diferente historia previa – 5 mm

Análisis numérico de la apertura y cierre de grieta con historia y sin historia previa
en un material aplicable en implantes biomecánicos

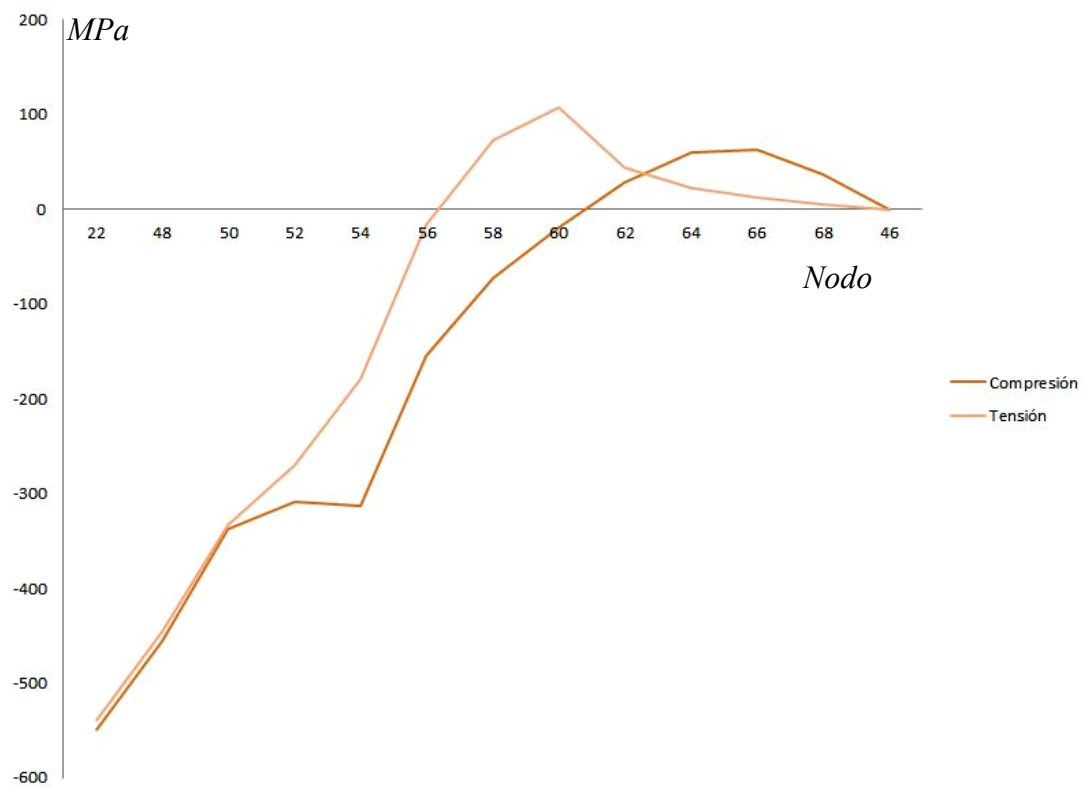


Figura V.42.- Esfueros residuales ante condiciones de diferente historia previa – 10mm

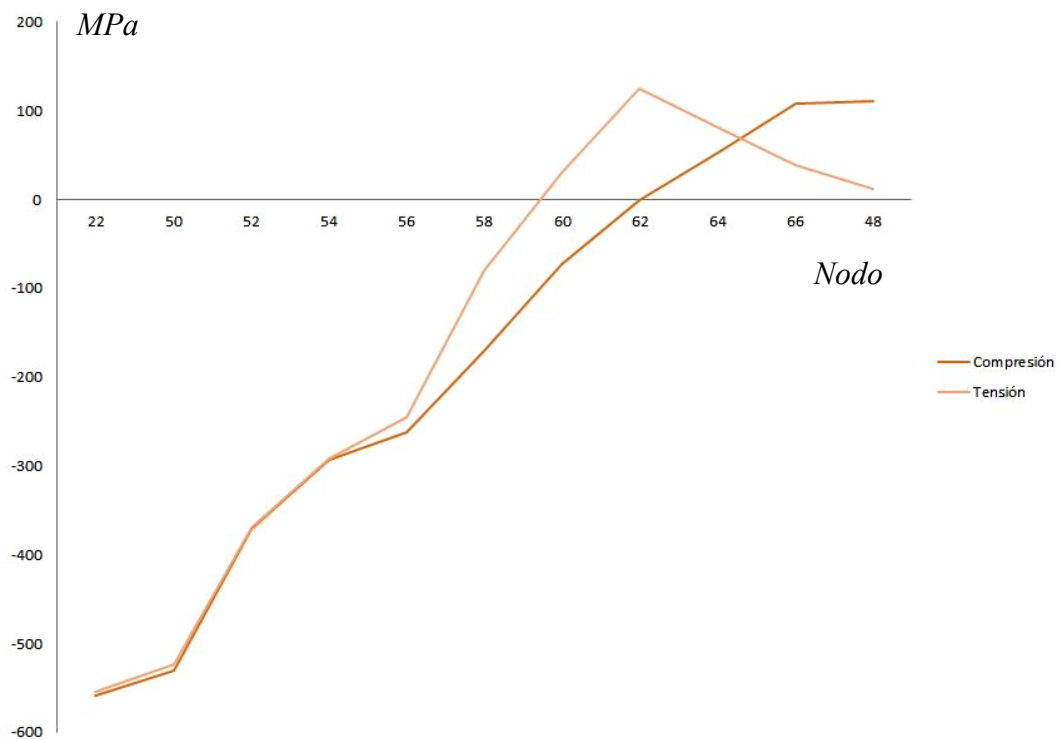


Figura V.43.- Esfueros residuales ante condiciones de diferente historia previa – 15mm

Análisis numérico de la apertura y cierre de grieta con historia y sin historia previa
en un material aplicable en implantes biomecánicos

V.4.2.- Discretización de forma controlada, historia previa tensión-compresión

En las figuras siguientes, se puede observar la comparación de resultados que corresponden al tamaño de grieta de 1mm , 5mm , 10mm y 15mm con la misma presión aplicada para los dos casos de historia previa, es decir con un endurecimiento por deformación de 500 MPa , con la diferencia en el cambio de sentido para obtener tensión y compresión en el espécimen. Las cargas aplicadas después del endurecimiento por deformación están expuestas en las tablas del capítulo.

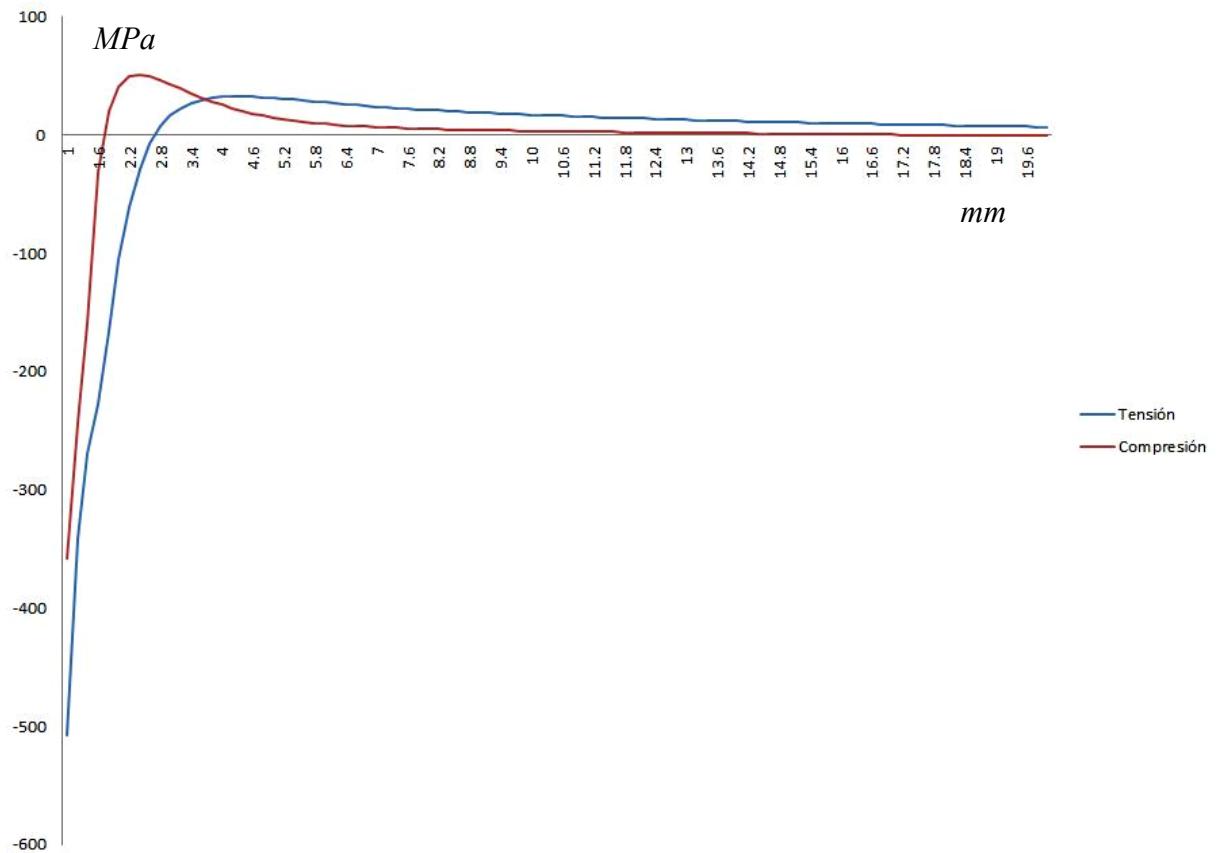


Figura V.44.- Esfuerzos residuales ante condiciones de diferente historia previa – 1mm

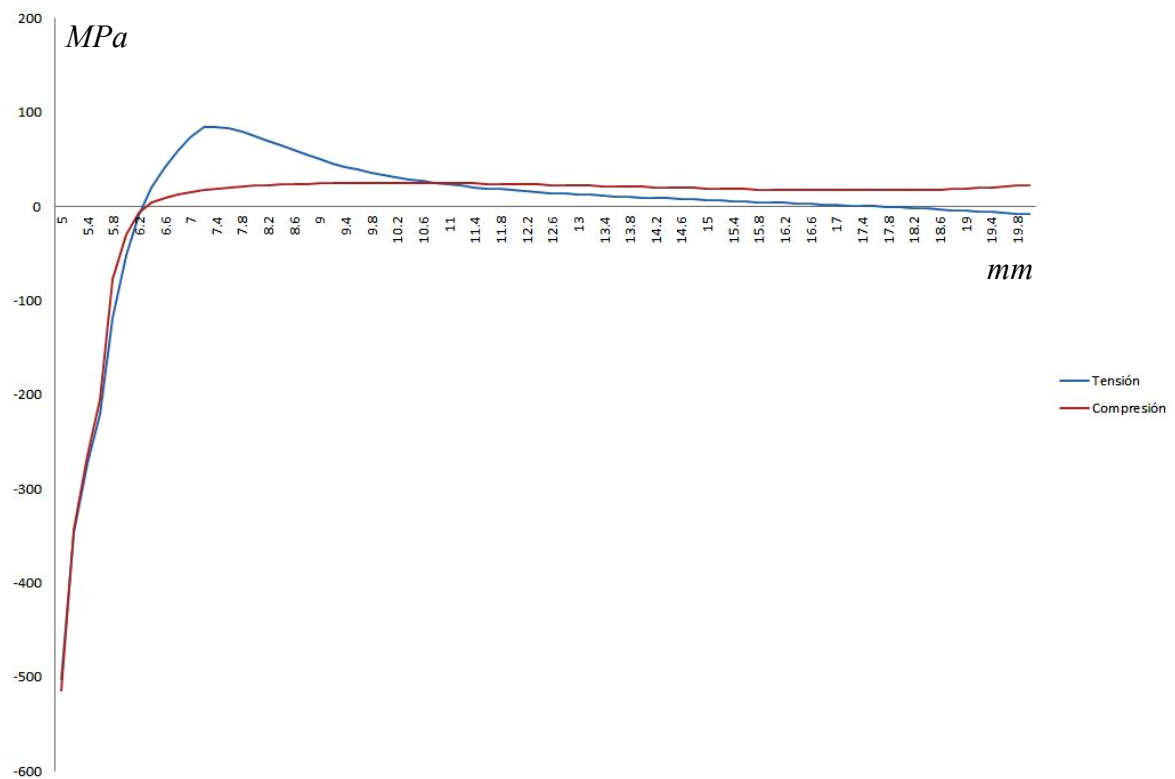


Figura V.45.- Esfuerzos con diferente historia previa – 5mm

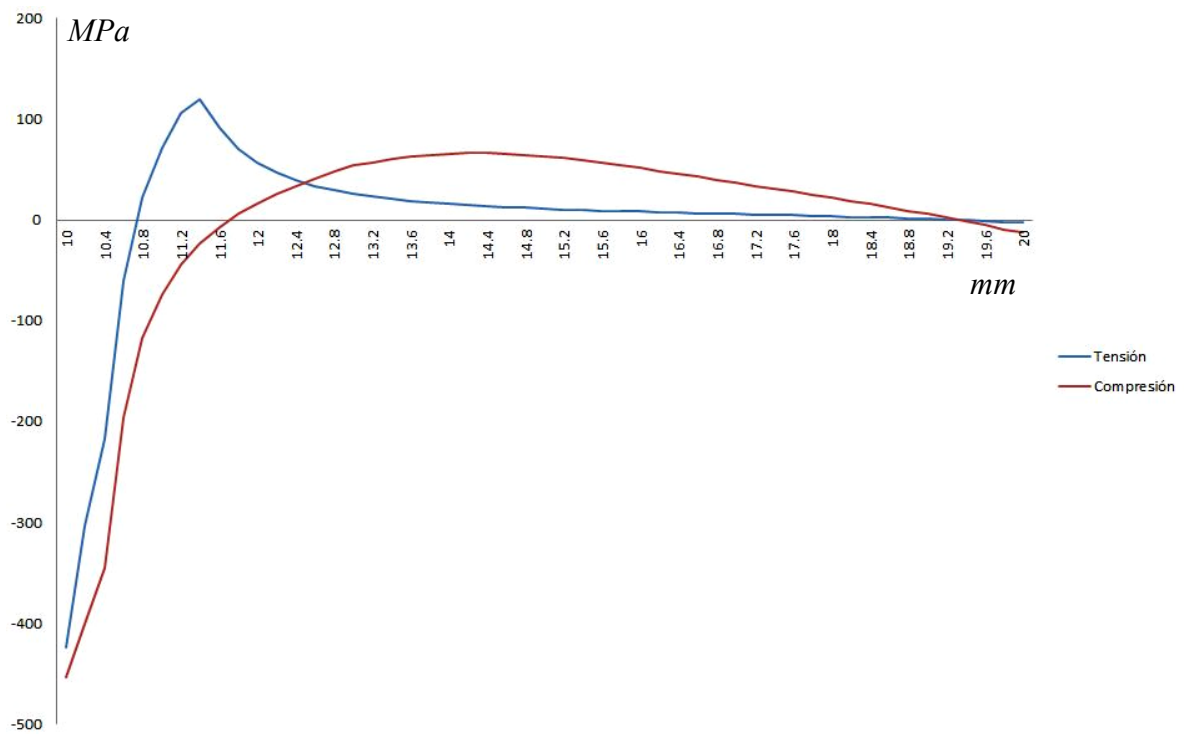


Figura V.46.- Esfuerzos con diferente historia previa – 10mm

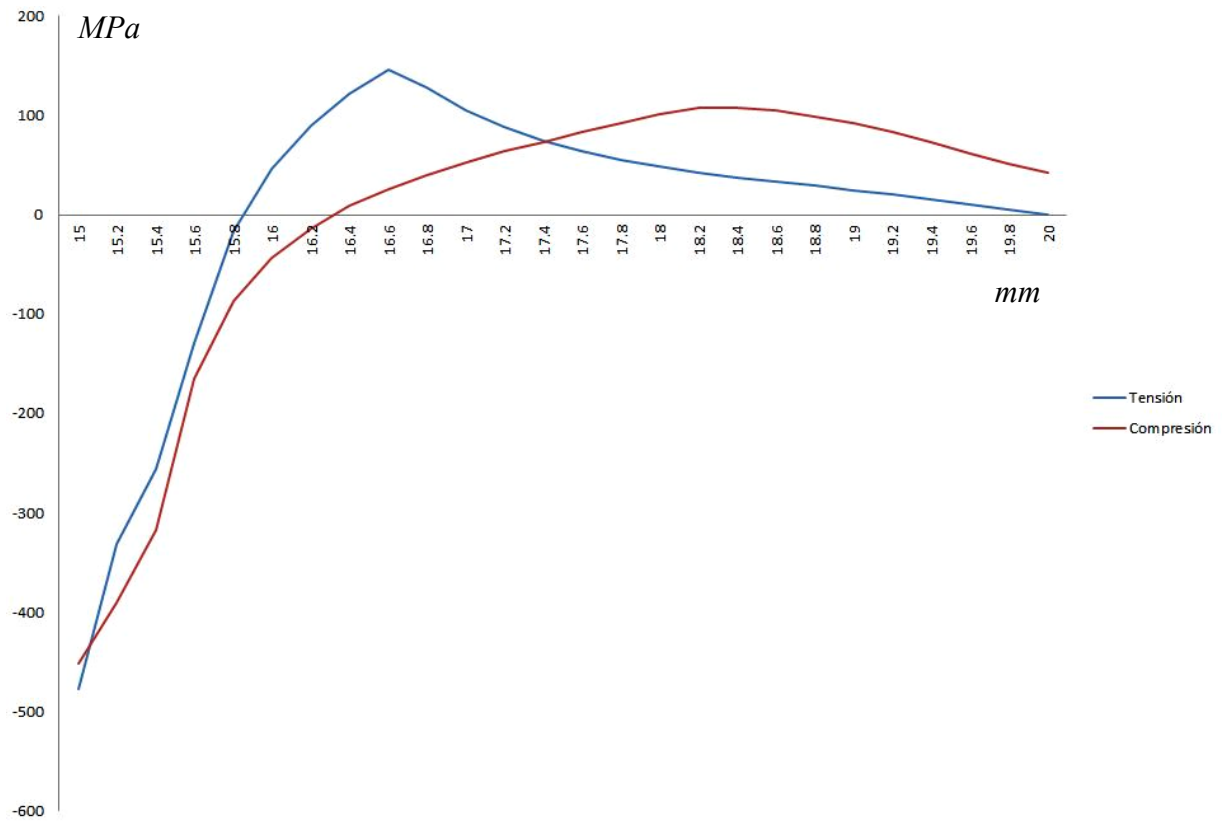


Figura V.47.- Esfuerzos con diferente historia previa – 15mm

V.5.- Sumario

En el presente capítulo se presentaron los diferentes campos de esfuerzos residuales para una placa con grieta en el centro, ante diferentes longitudes de grieta. Es posible identificar que el campo de esfuerzos no se ve afectado por la historia previa del material, además de que el comportamiento del campo de esfuerzos residuales tiende a comportarse de la misma forma, cambiando solamente de magnitud de los esfuerzos en punta de grieta. A pesar de la diferencia de discretización, los campos de esfuerzos residuales se comportan de manera muy similar, solo cambiando la magnitud de los esfuerzos.

En el siguiente capítulo se presentarán los casos de historia previa para el espécimen (SENB – Single Edge Notched Bend specimen) ante diferentes condiciones de carga con el tamaño de grieta constante.

V.6.- Referencias

- 1.- Urriolagoitia-Sosa, G., Romero-Ángeles, B., Hernández-Gómez, L. H., Urriolagoitia-Calderón, G., Beltrán-Fernández, J. A., Torres-Torres, C., Evaluation of the impact of residual stresses in crack initiation with the application of the Crack Compliance Method Part 1, Numerical analysis, *Applied Mechanics and Materials*, Vol. 24-25, pp 253 – 259, 2010.

VI.1.- Introducción

En este capítulo se presentan los campos de esfuerzos residuales obtenidos para el espécimen *SENB*, de igual forma como en el capítulo pasado, la probeta será deformada plásticamente por medio de una carga homogénea a tensión y compresión. Posteriormente será aplicada una carga puntual desplazada una distancia x del eje de simetría y después se descargará para obtener un campo de esfuerzos residuales.

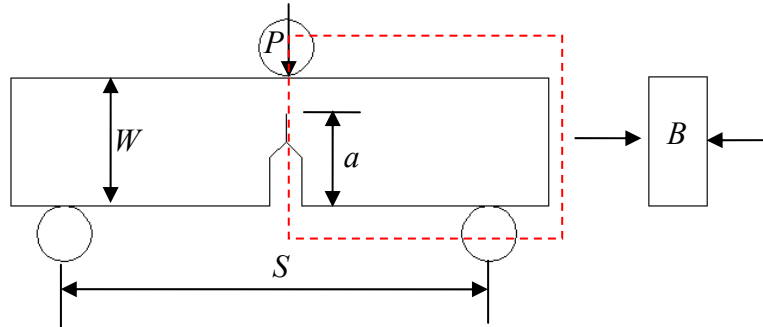


Figura VI.1.- Consideración para el modelado

Con la finalidad de no extender mucho este trabajo de investigación se decidió sólo poner los campos de esfuerzos residuales para cada caso de estudio, y más adelante la superposición de los casos para comparar los resultados.

VI.2.- Procedimiento de análisis

Se optó por usar la mitad de la geometría, tal como se muestra en la Figura VI.1, esto es para poder reducir el tiempo de modelado y recursos de computación, las propiedades del material son las descritas en la Tabla VI.1, son las mismas usadas que en el capítulo anterior, así como la discretización usada (*discretización con punta de grieta y discretización de forma controlada*).

Tabla VI.1.- Propiedades del material

Propiedades mecánicas	Sistema métrico
Esfuerzo de cedencia (σ_y)	400 MPa
Deformación de cedencia (ε_y)	0.002
Esfuerzo máximo (σ_m)	600 MPa

Deformación máxima (ϵ_m)	0.01
Módulo Elástico (E)	200 <i>GPa</i>
Relación de Poisson (ν)	0.28

Los pasos a seguir son los siguientes:

- Primer paso, el material es tensado con una carga homogénea con un valor de 500 *MPa*, Figura VI.2.



Figura VI.2.- Endurecimiento del material por una presión de 500 *MPa*

- Segundo paso, después se descargó el espécimen, Figura VI.3, localizándose una deformación plástica de 0.003364.



Figura VI.3.- Deformación plástica permanente

- Tercer paso, después configurando las debidas restricciones de movimiento y la presión aplicada se procede a cargar el espécimen para provocar la cedencia del material, Figura VI.4.

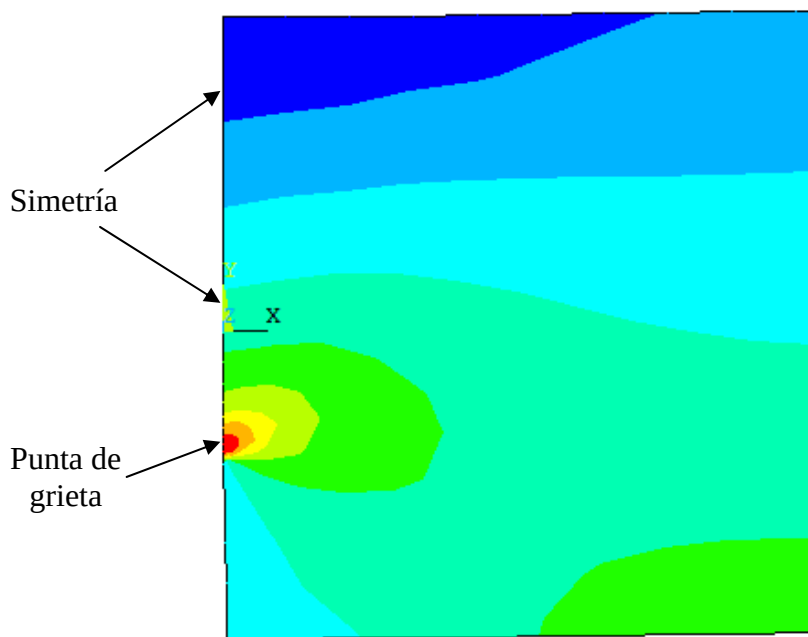


Figura VI.4.- Vista de los esfuerzos en punta de grieta

- Cuarto y último paso, se descarga el espécimen y los esfuerzos residuales quedan localizados a lo largo de la línea de interés tal como se muestra en la Figura VI.5.

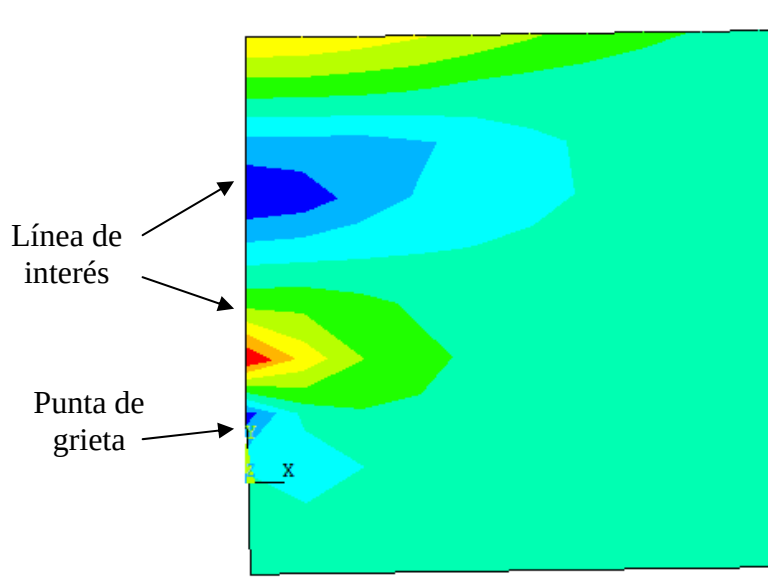


Figura VI.5.- Esfuerzos localizados en la línea de interés

VI.3.- Espécimen SENB (Single Edge Notched Bend specimen), discretización en punta de grieta

VI.3.1.- Desplazamiento de 1mm, historia previa a tensión y compresión

Después de haber deformado la probeta con una presión de 500 MPa, se colocó una carga puntual desplazada una distancia x del eje de simetría, tal como se puede observar en la Figura VI.6.

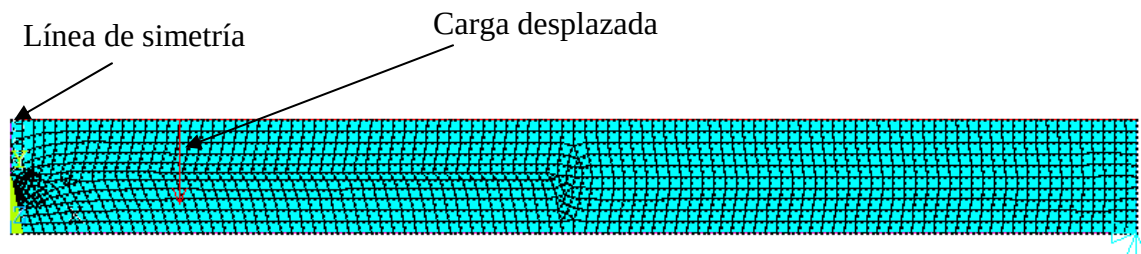


Figura VI.6.- desplazamiento de la carga

En la Tabla VI.2, se puede apreciar con más claridad las condiciones de carga a la que fue sometido el espécimen, cabe aclarar que el tamaño de grieta es constante y lo único que varía es la distancia de desplazamiento de la carga puntual con respecto del eje de simetría.

Tabla VI.2.- Cargas aplicadas

Desplazamiento de la carga	Tamaño de grieta constante	Carga aplicada (N)	Convergencia
1mm	3mm	66.66 N	No
		33.33 N	Si
2mm	3mm	33.33 N	Si
3mm	3mm	33.33 N	Si
4mm	3mm	33.33 N	Si
5mm	3mm	33.33 N	Si
10mm	3mm	33.33 N	Si
15mm	3mm	33.33 N	Si
20mm	3mm	33.33 N	Si
25mm	3mm	33.33 N	Si

30mm	3mm	33.33 N	Si
50mm	3mm	33.33 N	Si

En la Figura VI.7, se puede observar la punta de grieta descargada y a lo largo de la línea de interés se puede apreciar el campo de esfuerzos residuales. Esta condición es para un desplazamiento de $1mm$ de la carga puntual aplicada.

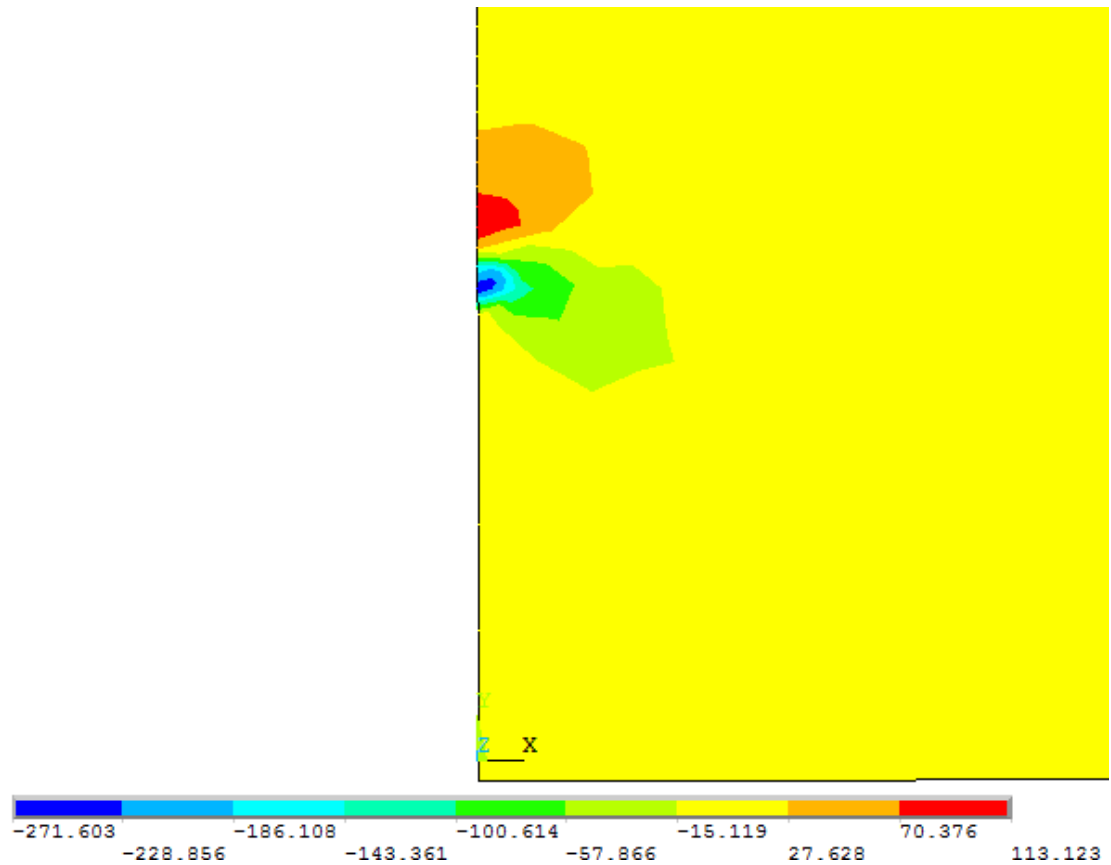


Figura VI.7.- Esfuerzos residuales

En la Figura VI.8 se puede observar los dos campos de esfuerzos residuales, cada uno con diferente historia previa y la condición sin historia previa, la línea azul indica una historia previa de tensión y la línea verde indica una historia previa a compresión y por último la línea gris indica los esfuerzos residuales sin considerar historia alguna. Se pueden apreciar de una mejor forma en la Tabla VI.3 los esfuerzos localizados.

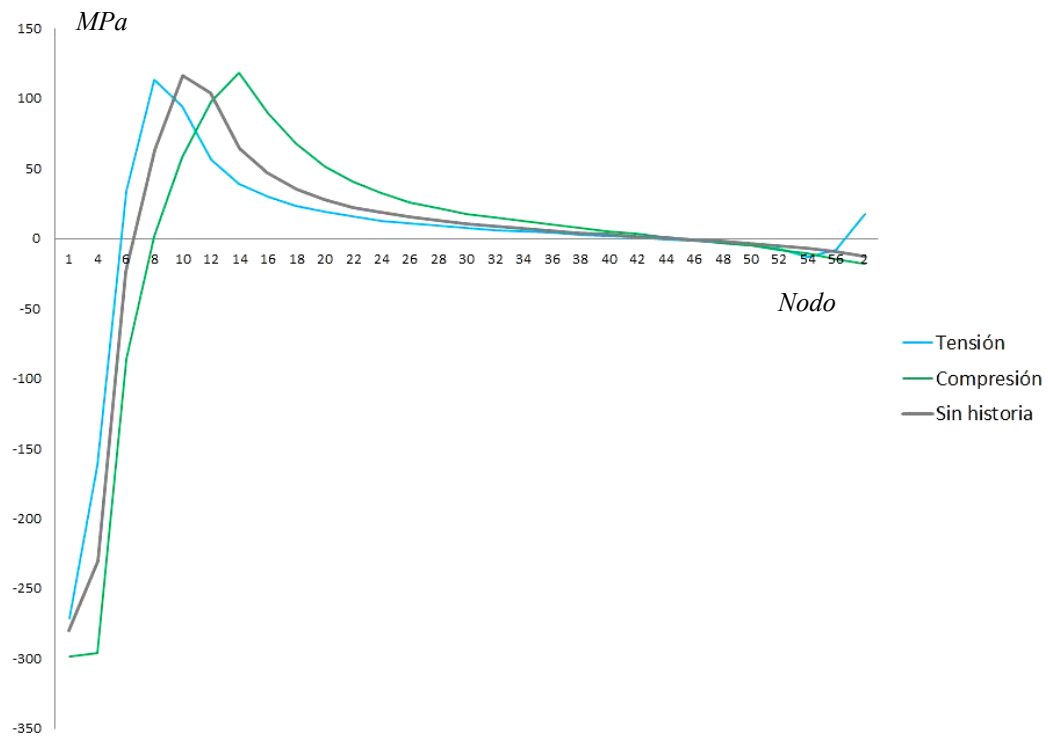


Figura VI.8.- Campos de esfuerzos residuales

Tabla VI.3.- Esfuerzos – 1mm

NODO	Historia previa a Tensión (MPa)	Historia previa a Compresión (MPa)	Sin historia
1	-271.6	-298.65	-279.63
4	-162.24	-296.02	-230.5
6	33.919	-85.664	-23.534
8	113.12	1.7275	63.148
10	94.04	57.624	116.63
12	56.201	97.831	103.92
14	39.027	118.19	64.503
16	29.575	89.663	46.526
18	23.587	67.61	35.491
20	19.082	51.698	27.817
22	15.622	40.404	22.408
24	12.893	32.2	18.352
26	10.717	26.151	15.202
28	8.929	21.495	12.653
30	7.399	17.735	10.503
32	6.1244	14.75	8.684

34	5.062	12.355	7.0456
36	3.854	9.7399	5.5596
38	2.7577	7.4571	4.2011
40	1.6892	5.3213	2.9099
42	0.61588	3.2713	1.6549
44	-0.49935	1.2577	0.40495
46	-1.719	-0.78591	-0.87373
48	-3.137	-2.9221	-2.2186
50	-4.9422	-5.2436	-3.6763
52	-7.5331	-7.8659	-5.3079
54	-12.913	-10.961	-7.2007
56	-8.087	-14.768	-9.478
2	17.356	-18.478	-12.344

VI.3.2.- Desplazamiento de 2mm, historia previa a tensión y compresión

En la Figura VI.9, de manera gráfica se pueden apreciar los esfuerzos residuales a lo largo de la línea de interés, tanto para historia previa a tensión y compresión; los valores son obtenidos de los nodos disponibles.

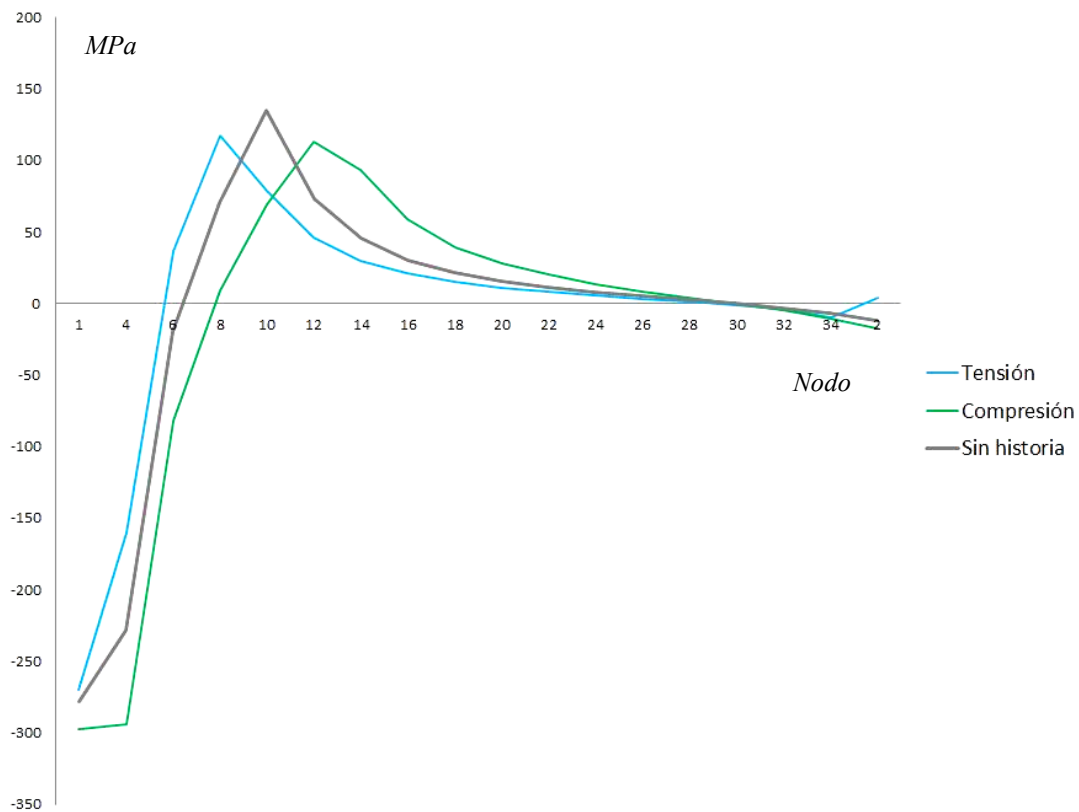


Figura VI.9.- Campos de esfuerzos residuales

Análisis numérico de la apertura y cierre de grieta con historia y sin historia previa en un material aplicable en implantes biomecánicos

Se pueden apreciar de una mejor forma en la Tabla VI.4 los esfuerzos localizados.

Tabla VI.4.- Esfuerzos – 2mm

NODO	Historia previa a Tensión (MPa)	Historia previa a Compresión (MPa)	Sin historia (MPa)
1	-269.85	-297.03	-277.76
4	-160.19	-293.84	-228.27
6	36.401	-81.941	-19.626
8	117.53	9.5022	70.76
10	79.131	69.085	135.41
12	45.992	112.92	73.437
14	30.01	93.528	45.398
16	20.967	58.78	30.496
18	15.203	39.386	21.552
20	11.285	27.842	15.688
22	8.4632	20.386	11.097
24	5.6386	13.617	7.8307
26	3.3773	8.6061	4.9802
28	1.266	4.2645	2.4327
30	-0.98805	4.87E-02	-0.10989
32	-3.9371	-4.5803	-2.9296
34	-9.9085	-10.47	-6.5008
2	3.6088	-17.038	-12.072

VI.3.3.- Desplazamiento de 3mm, historia previa a tensión y compresión

En la Figura VI.10, de manera gráfica se pueden apreciar los esfuerzos residuales a lo largo de la línea de interés. Se pueden apreciar de una mejor forma en la Tabla VI.5 los esfuerzos localizados.

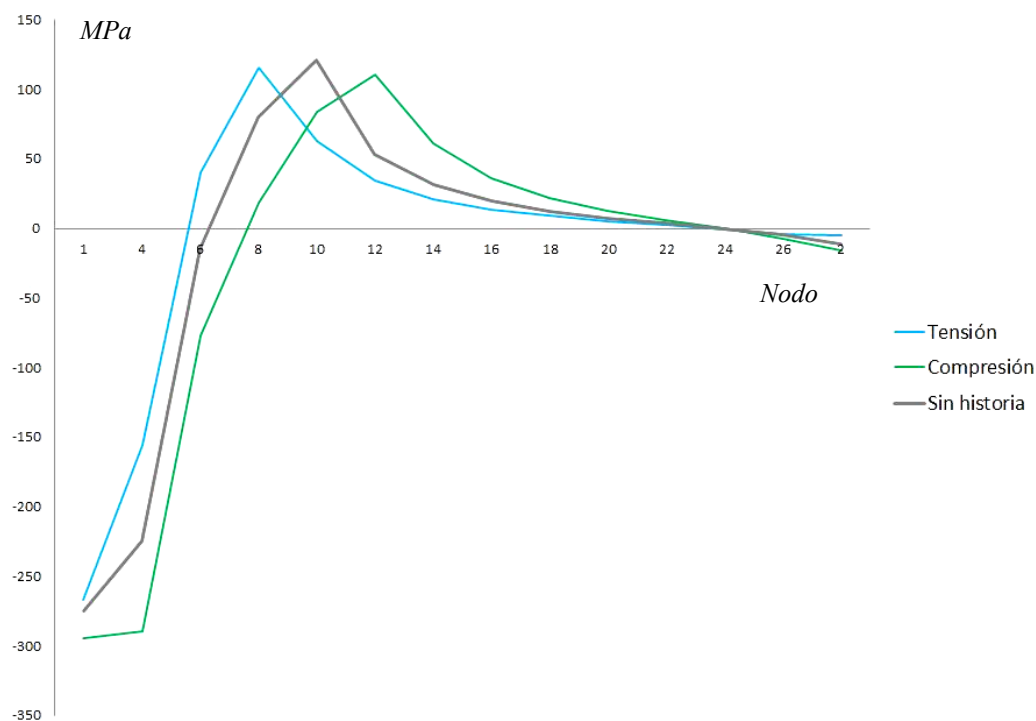


Figura VI.10.- Campos de esfuerzos residuales

Tabla VI.5.- Esfuerzos – 3mm

NODO	Historia previa a Tensión	Historia previa a Compresión	Sin historia (MPa)
1	-267.01	-294.71	-274.92
4	-155.8	-289.8	-224.72
6	40.501	-76.812	-14.509
8	115.53	18.638	79.566
10	63.15	83.476	121.07
12	34.422	110.09	53.176
14	21.211	61.233	31.314
16	13.768	35.877	19.55
18	8.8616	21.747	12.484
20	5.2209	12.582	7.5406
22	2.3306	5.8964	3.6413

24	-0.48152	-0.16305	0.002382
26	-4.4878	-7.2894	-4.2375
2	-5.34	-15.75	-11.592

VI.3.4.- Desplazamiento de 4mm, historia previa a tensión y compresión

En la Figura VI.11, de manera gráfica se pueden apreciar los esfuerzos residuales a lo largo de la línea de interés. Se pueden apreciar de una mejor forma en la Tabla VI.6 los esfuerzos localizados.

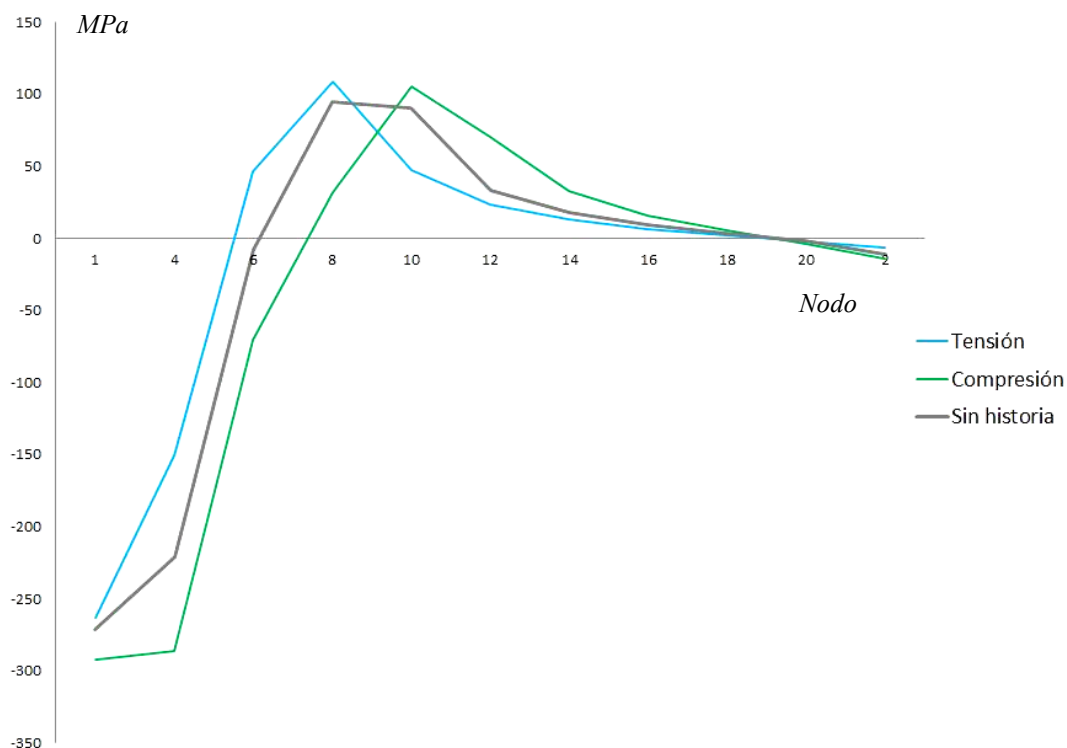


Figura VI.11.- Campos de esfuerzos residuales

Tabla VI.6.- Esfuerzos – 4mm

NODO	Historia previa a Tensión (MPa)	Historia previa a Compresión (MPa)	Sin historia (MPa)
1	-263.21	-291.78	-271.04
4	-150.75	-285.75	-220.74
6	46.155	-70.528	-8.0933
8	108.85	31.612	94.472
10	47.411	105.01	90.333

12	23.388	70.38	33.545
14	12.782	32.939	17.968
16	6.5032	15.715	9.2228
18	2.0814	5.126	3.5067
20	-1.8462	-3.6901	-1.682
2	-6.5477	-14.201	-11.023

VI.3.5.- Desplazamiento de 5mm, historia previa a tensión y compresión

En la Figura VI.12, de manera gráfica se pueden apreciar los esfuerzos residuales a lo largo de la línea de interés. Se pueden apreciar de una mejor forma en la Tabla VI.7 los esfuerzos localizados.

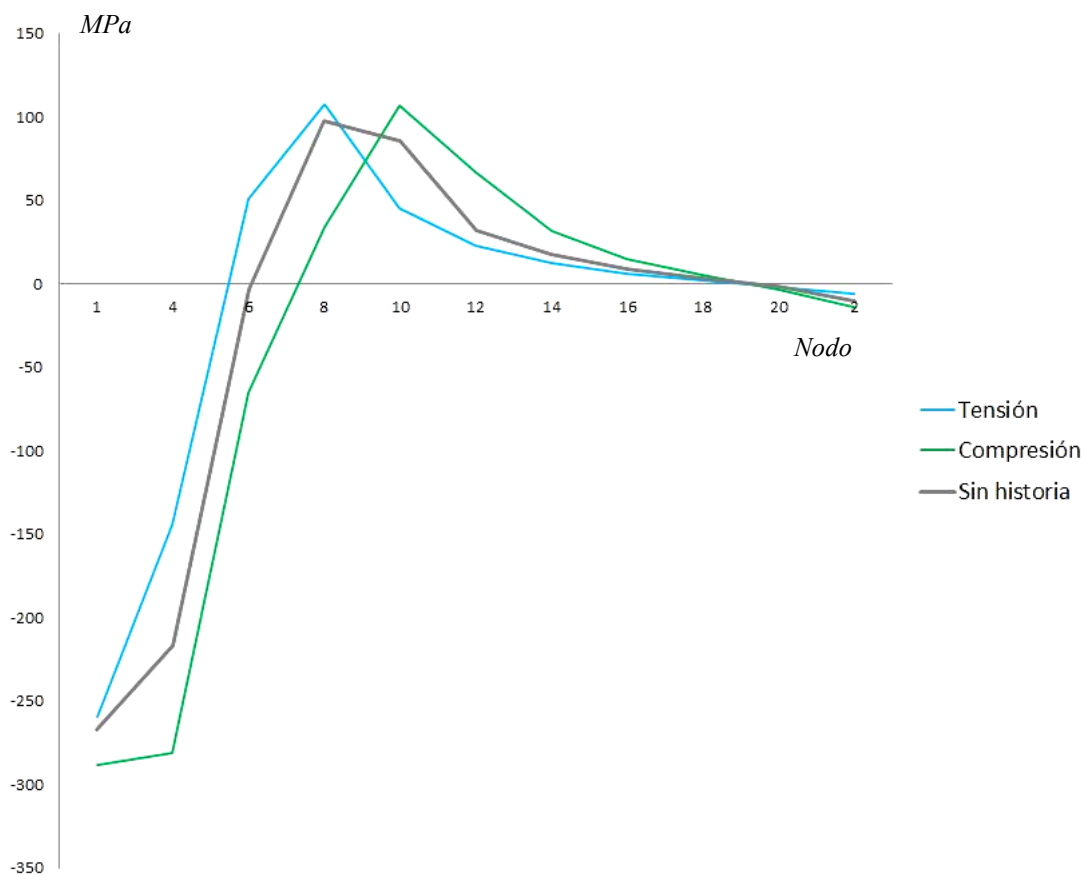


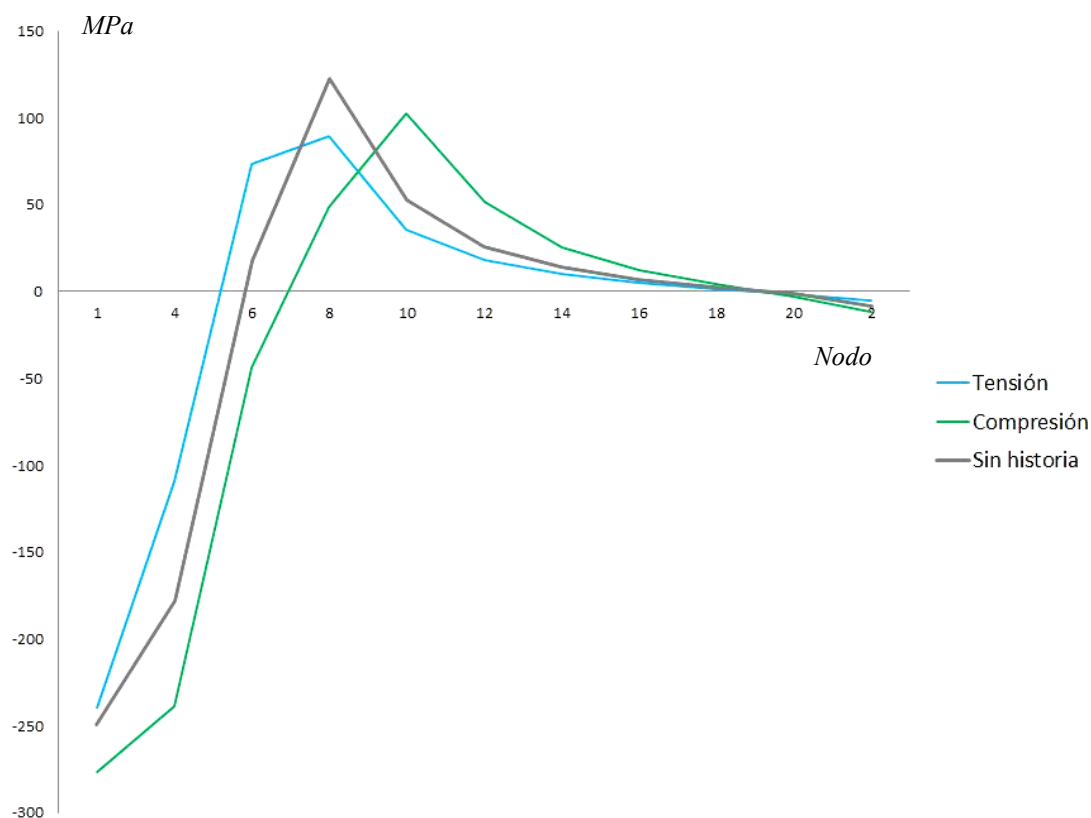
Figura VI.12.- Campo de esfuerzos residuales

Tabla VI.7.- Esfuerzos – 5mm

NODO	Historia previa a Tensión (MPa)	Historia previa a Compresión (MPa)	Sin historia (MPa)
1	-259.3	-288.54	-267.01
4	-144.52	-280.73	-216.54
6	50.765	-65.575	-3.305
8	107.1	34.253	97.286
10	45.237	106.34	85.36
12	22.43	66.374	32.25
14	12.29	31.5	17.252
16	6.2602	15.085	8.8793
18	2.0024	4.9201	3.3758
20	-1.7853	-3.5778	-1.63
2	-6.3219	-13.72	-10.647

VI.3.6.- Desplazamiento de 10mm, historia previa a tensión y compresión

En la Figura VI.13, de manera gráfica se pueden apreciar los esfuerzos residuales a lo largo de la línea de interés.

**Figura VI.13.- Campo de esfuerzos residuales**

Análisis numérico de la apertura y cierre de grieta con historia y sin historia previa en un material aplicable en implantes biomecánicos

Se pueden apreciar de una mejor forma en la Tabla VI.8 los esfuerzos localizados.

Tabla VI.8.- Esfuerzos – 10mm

NODO	Historia previa a Tensión (MPa)	Historia previa a Compresión (MPa)	Sin historia (MPa)
1	-239.74	-276.51	-249.64
4	-109.26	-239.05	-177.9
6	73.362	-43.684	17.572
8	89.402	48.839	122.92
10	35.427	102.53	52.537
12	17.983	51.5	25.76
14	9.9739	25.166	13.8
16	5.1037	12.242	7.1807
18	1.6269	3.9867	2.727
20	-1.4883	-3.0307	-1.3635
2	-5.2289	-11.447	-8.7572

VI.3.7.- Desplazamiento de 15mm, historia previa a tensión y compresión

En la Figura VI.14, de manera gráfica se pueden apreciar los esfuerzos residuales a lo largo de la línea de interés.

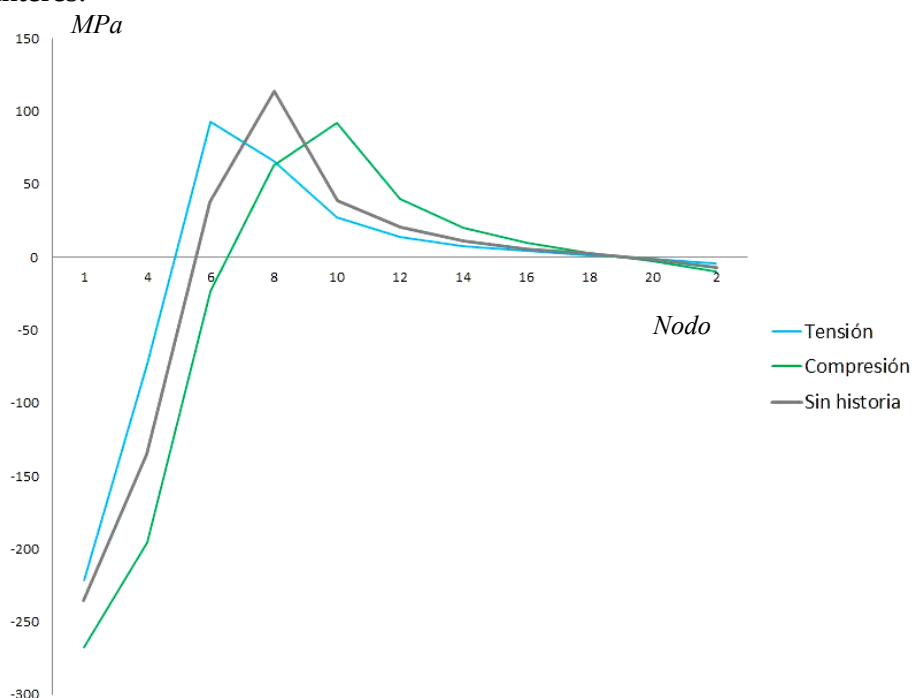


Figura VI.14.- Campo de esfuerzos residuales

Se pueden apreciar de una mejor forma en la Tabla VI.9 los esfuerzos localizados.

Tabla VI.9.- Esfuerzos – 15mm

NODO	Historia previa a Tensión (MPa)	Historia previa a Compresión (MPa)	Sin historia (MPa)
1	-221.58	-267.66	-235.17
4	-72.75	-195.75	-134.84
6	92.866	-23.175	38.292
8	65.795	62.691	114.05
10	27.337	92.134	39.176
12	14.202	40.13	20.772
14	7.9616	20.157	11.131
16	4.0925	9.9448	5.8387
18	1.2999	3.2307	2.2147
20	-1.2192	-2.5567	-1.139
2	-4.2508	-9.5274	-7.2168

VI.3.8.- Desplazamiento de 20mm, historia previa a tensión y compresión

En la Figura VI.15, de manera gráfica se pueden apreciar los esfuerzos residuales a lo largo de la línea de interés.

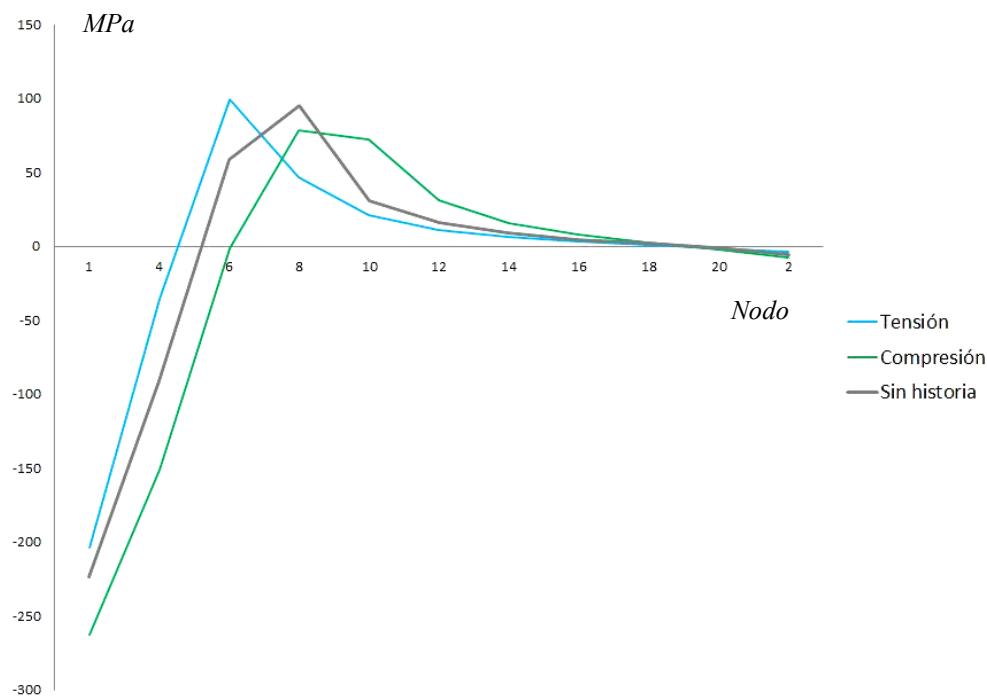


Figura VI.15.- Campos de esfuerzos residuales

Análisis numérico de la apertura y cierre de grieta con historia y sin historia previa en un material aplicable en implantes biomecánicos

Se pueden apreciar de una mejor forma en la Tabla VI.10 los esfuerzos localizados.

Tabla VI.10.- Esfuerzos – 20mm

NODO	Historia previa a Tensión (MPa)	Historia previa a Compresión (MPa)	Sin historia (MPa)
1	-203.49	-262.97	-223.4
4	-35.546	-150.94	-90.724
6	99.489	-1.5173	58.768
8	46.613	78.469	94.869
10	21.109	72.527	30.568
12	11.18	31.21	16.367
14	6.327	16.084	8.9413
16	3.2657	8.0459	4.7122
18	1.0336	2.6062	1.7833
20	-0.99197	-2.1467	-0.9432
2	-3.4343	-7.8925	-5.9023

VI.3.9.- Desplazamiento de 25mm, historia previa a tensión y compresión

En la Figura VI.16, de manera gráfica se pueden apreciar los esfuerzos residuales a lo largo de la línea de interés.

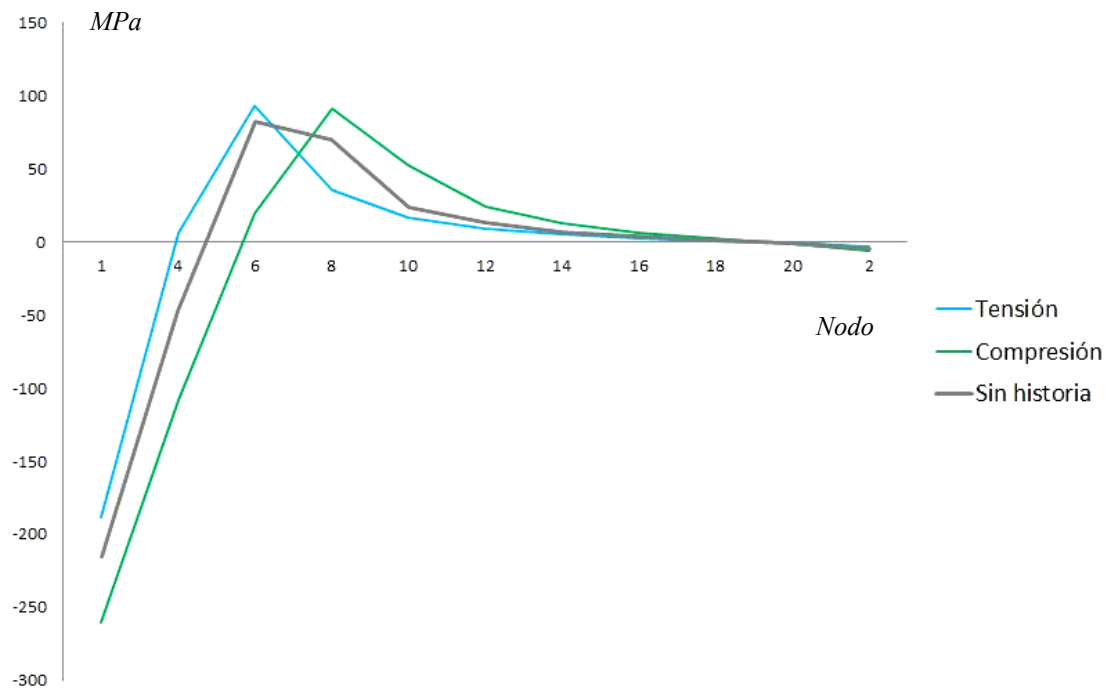


Figura VI.16.- Campos de esfuerzos residuales

Análisis numérico de la apertura y cierre de grieta con historia y sin historia previa en un material aplicable en implantes biomecánicos

Se pueden apreciar de una mejor forma en la Tabla VI.11 los esfuerzos localizados.

Tabla VI.11.- Esfuerzos – 25mm

NODO	Historia previa a Tensión (MPa)	Historia previa a Compresión (MPa)	Sin historia (MPa)
1	-188.07	-259.92	-215.71
4	5.829	-108.41	-47.122
6	93.226	19.14	81.976
8	35.168	90.929	69.871
10	16.498	52.164	23.246
12	8.8768	24.017	12.883
14	5.0628	12.748	7.1483
16	2.6223	6.4593	3.7837
18	0.82726	2.0845	1.4295
20	-0.8103	-1.7899	-0.77978
2	-2.7882	-6.4915	-4.8089

VI.3.10.- Desplazamiento de 30mm, historia previa a tensión y compresión

En la Figura VI.17, de manera gráfica se pueden apreciar los esfuerzos residuales a lo largo de la línea de interés.

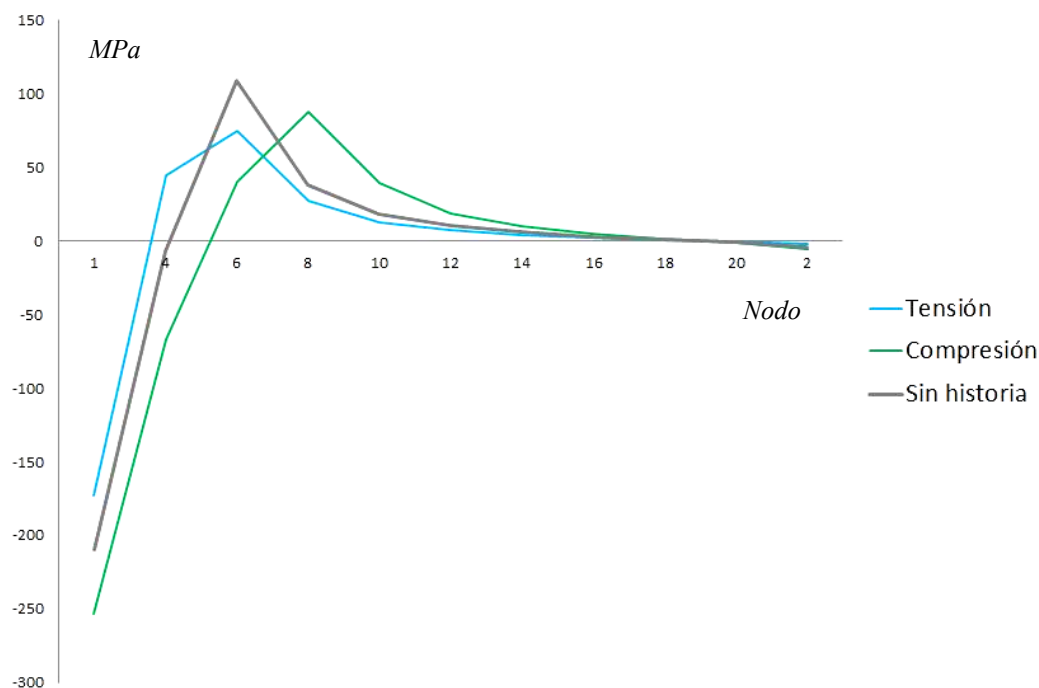


Figura VI.17.- Campos de esfuerzos residuales

Análisis numérico de la apertura y cierre de grieta con historia y sin historia previa en un material aplicable en implantes biomecánicos

Se pueden apreciar de una mejor forma en la Tabla VI.12 los esfuerzos localizados.

Tabla VI.12.- Esfuerzos – 30mm

NODO	Historia previa a Tensión (MPa)	Historia previa a Compresión (MPa)	Sin historia (MPa)
1	-172.96	-253.28	-209.68
4	44.291	-67.221	-6.6065
6	74.884	40.249	108.73
8	26.93	87.674	38.412
10	12.953	39.349	18.595
12	7.0693	18.847	10.191
14	4.0596	10.217	5.7775
16	2.1091	5.2244	3.0644
18	0.66323	1.68	1.1565
20	-0.66196	-1.4915	-0.64938
2	-2.2651	-5.3512	-3.953

VI.3.11.- Desplazamiento de 50mm, historia previa a tensión y compresión

En la Figura VI.18, de manera gráfica se pueden apreciar los esfuerzos residuales a lo largo de la línea de interés.

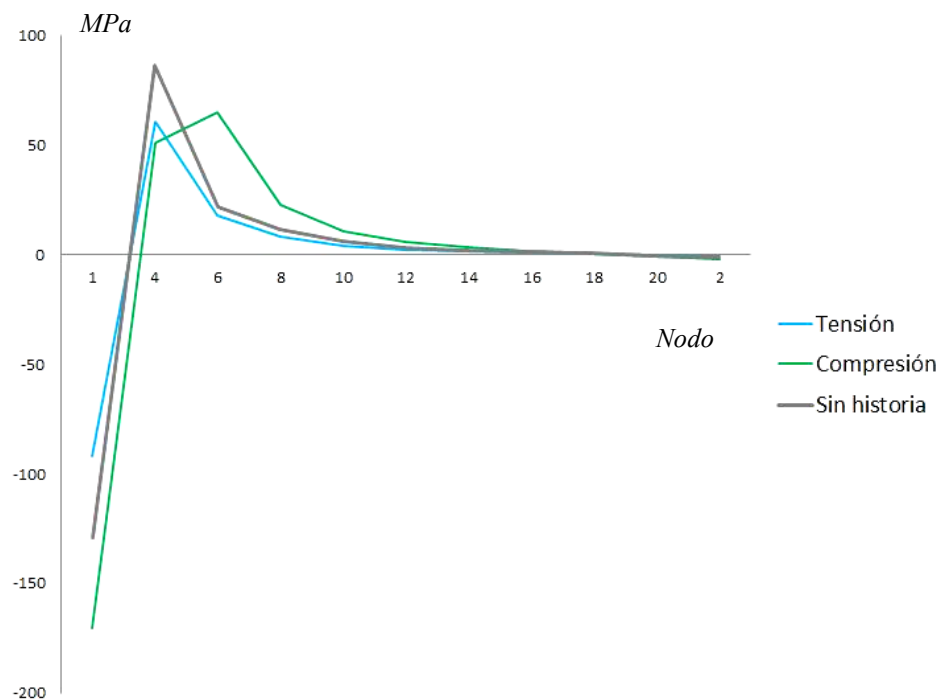


Figura VI.18.- Campos de esfuerzos residuales

Se pueden apreciar de una mejor forma en la Tabla VI.13 los esfuerzos localizados.

Tabla VI.13.- Esfuerzos – 50mm

NODO	Historia previa a Tensión (MPa)	Historia previa a Compresión (MPa)	Sin historia (MPa)
1	-92.2	-170.41	-128.85
4	60.447	51.092	86.55
6	17.72	65.038	22.007
8	8.1581	22.48	11.331
10	4.2429	10.735	5.8121
12	2.4153	5.8739	3.3778
14	1.4155	3.3847	1.9657
16	0.7442	1.7756	1.0577
18	0.23241	0.56284	0.3981
20	-0.24414	-0.55675	-0.24097
2	-0.82624	-1.933	-1.4229

VI.4.- Espécimen SENB (Single Edge Notched Bend specimen), discretización de forma controlada

En la Tabla VI.13, se puede apreciar con más claridad las condiciones de carga, de igual forma que el Capítulo anterior, el tamaño de grieta es constante, la variante es la distancia de desplazamiento de la carga puntual con respecto del eje de simetría.

VI.4.1.- Desplazamiento de 1mm, historia previa a tensión y compresión

En la Figura VI.19, de manera gráfica se pueden apreciar los esfuerzos residuales a lo largo de la línea de interés.

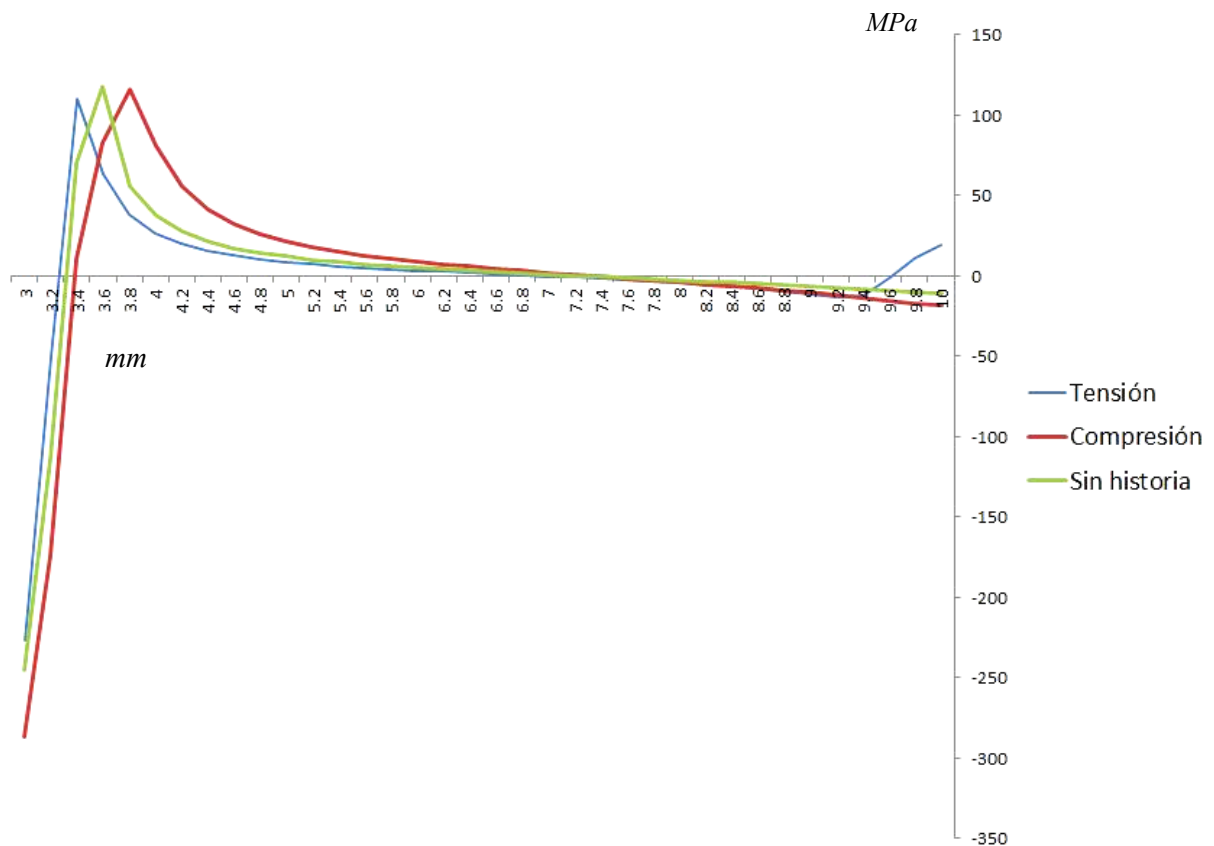


Figura VI.19.- Campos de esfuerzos residuales

Se pueden apreciar de una mejor forma en la Tabla VI.14 los esfuerzos localizados.

Tabla VI.14.- Esfuerzos – 1mm

Distancia desde la punta de grieta (mm)	Historia previa a Tensión (MPa)	Historia previa a Compresión (MPa)	Sin historia (MPa)
10	19.538	-18.589	-10.82
9.8	11.183	-17.021	-9.8312
9.6	-1.6452	-15.176	-9.0956
9.4	-12.378	-13.472	-8.3751
9.2	-12.828	-11.887	-7.5639
9	-11.421	-10.404	-6.7025
8.8	-9.6133	-9.0054	-5.839
8.6	-7.9334	-7.6765	-5.0019
8.4	-6.4827	-6.4042	-4.1982
8.2	-5.2476	-5.1765	-3.4261
8	-4.1851	-3.982	-2.6797
7.8	-3.2532	-2.8099	-1.952
7.6	-2.4168	-1.6492	-1.2357
7.4	-1.6478	-0.48894	-0.52368
7.2	-0.9243	0.68263	0.1915
7	-0.22841	1.8784	0.91759
6.8	0.45487	3.1128	1.6631
6.6	1.139	4.4032	2.4376
6.4	1.8369	5.7704	3.2524
6.2	2.5622	7.2404	4.1215
6	3.3298	8.8472	5.0621
5.8	4.1578	10.636	6.097
5.6	5.0691	12.671	7.2564
5.4	6.0941	15.041	8.5823
5.2	7.2753	17.883	10.135
5	8.6744	21.411	12.005
4.8	10.387	25.98	14.334
4.6	12.567	32.215	17.357
4.4	15.483	41.302	21.505
4.2	19.652	55.653	27.575
4	26.172	80.469	37.658
3.8	37.884	115.77	55.552
3.6	63.547	82.836	118.13
3.4	110.27	10.265	70.272
3.2	-50.658	-174.02	-113.94
3	-226.72	-286.78	-244.9

Análisis numérico de la apertura y cierre de grieta con historia y sin historia previa en un material aplicable en implantes biomecánicos

VI.4.2.- Desplazamiento de 2mm, historia previa a tensión y compresión

En la Figura VI.20, de manera gráfica se pueden apreciar los esfuerzos residuales a lo largo de la línea de interés.

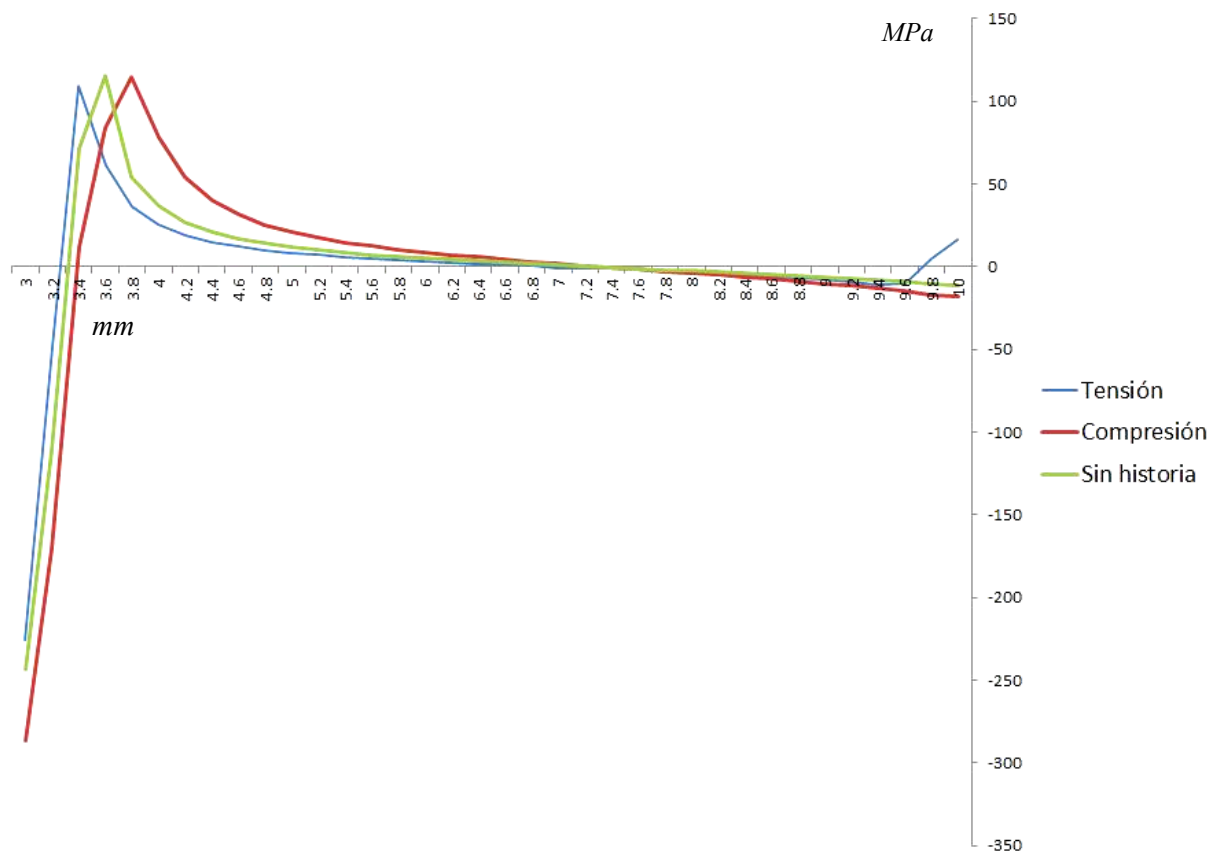


Figura VI.20.- Campos de esfuerzos residuales

Se pueden apreciar de una mejor forma en la Tabla VI.15 los esfuerzos localizados.

Tabla VI.15.- Esfuerzos – 2mm

Distancia desde la punta de grieta (mm)	Historia previa a Tensión (MPa)	Historia previa a Compresión (MPa)	Sin historia (MPa)
10	16.604	-18.282	-11.412
9.8	4.5228	-16.74	-10.236
9.6	-9.8109	-14.926	-9.1566
9.4	-10.678	-13.251	-8.1583

9.2	-8.9028	-11.694	-7.2283
9	-7.5755	-10.236	-6.3551
8.8	-6.5146	-8.8613	-5.5294
8.6	-5.6075	-7.555	-4.7429
8.4	-4.7918	-6.3043	-3.9883
8.2	-4.035	-5.0975	-3.2591
8	-3.3201	-3.9234	-2.549
7.8	-2.637	-2.7712	-1.8521
7.6	-1.9785	-1.6305	-1.1624
7.4	-1.3379	-0.49019	-0.47386
7.2	-0.70888	0.66109	0.22002
7	-0.84482	1.836	0.92623
6.8	0.54268	3.0487	1.6526
6.6	1.1808	4.3162	2.4084
6.4	1.8391	5.6587	3.2043
6.2	2.5285	7.1018	4.0538
6	3.262	8.6788	4.9738
5.8	4.0563	10.434	5.9863
5.6	4.9327	12.428	7.1209
5.4	5.9203	14.751	8.4186
5.2	7.0601	17.533	9.9383
5	8.4118	20.984	11.768
4.8	10.068	25.446	14.047
4.6	12.178	31.526	17.003
4.4	15.003	40.371	21.057
4.2	19.042	54.321	26.983
4	25.36	78.48	36.816
3.8	36.7	115.01	54.218
3.6	61.473	84.122	115.44
3.4	109.12	11.887	71.878
3.2	-48.009	-170.73	-110.91
3	-225.41	-286.17	-243.28

VI.4.3.- Desplazamiento de 3mm, historia previa a tensión y compresión

En la Figura VI.21, de manera gráfica se pueden apreciar los esfuerzos residuales a lo largo de la línea de interés.

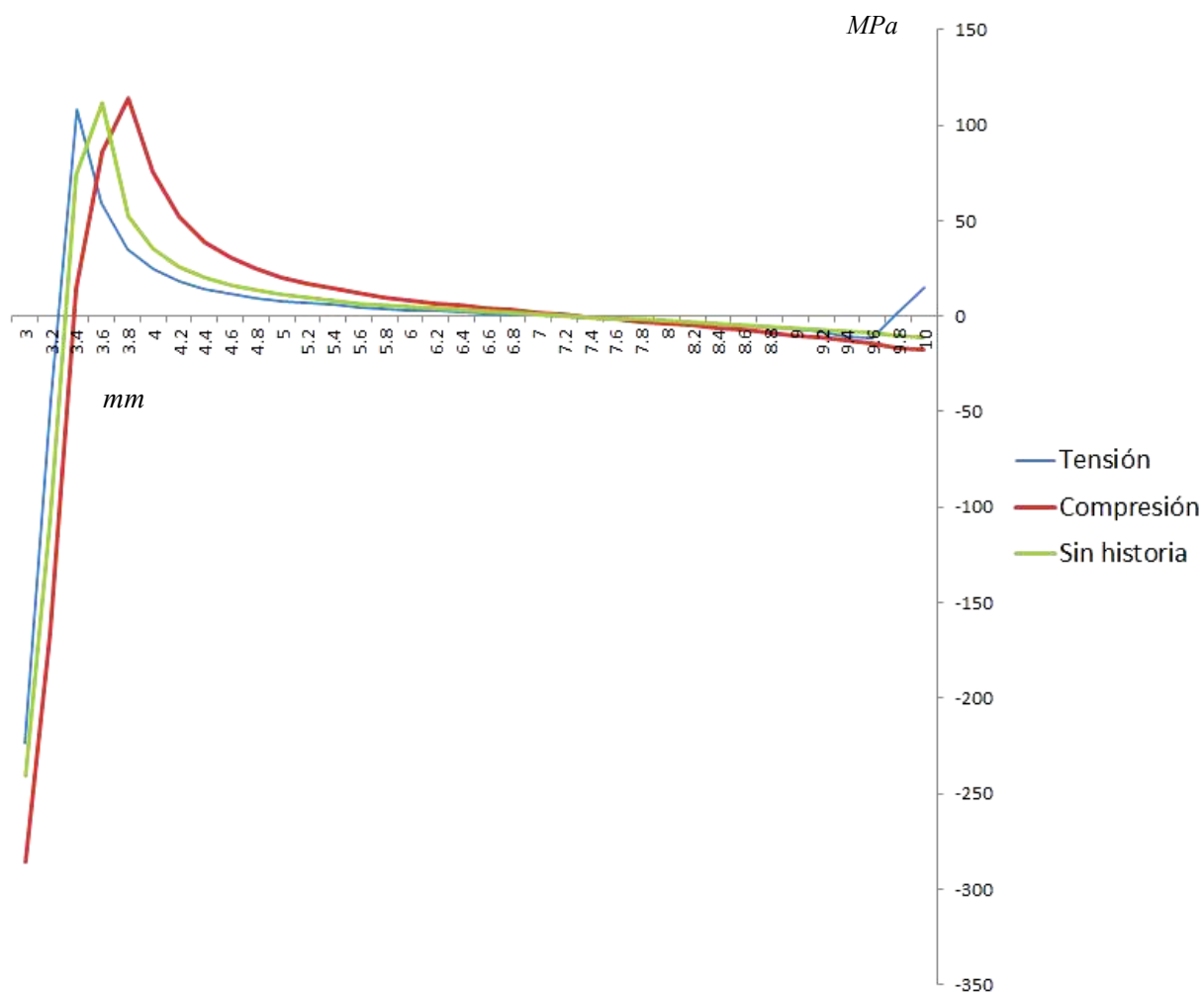


Figura VI.21.- Campos de esfuerzos residuales

Se pueden apreciar de una mejor forma en la Tabla VI.16 los esfuerzos localizados.

Tabla VI.16.- Esfuerzos – 3mm

Distancia desde la punta de grieta (mm)	Historia previa a Tensión (MPa)	Historia previa a Compresión (MPa)	Sin historia (MPa)
10	14.851	-17.837	-11.13
9.8	2.0862	-16.335	-9.9841
9.6	-11.306	-14.566	-8.9305
9.4	-10.44	-12.934	-7.9547
9.2	-8.4462	-11.415	-7.045
9	-6.9549	-9.9939	-6.1914

8.8	-5.7852	-8.6532	-5.3847
8.6	-4.8272	-7.3794	-4.6171
8.4	-4.0116	-6.16	-3.8815
8.2	-3.2928	-4.9833	-3.1712
8	-2.6396	-3.8386	-2.4799
7.8	-2.0306	-2.7154	-1.8018
7.6	-1.4505	-1.6034	-1.1309
7.4	-0.88774	-0.49197	-0.46117
7.2	-0.33293	0.62999	0.21364
7	0.22194	1.7747	0.90039
6.8	0.78448	2.9561	1.6067
6.6	1.3625	4.1904	2.3416
6.4	1.9645	5.4973	3.1154
6.2	2.6004	6.9016	3.9413
6	3.2824	8.4353	4.8355
5.8	4.0257	10.141	5.8195
5.6	4.8506	12.078	6.9218
5.4	5.7847	14.331	8.1822
5.2	6.8668	17.028	9.6576
5	8.1544	20.366	11.433
4.8	9.7356	24.675	13.642
4.6	11.754	30.532	16.506
4.4	14.461	39.034	20.427
4.2	18.332	52.413	26.151
4	24.387	75.622	35.626
3.8	35.238	113.8	52.323
3.6	58.823	85.89	111.58
3.4	107.83	14.309	74.337
3.2	-43.798	-165.7	-106.31
3	-223.42	-285.49	-240.98

VI.4.4.- Desplazamiento de 4mm, historia previa a tensión y compresión

En la Figura VI.22, de manera gráfica se pueden apreciar los esfuerzos residuales a lo largo de la línea de interés.

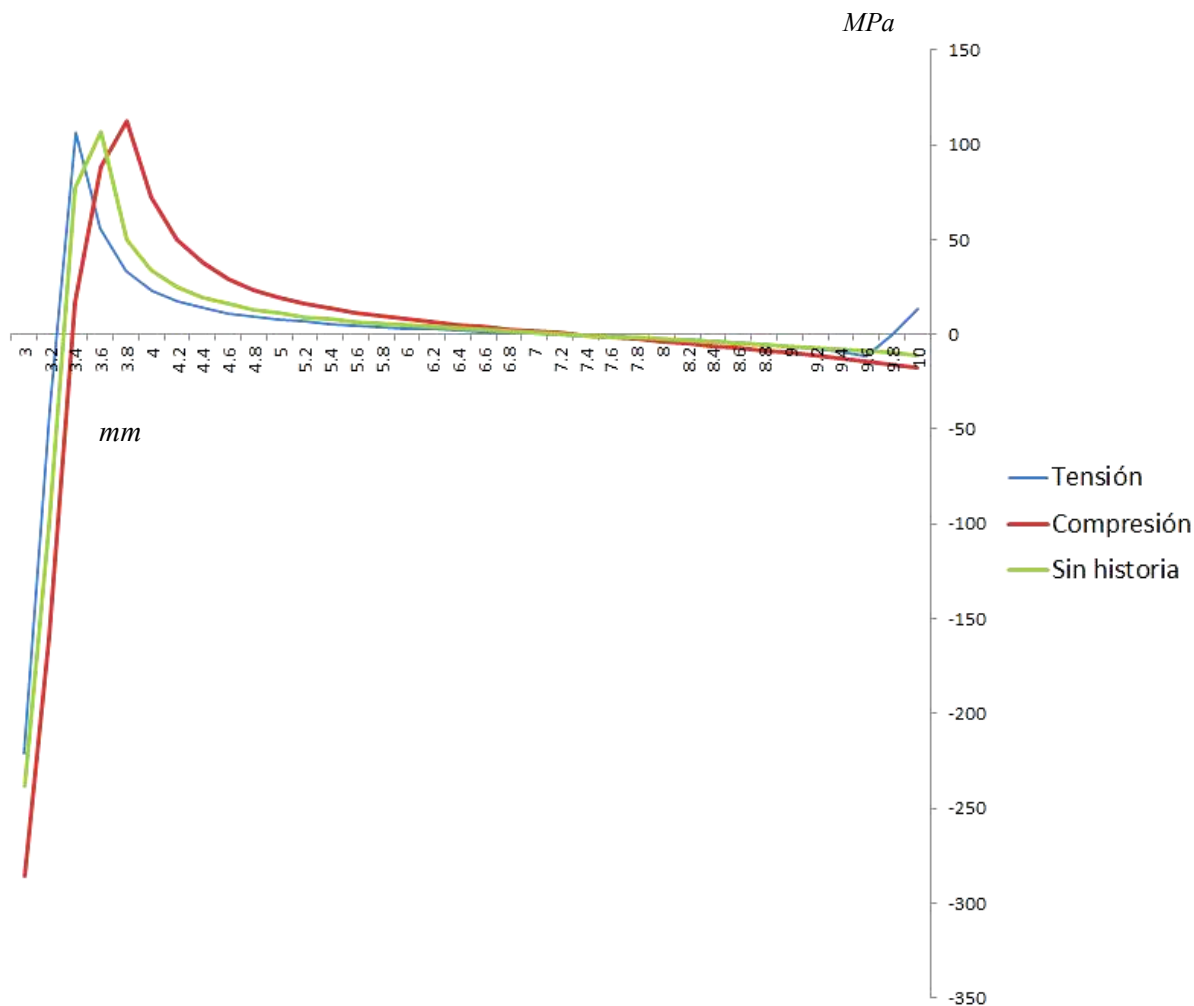


Figura VI.22.- Campos de esfuerzos residuales

Se pueden apreciar de una mejor forma en la Tabla VI.17 los esfuerzos localizados.

Tabla VI.17.- Esfuerzos – 4mm

Distancia desde la punta de grieta (mm)	Historia previa a Tensión (MPa)	Historia previa a Compresión (MPa)	Sin historia (MPa)
10	13.036	-17.336	-10.781

9.8	0.11507	-15.877	-9.6715
9.6	-11.542	-14.16	-8.6515
9.4	-9.3437	-12.575	-7.7069
9.2	-7.6571	-11.101	-6.8263
9	-6.3375	-9.7202	-5.9998
8.8	-5.2772	-8.4183	-5.2188
8.6	-4.3967	-7.1814	-4.4757
8.4	-3.6402	-5.9972	-3.7635
8.2	-2.9697	-4.8547	-3.0758
8	-2.3584	-3.7432	-2.4066
7.8	-1.7878	-2.6527	-1.7502
7.6	-1.2438	-1.5732	-1.1007
7.4	-0.71579	-0.49448	-0.45253
7.2	-0.19496	0.59427	0.20056
7	0.32648	1.7049	0.86514
6.8	0.8559	2.8507	1.5486
6.6	1.4008	4.0474	2.2595
6.4	1.9695	5.314	3.008
6.2	2.5714	6.6742	3.8066
6	3.2183	8.1588	4.6711
5.8	3.9247	9.8087	5.622
5.6	4.7101	11.681	6.687
5.4	5.6007	13.855	7.904
5.2	6.6339	16.454	9.3278
5	7.8643	19.666	11.04
4.8	9.3765	23.801	13.168
4.6	11.308	29.409	15.924
4.4	13.896	37.52	19.69
4.2	17.596	50.246	25.175
4	23.373	72.274	34.232
3.8	33.695	112.36	50.078
3.6	55.965	88.035	106.96
3.4	106.61	17.22	77.323
3.2	-38.463	-159.52	-100.55
3	-220.94	-285.29	-238.52

VI.4.5.- Desplazamiento de 5mm, historia previa a tensión y compresión

En la Figura VI.23, de manera gráfica se pueden apreciar los esfuerzos residuales a lo largo de la línea de interés.

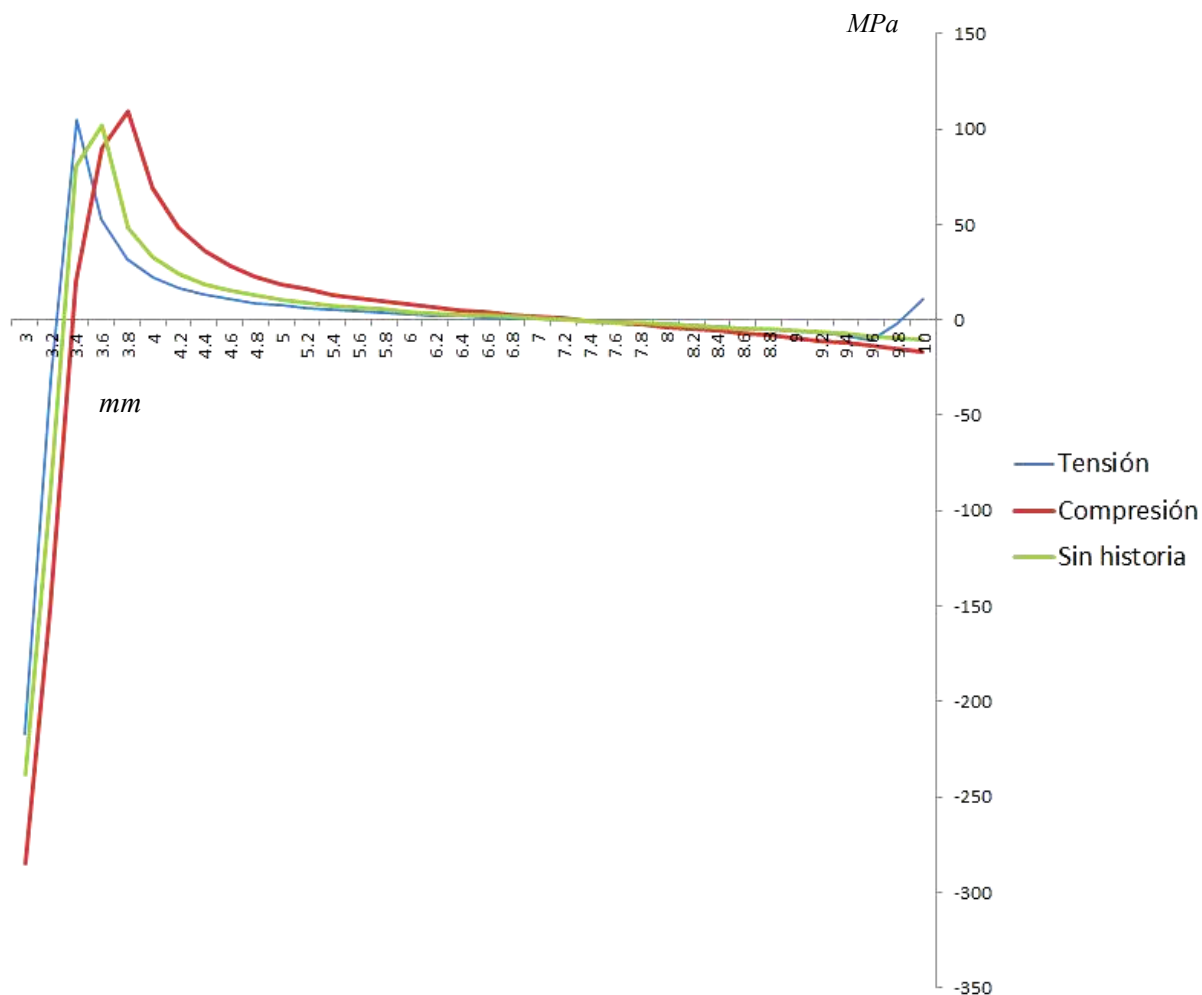


Figura VI.23.- Campos de esfuerzos residuales

Se pueden apreciar de una mejor forma en la Tabla VI.18 los esfuerzos localizados.

Tabla VI.18.- Esfuerzos – 5mm

Distancia desde la punta de grieta (mm)	Historia previa a Tensión (MPa)	Historia previa a Compresión (MPa)	Sin historia (MPa)
10	10.864	-16.822	-10.462

9.8	-2.0343	-15.408	-9.3859
9.6	-10.521	-13.743	-8.3968
9.4	-8.4268	-12.206	-7.4806
9.2	-6.8664	-10.777	-6.6265
9	-5.6901	-9.4385	-5.825
8.8	-4.7531	-8.1762	-5.0676
8.6	-3.971	-6.9769	-4.3469
8.4	-3.2921	-5.8289	-3.6561
8.2	-2.6835	-4.7212	-2.9892
8	-2.1234	-3.6437	-2.3403
7.8	-1.5963	-2.5866	-1.7037
7.6	-1.0909	-1.5403	-1.074
7.4	-0.59815	-0.49499	-0.44559
7.2	-0.11058	0.55988	0.18751
7	0.37866	1.6357	0.83165
6.8	0.87621	2.7452	1.494
6.6	1.389	3.9037	2.1828
6.4	1.9247	5.1293	2.9078
6.2	2.4922	6.4449	3.6812
6	3.1025	7.88	4.5182
5.8	3.7696	9.4736	5.4385
5.6	4.5116	11.28	6.4686
5.4	5.3535	13.377	7.6453
5.2	6.3304	15.878	9.0209
5	7.4942	18.965	10.674
4.8	8.9243	22.932	12.726
4.6	10.75	28.299	15.379
4.4	13.194	36.045	19
4.2	16.683	48.173	24.257
4	22.112	69.107	32.917
3.8	31.765	109.34	47.917
3.6	52.323	90.288	102.38
3.4	104.98	20.437	80.649
3.2	-31.661	-152.67	-93.596
3	-217.28	-284.94	-237.94

VI.4.6.- Desplazamiento de 10mm, historia previa a tensión y compresión

En la Figura VI.24, de manera gráfica se pueden apreciar los esfuerzos residuales a lo largo de la línea de interés.

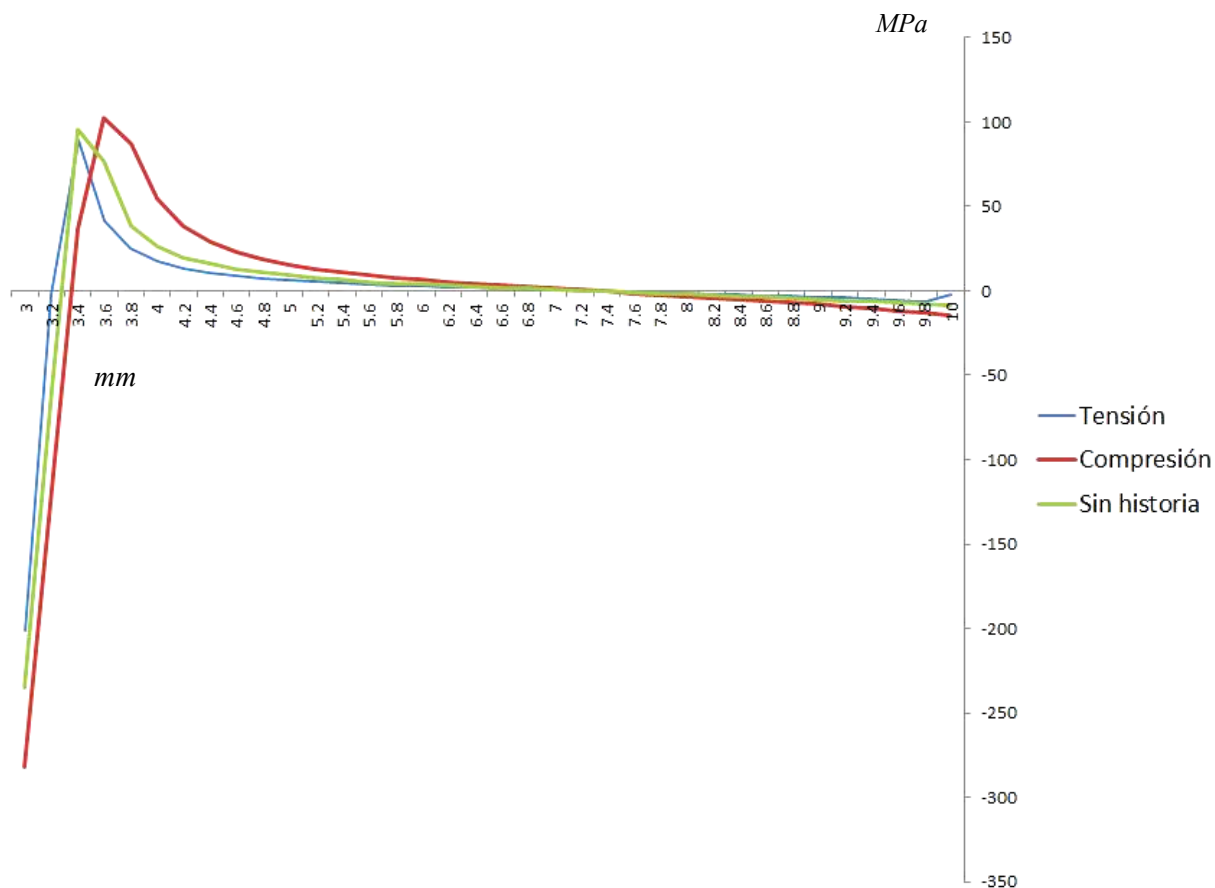


Figura VI. 24.- Campos de esfuerzos residuales

Se pueden apreciar de una mejor forma en la Tabla VI.19 los esfuerzos localizados.

Tabla VI.19.- Esfuerzos – 10mm

Distancia desde la punta de grieta (mm)	Historia previa a Tensión (MPa)	Historia previa a Compresión (MPa)	Sin historia (MPa)
10	-1.8299	-14.323	-8.9287
9.8	-6.57	-13.125	-8.0134
9.6	-5.5504	-11.714	-7.1716
9.4	-4.7772	-10.411	-6.3919

9.2	-4.1511	-9.1987	-5.6649
9	-3.6132	-8.0638	-4.9827
8.8	-3.1301	-6.9934	-4.3381
8.6	-2.6832	-5.9765	-3.7249
8.4	-2.2618	-5.0031	-3.1372
8.2	-1.8587	-4.0643	-2.57
8	-1.4687	-3.1514	-2.0182
7.8	-1.0876	-2.2563	-1.4772
7.6	-0.71161	-1.3709	-0.94227
7.4	-0.33715	-0.4869	-0.40867
7.2	0.3937	0.40424	0.12852
7	0.42176	1.312	0.67468
6.8	0.8142	2.2469	1.2358
6.6	1.2214	3.2214	1.8186
6.4	1.6491	4.2502	2.4315
6.2	2.1039	5.3519	3.0843
6	2.5946	6.55	3.7896
5.8	3.1319	7.8758	4.5636
5.6	3.7306	9.372	5.428
5.4	4.4104	11.099	6.4125
5.2	5.1996	13.146	7.5597
5	6.1393	15.651	8.9322
4.8	7.2927	18.838	10.627
4.6	8.7618	23.098	12.804
4.4	10.722	29.167	15.744
4.2	13.503	38.571	19.972
4	17.796	54.842	26.718
3.8	25.269	87.222	38.56
3.6	41.089	102.13	77.147
3.4	89.136	37.044	95.881
3.2	-2.1217	-117.17	-58.11
3	-201.05	-2.82E+02	-235.07

VI.4.7.- Desplazamiento de 15mm, historia previa a tensión y compresión

En la Figura VI.25, de manera gráfica se pueden apreciar los esfuerzos residuales a lo largo de la línea de interés.

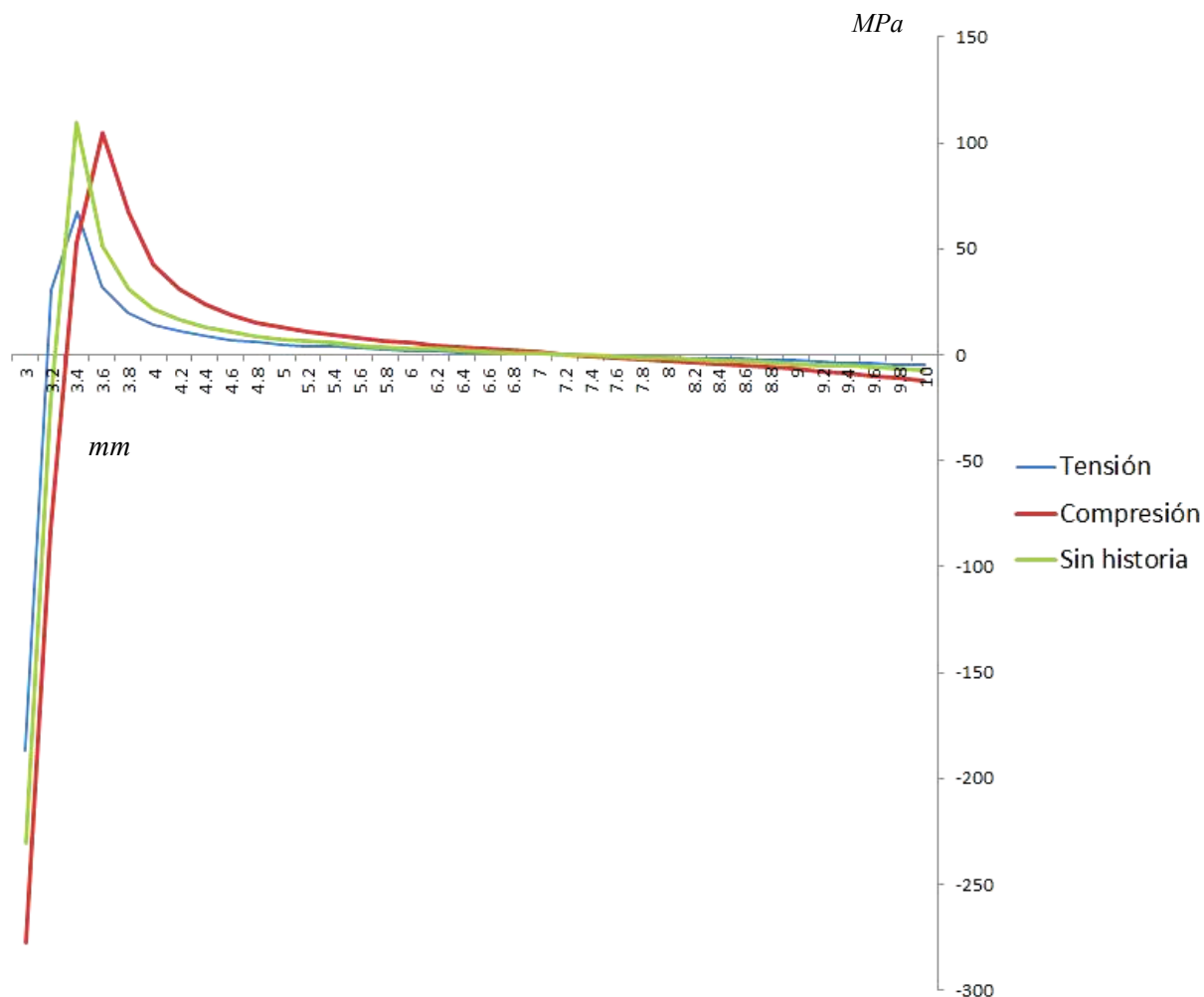


Figura VI.25.- Campos de esfuerzos residuales

Se pueden apreciar de una mejor forma en la Tabla VI.20 los esfuerzos localizados.

Tabla VI.20.- Esfuerzos – 15mm

Distancia desde la punta de grieta (mm)	Historia previa a Tensión (MPa)	Historia previa a Compresión (MPa)	Sin historia (MPa)
10	-5.0346	-12.133	-7.6147

9.8	-4.6303	-11.123	-6.8363
9.6	-4.152	-9.9329	-6.1203
9.4	-3.708	-8.8336	-5.457
9.2	-3.2934	-7.8112	-4.8387
9	-2.9037	-6.8536	-4.2584
8.8	-2.535	-5.9504	-3.7102
8.6	-2.1838	-5.0924	-3.1887
8.4	-1.847	-4.2713	-2.6891
8.2	-1.5216	-3.4795	-2.2069
8	-1.205	-2.7099	-1.738
7.8	-0.89443	-1.9556	-1.2784
7.6	-0.58738	-1.2099	-0.82421
7.4	-0.28117	-0.46603	-0.37137
7.2	2.70E-02	0.28324	8.42E-02
7	0.34002	1.0456	0.54712
6.8	0.66131	1.8298	1.0222
6.6	0.99467	2.6459	1.5154
6.4	1.3446	3.506	2.0332
6.2	1.7166	4.4248	2.5841
6	2.1175	5.4214	3.1784
5.8	2.5562	6.5207	3.8294
5.6	3.0443	7.7562	4.5549
5.4	3.5978	9.1753	5.379
5.2	4.2391	10.847	6.3362
5	5.0009	12.877	7.4769
4.8	5.9332	15.433	8.8787
4.6	7.116	18.807	10.667
4.4	8.6865	23.536	13.061
4.2	10.898	30.724	16.468
4	14.283	42.93	21.772
3.8	20.073	66.808	31.069
3.6	32.315	104.89	51.21
3.4	67.434	52.926	109.48
3.2	30.385	-83.022	-23.52
3	-186.53	-277.54	-230.71

VI.4.8.- Desplazamiento de 20mm, historia previa a tensión y compresión

En la Figura VI.26, de manera gráfica se pueden apreciar los esfuerzos residuales a lo largo de la línea de interés.

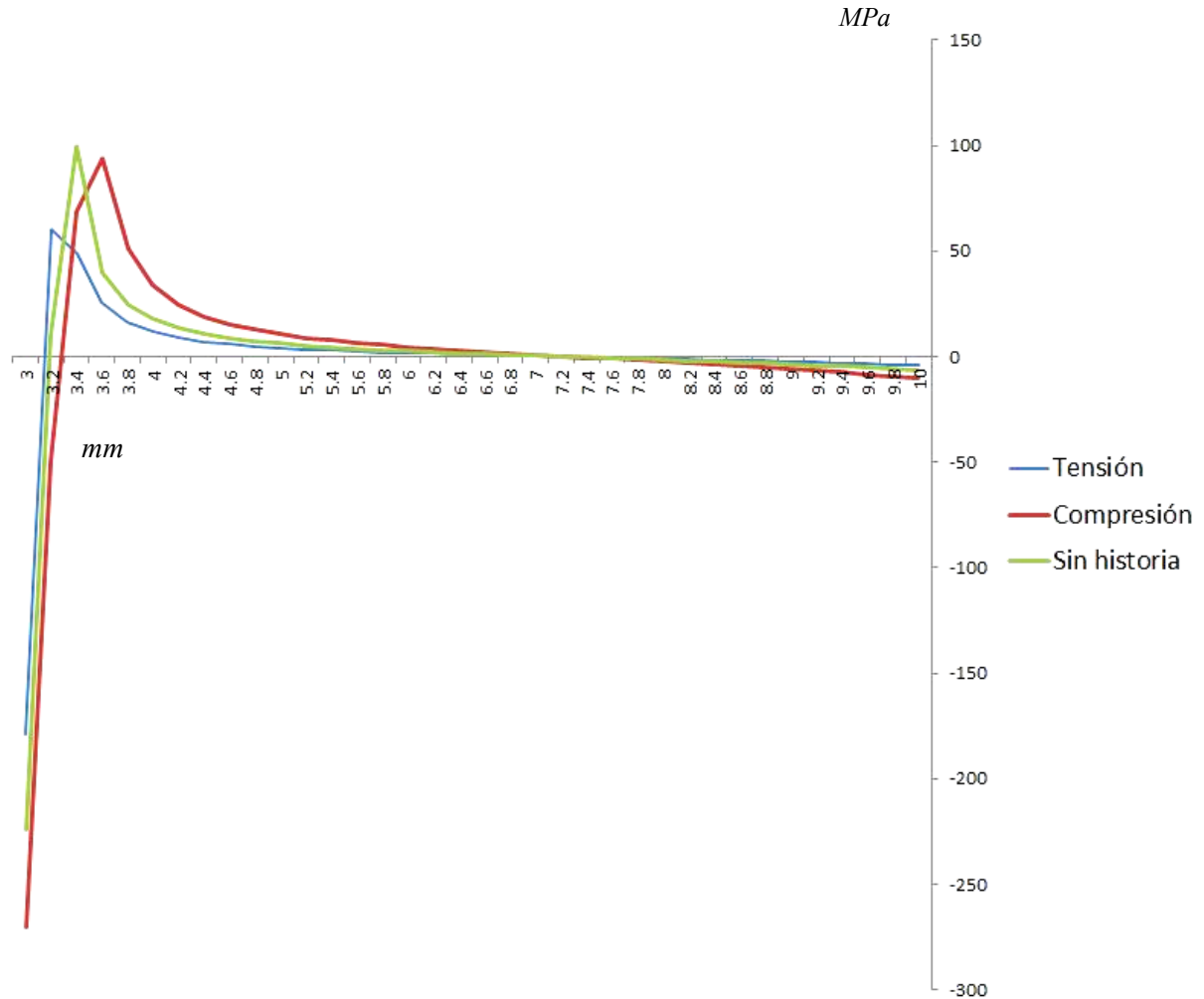


Figura VI.26.- Campos de esfuerzos residuales

Se pueden apreciar de una mejor forma en la Tabla VI.21 los esfuerzos localizados.

Tabla VI.21.- Esfuerzos – 20mm

Distancia desde la punta de grieta (mm)	Historia previa a Tensión (MPa)	Historia previa a Compresión (MPa)	Sin historia (MPa)
10	-4.2331	-10.239	-6.4482

9.8	-3.8939	-9.3899	-5.7909
9.6	-3.4927	-8.39	-5.1862
9.4	-3.1203	-7.4661	-4.6261
9.2	-2.7725	-6.6064	-4.1038
9	-2.4456	-5.8013	-3.6138
8.8	-2.1363	-5.0419	-3.1508
8.6	-1.8417	-4.3205	-2.7104
8.4	-1.5593	-3.6302	-2.2886
8.2	-1.2865	-2.9647	-1.8816
8	-1.0211	-2.318	-1.486
7.8	-0.76095	-1.6844	-1.0983
7.6	-0.50377	-1.0584	-0.71533
7.4	-0.24742	-0.43433	-0.33371
7.2	0.010425	0.19378	5.00E-02
7	0.27222	0.8323	0.43961
6.8	0.54073	1.4883	0.83918
6.6	0.8191	2.1702	1.2535
6.4	1.111	2.8875	1.6881
6.2	1.4211	3.6525	2.1499
6	1.7548	4.4802	2.6472
5.8	2.1194	5.3906	3.1911
5.6	2.5245	6.4104	3.7958
5.4	2.9829	7.5768	4.4812
5.2	3.5127	8.9434	5.2746
5	4.1403	10.591	6.2166
4.8	4.9055	12.65	7.3687
4.6	5.8718	15.334	8.8291
4.4	7.147	19.043	10.769
4.2	8.9275	24.57	13.492
4	11.622	33.758	17.678
3.8	16.122	51.369	24.734
3.6	25.562	93.962	39.645
3.4	48.803	68.454	99.652
3.2	60.472	-49.753	10.096
3	-178.63	-270.32	-224.25

VI.4.9.- Desplazamiento de 25mm, historia previa a tensión y compresión

En la Figura VI.27, de manera gráfica se pueden apreciar los esfuerzos residuales a lo largo de la línea de interés.

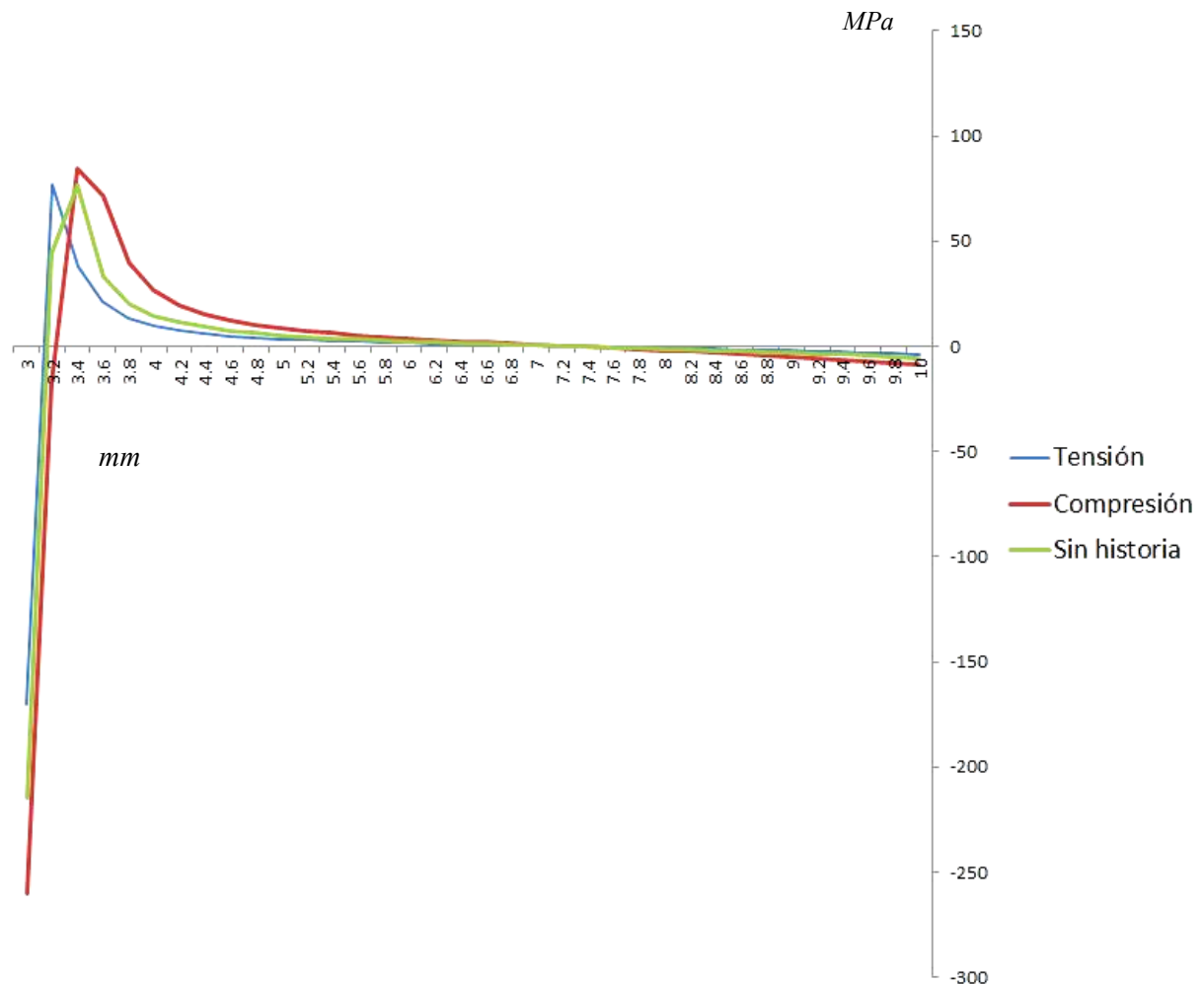


Figura VI.27.- Campos de esfuerzos residuales

Se pueden apreciar de una mejor forma en la Tabla VI.22 los esfuerzos localizados.

Tabla VI.22.- Esfuerzos – 25mm			
Distancia desde la punta de grieta (mm)	Historia previa a Tensión (MPa)	Historia previa a Compresión (MPa)	Sin historia (MPa)
10	-3.6638	-8.5565	-5.5208

9.8	-3.3705	-7.8503	-4.9592
9.6	-3.0235	-7.0181	-4.4424
9.4	-2.7016	-6.2488	-3.9637
9.2	-2.401	-5.533	-3.5175
9	-2.1184	-4.8625	-3.0987
8.8	-1.8512	-4.23	-2.7031
8.6	-1.5968	-3.6292	-2.3268
8.4	-1.3529	-3.0544	-1.9665
8.2	-1.1174	-2.5003	-1.6189
8	-0.88835	-1.962	-1.281
7.8	-0.66387	-1.4348	-0.95005
7.6	-0.44207	-0.9141	-0.62321
7.4	-0.22107	-0.39531	-0.29764
7.2	0.001094	0.12645	0.029579
7	0.22655	0.65641	0.36162
6.8	0.45764	1.2004	0.70197
6.6	0.69705	1.765	1.0546
6.4	0.94793	2.3582	1.4243
6.2	1.2141	2.9897	1.8167
6	1.5004	3.6716	2.2389
5.8	1.8127	4.4197	2.7
5.6	2.1593	5.255	3.2119
5.4	2.5508	6.2069	3.7911
5.2	3.0024	7.3169	4.4602
5	3.5361	8.6475	5.2525
4.8	4.185	10.296	6.2183
4.6	5.0014	12.426	7.4373
4.4	6.0738	15.328	9.049
4.2	7.5613	19.581	11.286
4	9.7938	26.508	14.748
3.8	13.46	39.557	20.149
3.6	21.067	71.774	33.348
3.4	37.679	84.269	76.399
3.2	76.983	-17.319	43.989
3	-170.2	-259.86	-214.51

VI.4.10.- Desplazamiento de 30mm, historia previa a tensión y compresión

En la Figura VI.28, de manera gráfica se pueden apreciar los esfuerzos residuales a lo largo de la línea de interés.

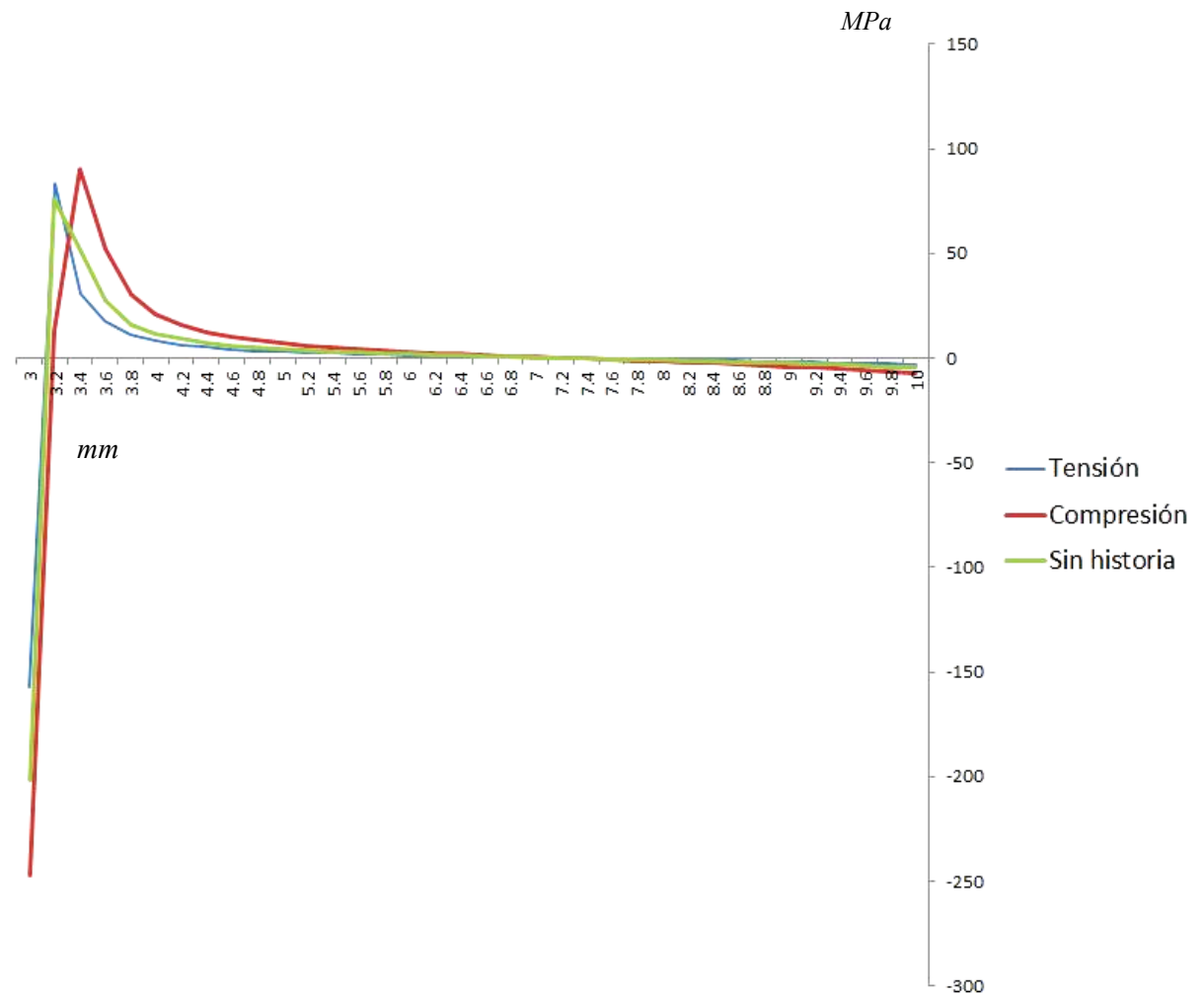


Figura VI.28.- Campos de esfuerzos residuales

Se pueden apreciar de una mejor forma en la Tabla VI.23 los esfuerzos localizados.

Tabla VI.23.- Esfuerzos – 30mm

Distancia desde la punta de grieta (mm)	Historia previa a Tensión (MPa)	Historia previa a Compresión (MPa)	Sin historia (MPa)
10	-3.141	-7.1017	-4.5753

9.8	-2.8896	-6.518	-4.1111
9.6	-2.5922	-5.83	-3.684
9.4	-2.3164	-5.1938	-3.2883
9.2	-2.0588	-4.6018	-2.9193
9	-1.8169	-4.0472	-2.5731
8.8	-1.5881	-3.5239	-2.2461
8.6	-1.3703	-3.027	-1.9351
8.4	-1.1616	-2.5515	-1.6372
8.2	-0.9602	-2.0933	-1.35
8	-0.76434	-1.6482	-1.0709
7.8	-0.57245	-1.2125	-0.79755
7.6	-0.38293	-0.78231	-0.52772
7.4	-0.19418	-0.35394	-0.25906
7.2	-0.004506	0.076606	0.010831
7	0.18787	0.51357	0.28453
6.8	0.38495	0.96165	0.56488
6.6	0.589	1.4262	0.85513
6.4	0.80267	1.9137	1.1591
6.2	1.0292	2.4318	1.4814
6	1.2726	2.9902	1.8277
5.8	1.5379	3.6014	2.2053
5.6	1.8319	4.282	2.6239
5.4	2.1636	5.055	3.0963
5.2	2.5456	5.9526	3.6408
5	2.9961	7.0228	4.2833
4.8	3.5425	8.3398	5.0636
4.6	4.2281	10.025	6.043
4.4	5.1253	12.293	7.3305
4.2	6.3636	15.558	9.0885
4	8.2113	20.74	11.85
3.8	11.215	30.15	15.595
3.6	17.379	51.922	27.441
3.4	30.629	90.33	51.809
3.2	83.174	13.29	75.451
3	-157.15	-246.81	-201.43

VI.4.11.- Desplazamiento de 50mm, historia previa a tensión y compresión

En la Figura VI.29, de manera gráfica se pueden apreciar los esfuerzos residuales a lo largo de la línea de interés.

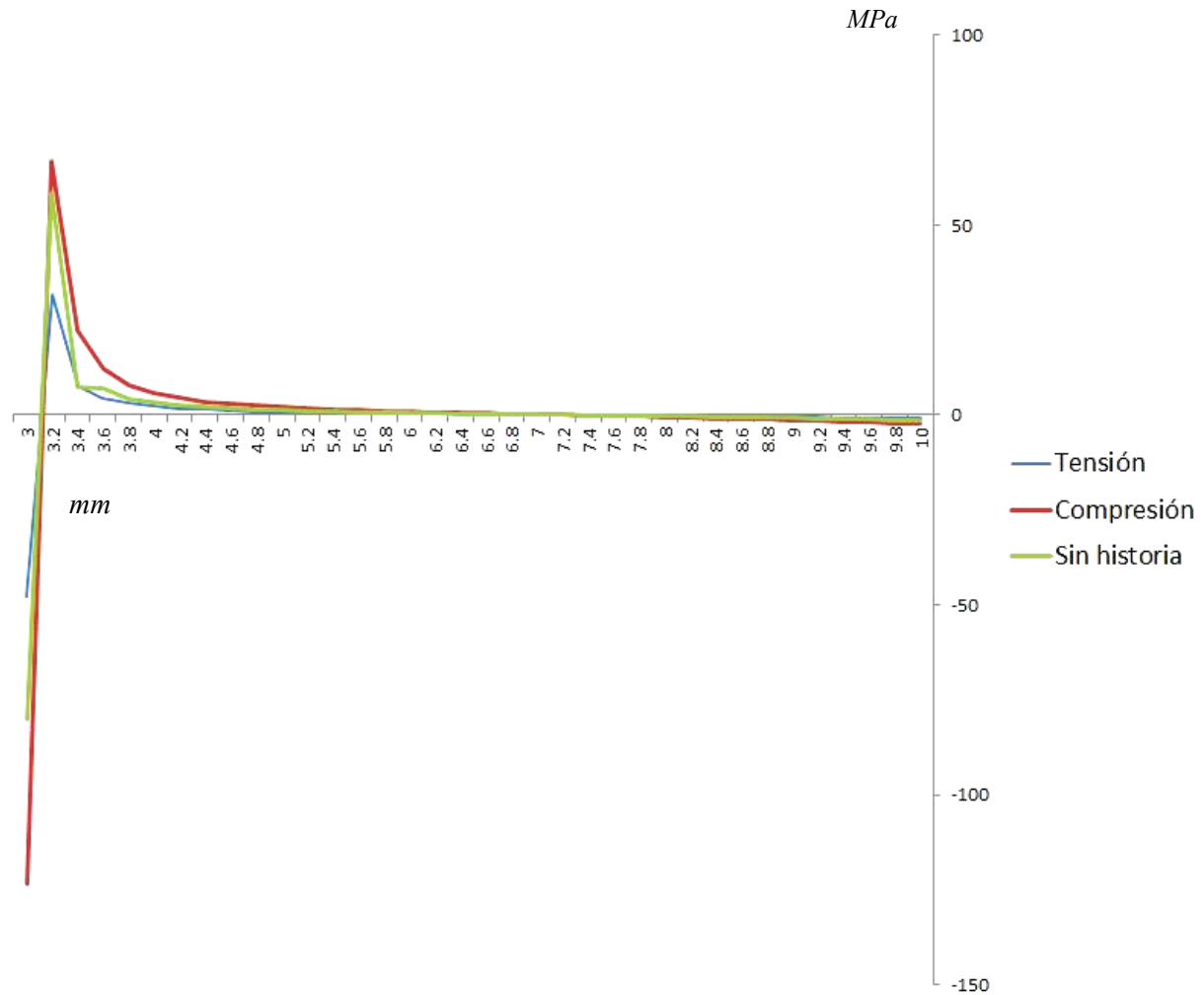


Figura VI.29.- Campos de esfuerzos residuales

Se pueden apreciar de una mejor forma en la Tabla VI.24 los esfuerzos localizados.

Tabla VI.24.- Esfuerzos – 50mm

Distancia desde la punta de grieta (mm)	Historia previa a Tensión (MPa)	Historia previa a Compresión (MPa)	Sin historia (MPa)
10	-0.88753	-2.2443	-1.3718

9.8	-0.81674	-2.0618	-1.2334
9.6	-0.73302	-1.8466	-1.106
9.4	-0.65533	-1.6474	-0.98794
9.2	-0.58281	-1.462	-0.87787
9	-0.51466	-1.2882	-0.77459
8.8	-0.45024	-1.1243	-0.67705
8.6	-0.38891	-0.96865	-0.58431
8.4	-0.33015	-0.81974	-0.49553
8.2	-0.27345	-0.67629	-0.40994
8	-0.21834	-0.53706	-0.32682
7.8	-0.16436	-0.40088	-0.24547
7.6	-0.11107	-0.26658	-0.16523
7.4	-0.058021	-0.13303	-0.085417
7.2	-0.004750	0.00097961	-0.005325
7	0.049241	0.13671	0.075791
6.8	0.1045	0.27558	0.15876
6.6	0.16166	0.41915	0.2445
6.4	0.22145	0.5693	0.33411
6.2	0.28475	0.72826	0.4289
6	0.35266	0.8988	0.53048
5.8	0.42655	1.0844	0.64089
5.6	0.50824	1.2898	0.7628
5.4	0.60017	1.5212	0.89978
5.2	0.70572	1.7872	1.0567
5	0.82972	2.1004	1.2408
4.8	0.97941	2.4797	1.4623
4.6	1.1661	2.9549	1.7372
4.4	1.4084	3.5759	2.0939
4.2	1.7391	4.433	2.5682
4	2.2259	5.7139	3.3053
3.8	2.9946	7.8109	4.2002
3.6	4.541	12.216	7.1237
3.4	7.5455	22.227	7.337
3.2	31.734	66.92	58.478
3	-47.964	-123.58	-80.117

VI.5.- Sumario

En el presente Capítulo se presentaron los campos de esfuerzos resultantes para la probeta *SENB*, son dos casos de historia previa que son a tensión y compresión, se observa un cambio de magnitudes mas no un cambio en el sentido en los esfuerzos residuales en la punta de grieta

Análisis numérico de la apertura y cierre de grieta con historia y sin historia previa
en un material aplicable en implantes biomecánicos

de la probeta. A pesar de que el campo de esfuerzos residuales ante condiciones de sin historia previa es favorable, una carga homogénea a tensión disminuye la resistencia mecánica del material y una carga homogénea a compresión aumenta las condiciones favorables para el material.

Conclusiones

Al término de este Trabajo de Investigación se puede concluir resaltando los siguientes puntos:

- La solución de problemas que se relacionan con la Mecánica de la Fractura son más fáciles de programar tomando en cuenta un modelo en $2D$, mientras que en $3D$ se complica el modelado y las consideraciones a tomar, los resultados son casi los mismos presentándose un error muy pequeño entre uno y otro.
- Para el cálculo del *Factor de intensidad de Esfuerzos* por el método numérico, es muy determinante la cantidad de nodos disponibles para asignar una de las caras de la grieta, ya que si se seleccionan los nodos muy cercanos o muy alejados de la punta de grieta el resultado varía de una manera muy notoria. También las condiciones de frontera alteran directamente el cálculo.
- Para el caso del cálculo del Factor de intensidad de Esfuerzos de la probeta *SENB* es posible identificar que el resultado analítico y numérico proporcionan resultados favorables hasta un desplazamiento de $5mm$ de la carga con respecto al eje de simetría, esto es posible por la cantidad de nodos disponibles en una de las caras de la grieta proporcionando resultados no satisfactorios.
- Fue usado dos tipos de discretización en los modelos numéricos, mallado controlado y un mallado considerando la punta de grieta como la principal zona de discretización. Fue posible identificar que la discretización con una punta proporciona resultados más veraces, sin la necesidad de usar muchos recursos de la computadora, mientras que con un mallado controlado es necesario modelar elementos con un tamaño del orden de 0.2 y 0.1 , aumentando de manera considerable el tiempo de discretización, pero los resultados obtenidos fueron muy aproximados a los del mallado en punta de grieta. Por otro lado, la discretización de punta de grieta proporciona un campo de esfuerzos residuales no muy exacto, mientras que con la discretización controlada, el campo de esfuerzos residuales es más exacto a lo largo de la línea de interés.

- La *convergencia* de los resultados también se ve afectada, si el mallado es muy fino no hay convergencia en algunos casos de estudio, esto trae como consecuencia que se tenga que aumentar el tamaño de elemento para el análisis.
- El campo de *esfuerzos residuales* inducido en las probetas es benéfico aun cuando no se ha endurecido el material, ya que se presentan esfuerzos de compresión en la punta de grieta después de haber cargado y descargado la probeta. La aplicación de una historia previa en la probeta cambia sólo la magnitud de los esfuerzos residuales en la punta de grieta, continúan siendo a compresión. Cuando el material es endurecido a tensión la magnitud de los esfuerzos residuales a compresión disminuye, mientras que si es a compresión la magnitud de los esfuerzos residuales a compresión aumenta, lo anterior tiene como referencia el campo de esfuerzos residuales sin historia previa alguna. Es posible identificar que la aplicación de una carga homogénea a tensión como historia previa disminuye la resistencia mecánica del material mientras que a compresión la fortalece; aun cuando no se obtienen cambios en el sentido de los esfuerzos muy críticos.

Trabajo futuro

Como es bien sabido, la mayoría de las estructuras y materiales fallan ante la presencia de fatiga en el sistema y condiciones de carga muy por debajo de las esperadas en el diseño, es recomendable continuar el estudio de las condiciones de iniciación de grietas bajo fatiga.

Con la correcta inducción de campos de esfuerzos residuales lograr un óptimo incremento de la resistencia del material, para incrementar su vida útil en servicio, además de reducir costos de mantenimiento preventivo y correctivo.