



## Corrección al modelo Fotoacústico para una fuente Periódica Rectangular de Calor: Influencia de la difusión y recombinación de los portadores de carga

J. Bruno Rojas-Trigos y A. Calderón

Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, Unidad Legaria, del Instituto Politécnico Nacional Legaria 694. Colonia Irrigación, 11500 México D. F.

### Resumen

En la referencia [1], se reporta un modelo Fotoacústico para una fuente Periódica Rectangular de Calor (SP) en la configuración de transmisión, que si bien logra, implementado dentro de la técnica fotoacústica (FA), una mejora importante en la determinación de la difusividad térmica de muestras sólidas, considera que la generación de las fuentes internas de calor es instantánea. En el presente trabajo, reportamos una corrección al modelo Fotoacústico para una fuente Periódica Rectangular de Calor (CSP), que contempla la influencia de la difusión y recombinación de los portadores de carga [2,3], analizando el comportamiento de las soluciones teóricas de las ecuaciones de transporte.

### Introducción

El modelo SP, implementado dentro de la técnica FA, proporciona una herramienta efectiva para determinar con gran precisión las propiedades térmicas de materiales sólidos, al ser en su formulación más consistente con los arreglos experimentales comúnmente usados en la técnica FA. Sin embargo, en el modelo SP se considera que la generación de las fuentes internas de calor, es instantánea; esta consideración, que resulta ser adecuada para materiales conductores y dieléctricos, resulta incorrecta en el estudio de las propiedades térmicas de materiales semiconductores, en donde el retraso entre la absorción de energía y la respuesta térmica del material (producto de los procesos de recombinación de los portadores de carga), no es despreciable [4,5,7]. Frecuentemente las propiedades térmicas de estos materiales, son determinadas al estudiar la amplitud de la señal FA, dejando a un lado la información contenida en la diferencia de fase de la misma. En este trabajo mostramos, que la influencia de los procesos de recombinación de los portadores de carga en la diferencia de fase de la señal FA, no sólo no es despreciable, sino que puede contener más información que la misma amplitud de la señal FA.

Dado el arreglo típico en la configuración de transmisión en la técnica FA (Figura 1) en donde: El medio (s) es una muestra semiconductor cristalina, el medio (g) es el aire dentro de la cámara acústica de la celda fotoacústica abierta (CFA), y (g') es el aire adyacente a la muestra (s); consideremos que la potencia incidente  $Q_0$  tiene la siguiente forma:

$$Q_0(t, x) = -\frac{(1-R)I_0\beta}{2} e^{-\beta x} \sum_n \text{Sinc}(n/2) e^{i\omega_n t} \quad (1)$$

Donde:  $R$  es la reflectancia de la superficie iluminada de la muestra (s),  $I_0$  es la intensidad del haz incidente,  $\beta$  es el coeficiente de absorción óptico de (s) y  $\omega_n = 2\pi n f$  con  $f$  la frecuencia de modulación del haz incidente. Suponiendo que la muestra (s) es un semiconductor intrínseco, la densidad (en exceso) de portadores de carga  $n(t, x)$  está dada por la ecuación de difusión siguiente:

$$D \frac{\partial^2}{\partial x^2} n(t, x) - \frac{\partial}{\partial t} n(t, x) - \frac{n(t, x)}{\tau} = \frac{Q_0(t, x)}{h\nu} \quad (2)$$

Donde:  $D$  es el coeficiente efectivo de difusión de los portadores de carga,  $h\nu$  es la energía del haz incidente (superior a la energía de banda

prohibida), y  $\tau$  es el tiempo total de recombinación de los portadores de carga.

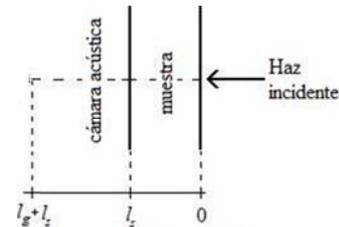


Figura 1. Celda fotoacústica abierta (CFA).

Si la densidad de portadores está determinada por la ecuación (2) (bajo condiciones apropiadas del tipo Neumann), entonces, las distribuciones de temperatura  $\Theta_j$  dentro de la CFA se modelarán mediante las ecuaciones de difusión de calor, esto es:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \Theta_j(t, x) - \frac{1}{\alpha_j} \frac{\partial}{\partial t} \Theta_j(t, x) = G_j(t, x) \quad ; \quad j = (g), (s), (g') \quad (3)$$

Al conjunto de ecuaciones (4), se imponen condiciones de frontera (del tipo Dirichlet y Neumann) apropiadas, además de la condición de unidireccionalidad sobre flujo de calor.

Aquí:  $\alpha_j$  es la difusividad térmica del medio  $j = (g), (s), (g')$ ; y  $G_j$  son los términos de fuente interna de generación de calor en las regiones que conforman la CFA.

### Solución de la ecuación de difusión de los portadores

Dada que la dependencia temporal de la potencia  $Q_0$ , se encuentra expresada en términos de la base de Fourier, proponemos que:

$$n(t, x) = \frac{(1-R)I_0}{2h\nu} \sum_n \text{Sinc}\left(\frac{n}{2}\right) N_n(x) e^{i\omega_n t} \quad (4)$$

### Solución de la ecuación de difusión del calor

Conocido el proceso de difusión de los portadores de carga de la muestra (s), y tomando en cuenta que los gases (g) y (g') sean no absorbentes en la longitud de onda de la radiación incidente, el término de fuente interna de generación de calor queda dado por:

$$G_s = \sum_n A_{0n} [g_s^T(x) + g_s^{RV}(x) + g_s^{RS}(x)] e^{i\omega_n t} \quad (5)$$

donde:  $A_{0n} = \frac{-(1-R)I_0 \text{Sinc}(n/2)}{2h\nu\kappa_s}$

Los términos entre corchetes en la expresión anterior representan las contribuciones debidas a la termalización de los portadores de carga y las contribuciones debidas a las recombinaciones volumétrica y superficial de los portadores de carga, respectivamente. Utilizando la técnica de la función de Green, hallamos las soluciones del conjunto de ecuaciones (2)-



(3), bajo las condiciones de frontera apropiadas, para las tres regiones que conforman la CFA. Dado que en la configuración de transmisión, la señal FA está en función de la distribución de temperatura  $\Theta_g$ , en virtud de la expresión (5), dicha distribución de temperatura está compuesta por las contribuciones por termalización y recombinación de los portadores de carga, es decir:

$$\Theta_g(t, x) = \sum_n \left[ \frac{A_n^T + A_n^{RV} + A_n^{RS}}{\text{Senh}\rho_{ns}} \right] e^{-\sigma_{ns}(x-l_s) + i\omega_n t} \quad (6)$$

Donde:  $A_n^T$ ;  $A_n^{RV}$ ;  $A_n^{RS}$  representan respectivamente, la respuesta por la termalización de los portadores de carga, la influencia debida a las recombinaciones volumétrica y superficial de los portadores de carga;  $\sigma_{ng}$ ,  $\sigma_{ns}$  son los coeficientes complejos de difusión térmico de los medios (g) y (s); y finalmente  $\rho_{ns} = \sigma_{ns} l_s$ .

### Resultados y Análisis

Para evaluar el comportamiento de las soluciones dadas por las expresiones (4) y (6), utilizaremos valores típicos de los diferentes parámetros involucrados (a temperatura ambiente), ya reportados en la literatura [6,7], para una muestra sólida de Silicio cristalino de 310  $\mu\text{m}$  de espesor, y considerando al aire como los medios (g) y (g').

En la Figura 2, se muestra la evolución de la concentración en exceso de los portadores de carga, en función del espesor de la muestra (s) durante un 1ms; suponiendo que la longitud de onda del haz incidente es de 632 nm, con una potencia de  $10^3 \text{ W/m}^2$ , y una reflectancia del 36%. El sistema de unidades utilizado, es el sistema internacional (SI).

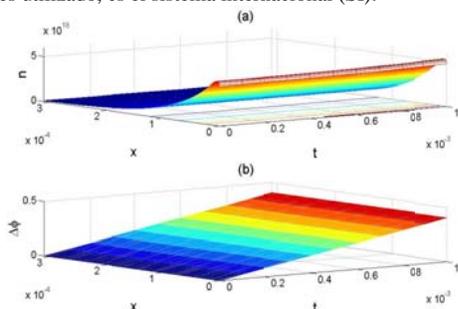


Figura 2. Concentración en exceso de los portadores de carga para la muestra (s): (a) Amplitud, (b) Diferencia de fase.

Como podemos apreciar, el máximo de la concentración de portadores no ocurre en la superficie iluminada de la muestra, sino en el interior cercano a la superficie. Este máximo nos dice que a bajas frecuencias, debe presentarse un efecto de saturación en la señal FA debido a la difusión de los portadores de carga, lo que frecuentemente se asocia sólo a la respuesta en frecuencia del micrófono de electroreto de la CFA.

Utilizando el modelo del pistón térmico [2], es posible obtener las variaciones de presión  $\Delta P$  dentro de la cámara acústica de la CFA, en función de la frecuencia de modulación. Dichos cálculos se omiten en el presente trabajo por razones de espacio, sin embargo, en la Figura 3 se muestran las diferentes contribuciones a la amplitud de  $\Delta P$  dentro de la cámara acústica de la CFA, en un rango de frecuencia de 10 a 2500 Hz.

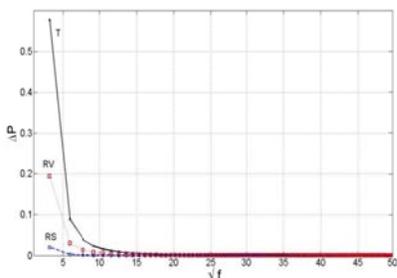


Figura 3. Amplitud de las variaciones de presión en la CFA: Componente por termalización (-x); Componente por recombinación superficial (-o); Componente por recombinación volumétrica (-□).

Como es fácil de observar, la componente debida a la termalización domina el comportamiento en amplitud, siendo la menor contribución la debida a las recombinaciones superficiales. Sin embargo, especialmente a bajas frecuencias, las contribuciones debidas a las recombinaciones de los portadores de carga son relevantes en la generación de la señal FA.

En la Figura 4, se muestran las mismas contribuciones a la diferencia de fase  $\Delta\phi$  de las diferencias de presión para la CFA, para un rango de frecuencia de 10 a 2500 Hz.

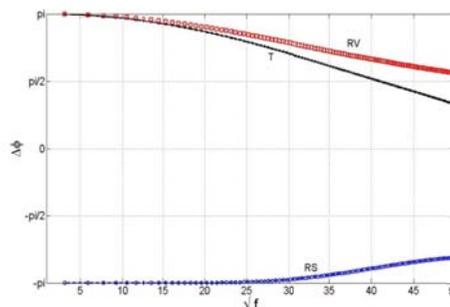


Figura 4. Diferencia de fase de las variaciones de presión en la CFA: Componente por termalización (-x); Componente por recombinación superficial (-o); Componente por recombinación volumétrica (-□).

De las figuras anteriores, se sigue que aún cuando la componente dominante es precisamente la debida a la termalización de los portadores de carga, es notable la influencia que pueden ejercer las componentes debidas a las recombinaciones superficial y volumétrica de los portadores de carga, tanto en amplitud como en diferencia de fase, y por tanto en el comportamiento de la amplitud de la señal FA.

### Conclusiones

La influencia de las recombinaciones de los portadores de carga resultan ser no despreciables en la determinación de los parámetros termo físicos de materiales semiconductores, pudiéndose utilizar el modelo CSP, no sólo para determinar las propiedades térmicas de la muestra semiconductor, sino también las velocidades de recombinación superficial, el tiempo de recombinación y el coeficiente efectivo de difusión de los portadores de carga.

### Agradecimientos

Agradecemos al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) y a la Secretaría de Investigación y Posgrado (SIP) del IPN, por su apoyo a este trabajo.

### Referencias

- [1] J. Bruno Rojas-Trigos, A. Calderón, E. Marín. III Simposio de Tecnología Avanzada, Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del IPN, México D.F. México (2009).
- [2] A. Calderón, *PhD. Thesis*, Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN. México D.F. México (1997).
- [3] D. P. Almond and P. M. Patel, *Photothermal Science and Techniques* (Chapman and Hall, London, 1996).
- [4] L. C. M. Miranda, *Appl. Opt.*, **21**, (16), 1982.
- [5] D. M. Todorovic', P. M. Nikolic' et. al, *J. Appl. Phys.*, **78** (9), 1995.
- [6] Y. S. Touloukian, *Thermophysical Properties of Matter*. New York-IFI/Plenum. (1973).
- [7] Liu, M., Suddendorf, M. B., et. al., *Semicond. Sci. Technol.*, **8**, 1993.