



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN COMPUTACIÓN

No. 230 Serie: Azul Fecha: Mayo de 2007

OPTIMIZACIÓN DE TIEMPO EN UN PROCESO DIGITAL USANDO EL MÉTODO DE LA RUTA CRÍTICA

Víctor Hugo Ortiz Flores¹
José de Jesús Medel Juárez²

RESUMEN

En este informe técnico se introduce un algoritmo de ruta crítica para que nos proporciona el tiempo mínimo dentro de un proceso de computación, visto este como un conjunto de actividades a realizarse de acuerdo a un objetivo en específico. Dentro de un proceso existen diferentes formas de cumplir con un objetivo previamente definido, lo que significa que se contarán con un grupo de opciones para lograr el objetivo específico; pero ¿cómo seleccionar aquella secuencia de actividades que permita minimizar los tiempos de cada una de ellas para ajustarse a la dinámica requerida por el propio proceso, el cual de acuerdo con Nyquist está ajustada a su frecuencia natural de evolución?

En este trabajo se presenta una descripción del método de la Ruta Crítica por ser un algoritmo de modelado de procesos a través de actividades con asignación de tiempos y elección de la ruta que maximice las operaciones entre ellas.

Se concluye con un ejemplo ilustrativo de cómo se aplicaría esta metodología para observar las actividades de un proceso en específico para que formen una tarea, posiblemente aplicado a sistemas de tiempo real.

Palabras clave: *Ruta crítica, tiempo mínimo, computación, sistemas digitales.*

¹Estudiante de la Maestría en Ingeniería de Cómputo del CIC-IPN vh.ortiz@ieee.org

²Profesor-Investigador del CIC, CICATA-IPN jjmedelj@yahoo.com.mx

“Este reporte contiene información desarrollada por el Centro de Investigación en Computación del Instituto Politécnico Nacional a partir de datos y documentos con derechos de propiedad y por lo tanto su uso queda restringido a las aplicaciones que explícitamente se convenga.

La aplicación no convenida exime al Centro de su responsabilidad técnica y da lugar a las consecuencias legales que para tal efecto se determinen.

Información adicional sobre este reporte podrá obtenerse recurriendo a la Unidad de Publicaciones y Reportes Técnicos del Centro de Investigación en Computación del I.P.N. Av. Juan de Dios Batíz s/n, teléfono 729-60-00 ext. 56403, 56608 y 56610”.

ÍNDICE

	Pág.
Introducción	1
1 Descripción	2
2 Metodología	5
3 Ejemplo	8
4 Conclusiones	10
Bibliografía	11

INTRODUCCIÓN

En una sociedad que cada día se vuelve más variable y compleja, lo que puede atribuirse en gran parte al desarrollo de la ciencia y la tecnología, la ejecución de un proyecto es una tarea en la cual deben participar diferentes individuos, agencias, entidades y factores ya que en los diseños modernos se multiplica tremendamente el número de elementos que hay que coordinar y relacionar.

Para resolver este arduo problema se han desarrollado una gran variedad de sistemas o procedimientos formales, ideados con la finalidad de ayudar al administrador de un proyecto a realizar eficientemente su tarea, entre estas técnicas ha destacado una que utiliza diagramas de flechas conocida como ruta crítica.

Dos son los orígenes de ésta técnica o método:

El método Pert (Program Evaluation and Review Technique) desarrollado por la armada de los Estados Unidos de América en 1957, para controlar los tiempos de ejecución de las diversas actividades integrantes de los proyectos espaciales, por la necesidad de terminar cada una de ellas dentro de los intervalos de tiempo disponibles. Fue utilizado originalmente por el control de tiempos de la tarea Polaris.

El Método CPM (Critical Path Method), el segundo origen del método actual fue desarrollado también en 1957 en los Estados Unidos de América, por un centro de investigación de operaciones para las firmas Dupont y Remington Rand, buscando el control y la optimización los costos mediante la planeación y programación adecuadas de las actividades componentes del proyecto.

Ambos métodos aportaron los elementos de optimización necesarios para formar el método de ruta crítica actual, utilizando el control de los tiempos de ejecución y los costos de operación, para buscar que el proyecto total sea ejecutado en el menor tiempo y al menor costo posible.

En este trabajo se presenta una descripción del método de la Ruta crítica (RC), por ser un algoritmo de modelado de procesos a través de actividades con asignación de tiempos y elección de la ruta que maximice las operaciones entre ellas.

Se concluye con un ejemplo ilustrativo de cómo se aplicaría esta metodología para observar las actividades de un proceso, en específico para que formen una tarea, posiblemente aplicado a sistemas de tiempo real.

1. DESCRIPCIÓN

El método de ruta crítica es un proceso administrativo (planeación, organización, dirección y control) de todas y cada una de las actividades componentes de un proyecto que debe desarrollarse durante un tiempo crítico y al costo óptimo.

La aplicación potencial del método de la ruta crítica, debido a su gran flexibilidad y

adaptación, abarca desde los estudios iniciales para un proyecto determinado, hasta la planeación y operación de su hardware y software. A esto se puede añadir una lista indeterminable de posibles aplicaciones de tipo específico. Así, podemos afirmar que el método de la ruta crítica es aplicable y útil en cualquier grupo de actividades relacionadas entre sí para alcanzar un objetivo determinado, el cumplimiento de una tarea.

El método es aplicable en tareas tales como: construcción, estudios económicos, planeación de carreras universitarias, censos de población, estudios técnicos, así como el desarrollo de procesos digitales dentro de esta clase de sistemas, para el cumplimiento de una tarea específica., independientemente de su clase (soft, hard o firm.),

Los beneficios derivados de la aplicación del método de la ruta crítica se presentarán en relación directa a la habilidad con que se haya aplicado. Debe advertirse, sin embargo, que el camino crítico no es una panacea que resuelva problemas administrativos de un proyecto. Cualquier aplicación incorrecta producirá resultados adversos. No obstante, si el método es utilizado correctamente, determinará un proyecto más ordenado y mejor balanceado que podrá ser ejecutado de manera más eficiente y normalmente, en menor tiempo.

Un beneficio primordial que nos brinda el método de la ruta crítica es que resume en un sólo documento la imagen general de todo el proyecto, lo que nos ayuda a evitar omisiones, identificar rápidamente contradicciones en la planeación de actividades, facilitando abastecimientos ordenados y oportunos; en general, logrando que el proyecto sea llevado a cabo con un mínimo de tropiezos.

En la práctica el error que se comete más a menudo es que la técnica se utiliza únicamente al principio de la tarea en su planeación, es decir, al desarrollar un plan y su programación pero sin realizar su realimentación que le permita adaptarse a las circunstancias de evolución del proceso que esta describiendo, eliminando una de sus características principales.

El verdadero valor de la técnica resulta más cuando se aplica en forma dinámica. A medida que se presentan hechos o circunstancias imprevistas, el método de la ruta crítica proporciona el medio ideal para identificar y analizar la necesidad de replantear o reprogramar el proyecto, reduciendo al mínimo el resultado adverso de dichas contingencias. Del mismo modo, cuando se presenta una oportunidad para mejorar la programación del proyecto, la técnica permite determinar fácilmente qué actividades deben ser aceleradas para que se logre dicha mejoría. Una Tarea en un sistema digital está compuesta por entidades ejecutables de trabajo que al menos son caracterizadas por un tiempo de ejecución máximo y una restricción de tiempo, cada una de esas entidades se conoce como actividad.

Los sistemas que requieren utilizar de la adquisición de datos, ejecución de cálculos y emisión de respuestas correctas respetando restricciones temporales, se pueden describir por medio de grafos dirigidos tal como la ruta crítica. Ellas son ejecutadas en sistemas de procesamiento digital tales como computadoras, DSP, FPGA, etc., manteniendo una alta comunicación (recepción y emisión) a través de la interacción con el proceso físico, siendo la metodología de la RC, la herramienta requerida para observar el cumplimiento de sus tiempos de interacción de cada una de las actividades dentro de un proceso. Por ejemplo el modulo de

transducción y de procesado de un Sistema de Localización Activo por Sonido en Tiempo Real.

El **módulo de transducción** es la parte de hardware (de circuitos) del sistema. Está formado por el amplificador de potencia, el tweeter, los 16 micrófonos, los 16 preamplificadores y un par de pilas para alimentar a los micrófonos, junto con los cables, conexiones y conectores correspondientes. Todo ello se ha montado en una caja que vale tanto para meter los amplificadores y sujetarlos, como para fijar el tweeter y los micrófonos a la distancia adecuada.

Los 16 micrófonos deben estar separados $l/2$ para evitar el aliasing espacial, y ya que para 10 KHz la longitud de onda es de 3.4 cm, entonces los micrófonos deben estar separados 1.7 cm, haciendo un total de 27.2 cm. El esquema a nivel de hardware del módulo es:

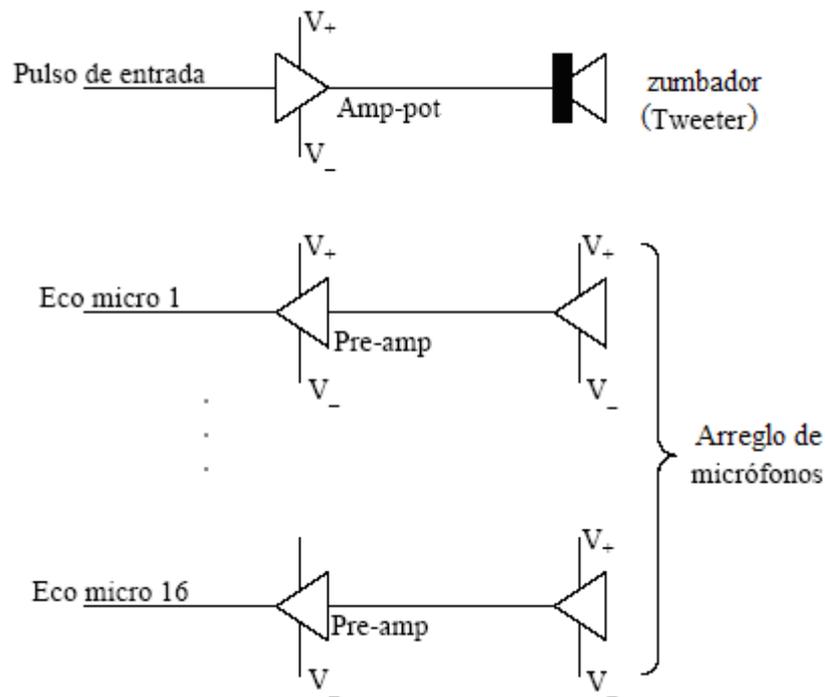


Figura 1. Esquema a nivel de hardware del módulo

El **módulo de control** que está en el PC recoge los datos del módulo de adquisición de datos y se los pasa a la tarjeta LTI-C30 a través de la memoria de doble puerto utilizando interrupciones. El paso de los datos es mucho más rápido que si se utilizara un puerto. El total de los datos son $16 \times 1000 = 16 \text{ Kw}^{59}$ de memoria usada. Como el procesado requiere mucha memoria en variables intermedias se utiliza una expansión de memoria de 512 Kw. Después del procesado el resultado se lo pasa de nuevo a través de la memoria de doble puerto al módulo de control en el PC usando interrupciones, siendo un total de $100 \times 100 = 10 \text{ Kw}$. Este módulo de control pasará posteriormente los datos al módulo GUI para su presentación.

Una vez que los datos están en memoria, se realizan cuatro etapas en los datos que corresponden a otros tantos sub-módulos. Estos son: procesado previo, conformación digital de haz. Detección y decisión. A continuación se presenta el esquema general de este módulo:

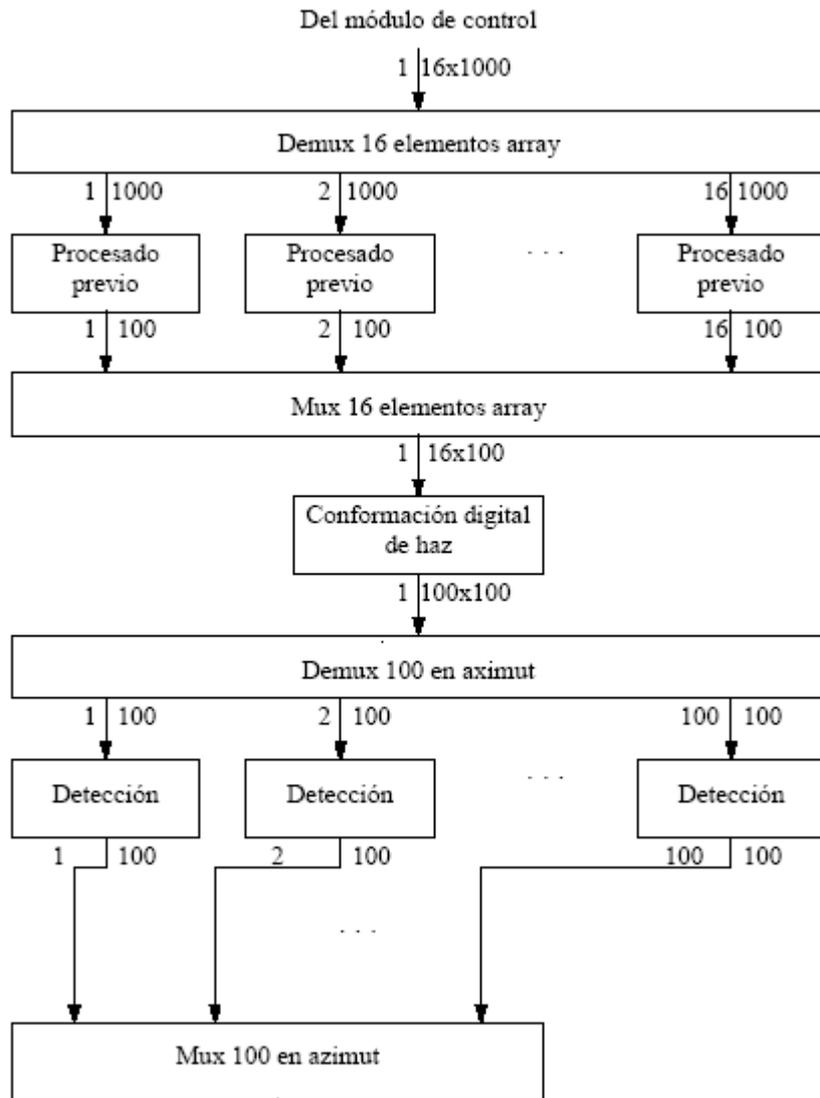


Figura 1. Módulo de Procesado

Programa de ejemplo:

```

/* función que funciona para el modulo de procesado */
float fir (float muestra, int orden) {
float *pfiltro = &filtro[0];
float *pdatos = &datos[0];
float *pdatos2;
float out = 0.0;
int i;
*pdatos = muestra;
for (i = 0; i < orden; i++) out += *pdatos++
pdatos = &datos[orden-1];

```

```

pdatos2 = &datos[orden];
for (i = 0; i < orden; i++) {
*pdatos2 = *pdatos--;
--pdatos2;
}
return(out);
}

```

2. METODOLOGÍA

Definición de Tarea Digital: Una Tarea en un sistema digital está compuesta por entidades ejecutables de trabajo que al menos son caracterizadas por un tiempo de ejecución máximo y una restricción de tiempo, cada una de esas entidades se conoce como actividad.

Descripción de la tarea de acuerdo al método de la ruta crítica: Esta etapa aunque es esencial para la ejecución de la tarea no forma parte del método. Es una etapa previa que debe desarrollarse separadamente y para la cual también puede utilizarse el método de la ruta crítica en su planeación. Es una investigación de objetivos, métodos y elementos viables y disponibles, lo que nos aclara si el proyecto va a satisfacer una necesidad o si es viable su realización.

- ▲ **Lista de actividades:** Es la relación de actividades que forman procesos interrelacionados dentro de una tarea o tareas a realizar. En esta etapa no es necesario que las actividades se listen en orden de ejecución, pero si contar con la mayoría de ellas para conocer el número de actividades a realizarse en una tarea específica en un tiempo acotado.

El grupo de actividades $(\{a_i\} \in A)$ en producto de conjuntos con los números enteros positivos $\{m_j\} \in Z_+$ forma un conjunto de actividades indexadas, es decir $\{(a_i, m_j)\} \in A \times Z_+$.

En términos generales, se considerará como actividad a una entidad de operación del proceso digital a desarrollar definida dentro de un tiempo de inicio y termino.

- ▲ **Matriz de secuencias:** Es establecida para observar la secuencia de actividades que forman una tarea, de una manera ordena y lógica para cumplir un objetivo específico. En esta clase de grafos dirigidos existen procedimientos para conocer la secuencia de las actividades:
Debe cuidarse que todas y cada una de las actividades tenga cuando menos un antecedente. En el caso de ser inicial, la actividad antecedente será cero así como que la actividad consecuente debe ser la entrega del resultado.
- ▲ **Matriz de tiempos:** Mediante esta matriz conocemos el tiempo de duración de cada actividad de la tarea. El método de la ruta crítica utiliza únicamente un tipo de estimación de duración, basado en la experiencia obtenida con anterioridad mediante una actividad precedente.

Para asignar el tiempo de duración de una actividad debemos basarnos en la manera más eficiente para terminarla de acuerdo con los recursos disponibles en el sistema digital.

Tanto la Matriz de Secuencias como la Matriz de Tiempos se reúnen en una sola *Matriz de Información*, que sirve para construir la *Red con Medidas*.

- ▲ **Red de Actividades:** La representación visual del método de la ruta crítica para una tarea es el diagrama de flechas o red de actividades, que consiste en la ilustración gráfica del conjunto de actividades de una tarea y de sus interrelaciones. La red esta formada por **flechas que representan actividades y nudos o uniones que simbolizan eventos**.

Cuando se encuentran varias flechas conectadas se puede observar de forma ilustrativa la dependencia entre ellas, a través de las cuales se logra describir la trayectoria el grupo de actividades a realizarse por una tarea en específico. Los nudos que se presentan entre las flechas, denominados eventos, se representan en la gráfica en forma de círculos y significan la terminación de las actividades y la iniciación de las subsecuentes; ese es un lugar de observación de la tarea conmisurada en un subproceso específico.

Las actividades que conforman una tarea pueden expresarse por medio de diferencias finitas si se cumple con que su velocidad de cambio esté acotada en cualquier caso.

$$0 < \left| \frac{df(t)}{dt} \right| \leq \lambda \in R_+ \quad (a)$$

Toda tarea en diferencias $F(\tau)$ es expresada por medio de actividades indivisibles $\{\omega(\tau) \mid \omega(\tau) \cap \omega(\lambda) = \phi\} \subseteq \Omega$ puede ser descrito por un grafo dirigido.

$$F(\tau) \subseteq \{\Omega, \mathfrak{S}, N, A\}, \quad (b)$$

Con Ω el conjunto de actividades del proceso, \mathfrak{S} el conjunto de operaciones con las actividades del proceso, N el conjunto de nodos que nos representan las condiciones observables o de materias primas del proceso, A es el conjunto de arcos que relacionan a los nodos y nos describen los estados de transición entre cada nodo; este último conjunto en su forma básica queda representado

$$a_{i-j}(\tau) : n_i \rightarrow n_j, \quad (c)$$

La relación existente entre el modelo expresado por diferencias finitas con el proceso discreto o discretizado debe de ser uno a uno. Esto quiere decir, que el número de estados con que cuenta el proceso real $\#\{x_i^p(\tau)\}$ corresponde al número de estados del grafo dirigido $\#\{x_i^g(\tau)\}$ y que su evolución temporal también es uno a uno.

$$\#\{x_i^p(\tau)\} \equiv \#\{x_i^g(\tau)\}, \quad (d)$$

De tal forma que los estados describen al sistema de forma acotada $\{x_i^p(\tau)\} \subseteq f(\tau)$ o $\{x_i^g(\tau)\} \subseteq F(\tau)$.

La relación con que se cuenta el proceso real para que tenga una calidad temporal en su evolución entre sus estados, tiene como objetivo la disminución de los tiempos muertos.

Requiriendo encontrar una relación óptima que permita contar con el menor tiempo muerto para todo el proceso; en otras palabras, es encontrar la mejor combinación que maximice la relación entre los estados y minimice sus tiempos de espera.

Teorema 1 (Ruta Crítica de un proceso con actividades). *El tiempo mínimo global τ_{min} es el tiempo máximo de la suma de todas actividades que componen al proceso $\overline{\lim}_{\omega} \sum_{i=1}^n \omega_i(\tau)$, considerando que cada una de ellas es atómica (indivisible).*

Demostración:

- 1) *Todo sistema tiene una frecuencia de evolución (entrega de productos, tiempos de respuesta, entre otras condiciones), y que de acuerdo a Nyquist, corresponde a un tiempo de contexto del propio sistema; i.e.:*

$$\tau_{min} = 0.5f_{max}^{-1}(\tau) \quad (1)$$

Que es el tiempo mínimo en que el sistema de manera “regular entrega información” o da respuestas¹.

- 2) *Las actividades que se realizan en el proceso de manera medible son atómicas e indivisibles.*
- 3) *La suma de los tiempos de las actividades del proceso en su condición más extrema son*

$$\max\left\{\sum_{i=1}^m \omega_i(\tau)\right\} \quad (2)$$

Tal que (2) queda acotada por (1), ya que de lo contrario la respuesta del proceso estaría fuera del contexto del propio sistema; es decir, no cumpliría con 1). ■

Comentario 1: Las actividades del proceso tienen una descripción atómica, y un álgebra respecto a los operadores de unión e intersección, que en forma general cumplen con:

$$\{\omega_i : i \in Z. \exists \omega_i \cap \omega_j = \phi\} \subseteq F(\tau). \quad (3)$$

Comentario 2: Las actividades de acuerdo con (3) tienen una medida de tiempo tal que:

$$\mu \bigcup_{i=1}^M \omega_i = \sum_{i=1}^M \mu \omega_i. \quad (4)$$

De tal forma que (4) quedará acotado por τ_{min} considerando los conceptos de Nyquist entre otros.

Esto en la vida real no significa que el proceso con el conjunto de sus actividades cumpla con las propiedades antes expuestas.

¹ En el caso presente solo se considera una sola respuesta de salida

Se debe entonces, encontrar la mejor combinación del conjunto de actividades que nos permita dar la evolución del proceso ajustado a las condiciones mínimas establecidas por Nyquist.

Existe un grupo de combinaciones de las actividades que cumplen en forma mínima la propiedad antes expuesta, la cual forma una mínima sigma álgebra en (b). Pero que requiere de una selección que tenga condiciones de precedencia, es decir, existe un subconjunto mínimo en esa sigma mínima que tiene las combinaciones condicionales de las actividades y que en forma ilustrativa son observados por los grafos dirigidos (b).

3. EJEMPLO.

Consideremos que el programa de traducción y control de un sistema de señal de voz en tiempo real, esta formado por el siguiente grupo de actividades divididas en 3 etapas.

ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN	TIEMPO (s)
A1	Medir el tiempo de trasmisión	1
A2	Medir el tiempo del reloj de disparo	1
A3	Medir el tiempo de los micrófonos	5
A4	Medir el tiempo del twister	1
A5	Medir el tiempo de respuesta de los AO	2
A6	Medir el tiempo de control del demultiplexor	1
A7	Medir el tiempo de control del multiplexor	1
A8	Medir el tiempo de control del codificador	20
A9	Medir el tiempo de control del decodificador	1
A10	Medir el tiempo de control del convertidor A-D	1
A11	Medir el tiempo de control del D-A	10
A12	Medir el tiempo del módulo de control	20
A13	Medir el tiempo de respuesta del sistema	20
A14	Revisar el hardware	15

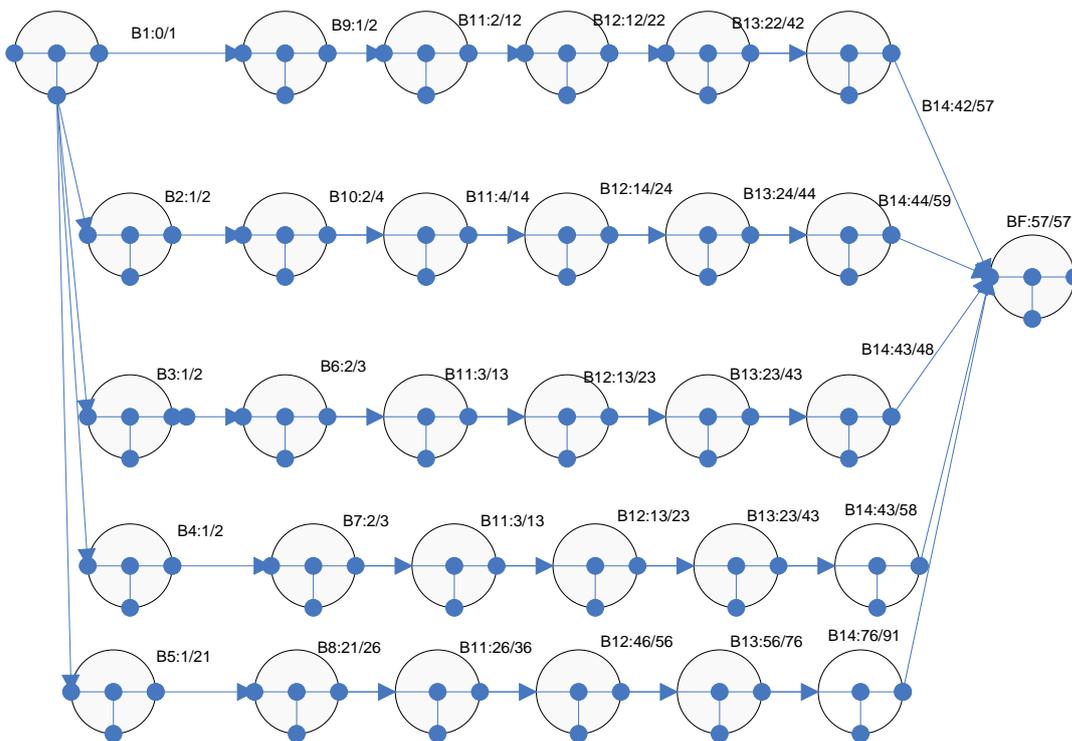


Diagrama o Matriz de Procedencia.

B14	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	0	
B13	□	∠ →	0	→											
B12	□	∠ →	0	→	→										
B11	□	∠ →	0	→	→	→									
B10	□	<	∠ →	0	→	→	→	→	→						
B9	<	∠ →	0	→	→	→	→	→	→						
B8	□	∠ →	∠ →	∠ →	<	∠ →	∠ →	0	→	→	→	→	→	→	→
B7	□	∠ →	∠ →	<	∠ →	∠ →	0	→	→	→	→	→	→	→	→
B6	□	∠ →	<	∠ →	∠ →	0	→	→	→	→	→	→	→	→	→
B5	□	∠ →	∠ →	∠ →	0	→	→	<	→	→	→	→	→	→	→
B4	□	∠ →	∠ →	0	→	→	<	→	→	→	→	→	→	→	→
B3	□	∠ →	0	→	→	<	→	→	→	→	→	→	→	→	→
B2	□	0	→	→	→	→	→	→	→	<	→	→	→	→	→
B1	0	∠ →	→	→	→	→	→	→	<	→	→	→	→	→	→
	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14	

Donde:

□ : No precedente

<: No consecuente

∠ : Precedente
→

→ : Consecuente

1.- ¿Qué sucede cuando se tienen en el mismo periodo de tiempo varias actividades? R= Que esas actividades se deben de dividir en tareas ya sea entre el propio módulo o que necesite la ayuda de por lo menos otro módulo más.

2.- ¿Son realizables el grupo de actividades en paralelo? R= Si son realizables contando con los recursos adecuados.

3.- ¿Requieren estas actividades de un solo grupo de módulos? R= En algunas intercepciones, sí se necesita de otro módulo este no debe afectar el desempeño del sistema.

4. CONCLUSIONES

En este informe técnico se presentó un algoritmo usando a la ruta crítica, proporcionándonos el tiempo mínimo dentro de un proceso de computación, visto este como un conjunto de actividades a realizarse de acuerdo a un objetivo en específico. Dentro de un proceso existen diferentes formas para cumplir con un objetivo previamente definido, lo que significa que se contarán con un grupo de opciones para lograr el objetivo específico, pero el seleccionar la mejor secuencia de actividades que permita minimizar los tiempos de cada una de ellas para ajustarse a la dinámica requerida por el propio proceso, el cual de acuerdo con Nyquist está ajustada a su frecuencia natural de evolución, nos permito presentar un ejemplo que cumplió con esta propiedad.

En este trabajo se presentó una descripción del método de la Ruta crítica por ser un algoritmo de modelado de procesos a través de actividades con asignación de tiempos y elección de la ruta que maximice las operaciones entre ellas.

Se concluye con un ejemplo ilustrativo de cómo se aplicaría esta metodología para observar las actividades de un proceso en específico para que formen una tarea, posiblemente aplicado a sistemas de tiempo real.

Como podemos observar en el ejemplo se optimizo el tiempo de ejecución de los módulos de transmisión y de control de un sistema de adquisición de voz en tiempo real, esto se logro comparando los diagramas de tiempos del proceso con la frecuencia del sistema, y que debe ser menor a 2 veces la frecuencia del sistema según Nyquist.

Bibliografía

- [1] **Apuntes de Administración**, Universidad Politécnica de Valencia, 2001.
- [2] Tucker A.B., et al. **Strategic directions in computer science education**. ACM Computing Surveys, Vol. 28, No. 4.
- [3] Tucker A.B. y Barnes B.H., [1991], **Flexible design: A summary of computing curricula**. IEEE Computer, Noviembre, pp. 56-66.
- [4] Alzati C., [1988], **Computadoras en la Educación**, Trillas, México.
- [5] Gran Enciclopedia Interactiva SIGLO XXI. Enciclopedia Temática Grupo Editorial Océano, Tomo 6 2000, pp 1549-1563, ISBN: 84-494-1495-4.
- [6] Guillermo L., [2001], **Computación y programación moderna, Perspectiva Integral de la Informática**, Addison Wesley.
- [7] Denning P., Comer D., Gries D., Muder M., Trucker A. B., Turner A. y Young P.. **Computing as discipline**. **Communications of the ACM**, 32(1), pp. 9-23.
- [8] Ackoff R. y Sasieni M., [1979], **Fundamentos de Investigación de Operaciones**, Limusa, 1979.
- [9] Bazaraa M. y Jarvis J., [1976], **Programación Lineal y Flujo en Redes**, Limusa.
- [10] Biasca R., [1997], **Renovación Intencional**. Ed. Macchi, 1a. Edición.
- [11] Bronson R., [1990], **Investigación de Operaciones**, Serie Schaum, Mc Graw Hill.
- [12] Hillier F. y Lieberman G., [1989], **Introducción a la Investigación de Operaciones**, Mc Graw Hill.