



INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL

CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN COMPUTACIÓN



MODELACION Y SIMULACION DE UNA VIA
RÁPIDA CON RAMPAS USANDO
AUTÓMATAS CELULARES.

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:
MAESTRO EN CIENCIAS DE LA
C O M P U T A C I Ó N
P R E S E N T A
ING. ALEXIS MORALES FERNÁNDEZ

DIRECTOR: M. EN C. GERMAN TELLEZ CASTILLO

Basado en el modelo de flujo de tráfico propuesto por Nagel y Schreckenberg (NaSch) con Autómatas Celulares, se propone un modelo para una vía rápida de tres carriles con rampas de entrada y salida. Se hace una extensión del modelo NaSch para incluir: multi-carril, rampas de entrada y salida, diferentes tipos de vehículos. Además, con el objetivo de hacer el modelo más realista, se sustituye la etapa de aceleración en el modelo de flujo de tráfico NaSch por una ecuación de aceleración utilizada en un modelo car-following, obteniendo de esta manera un modelo con AC a partir de un modelo car-following. Después de llevar a cabo las simulaciones implementando este modelo, se presentan los diagramas fundamentales, reproduciendo algunos fenómenos que el modelo es capaz de exhibir.

Contenido

Resumen	iv
Abstract.....	v
Agradecimientos	vi
Contenido	vii
Índice de figuras.....	x
1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	1
1.0 Introducción	1
1.1 Descripción del Problema	1
1.2 Objetivo General.....	3
1.3 Objetivos Particulares	3
1.4 Justificación.....	4
1.5 Organización de la Tesis	5
1.5 Resumen	6
2 ESTADO DEL ARTE	7
2.0 Introducción	7
2.1 Estado del Arte.....	7
2.1.1 Modelos Macroscópicos	8
2.1.2 Modelos Microscópicos	9
2.1.3 Modelos Cinéticos.....	13
2.2 Modelos Multi-Carril.....	13
2.3 Modelos con Rampas	16
2.4 Resumen	16
3 CONCEPTOS BÁSICOS.....	17
3.0 Introducción	17
3.1 Problemática del Tránsito Vehicular	17
3.2 Tránsito Vehicular y Autómatas Celulares	18
3.3 Definición de Autómata Celular.....	19
3.4 Conceptos de Flujo de Tráfico Vehicular	21

3.5	Modelo NaSch	22
3.5.1	Ejemplo del Modelo NaSch.....	23
3.5.2	Representación de una Red Urbana.....	24
3.6	Modelos Multi-Carril.....	27
3.6.1	Modelado en Dos Carriles.....	27
3.6.2	Modelado en Tres Carriles	30
3.7	Densidad y Flujo	32
3.8	Diagrama Fundamental.....	33
3.9	Ondas de Avance-Paro dentro del Tráfico Vehicular.....	34
3.10	Congestionamiento.....	35
3.11	Fases del Tráfico	35
3.12	Modelos con Rampas	37
3.12.1	Rampa de Salida	37
3.12.1	Rampa de Entrada	38
3.13	Modelo IDM.....	39
3.13.1	Parámetros del Modelo IDM.	40
4	SOLUCIÓN AL PROBLEMA	42
4.0	Introducción	42
4.1	Modelo Propuesto	42
4.2	Descripción del Modelo.....	44
4.2.1	Camino principal.....	46
4.2.2	Rampa de entrada.....	46
4.2.3	Rampa de salida	46
4.2.4	Sustitución de la Etapa aceleración/frenado por ecuación de aceleración.....	49
4.3	Implementación del Modelo	49
4.3	Pruebas y Resultados	52
4.3.1	Descripción de parámetros empleados.....	53
4.3.2	Caso de estudio y análisis: obstáculo en el camino principal.....	59
5	CONCLUSIONES Y TRABAJO A FUTURO	61
5.1	CONCLUSIONES.....	61
5.2	TRABAJO A FUTURO	62

Referencias.....	63
------------------	----

APÉNDICES

Glosario	67
Manual de usuario	70
Manual del programador	73

Resumen

Basado en el modelo de flujo de tráfico propuesto por Nagel y Schreckenberg (NaSch) con Autómatas Celulares, se propone un modelo para una vía rápida de tres carriles con rampas de entrada y salida. Se hace una extensión del modelo NaSch para incluir: multi-carril, rampas de entrada y salida, diferentes tipos de vehículos. Además, con el objetivo de hacer el modelo más realista, se sustituye la etapa de aceleración en el modelo de flujo de tráfico NaSch por una ecuación de aceleración utilizada en un modelo car-following, obteniendo de esta manera un modelo con AC a partir de un modelo car-following. Después de llevar a cabo las simulaciones implementando este modelo, se presentan los diagramas fundamentales, reproduciendo algunos fenómenos que el modelo es capaz de exhibir.

En el modelo de NaSch para el flujo de tráfico vehicular, el camino es dividido en unidades llamadas células, donde cada célula está vacía u ocupada por un vehículo con cierta velocidad. Los parámetros que involucra el modelo son los siguientes: a cada vehículo se le asocia una posición x en el camino, y una velocidad v ($v \in \{0, 1, \dots, v_{max}\}$), v_{max} es la velocidad máxima que puede alcanzar cualquier vehículo, p es la probabilidad de que un vehículo reduzca su velocidad aleatoriamente, gap es la distancia de separación entre un vehículo y su predecesor (el vehículo que se encuentra inmediatamente delante de él). Las reglas que se emplean para modelar el comportamiento de un vehículo son 4: aceleración ($v = \min(v + 1, v_{max})$), frenado ($v = \min(v, gap)$), frenado aleatorio (con probabilidad p , $v = \max(v - 1, 0)$), movimiento ($x = x + v$).

Palabras clave: Autómatas Celulares, Modelo NaSch, Flujo de Tráfico Vehicular, Multi-Carril, Rampa de Entrada, Rampa de Salida.

Abstract

Based on the Cellular Automation (CA) traffic flow model proposed by Nagel and Schreckenberg (NaSch), a model for a 3-lane highway with off and on-ramp is proposed. The NaSch is extended in order to consider: multi-lane, on-ramp, off-ramp, different types of vehicles. In addition to this, the acceleration step in NaSch traffic flow model is replaced by a car-following acceleration equation, getting as a result a CA model based on a car-following model. The fundamental diagrams are presented after numerical simulations, reproducing some behaviors the model is able to exhibit.

In the NaSch model for vehicular traffic flow, the road is divided into units called cells, where each cell is either empty or occupied by a vehicle with certain velocity. The parameters involved in this model are: a position x in the road section is associated to every vehicle as well as a velocity v ($v \in \{0, 1, \dots, v_{max}\}$), v_{max} is the maximum velocity a vehicle can achieve, p is the probability for a vehicle to decrease its velocity randomly, gap is the headway distance between a vehicle and its predecessor. The rules applied for modeling a vehicle behavior are four: acceleration ($v = \min(v + 1, v_{max})$), deceleration ($v = \min(v, gap)$), randomization (with probability p , $v = \max(v - 1, 0)$), vehicle movement ($x = x + v$).

Keywords: Cellular Automation, NaSch model, Vehicular Traffic Flow, Multi-Lane, On-Ramp, Off-Ramp.

Capítulo 1

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.0 Introducción

En este capítulo se plantea la situación general del problema a resolver, “Modelación y Simulación de una vía rápida con rampas usando autómatas celulares”, presentando la justificación para el estudio del fenómeno del tránsito vehicular. Además, se presentan los objetivos y alcances de esta tesis, así como la manera en que se encuentran organizados cada uno de los capítulos.

1.1 Descripción del Problema

En la década de los 90s, gracias al incremento del potencial de los sistemas de cómputo, los autómatas celulares (AC) fueron adoptados como una herramienta para el estudio y análisis de fenómenos complejos, tales como: las turbulencias, las avalanchas, los incendios forestales, problemas sociales, problemas económicos, modelación del tráfico vehicular, etc.

Un AC se desarrolla en un universo teselado; usualmente la teselación está dada o por triángulos o cuadrados o hexágonos, y es llamado espacio celular. Un sitio o célula es una región del espacio que puede tomar diferentes valores llamados estados. Los estados evolucionan dependiendo del valor de un cierto número de vecinos (la vecindad), siguiendo una regla de evolución.

La regla de evolución o transición nos indica a qué estado pasa una célula, de una generación (iteración) a la siguiente dependiendo de su estado actual y de su vecindad. Todas las células tienen el mismo número de estados; si toman un valor entre dos posibles se llaman binarias; entre tres posibles se denominan ternarias, etc. En todos los casos las reglas de evolución son las mismas para todas las células.

En 1992, Nagel y Schreckenberg (NS) propusieron [10] un modelo de Autómata Celular probabilístico para la modelación del tráfico vehicular en una vía

rápida de un solo carril; usando reglas simples este modelo es capaz de reproducir los fenómenos básicos encontrados en el tráfico real.

El incremento en el número de vehículos dentro de las ciudades, hace que las vialidades e infraestructura que se tienen sean insuficientes, ocasionando problemas de tráfico vehicular, entre los que podemos mencionar:

- ✓ Accidentes automovilísticos.
- ✓ Contaminación atmosférica.
- ✓ Pérdida de tiempo en los recorridos.
- ✓ Grandes recorridos,
- ✓ Problemas de estrés, etc.

Varios son los esfuerzos por encontrar soluciones a estos problemas. Por ejemplo, incrementar el número de vialidades y la infraestructura, pero ésta es una opción de alto costo económico y presenta un alto impacto en el medio ambiente, por lo que la optimización de la infraestructura actual resulta más viable.

La optimización de la infraestructura vial requiere reproducir situaciones de tráfico adecuadas que permitan realizar pruebas de investigación, lo cual es complicado, pues produciría situaciones difíciles como congestionamientos, accidentes viales, etc. A través de los estudios realizados por varios investigadores [11, 12, 13], se han obtenido propiedades del tráfico y modelos que resultan útiles para realizar simulaciones. Estas simulaciones permiten aplicar las características de tráfico encontradas en diferentes ciudades y vialidades, para poder definir el comportamiento del tráfico y de esta manera poder tener un mejor control sobre el mismo.

En este trabajo, se presenta un modelo que considera una vía rápida con rampas de entrada y salida. La mayoría de las vías rápidas en las ciudades se encuentran constituidas por carriles centrales y laterales. Para nuestro caso se tiene una vía rápida de tres carriles (uno central y dos laterales), una rampa por la cual ingresan vehículos y otra en la que los vehículos pueden salir de la vía rápida.

1.2 Objetivo General

- ✓ Proponer un modelo de tránsito vehicular basado en Autómatas Celulares que sea capaz de aproximar la dinámica del tránsito vehicular para diferentes tipos de vehículos en una vía rápida multicarril con rampas de entrada y salida.

1.3 Objetivos Particulares

- ✓ Revisar la teoría correspondiente a los Autómatas Celulares usada estudiar el fenómeno del tránsito vehicular.
- ✓ Investigar y analizar un modelo de flujo de tráfico vehicular que considere diferentes tipos de vehículos.
- ✓ Investigar y analizar un modelo de flujo de tráfico multi-carril.
- ✓ Investigar y analizar un modelo de flujo de tráfico con rampas.
- ✓ Proponer un modelo de flujo de tráfico, a partir de la generalización del modelo de K. Nagel y M Schreckenberg, que considere: un camino principal de tres carriles, una rampa de entrada de un carril y una rampa de salida de un solo carril y diferentes tipos de vehículos con diferentes velocidades máximas.
- ✓ Implementar el modelo propuesto y una interfaz gráfica que permita ver el comportamiento del mismo.
- ✓ Validar los resultados de la simulación de nuestro modelo con los diagramas fundamentales.

1.4 Justificación

Para el funcionamiento adecuado de las sociedades modernas industrializadas, es necesario contar con sistemas de transporte eficientes, que nos permitan llegar a los lugares deseados a tiempo, y de manera segura. Es por ello que el estudio del tránsito de vehículos ha cobrado gran importancia en la actualidad. Aunado a esto, algunos caminos tienen una capacidad reducida, y por tanto es necesario contar con ciertas políticas que permitan minimizar la congestión de tráfico, de tal manera que podamos llegar a tiempo a nuestros lugares de destino.

Un camino para poder lograr un uso eficiente de las redes de transporte, implica el conocimiento y la reproducción de ciertos fenómenos que están presentes en el tránsito de vehículos.

Es posible observar, en el marco del tráfico real, ciertos fenómenos que están presentes. Sin embargo resulta un tanto complicado reproducirlos en este ámbito, pues esto implicaría que tendríamos que hacer experimentos con los autos en los caminos, lo que provocaría bastantes inconvenientes. Por esta y otras razones resulta importante contar con modelos capaces de reproducir el fenómeno del tránsito de vehículos, ya que a través de la simulación de dichos modelos es posible manipular ciertas variables y conocer el efecto que esto produciría. De aquí que actualmente se le de gran importancia al modelado y simulación de tránsito de vehículos, puesto que permite obtener datos importantes sobre su dinámica, sin necesidad de interferir en el lugar mismo, evitando alterar, aun más, el ya difícil tránsito vehicular.

En este trabajo se presenta un modelo de tránsito vehicular a partir del modelo de NaSch que reproduce algunas de los fenómenos que se presentan en la dinámica del tránsito vehicular en una vía rápida con rampas usando autómatas celulares. La validación de resultados se da a través de los diagramas fundamentales correspondientes.

1.5 Organización de la Tesis

Este trabajo consta de 6 capítulos, organizados de la siguiente manera:

- ✓ El capítulo 1, plantea la problemática del estudio del tránsito vehicular, los objetivos tanto generales como particulares del presente trabajo y la justificación.
- ✓ El capítulo 2, se presenta el estado del arte sobre el estudio del tráfico vehicular haciendo énfasis al trabajo realizado con autómatas celulares.
- ✓ En el capítulo 3, correspondiente a conceptos teóricos, se describen los conceptos necesarios para el desarrollo de esta tesis; esto es, el marco del tránsito vehicular, los conceptos de autómatas celulares y la manera en que éstos se emplean para representar ciertos fenómenos observados en el tránsito vehicular. Además, se incluye una descripción de los modelos que sirven de base para el modelo presentado.
- ✓ El capítulo 4, contiene la información que explica la forma en que se resuelve la problemática planteada en el capítulo 1. Se explica el modelo propuesto, así como los resultados obtenidos en la simulación de dicho modelo.
- ✓ El capítulo 5, contiene las conclusiones a las que se ha llegado después de concluir el trabajo.
- ✓ El capítulo 6, se enuncian las diferentes formas en que este modelo puede ser extendido.

Al principio de cada uno de los capítulos se incluyen una introducción, que describe de manera breve el contenido de éstos. Para facilitar la comprensión de la información presentada, se incluye al final de cada capítulo un resumen, con lo más relevante del mismo.

Además, se incluyen las referencias que se ha consultado, esto con el objeto de que cualquier persona que quiera consultar de manera detallada alguno de los puntos tratados aquí, tenga las fuentes necesarias.

Finalmente, se incluyen dos anexos: manual de usuario y manual del programador. El manual de usuario contiene la información necesaria para poder usar el sistema, desde el punto de vista del usuario final, esto es, cómo se utiliza el software desarrollado, para efectos de simulación e interpretación de gráficas. En el manual del programador, se detalla la forma en que el sistema fue desarrollado, esto es, se describen las herramientas utilizadas, la plataforma necesaria para el

desarrollo, y las clases utilizadas, junto con la documentación correspondiente de lo que hace cada una de ellas.

1.5 Resumen

Es este capítulo se definió el trabajo a resolver en esta tesis: definición del problema, justificación, el objetivo general y los objetivos particulares, así como la organización de esta tesis.

El siguiente, capítulo 2, se da un panorama (estado del arte) sobre los diferentes modelos que se han creado para estudiar el tránsito vehicular.

Capítulo 2

ESTADO DEL ARTE

2.0 Introducción

Se han propuesto varios modelos para entender, explicar y reproducir la gran variedad de fenómenos que el flujo de tráfico exhibe. Por ejemplo: La dinámica de transición del estado de flujo libre al embotellamiento, la meta-estabilidad, considerar el comportamiento de conductores individuales bajo la influencia de vehículos en su proximidad, etc.

En este capítulo se presenta una clasificación general de los modelos de tránsito vehicular que se tienen hasta la fecha; además, se incluye una descripción de algunos de ellos.

2.1 Estado del Arte

Los modelos de simulación diseñados para caracterizar el comportamiento complejo del tránsito se han convertido en una herramienta esencial para su análisis y experimentación; dependiendo del tipo de modelo, el área de aplicación varia, por ejemplo:

1. Evaluación de tratamientos alternativos en la administración de la dinámica de tráfico.
2. Diseño y prueba de las nuevas instalaciones del transporte (diseños geométricos).
3. Entrenamiento de los encargados del tráfico, etc.

Los modelos matemáticos que describen la dinámica de flujo vehicular incluyen las siguientes aproximaciones:

1. Acercamientos puramente deductivos, en los que se aplican leyes físicas.

2. Aproximaciones puramente inductivas, donde los datos disponibles de entrada-salida de ciertos sistemas se utilizan para abarcar estructuras matemáticas genéricas.
3. Aproximaciones intermedias; en donde los modelos utilizan estructuras matemáticas básicas, y después una estructura específica usando datos reales.

El modelado y la simulación por computadora tienen una gran importancia en la optimización de problemas, en particular en el problema del tránsito vehicular. En la actualidad han sido desarrolladas y reportadas diversas investigaciones teóricas y experimentales.

Los modelos de flujo de tráfico se pueden clasificar de varias maneras:

- a) Por su nivel de detalle.
- b) Por su nivel de operación.
- c) Por la representación de los procesos.

Cuando se habla de modelos por nivel de detalle, las aproximaciones son: modelos macroscópicos, modelos microscópicos y modelos mesoscópicos [1].

Como nuestro trabajo se basa en un modelo microscópico, solo se abordarán las aproximaciones por nivel de detalle, mientras que los demás solamente se mencionan.

2.1.1 Modelos Macroscópicos

Los modelos macroscópicos se basan en ecuaciones de la dinámica de fluidos, por lo que estos modelos no son muy convenientes para describir dinámicas discretas, tales como, la interacción individual entre vehículos. La principal característica de este enfoque es el flujo global, en donde los vehículos son vistos como partículas a través de un ducto.

El tiempo de simulación y los requerimientos de memoria dependen principalmente de la discretización del espacio r , $\Delta(r)$, y tiempo t , $\Delta(t)$, pero no del número N de vehículos.[2] Otras variables importantes en estos modelos son: la *densidad espacial promedio* $\rho(r, t)$ y la *velocidad promedio* $V(r, t)$. La

calidad y confiabilidad de los resultados de la simulación dependen principalmente de la exactitud de las ecuaciones macroscópicas aplicadas y de la elección de un método de integración numérica conveniente.

Dentro de los modelos macroscópicos encontramos inicialmente el modelo básico de Lighthill y Whitham publicado en 1955 [3], en el cual se introduce una descripción basada en una ecuación de continuidad, suponiendo que el flujo solamente depende de la densidad [4].

También se encuentran los modelos con ecuación de aceleración de Payne y Kühne. En 1979, Payne reemplazó la suposición de la adaptación instantánea de la teoría de Lighthill-Whitman por una ecuación de inercia, que es similar a la ecuación de Navier-Stokes [5]. La contribución de Payne en este trabajo consistió en introducir una ecuación adicional para la velocidad media V , incluyendo un tiempo de relajación dentro de cierto tiempo τ hacia su valor de equilibrio. Kühne, en 1984 agregó un término de viscosidad y comenzó a utilizar los métodos de la dinámica no lineal para el análisis de la ecuación [6].

Dentro de los modelos macroscópicos también encontramos los modelos como los de Euler, Navier Stokes y Helbing. Para predecir un embotellamiento de tráfico, un incremento en la varianza es un indicador importante, por lo que, un tratamiento detallado de esta variable es necesario. Helbing introdujo un modelo en esta dirección, cuyas simulaciones numéricas y análisis de estabilidad son encontrados en [7].

2.1.2 Modelos Microscópicos

En los modelos microscópicos el flujo es analizado tratando de manera individual a los vehículos. Cada vehículo se describe por medio de una ecuación de movimiento propia. Para este tipo de aproximación resulta importante el número N de vehículos simulados. En general se supone, una velocidad máxima para todos los vehículos, por lo que las características individuales de éstos producen grandes efectos en el comportamiento global. En estos modelos los parámetros probabilísticos tienen mayor peso que en los modelos macroscópicos.

Dado que cada vehículo es descrito por su propia ecuación de movimiento, se tiene que el tiempo de computación y requerimientos de memoria de la simulación de tráfico correspondiente es proporcional al número N de vehículos simulados.

Dentro de los modelos microscópicos encontramos los modelos de vehículo-siguiente (car-following). Desde 1950, varios autores han considerado la teoría del vehículo-siguiente para el estudio del tráfico vehicular. Un panorama se puede encontrar en [8]. El comportamiento de cada vehículo es modelado en relación con el vehículo de adelante. Esta teoría considera situaciones en un solo carril donde un conductor reacciona de acuerdo al movimiento del vehículo que va frente a él. Varios modelos del vehículo-siguiente son de la forma:

$$(2.1) \quad \alpha(t + T) \equiv \frac{v(t)^m}{[\Delta x(t)]^l} \cdot \Delta v(t),$$

Donde:

α, v son la aceleración y velocidad respectivamente.

$\Delta x, \Delta v$ son las diferencias de distancia y velocidad con respecto al vehículo de adelante.

m, l son constantes.

T es el tiempo de retraso entre el estímulo y la respuesta que resume todos los efectos de retraso como el tiempo de reacción humano o tiempo de las necesidades mecánicas de un vehículo para reaccionar.

Matemáticamente, parte de esta teoría es similar al tratamiento de los movimientos atómicos en cristales y da resultados acerca de la estabilidad de cadenas de vehículos (pelotones).

Dentro del marco de los modelos microscópicos también encontramos los modelos basados en la teoría de colas.

La teoría de colas es el estudio matemático del comportamiento de líneas de espera basada en consideraciones estadísticas y probabilísticas. El origen de la teoría de colas está en el esfuerzo de Agner Kraup Erlang (Dinamarca, 1878-1929) en 1909 para analizar la congestión del tráfico telefónico; el objetivo era cumplir la demanda incierta de servicios en el sistema telefónico de Copenhague. Estos modelos tratan problemas en donde el servicio requerido por un cliente no está disponible de inmediato. Las intersecciones de vialidades controladas por semáforos, el acceso a casetas de cobro de peaje o el ingreso a una gasolinera para la carga de

combustible son ejemplos de situaciones en las que se pueden crear colas en ciertos momentos; además, las colas pueden aparecer y desaparecer.

Otro desarrollo para el estudio del flujo de tráfico vehicular considerado dentro del universo de los modelos microscópicos son los modelos con Autómatas Celulares (AC).

Los AC, simplifican el comportamiento de los conductores a través de reglas de evolución. Los vehículos son descritos sobre una lattice discreta de puntos con velocidades discretas. En 1992 se introducen los modelos con AC para aplicaciones en el tráfico en el área de la física estadística. Biham usa un modelo con velocidad máxima igual a uno [9].

El modelo de Kai Nagel y Michael Schreckenberg es un modelo probabilístico (NaSch) de un solo carril con velocidad máxima de 5 [10]. En este modelo la lattice es regular y de dimensión 1. Cada celda o sitio de la lattice se encuentra vacía u ocupada por un vehículo en cada instante de tiempo t . El sistema se actualiza pasando del tiempo t al tiempo $t+1$ de acuerdo con cuatro reglas que rigen al modelo. Básicamente, las reglas se basan sobre la velocidad que lleva el i -ésimo vehículo y la distancia que hay entre este vehículo y el vehículo siguiente. El parámetro probabilístico se refiere a la probabilidad que tiene un vehículo de disminuir su velocidad por algún contratiempo que se le presenta al conductor; este parámetro es conocido como probabilidad de frenado. El modelo NaSch ha sido comparado favorablemente con datos de tráfico real [10].

Knospe y otros [14] generalizaron el modelo NaSch a dos carriles adyacentes e independientes, y a éste le agregaron reglas que permiten la simulación del cambio de carril. A partir de esto, se inicia el estudio de flujo de tráfico multi-carril con AC.

Los modelos multi-carril son estudiados en la actualidad con mayor profundidad debido a que éstos se acercan más a lo que ocurre con el flujo de tráfico en la realidad. Varios trabajos analizan el problema del tráfico multi-carril intentando incorporar en el modelo el comportamiento humano por medio de reglas heurísticas. Al momento de las validaciones [15], es frecuente encontrarse con que algunas reglas del modelo no dan un acercamiento de lo que ocurre en la realidad; el tratamiento heurístico hace difícil decidir qué reglas deben ser cambiadas o qué reglas deben ser agregadas para corregir el problema.

En 1995 M. Rickert, K. Nagel, M. Schreckenberg y A. Latour en [16] examinan un modelo de AC de dos carriles basado en el modelo NaSch. Su objetivo es señalar los parámetros que definen la forma del diagrama fundamental. Este modelo de dos carriles consiste de dos lattices unidimensionales y adyacentes, sobre los cuales se simula el modelo NaSch en cada uno de éstos de manera independiente, con condiciones de frontera periódica; Para simular el cambio de carril agregaron cuatro reglas las cuales consideran: (i) la velocidad del vehículo a analizar. (ii) la distancia al vehículo de enfrente en su propio carril, y (iii) la distancia al vehículo de enfrente y al de atrás en el carril adyacente.

Para cada vehículo se verifican las reglas de cambio consecutivamente, y si éstas se cumplen, el vehículo pasa al otro carril de forma transversal y enseguida se actualiza el sistema aplicando el modelo NaSch a cada carril.

En 2003, K. Daoudia y N. Moussa [54] estudiaron un modelo de AC de tres carriles basado sobre el modelo de NaSch (D-M) y analizaron el efecto de los vehículos lentos en el sistema. Su objetivo fue señalar los parámetros que definen la forma del diagrama fundamental y compararlo con el de dos carriles. Ellos concluyeron que es posible reducir la influencia de vehículos lentos eligiendo una versión adecuada de la simetría con respecto a los carriles. En el modelo D-M se consideran tres lattices adyacentes sobre los cuales se ha implementado el modelo NaSch de manera independiente. Los vehículos cambian de carril si se cumplen dos criterios: (i) el criterio incentivo, en el cual el vehículo analizado compara su velocidad con la distancia del vehículo que lleva enfrente; (ii) el criterio de seguridad, en el cual el vehículo analizado verifica si es posible hacer el cambio de carril sin que ocurra accidente alguno.

Dentro del estudio de los modelos multi-carril por medio de AC, existe el análisis del sistema homogéneo y del heterogéneo. En el homogéneo se considera que el sistema está compuesto únicamente por un tipo de vehículo, mientras que el heterogéneo se considera que el sistema está compuesto por varios tipos de vehículos. En este trabajo se considera un sistema heterogéneo, con dos tipos de vehículos.

2.1.3 Modelos Cinéticos

Los modelos cinéticos son un paso intermedio entre los modelos macroscópicos y los microscópicos. Históricamente, los modelos macroscópicos y microscópicos comenzaron a estudiarse independientemente. Los modelos cinéticos podrían ser derivables de los modelos microscópicos y los modelos macroscópicos podrían ser derivables de los modelos cinéticos.

Dentro de los modelos cinéticos podemos encontrar el modelo Prigogine y el modelo de Pavani-Fontana.

Los modelos cinéticos comienzan con el trabajo de Prigogine [17]. El parámetro básica es una función de distribución: $f(x, v, t)$ que describe el número de vehículos en cierto lugar y velocidad en el tiempo t [18]. En el modelo de Pavani-Fontana [19] se introdujo una función de distribución que generaliza la distribución de Prigogine. Esta función $g(x, v, t, w)$ describe el número de vehículos en cierto lugar con velocidad v en el tiempo t y con una velocidad deseada w .

2.2 Modelos Multi-Carril

El cambio de carril en autopistas ha llamado cada vez más la atención de los investigadores del flujo de tráfico [20, 21, 22, 23, 24, 25].

Para una descripción realista del tráfico en autopistas los modelos idealizados de un solo carril han sido generalizados para desarrollar modelos de tráfico multi-carril, cuya componente adicional son las reglas de cambio de carril.

En general, la actualización en los modelos de dos carriles se divide en dos sub-etapas: en una sub-etapa, los vehículos podrían cambiar de carril en paralelo siguiendo las reglas de cambio de carril y la otra sub-etapa cada vehículo podría moverse hacia adelante como en el modelo de un solo carril de NaSch. Los conductores deben encontrar un incentivo para cambiar de carril. Dos incentivos son: (a) la situación en el otro carril es más conveniente para conducir, y (b) la necesidad de desviarse más adelante. Dos prerrequisitos generales se deben cumplir para iniciar un cambio de carril: primero, debe haber un incentivo y segundo, se deben cumplir las reglas de seguridad [26]. Las reglas de cambio de carril de acuerdo a este esquema han sido introducidas por Rickert y otros [27]. Ellos

sugirieron que a los vehículos se les permitiera cambiar de carril siempre y cuando fueran satisfechos los siguientes cuatro criterios:

- (C1) $gap(i) < l$,
- (C2) $gap_0(i) > l_0$,
- (C3) $gap_{0,back}(i) > l_{0,back}$
- (C4) $rand() < p_c$

Donde:

$gap(i)$ y $gap_0(i)$ son los espacios (gap) que existen entre el vehículo i y el vehículo que está al frente sobre su propio carril y del carril adyacente, respectivamente.

$gap_{0,back}(i)$ es el gap que existe entre el vehículo i y el vehículo que viene atrás en el carril adyacente.

$l, l_{0,back}$ y p_c son los parámetros que el usuario determina, y

$rand()$ es un número aleatorio dentro del intervalo $[0, 1]$.

La regla C1, representa el criterio de incentivo, i.e. si el espacio $gap(i)$ con respecto al vehículo siguiente no es lo suficientemente grande los vehículos querrían cambiar de carril. Las opciones típicas del parámetro l están dadas por:

$$(2.2) \quad l = \min(v + 1, v_{max})$$

Para esta opción el espacio mínimo asegura que los vehículos que van en un pelotón lento, intenten cambiar de carril, si es posible.

La regla C2 revisa, si la situación del carril adyacente es más conveniente. Esto motiva la opción $l = l_0$.

La regla C3 evita distancias muy pequeñas a los vehículos que vienen detrás pero en el carril adyacente. Rickert y colaboradores sugirieron $l_{0,back} = v_{max}$.

La regla C4 considera el cambio de carril de manera estocástica; aún cuando se cumplan el criterio de incentivo y el criterio de seguridad, el cambio de carril se da con una probabilidad p_c . Esto reduce el efecto llamado ping-pong en los cambios de carril; i.e. reduce los cambios de carril frecuentes de los vehículos en pasos de tiempo consecutivos. En la literatura, Nagel y otros han presentado y comparado varias reglas de cambio de carril [28].

Las reglas de cambio de carril para tráfico de dos carriles pueden ser simétricas o asimétricas con respecto a los carriles [27]. Si se aplican reglas de cambio de carril simétricas, las reglas no dependen del carril al que se cambie. En contraste, también se pueden considerar reglas de cambio de carril asimétricas. Las reglas de cambio de carril pueden ser asimétricas en dos formas. Primero, es posible que se prefiera conducir sobre el carril derecho a densidades bajas. Este comportamiento se puede implementar dejando la primera regla para un cambio de

carril de izquierda a derecha. Segundo, es posible que se olvide incluso rebasar un vehículo sobre el carril derecho; por lo que, la dinámica de un solo carril sobre el carril derecho depende de la configuración sobre el carril izquierdo.

Estos casos muestran que los detalles de las reglas de cambio de carril podrían llevarnos a cambios considerables en los modelos resultantes [28, 29].

En el tráfico multi-carril es de particular interés investigar sistemas con diferentes tipos de vehículos. Para los modelos con AC esto se ha hecho por Chowdhury y otros [30] quienes simularon un sistema con condiciones de frontera periódica de dos carriles con vehículos rápidos y lentos, i.e. vehículos con diferente v_{max} . Los resultados de sus simulaciones han mostrado que a densidades pequeñas los vehículos rápidos toman en promedio la velocidad de los vehículos lentos, aún cuando solamente se considere una pequeña fracción de vehículos lentos. Resultados análogos han sido obtenidos por Helbing y Huberman [31] quienes usaron un modelo de AC diferente para la actualización en el carril. Nagel y colaboradores [28] han mostrado, con otro conjunto de reglas de cambio de carril y con diferentes tipos de vehículos, la fuerte influencia de los vehículos lentos en sistema multi-carril; lo cual coincide con los resultados empíricos, en donde se genera una alineación de las velocidades en diferentes carriles y con diferentes tipos de vehículos; sin embargo, los resultados de simulaciones hechas por Knospe y otros [32] indican que la influencia de vehículos lentos parece sobreestimada por las variantes multi-carril del modelo NaSch. En particular, para reglas de cambio de carril simétricas, hasta un solo vehículo lento puede dominar la dinámica cercana al valor óptimo del flujo. Para disminuir el efecto de los vehículos lentos sugieren considerar efectos de anticipación, i.e. el conductor estima la velocidad del vehículo que va al frente en el siguiente paso de tiempo [32].

2.3 Modelos con Rampas

Se han obtenido datos empíricos del tráfico en una autopista; estos muestran la existencia de estados dinámicos cuantitativos [33-36]. En particular, se observan tres fases distintas en las autopistas; (i) el flujo de tráfico libre, (ii) el embotellamiento de tráfico, y (iii) el flujo de tráfico sincronizado. Se ha encontrado experimentalmente que la complejidad en el flujo de tráfico está relacionada con diversas transiciones espacio-tiempo entre los tres diferentes tipos básicos de tráfico [33].

Investigación experimental muestra que en la mayoría de los casos, se observa que el tráfico sincronizado se localiza cerca de los cuellos de botella y por

tanto se cree que los cuellos de botella son importantes para la formación de tráfico sincronizado. Los cuellos de botella incluyen rampas de entrada, rampas de salida, cierre de carriles, gradientes cuesta-arriba, secciones de camino angosto, etc. Dentro de varios tipos de cuello de botella, el de rampa de entrada se está estudiando y analizando [37, 38-41]. Popkov y otros [42] compararon los datos experimentales de una rampa de entrada con simulaciones de un modelo con AC. Se ha conjeturado que la dinámica debida a la rampa puede ser descrita por un cuello de botella. Diedrich y otros [39] y Campari y Levi [40] simularon una rampa de entrada usando modelos con AC, en donde se reprodujeron fenómenos de tráfico tales como tráfico sincronizado, la inversión de carril, y la separación de fase.

2.4 Resumen

En este capítulo expusimos los diversos enfoques que se han creado para estudiar, entender y analizar la problemática del tránsito vehicular; ie., este capítulo muestra la clasificación de los modelos de flujo de tráfico vehicular y grosso modo, se explica en qué consisten.

En el siguiente capítulo, capítulo tres, presentaremos los conceptos básicos necesarios para el diseño del modelo que esta tesis propone.

Capítulo 3

CONCEPTOS BÁSICOS

3.0 Introducción

Corresponde a este capítulo la presentación de los conceptos básicos necesarios para el diseño del modelo propuesto en este trabajo de tesis.

Para empezar se plantea la problemática del tráfico vehicular, posteriormente se definen los conceptos correspondientes al modelado del tráfico vehicular utilizando autómatas celulares. De igual manera se describe el modelo de NaSch, que el modelo del cual se parte para la propuesta hecha en este trabajo. Se presentan también modelos extendidos a partir del modelo de base (NaSch) que incluyen multi-carril y rampas de entrada y salida, que se emplean para el modelo aquí propuesto.

3.1 Problemática del Tránsito Vehicular

El objetivo de la investigación básica en la ciencia del tráfico es descubrir las leyes fundamentales que gobiernan la problemática del tráfico vehicular, y el objetivo fundamental de la ingeniería de tráfico es planear, diseñar e implementar redes de transporte y sistemas de control de tráfico, que tiendan a lo óptimo.

La Física Estadística ha contribuido a la ciencia del tráfico desarrollando modelos de tráfico y sacando conclusiones acerca de los principios básicos que gobiernan el fenómeno estudiando estos modelos mediante el uso de herramientas de física estadística. Utilizando estos modelos, los físicos estadísticos también han ido calculando varias cantidades que podrían encontrarse en las aplicaciones prácticas de ingeniería de tráfico.

Actualmente, en varios países, existen grupos de investigación ocupados en desarrollar estrategias para simulación rápida en línea y control de tráfico para, de esta manera, optimizar el flujo de tráfico; contribuciones significativas en este dominio tradicional de la ingeniería de tráfico pueden reducir la carga económica de los gobiernos.

3.2 Tránsito Vehicular y Autómatas Celulares

Con el rápido desarrollo de las capacidades de las computadoras, los modelos de simulación basados en autómatas celulares (AC) para el flujo de tráfico han cobrado considerable importancia. La ventaja de los modelos con AC es que son mucho más simples y capaces de realizar varios millones de actualizaciones en 1 segundo, y pueden modelar complejidades de carácter no lineal en los problemas de tráfico. Por tanto, pueden ser usados para simular grandes volúmenes de tráfico en redes grandes.

En general, los Autómatas Celulares son una idealización de sistemas físicos, en los cuales tanto el espacio como el tiempo se suponen ser discretos y cada una de las unidades de interacción pueden tener solamente un número finito de estados discretos.

El concepto de AC fue introducido en los 1950's por Von Neumann mientras formulaba una teoría abstracta para estudiar las condiciones lógicas para las máquinas computacionales auto-replicables [43]. Fue sin embargo, debido al juego de la vida de Conway y posteriormente Wolfram [44, 45], que la familia de los autómatas celulares se popularizó. Desde entonces el concepto de CA se ha aplicado para modelar una variedad amplia de sistemas [46, 47]. Para nuestro conocimiento [48], el primer modelo de AC para tráfico vehicular fue introducido por Cremer y Ludwig [49]. Sin embargo, fue gracias a la contribución de Nagel y Schreckenberg que los modelos con AC se volvieron ampliamente conocidos en la modelación del tráfico vehicular.

En los modelos AC de tráfico, la posición, velocidad, aceleración así como el tiempo son tratados como variables discretas. En esta aproximación, un carril es representado por una lattice 1-dimensional. Cada uno de los sitios de la lattice representa una celda, la cual puede estar vacía o ocupada por a lo más un vehículo en un instante de tiempo dado. A cada paso de tiempo discreto $t \rightarrow t + 1$, el estado del sistema es actualizado siguiendo una prescripción bien definida. La eficiencia computacional de los modelos discretos con AC es la principal ventaja de esta aproximación sobre otras aproximaciones como la de carro siguiente (car-following).

3.3 Definición de Autómata Celular

Sea A_a una familia contable de intervalos cerrados y contiguos en $\mathbb{R}$, tal que cumplen las siguientes condiciones:

1. Si $[a_i, b_i] \in A_a$, entonces $b_i - a_i > 0$
2. Si $[a_i, b_i]$ y $[c_j, d_j]$ están en A_a , entonces $[a_i, b_i] \cap [c_j, d_j] = \emptyset$ ó $[a_i, b_i] \cap [c_j, d_j] = b_i = c_j$.

Definición 3.3.1 Sea $[a, b]$ un intervalo en $\mathbb{R}$ con $a \neq b$ y A_a una familia de intervalos cerrados que cumplen 1 y 2. Una lattice de dimensión 1 ó 1-dimensional es el conjunto $L = \{x_i \times [a, b] \mid x_i \in A_a\}$. Si $A_{a1}, A_{a2}, \dots, A_{a1n}$ son familias de intervalos

que cumplen 1 y 2. Entonces una lattice de dimensión $n > 1$ es el conjunto $L = \{x_{a1} \times x_{a2} \times \dots \times x_{an} | x_{ai} \in A_{ai}\}$.

Definición 3.3.2 Sea $r \in \mathbb{R}$. Una lattice 1-dimensional es regular si $[a_i, b_i] = r$ para cada $[a_i, b_i] \in A_a$. Una lattice n-dimensional es regular si $[a_{ai_k}, b_{ai_k}] = r$ para cada $[a_{ai_k}, b_{ai_k}] \in A_{ai}$ para $i = 1, 2, \dots, n$.

Definición 3.3.3 Sea L una lattice 1-dimensional. Una célula o celda es un elemento de la forma $[a_i, b_i] \times [a, b]$ con $[a_i, b_i] \in A_a$.

La definición de una lattice implica que ésta puede ser infinita en ambas direcciones, sin embargo, implementarlo de esta manera en una computadora es imposible. Debido a esto las lattices se consideran compuestas por un número finito de células adyacentes y se implementan siguiendo alguna de las siguientes condiciones de frontera:

1. **Frontera Periódica:** La lattice se considera periódica, es decir, los bordes se consideran conectados.
2. **Frontera Abierta:** El estado de las células del borde toma un valor fijo.

Sea i la i –ésima célula de L .

Definición 3.3.4. Sea L una lattice, y sea r una célula de L . Una vecindad para r es el conjunto $N(r) = \{r - j, r - (j + 1), \dots, r - 1, r, r + 1, \dots, r + k : j, k \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}\}$

Definición 3.3.5 Un Autómata Celular (AC) es una tupla (L, S, N, f)

1. L es una lattice regular.
2. S es un conjunto finito de estados.
3. N es un conjunto de vecindades definido de la siguiente manera:

$$N = \{N(r) \mid r \text{ es una célula y } N(r) \text{ es una vecindad de } r \text{ de tamaño } n \in N\}$$

4. $f: S^n \rightarrow S$ es una función llamada función de transición.

Definición 3.3.6 Una configuración del AC (L, S, N, f) es una función $C_t: L \rightarrow S$ que asocia a cada célula de la lattice L (al tiempo t) un estado de S .

Si (L, S, N, f) es un AC y $r \in L$, entonces la configuración C_t está relacionada con f mediante

$$(3.1) \quad C_{t+1}(r) = f(\{C_t(i) \mid i \in N(r)\})$$

Generalmente cuando se trabaja con AC 1-dimensional, dada una célula r y su vecindad como en la definición 3.1.4, suele identificarse a la vecindad de r con la cadena $\varpi := \varpi_{r-j}\varpi_{r-(j+1)} \dots \varpi_{r-1}\varpi_r\varpi_{r+1}\varpi_{r+k}$ donde ϖ_i es el estado en que se encuentra la célula i en el instante de tiempo t , es decir:

$$(3.2) \quad N(r) = \varpi$$

3.4 Conceptos de Flujo de Tráfico Vehicular

Definición 3.4.1 Un modelo de flujo de tráfico es una colección de partículas moviéndose a través de una línea recta de acuerdo a sus velocidades, y una ley que describe cómo cambian sus velocidades (aceleración o desaceleración de partículas).

Consideremos el tiempo discreto y un sistema de partículas moviéndose sobre una lattice de enteros $\mathbb{Z}$ con aceleración constante $a \in \mathbb{R}^+$ con la ley de colisión respecto a las partículas más lentas, es decir, después de la colisión las partículas más rápidas se detienen, mientras que las lentas no cambian su velocidad. Además, consideremos que la velocidad no excede un cierto límite $0 < v < \infty$. El estado del sistema es completamente descrito por la información acerca de la localización de las partículas y sus velocidades.

Definición 3.4.2 Una configuración es una sucesión de números reales no negativos $x = \{v_i\}_{i \in \mathbb{Z}}$, donde $v_i \geq 0$ corresponde a la velocidad de la partícula en el sitio i —ésimo de la lattice.

Puesto que estamos considerando una lattice de enteros, puede suceder el caso de que algunas células de la lattice no tengan correspondencia con alguna partícula, de esta manera, por convención pondremos $v_i = -1$ y nos referiremos a estas células como vacías. Considérese que las células vacías se mueven en dirección contraria al de las partículas.

Definición 3.4.3 Una configuración $x = \{v_i\}_{i \in \mathbb{Z}}$ es admisible si para cada $v_i, v_j \geq 0$ en x con $i < j$, se tiene que $v_i + i < j$ y $v_i \leq v_{max} > 0$ la velocidad máxima permitida. La familia de configuraciones admisibles la denotaremos por $X_{v_{max}}$ donde v_{max} denota la velocidad máxima permitida.

Definición 3.4.4 Sea $x \in X_{v_{max}}$ una configuración admisible. Si i denota la posición de la i —ésima célula, entonces $i_- \leq i$ denotará el sitio en x que contiene

a la partícula más cercana al sitio i por el lado izquierdo; e $i_+ > i_-$ el sitio que contiene a la partícula más cercana al sitio i por el lado derecho.

En la definición anterior es importante notar la simetría de dicha definición: i_- puede ser igual que i , mientras que i_+ es estrictamente mayor a i .

3.5 Modelo NaSch

El modelo de flujo de tráfico vehicular NaSch propuesto por K. Nagel y M. Schreckenberg es un modelo probabilístico de un solo carril con Autómatas Celulares 1-dimensional para reproducir características básicas de la dinámica de flujo de tráfico. El modelo está definido sobre un arreglo de una dimensión con L celdas o sitios con condiciones de frontera periódicas. Cada celda representa una división de la carretera de 7.5 m. Cada vehículo tiene una velocidad asociada entera con valores 0 y $v_{max} = 5$. Existe una variable que condiciona el avance de todos los vehículos del arreglo conocida como gap, que representa el número total de sitios vacíos en frente de un vehículo. Esto es, si x_i representa la posición del i –ésimo vehículo, entonces $gap(i) := x_{i+1} - x_i - 1$.

El Autómata Celular que define el modelo NaSch está dado por la tupla (L, S, N, f) donde:

$$\text{a) } L = \{x_i \times [a, b] \mid x_i \in \mathbb{Z}''\} \quad \text{con} \\ a < b \in \mathbb{R} \text{ y } \mathbb{Z}'' = \{[j, j+1], [j+1, j+2], \dots, [j+k-1, j+k] \mid j < k \in \mathbb{Z}\}.$$

$$\text{b) } S = \{-1, 0, 1, \dots, v_{max}\}$$

$$N =$$

$$\{N(i) =$$

$$\text{c) } \varpi_i \varpi_{i+1} \dots \varpi_{gap(i)+1} \mid i \text{ es una célula de } L \text{ ocupada por un vehículo}\}.$$

d) La función de transición está dada por los siguientes cuatro pasos consecutivos que son aplicados a cada uno de los vehículos de la configuración $x = \{v_i\}_{v_i \in S}$ en el tiempo t .

1. Aceleración:

$$v_i \leftarrow \min(v_i + 1, v_{max})$$

2. Frenado:

$$v_i \leftarrow \min(v_i, gap(i))$$

3. Aleatoriedad:

$$v_i \leftarrow \max(v_i - 1, 0) \text{ con probabilidad } p$$

4. Actualización:

$$x_i \leftarrow x_i + v_i$$

El paso 1 refleja el impulso de los conductores a acelerar hasta alcanzar la velocidad máxima v_{max} . El paso 2 evita accidentes; el conductor debe frenar si la velocidad excede la distancia que le lleva al vehículo de enfrente. El paso 3 considera los parámetros del comportamiento de los conductores a acelerar o desacelerar, a partir del cual se crean los embotellamientos. Con el paso 4 se actualiza la posición del vehículo en el tiempo $t + 1$.

Para el modelo NaSch, si $x = \{v_i\}_i$ es una configuración admisible, entonces $v_i \neq -1$, significa que el vehículo avanzó v_i celdas en el paso anterior para llegar a éste. La longitud de cada celda es de 7.5m, la cual es interpretada como la longitud del vehículo más una separación entre éste y el siguiente vehículo en caso de que se encuentren en celdas adyacentes. La velocidad máxima considerada es $v_{max} = 5$ equivalente a 135Km/h, sin embargo este parámetro puede ser cambiado dependiendo del tipo de vehículo a considerar, camión, automóvil, etc. El modelo de NaSch es mínimo en el sentido de que los 4 pasos son necesarios para reproducir características del tráfico vehicular y si se requiere reproducir situaciones más complejas es necesario agregar más reglas.

3.5.1 Ejemplo del Modelo NaSch

Considerando al AC de la figura 1 y suponiendo una $v_{max} = 4$ y una probabilidad $p = 0.2$, el auto con velocidad $v_4 = 3$, que ocupa la posición x_4 en el tiempo t_0 pasará por los criterios siguientes:

a) Aceleración:

$$[\text{Si } v_4 < v_{max}, \Rightarrow v_4 = \min(v_4 + 1, v_{max})] \Rightarrow$$

$$[\text{Si } v_4 = 3 \text{ y } v_{\max} = 4 \Rightarrow 3 < 4 \Rightarrow v_4 = \min(4, 4) \Rightarrow v_4 = 4]$$

a) Desaceleración (por auto siguiente):

$$[\text{Si } d_4 \leq v_4 \Rightarrow v_4 = \min(v_4, d_4 - 1)] \Rightarrow$$

$$[\text{Si } d_4 = 3 \text{ y } v_4 = 4 \Rightarrow 3 \leq 4, \Rightarrow v_4 = \min(4, 2) \Rightarrow v_4 = 2]$$

Donde d_4 es la distancia al siguiente vehículo

b) Aleatoriedad:

(suponemos que el auto no desacelera estocásticamente).

c) Movimiento:

$$x_4 \rightarrow x_4 + v_4 \Rightarrow x_4 = x_4 + 2$$

El caso anterior es para un único vehículo. Los cuatro pasos deben ser ejecutados en secuencia para cada auto en el sistema y en paralelo para todos ellos, de tal forma que, cuando ocurre el movimiento de los vehículos (paso 4) la actualización de la posición en $t \rightarrow t + 1$ sea simultánea para todos. La tabla de la figura 1 muestra la actualización de velocidades para 3 períodos de tiempo.

Célula	X=1	X=2	X=3	X=4	X=5	X=6	X=7	X=8	X=9	X=10	X=11	X=12
Tiempo												
0	$v_0=2$		$v_1=0$	$v_2=3$			$v_3=4$		$v_4=1$			$v_5=2$
1		$v_0=1$	$v_1=0$			$v_2=2$		$v_3=1$			$v_4=2$	
2		$v_0=0$		$v_1=1$			$v_2=1$			$v_3=2$		

Figura 1. Ejemplo del AC de NS. L= 12, número de vehículos N= 6.

3.5.2 Representación de una Red Urbana

La red de circulación es una composición de nodos y bordes [50], donde un borde es un carril con un sentido de circulación y un nodo es el lugar donde se pueden unir dos o más bordes, a continuación se muestran algunos ejemplos:

a) Bordes de Carril simple: El AC básico de NS describe el comportamiento de este tipo de bordes. Además pueden existir conexiones al final del borde para otras direcciones, los vehículos que tienen que utilizar alguna

conexión llegarán al principio de la misma y si no pueden entrar por alguna razón, tendrán que esperar hasta que el cambio sea posible.

b) Bordes multi-carril: Además del modelo NaSch básico se debe considerar otro conjunto de reglas relacionadas con el cambio de carril. Se ha demostrado que a pesar de su simplicidad el modelo con AC es capaz de reproducir características de flujo de tráfico microscópico para el estudio de estos bordes. En la figura 2 se muestra la representación de este tipo de borde.

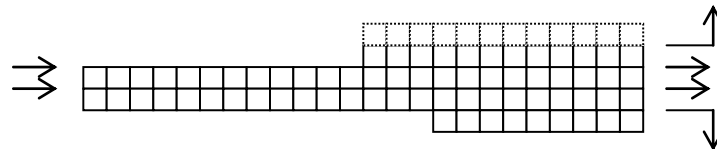


Figura 2. Estructura de un borde de dos carriles con sección de vuelta.

c) Bordes de transferencia (Intersecciones): Las vías rápidas juegan un papel importante para la descripción real del tráfico urbano. Los bordes de transferencia son útiles en este caso y pueden ser de un carril o de varios carriles que se unen a un borde destino (figura 3). Los vehículos llegan hasta el área de unión al final del borde de transferencia, donde cambian bajo la condición de tener suficiente distancia con el sucesor en el borde destino. Si el vehículo que está haciendo el cambio llega al final del borde de transferencia tendrá que esperar hasta poder cambiarse al borde destino.

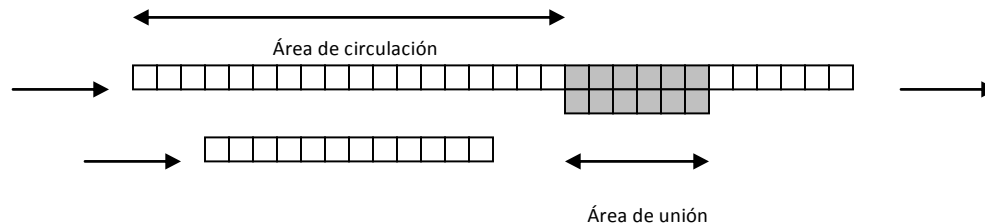


Figura 3. Estructura de una intersección para la simulación de vías rápidas.

d) Cruceos: La figura 4 muestra un cruceo. El número al final del borde, representa grupos de señales que corresponden a las señales de los semáforos. Opcionalmente las primeras células en un borde, pueden ser definidas como la sección de cruce (sombreadas en la figura 4). En este caso, para cada posible dirección, se define si los vehículos quedan en la primera célula del borde. Esto nos permite considerar casos de congestionamiento en cruceos.

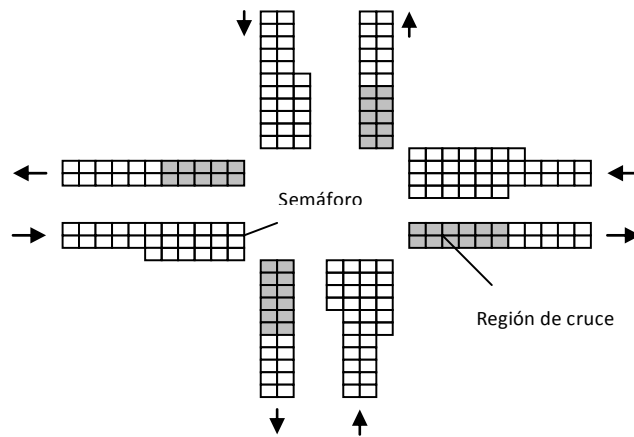


Figura 4. Representación de cruceos.

e) Embotellamientos: Quedan descritos por el modelo de NaSch con fronteras abiertas, a través de las siguientes consideraciones:

- ✓ Cuando el lugar situado a la izquierda (sitio 1 en el camino) se encuentra vacío, este es ocupado con un auto de velocidad 0. Esto representa un embotellamiento donde una vía saturada de dos carriles alimenta a una calle de un solo carril.
- ✓ En el lado derecho (final del embotellamiento), simplemente se borran los autos de las últimas 6 posiciones, produciendo un efecto de fronteras abiertas (simulando el inicio de un camino que se expande de un carril a 4 carriles), la figura 5 muestra un embotellamiento.

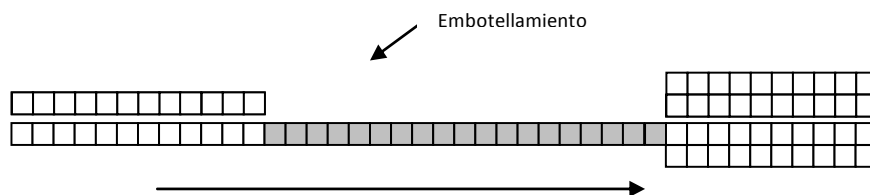


Figura 5. Formación de embotellamientos.

3.6 Modelos Multi-Carril

Dado que en este trabajo, se emplea un modelo de tráfico multi-carril, se explican primero el modelo de dos carriles y posteriormente el de tres carriles.

3.6.1 Modelado en Dos Carriles

El modelo NaSch no es capaz de modelar totalmente la complejidad del flujo de tráfico debido a que el flujo vehicular está compuesto por varios tipos de vehículos con diferentes velocidades deseadas, además de que se desplazan en más de un carril. Si en el modelo NaSch se consideran varios tipos de vehículos el resultado es que se crean pelotones, esto es, los vehículos lentos son seguidos por los vehículos rápidos reduciéndose la velocidad promedio del sistema a la velocidad en flujo libre de los vehículos lentos.

M. Rickert, K. Nagel, M. Schreckenberg y A. Latour en [16] publicaron un modelo de flujo de tráfico vehicular en dos carriles a partir del modelo NaSch. Consideraron una AC 1-dimensional compuesto por dos arreglos 1-dimensional adyacentes de tamaño L y sobre cada uno simulaban el modelo NaSch. Para simular el cambio de carril entre uno y otro arreglo agregaron 4 reglas al modelo.

La actualización del sistema es llevado a cabo en dos sub-pasos:

1. Analizar el cambio de carril de acuerdo al nuevo conjunto de reglas. Si un vehículo cumple con las condiciones de cambio de carril éste es movido al siguiente carril transversalmente sin avanzar, esto es, si el vehículo se encuentra en la posición i -ésima del arreglo 1, éste es movido a la posición i -ésima del arreglo 2 o viceversa. Este sub-paso en la realidad no es posible, sin embargo, con el siguiente sub-paso se obtiene la simulación de cambio de carril deseado.
2. Se actualiza el sistema acorde a las reglas del modelo NaSch de manera independiente en cada arreglo. Este sub-paso hace uso de la configuración del sub-paso 1.

Los parámetros importantes del modelo en dos carriles son los siguientes:

- Simetría. Primeramente se considera un sistema heterogéneo. De esta manera, el sistema es simétrico cuando las reglas de cambio de carril rigen para cada uno de los vehículos en todos los carriles, a diferencia del asimétrico donde se considera que las reglas rigen para algunos tipos de vehículos en todos los carriles mientras que para otros se limitan a algunos de los carriles.

- Probabilidad de cambio. En el modelo de un carril se prueba que el modelo determinista no concuerda con la realidad ya que el modelo no muestra la formación espontánea de embotellamientos. En el caso del modelo de dos carriles la falta de elementos probabilísticos en combinación con la actualización en paralelo de las reglas muestra la aparición de pelotones lentos en uno u otro carril. Debido a que los vehículos no han alcanzado su máxima velocidad en un pelotón y todos evalúan las condiciones del otro carril para realizar el posible cambio de carril, lo cual es hecho una y otra vez, esto provoca que el pelotón se disuelva o bien es pasado por otros vehículos.
- Dirección de Casualidad. En el modelo de un carril, un vehículo únicamente considera la distancia del vehículo de enfrente para realizar su respectivo movimiento. Para un cambio de carril en el modelo de dos carriles las reglas deben considerar además de la distancia del vehículo de enfrente, la distancia del vehículo de adelante y de atrás del carril a donde desea hacer el cambio.

Una manera informal de considerar el modelado para el cambio de carril es el siguiente:

1. El conductor del vehículo verifica si algún vehículo se encuentra enfrente a una distancia para la cual sea necesario disminuir su velocidad.
2. El conductor mira hacia adelante del otro carril y compara la distancia de donde se encuentra el vehículo siguiente con la distancia del vehículo de enfrente (compara si es mejor cambiar de carril).
3. El conductor mira hacia atrás del otro carril y verifica si es posible hacer el cambio de carril.

A partir de las ideas expuestas en (1), (2), (3), consideremos el modelado analítico de cambio de carril.

Sea $j \in A := \{1, 2, \dots, n\}$. Sean $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ con $x_j = \{v_i\}_{i,j}$ configuración admisible para cada $j \in A$. Si k es la posición del k -ésimo sitio, entonces $k_{-j} \leq k$ denotará el sitio sobre el carril j que contiene el vehículo más cercano al sitio k por atrás; y $k_{+j} > k_{-j}$ el sitio sobre el carril j que contiene el vehículo más cercano al sitio k por delante. Si $x_{i,j}$ es la posición del i -ésimo vehículo en el carril j , entonces se definen las siguientes variables:

- (1) $gap(i)_j := x_{i+1_j} - x_{i_j} - 1$ es el número total de sitios vacíos enfrente de un vehículo en el mismo carril.
- (2) $gap_o(i)_{jk} := (x_{i_j})_{+k} - x_{i_j} - 1$ el número de sitios vacíos por delante del carril k , a donde desea hacer el cambio.
- (3) $gap_{o,back}(i)_{jk} := x_{i_j} - (x_{i_j})_{-k}$ el número de sitios a donde se encuentra el vehículo más cercano por la parte de atrás del carril k .

Considerando las definiciones de las variables anteriores con $A = \{1,2\}$, se define el AC de dos carriles como la tupla (L, S, N, f) , donde:

- a) $L = \{x_i \times y_i \mid x_i \in Z'', y_i \in X\}$ con
 $Z'' = \{[j, j+1], [j+1, j+2], \dots, [j+k-1, j+k] \mid j < k \in Z\}$ y
 $X = \{[a, b], [b, 2b-a]\}$

- b) $S = \{-1, 0, 1, \dots, v_{max}\}$

- c)
$$N = \left\{ \begin{array}{l} N(i) = w_{i+1_j} \dots w_{gap(i)_j+1} \cup w_{gap_{o,back}(i)_{jk}-1} \dots w_{gap_o(i)_{jk}+1} \mid i \text{ es una célula de } L \\ \text{vehículo que se encuentra sobre el carril } j \text{ y desea hacer cambio a } \end{array} \right.$$

- d) La función de transición está dada por los siguientes pasos que se aplican consecutivamente a cada vehículo de la configuración $x = \{v_i\}_{v_i \in S}$ en el tiempo t .

1. $gap(i)_j < l$
2. $gap_o(i)_{jk} > l_o$
3. $gap_{o,back}(i)_{jk} > l_{o,back}$
4. $rand() < p_{change}$
5. El vehículo es colocado en la posición x_{i_j} sobre el carril k .
6. El sistema se actualiza aplicando las reglas del modelo NaSch de manera independiente a cada carril.

l, l_o y $l_{o,back}$ son parámetros para decidir qué tan lejos se debe encontrar el siguiente vehículo enfrente sobre el mismo carril, sobre el otro carril y por la parte de atrás del otro carril respectivamente para poder hacer el cambio de carril, mientras que p_{change} es la probabilidad de que un vehículo cambie de carril.

3.6.2 Modelado en Tres Carriles

El modelo considera un AC compuesto por tres arreglos 1-dimensional adyacentes de tamaño L sobre los cuales se ha implementado el modelo NaSch en cada arreglo y a los que se les agregaron reglas para considerar el cambio de carril.

Sea $A = \{1, 2, 3\}$. Sea $gap_o(i)_j$ (resp. $gap_{o,back}(i)_j$) el número de sitios vacíos entre el vehículo sobre el carril i y el vehículo vecino de enfrente (resp. de atrás) sobre el carril j tal y como se definieron en la sección anterior. Nótese que un vehículo sobre el carril (1) o el carril (3) puede cambiar únicamente al carril del centro (carril (2)), mientras que un vehículo situado en el carril del centro puede cambiar al carril (1) o al carril (3). Es este último caso varias situaciones se pueden dar: si las condiciones del cambio de carril se cumplen sólo para uno de los dos carriles adyacentes (carriles (1) y (3)) el conductor cambiará a este carril. Por otro lado, si las condiciones de cambio de carril son llevadas a cabo por los dos carriles adyacentes, el conductor elegirá entre estos carriles de acuerdo a su criterio de optimización de la velocidad, por ejemplo, al carril donde los parámetros gap_o y $gap_{o,back}$ son más significativos o el carril donde el predecesor es más rápido. Las correspondientes reglas de cambio de carril son definidas por los siguientes dos criterios: (a) un conductor necesita un incentivo para realizar el cambio de carril; y (b) un cambio de carril es llevado a cabo con un criterio de seguridad.

Considerando las definiciones de las variables anteriores, se obtiene el AC que define el modelo de tres carriles como la tupla (L, S, N, f) , donde:

$$\begin{aligned} \text{a) } L &= \{x_i \times y_i \mid x_i \in Z''\} && \text{con} \\ Z'' &= \{[j, j+1], [j+1, j+2], \dots, [j+k-1, j+k] \mid j < k \in Z\} && \text{y} \\ X &= \{[a, b], [b, 2b-a], [2b-a, 3b-2a]\}, \text{ donde } a, b \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

$$\text{b) } S = \{-1, 0, 1, \dots, v_{\max}\}$$

$$\text{c) } N = \left\{ \begin{array}{l} N(i) = w_{i_j} w_{i+1_j} \dots w_{gap_o(i)_j+1} \cup w_{gap_{o,back}(i)_{jk}-1} \dots w_{gap_o(i)_{jk}+1} \mid i \\ \text{es una célula de } L \text{ ocupada por un} \\ \text{vehículo que se encuentra sobre el carril} \\ j. \text{ Si } j = 1, k = 2; \text{ si } j = 2, k = 1; \text{ si } j = 3, k = 2 \end{array} \right\}$$

d) La función de transición está dada por los siguientes pasos que se aplican consecutivamente a cada vehículo de la configuración $\mathbf{x} = \{v_i\}_{v_i \in S}$ en el tiempo t .

d.1 Criterio de incentivo: $v_{hope_j}(i) > gap(i)_j$, con $v_{hope_j}(i) = \min(v + 1, v_{max})$. El criterio es válido para cualquier carril j que contiene al vehículo considerado.

d.2 Para el criterio de seguridad se presentan dos casos:

d.2.1 Si el vehículo i -ésimo se encuentra en el carril $j=1$ ó $j=3$, y se cumplen:

i) $gap_o(i)_{j2} > gap(i)_j$

ii) $gap_{o,back}(i)_{j2} > v_{max}$

iii) $rand() < p_{change}$, con p_{change} = parámetro de probabilidad de cambio de carril,

entonces el vehículo cambia del carril j al carril (2) , colocándolo en la posición x_{ij} sobre el carril (2) .

d.2.2 Si el vehículo i -ésimo se encuentra en el carril (2) y se cumplen:

i) $gap_o(i)_{2j} > gap(i)_2$

ii) $gap_{o,back}(i)_{2j} > v_{max}$

iii) $rand() < p_{change}$,

entonces el vehículo cambia del carril (2) al carril j , colocándolo en la posición x_{i2} sobre el carril j .

d.3 El sistema se actualiza aplicando las reglas del modelo NaSch de manera independiente para cada carril.

Dos situaciones son examinadas con este conjunto de reglas de cambio de carril cuando se consideran varios tipos de vehículos: el caso simétrico donde el criterio de cambio de carril se aplica a todo tipo de vehículos en todos los carriles; y el caso asimétrico donde las reglas de cambio de carril son aplicadas a algunos tipos de vehículos en todos los carriles mientras que a otros tipos de vehículos se limita a algunos carriles. Por ejemplo, los autos y camiones. Los autos pueden circular en todos los carriles, mientras que los camiones se limitan a los carriles (2) y (3) , es decir, los camiones son limitados únicamente a circular en el carril lateral izquierdo y en el central.

3.7 Densidad y Flujo

Puesto que el modelo de NaSch está definido sobre un arreglo 1-dimensional de L sitios con condiciones de frontera periódica, entonces el número total N de vehículos en el sistema no puede cambiar durante la dinámica, luego es posible definir la densidad del sistema mediante $\rho = N/L$. Sin embargo, esta medición no es posible en un flujo de tráfico real, debido al aumento o disminución de vehículos en

cada sección de la carretera, es por ello que para consideraciones reales, se define la densidad sobre un sitio i promediado sobre un periodo de tiempo T , esto es:

$$(3.3) \quad \bar{\rho} = \frac{1}{T} \sum_{t=t_0+1}^{t_0+T} n_i(t),$$

Con

$$(3.4) \quad n_i(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } v_i(t) = -1 \\ 1 & \text{si } v_i(t) \neq -1 \end{cases}$$

Donde $\mathbf{x} = \{v_i(t)\}_i$ es una configuración admisible en el tiempo t .

Se define el flujo $\bar{\Phi}$ como el número de vehículos que atraviesan una posición de la lattice por unidad de tiempo T , esto es:

$$(3.5) \quad \bar{\Phi} = \frac{1}{T} \sum_{t=t_0+1}^{t_0+T} n_{i,i+1}(t)$$

Donde $n_{i,i+1}(t) = 1$ si el movimiento de un vehículo es detectado entre los sitios i e $i + 1$ en la iteración $t \rightarrow t + 1$.

Se pueden realizar simulaciones variando el parámetro de densidad ρ y registrando los valores respectivos de $\bar{\rho}$ y $\bar{\Phi}$. A la gráfica obtenida de $\bar{\Phi}$ vs $\bar{\rho}$ se le denomina diagrama fundamental.

3.8 Diagrama Fundamental

Es una curva en el plano Flujo-Densidad resultado de las simulaciones del tráfico vehicular en el modelo de NaSch [10]. La forma del diagrama muestra que a mayor cantidad de vehículos en el camino, menor velocidad promedio de movimiento de los mismos. El producto de la densidad de vehículos y la velocidad promedio es la cantidad de flujo promedio. El diagrama fundamental comienza en el origen (cuando la densidad es cero y por lo tanto, también el flujo), y tiene al menos un máximo como se observa en la figura 6.

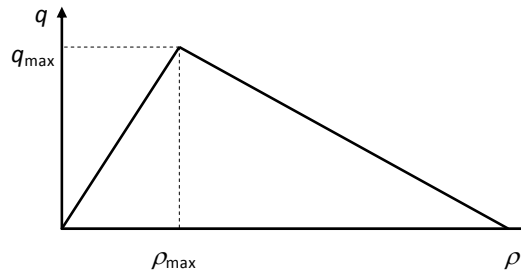


Figura 6. Diagrama fundamental típico para el modelo de NaSch.
El punto de inflexión ocurre en $(\rho_{\max}, q_{\max})$

El diagrama fundamental consiste de dos curvas que son representadas por intervalos. La región del diagrama fundamental correspondiente a $0 \leq \rho < \rho_{\max}$ es conocida como la región estable o de flujo laminar [1] debido a que la densidad de autos es lo suficientemente baja que prácticamente no existe interacción entre ellos y por tanto se da un “flujo libre”. La región correspondiente a $\rho_{\max} \leq \rho \leq 1.0$ (ó 100%) es llamada región inestable o de congestión. En ésta, la cantidad de autos en el camino provoca un flujo generalmente más lento.

El punto con densidad $\rho_{\max}$ indica cuando un camino se encuentra cerca de un congestionamiento.

3.9 Ondas de Avance-Paro dentro del Tráfico Vehicular

Kai Nagel y Michael Schreckenberg realizaron simulaciones de tráfico con Fortran, utilizando un arreglo para la posición de los autos y para la velocidad de los mismos con $v_{\max} = 5$. Cada línea muestra el carril de flujo después de una actualización completa y justo antes del movimiento de los autos. Los sitios vacíos son representados mediante un punto mientras que los ocupados son mostrados con un número entero correspondiente a la velocidad del auto. La figura 7 muestra el resultado de estas simulaciones.

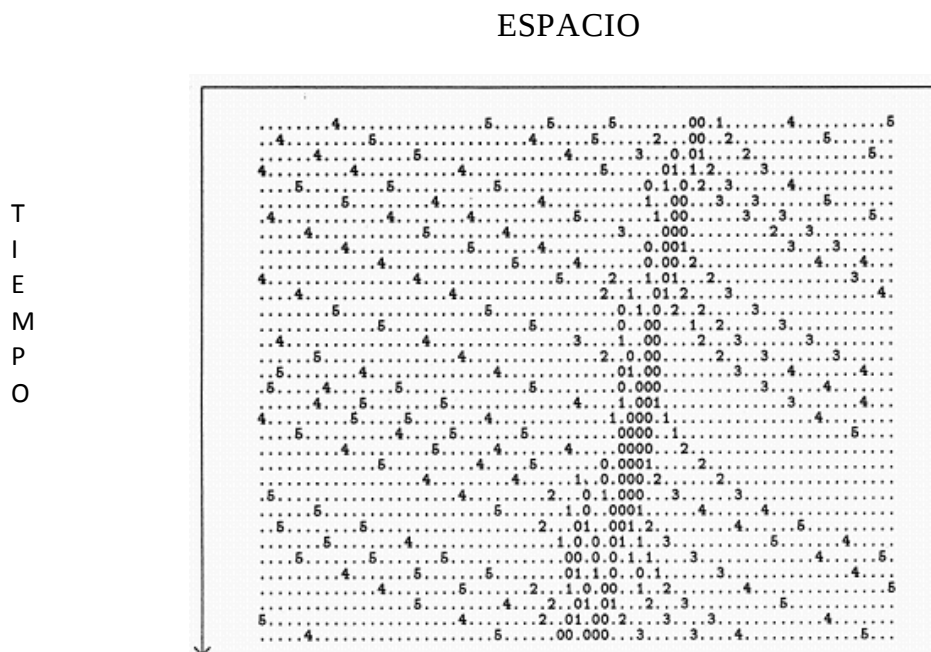


Figura 7. Simulación de NS con $\rho = 0.1$ y $v_{\max} = 5$.

El flujo laminar de autos se encuentra en densidades bajas y se presentan pequeños embotellamientos a mayores densidades. Si se observa un auto de manera individual vemos que viene con una velocidad que varía entre 4 y 5, posteriormente tiene que disminuir su velocidad debido al congestionamiento, permanece en el embotellamiento con una baja velocidad, y un avance pequeño; al salir del embotellamiento aumenta su velocidad.

En estas simulaciones, como es de esperar, se encontró que al aumentar la densidad de los autos se presenta una transición del flujo de tráfico laminar a un flujo de ondas paro-avance.

3.10 Congestionamiento

Se define como el estado del tráfico que ocurre debido a un cuello de botella en el cual el flujo de entrada es mayor al flujo de salida. Los cuellos de botella no son los únicos causantes de los congestionamientos pero sí los más comunes.

De acuerdo con el diagrama fundamental, el congestionamiento del tráfico se define como un estado del tráfico en el que la velocidad promedio de los vehículos es menor que la velocidad mínima posible que se presenta en el punto límite del flujo libre ($q_{\max}^{\text{free}}, \rho_{\max}^{\text{free}}$). Esta definición nos permite definir un congestionamiento sin importar la causa que lo produce.

3.11 Fases del Tráfico

Hasta este momento se ha visto que existen dos fases en el tráfico: el flujo de tráfico libre y el flujo de tráfico congestionado, como lo muestra la figura 8.

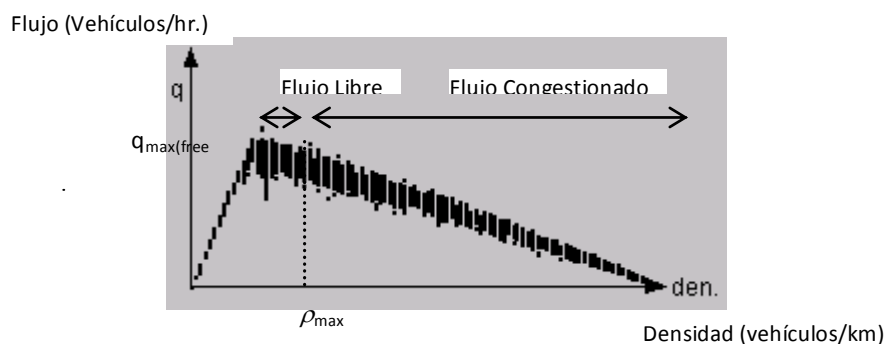


Figura 8. Flujo de tráfico libre y congestionado en el plano flujo-densidad.

Los congestionamientos en realidad tienen dos fases, por lo que cualitativamente hay tres diferentes fases de tráfico[51]:

1. Flujo de tráfico libre (Free Flow).- Hace referencia al flujo de vehículos que se mueven en una vía de tal manera que prácticamente no existe interacción (o estorbo) de los autos entre sí, permitiendo que los conductores circulen libremente y a la velocidad máxima permitida. Únicamente se presentan ondas de movimiento con velocidades positivas. El punto límite del tráfico libre es $(q_{\max}^{\text{free}}, \rho_{\max}^{\text{free}})$ dentro del plano flujo–densidad y es diferente para el carril izquierdo, central y derecho debido a los vehículos de gran longitud que circulan en su mayoría por el carril derecho (40%).

2. Flujo de tráfico congestionado.- Se distinguen 2 diferentes fases:

a. Amplios congestionamientos de tráfico movibles (Wide Moving Jams).- Son una estructura de tráfico localizada, limitada por dos extremos donde la velocidad de los vehículos cambia drásticamente. La velocidad y el flujo dentro de esta estructura es casi cero, así mismo la velocidad en los diferentes carriles es la misma. Se han encontrado las siguientes características: son únicos, coherentes, predecibles y tienen parámetros reproducibles que no dependen del tiempo y son iguales para cualquier congestionamiento de tráfico movable. El flujo en el punto límite de flujo libre $q_{\max}^{\text{free}}$ es considerablemente mayor que el flujo de salida de un congestionamiento $q_{\text{out}} : q_{\max}^{\text{free}} / q_{\text{out}} \approx 1.5$. Esto quiere decir que el flujo en el rango $[q_{\text{out}}, q_{\max}^{\text{free}}]$ es un estado metaestable con respecto al surgimiento del congestionamiento. Los puntos del tráfico sincronizado y los amplios congestionamientos de tráfico movable en el diagrama fundamental no pueden ser separados, pero si promediamos los puntos del tráfico congestionado formaríamos una línea imaginaria J, la pendiente de esta línea es igual a la velocidad del frente inicial del congestionamiento.

b. Tráfico sincronizado (Synchronized flow).- La velocidad de los vehículos entre los diferentes carriles de una autopista tienden a sincronizarse con las ondas de paro-avance. Los autos tienden a cambiarse al carril con mayor velocidad, lo cual incrementa la densidad en este carril y consecuentemente disminuye la velocidad, ocasionando una sincronización. Se presentan ondas de movimiento complejas: con velocidades positivas y negativas. Dentro del plano flujo-densidad no hay curvas que describan en su totalidad la complejidad de los estados del tráfico sincronizado y aparecen en el plano densidad-flujo como un conjunto de puntos en un área de dos dimensiones. Existen tres tipos de estados de tráfico sincronizado:

- i. Estado estacionario y homogéneo: la velocidad promedio y el flujo son estáticos durante un período largo de tiempo.
- ii. Estado donde sólo la velocidad promedio de los vehículos es constante. Este estado también se conoce como “homogeneous-in-speed-status”. La densidad cambia notablemente, este estado esta relacionado con una línea cuya pendiente es igual a la velocidad del tráfico sincronizado.
- iii. Estados no homogéneos y no estacionarios

Los estados homogéneos y estacionarios del tráfico sincronizado no pueden existir cerca de la densidad máxima $\rho_{\max}$ cuando la velocidad es mínima (aproximadamente 5 – 10 km/h). Esta variación se debe a que la varianza de velocidad en el flujo sincronizado es menor que en tráfico libre.

Debido a la existencia de estas tres fases de tráfico se tienen tres diferentes tipos de transiciones:

- 1. Flujo libre $\leftrightarrow$ congestionamiento (transición F $\leftrightarrow$ J);
- 2. Flujo libre $\leftrightarrow$ Flujo Sincronizado (Transición F $\leftrightarrow$ S);
- 3. Flujo Sincronizado $\leftrightarrow$ Congestionamiento (Transición S $\leftrightarrow$ J)

La diferencia entre estas fases es una de las principales dificultades en el entendimiento de la teoría de tráfico. En particular, el fenómeno paro-avance puede ser explicado basado en la diferencia hecha entre las fases de transición 1, 2 y 3. Kerner encontró[52] que el punto limitante del flujo libre ($q_{\max}^{\text{free}}, \rho_{\max}^{\text{free}}$) está ligado con la transición F $\leftrightarrow$ S y no con la F $\leftrightarrow$ J. El hecho de que no exista un diagrama fundamental que pueda describir la multitud de los ya hipotéticos estados homogéneos del flujo de tráfico sincronizado, puede ser una de las principales razones del por qué los modelos matemáticos y teorías aun no pueden explicar y predecir las características experimentales de las transiciones de tráfico reales.

3.12 Modelos con Rampas

Después de haber visto las características del tráfico nos centraremos ahora en el estudio de las rampas de entrada-salida.

3.12.1 Rampa de Salida

Para la simulación de la región de la rampa de salida donde los vehículos pueden dejar el camino principal hacia el carril de conexión, un vehículo puede ser puesto entre dos vehículos consecutivos en el carril de conexión si hay suficiente espacio entre estos tres vehículos. En otras palabras, si se cumplen las siguientes condiciones:

1. $gap_{target} > v_{max}$.
2. $gap_{secure} > v_{max}$.

Aquí $gap_{target}(gap_{secure})$ denotan el número de espacios vacíos entre el vehículo que viene del camino principal y el siguiente vehículo adelante (atrás) en el carril deseado respectivamente. El carril deseado es el carril de conexión.

Usualmente los vehículos dejan más frecuentemente (raramente) un camino principal hacia un carril de conexión en los primeros (últimos) sitios de una rampa de salida. Esto significa que es necesario tomar en cuenta una distribución de la probabilidad p_{out} en los sitios de rampa de salida.

3.12.1 Rampa de Entrada

En la región de la rampa de entrada, cada vehículo que llega con velocidad v a través del carril de conexión puede entrar al camino principal y puede ser insertado entre dos vehículos consecutivos si encuentra suficiente espacio en el camino principal. Más precisamente, si se cumplen las siguientes dos condiciones:

1. $gap_{target} > \min(v + 1, v_{max})$
2. $gap_{secure} > \min(d, v_{max})$

Los parámetros gap_{target} y gap_{secure} se definen igual que antes, pero aquí el carril deseado es un carril del camino principal. El parámetro d es el tamaño del sitio, y, es un parámetro, que puede tomar un valor entero entre 2 y v_{max} para controlar el valor de gap_{secure} .

Contrario al caso de una rampa de salida, usualmente es preferible que cada vehículo se mueva hasta los primeros sitios de una rampa de entrada para ingresar al camino principal deseado. Este procedimiento nos lleva a una tasa alta (baja) de cambio de carril en la salida (entrada) de una región de una rampa de entrada, respectivamente. Por esta razón el uso de una distribución de probabilidad p_{in} en los sitios de rampa de entrada se vuelve necesario.

3.13 Modelo IDM

El modelo IDM (Intelligent-Driver Model) , es un modelo de carro siguiente (car-following), dentro de los modelos microscópicos, en donde el estado del tráfico en un tiempo dado está caracterizado por las posiciones y velocidades de cada uno de los vehículos.

Para que un conductor acelere o frene depende de su propia velocidad, y del vehículo que tenga frente a él, como se muestra en la figura 9. Específicamente, la aceleración dv/dt de un conductor dado depende de su velocidad v , y de la distancia s con respecto al vehículo justamente delante de él, y de la diferencia de velocidades Δv ,

$$(3.6) \quad \frac{dv}{dt} = a \left[1 - \left(\frac{v}{v_0} \right)^\delta - \left(\frac{s^*}{s} \right)^2 \right]$$

Donde

$$(3.7) \quad s^* = s_0 + \left(vT + \frac{v\Delta v}{2\sqrt{ab}} \right)$$

La aceleración es dividida en aceleración $\left[1 - \left(\frac{v}{v_0} \right)^\delta \right]$ en un camino libre (sin que el vehículo tenga otro delante de él), y frenado provocado por el vehículo delante del vehículo en cuestión. La aceleración en un camino libre disminuye de una aceleración inicial hasta cero conforme se aproxima a la velocidad deseada v_0 .

El término de frenado se basa en una comparación entre la distancia dinámica deseada s^* , y la distancia actual hacia el vehículo siguiente. Si la distancia actual (gap) es aproximadamente igual a s^* , entonces el frenado esencialmente compensa la parte de la aceleración, dando como resultado una aceleración cercana a cero. Esto significa que s^* corresponde al gap cuando el vehículo en cuestión está detrás de otros vehículos en flujo de tráfico estable. Además, s^* aumenta dinámicamente cuando los vehículos se aproximan a vehículos más lentos y disminuye cuando el vehículo siguiente es más rápido. Como consecuencia, la desaceleración incrementa con:

- Disminución de la distancia al vehículo siguiente (deseo de mantener una cierta distancia segura).
- Incremento de su propia velocidad (la distancia de seguridad aumenta).
- Incremento de la diferencia de velocidad con respecto al vehículo siguiente (cuando se aproxima al vehículo siguiente con una tasa alta, puede ocurrir una situación peligrosa).

3.13.1 Parámetros del Modelo IDM.

El modelo IDM tiene los siguientes parámetros intuitivos:

- Velocidad máxima deseada en un camino libre, v_0 .
- Espaciamento de tiempo seguro deseado a la hora de seguir otros vehículos, T .
- Aceleración en tráfico cotidiano, a .
- Frenado cómodo en tráfico cotidiano, b .
- Distancia mínima hacia el siguiente vehículo, s_0 .

- Exponente de aceleración, δ .

A menudo, dos tipos diferentes de vehículos son suficientes para mostrar el fenómeno principal. Los parámetros estándar usados en las simulaciones son los siguientes:

Parámetro	Valor para un Auto	Valor para un camión	Observaciones
Velocidad deseada v_0	120 km/h	80km/h	Para tráfico en ciudades, podría adaptarse a la velocidad deseada mientras que los demás parámetros pueden permanecer sin cambio.
Espaciamiento en Tiempo T	1.5 s	1.7 s	Recomendado por las escuelas de manejo en Alemania: 1.8 s; valores reales varían entre 2s y 0.8 s y aún más pequeños
Gap mínimo s_0	2.0 m	2.0 m	Se mantiene en paradas completas, también en colas causadas por semáforos en rojo
Aceleración a	0.3 m/s^2	0.3 m/s^2	Valores muy pequeños para aumentar la formación de tráfico paro-avance. Los valores reales están entre $1 - 2 \text{ m/s}^2$.
Desaceleración b	3.0 m/s^2	2.0 m/s^2	Valores muy altos para aumentar la formación de tráfico paro-avance. Valores reales entre $1 - 2 \text{ m/s}^2$.

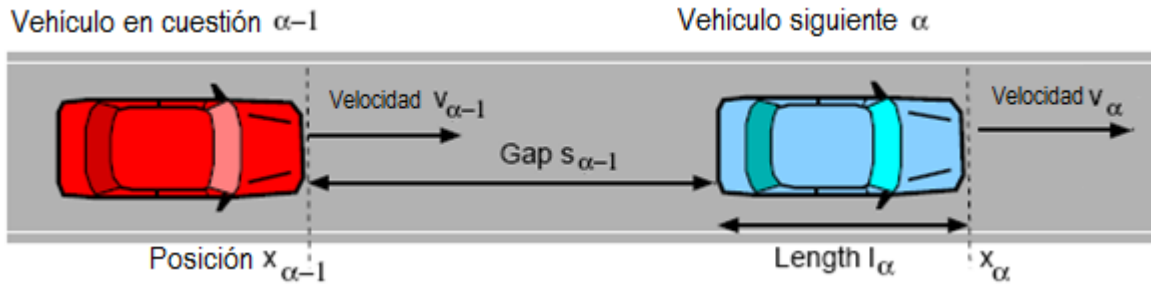


Figura 9. Ilustración de los parámetros de entrada del modelo IDM. La distancia s para un vehículo $\alpha-1$ con respecto al vehículo α (el líder) de enfrente está dada por $s_{\alpha-1} = x_\alpha - x_{\alpha-1} - l_\alpha$, donde l_α es el tamaño del vehículo y x es la posición en el camino considerado. La tasa de aproximación (velocidad relativa) está definida por $\Delta v_\alpha = v_\alpha - v_{\alpha-1}$. Nótese que los índices de los vehículos están ordenados de tal manera que $(\alpha-1)$ denota el vehículo precedente.

Capítulo 4

SOLUCIÓN AL PROBLEMA

1.0 Introducción

En este capítulo se presenta un modelo de AC (Modelo de Flujo de Tráfico Vehicular con Autómatas Celulares, MFTVAC) y su implementación; para reproducir la dinámica del flujo de tráfico de una vía rápida con una rampa de entrada y una rampa de salida.

1.1 Modelo Propuesto

Antes de describir la solución es necesario analizar algunos detalles con respecto al modelo básico de NaSch, descrito en el capítulo tres. Las reglas básicas que plantea este modelo son las siguientes:

1. Aceleración:

$$v_i \leftarrow \min(v_i + 1, v_{max})$$

2. Frenado:

$$v_i \leftarrow \min(v_i, gap(i))$$

3. Aleatoriedad:

$$v_i \leftarrow \max(v_i - 1, 0) \text{ con probabilidad } p$$

4. Actualización:

$$x_i \leftarrow x_i + v_i$$

La mecánica clásica establece las siguientes relaciones entre la posición y la velocidad de un vehículo:

$$(4.1) \quad x = x_0 + vdt$$

$$(4.2) \quad v = v_0 + a dt$$

Donde:

x es la posición que ocupa el vehículo en el tiempo t .

De acuerdo con esta ecuación, un vehículo se desplaza vdt metros en un intervalo de tiempo dt

Para el caso del modelo NaSch, con el objetivo simplificar el uso de las reglas de actualización de las posiciones de los vehículos, se ha optado por utilizar $dt = 1$ s, con lo que la actualización de la posición quedaría como:

$$(4.3) \quad x = x_0 + v$$

que corresponde a la regla número 4.

Bajo esta misma consideración, la ecuación de velocidad queda de la siguiente forma:

$$(4.4) \quad v = v_0 + a$$

Que correspondería a las reglas 1 a 3.

Bajo este contexto se puede decir que: para la actualización de las posiciones de cada uno de los vehículos se tienen dos etapas:

1. Aceleración /Frenado (reglas 1 a 3 del modelo básico NaSch).
2. Traslación (regla 4).

De esta manera, cada vehículo primero acelera o frena (aumentando o disminuyendo su velocidad) de acuerdo con el estado de tránsito de la vía rápida en que se encuentre y posteriormente actualiza su posición de acuerdo a la nueva velocidad obtenida en la etapa anterior.

También bajo estas consideraciones de acuerdo con el modelo de NaSch es posible observar lo siguiente:

- ✓ Cuando un vehículo aumenta su velocidad en 1, también acelera a razón de 1; esto es debido a que $dt = 1$ s, $a = dv/dt$.
- ✓ Con esta última observación se puede concluir que nos encontramos ante una aceleración constante mientras que el estado del vehículo lo permita.
- ✓ En la regla de actualización (regla 4) a la posición actual se le suma la velocidad que lleva dicho vehículo. Esto es posible debido a la consideración de que $dt=1$ s, con lo que se puede sumar una velocidad a una posición

considerando que $vdt = v(1s) = v$, evitando cualquier problema que pudiera existir con las unidades (sumar unidades de velocidad con unidades de distancia).

1.2 Descripción del Modelo

En este trabajo se presentan algunas extensiones al modelo NaSch de tal manera que pueda reproducir fenómenos que están presentes en el tráfico real tales como:

- Escenario multi-carril.
- Cambio de carril.
- Diferentes tipos de vehículos.
- Rampa de entrada.
- Rampa de salida.
- Sustitución de la etapa de aceleración/frenado por una ecuación de movimiento.

Para describir el modelo es necesario definir el escenario para dicho modelo, el cual considera lo siguiente:

- ✓ Se tiene un camino principal que consta de tres carriles, a los cuales se encuentran conectadas una rampa de entrada en el carril izquierdo, y una rampa de salida en el carril derecho, ambas rampas son de un solo carril.
- ✓ En el camino principal se tiene una tasa de inyección de vehículos, que puede variar con respecto al tiempo.
- ✓ En la rampa de entrada, de la misma manera que en el camino principal, ingresa un cantidad determinada de vehículos por unidad de tiempo.
- ✓ Se tienen dos tipos de vehículos, digamos autos y camiones, con tamaño diferente, velocidad máxima deseada diferente y probabilidad de frenado en la etapa de aleatorización diferente.
- ✓ Cuando un vehículo tiene una posición mayor al tamaño del camino (lattice), éste es removido del flujo.

- ✓ Existe una región en la rampa de entrada, denominada región de intersección, en donde los vehículos pueden cambiar de la rampa de entrada al camino principal, siempre y cuando se cumplan ciertas condiciones.
- ✓ Existe una región en el carril izquierdo, en donde los vehículos puede dejar el camino principal e incorporarse a la rampa de salida, siempre que se cumplan ciertas condiciones, por ejemplo, que exista espacio suficiente en la rampa de salida para poder hacer el cambio.
- ✓ Como el camino principal es de tres carriles, en algún momento dado, un vehículo puede decidir cambiar de carril.

En el modelo básico de NaSch las reglas de evolución deben aplicarse en paralelo, lo que significa que cada vehículo debe actualizar su velocidad y posición en el tiempo $t+1$, utilizando el estado de cada vehículo en el tiempo t ; y para tal efecto es que se ha considerado reagrupar las reglas de evolución del modelo básico NaSch en dos sub-etapas (aceleración/frenado, traslación) para facilitar la implementación de las reglas de evolución en paralelo.

Al modelo propuesto se le denominó MFTVAC (Modelo de Flujo de Tráfico Vehicular con Autómatas Celulares).

Una vez que se han definido los elementos del escenario para nuestro modelo, es posible explicar para cada uno de ellos las reglas de evolución, y para cada uno de los casos que a continuación de describen, se ha aplicado la reagrupación de las reglas del modelo NaSch como se propuso, esto es, en las etapas de aceleración/frenado y traslación.

4.2.1 Camino principal

En el camino principal, el primer paso para la simulación consiste en inyectar vehículos de acuerdo a una tasa de entrada q_{In} , y posteriormente se aplican las reglas de evolución para el modelo de tres carriles descrito en 3.6.2. Una vez aplicado este modelo, se tiene una etapa de flujo de salida, que consiste en remover los vehículos ya sea porque su posición excede el tamaño del camino, o bien porque dejan el camino principal para integrarse a la rampa.

4.2.2 Rampa de entrada

De la misma forma que para el camino principal, se tiene un flujo de entrada q_{In} que determina la cantidad de vehículos que ingresan a la rampa. En este caso, como solamente se trata de un carril no hay necesidad de aplicar las reglas de cambio de carril, por tanto se aplican las reglas de evolución del modelo básico NaSch. También es necesario considerar el flujo de salida, en el que los vehículos dejan la rampa y se incorporan al camino principal, siempre que se cumplan las condiciones necesarias, que son parecidas al modelo que considera el cambio de carril, en donde se tiene un criterio de incentivo, y los criterios de seguridad.

4.2.3 Rampa de salida

Este es un caso más simple que los anteriores. El flujo de entrada solamente depende de la cantidad de vehículos que dejen el camino principal para integrarse a la rampa de salida. Las reglas de evolución empleadas corresponden a las del modelo básico de NaSch. Para el flujo de salida, los vehículos cuyas posiciones son mayores que el tamaño de la rampa son removidos.

Finalmente, la aplicación del modelo para la simulación queda de la siguiente forma:

1. En el camino principal, arriban q_{In} vehículos por unidad de tiempo, los cuales son insertados en el camino principal, siempre que se cumpla la condición:

$$space > minSpace$$

Donde:

$$space = \text{posición del primer vehículo en el carril.}$$

$$minSpace = \text{espacio mínimo requerido para la inserción del vehículo.}$$

Esto debe hacerse antes de haber decidido en cuál de los tres carriles se requiere hacer la inserción, y para ello, es necesario definir una probabilidad de inserción para cada carril.

También es necesario definir qué tipo de vehículo se insertará, lo cual dependerá el porcentaje de cada tipo de vehículos en la tasa de arribo. Para nuestro caso se tienen solamente dos tipos de vehículos, digamos autos y camiones, y a la hora de la inserción, el tipo de vehículo depende de

$$p_{Truck} = \text{porcentaje de camiones}$$

Para cada carril, los vehículos actualizan sus posiciones y velocidades utilizando las cuatro reglas del modelo NaSch.

Para cada carril, los vehículos cuya posición sea mayor que el tamaño del carril son removidos del flujo, esto es

Si $x(i)_j > L \rightarrow \text{remover veh\acute{u}culo del flujo}$

2. En la rampa de entrada, llegan $qRamp$ veh\acute{u}culos por unidad de tiempo. En caso de que existan espacio suficiente en la rampa de entrada, el veh\acute{u}culo es insertado en la rampa e incorporado al flujo.

Cuando los veh\acute{u}culos se encuentran en la regi\o{n de intersecci\o{n}, \acute{e}stos pueden ingresar al camino principal por probabilidad $pChangeRamp$, siempre y cuando cumplan con las condiciones de espacio, planteadas en el modelo de cambio de carril. En caso de que el veh\acute{u}culo no pueda insertarse en el camino principal, \acute{e}ste quedar\acute{a esperando hasta poder ingresar.

Las posiciones y velocidades de cada veh\acute{u}culo en la rampa, se actualizan de acuerdo con las reglas del modelo de NaSch.

3. En el carril izquierdo (carril de conexi\o{n hacia la rampa de salida), cuando los veh\acute{u}culos se encuentran en la regi\o{n de salida, \acute{e}stos dejan el camino principal y se incorporan a la rampa de salida, siempre que cumplan con las condiciones de cambio de carril.

Debido a que no todos los veh\acute{u}culos que se encuentren en el carril de conexi\o{n hacia la rampa de salida desean salir del camino principal, con cierta probabilidad $pOut$ lo hacen.

Una vez que se ha descrito lo que sucede en cada uno de los elementos de la red urbana, se procede a enumerar el orden en que se realiza el procedimiento del modelo propuesto:

1. En la rampa de salida, actualizar las velocidades y posiciones de los veh\acute{u}culos (aplicar 4 reglas del modelo NaSch), y remover los veh\acute{u}culos del flujo cuando su posici\o{n sea mayor que el longitud de la rampa.
2. Acelerar veh\acute{u}culos en el camino principal (aplicar las 3 primeras reglas del modelo NaSch).
3. Hacer el cambio de carril, de aquellos veh\acute{u}culos que as\acute{ı lo requieran.

4. Actualizar la posición de los vehículos (cuarta regla del modelo NaSch).
5. Cambiar vehículo que así lo requieran a la rampa de salida (Siempre que se cumpla con las condiciones necesarias).
6. Inyectar nuevos vehículos en el camino principal de acuerdo con la tasa qIn .
7. Actualizar posiciones y velocidades en la rampa de entrada (aplicar 4 reglas de NaSch).
8. Mover los vehículos que cumplan con las condiciones necesarias al camino principal.

4.2.4 Sustitución de la Etapa aceleración/frenado por ecuación de aceleración

El modelo de tráfico de NaSch modela los vehículos como partículas con tasas de aceleración y frenado no realistas. Aunado a esto, el modelo no toma en cuenta algunos comportamientos de los conductores en la realidad y características detalladas de los vehículos: por ejemplo, la aceleración de los vehículos en el modelo de NaSch no está relacionado con las diferencias de velocidad y distancia. Esto conlleva a que el modelo de NaSch no pueda reproducir algunos fenómenos complejos observados en el tráfico real. Para hacer este modelo más realista, en el modelo propuesto, se utiliza una ecuación dinámica de movimiento para reemplazar la etapa de aceleración/frenado, que corresponde a la ecuación que se emplea en el modelo IDM, descrito en 3.13.

1.3 Implementación del Modelo

Para poder presentar de manera gráfica los datos explicados en los puntos anteriores se desarrolló un sistema en java que permite manipular varias de las variables explicadas y de esta forma mostrar cómo podemos agilizar el flujo en las vías rápidas por medio del control del número de vehículos que ingresan ya sea por el camino principal o bien por la rampa de entrada. En la figura 1 se muestra la interfaz diseñada para la implementación del modelo.

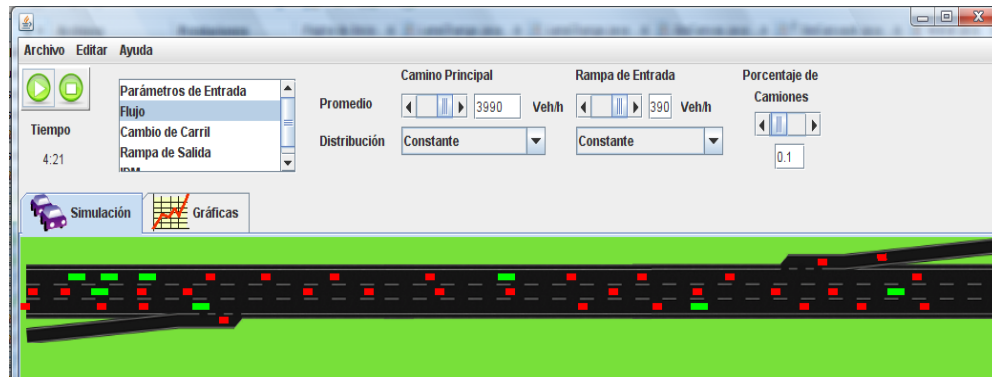


Figura 1. Sistema construido a partir del modelo propuesto.

El sistema consta de:

- un panel de control, desde donde es posible iniciar, detener o restablecer la simulación,
- es posible cambiar algunos parámetros, con el objeto de que sea posible observar el efecto que esto produce.
- se tiene un área de simulación con dos pestañas;
la primera se emplea para visualizar el movimiento de los vehículos, mientras que la segunda corresponde al área para graficar el diagrama fundamental, ver figura 11.



Figura 2. Área de simulación.

La pestaña de simulación es el área de animación que muestra cada una de las secciones del camino y cómo los vehículos se mueven: se tiene un camino principal, una rampa de entrada y una rampa de salida; y los vehículos pueden moverse en cualquiera de estas secciones.

Tomando en cuenta el tráfico de la ciudad de México, se encontró que la distancia entre dos intersecciones de entrada varía desde 800 metros hasta 3 kilómetros. Para nuestro caso solamente se emplea una rampa de entrada, por lo que en caso de añadir más sería conveniente aplicar esta consideración. La longitud del camino principal se escogió de 70 células de 7.5 metros, dando un total de 525 metros, tamaño suficiente para poder mostrar el comportamiento del modelo.

La rampa de entrada, que se muestra en la figura 4.3, es el área destinada para que los vehículos ingresen al camino principal. Los vehículos que ingresan, lo hacen con velocidad 3. Al pasar un vehículo de la rampa a la vía rápida, lo hará con la misma velocidad que tiene dentro de la rampa, para posteriormente comportarse basándose en el modelo NaSch en la vía rápida. Si el último vehículo en la rampa, no encuentra espacio suficiente en la vía rápida, se quedará esperando hasta tener el espacio suficiente.

La rampa de salida, que se muestra en la figura 12, es la sección del camino, por donde los vehículos abandonan el camino principal. Al dejar los vehículos el camino principal e ingresar a la rampa de salida, lo hacen con la misma velocidad que llevaban en el camino principal.

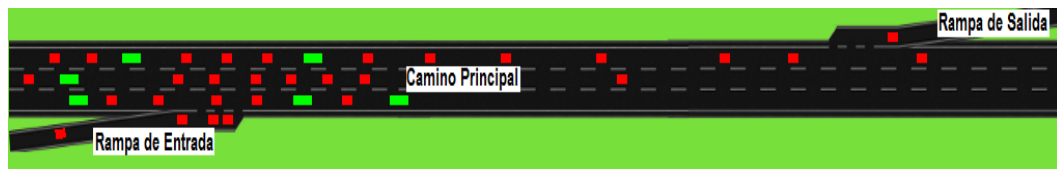


Figura 3. Diferentes Secciones del Camino.

El tamaño de cada célula es de 7.5 m, que representa el tamaño (promedio) de un auto mas la distancia entre los autos anterior y posterior al encontrarse en un congestionamiento.

Muchas de las vías rápidas de la ciudad de México son de tres carriles, y se permiten velocidades de 60 km/hr en el carril izquierdo, 70 km/hr en el carril medio y 80 km/hr en el carril derecho o carril de alta velocidad. De lo anterior consideramos la velocidad promedio máxima en tráfico libre de 80 km/hr, de este valor obtenemos que:

$$V_{\max} = \frac{80km}{hr} = \frac{80000m}{3600seg} = 22.22 \frac{m}{seg}$$

Si consideramos que una célula mide 7.5 metros tenemos que:

$$22.22 \frac{m}{seg} = 2.962 \frac{células}{seg}$$

De donde concluimos que para representar un Vmax de 80km/h con células de 7.5m se requieren 3 células/seg. De la misma manera si consideramos una Vmax de 135km/hr se tendrá una velocidad máxima de 5 células/seg.

Bajo estas consideraciones, para la simulación en este trabajo se tiene lo siguiente:

Se tiene un tamaño de celda de 7.5 m

Se tiene un camino principal de 70 celdas (525 m)

El camino principal está conectado a la rampa de entrada en la celda número 20 (150m).

La rampa de salida se conecta al camino principal en la celda 56 (420m)

Se tienen dos tipos de vehículos, que son representados por rectángulos como se muestra en la figura 13: auto (tamaño: 1 celda, velocidad máxima: 5) y camión (tamaño: 3 celdas/seg, velocidad máxima: 5 celdas/seg).

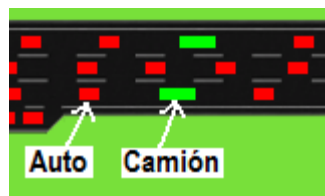


Figura 4. Diferentes Tipos de vehículos

4.3 Pruebas y Resultados

Los flujos de tráfico, en gran medida dependen de la cantidad C de vehículos en el camino, pero ¿de qué manera el flujo J y la velocidad V varían con respecto a la densidad C? Las relaciones entre J, V y C han sido medidas desde 1935 por Greenshields [55]. Sin embargo, es difícil obtener datos empíricos detallados del tráfico real que sean confiables y reproducibles debido a varias razones, entre ellas, no es posible llevar a cabo tales experimentos de laboratorio en el tráfico vehicular real; por otro lado, la interpretación y evaluación de los datos recolectados no es una tarea simple, debido a que los estados del tráfico dependen de varias variables como las condiciones climáticas, hora de medición, el tipo de avenida, la presencia de accidentes, las condiciones de medida (ubicaciones donde las variables del tráfico son medidas, límites de velocidad, etc.). Como consecuencia, la determinación empírica de las propiedades dinámicas del flujo de tráfico no es fácil. Para utilizar resultados empíricos del flujo de tráfico para el análisis teórico, muchos autores han

utilizado los valores promedio del flujo de tráfico para una densidad dada, lo que lleva a una colección de formas posibles de diagramas fundamentales promediados [56] consistentes con datos empíricos. La disponibilidad de estos datos ha estimulado a un gran número de estudios experimentales y su comparación con modelos teóricos.

Para comprobar que un modelo de flujo de tráfico es válido, éste debe ser capaz de reproducir el comportamiento que presenta el diagrama fundamental, esto es en el origen tanto la densidad como el flujo son cero, y tiene al menos un máximo como se observa en la figura 14

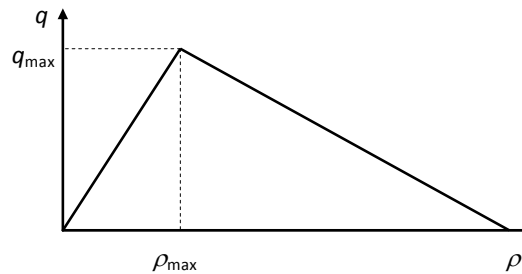


Figura 5. Diagrama fundamental.

Para la implementación del modelo propuesto se siguieron los siguientes pasos:

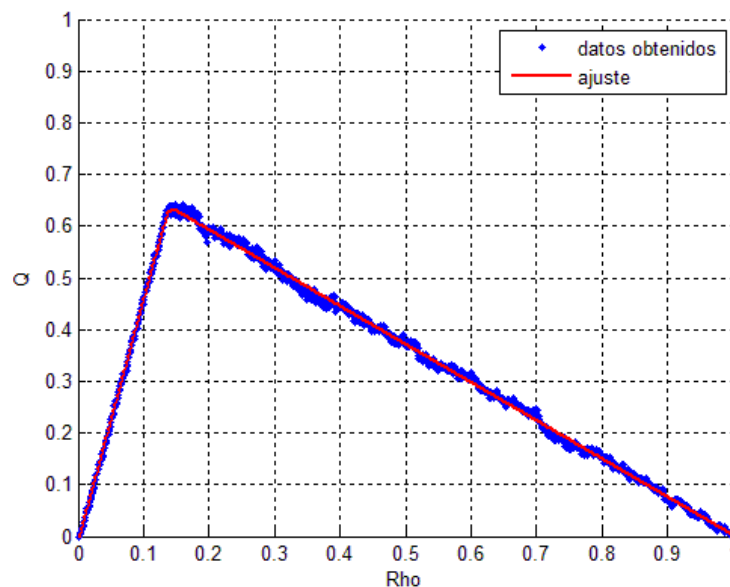
- ✓ Implementación de un modelo basado en el modelo de NaSch.
- ✓ Agregar diferentes tipos de vehículos.
- ✓ Añadir multi-carril.
- ✓ Añadir rampa de entrada.
- ✓ Añadir rampa de salida.
- ✓ Sustitución de la etapa de aceleración/frenado por ecuación de aceleración.

4.3.1 Descripción de parámetros empleados

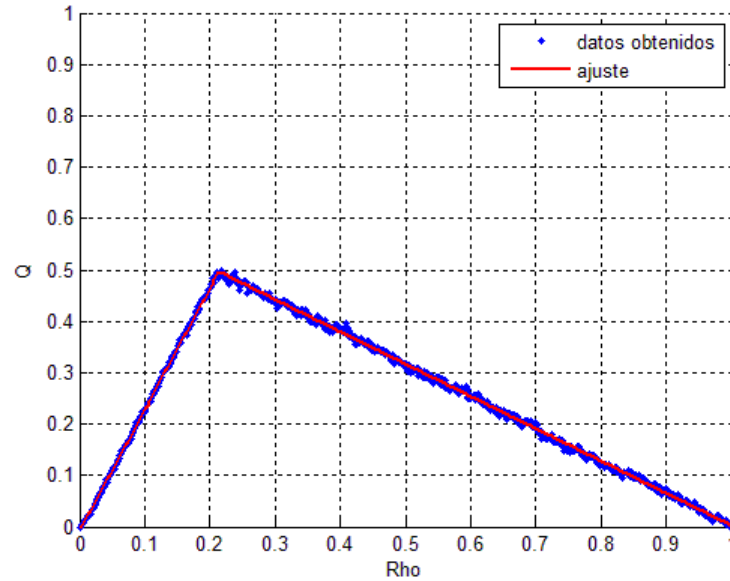
En cada una de las etapas de implementación del modelo se emplearon los siguientes parámetros:

- Flujo de entrada en camino principal q_{in} .
- Flujo de entrada en la rampa de entrada q_{ramp} .
- Probabilidad de aleatorización p .
- Tamaño del vehículo.
- Velocidad máxima para un auto.
- Velocidad máxima para un camión.
- Porcentaje de camiones.
- Probabilidad de cambio de carril.
- Gap mínimo para cambio de carril.

La primera implementación del modelo propuesto en este trabajo MFTVAC (Modelo de Flujo de Tráfico Vehicular), se hizo para un solo tipo de vehículo, utilizando los siguientes parámetros: $p = 0.2$, velocidad máxima = 5 celdas/segundo. El diagrama fundamental obtenido para este caso se muestra en la figura 15 a).



a)



b)

Figura 6 a). Diagrama fundamental, modelo MFTVAC. $V_{\max} = 5$, tamaño de vehículo = 1, $p=0.2$. **b)** diagrama fundamental, modelo NaSch, $V_{\max} = 5$, tamaño de vehículo=2, $p=0.2$.

A partir de la figura 15 b), se puede observar que el flujo máximo es menor cuando el tamaño del vehículo es más grande.

En la siguiente implementación, se tienen dos tipos de vehículos, con diferente tamaño y diferente velocidad máxima. En la figura 16 se muestra el diagrama fundamental para esta implementación, con los siguientes parámetros: $p=0.2$; para el primer vehículo, $V_{\max} = 5$, tamaño = 1; para el segundo vehículo, $V_{\max} = 3$, tamaño = 2.

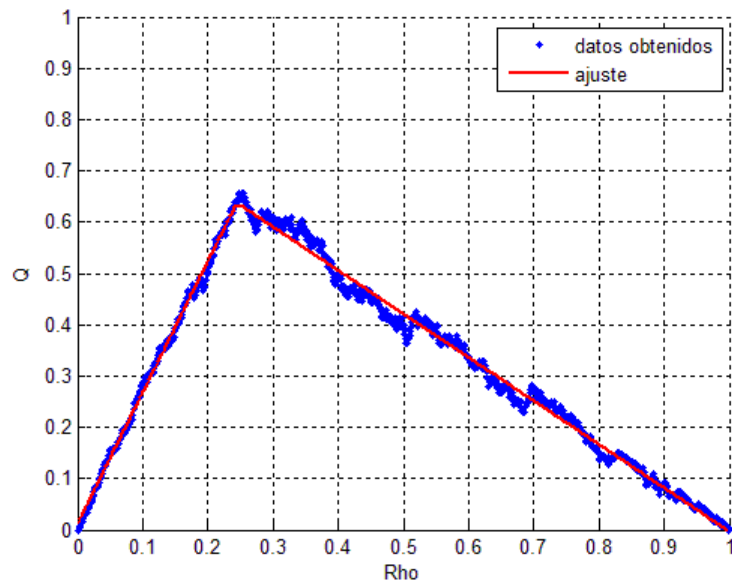


Figura 7. Diagrama Fundamental para el modelo NaSch con dos tipos de vehículos.

Para considerar multi-carril, es necesario añadir un parámetro adicional, la probabilidad de cambio de carril. El diagrama fundamental para esta implementación se muestra en la figura 17

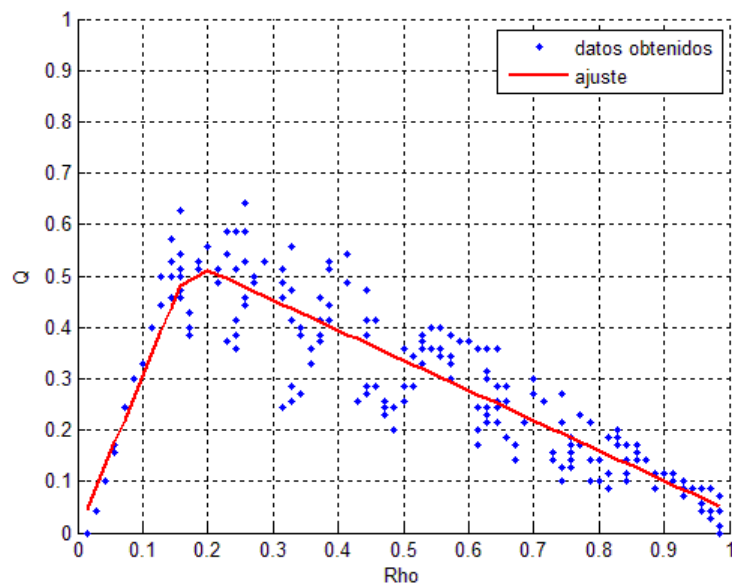


Figura 8. Diagrama fundamental para el modelo MFTVAC multi-carril.

Cuando se añade una rampa de entrada al modelo, se añade un flujo de entrada adicional al camino principal, que corresponde a los vehículos que dejan la rampa y se integran al flujo principal. En la figura 18 se muestra el diagrama fundamental obtenido para este caso.

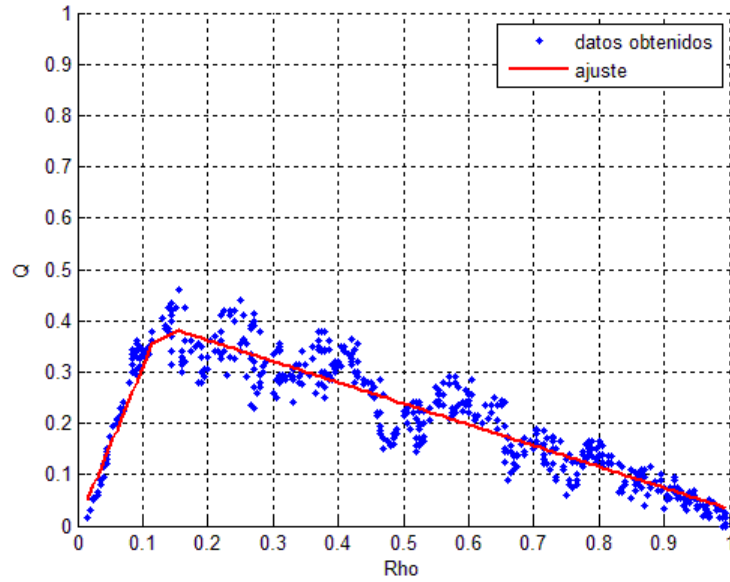


Figura 9. Diagrama fundamental modelo MFTVAC multi-carril con una rampa de entrada.

En la implementación del modelo con una rampa de salida se considera una probabilidad p_{out} para dejar el camino principal y entrar a la rampa de salida. El diagrama fundamental para esta implementación con $p_{out} = 0.2$, se muestra en la figura 19

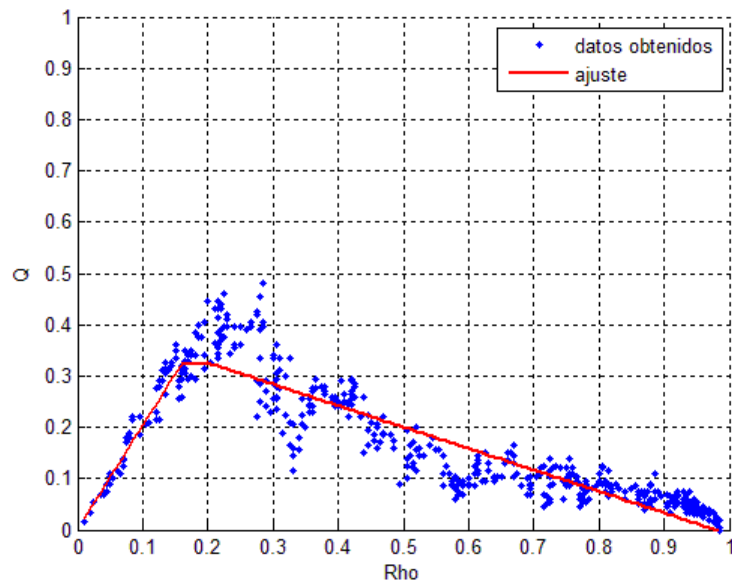


Figura 10. Diagrama fundamental para el modelo MFTVAC mutli-carril, con una rampa de entrada y una de salida.

Sustituyendo la etapa de aceleración/frenado del modelo MFTVAC por una ecuación de aceleración empleada en un modelo car-following, se obtiene el diagrama fundamental que se muestra en la figura 4.20

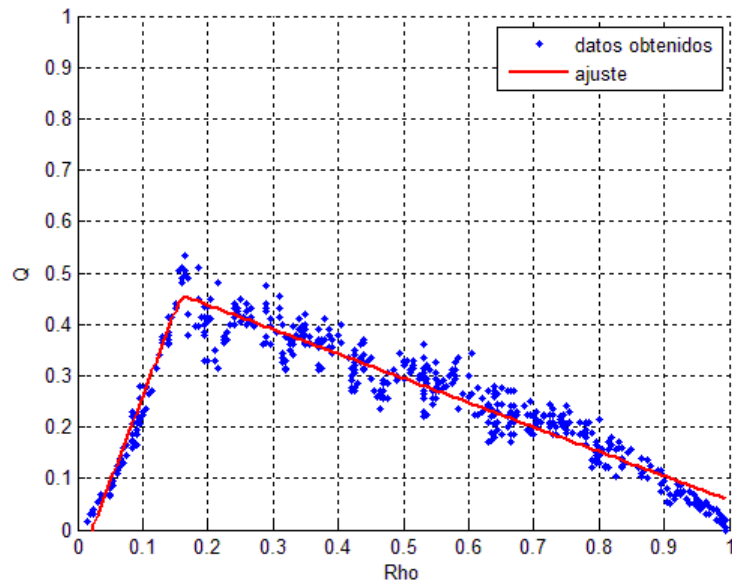


Figura 11. Modelo MFTVAC con ecuación de movimiento.

Una vez que el modelo se construyó con todos los elementos, es momento de analizar lo que sucede con el diagrama fundamental y la velocidad promedio, en caso que exista un obstáculo en el camino principal, por ejemplo, en el carril central.

4.3.2 Caso de estudio y análisis: obstáculo en el camino principal

Considerando los siguientes parámetros de entrada, se realizó la simulación poniendo un obstáculo en el carril central del camino principal para observar qué efectos se encuentran presentes. Para simular el obstáculo, se insertó un vehículo con velocidad cero, como se muestra en la figura 21



Figura 12. Simulación de la vía rápida con un obstáculo.

En un principio, los vehículos ingresan tanto al camino principal como a la rampa, intentando alcanzar su velocidad máxima.

Después de transcurrido cierto tiempo, cuando suficientes vehículos se encuentren en la vía rápida, se empieza a formar un embotellamiento en el carril donde se encuentra el obstáculo, como se muestra en la figura 22

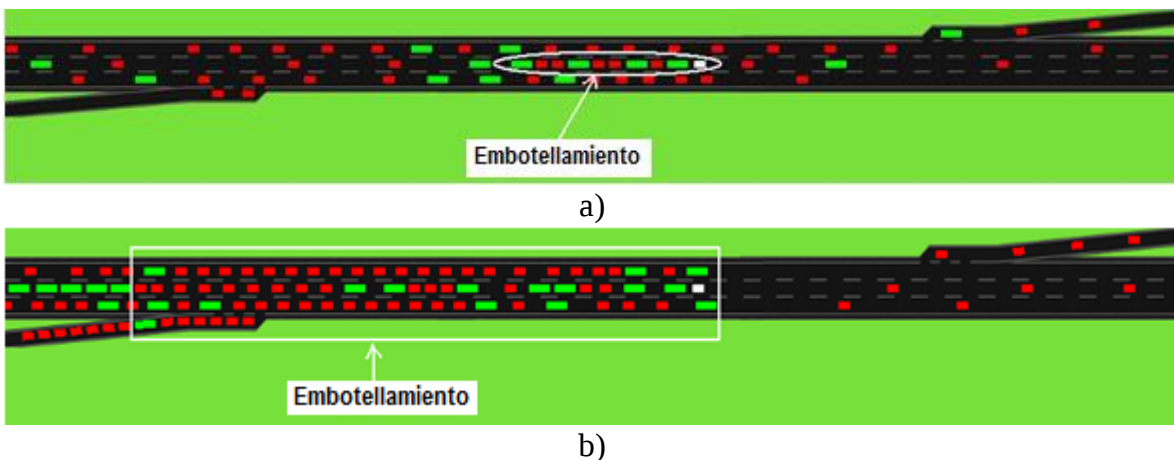


Figura 13. Formación de un embotellamiento.

Para entender la formación del embotellamiento, obsérvese la figura 23 donde se muestra la forma en que se comporta la velocidad promedio con respecto al tiempo.

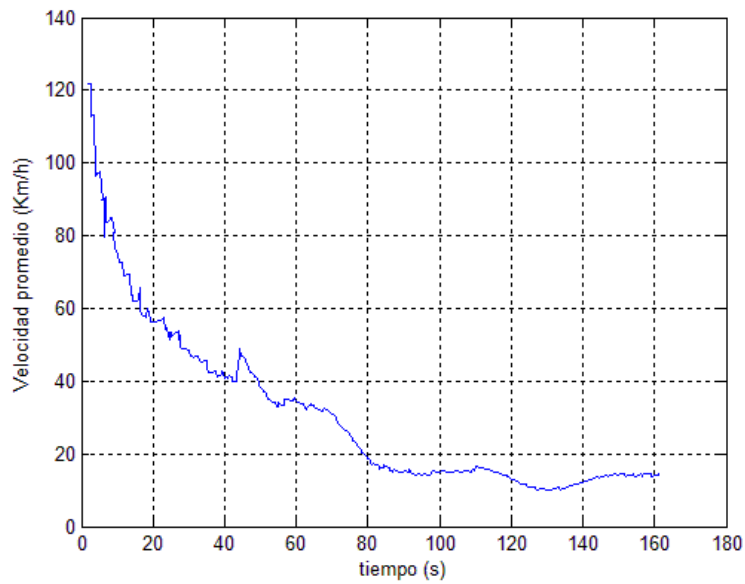


Figura 14. Velocidad promedio vs tiempo.

Al principio, se insertan los vehículos con cierta velocidad inicial, para este caso se utilizó una velocidad de 120Km/h. Conforme se tenga una mayor cantidad de vehículos en el carril central del camino principal, debido al efecto del obstáculo, éstos tienden a disminuir su velocidad, hasta que se llega a un estado de embotellamiento, en el que la velocidad promedio llega a un valor muy pequeño, lo que significa que los vehículos avanzan de una manera muy lenta. En caso de que no se pudiera hacer el cambio de carril, llegaría a un punto en el que la velocidad promedio sería cero.

Capítulo 5

CONCLUSIONES Y TRABAJO A FUTURO

5.1 CONCLUSIONES

Se obtuvieron los diagramas fundamentales para el modelo propuesto, en la versión que incluye:

- ✓ Multi-carril.
- ✓ Diferentes tipos de vehículos.
- ✓ Diferentes velocidades máximas para cada tipo de vehículo.
- ✓ Con rampa de entrada.
- ✓ Con rampa de salida.

Nuestro modelo modifica la etapa de aceleración del modelo NaSch; esta etapa fue sustituida por una ecuación de aceleración discreta inspirada de un modelo *car-following*; esta mejora al modelo de NaSch nos permite representar la etapa de aceleración de manera más aproximada al tráfico real, como es mostrado en la obtención de los diagramas fundamentales (Figuras 15, 16, 17, 18, 19,20), sin un costo en el tiempo de cómputo requerido significativo.

El escenario modelado y simulado en este trabajo, se apega a los datos experimentales publicados por Kerner y Rehborn [11,12], por lo que nuestro modelo es una mejor aproximación al tránsito real que el modelo básico de NaSch.

5.2 TRABAJO A FUTURO

A partir de este trabajo se pueden hacer diversas extensiones, en varias direcciones, por ejemplo:

- Agregar más carriles a las rampas. En este trabajo solamente se tienen rampas de un carril.
- Incluir más rampas de entrada y salida, así como más caminos principales, con el objetivo de simular una red de transporte más grande y compleja.
- Incluir más tipos de vehículos. En este trabajo solamente se consideran dos tipos de (autos y camiones).
- Investigar e implementar otras estrategias para el cambio de carril y compararlas, con la aquí implementada, con el objetivo de quedarse con la más realista.
- Considerar condiciones de frontera abierta, a efecto de observar qué fenómenos se presentan.
- Definir una ruta previa para un porcentaje de vehículos, una vez que se insertan en el camino principal; esto es, definir si dejan el camino principal por alguna rampa o permanecen en éste, de tal forma que cada vehículo, en caso de haber decidido que saldrá por la rampa, busque en lo posible integrarse al carril de intersección hacia la rampa de salida.

Referencias

- [1] S. Maerivoet and B. De Moor. *Transportation Planning and Traffic Flow Models*. arXiv:physics/0507127 v1 15 Jul 2005.
- [2] S. Widyarto, R. Hassan, M. Shafie, Implementation of High Traffic Model in Virtual Environment. 1992.
- [3] M. Lighthill, G. Whitman, pro. R. Soc. Lon. A229 (1955) 317.
- [4] K. Nagel. Particle Hopping Models and Traffic Flow Theory. Physical Review E. Vol. 53, Num. 5, 1996.
- [5] H. J. Payne. FREEFLO: A microscopic simulation model of free way traffic. Transportation Research Record 722 (Urban System Operations, National Academy of Sciences, Washington D. C. , 1979).
- [6] R. Kühne. Proc. Int. Symp. on Transportation and Traffic Theory (MIT press, Cambridge, 1987).
- [7] D. Helbing, Improved Fluid Dynamic Model for Vehicular Traffic. Physical Review E, 51:3164, 1995.
- [8] D. C. Gazis, R. Herman y R. Rothery, Nonlinear follow the leader models of traffic flow . Operations Research., 9:545, 1961.
- [9] O. Biham, A. Middletown, and D. Levine, Phys. Rev. A 46, R6124 (1992).
- [10] K. Nagel and M. Schreckenberg, “A cellular automaton model for freeway traffic”, J. Physique. I 2, 2221, 1992.
- [11] B.S. Kerner and H. Rehborn, “Experimental features and characteristics of traffic jams”. Physical Review. E 53, R1297; 1996.
- [12] B.S. Kerner and H. Rehborn, “Experimental properties of complexity in traffic flow”. Physical Review. E 53, R4275. 1996.
- [13] A. Schadschneider, “Statistical physics of traffic flow”, Physica A 285, 101-120, 2000.
- [14] W . Knospe L. Santen, A. Schadschneider, and M. Schreckenberg. Pysica A 265, 614 (1999).
- [15] M. McDonald, M. A. Brackstone, Simulation of lane usage characteristics on 3 lane motorways. Paper No. 94AT051, in: Proceedings of the 27th International Symposium on Automotive Technology and Automation (ISATA). England 1994, p. 365.
- [16] M. Ricket, K. Nagel, M. Schreckenberg, A. Latour. Two Lane Traffic Simulation using Cellular Automata. 95121119 v1, December 1995.
- [17] I. Prigrogine. A. Boltzman Like Aproach for Traffic Flow. In . Herman, editor, Theory of traffic flow, page 158, 1961.
- [18] A. Klar, D. Kuhne, R. Wegener. Mathematical Models for Vehicular Traffic. 1996.

- [19] S. L. Paveri-Fontana, On Boltzman Like Treatments for Traffic Flow. *Transportation Research*, 9:225, 1975.
- [20] M. Brackstone, M. McDonald, and J. Wu, Lane changing on the motorway: Factors affecting its occurrence, and their implications. In: *Proceedings of the 9th International Conference on Road Transportation Information and Control* (Conference Publication No. 454, London, 1998), pages 160–164.
- [21] B. Coifman, S. Krishnamurthy, and X. Wang, Lane-changing maneuvers consuming freeway capacity. In: S. Hoogendoorn, S. Luding, P. Bovy, M. Schreckenberg, and D. Wolf (Editors), *Traffic and Granular Flow '03* (Springer, Berlin, 2005), pages 3–14.
- [22] P. Hidas (2005) Modelling vehicle interactions in microscopic traffic simulation of merging and weaving. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* 13, 37–62.
- [23] J. A. Laval and C. F. Daganzo (2006) Lane-changing in traffic streams. *Transportation Research Part B: Methodological* 40(3), 251–264.
- [24] K. Nagel, D. Wolf, P. Wagner, and P. Simon (1998) Two-lane traffic rules for cellular automata: A systematic approach. *Physical Review E* 58, 1425–1437.
- [25] H. Wei, J. Lee, Q. Li, and C. J. Li (2000) Observation-based lane-vehicle-assignment hierarchy for microscopic simulation on an urban street network. *Transportation Research Record* 1710, 96–103.
- [26] U. Sparmann, *Spurwechselforgänge auf zweispurigen BAB-Richtungsfahrbahnen*. *Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik* 263, Bundesministerium für Verkehr, Bonn-Bad Godesberg, Germany (1978).
- [27] M. Rickert, K. Nagel, M. Schreckenberg and A. Latour, *Physica A* 231, 534 (1996).
- [28] K. Nagel, D.E. Wolf, P. Wagner, and P. Simon, *Phys. Rev. E* 58, 1425 (1998).
- [29] P. Wagner, K. Nagel and D.E. Wolf, *Physica A* 234, 687 (1997).
- [30] D. Chowdhury, D. E. Wolf and M. Schreckenberg, *Physica A* 235 , 417 (1997).
- [31] D. Helbing and B.A. Huberman, *Nature* 396, 738 (1998).
- [32] W. Knospe, L. Santen, A. Schadschneider and M. Schreckenberg, *Physica A* 265, 614 (1999).
- [33] B.S. Kerner and H. Rehborn, *Phys. Rev. E* 53, R1297 (1996); 53, R4275 (1996); *Phys. Rev. Lett.* 79, 4043 (1997); B.S. Kerner, *ibid.* 81, 3797 (1998); *J. Phys. A* 33, L221 (2000).
- [34] H.Y Lee, H.W Lee, and D. Kim, *Phys. Rev. E* 62, 4737 (2000).
- [35] D. Helbing, *Phys. Rev. E* 55, R25 (1997); 55, 3735 (1997); M. Treiber and D. Helbing, *J. Phys. A* 32, L17 (1999).
- [36] M. Treiber, A. Hennecke, and D. Helbing, *Phys. Rev. E* 62, 1805 (2000).
- [37] H.Y Lee, H.W Lee, and D. Kim, *Phys. Rev. Lett* 81, 1130 (1998); *Phys. Rev.*

- E 59, 5101 (1999).
- [38] D. Helbing and M. Treiber, Phys. Rev. Lett. 81, 3042 (1998); D. Helbing, A. Hennecke, and M. Treiber, *ibid.* 82, (4360) (1999).
 - [39] G. Diedrich et al., Int. J. Mod. Phys. C 11, 335 (2000).
 - [40] E.G. Campari and G. Levi, Eur. Phys. J. B 17, 159 (2000).
 - [41] P. Berg and A. Woods, Phys. Rev. E 64, 035602 (2001).
 - [42] V. Popkov et al., J. Phys. A 34, L45 (2001).
 - [43] E. F. Codd, Cellular Automata, Academic Press, New York, 1968.
 - [44] D. Stauffer, Computer simulations of cellular automata, J. Phys. A, 24 (1991), pp. 909–927.
 - [45] S. Wolfram, Cellular Automata and Complexity, Addison-Wesley, Reading, MA, 1994.
 - [46] M. Duff and K. Preston, Modern Cellular Automata: Theory and Applications, Plenum, New York, 1984.
 - [47] J. Marro and R. Dickman, Nonequilibrium Phase Transitions in Lattice Models, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1999.
 - [48] C. Chowdhury, L. Santen, and A. Schadschneider, Statistical physics of vehicular traffic and some related systems, Phys. Rep., 329 (2000), p. 199.
 - [49] M. Cremer and J. Ludwig, A fast simulation model for traffic flow on the basis of Boolean operation, Math. Comput. Simulation, 28 (1986), p. 297.
 - [50] J. Esser and M. Schreckenberg, “Microscopic Simulation of Urban Traffic Based on Cellular Automata”, International Journal of Modern Physics C, Vol 8 No. 5, 1025.1036, 2 June 1997.
 - [51] B.S. Kerner and H. Rehborn, “Experimental features and characteristics of traffic jams”. Phys. Rev. E 53, R1297; 1996.
 - [52] B. S. Kerner, (Eds.), “Phase Transition in traffic flow”, Traffic and Granular Flow '99 (Stuttgart, Germany, 1999).
 - [53] Stephen Wolfram, A New Kind Of Science, 2002.
 - [54] N. Moussa, A.K. Daoudia, Eur. Phys. J. B 31, 413 (2003).
 - [55] B. Greenshields, A study of traffic capacity, Proceedings of the Highway Research Board, 14(1935), pp. 448–477.
 - [56] H. Ez-Zahraouyt, K. Jetto, and A. Benyoussef. New Topologies in the Fundamental Diagram of a Cellular Automata Traffic Flow Model, CHINESE JOURNAL OF PHYSICS VOL. 44, NO. 6, (December 2006).

Apéndice A

Glosario

Autómata Celular (AC). Sistema dinámico discreto adecuado para modelar sistemas reales que pueden describirse como una colección de objetos que interactúan localmente unos con otros. Se compone de una rejilla o lattice, cuyos elementos son conocidos como células, un conjunto de estados para los valores que las células pueden tomar, conjuntos de vecindades entre cada célula de la lattice y celulares en su cercanía, y una función local para asignarle a un estado cada célula conforme avanza el tiempo de manera discreta.

Célula. Elemento básico de un AC.

Condición de frontera. Situación particular que se implementa en lattices finitas para considerar el comportamiento de las células cuyos elementos se encuentran en las fronteras de las mismas.

Configuración de un AC. Dadas las células de un AC en un instante de tiempo t , una configuración es el conjunto de valores de dichas células en dicho tiempo.

Conjunto de estados. Conjunto de valores que pueden tomar las células en una lattice.

Función global. Función que toma una configuración del AC en el tiempo t y, aplicando la función local, devuelve la configuración del AC en el tiempo $t+1$.

Función local o función de transición. Función que, para cada célula de un AC, toma los valores de los elementos en la vecindad de dicha célula para el tiempo t y devuelve el valor de dicha célula en el tiempo $t+1$.

Lattice homogénea. Es una lattice donde todos los elementos pueden tomar su valor a partir del mismo conjunto de estados.

Vecindad de una célula. Conjunto de células cercanas a la célula en cuestión.

Célula vacía. Una célula vacía es aquella que se encuentra desocupada, es decir, una célula que no está ocupada por algún vehículo.

Densidad vehicular. Medida de la saturación de una vía dada en porcentaje, donde 0% representa una vía sin vehículos y 100% representa una vía completamente saturada de vehículos.

Diagrama fundamental. Relación entre el flujo de tráfico vehicular y la densidad de la vía. Al graficar dicha relación, se pueden observar distintas secciones que corresponden a los diferentes grados de congestionamiento en la vía, por ejemplo, el flujo libre de congestionamiento, las ondas de tráfico y la saturación completa de la vía.

Flujo de tráfico vehicular. Cantidad de vehículos que atraviesan una sección de la vía en cierto periodo de tiempo.

Modelo de flujo de tráfico vehicular macroscópico. Modelo en el cual el flujo es analizado considerando al sistema vía-vehículos como un todo, sin centrarse en algún vehículo particular.

Vehículo predecesor. Vehículo que se encuentra inmediatamente delante del vehículo en cuestión sobre la vía, siguiendo el sentido del flujo del tráfico.

Vehículo sucesor. Vehículo que se encuentra inmediatamente detrás del vehículo en cuestión, siguiendo el sentido del flujo del tráfico.

Metaestabilidad. En el campo del tráfico vehicular la ocurrencia del fenómeno de metaestabilidad puede entenderse en los términos siguientes: cuando perturbaciones pequeñas ocurren, el estado es estable (flujo sincronizado); sin embargo, cuando ocurren perturbaciones más grandes, el tráfico se vuelve inestable y surgen embotellamientos móviles.

Flujo libre. Estado del flujo del tráfico en el que los conductores pueden elegir su propia velocidad.

Espaciamiento en tiempo (time headway). Es el tiempo registrado tomando como referencias las defensas traseras (ó delanteras) del vehículo predecesor y sucesor detectada por un sensor.

Gap. Número de células vacías frente a un vehículo.

Carril destino. Es el carril al que un vehículo intenta cambiarse, en una maniobra de cambio de carril.

Carril destino. En una maniobra de cambio de carril por parte de un vehículo, es el carril al que éste intenta cambiarse.

Carril origen. En una maniobra de cambio de carril por parte de un vehículo, es el carril en el que éste se encuentra originalmente.

Criterios de incentivo. Es el conjunto de condiciones necesarias para determinar qué vehículos intentarán cambiar de carril. Antes de realizar éste, primero deben cumplirse los criterios de seguridad. Los criterios de incentivo abarcan condiciones que provoquen en un conductor el deseo de moverse a otro carril, por ejemplo debido a que su carril origen tiene un flujo muy lento.

Criterio de seguridad. En un modelo de flujo de tráfico vehicular, es el conjunto de condiciones necesarias para que, dado un vehículo que intente realizar un cambio de carril, éste logre hacerlo al moverse de su carril origen al carril destino. Los criterios de seguridad abarcan condiciones que el conductor debe verificar antes para asegurarse que al cambiar de carril no provocará algún accidente, por ejemplo asegurándose de que su nuevo predecesor y su nuevo sucesor no se mueven a velocidades grandes.

Vehículo predecesor destino. En un modelo de flujo de tráfico vehicular con AC multi-carril, dado un vehículo que intente realizar una maniobra de cambio de carril, es el vehículo que se encuentra sobre el carril destino, inmediatamente delante de la célula que se encuentra al lado del vehículo dado en su carril origen. Si la maniobra de cambio de carril tiene éxito, entonces este vehículo se convertirá en el predecesor del vehículo que cambió de carril (a menos, claro, que el vehículo conocido como predecesor destino cambie a su vez de carril, pero para efectos de los cálculos necesarios para que un vehículo cambie de carril se puede obviar esta situación sin problema alguno).

Vehículo sucesor destino. En un modelo de flujo de tráfico vehicular con AC multi-carril, dado un vehículo que intente realizar una maniobra de cambio de carril, es el vehículo que se encuentra sobre el carril destino, inmediatamente detrás de la célula que se encuentra al lado del vehículo dado en su carril origen. Si la maniobra de cambio de carril tiene éxito, entonces este vehículo se convertirá en el sucesor del vehículo que cambió de carril (a menos, claro, que el vehículo conocido como sucesor destino cambie a su vez de carril, pero para efectos de los cálculos necesarios para que un vehículo cambie de carril se puede obviar esta situación sin problema alguno).

MFTVAC. Modelo de Flujo de Tráfico Vehicular, el nombre que se le dio al modelo empleado en este trabajo para la simulación de flujo de tráfico vehicular.

Apéndice B

Manual de usuario

El simulador construido para probar el modelo propuesto es un sistema desarrollado en Java que permite, especificar los parámetros de la simulación, iniciar y detener la simulación en cualquier momento y visualizar el diagrama fundamental correspondiente.

Requerimientos

- ✓ Máquina Virtual de Java JVM que se incluye en el Java Runtime Environment (JRE) 5.0 o superior de Sun Microsystems.
- ✓ Archivo simulator.jar.
- ✓ Dependiendo del sistema, un mínimo de 98MB de espacio libre en disco duro para instalar tanto la JVM como el sistema simulador (es caso de necesitar más referencias sobre JRE ir al sitio java.sun.com).
- ✓ Se recomienda utilizar una PC con al menos 128MB de memoria RAM.

Instalación

1. Para la instalación del JRE se deben seguir los pasos que se indican en el sitio de la dirección URL: <http://java.sun.com/javase/>, donde debe bajarse el software (JRE 5.0 o superior) e instalarse de acuerdo con el sistema operativo que se vaya a utilizar.
2. Si la instalación del JRE no lo incluye, modificar las variables de entorno \$CLASSPATH para que apunte al directorio en que se instalarán las clases del sistema Simulator, y \$PATH para que apunte al directorio en que se encuentra el archivo ejecutable de la JVM (java dir/bin/).

3. una vez que se ha instalado la máquina virtual de java, es necesario poner el archivo simulator.jar en alguna ubicación fácil de identificar (sim_dir).

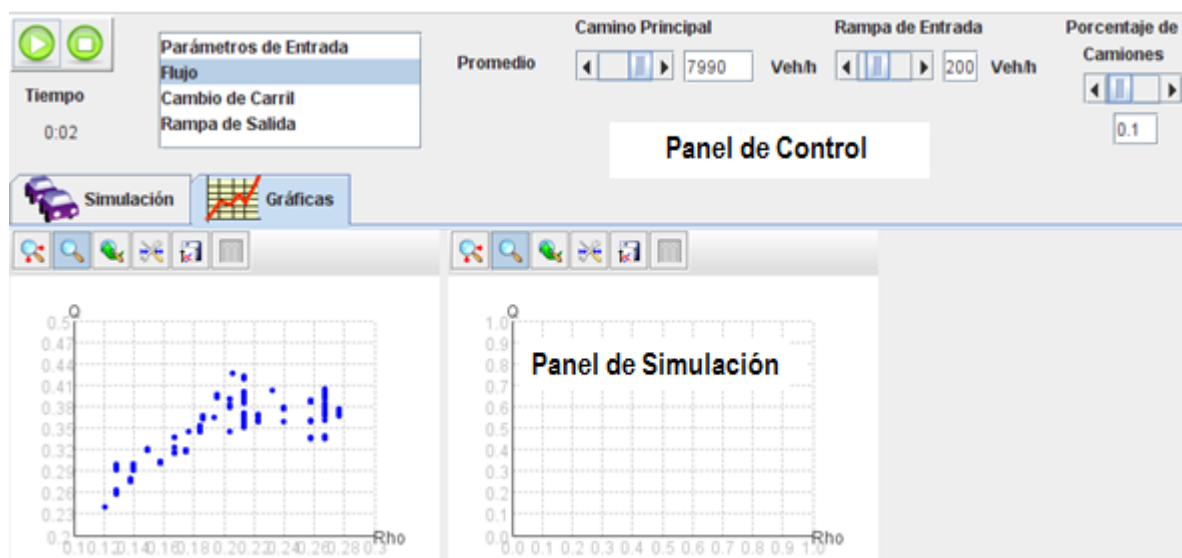
Uso del sistema

Para poder utilizar el sistema, basta con utilizar el comando “java -jar sim_dir/simulator.jar”, en una terminal (en caso de usar linux), o bien en una ventana de msdos (en caso de usar sistema operativo windows).

El sistema (como se muestra en la figura 24) consta de un panel de control, desde donde se puede controlar la simulación, es decir, es posible iniciarla, detenerla o pausarla. En este panel, también es posible variar algunos de los parámetros para la simulación, tales como parámetros de entrada (velocidad máxima para un auto, velocidad máxima para un camión, etc.), flujo (número de vehículo que ingresar por el camino principal, número de vehículos que ingresan por la rampa, etc.), entre otros.



a)



b)

Figura 1. Sistema Implementado para la simulación.

En el área de simulación se tienen dos pestañas; en la primera se puede ver la animación de la simulación y los efectos que se tendrían si se cambiar los parámetros; en la segunda se observa la gráfica correspondiente al diagrama fundamental obtenido.

En la pestaña de simulación se observa la representación de los vehículos. Los rectángulos de tamaño más pequeño representan los autos, mientras que los más grandes representan los camiones.

Apéndice C

Manual del programador

El simulador de tráfico multi-carril con rampas ha sido implementado usando JavaTM, con una interfaz gráfica de usuario y animación gráfica. El simulador hace uso del paradigma de programación orientada a objetos representando y haciendo abstracciones de unidades funcionales como las clases.

La estructura del simulador se muestra en la figura 25. La capa de datos de entrada define la configuración de la simulación, la cual puede ser proporcionada vía la interfaz gráfica de usuario (GUI). La simulación principal está organizada por el controlador de la simulación que da seguimiento a las operaciones del programa y las acciones del usuario. Esta unidad de control central llamada “Simulator”, llama a cada una de las diferentes clases tales como los objetos de simulación del camino (camino principal, rampa de entrada, rampa de salida, etc.). La integración numérica se ejecuta en cada una de las secciones del camino. Los resultados se pueden visualizar en una interfaz 2D.

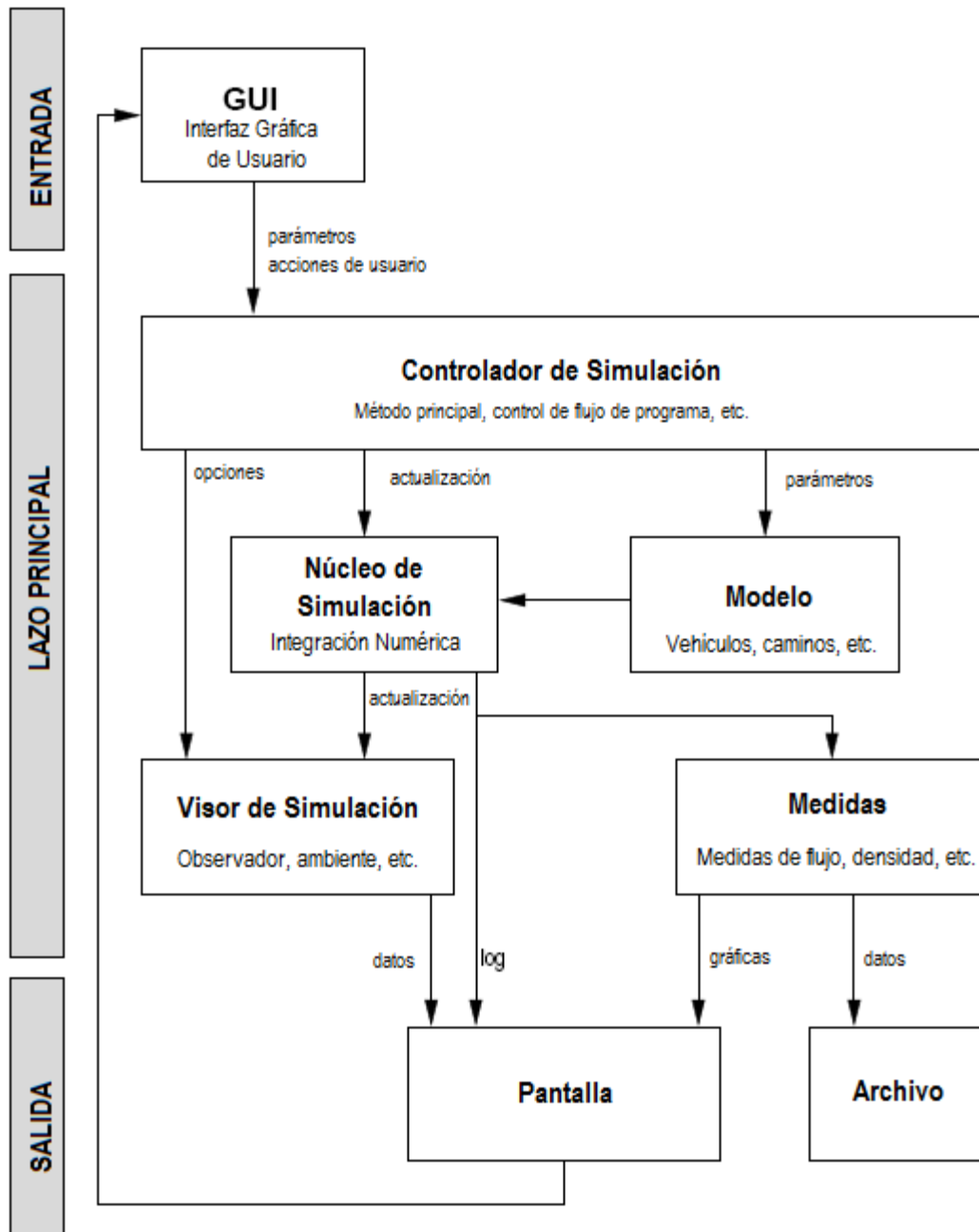


Figura 2. Ilustración de la estructura del simulador de tráfico. Los datos de entrada que definen la configuración de la simulación se obtienen de la interfaz gráfica de usuario (GUI).

A continuación se presentan las clases empleadas en el simulador, así como la función que realiza cada una de ellas.

Vehicle. Interfaz que define los métodos que debe contener un vehículo.

BaseVehicle.	Clase que implementa la interfaz Vehicle y contiene los métodos comunes de cada vehículo.
Car.	Se deriva de la clase BaseVehicle y asigna atributos propios de un vehículo de tipo Car.
Truck.	Se deriva de la clase BaseVehicle y asigna atributos propios de un vehículo de tipo Truck.
Obstacle.	Se deriva de la clase BaseVehicle y asigna atributos propios de un vehículo de tipo Obstacle.
Lane.	Clase que contiene un arreglo de celdas, que pueden estar ocupadas por vehículos. Dado un vehículo que se encuentra en alguna de las celdas o bien una posición dada, ésta clase contiene los métodos para devolver el vehículo de enfrente o atrás.
Road.	Clase que contiene los métodos básicos de una sección de camino. Está compuesta por uno o más objetos de tipo Lane.
OnRamp.	Clase que se deriva de la clase Road. Contiene solamente un objeto de tipo Lane y los métodos para el flujo de entrada y salida de vehículo en la rampa de entrada, acelerar y mover los vehículos de dicha sección del camino, además de remover vehículos de esta sección para insertarlos en el camino principal.
OffRamp.	Extiende la clase Road. Contiene solamente un objeto de tipo Lane y contiene los métodos para acelerar y mover los vehículos en esta sección de camino, así como remover los vehículos del flujo de esta camino.
MainRoad.	Extiende la clase Road. Contiene tres objetos de tipo Lane, correspondientes a los tres carriles del camino principal. Está conformado por método que hacen posible las siguientes funciones: manejo del flujo de entrada y salida, aceleración y traslación de vehículos, cambio de carril, cambio de vehículos a la rampa de salida.
Model.	Interfaz para definir los métodos que debe contener un modelo microscópico para el flujo de tráfico.

- NaSchModel. Implementa la interfaz Model, definiendo las reglas para el avance de los vehículos.
- NaSchModelCar. Se deriva de la clase NaSchModel e incluye parámetros del modelo propios de un vehículo de tipo Car (auto).
- NaSchModelTruck. Se deriva de la clase NaSchModel e incluye parámetros del modelo propios de un vehículo de tipo Truck (camión).
- NaSchIDM. Clase que implementa la interfaz Model y define las reglas para el avance de los vehículos, sustituyendo la etapa de aceleración/frenado del modelo NaSch por una ecuación de movimiento.
- NaSchIDMCar. Extiende la clase NaSchIDM e incluye parámetros propios para un vehículo de tipo Car.
- NaSchIDMTruck. Extiende la clase NaSchIDM e incluye parámetros propios para un vehículo de tipo Truck.
- SimCanvas. Clase empleada para la visualización tanto de las gráficas como de la animación gráfica correspondiente a la simulación.
- ParametersPanelWindow. Clase que define la interfaz gráfica de usuario (GUI), con la cual éste puede interactuar con el simulador.
- MainFrame. Clase que define el control del flujo del programa y sirve de contenedor para los elementos gráficos.