



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE FÍSICA Y MATEMÁTICAS

GEOMETRÍA ANALÍTICA DESDE UNA
PERSPECTIVA GARDNERIANA.

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

LICENCIADO EN FÍSICA Y
MATEMÁTICAS

PRESENTA:

ERIC FLORES MEDRANO

DIRECTOR DE TESIS:
DRA. LUZ MARIA DE GUADALUPE GONZALEZ
ALVAREZ

MÉXICO, DF.



AGOSTO 2008.

*A mis padres y hermanos, por su
constante e incondicional apoyo,
fundamental para la culminación de
mi carrera.*

A Dios por darme los instrumentos que me permitieron concluir este trabajo.

A Dina por el apoyo que me ha brindado. Te amo

A la profesora María del Carmen Carcaño Gamboa, por la orientación del anteproyecto de este trabajo.

A la profesora Luz María de Guadalupe González Álvarez, por la dirección oportuna de esta tesis.

ÍNDICE

| | |
|---|----|
| Resumen | 1 |
| Introducción | 2 |
| Capítulo 1: Marco Teórico | 9 |
| 1.1 La Teoría de las Inteligencias múltiples..... | 10 |
| 1.1.1 Inteligencia musical..... | 13 |
| 1.1.2 Inteligencia cinético-corporal..... | 14 |
| 1.1.3 Inteligencia lógico-matemática..... | 16 |
| 1.1.4 Inteligencia lingüística..... | 17 |
| 1.1.5 Inteligencia espacial..... | 17 |
| 1.1.6 Inteligencia emocional..... | 18 |
| 1.1.7 Inteligencia natural..... | 20 |
| 1.2 La TIM en el aprendizaje de <i>Geometría Analítica</i> | 21 |
| 1.3 Diseño de una unidad didáctica..... | 25 |
| 1.3.1 Criterios para la determinación de objetivos..... | 26 |
| 1.3.2 Criterios para la selección y secuenciación de actividades..... | 27 |
| 1.3.3 Criterios para la selección y secuenciación de las actividades de evaluación..... | 31 |
| Capítulo 2: Metodología | 34 |
| 2.1 Diseño de unidades..... | 35 |
| 2.1.1 Diseño de la unidad 1..... | 41 |
| Capítulo 3: Análisis de datos | 77 |
| 3.1 Atención a la diversidad..... | 78 |
| 3.2 Desarrollo integral a través de la ejecución del diseño de la unidad didáctica..... | 84 |

| | |
|--|-----|
| Conclusiones | 89 |
| Apéndices | 91 |
| Apéndice A: Contenido del programa de estudios de <i>Geometría Analítica</i> | 92 |
| Apéndice B: Esquemas utilizados en las actividades..... | 97 |
| Apéndice C: Datos de interés por actividad..... | 104 |
| Bibliografía | 111 |

R ESUMEN

A lo largo de la historia, la geometría ha sido de vital importancia para el desarrollo de muchas sociedades, y la forma de enseñar y aprender esta disciplina ha variado según la época y circunstancias.

En la actualidad, el estudio de la geometría se incluye en varias asignaturas de la curricula de gran parte de las instituciones de nivel medio superior en nuestro país. La asignatura *Geometría Analítica* es comúnmente una oportunidad para comprender las relaciones entre diversos saberes ya aprendidos en *Álgebra y Geometría y Trigonometría*.

El presente trabajo de tesis es una propuesta metodológica para la enseñanza de *Geometría Analítica* a nivel bachillerato, sustentada en la Teoría de las Inteligencias Múltiples de Howard Gardner. Dicha propuesta está ejemplificada por 7 actividades dirigidas a la unidad 1 “Conceptos básicos” que, al seguir el ciclo de aprendizaje de Jorba, muestran con cohesión el paso por las diferentes intenciones didácticas, buscan el desarrollo de diversas habilidades intelectuales mediante la introducción de aportaciones transversales, orientadas al logro de aprendizajes conceptuales, procedimentales y actitudinales, para tener así una manera de atención a la diversidad de formas de aprender en el aula y un desarrollo integral de los estudiantes.

I NTRODUCCIÓN

La geometría ha jugado un papel esencial en la historia del ser humano. Desde la construcción de viviendas y templos; hasta el diseño de las rutas de los satélites artificiales y naves espaciales, tienen gran dosis de esta materia, por ello existen evidencias claras de su estudio a lo largo de grandes periodos de tiempo.

Euclides vivió en el siglo III a.C., sus más famosos y desarrollados textos, son los trece libros de los *Elementos*, donde hace deducciones estrictamente lógicas de teoremas planteados por matemáticos antecesores a su tiempo; a partir de una serie de definiciones, postulados y axiomas. Esta recopilación de resultados es la base de la enseñanza de la geometría en algunos colegios de nuestro país. Otro texto de menor renombre es *Data*, contiene aplicaciones del álgebra a la geometría, pero en un lenguaje estrictamente geométrico [Struik, 1967].

Con esta forma de tratar a la geometría, se ganó gran terreno en técnicas que requerían del estudio de proporciones, ángulos, perímetros, áreas, volúmenes, entre otras cosas; pero a pesar de ello existía una gran brecha con el álgebra, otra rama de las matemáticas por la cual se mostraba gran interés en su estudio. Fue hasta el siglo XVII, en que, René Descartes (1596-1650), filósofo, físico y matemático francés; con la ayuda de trabajos de Oresme, Apolonio, Vieta y muchos otros, apoyándose en el álgebra renacentista, inventó un sistema similar a lo que hoy en día conocemos como el plano cartesiano. Mediante este sistema pudo asociar de manera clara el álgebra con la geometría. Así desarrolló la geometría analítica, cuyo principio se basa en asociar una expresión

algebraica a una curva, mediante su ubicación en el plano de referencia y viceversa. Fueron muchos y muy reconocidos los matemáticos que, al igual que Descartes, trabajaron en este tema, como Pierre de Fermat por citar alguno. Rouse Ball (1908) hace una certera observación expresándola en los siguientes términos: *"En cuanto a la geometría analítica, no se ha dejado jamás de considerarla como una ciencia indispensable a todo matemático, y como un método de investigación incomparablemente más potente que la geometría de los antiguos. Esta última constituye, sin duda alguna, una admirable enseñanza intelectual, y permite con frecuencia una demostración elegante de toda proposición cuya exactitud ya es conocida, pero exige una manera de proceder especial para cada problema particular que se aborde. La geometría analítica nos da algunas reglas simples por medio de las cuales se puede establecer una proposición geométrica o reconocer su inexactitud"*. A ello debemos agregar que facilitó la concepción de la geometría abstracta y ayudó a vencer naturalmente el prejuicio del espacio único y tridimensional. Esto le sugirió a David Hilbert la posibilidad, confirmada por él, de considerar a las ternas ordenadas de números reales, no como representantes de puntos geométricos, sino como una de las tantas interpretaciones de esos mismos puntos, admitidas por los axiomas que los definen implícitamente. También mostró, que con igual derecho se puede considerar a las cuaternas ordenadas de números reales como puntos constitutivos de un espacio de cuatro dimensiones, y en general, a los ordenamientos de n números reales como elementos de un espacio de n dimensiones adecuadamente determinado por medio de los axiomas que se adopten. La influencia de la geometría analítica en la invención del cálculo infinitesimal, de la teoría general de las funciones y de la teoría de las funciones analíticas ha sido ampliamente reconocida. No nos resultaría difícil encontrar más aplicaciones cuya base está asentada en la geometría analítica. Por ello es cuestión de este trabajo su enseñanza. Actualmente forma parte de las asignaturas de carácter obligatorio, en gran parte de las instituciones de nivel medio superior y algunas de nivel superior de nuestro país.

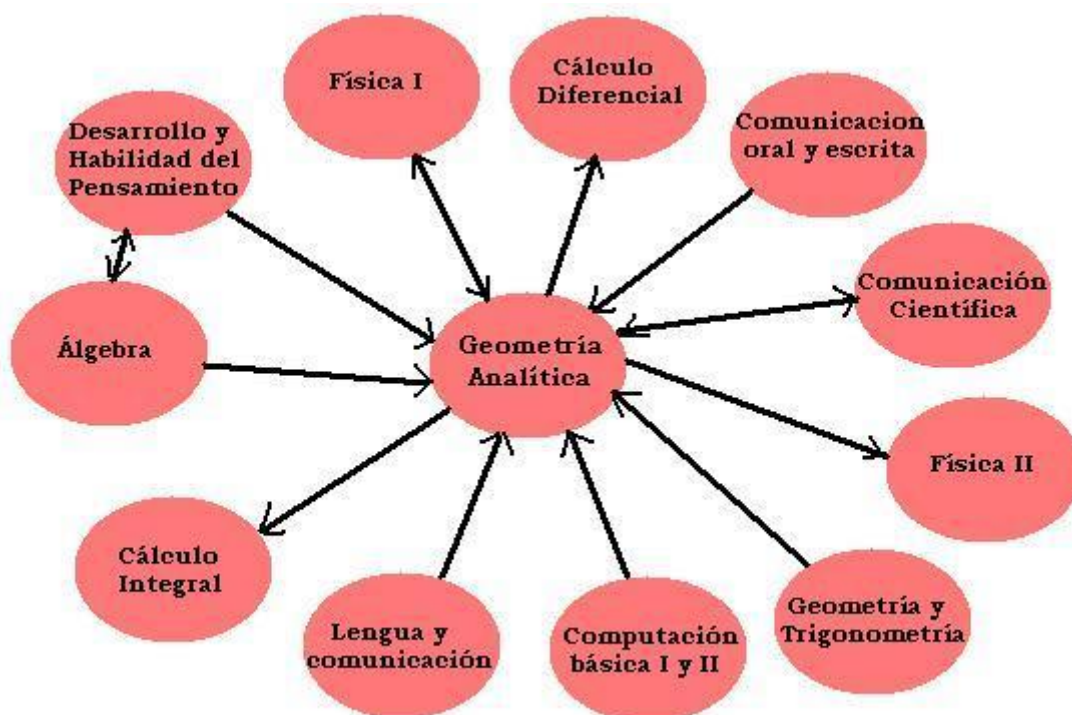


Figura I.1 Relación de *Geometría Analítica* con otras asignaturas (*Desarrollo y Habilidad del Pensamiento* es una asignatura optativa del primer semestre).

| 1er. Semestre | 2do. Semestre | 3er. Semestre | 4to. Semestre | 5to. Semestre | 6to. Semestre |
|-----------------------|-----------------------------|----------------------------|---------------------|------------------|----------------------------|
| Álgebra | Geometría y trigonometría | Geometría Analítica | Cálculo Diferencial | Cálculo Integral | Probabilidad y estadística |
| Lengua y comunicación | Comunicación oral y escrita | Comunicación científica | Física II | Física III | Física IV |
| Filosofía I | Filosofía II | Física I | Química II | Química III | Química IV |
| Computación básica I | Computación básica II | Química I | Tecnológicas | Tecnológicas | Tecnológicas |
| Dibujo técnico I | Dibujo técnico II | Tecnológicas | | | |
| Optativa | Optativa | | | | |

Tabla I.1 Ubicación de *Geometría Analítica* en el mapa curricular.

En particular en los Centros de Estudios Científicos y Tecnológicos (CECyT) del Instituto Politécnico Nacional, como asignatura se encuentra ubicada en el tercer semestre del plan de estudios. La figura I.1 muestra la relación de Geometría Analítica con otras asignaturas, y en la tabla I.1 su ubicación en el mapa curricular dentro de los CECyT, según el programa de estudios del IPN.

Se puede observar que esta asignatura es, a manera de síntesis, una continuación al estudio propuestos en las asignaturas *Álgebra* y *Geometría y Trigonometría*. Se enfatiza el uso primordial de sistemas coordenados para asignar ecuaciones de dos variables a curvas y viceversa. Esta asignación da la posibilidad de entender ciertos aspectos de las curvas a través de las ecuaciones que las representan, así como estudiar las ecuaciones mediante sus gráficas (Bruner citado por Resnik y Ford, 1990).

En el programa de estudios de *Geometría Analítica*, emitido por la Dirección de Educación Media Superior del Instituto Politécnico Nacional, se enuncia el objetivo general como a continuación se redacta:

“El curso permitirá al estudiante introducirse al estudio de los sistemas de coordenadas y los métodos de la Geometría Analítica favoreciendo el uso e integración de los conocimientos adquiridos en Aritmética, Álgebra, Geometría y Trigonometría y al mismo tiempo, el desarrollo de sus habilidades para el análisis, el razonamiento y la comunicación de su pensamiento, a través de la solución de problemas que permitan percibir e interpretar su entorno espacial desde un enfoque geométrico, analítico que a su vez facilite a futuro la asimilación de aprendizajes más complejos y la resolución de problemas en el área tecnológica”.

Para alcanzarlo se propone el programa de estudio que se muestra en el Apéndice A.

Es evidente la importancia que tiene la enseñanza y el aprendizaje de la geometría analítica, tanto por la relación con otras disciplinas, como por el provecho que se puede obtener de aplicarla tanto a la vida cotidiana como a la profesional. Existen diversas herramientas para la enseñanza de esta asignatura. Algunas han tenido mayor éxito que otras de acuerdo al aprovechamiento de los estudiantes, según sus calificaciones, al final del curso. Sin embargo, existe aún una tendencia muy marcada a la utilización de técnicas conductistas de memorización de algoritmos por parte de los estudiantes, que afecta de manera considerable la comprensión y la aplicación de los contenidos.

Es importante la búsqueda de una didáctica que ayude a tener mejores resultados de la enseñanza de *Geometría Analítica*, pero sin arriesgar con ello la calidad de los contenidos. Que tenga énfasis en el logro de los objetivos planteados para lograr el fin último que es el aprendizaje. Es por eso que surge la interrogante ¿Es posible realizar una planeación didáctica que logre integrar al aprendizaje de la asignatura las habilidades que el estudiante requiere para su desarrollo cotidiano y laboral, respetando los contenidos y objetivos planteados?

Este trabajo es una propuesta metodológica para la enseñanza de *Geometría Analítica* en el nivel medio superior. Se toma como eje el actual programa de estudios de los CECyT, y se basa en la adecuación de la *Teoría de las Inteligencias Múltiples* de Howard Gardner a dicho programa.

Gardner explica en su teoría que cada ser humano está dotado de varias inteligencias, que él conjunta en siete grupos, y las nombra como inteligencia lingüística, lógico-matemática, espacial, natural, emocional, musical y cinético-corporal. Por otra parte, la *Geometría Analítica*, según se ha dicho anteriormente, necesita como herramientas algunos saberes del álgebra y la geometría euclidiana. Se puede entonces relacionar el aprendizaje del álgebra con la necesidad del desarrollo de las inteligencias lógico-matemática

(comprensión de algoritmos), emocional (trabajo colaborativo, perseverancia) y lingüística (traducción de lenguajes: matemático-cotidiano, concreto-abstracto...); y el aprendizaje de la geometría euclidiana con el desarrollo de las inteligencias lógico-matemática (desarrollo de algoritmos), emocional (trabajo colaborativo, perseverancia), espacial (interpretación de gráficas), natural (planteamiento de problemas en un contexto cotidiano en pro de un aprendizaje significativo) y cinético corporal (trazado de gráficas). Aunque no de forma directa, también la inteligencia musical ha sido empleada para el aprendizaje de distintas ramas (todas estas relaciones se desarrollarán en el capítulo 1, sección 1.2). En concreto, la Teoría de las Inteligencias Múltiples, por ser necesaria para el aprendizaje integral del álgebra y la geometría, resulta una herramienta útil para la enseñanza de *Geometría Analítica*.

Este trabajo busca proponer una metodología, cuyo fin es que los estudiantes desarrollen lo suficiente, cada una de las siete inteligencias que poseen. Y que a través de aquella de la que tienen mayor preferencia, logren desarrollar los distintos saberes que promueve el programa de estudio; así mismo, podrán adecuar el estudio de *Geometría Analítica* a su cotidianidad y el estudio de otras ciencias y asignaturas.

Debido a que en la búsqueda realizada al momento, no se ha encontrado un trabajo que relacione las inteligencias múltiples con la enseñanza de las matemáticas, esta propuesta tendrá varias limitantes. Entre ellas, la que se considera más importante: las actividades estarán diseñadas bajo el supuesto de que cada estudiante realizará el trabajo según le sea propuesto, es decir, no se presentan alternativas a problemas que puedan surgir tras el rechazo de los estudiantes al trabajo propuesto. Además la metodología no es probada experimentalmente, aparece sólo en forma de propuesta.

En el capítulo 1 se presenta una breve reseña del contenido de la teoría de las inteligencias múltiples, así como las características de cada una de las

inteligencias, además de algunos aspectos importantes para el diseño de unidades didácticas. En el capítulo 2 la propuesta se ejemplifica con una serie de 7 actividades que cubren la unidad 1 del programa de estudios mostrado en el apéndice A, así como criterios e indicadores para realizar evaluaciones formativas para dichas actividades. En el capítulo 3, se realiza un análisis de datos, en que se verifica la conveniencia de aplicar la propuesta metodológica en dos sentidos: como una forma de atender a la diversidad de formas de aprender; y como una forma de buscar el desarrollo íntegro de los estudiantes. Al final se presenta una serie de conclusiones puntuales acerca de lo que aporta el trabajo, y algunas sugerencias y materiales para el trabajo de las actividades diseñadas.

CAPÍTULO 1

MARCO TEÓRICO

El fundamento teórico que sustenta la elaboración de la propuesta metodológica, se basa principalmente en dos trabajos, a saber, la teoría de las inteligencias múltiples de Howard Gardner y el diseño de unidades didácticas de Neus Sanmartí.

La teoría de las inteligencias múltiples es el resultado de experimentos psicológicos para explicar la mente humana desde un punto de vista pluralista. En el campo de la enseñanza-aprendizaje se encuentra como líneas de investigación insipientes, aplicada en mayor medida para diseño de clases de inglés y enseñanza básica. En la búsqueda realizada no se encontró indicios de aplicaciones en el campo de las matemáticas.

El diseño de unidades didácticas toma auge al detectarse la necesidad de la participación activa del estudiante como actor principal en el proceso de enseñanza-aprendizaje, el qué y cómo enseñar, además de la manera de detectar el cumplimiento de los objetivos son los atenuantes al momento del diseño.

A continuación aparece un desarrollo más exhaustivo de los trabajos antes mencionados.

1.1 La teoría de las inteligencias múltiples

En 1900, un psicólogo llamado Alfred Binet, diseñó un tipo de medida capaz de predecir cuáles estudiantes de escuelas primarias tendrían éxito en sus estudios y cuáles fracasarían; fue llamado el *test de inteligencia*, y la medida obtenida fue conocida como el Coeficiente Intelectual (CI). El CI es utilizado como instrumento de selección aún en nuestros días.

Esta visión, tiene un carácter unidimensional de cómo hay que evaluar a la mente de las personas, y hace corresponder biunivocamente cursos que

requieren lectura crítica, cálculos con algoritmos avanzados, y capacidades mentales elevadas similares a las mencionadas, con estudiantes cuyo CI es alto, es decir, cataloga de *inteligentes* a aquellos estudiantes que poseen una capacidad especial en el desarrollo matemático o lingüístico.

Un paradigma alternativo es conocido como los Estilos de aprendizaje, el cual basa su fundamento en que cada estudiante tiene una forma distinta de aprender. Una de las teorías que pueden adaptarse a dicho paradigma es la *Teoría de las Inteligencias Múltiples (TIM)* de Howard Gardner.

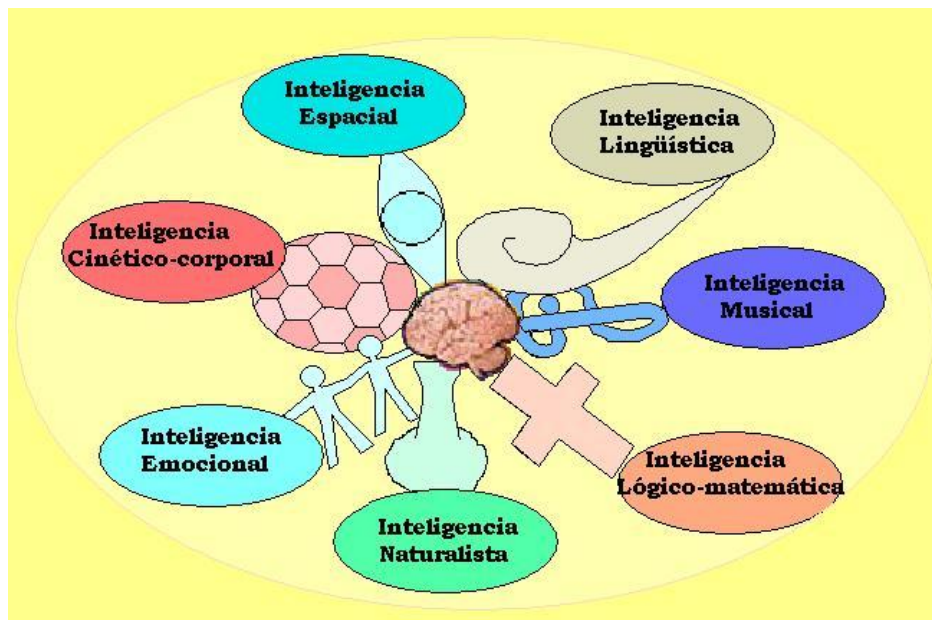


Figura 1.1 Esquema de las inteligencias múltiples.

La TIM es una visión pluralista de la mente, que reconoce muchas facetas distintas de la cognición. Tiene en cuenta que las personas poseen diferentes potenciales cognitivos y contrasta diversos estilos cognitivos. La inteligencia se define como la capacidad para resolver problemas, o para elaborar productos [Gardner, 1993].

Después de diversos estudios y análisis de información, Gardner realizó una lista preliminar de siete inteligencias, a saber, la musical, la cinético-corporal, la lógico-matemática, la lingüística, la espacial, la personal o emocional (dividida en algunas ocasiones en interpersonal e intrapersonal) y la natural.

Es muy común, como ya se había mencionado antes, que se de el nombre de inteligente a aquellos que han desarrollado capacidades lingüísticas y lógico-matemáticas, lo cual no quiere decir que éstas sean las más importantes, sino que tradicionalmente la enseñanza se ha basado en la búsqueda intensa del desarrollo de ellas. Gardner considera que las siete inteligencias tienen el mismo grado de importancia y la misma relevancia en el aprendizaje.

El siguiente ejemplo, construido por el autor, resalta la importancia del desarrollo de cada una de las inteligencias, para que, aunque todavía no han sido descritas, el lector no experto en el tema, pueda tener una idea intuitiva de a que se refieren, basándose únicamente en el nombre:

Juan es arquitecto y se encuentra en un proceso de selección por parte de una importante firma que se dedica a la construcción de unidades habitacionales. El trabajo consiste en el diseño de una de estas unidades, y la condición principal es que deben poder construirse la mayor cantidad de casas de dos niveles en un área determinada, pero sin que estas les parezcan pequeñas a los compradores. Juan deberá utilizar la inteligencia lógico-matemática para realizar los cálculos de optimización, es decir, tiene el problema de construir viviendas de volumen máximo en un área mínima. También utilizará la espacial para el acomodo de cada una de las estancias dentro de la casa de tal forma que estas aparenten mayor tamaño del que en realidad tienen, mediante separación con arcos en lugar de muros, escaleras en forma de caracol en lugar de rectas, etc. A su vez utilizará la inteligencia natural para dar un aspecto ecológico a la unidad habitacional, áreas verdes, pequeños árboles, entre otros, que atraigan la atención de los compradores. La inteligencia emocional le ayudará para que se mantenga persistente en el trabajo; que interprete perfectamente lo que la firma

espera del diseño. Necesitará la inteligencia cinético-corporal para realizar una maqueta que hable mejor de su trabajo de lo que lo haría un dibujo. Finalmente la lingüística le permitirá promocionar su diseño con claridad, diciendo cada aspecto que convencerá a la firma para que lo contrate.

Aunque no se trata de un ejemplo tomado de un caso real, hace notar que es más fácil realizar un trabajo, cuando una persona ha desarrollado todas esas habilidades. De ahí la importancia de que la educación escolar sea una *formación* de estas mismas. Con ello se pretende lograr, entre otras cosas, una mayor probabilidad de éxito en la vida laboral y personal de los futuros profesionistas.

Así la TIM es un proceso dinámico y evolutivo, que reconoce que cada individuo desarrolla principalmente una inteligencia, que llamaremos *inteligencia preferente*. Y es ésta la que el estudiante utilizará más para aprender. Por otro lado también reconoce que nadie carece de alguna de las inteligencias, más bien están desarrolladas en menor medida. Es necesario hacer notar que la TIM se desarrolló con el objetivo de describir la evolución y la topografía de la mente humana y no como un programa para desarrollar un cierto tipo de mente o estimular un cierto tipo de ser humano, es decir, *no es una teoría educativa*, más bien puede servir como una herramienta. A continuación se hace una descripción de cada una de las inteligencias, mencionando en cada una cómo detectarlas y trabajarlas en el aula.

1.1.1 Inteligencia musical

La idea de que la música es útil como una herramienta para moldear algunos aspectos de la mente del ser humano, es una idea que se sugiere desde hace ya algún tiempo. Es por eso que se consideran, por ejemplo, algunas de las melodías de Mozart, estimulantes para el desarrollo de la mente del niño en edad temprana. Al utilizar la música, además de fomentar la tarea para la cual

está destinada (si es que tiene alguna en específico), quien la escucha puede encontrar un gusto especial hacia algunos de los sonidos y despertar el interés por aprender a tocar el instrumento que lo produce. Tal fue el caso de Yehudi Menuhin, quien tras escuchar a los tres años a la Orquesta de San Francisco, insistió en tener un violín, y con la ayuda de su profesor Louis Persinger, logró ser un intérprete de fama internacional a la edad de diez años.

La inteligencia musical de Menuhin se manifestó mucho antes de que este fuera concertista, incluso antes de tener el violín, la reacción que tuvo hacia este sonido en especial, sugiere que ya estaba preparado biológicamente para esta labor.

La inteligencia musical se define como la capacidad de percibir, discriminar, transformar y expresar las formas musicales; incluye la sensibilidad al ritmo, tono y timbre. En el salón de clases, se puede detectar en los estudiantes que se sienten atraídos por los sonidos de la naturaleza y por todo tipo de melodías. Ellos disfrutan siguiendo el compás con el pie, golpeando o sacudiendo un objeto rítmicamente. Las actividades guiadas al desarrollo de esta inteligencia pueden ser aquellas que tengan cierta dosis de conceptos musicales, canto, tarareo, silbido, música grabada, interpretación musical, canto en grupo, apreciación musical, uso de música de fondo, creación de melodías. Las personas que tienen como preferente esta inteligencia, destacarán en trabajos como compositores, músicos, cantantes, lauder (persona que se dedica a la confección de instrumentos musicales, sobre todo aquellos de cuerdas), director de orquesta, etc.

1.1.2 Inteligencia cinético-corporal

Para acertar al cobrar un tiro de castigo, un jugador de básquetbol debería considerar: la distancia y altura de la canasta, el peso y esfericidad del balón,

su propia estatura, etc., y, bajo todos estos aspectos calcular la flexión de las rodillas y brazos, así como la fuerza con que deberá arrojar el balón. Es obvio que ningún jugador (ni los de la NBA) realizan todas las consideraciones algorítmicamente, es decir, ninguno de ellos hace cálculos matemáticos con fórmulas físicas para acertar a la canasta, más bien lo realizan ya intuitivamente. Pero también es evidente que algunos lo hacen mejor que otros, de aquí se pueden plantear algunas hipótesis sobre el por qué pasa esto:

La forma más común de explicar el hecho de que algunas personas destaquen más en una actividad física que otras, es el entrenamiento. *A mayor tiempo dedicado a una actividad corresponde un mejor desempeño de ésta*, pero esta que parece una ley, no se cumple en cada momento. Por ejemplo, si se pone en competencia a dos niños en un mismo deporte sin que alguno de ellos lo haya practicado antes, es muy probable que uno destaque más que el otro; más aún, es casi seguro que con el tiempo y tras el mismo entrenamiento por ambos niños en la actividad, uno de los dos destacará más. Hablamos que el uno tiene *mayor capacidad para esa labor que el otro*.

La inteligencia cinético-corporal es la capacidad para usar todo el cuerpo en la expresión de ideas y sentimientos, y la facilidad en el uso de las manos para transformar elementos. Los estudiantes que tienen desarrollada esta inteligencia son aquellos que destacan en actividades deportivas, danza, expresión corporal o en trabajos de construcciones utilizando diversos materiales. Las actividades propicias para el desarrollo de esta habilidad pueden ser las que requieren pensamiento manual, pantomima, teatro en el salón, juegos cooperativos, ejercicios de reconocimiento físico, actividades manuales, artesanías, actividades de educación física, uso del lenguaje corporal, experiencias y materiales táctiles, respuestas corporales.

Finalmente, con esta inteligencia se puede destacar en actividades como las que realizan los atletas, artesanos, bailarines, cirujanos, y en general todas las que

necesitan la utilización de distintas partes del cuerpo (en especial las manos) para ser efectuadas.

1.1.3 Inteligencia lógico-matemática

No es tan descabellado hacer la afirmación de que históricamente, esta ha sido la inteligencia más reconocida. Debido a que la población que la posee de una forma muy desarrollada, es menor que en el resto de las inteligencias, se puede decir que ha sido exclusiva para aquellos estudiosos de ciencias, y por eso ha sido llamada *pensamiento científico*. Es la base de los test de CI, y la definiremos como la capacidad para usar los números de manera efectiva y de razonar adecuadamente (generalmente mediante el método deductivo, aunque un nivel más elevado lleva también al inductivo). Incluye la sensibilidad a los esquemas y relaciones lógicas, las afirmaciones y las proposiciones, las funciones y otras abstracciones relacionadas.

En el aula, se localiza en los estudiantes que destacan en la resolución de problemas matemáticos, en la capacidad de realizar cálculos matemáticos complejos, cálculos mentales y en el razonamiento lógico. Algunas actividades que se sugieren para el trabajo en pro del desarrollo de esta capacidad, son problemas matemáticos, interrogación socrática, deducciones de fórmulas, ejercicios para resolver problemas lógicos, clasificaciones y agrupaciones, creación de códigos, juegos y rompecabezas de lógica, lenguaje de programación, cuantificaciones, presentación lógica de los temas, utilización de heurísticas.

Es común que las personas cuya inteligencia preferente es la lógico-matemática incursionen; como ingenieros, matemáticos, contadores, científicos, analistas, etcétera.

1.1.4 Inteligencia lingüística

Ha sido la compañera más cercana a la inteligencia lógico-matemática. Por mucho tiempo se consideró destinada para la gente distinguida, debido a que da elegancia en la relación con otras personas (sobre todo al momento de entablar una conversación oral o escrita).

Puede definirse como la capacidad de usar las palabras de manera efectiva, en forma oral o escrita. Incluye la habilidad en el uso de la semántica y los usos pragmáticos del lenguaje. Está sobre todo en los estudiantes a los que les encanta redactar historias, leer, jugar con rimas, trabalenguas y en los que aprenden con facilidad otros idiomas. La búsqueda del desarrollo de esta inteligencia puede solventarse mediante la aplicación de actividades, tales como, exposiciones orales, discusiones en grupo, uso de libros, manuales, reuniones creativas, actividades escritas, juego de palabras, narraciones, grabar o filmar, debates, confección de diarios, lecturas, publicaciones.

Las personas con notable desarrollo de la inteligencia lingüística pueden incursionar en el área laboral como escritores, poetas, oradores, periodistas, etcétera.

1.1.5 Inteligencia espacial

Galileo Galilei, mediante observaciones, se atrevió a ir en contra del pensamiento predominante. Afirmó que la tierra no era el centro del universo, y más aún, que giraba alrededor del Sol. Resulta un tanto explicable que sus conocimientos astronómicos lo llevaran a esas conclusiones con un determinado tiempo de estudio, pero ¿cómo haría Einstein para modelar la forma del universo? Es decir, ¿en que se basó para esquematizar un espacio que hasta nuestro tiempo parece infinitamente extendido?

Este y otros ejemplos dan la noción de una habilidad más que poseemos las personas. Es la que se llama inteligencia espacial, y se define como la capacidad de pensar en tres dimensiones. Permite percibir imágenes externas e internas, recrearlas, transformarlas o modificarlas, recorrer el espacio o hacer que los objetos lo recorran, y producir o decodificar información gráfica. Se encuentra en los estudiantes que disfrutan de hacer representaciones gráficas y maquetas, en los que pueden imaginar una gráfica sin necesidad de tenerla dibujada, y en aquellos que pueden hacer construcciones mentales de objetos concretos no conocidos. Además en los que tienen un excelente sentido de ubicación tanto de objetos como personal.

Las actividades que fomentan esta capacidad se pueden basar en la realización de cuadros, gráficas, diagramas, mapas, fotografía, videos; trabajo con rompecabezas y laberintos visuales, modelos tridimensionales, apreciación artística, narración imaginativa, metáforas visuales, pintura, ejercicios de pensamiento visual, uso de mapas mentales y otros organizadores visuales, indicaciones de color. Aquellos que tienen más desarrollada esta inteligencia pueden destacar en labores como pintores, escultores, arquitectos, pilotos, marineros, entre otras.

1.1.6 Inteligencia emocional

Hay teorías sociológicas contrarias al *capital humano* que dan a conocer un fenómeno muy peculiar: “La relación de que a mayor estudio mejor puesto laboral no siempre se cumple”, y de una manera más o menos simple, podría realizarse un estudio comparativo de los puestos laborales ocupados por estudiantes con distinto promedio escolar, y muy posiblemente encontraríamos varios casos de puestos más altos ocupados por estudiantes de un promedio

regular, y puestos de menor importancia para aquellos que destacaron académicamente.

Este fenómeno social es justificado al decir que ni los estudios ni el promedio lo son todo, mas bien, se necesita también de una forma correcta de relacionarse con las personas. Esta habilidad es la que gran parte de los psicólogos se resisten a aceptar como inteligencia, pero para cuestiones de la TIM es mejor considerarla que dejarla de lado. Se define como la capacidad de dirigir la propia vida de manera satisfactoria.

Se compone de dos inteligencias: la intrapersonal, que es la capacidad de construir una percepción precisa respecto de sí mismo y de organizar y dirigir su propia vida. Incluye la autodisciplina, la autocomprensión y la autoestima; y la interpersonal, que es la capacidad de entender a los demás e interactuar eficazmente con ellos. Incluye la sensibilidad a expresiones faciales, la voz, los gestos y posturas y la habilidad para responder empáticamente.

En el constructivismo se toma en cuenta su desarrollo al proponer objetivos actitudinales (de valores) dentro de un curso. La inteligencia emocional requiere para su desarrollo de otra inteligencia, llamada moral; la cual está orientada al discernimiento, a saber optar por lo mejor, principalmente cuando se presentan valores fundamentales en conflicto. El estudio de esta inteligencia se llama educación moral y se ha desarrollado por autores como J. Piaget, L. Kohlberg, K. Dienelt, por mencionar algunos.

Las actividades que se pueden realizar para desarrollarla, son trabajo en grupos cooperativos, interacción interpersonal, mediación de conflictos, enseñanza entre compañeros, juegos de mesa, clubes académicos. Por otro lado, estudio independiente, instrucción al ritmo individual, proyectos y juegos individualizados, actividades de autoestima, confección de diarios, sesiones de definición de metas, autorregulación. Por la relación tan grande que existe entre

la inteligencia emocional y la moral, en este documento no se hace distinción de ellas.

Se detecta en los estudiantes que son reflexivos y de razonamiento acertado; que suelen ser consejeros de sus compañeros (intrapersonal); y en aquellos que disfrutan trabajando en grupo, que son convincentes en sus negociaciones con sus compañeros y profesores. Son los que entienden al compañero (interpersonal). Las personas que han desarrollado esta inteligencia, destacarán si trabajan como teólogos, filósofos, consejeros, psicólogos; o como políticos, actores, profesores, buenos vendedores, y todas aquellas que necesiten de un alto desarrollo de las relaciones sociales.

1.1.7 Inteligencia natural

Al realizar su clasificación, Gardner no podía dejar de lado al gran porcentaje de personas interesadas en el medio ambiente, aquellas que ven en la naturaleza un objeto de estudio de gran importancia; las encuadra en el ámbito de inteligentes naturales o naturalistas. Define dicha inteligencia como la capacidad de distinguir, clasificar y utilizar elementos del medio ambiente, objetos, animales o plantas, tanto del ambiente urbano como suburbano o rural. Se localiza en el salón de clases en los estudiantes que aman los animales y las plantas; que reconocen y les gusta investigar características del mundo natural y del mundo hecho por el hombre.

Aquellos cuya inteligencia preferente es la natural destacarán trabajando de botánicos, ecologistas, paisajistas, y el resto de actividades que los lleven a un contacto íntimo con la naturaleza.

1.2 La TIM en el aprendizaje de *Geometría Analítica*

Las Matemáticas pueden verse, para fines didácticos, como un lenguaje basado en definiciones, axiomas, postulados y teoremas para su desarrollo; y en números, letras y más símbolos para su comunicación. Sin embargo, aunque el lenguaje es casi estandarizado en cuanto a notación, no lo es en sus significados y sentidos, es decir, no son igualmente valoradas por un ingeniero que por un médico o un político... Y más aún es común que un mismo concepto matemático no sea comprendido de manera similar por dos sujetos de una misma clase. Esto se debe a la diversidad de pensamiento de que está dotada una sociedad en particular, lo cual nos lleva a la interrogante: Si es tan diverso el pensamiento ¿por qué las materias, y en este caso las matemáticas, se han enseñado con tan marcada estandarización?

Se justifica el uso de la TIM como herramienta para la enseñanza de las matemáticas, debido a su carácter plural al momento de considerar cada inteligencia de la persona. De ésta forma, da pauta a diseñar actividades que atiendan la diversidad en el aula, y así, permitir que cada estudiante tenga posibilidades similares para la construcción del conocimiento. Además es una herramienta motivadora para el desarrollo de dichas inteligencias y para el estudio de la matemática.

Ahora analicemos de una forma más particular la relación que tiene con *Geometría Analítica*, a través de cómo se relaciona con las asignaturas *Álgebra* y *Geometría y Trigonometría*, que, como ya se ha mencionado, son la base del desarrollo de nuestra asignatura de estudio.

En *Álgebra*, es necesario tener un desarrollo de la inteligencia lógico-matemática para la comprensión tanto del cómo, como del por qué de los algoritmos

(desarrollo de binomios a ciertas potencias, factorizaciones, solución de ecuaciones, etc.). Además, en esta materia se presentan una serie de traducciones de lenguajes: del cotidiano al matemático y del matemático al cotidiano, del concreto al abstracto y del abstracto al concreto, de una serie de símbolos a un esquema gráfico, etc. Por eso los estudiantes deben mostrar un desarrollo en la inteligencia lingüística y espacial para el éxito en dichas traducciones o cambios de representaciones.

En *Geometría y Trigonometría* las situaciones no varían demasiado. Los algoritmos ahora son una aplicación de los del álgebra y aritmética a situaciones geométricas, por lo que la necesidad de la inteligencia lógico-matemática prevalece. Los problemas de situaciones concretas necesitan ahora una traducción del lenguaje común al gráfico, por lo que la inteligencia espacial toma auge en la asignatura. Los trazos de gráficas que interpreten de una mejor manera cada uno de los temas nos lleva a demandar la inteligencia cinético-corporal. Por la naturaleza de la materia y la búsqueda de un aprendizaje más significativo, conviene que los problemas estén en un contexto referente a la realidad, por ello es posible desarrollar la inteligencia natural en gran medida.

Debido a que en la actualidad la formación de los valores ha sido obstaculizada, a menudo por manejos inadecuados de los medios de comunicación masiva y por otros factores más; la educación escolar ha tenido como necesidad aumentar el esfuerzo en la educación de valores. Prueba clara son los estudios realizados en Cluster [Kohlberg, Power, Higgins, 1997] en busca de procesos que permitan que una comunidad (en este caso la estudiantil) pueda educarse cívica y moralmente de una forma efectiva. Ellos consideran válido el supuesto de que la educación escolar influye de manera considerable en el comportamiento de los individuos. John Dewey es el primero en manejar de forma amplia y definitiva este enfoque, llamado cognitivo-evolutivo. Cognitivo porque reconoce la educación moral como intelectual, con bases en la estimulación del pensamiento activo, sobre cuestiones y decisiones morales; y evolutivo por que entiende los

finde de la educación moral como un movimiento a través de *estadios morales* [Piaget, Jordán, Santolaria, 1995].

Debido al juicio común que se tiene de las matemáticas, por la necesidad implícita de superar los obstáculos que presentan las asignaturas que la componen (clasificadas de difíciles de entender y aprender); se pueden mermar las aspiraciones de los estudiantes. Por ello es necesario el desarrollo de la inteligencia moral en cada materia (aún fuera del contexto de ciencias). Ésta aporta elementos que motivan a la perseverancia y al trabajo colectivo y se puede lograr ampliando en el profesor el sentido epistémico y metodológico de la filosofía de la ciencia, a una actividad axiológica, en el sentido de que su reflexión no debe apuntar solamente al cómo se han desarrollado y transmitido las teorías científicas, sino también al deber ser de la ciencia. Para ello se requiere promover nuevos valores, tanto epistémicos como prácticos, dentro del quehacer científico; y enfatizar la responsabilidad ética y social de él en favor de la formación de individuos. Esto requiere un alto convencimiento de la trascendencia del cumplimiento de las normas que hacen funcionar de manera óptima a las comunidades. La inteligencia moral favorece al mismo tiempo la motivación, tanto extrínseca como intrínseca, que necesitan los estudiantes para afrontar los retos antes mencionados.

De esta forma, el aprendizaje de la asignatura de *Geometría Analítica* necesitará en su trabajo cada una de las habilidades antes mencionadas, así, las actividades planeadas en un ambiente de la TIM serán de gran utilidad para la comprensión de los temas y el desarrollo de dichas habilidades en cada estudiante.

Otro requerimiento que se presenta al trabajar en un ambiente de la TIM, es utilizar un modelo pedagógico adecuado. La forma como se realice la comunicación entre estudiantes y profesores ha de permitir que se genere un ambiente rico en oportunidades de pensar y contrastar ideas propias con el

pensamiento de otros. La pedagogía del contrato es un instrumento de socialización eficaz para estructurar las relaciones sociales en el marco escolar. Inicia a los estudiantes en la autonomía y la responsabilidad, a través de la libertad de decidir y de actuar en el marco de las reglas definidas en común. Estos valores favorecen que los estudiantes elijan sus propios itinerarios para la autoformación tan necesarios al término de la formación escolar. Les enseña a comunicarse con los demás, a expresar sus ideas y opiniones. Favorece el aprendizaje de la resolución de conflictos y a establecer unas relaciones interpersonales positivas, a razonar y reflexionar de una manera más profunda y formarse en una actitud crítica mediante la elaboración y contrastación de estrategias para la resolución de problemas. Estos elementos convergen en una evolución intelectual. (cf. Przesmycki, 1994, 23-24; Filloux, 1974, 84-88).

Un elemento importante para el desarrollo de la TIM, es la socialización del conocimiento. Esto se debe a que el mediador por excelencia en la socialización, es el lenguaje; y éste es el instrumento por el cual se desarrolla la inteligencia lingüística, en primera instancia. Al socializar, se desarrolla la inteligencia emocional, por la necesidad de llegar a consensos, lo que implica regular la propia conducta. Por ello el entorno en el que se desarrolla el aprendizaje es fundamental y ha de tomarse en cuenta al momento de planear las actividades de aprendizaje y de enseñanza. Ya decía Vigotsky que “la característica central de las funciones elementales es que están directamente y totalmente determinadas por los estímulos procedentes del entorno. En lo que respecta a las funciones superiores, el rasgo principal es la estimulación autogenerada, es decir, la creación y uso de estímulos artificiales que se convierten en las causas inmediatas de la conducta” (Vigotsky, 1979, p. 69).

En conclusión, la enseñanza de *Geometría Analítica* basada en la TIM tiene un doble sentido fundamental: el primero lo podemos llamar “*matemáticas para todos*” refiriéndonos con este término a que la TIM nos da la posibilidad de diseñar actividades de forma que estas no sean puramente algorítmicas, que

atiendan a la diversidad de formas de aprender. Así los temas puedan llegar a cada estudiante desde el enfoque que más dominen, es decir, su inteligencia preferente. El segundo es dar a las clases el sentido de *entrenamiento* de las inteligencias, logrando así potenciar en especial, aquella de la que hará mayor uso en su vida, pero sin dejar de lado el desarrollo del resto para que pueda valerse de ellas y complementar así de manera adecuada sus tareas, es decir, buscar un desarrollo integral de la persona (Delors, 1996).

1.3 Diseño de una unidad didáctica

El diseño de unidades didácticas en un marco de las nuevas orientaciones educativas basadas en puntos de vista constructivistas, tanto del aprendizaje como de la enseñanza, implican que el profesorado debe tener autonomía para tomar decisiones curriculares de acuerdo a las necesidades específicas que percibe en el aula con sus estudiantes, haciendo uso de materiales didácticos y libros de texto ya diseñados, pero cualquier material deberá ser readaptado y completado para poder dar respuesta a dichas necesidades.

Aunque no existen recetas efectivas para el diseño de unidades didácticas, debido a la diversidad de situaciones que pueden presentarse en las aulas, el autor de este documento hace a continuación una interpretación del trabajo realizado por Neus Sanmartí [Sanmartí, 2000], acerca de criterios para la toma de decisiones al momento de diseñar una unidad, resultado de investigaciones recientes en el campo de la didáctica de las ciencias: son sugerencias, pero nunca prescripciones.

Los siguientes criterios, aunque se presentan de forma lineal, en la práctica no se utilizan de la misma manera, son más bien un ir y venir constante; se puede iniciar por cualquiera de ellos según la experiencia de cada profesor y se clasifican en:

1. Criterios para la definición de objetivos.
2. Criterios para la selección de contenidos.
3. Criterios para la organización y secuenciación de los contenidos.
4. Criterios para la selección y secuenciación de actividades.
5. Criterios para la selección y secuenciación de las actividades de evaluación.
6. Criterios para la organización y gestión del aula.

Al ser parte vital para la elaboración de la propuesta metodológica, se hace una breve reseña de los criterios 1, 4 y 5 del listado anterior.

1.3.1 Criterios para la definición de objetivos

Los objetivos de una unidad didáctica dibujan el plan que tiene el que la diseña acerca de lo qué es conveniente que los estudiantes aprendan, y cuál es el método más efectivo para lograrlo, lo que es llamado ideas-matriz. Es importante intentar explicitar al máximo dichas ideas-matriz y discutir las con otros enseñantes para que el proyecto curricular sea lo más válido posible en función de las necesidades de los estudiantes. Al mismo tiempo, dicha explicitación ha de posibilitar valorar el grado de coherencia entre aquello que se piensa, aquello que se dice y aquello que realmente se lleva a la práctica.

Cada uno de los objetivos redactados deberán obedecer a alguno más general, así, los objetivos por tema deberán estar en función de lo que se persigue en la unidad, y el objetivo de ésta en función del objetivo general de la asignatura. Además, las finalidades deben ser del orden conceptual, procedimental y actitudinal.

Para la redacción de cada objetivo Allal (1991) recomienda:

- Formularlo desde el punto de vista del estudiante.
- Plantearlo como un desarrollo de sus capacidades (es difícil poder anticipar cuál será el final del proceso, pero sí que se puede plantear como objetivo desarrollar capacidades).
- Especificar la acción que se pretende que los estudiantes apliquen (a través de un verbo de acción no genérico como podrían ser los de ‘saber’ o ‘comprender’).
- Especificar el contenido.
- Especificar el contexto en el cual los estudiantes deberían demostrar sus aprendizajes, ya que el contexto permite delimitar el objetivo e identificar su finalidad.

1.3.2 Criterios para la selección y secuenciación de actividades.

En el diseño de una unidad didáctica, la elaboración de actividades resulta de gran importancia, ya que es a partir de ellas, más que de los contenidos, que el profesor puede alcanzar de forma tangible los objetivos planteados y, también a partir de ellas es que el estudiante aprende. Una actividad aislada no posibilita el aprendizaje, necesita de una serie de actividades que la complementen y sirvan de reforzadoras ya que el conocimiento no está subdividido en porciones, es secuencial. De la misma forma la selección y organización de actividades debe responder a dicha secuencia.

Existen diversas propuestas que confieren diferentes finalidades didácticas a las actividades de enseñanza [Pozo y Gómez Crespo, 1998; Astolfi y Peterfalvi, 1997]. Por ejemplo, para unas propuestas, las actividades tienen fundamentalmente la función de estimular el conflicto cognitivo y el cambio conceptual. Otras se proponen para promover el redescubrimiento de las ideas científicas a partir de la investigación. Otras, facilitar la reorganización del

conocimiento; mientras que, para otras propuestas, se trata de promover la evolución y enriquecimiento de los modelos elaborados por los propios estudiantes. Estas propuestas más que divergentes son complementarias, es necesario que las actividades tiendan a promover que el estudiante autoevalúe y regule sus formas de pensar y actuar, favorezcan la expresión de sus ideas, el establecimiento de nuevas interrelaciones, la toma de conciencia de los cambios en los puntos de vista para que estas puedan responder a un marco de tendencias según el paradigma manejado. Actualmente las diferentes propuestas de selección y secuenciación de actividades tienen en común algunos rasgos que se pueden destacar. Así, se diferencia entre:

- Actividades de iniciación, exploración, de planteamiento de problemas o hipótesis iniciales...
- Actividades para promover la evolución de los modelos iniciales, de introducción de nuevas ideas, de identificación de otras formas de observar y de explicar, de reformulación de los problemas...
- Actividades de síntesis, de elaboración de conclusiones, de estructuración del conocimiento...
- Actividades de aplicación, de transferencia a otros contextos, de generalización...

Las actividades de iniciación obedecen al supuesto de que el estudiante posee conocimientos previos. Tienen como objetivo facilitar tanto que los estudiantes definan el problema a estudiar, como que expliciten sus representaciones. A través de ellas se elabora una primera representación de los objetivos del trabajo. Han de ser actividades motivadoras, que promuevan el planteamiento de preguntas y la comunicación de los distintos puntos de vista o hipótesis.

También se caracterizan por promover el análisis de situaciones simples y concretas. Generalmente buscan la expresión de las ideas con relación a un

fenómeno observado cotidianamente o a partir de una manipulación realizada en el aula. A través de este tipo de actividades, el profesorado puede identificar los diversos puntos de partida.

Las actividades de introducción de nuevas ideas están orientadas a favorecer que el estudiante pueda identificar nuevos puntos de vista en relación con los temas estudiados. Formas de resolver los problemas o tareas planteadas, relaciones entre conocimientos anteriores y los nuevos, etc. Las propuestas metodológicas pueden ser distintas, en función tanto del tipo de contenido a enseñar como de los conocimientos previos del estudiante. Es fundamental la discusión y cooperación entre los componentes del grupo en clase. Su finalidad es que el estudiante reflexione, individual y colectivamente, acerca de la consistencia de su hipótesis, percepción, actitud, forma de razonamiento y modelo inicial. Todo ello con el objetivo de que pueda producirse una reestructuración en la forma de mirar, de pensar, de sentir y de hablar en relación al fenómeno.

Las actividades de estructuración, cuyo objetivo es que los estudiantes relacionen las ideas aprendidas con las que ya tenían; mecanicen los algoritmos; aprendan a utilizar los nuevos términos, al expresar ideas científicas con el rigor correspondiente al nivel de estudios y realicen modelación : Es decir, actividades que promuevan la abstracción de las ideas importantes, formulándolas de forma descontextualizada y general.

Las actividades de síntesis son para que el estudiante explicita qué está aprendiendo, cuáles son los cambios en sus puntos de vista, sus conclusiones. Es decir, actividades que promuevan la abstracción de las ideas importantes, formulándolas de forma descontextualizada y general. La síntesis es siempre personal y la hace cada estudiante en función del grado de evolución de sus ideas. La síntesis del profesorado sólo es útil para los estudiantes que piensan de forma muy parecida al él. Algunos estudiantes pueden haber realizado

ajustes válidos, aunque parciales, y si no llegan a poder explicitarlos, muchas veces no se integran de forma significativa en su estructura de conocimientos. Estas síntesis personales serán forzosamente provisionales, ya que los aprendizajes realizados no deben considerarse como puntos finales sino como etapas de un proceso que discurre a través de toda la vida.

Las actividades de transferencia a otros contextos están orientadas a transferir las nuevas formas de ver y explicar un fenómeno a nuevas situaciones, más complejas que las iniciales. Se considera que, para conseguir que el aprendizaje sea significativo, se deben ofrecer oportunidades a los estudiantes, de manera que apliquen sus concepciones revisadas a situaciones o contextos nuevos y diferentes.

Pueden ser actividades en las que los estudiantes se planteen nuevos problemas, pequeños proyectos o investigaciones. Muchas veces se confunde este tipo de actividades con los tradicionales problemas o ejercicios, en los que se busca más la mecanización que dar oportunidades reales de usar y aplicar las nuevas ideas a la interpretación de fenómenos más complejos que los iniciales. Conviene que sean actividades que, de hecho, inicien un nuevo proceso de aprendizaje, y posibiliten el planteamiento de nuevas preguntas e interrogantes. Jorba (1997), realiza un esquema que explica el ciclo de aprendizaje como una evolución de dos variables, a saber, la complejidad y la abstracción, propone que el aprendizaje debe estar dirigido de lo simple a lo complejo y de lo concreto a lo abstracto, según se muestra en la figura 1.2, siguiendo un esquema similar al antes expuesto.

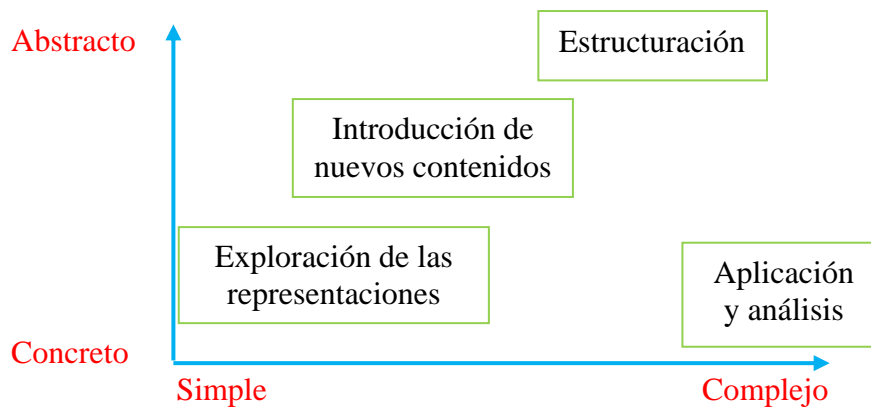


Figura 1.2 El ciclo de aprendizaje (Jorba, 1997)

1.3.3 Criterios para la selección y secuenciación de las actividades de evaluación.

Cambiar el modelo sobre cómo aprenden los estudiantes y, en consecuencia, sobre cómo enseñar conlleva un cambio en todas las prácticas educativas incluidas en la profesión del enseñante. Sin duda, uno de los cambios más radicales es el que hace referencia a la función de las actividades de evaluación, a su tipología, a su relación con las otras actividades que se realizan en el marco escolar y, muy especialmente, a quién evalúa.

La evaluación y, muy especialmente, la autoevaluación formativa tienen la función de motor de la evolución o cambio de las representaciones iniciales. Por ello, en el diseño de una unidad didáctica es fundamental la toma de decisiones acerca de qué actividades de evaluación introducir, en qué momento y qué aspectos son los importantes evaluar. En este sentido, incluir actividades para la regulación del aprendizaje, tanto por parte del profesor, como del mismo estudiante, resulta un elemento indispensable de la unidad didáctica; así como instrumentos para concentrar la información obtenida, acerca del desempeño de

los estudiantes, basada en criterios de evaluación consensuados. De acuerdo al tiempo en que se realiza, la evaluación se puede clasificar de la siguiente forma:

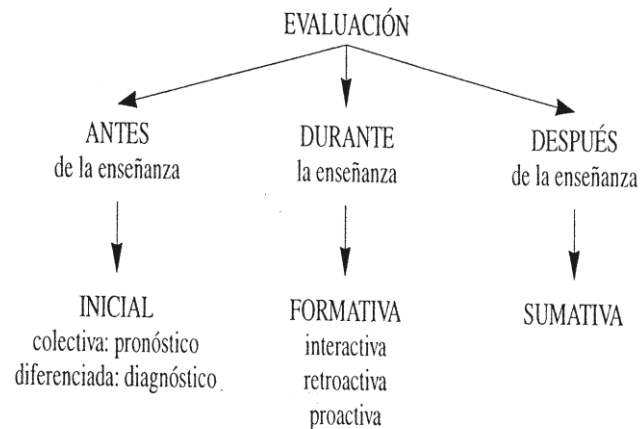


Figura 1.3 Clasificación de la evaluación de acuerdo al tiempo en que se realiza (Jorba, Casells, 1997)

Antes de la enseñanza es necesario realizar una evaluación inicial o predictiva, que tiene como objetivo averiguar las actitudes, ideas y conocimientos previos, que tiene el estudiante al iniciar el proceso con el objetivo de adecuar la trayectoria que llevará éste (Ausubel, 2002). Cuando dicha información se obtiene de forma diferenciada (de cada estudiante) se le llama diagnóstico, mientras que cuando se obtiene de forma colectiva se le llama prognosis.

La evaluación formativa tiene como propósito fundamental *regular* el avance que tiene el estudiante en el proceso educativo, de forma que tanto el profesor como el mismo estudiante puedan detectar las carencias que tiene y así solventarlas. Dicha regulación se puede clasificar en tres tipos: la evaluación formativa interactiva, la proactiva y la retroactiva.

- La regulación interactiva es el resultado de las observaciones acerca de la relación del estudiante con el profesor, sus compañeros y los materiales didácticos al momento de realizar una actividad; por lo tanto se realiza a diario y su evaluación normalmente está en función del desarrollo de la inteligencia emocional del profesor, ya que es éste el encargado de realizar e interpretar dichas observaciones.

- La regulación proactiva es preventiva, se aplica en ciertos momentos del curso. Preferentemente se realiza con algún tipo de tabla de control y sirve para orientar futuras actividades basadas en el desarrollo que hasta el momento van teniendo los estudiantes.
- La regulación retroactiva es lo que comúnmente se le llama regularización, es decir, actividades extras que sirven como reforzadoras de conceptos para aquellos estudiantes que muestran carencia en ellos.

La evaluación sumativa es aquella en que se recogen los datos obtenidos durante el proceso de enseñanza-aprendizaje, debe mostrar de una forma fiable si el estudiante cumple con los objetivos planteados, dando así la aprobación, desde un punto de vista social, del estudiante como apto para ser promovido a un próximo módulo o curso.

CAPÍTULO 2

METODOLOGÍA

2.1 Diseño de unidades

Al momento de realizar el diseño de una unidad didáctica, dos cuestiones a resolver de forma constante son: qué enseñar y cómo enseñarlo. En un ámbito tradicionalista el problema se reduce a la aplicación lineal de un temario determinado, con el eje central puesto en la cátedra del profesor. En las tendencias constructivistas, al ser el eje de atención el estudiante, es benéfica la introducción de contenidos transversales con el afán de propiciar un aprendizaje significativo y un desarrollo integral. Es cierto que dichos contenidos transversales acentúan la controversia de qué enseñar, por ello la propuesta metodológica de que es objeto este trabajo propone que estos contenidos, ajenos a la curricula matemática, desarrollen alguna de las inteligencias de que está dotado el estudiante, y que su utilización responda al planteamiento de los objetivos de los temas y, al mismo tiempo, de la unidad y curso.

Con base en las consideraciones realizadas en el capítulo 1, sección 1.3, el autor realiza una adaptación de los criterios mencionados, dándoles un sentido acorde a la TIM.

Objetivos:

Se distinguirán y trabajarán dos tipos de objetivos de acuerdo a su jerarquía en el diseño de cada unidad:

- a) Objetivos de la unidad didáctica
- b) Objetivos específicos por temas

En cada uno de ellos se redacta de forma explícita las habilidades que el estudiante desarrollará, y a su vez, las inteligencias que se trabajarán en los diversos temas. Estas inteligencias están inmersas en los objetivos para los

aprendizajes conceptual, procedimental y actitudinal de forma implícita; por ejemplo, la inteligencia lógico-matemática servirá para que el estudiante aprenda conceptos que necesiten cierto rigor matemático, mientras que la cinético-corporal ayudará para que los aprendan cuando la situación se pueda relacionar con acciones que permitan construcciones físicas «*Aprendizaje conceptual*». La inteligencia lingüística permite la comprensión de desarrollos en un lenguaje común, mientras que la lógico-matemática en un lenguaje algorítmico «*Aprendizaje procedimental*». Finalmente la inteligencia naturalista y la emocional ayudan en la regulación del comportamiento de los estudiantes en diferentes ámbitos y situaciones «*Aprendizaje actitudinal*».

Actividades:

Las actividades diseñadas conciernen a una unidad didáctica (la unidad 1 del programa mostrado en el apéndice A), y el formato para la redacción de cada una de las actividades de que están compuestas (salvo la actividad 1 que se refiere al diagnóstico de la unidad) es el siguiente:

| |
|--|
| <p style="text-align: center;">Tema (Nombre de la unidad) Objetivo (Objetivo de la unidad)</p> <p>Actividad “Nombre” (Título de la actividad) Objetivo (Aquí se redactan objetivos parciales, a conseguir en cada actividad).</p> <p style="text-align: center;">(Materiales necesarios y descripción de la actividad)</p> <p>Reflexión Se aborda un breve cuestionario que servirá como pauta para una evaluación del aprendizaje y del sentido que el estudiante da al tema, mismas que deberá resolver en casa, para dar oportunidad a realizar consultas bibliográficas cuando sean necesarias.</p> <p>Justificación Se menciona el sentido de cada paso de la actividad, referente a la inteligencia que se desea desarrollar.</p> <p>Evaluación Se sugieren indicadores para el llenado de una parrilla de evaluación, que aparece sólo en los momentos en que sea pertinente.</p> |
|--|

Se adoptará la siguiente notación para la simplificación de la escritura en las actividades

| Inteligencia | | Siglas |
|-------------------|---|---------|
| Lingüística | = | «InLin» |
| Cinético-corporal | = | «InCin» |
| Lógico-matemática | = | «InMat» |
| Musical | = | «InMus» |
| Espacial | = | «InEsp» |
| Emocional | = | «InEmo» |
| Natural | = | «InNat» |

En la parte superior izquierda del nombre de la actividad, se coloca uno o más indicadores (un par de asteriscos ** equivale a un indicador) que señalen, según el esquema de Jorba, qué finalidad didáctica tiene dicha actividad, tomando como referencia el siguiente acuerdo de colores:

** El indicador será de color azul si la actividad es exploratoria.

** El indicador será de color rojo si la actividad es para introducir nuevos contenidos.

** El indicador será de color verde si la actividad es de estructuración.

** El indicador será de color negro si la actividad es de aplicación.

De esta forma se muestra el cumplimiento del ciclo de aprendizaje para las unidades desarrolladas.

Cabe mencionar que no en todas las actividades, ni en todas las unidades, se desarrollan las siete inteligencias, y que esto no afecta a los objetivos, ya que estas podrán desarrollarse en el resto del proceso.

Evaluación:

Se tomará como modelo la evaluación formativa descrita en el marco teórico (capítulo 1, sección 1.3.3), con el plan de acción descrito a continuación:

- a) Diagnóstico-pronóstico: Se realiza al inicio de cada una de las unidades. En él se averiguarán las ideas, actitudes y aptitudes que cada estudiante tenga acerca de los temas que se trabajarán. Los cuestionamientos se diseñan de forma que no aparenten tener solución únicamente algorítmica. Así se libra de una desventaja a aquellos estudiantes cuya inteligencia preferente no sea la lógico-matemática y así se pueda detectar de una forma óptima la diversidad en el aula.
- b) Regulación interactiva: No se muestran patrones definidos de cómo se debe evaluar en el proceso interactivo, pero se sugiere que el profesor realice un *diario de experiencias*, en el que registre eventos sobresalientes durante la realización de una actividad, tales como objetivos no logrados, actitudes no deseadas, y de igual forma resultados que rebasen los objetivos, avances significativos en el proceso, etc. Dichas observaciones las puede realizar tanto de forma colectiva como de forma diferida según lo solicite la situación. Además podrá utilizar estos registros para enriquecer el diseño de la unidad para casos posteriores.
- c) Regulación proactiva: Se realiza sólo en momentos clave durante el proceso y, ya que se ha discutido que el desarrollo de las inteligencias lleva de forma aunada el desarrollo de conceptos, procedimientos y actitudes; se evaluará dicho desarrollo en las actividades, asignando un número entre 1 y 4 (siendo 4 el grado de evaluación máximo), de acuerdo a los siguientes criterios:

Lingüística: **4** corresponde a expresiones orales y escritas correctas; **3** a expresiones orales adecuadas; **2** al favorecimiento de expresiones escritas y **1** a deficiencias en ambos tipos de expresión.

Cinético-corporal: **4** corresponde a la utilización de forma correcta de los materiales, desde el punto de vista conceptual y, a una optimización de

estos mismos; **3** al manejo adecuado de los materiales (conceptual); **2** si los materiales son utilizados de una forma óptima y **1** a deficiencias en ambas acciones.

Lógico-Matemática: se asigna **4** cuando el estudiante ha utilizado heurísticas pertinentes al tema; **3** cuando resuelve el problema con algoritmos y operaciones correctas; **2** cuando el algoritmo es correcto aunque el resultado sea incorrecto y **1** a resultados incorrectos mediante algoritmos deficientes.

Espacial: se asigna **4** cuando el estudiante interpreta y representa de manera eficiente esquemas con base en la referencia trabajada, **3** cuando únicamente interprete los esquemas dados, **2** si representa de manera eficaz un esquema en el espacio y forma necesaria y **1** cuando tenga deficiencias en la interpretación y representación de esquemas.

Emocional: **3** cuando el estudiante propone al equipo y autoevalúa su situación; **2** cuando realiza de manera adecuada cualquiera de las dos acciones mencionadas antes y **1** cuando no participa con el equipo ni trabaja de forma correcta individualmente.

Natural: se asigna **4** al estudiante que muestra un interés marcado por el medio natural; **3** cuando demuestra poco interés en el medio; **2** cuando no se interesa por acciones en pro del medio ambiente y **1** cuando el estudiante propone acciones contrarias a la conservación y mejoramiento del medio natural.

Musical: se sugiere trabajar en dos aspectos que son base de la música: el tono y el ritmo. El tono se asocia con la agudeza o gravedad de un sonido, mientras que el ritmo con la medición del flujo de movimiento sonoro; así, se sugiere dar **4** si domina ambas habilidades musicales. Dar **3** al estudiante que tenga un dominio del tono, es decir, distinga con facilidad entre diferentes sonidos, cuáles son más agudos o más graves. Asignar **2** si la habilidad que domina es el ritmo, lo que se nota cuando pueda imitar los tiempos y sonidos de percusión en una melodía. Por último asignar **1** cuando el estudiante tenga dificultades marcadas en ambas habilidades.

- d) Evaluación sumativa: Se sugiere que se realice de acuerdo con la normatividad y acuerdos de la academia encargada en cada institución educativa.

La tabla 2.1 sirve como modelo de parrilla de evaluación para el registro de los resultados asignados de forma individual en los momentos en que la regulación formativa se realice.

Cabe mencionar que, así como no se desarrollan todas las inteligencias en cada actividad, no se pueden evaluar todas en cada momento en que se llene la tabla de control. Más aún, aunque una inteligencia pueda ser evaluada, no siempre se podrá alcanzar el grado máximo, ya que esto depende de los objetivos específicos buscados para dicha inteligencia durante el proceso; por tal motivo es necesario dar una serie de indicadores con base en los criterios descritos anteriormente que permitan una evaluación más objetiva.

| Regulación Inteligencias Evaluación Formativa No. __ | | |
|--|---|---------------|
| Inteligencia | Grado Obtenido <small>4 corresponde al máximo y 1 al menor</small> | Observaciones |
| Lingüística | | |
| Cinético-corporal | | |
| Lógico-Matemática | | |
| Espacial | | |
| Emocional | | |
| Natural | | |
| Total | | |

Tabla 2.1 Parrilla de evaluación para la regulación de inteligencias.

2.1.1 Diseño de la unidad 1

Diagnóstico-Pronóstico

****Actividad No 1: “Examen Diagnóstico”**

Objetivo.- Identificar el manejo, por parte del estudiante, de las herramientas matemáticas que serán necesarias durante la unidad; analizar las ideas previas respecto a la asignatura de Geometría Analítica y dar a conocer el objetivo y temario de la misma.

Materiales:

- Un juego de copias por estudiante, del instructivo mostrado a continuación.
- Fotocopias del objetivo y temario de la unidad 1.
- Fotocopias por estudiante de la historieta de trabajo (ver Apéndice B)
- Fotocopias del mapa para trabajo (ver Apéndice B)

Desarrollo:

Entregar el siguiente instructivo a cada estudiante, junto con la historieta y mapa en hojas anexas (ver Apéndice B), y estar al tanto de su solución individual así como de las dificultades que a éstos se les puedan presentar respecto a la redacción y materiales necesarios.

Instrucciones: El siguiente cuestionario tiene como objetivo explorar las ideas previas que tienes de ésta asignatura, y en especial de la unidad 1 “Conceptos básicos”. Contesta de forma detallada a cada una de las cuestiones, anotando todos los procedimientos, ideas y dudas que tuvieras para llegar a tus

resultados. La solución es de forma individual y cuentas con 45 minutos para ella.

1) Observa con atención la historieta y el mapa que se muestran en las hojas anexas y resuelve cada una de las cuestiones planteadas en la historieta.

2) ¿Qué utilidad tiene la geometría en tu vida cotidiana?

3) ¿Qué idea tienes de lo que se estudia en Geometría Analítica?

-
- Una vez analizadas las preguntas 2 y 3, pedir a algunos estudiantes que lean ante el grupo sus respuestas. Conviene que el orden de discusión sea de las respuestas más ingenuas a las más elaboradas, para evitar de esta forma una marginación hacia algunos estudiantes en ese momento. Para concluir, dar a conocer el objetivo general del curso (ver introducción de éste documento pág. 5) y entregar las copias del objetivo y temas de la primer unidad.

Primer evaluación formativa

Indicadores:

Lingüística: En la actividad hay dos momentos en los que se puede evaluar la inteligencia lingüística, estos son la redacción de las preguntas 2 y 3, y la exposición de las mismas. Así se puede asignar **4** si en dichas preguntas, en la redacción, así como en la exposición, tienen ideas claras y poco ingenuas. Dar **3** si la exposición de las ideas en las mismas preguntas da a entender cuestiones muy cercanas a la realidad aunque utilizando recursos externos a su redacción. Dar **2** si las ideas plasmadas en el papel concuerdan con lo solicitado en las

preguntas, aunque la expresión de estas no sea tan correcta. Dar **1** si las ideas escritas y la exposición de las mismas son demasiado ingenuas.

Cinético-Corporal: En esta actividad no se evalúa el desarrollo de esta inteligencia.

Lógico-Matemática: Los conceptos matemáticos de los cuales se desea averiguar las ideas previas son: la ubicación de puntos en el plano cartesiano, distancia entre dos puntos y división de un segmento en dos partes iguales. De este modo se puede asignar **4** si el estudiante utiliza alguna heurística (cambio de escala o aproximaciones por ejemplo) que le lleve a la solución. Dar **3** si para la solución utilizaron de forma correcta el teorema de Pitágoras (distancia entre dos puntos) y la media de las abscisas y ordenadas, y obtienen así un par ordenado (para punto medio). Dar **2** si con los mismos algoritmos mencionados antes, los resultados fueron incorrectos, es decir, si el estudiante detecta el algoritmo que se utiliza pero tiene alguna deficiencia en el proceso y obtiene un resultado distinto al esperado. Por último dar **1** si el algoritmo utilizado es distinto al que se requiere, aún cuando bajo alguna circunstancia, el resultado coincida con el esperado.

Espacial: En la actividad se requiere de la interpretación del mapa, donde se pone a prueba la ubicación del estudiante respecto a un sistema coordenado. Así conviene asignar **3** si el estudiante refleja haber entendido la situación física que ocurre, y si los resultados que propone son coherentes con dicha situación. Dar **1** en caso contrario.

Emocional: La actividad es meramente individual, y aunque no hay preguntas que sirvan directamente para la evaluación de esta inteligencia; mediante la observación de las actitudes tomadas frente a este desafío, puede darse una idea acerca de las posibles actitudes que el estudiante tiene hacia la materia. Se puede asignar **2** si la actitud que muestra el estudiante es de perseverancia, si realiza un esfuerzo por entender y resolver los problemas (dicho esfuerzo será de diferente magnitud para diferentes estudiantes, y será el que ayude en el desarrollo de la parte intrapersonal de la inteligencia emocional). Dar **1** si la actitud que se muestra es de indiferencia, el trabajo es superfluo o nulo.

Natural: En esta actividad no se evalúa el desarrollo de esta inteligencia.

Musical: En esta actividad no se evalúa el desarrollo de esta inteligencia.

Conceptos Básicos

Objetivo.- Al final de la unidad el estudiante conocerá el plano cartesiano, y realizará diferentes manipulaciones con puntos en él, tales como: cálculo de distancias, perímetros, áreas y división de un segmento en una razón dada. Además desarrollará el interés por el conocimiento de la naturaleza que le rodea en un ecosistema, una comunidad y en su persona. Esto fomentará una valoración y respeto por dichos medios. De esta forma se busca el desarrollo de las inteligencias lógico-matemática, natural, espacial y emocional.

****Actividad No 2 “El plano cartesiano”**

Objetivo.- El estudiante comprenderá el uso del plano cartesiano como instrumento de ubicación, conocerá los elementos y necesidades que conforman diversos ecosistemas y propondrá acciones en pro de la preservación de los mismos.

Materiales:

- Dibujo tamaño rotafolio de algún ecosistema que contenga imágenes bien definidas (animales, plantas, personas, etc.), para ser utilizado por el profesor
- Dibujos tamaño carta u oficio, con características similares al anterior, para trabajo individual de los estudiantes.
- Recortes de animales y plantas acorde a cada ecosistema.

Desarrollo:

- Se dividirá el dibujo en cuatro partes iguales con dos rectas perpendiculares, y se marcará la escala a manera de ejes cartesianos.
- El profesor realizará preguntas para que cuatro o cinco estudiantes den la posición de algunos elementos en el rotafolio, y deberá ir acompañando en las respuestas de forma que se llegue a la estándar: puntos de la forma (x,y) , con el eje horizontal “x” y el vertical “y”.
- En seguida, cada estudiante deberá redactar por escrito 5 preguntas similares, e intercambiar por parejas los esquemas y preguntas para ser contestadas, luego regresarán los dibujos al propietario para verificar resultados.
- Tras resolver dudas que puedan surgir, el profesor dará a distintos estudiantes los recortes que haya preparado para que sean colocados en el rotafolio, según las coordenadas que él indique.
- Cada estudiante repetirá el paso anterior, en su esquema y con la pareja con que previamente intercambió.
- Se resuelven nuevamente dudas.

Reflexión:

- 1) Investiga algunas de las especies de flora o fauna que se encuentren en peligro de extinción de alguno de los ecosistemas con que trabajaste previamente, y los requerimientos y problemas que hay en el mismo. ¿Qué acciones propones para responder a estas problemáticas?
- 2) Describe con tus propias palabras el procedimiento para ubicar objetos en el plano cartesiano.
- 3) ¿Dónde has observado que se utilice este método para ubicar objetos?
- 4) Da la ubicación de cuatro puntos en el plano, de tal forma que al unirlos, la figura que se forme sea un cuadrado (haz lo mismo con tres puntos y forma un triángulo isósceles).

Justificación

Cuando el estudiante escoge el ecosistema con que trabajará, le es necesario realizar una pequeña consulta sobre los elementos que lo conforman, tanto para saber los nombres de estos y así poder indicarlos, como para conseguir los recortes acordes para ubicarlos, además de la información que obtienen del esquema del profesor y del de la pareja con que trabajan «*InNat*». Cuando el estudiante traza los ejes y los rotula en su dibujo, tras haber observado cómo lo realizó el profesor, está haciendo una transferencia a escala «*InEsp*», al trabajar sobre materiales que puede manipular con las manos «*InCin*». La pregunta 4 de la reflexión, obliga al estudiante a hacer uso de conocimientos matemáticos de la geometría euclidiana (mismos que adquirió en la asignatura geometría y trigonometría del segundo semestre) «*InMat*». Por otro lado, la relación que tienen los estudiantes por parejas, los lleva a una interpretación uno del otro; al mismo tiempo, al ser contestadas sus preguntas, llegan a una valoración de su trabajo. Además en la pregunta 1 de la reflexión, se trabaja el valor del respeto (en este caso al medio ambiente) «*InEmo*». Finalmente, al tener la tarea de redactar preguntas de forma que otros deban contestarlas, el estudiante deberá velar por que éstas sean lo mas claras posibles, al igual que la redacción del algoritmo de la pregunta 1 de la reflexión «*InLin*».

****Actividad 3 “Distancia entre puntos en el plano cartesiano”**

Objetivo.- El estudiante construirá el modelo matemático para el cálculo de distancia entre dos puntos en el plano cartesiano, lo aplicará para deducir características de figuras, y utilizará el método de determinante para obtener el área de figuras en el plano. Utilizará conceptos matemáticos para dar solución a una problemática planteada para una comunidad.

Materiales:

- Dos planos para el profesor y dos por estudiante como los mostrados en las figuras del Apéndice B.
- Un juego de copias por estudiante del instructivo que se muestra en el desarrollo

Desarrollo:*Parte I “Distancia entre dos puntos en el plano y perímetro”*

Entregar el siguiente instructivo y las imágenes mostradas en el apéndice B a los estudiantes:

Instrucciones: Lee y observa cuidadosamente cada una de las hojas para resolver el ejercicio.

Adrián es dueño de varios negocios en su colonia, tal como lo muestra el primer plano mostrado en las siguientes páginas. A menudo le es necesario ir de uno de sus negocios a otro para revisar las finanzas. Responde cada una de las siguientes preguntas:

- a) ¿Qué ruta puede tomar para ir de la forma más sencilla de:
- la librería al banco?
 - el banco al restaurante?
 - la librería a la cruz roja?
 - el cyber café a la florería?
 - la tienda de CD's a la zapatería?
 - la relojería a la vulcanizadora?
 - la tienda de herramientas al restaurante?
 - la zapatería al cyber café?

- b) ¿Cuántos metros caminará en cada uno de los recorridos anteriores?
- c) Dado que Adrián realiza muchos recorridos diariamente, como los que se mencionan arriba, logró obtener los permisos para la construcción de puentes que unen algunos de sus negocios como lo muestran las líneas azules en el segundo plano. Al ir sobre estos ¿Qué distancia caminará para realizar cada uno de los recorridos del inciso “a” de la forma más corta?
- d) ¿En qué casos le fue más conveniente caminar por los puentes?
-

- Pedir que, mediante una lluvia de ideas, los estudiantes aporten posibles formas de dar solución a los problemas; finalmente el profesor acompañará en la construcción de la expresión para el cálculo de la distancia entre dos puntos $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$.
- Mostrar la forma de utilizar la fórmula para algunos ejemplos, y pedir en seguida que utilicen dicho algoritmo para verificar los resultados antes obtenidos.

Parte II “Área de un polígono en el plano cartesiano”

Entregar el siguiente instructivo, con la indicación de que es continuación del que trabajaron antes, y exponer en el momento indicado, la forma en como se obtiene el área de un polígono en el plano cartesiano (método del determinante):

Instrucciones: Contestar las siguientes cuestiones, a partir de los materiales e información proporcionados con anterioridad:

Adrian llama área de influencia de sus negocios al área que se forma uniendo con líneas los negocios para los cuales ha de investigar esta influencia, sin que estas líneas se crucen. Da un aproximado del área de influencia entre:

- a) el banco, la librería y la vulcanizadora.
- b) florería, cruz roja, relojería y tienda de herramientas.
- c) cyber café, óptica, tienda de herramientas, restaurante y banco.

Compara y discute tus resultados con algunos de tus compañeros, y participa en la construcción que realizará al grupo, acompañado por el profesor, de la forma de utilizar un algoritmo que sirve para resolver el problema.

Resuelve nuevamente cada uno de los incisos anteriores utilizando la fórmula que construyeron con el profesor ¿Qué tan cercanos fueron tus resultados comparando las dos ocasiones en que los obtuviste?

Redacta con tus palabras el procedimiento que utilizaste para el último inciso y la fórmula.

-
- En seguida el grupo, junto con el profesor, pulirán la redacción del procedimiento para obtener el área encerrada en una figura conociendo la ubicación de los vértices (Ver ejemplo en el apéndice C).

Reflexión:

- 1) ¿En qué partes de tu escuela puedes aplicar los temas que acabas de ver y con qué finalidad?
- 2) De acuerdo a la clasificación de equilátero, isósceles y escaleno, di que clase de triángulo es cada uno de los siguientes, argumenta tus respuestas:
 - A(2,2), B(-5,1) y C(-1,-2)
 - A(3,-2), B(-2,1) y C(0,4)
 - A(-5,4), B(-1,-2) y C(-3,1)
- 3) Describe el procedimiento para calcular la distancia entre dos puntos en el plano cartesiano, así como la importancia que encuentras a éste proceso.
- 4) Encuentra el área de dos de los triángulos del ejercicio 1.

Justificación:

La creación de rutas en la parte I de la actividad, tanto por las calles como por los puentes, de forma que sean lo más cortas posibles, y el dibujar las áreas de influencia con las condiciones dadas en la parte II de la actividad, desarrolla en el estudiante la capacidad de ubicación, «*InEsp*». Para la construcción de la fórmula de distancia entre dos puntos, el estudiante deberá tener presente el significado del Teorema de Pitágoras, y a su vez, asimilar la fórmula, de manera que le encuentre utilidad para la medición de distancias sin un instrumento graduado como lo es la regla, cinta métrica u otros. Además, al utilizar el algoritmo para encontrar el área de un polígono, debe tener en cuenta conceptos previos básicos y asimilar uno que muy posiblemente es nuevo: la noción de determinante «*InMat*». La pregunta 1 de la reflexión da pauta para que el estudiante busque lugares en su comunidad estudiantil, dónde los temas que está viendo sean de utilidad o tengan alguna aplicación, de manera que se favorezca una valorización hacia el buen uso de la ciencia «*InEmo*». Por otro lado, la pregunta 2 de la reflexión requiere un marcado esfuerzo en la redacción «*InLin*». Por último al tratarse de un problema con datos cotidianos, se presenta de manera clara la utilidad del tema al trabajarse en un ambiente que puede ser próximo y palpable al estudiante, como lo es una simple caminata por una comunidad determinada «*InNat*».

****Actividad 4 “División de un segmento en una razón dada”**

Objetivo.- El estudiante utilizará los algoritmos para la división de un segmento en cierto número de partes iguales, conocerá algunos conceptos musicales básicos, trabajará con el tono y ritmo con la finalidad de valorar los sentidos con que cuenta y en especial el sentido del oído; lo que favorece el desarrollo de la inteligencia musical.

Materiales:

- Al menos un instrumento musical de cuerdas (preferentemente el violín).
- Copias, por estudiante, de diversos esquemas según marca la actividad.
- Copias, por estudiante, de cada uno de los artículos que se muestran a continuación.
- Música popular y aparato para su reproducción (ver las sugerencias en el desarrollo de la actividad).

Desarrollo:

Entregar la siguiente información acerca de los sentidos del ser humano.

Los sentidos

Los sentidos son el mecanismo fisiológico de la percepción. El cuerpo humano consta de 5 sentidos: la vista, el tacto, el gusto, el olfato y el oído.

El sentido de la vista o de la visión es la capacidad de detectar la energía electromagnética dentro de la luz visible por el ojo e interpretar por el cerebro la imagen como *vista*.

El sentido del gusto o del sabor es uno de los dos sentidos químicos, que consiste en señales enviadas por diferentes partes de la lengua al cerebro, que hacen distinguir entre otras percepciones las dulces, amargas, saladas y ácidas.

El sentido del olfato o del olor es el otro sentido químico, la nariz con sus cientos de receptores olfativos envían señales al cerebro que las procesa y clasifica de acuerdo a un registro previamente establecido.

El sentido del tacto es la percepción de la presión generalmente en la piel.

Finalmente el sentido del oído es el encargado de la percepción ciertas ondas sonoras. Mediante un mecanismo complejo, la señal se transforma en un

registro en el cerebro que ayuda a diferenciar unos tonos de otros, dependiendo de la frecuencia de emisión de las ondas.

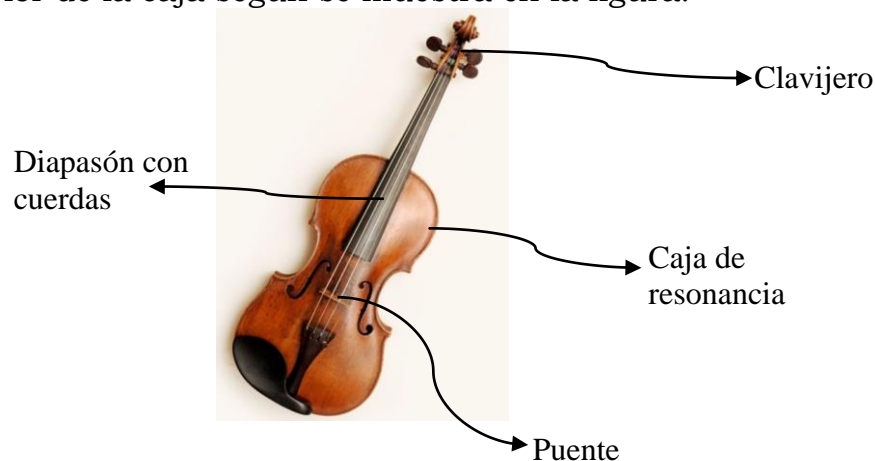
- Mediante una lluvia de ideas, construir una tabla acerca de actividades en que se utilizan de forma preferente algunos sentidos. Indicar que el sentido al que se dará preferencia en esta actividad es el del oído.

Parte I “Punto medio”

Entregar la siguiente información acerca del instrumento musical con que se cuenta:

El Violín

El violín es un instrumento de cuerdas, consta de cuatro de ellas, afinadas en los tonos Sol, Re, La y Mi, ordenadas de la más baja (grave) a la más alta (aguda). Consta principalmente de una caja de resonancia tradicionalmente elaborada de madera de arce; un mango o astil, comúnmente llamado diapasón (aunque no debe confundirse con el instrumento homónimo para la afinación), que concluye en un clavijero en el cuál se amarran las cuerdas, cada una en una clavija diferente; mismas que en el lado contrario del diapasón y a cierta distancia son elevadas por un puente y atadas a otra pieza, ambas colocadas en la tapa superior de la caja según se muestra en la figura.



Con el violín se pueden obtener todos los tonos de la escala musical (Do, Re, Mi, Fa, Sol, La, Si), así como los tonos intermedios entre cada nota, en caso de existir, llamados sostenidos o bemoles según el orden de recorrido de la escala (Do, Do#, Re, Re#, Mi, Fa, Fa#, Sol, Sol#, La, La#, Si; donde el símbolo # significa sostenido; ó Si, Si^b, La, La^b, Sol, Sol^b, Fa, Mi, Mi^b, Re, Re^b, Do; donde el símbolo ^b significa bemol); mediante presionar alguna cuerda a cierta distancia del clavijero o del puente.

Como en toda cuerda tensa, el sonido que emite al ser perturbada, depende de su largo (entre más corta el sonido emitido es más agudo), así en el violín, cada una de las cuerdas puede emitir diferentes sonidos aparte del normal en su afinación, *cambiando el largo de esta*, esto se logra oprimiéndola en diferentes partes del diapasón, ésta es la forma de obtener el resto de tonos de la escala musical.

- Con el instrumento musical elegido y descrito, previamente afinado (se sugiere el uso de afinadores electrónicos en caso de no tener la práctica o el auxilio de una persona con esa habilidad para la afinación), producir el sonido de una de las cuerdas al aire (sin presionarla en ningún punto), repetir el procedimiento algunas veces para que los estudiantes registren el sonido.
- De forma participativa, los estudiantes tratarán de encontrar el lugar preciso en que se repite el sonido de una forma más aguda en la misma cuerda, presionando en diferentes partes del diapasón.
- Repetir el proceso para cada una de las cuerdas del instrumento.
- Tratar de acordar que relación se encuentra entre la longitud de la cuerda al ser presionada para encontrar el mismo tono de una forma más aguda, y el tamaño original de la cuerda (esta relación es que se debe presionar a la mitad para obtener el resultado antes descrito).
- Realizar algunas conclusiones acerca de la complementación entre algunos sentidos y el del oído según los hayan necesitado en la actividad.

- Primero de forma individual y enseguida por equipos, entregar variados esquemas del instrumento musical trabajado, posicionado en formas distintas en sistemas cartesianos, para que ubiquen el lugar en que los tonos se repiten (punto medio) para una cuerda determinada, cuidando la claridad del esquema y preferentemente que los extremos de la cuerda se encuentren en puntos de fácil ubicación en la escala. (Ver ejemplo en el apéndice B).
- Dar un tiempo para que los estudiantes construyan el modelo matemático para la ubicación del punto medio de un segmento en el plano cartesiano, y en seguida, por medio de una lluvia de ideas, construirlo de forma grupal.

Pedir a los estudiantes que resuelvan los ejercicios anteriores por medio del algoritmo y que confronten sus resultados; realizar algunas conclusiones acerca del valor que dan a la utilización de los algoritmos.

Parte II “División de un segmento en una razón dada”

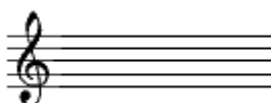
Entregar la siguiente información acerca de algunos ritmos musicales y su representación en partituras (En el apéndice C hay información similar de algunos instrumentos de cuerda diferentes al violín).

Partituras musicales

Las partituras son esquemas que se utilizan en música para representar los sonidos que deben emitir las voces y los instrumentos, así como los tiempos en que deben participar según su rol en la pieza. Se representa por medio de un pentagrama (cinco líneas con cuatro espacios que las separan), en el cual se coloca una *armadura* (símbolo que indica en que clave se escribe la pieza, y por lo tanto el tono que corresponde a cada línea y espacio del pentagrama), que varía según el instrumento para el que está escrita la partitura. En las líneas y

espacios del pentagrama se colocan símbolos que, según su forma, indican el tiempo que dura la nota en que están posicionados en dicho pentagrama.

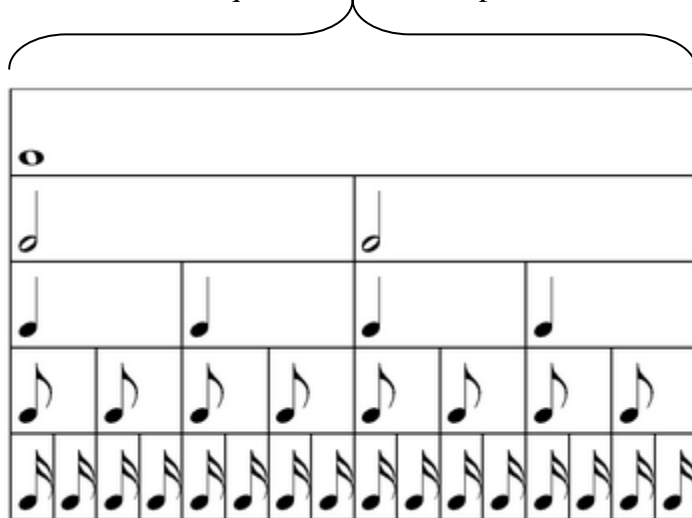
Existen dos armaduras: la de Sol (que es la más usada), que de abajo hacia arriba da los valores de Mi, Sol, Si, Re, Fa a las líneas, y Fa, La, Do, Mi a los espacios; y la armadura de Fa que da los valores Sol, Si, Re, Fa, La a las líneas y La, Do, Mi, Sol a los espacios, también considerando su orden de abajo hacia arriba.



Armadura de Sol

En las partituras se usan líneas verticales para dividir la pieza en segmentos de tiempo iguales y, dependiendo del tiempo que ocupe cada uno de estos intervalos, será la rítmica de la melodía, por ejemplo una marcha puede estar en dos o cuatro tiempos, un vals en tres tiempos, la balada rock en cuatro tiempos, etc. Y dichos tiempos necesitan de diversos símbolos para su representación:

Equivalente a 4 Tiempos



El símbolo con mayor valor de tiempo se llama redonda y equivale a una duración de cuatro tiempos, le sigue la blanca, cuya duración es de dos tiempos,

la negra tiene una duración de un tiempo, seguida de la corchea cuya duración es medio tiempo y la semicorchea que dura un cuarto de tiempo.

- Utilizar una melodía que tenga un ritmo en tres tiempos y pedir a los estudiantes que con ligeros golpes en su banca marquen dichos tiempos de la melodía. Una vez logrado el objetivo intentar lo mismo para una melodía en cuatro tiempos.
- Entregar esquemas donde aparezcan pentagramas únicamente con la armadura dibujada (preferentemente la de Sol), colocados en diferentes posiciones en el plano cartesiano, y pedir a los estudiantes que, de forma individual primero, y después en equipos, coloquen símbolos de un tiempo “negras” para que el esquema represente un ritmo determinado. Es decir, el profesor deberá proporcionar los tiempos en que debe ir el ritmo, así como el tono en que debe escucharse (deberá ser un solo tono), e indicará que los símbolos tendrán que ir a una misma separación de la armadura, unos de otros y del final de la parte del esquema en que se ubiquen (Ver ejemplo en el apéndice B).
- Por medio de preguntas dirigidas, llegar a un razonamiento con los estudiantes acerca de, en cuántas partes iguales queda dividida la línea en que colocan las negras para los diferentes ritmos que se trabajaron; y de igual forma al razonamiento de cuántas negras se necesitan para que se divida una de las líneas del pentagrama en un determinado número de partes iguales.
- Mostrar y explicar el uso del algoritmo que permite la ubicación de los puntos que dividen a un segmento en una razón dada, y pedir que verifiquen los resultados obtenidos en el paso anterior utilizando la fórmula.

Reflexión:

- 1) Realiza una investigación más extensa acerca de aspectos sobresalientes de los sentidos humanos ¿Cuál o cuáles consideras más importantes? Justifica tu respuesta.
- 2) Elige una canción de tu preferencia y trata de identificar en cuántos tiempos se encuentra. Describe tu experiencia al intentarlo.
- 3) Del siguiente listado de puntos encuentra, para cada par de ellos, el punto medio, y los puntos que dividen al segmento en cuatro partes iguales:
(3,-2), (-1,-4)
(6,8), (-4,-7)
¿Existe alguna coincidencia, por qué piensas que sucede esto?

Justificación:

En la parte introductoria de la actividad, donde se hace uso del artículo acerca de los sentidos, así como en la pregunta 1 de la reflexión, el estudiante se informa acerca de un aspecto natural de su organismo «*InNat*». Al construir y utilizar los modelos matemáticos para ubicar el punto medio y los puntos que dividen a un segmento en una razón dada, los estudiantes utilizan conceptos básicos. En la pregunta 3, además de los cálculos, la determinación que deben tomar para decidir el por qué coinciden los puntos, les requiere de la aplicación de conceptos de fracciones «*InMat*». Por otro lado, la actividad es altamente sociable, la mayor parte de los ejercicios son realizados en forma de discusión por equipos y otras veces hasta grupalmente, lo cual le permite al estudiante desarrollar así su interpersonalidad. También le da la oportunidad a su autoconocimiento en los aspectos musicales trabajados; la pregunta 2 le ayuda a superar un reto de manera individual, buscando así el desarrollo de su intrapersonalidad «*InEmo*». Durante toda la actividad se abordan dos conceptos de vital importancia en la música: el tono y el ritmo; se motiva a que cada estudiante los domine de una forma considerable; además se da información

básica acerca de un instrumento, con la finalidad de que conozcan el principio de funcionalidad en particular de los instrumentos de cuerdas. Además se les da información acerca de partituras como una forma de lenguaje musical «*InMus*».

Segunda evaluación formativa

Indicadores:

Lingüística: Esta inteligencia se trabaja en las actividades 2 y 3, exclusivamente en la parte de redacción, cayendo la mayor parte de esta en descripción de algoritmos, y en la actividad 4 en la lectura de textos informativos. Conviene asignar **2** si la redacción de estos procedimientos contiene los elementos necesarios para que, a partir de ellos, pueda resolverse algún otro ejercicio, es decir, si intenta la generalización y utiliza expresiones entendibles, y la lectura de los artículos le ayuda a solucionar los planteamientos. Dar **1** si la redacción incluye solo elementos muy particulares, utiliza expresiones poco congruentes al tema o la expresión escrita carece de sentido lógico y si da a notar que realizó una lectura poco profunda, que no le ayuda a solucionar los problemas planteados.

Cinético-Corporal: En las actividades, los materiales a utilizar son los formatos e instructivos que se entregan, en los que la manipulación consiste en responderlos, lo cual no puede ser considerado dentro de esta inteligencia. Sin embargo, en la actividad 2 la elaboración del ecosistema permite el trabajo manual del estudiante, a su vez el marcar los ejes cartesianos necesita de una habilidad cinético-corporal básica para utilizar la regla o instrumento que utilice como guía, por lo que la escala se propone dando **3** si el ecosistema se ha preparado y trabajado de forma adecuada, y dar **1** en caso contrario.

Lógico-Matemática: Las actividades a evaluar introducen los conceptos de ubicación de puntos en el plano cartesiano, distancia entre dos puntos, área de un polígono conociendo sus vértices, y división de un segmento en dos o mas partes iguales, además de las herramientas matemáticas que se utilizan para

dichos procesos. De este modo se puede asignar **4** a los estudiantes que utilicen algunas heurísticas para llegar al resultado, que estén basadas en temas antes vistos, por ejemplo, calcular el área dividiendo al polígono en triángulos, y mediante la fórmula de distancia entre dos puntos, calcular la medida de la base y localizar un punto en la misma base, que al unirse con el vértice, se dibuje la altura. Calcular también la distancia entre ellos, para finalmente utilizar la fórmula habitual del área de un triángulo; es decir, las heurísticas deben tener un fundamento cada vez más sustentable. Dar **3** si una vez que la actividad lo requiere utilizan el algoritmo construido o proporcionado de forma correcta, y así obtienen el resultado correcto. Dar **2** si con los mismos algoritmos mencionados antes, los resultados son incorrectos. Por último dar **1** si los algoritmos utilizados no son los acordados y carecen de coherencia, aún cuando bajo alguna circunstancia, el resultado coincida con el esperado.

Espacial: Ya que lo que se evalúa para esta inteligencia es la interpretación y la representación de esquemas, cabe analizar en qué partes se utilizan estas acciones. Se requiere de la interpretación en la actividad 3, en el momento en que los estudiantes llegan a la parte de los puentes, para entender la forma en que se realizarán las caminatas para ir de un lugar a otro, y en la actividad 4 para asociar la forma de una línea a la cuerda o zona de la partitura indicada. Se requiere de la representación en la actividad 3 para asignar el área de los diferentes polígonos según las reglas indicadas para el área de influencia. Para evaluar, conviene asignar **4** cuando el estudiante realiza ambas acciones en la mayor parte de los momentos antes señalados de forma correcta. Dar **3** si sólo realiza correctamente la primera interpretación. Asignar **2** si lo que realiza adecuadamente es la representación únicamente. Finalmente dar **1** cuando tenga deficiencias en ambas acciones, en la mayor parte de los ejercicios en que se requieren.

Emocional: Las actividades tienen diferentes momentos para trabajo individual y otros para trabajo colectivo, los primeros sirven para desarrollar la intrapersonalidad del estudiante, mientras que los segundos para su interpersonalidad. Todos estos momentos se convierten en adecuados si el

estudiante demuestra un crecimiento de acuerdo a la moral establecida en el grupo para fines del aprendizaje y la buena convivencia. Se puede llenar la parrilla de evaluación, mediante los indicadores generales, y los criterios del subtema 2.1 de este trabajo, según considere el profesor se llevaron a cabo las actividades.

Natural: Esta parte introductoria avanza en diferentes aspectos de estudio de la naturaleza, yendo del estudio de ecosistemas, al de una comunidad y finalmente a la naturaleza de una persona (los sentidos). Cada espacio da la oportunidad para que el estudiante exprese de forma escrita acciones encaminadas a la valoración de estas *naturalezas*. Asignar **4** si el estudiante muestra un interés marcado por dichas naturalezas y da un sentido de valor a las mismas; **3** cuando demuestra poco interés en la información proporcionada y las acciones propuestas carecen de esmero; **2** cuando no se interesa la información proporcionada y se limita a analizar el resto de aspectos de la actividad, y no propone acciones que den valor a los medios estudiados; y **1** cuando el estudiante propone acciones contrarias a la conservación y mejoramiento del medio natural.

Musical: En la actividad 4 se trabaja sobre los dos aspectos sugeridos en los criterios: el tono se maneja en la parte referente al violín, mientras que el ritmo en lo referente a las partituras. Así, se sugiere dar **4** al estudiante que detecte con facilidad el lugar preciso de la cuerda en que se repite cada tono, y además marque correctamente los tiempos en las melodías elegidas. Dar **3** al estudiante que realice la primera acción correctamente. Asignar **2** cuando lo que maneja con facilidad es marcar los tiempos. Por último asignar **1** si al estudiante se le dificultan ambas acciones en la actividad.

****Actividad No 5 “El plano cartesiano: cálculo de distancias y áreas”**

Objetivo: El estudiante retomará los conceptos y procedimientos introducidos en las actividades anteriores referentes al conocimiento del plano cartesiano, cálculo de distancias y área; y los aplicará en problemas matemáticos

abstractos. Reafirmará habilidades de ubicación espacial y autoevaluará su avance en la solución de problemas.

Materiales:

-Copia del listado de ejercicios por estudiante que se muestra a continuación.

Desarrollo:

- Entregar el siguiente listado de ejercicios para su solución preferentemente individual.

Instrucciones: Con ayuda de tus apuntes, resuelve cada uno de los ejercicios propuestos, indicando cada uno de los pasos que te llevaron al resultado. Inténtalo de forma individual, aunque puedes auxiliarte de tus compañeros y de tu profesor. Representa cada uno de los problemas de forma gráfica y escrita, además de realizar los cálculos pertinentes.

- 1) ¿Qué punto en el plano cartesiano, cuya ordenada es -1 , está a 5 unidades de distancia del punto $(3,2)$?, ¿Existirá algún otro punto con las mismas características? Justifica tu respuesta.
 - 2) Los puntos A, B, C forman un triángulo rectángulo isósceles, los lados \overline{AB} y \overline{BC} son los catetos. Si $A(3,2)$ y $B(-1,5)$, encuentra el punto C. ¿Existirá algún otro punto que forme un triángulo con las mismas condiciones? Justifica tus respuestas.
 - 3) Encuentra el área de la figura formada por los puntos $(2,5)$, $(-5,4)$, $(3,-2)$ y $(-2,8)$ mediante el método del determinante. Comprueba tu resultado mediante alguna o algunas fórmulas para áreas de figuras planas según lo creas pertinente.
-

- Mediante una lluvia de ideas, tomar acuerdos de las formas más convenientes para resolver los problemas.
- Pedir que algunos estudiantes den solución, frente al grupo, a los problemas planteados, abriendo la posibilidad a la complementación por parte del resto del grupo y del profesor.

Reflexión:

- 1) Describe qué conocimientos utilizaste, y en qué momentos, para dar solución a cada uno de los problemas. ¿Qué diferencia encuentras respecto a otros problemas que has resuelto utilizando los mismos conocimientos?
- 2) ¿Cómo te sentiste al realizar esta actividad, cuáles fueron tus mayores obstáculos y tus mayores logros?
- 3) Una persona va a cercar alrededor de su casa, pero debido a obstáculos no lo puede hacer uniformemente. Coloca el primer poste a 90 metros a la derecha de su casa, para el siguiente camina 50 metros hacia enfrente y 30 metros a la izquierda de donde puso el primero. Luego 10 metros a la izquierda y 10 metros hacia atrás para colocar el siguiente. Enseguida camina 30 metros hacia adelante y 20 a la izquierda para poner un poste más. El siguiente lo coloca a 60 metros de distancia hacia la izquierda del último. Camina 110 metros hacia atrás y 40 metros a la izquierda para colocar otro poste; y finalmente pone un poste al caminar 70 metros a la derecha y 20 metros hacia atrás. Una vez colocados los postes une estos con alambre en tres alturas diferentes para una mejor protección. ¿Qué cantidad de alambre necesita?, ¿Qué área tiene su terreno cercado?

Justificación:

Se manejan varios conceptos y procedimientos matemáticos con un rigor más marcado que en actividades anteriores: ejercicios que necesitan de sistemas de

ecuaciones cuadráticos-lineales (en el problema 2 de la actividad). Deducciones e inducciones en diferentes partes, así como cambio de representación en un mismo problema, por ejemplo en la pregunta 3 de la reflexión, en la cual es conveniente hacer un cambio del problema escrito a una expresión matemática o gráfica «*InMat*». Las preguntas 1 y 2 de la reflexión, sirven para propiciar una autorregulación en los estudiantes, tanto de lo que han aprendido y cómo lo utilizan, así como de cuál es su sentir en esta parte de la unidad respecto al reto que represente para ellos. Se trata de conocer la motivación intrínseca con que llegan a esta altura de la unidad y la extrínseca que les genera la solución de las actividades. Para ello, se hace útil y necesario el manejo de un diario por parte del profesor, para comparar el avance en cuanto a la actitud que el estudiante toma basándose en las respuestas y datos sobresalientes sobre comportamientos previos «*InEmo*». Finalmente, la pregunta 3 de la reflexión, como ya se mencionó con anterioridad, da pauta a que el estudiante represente geoméricamente un problema. Existen diversas formas de hacerlo, lo cual permite al estudiante mostrar la capacidad de realizar el esquema más adecuado que sirva para resolver una problemática «*InEsp*».

****Actividad No 6 “División de segmentos de rectas”**

Objetivo: Al final de la actividad, el estudiante tendrá las herramientas necesarias para resolver problemas en los que necesite dividir un segmento de recta en dos o más partes iguales, y decidir en cuántas partes fue dividido un segmento al conocer al menos un punto que lo divida.

Materiales:

- Un instructivo por estudiante como el mostrado en el desarrollo.

Desarrollo:

Entregar el siguiente instructivo a cada estudiante para su solución preferentemente individual.

Instrucciones: Con ayuda de tus apuntes, resuelve cada uno de los ejercicios propuestos, indicando cada uno de los pasos que te llevaron al resultado. Inténtalo de forma individual, aunque puedes auxiliarte de tus compañeros y de tu profesor. Justifica cada una de tus respuestas.

- 1) Verifica si los vértices $(-4, -3)$, $(1, 9)$ y $(13, 4)$, forman un triángulo isósceles. Si se unen los puntos medios de cada lado ¿Qué clase de triángulo se formará? ¿Cuál tendrá mayor área?
- 2) Los puntos medios de los lados de un triángulo son $(2, 5)$; $(4, 2)$ y $(1, 1)$. Determina las coordenadas de sus tres vértices.
- 3) Los extremos de un segmento son $(-1, 4)$ y $(3, -6)$. Se divide en cierto número de partes iguales y uno de los puntos que resulta de esa división es $(0, \frac{3}{2})$; ¿Cuál es el número probable de partes en que se dividió el segmento? ¿Hay más de una respuesta a este ejercicio? Justifica.

-
- Pedir que algunos estudiantes den solución, frente al grupo, a los problemas planteados, dando oportunidad a la complementación por parte del resto del grupo y del profesor.
 - Junto con los estudiantes, relacionar los procedimientos utilizados con actividades anteriores, recapitular su función en dichas actividades.

Reflexión:

- 1) Da los vértices de un cuadrado, de forma que ninguna de sus líneas sea horizontal (y en consecuencia tampoco vertical). *Sugerencia: utiliza ideas similares al cuestionamiento 1 de la actividad realizada en clase.*
- 2) Dentro de las técnicas de dibujo, existe una para dividir un segmento en N partes iguales, que se basa en el teorema de Thales. Consulta algunas fuentes para conocerla, y utilízala para dividir al segmento cuyos extremos son $(4,6)$ y $(-3,-1)$ en 4 partes iguales, da las coordenadas de los puntos que logran dicha división. Enseguida verifica la precisión de tus resultados utilizando la fórmula.

Justificación:

Para la solución de los tres cuestionamientos de la actividad en clase, se requiere de un dominio de algoritmos algebraicos, además de conocimientos geométricos. Por otro lado, la pregunta 3 de la misma parte de la actividad, así como las preguntas 1 y 2 de la reflexión, necesitan de un pensamiento deductivo o inductivo básico «*InMat*». La parte de la actividad que continúa a la solución individual de los cuestionamientos tiene varias intenciones, entre ellas fomentar la solución de problemas grupalmente mediante el consenso, la cooperación, y la participación, para que se favorezca en el estudiante, el desarrollo de la cultura de solución colaborativa de problemas en una sociedad «*InEmo*». La pregunta 2 de la reflexión propicia que el estudiante interprete un procedimiento meramente geométrico, lo aplique a un problema en específico y lo confronte con la solución mediante el algoritmo que conoce «*InEsp*».

Tercera evaluación formativa

Indicadores:

Lingüística: En estas actividades no se evalúa el desarrollo de esta inteligencia.

Cinético-Corporal: En estas actividades no se evalúa el desarrollo de esta inteligencia.

Lógico-Matemática: Mediante las actividades 5 y 6, se busca estructurar la previa construcción de conceptos y habilidades tales como: el plano cartesiano como sistema de referencia, distancia entre dos puntos, área de un polígono, y división de un segmento en dos o más partes iguales, además de las herramientas matemáticas que se utilizan para dichos procesos. De este modo se puede asignar **4** a los estudiantes que hayan utilizado algunas heurísticas para llegar al resultado. Al igual que en la evaluación anterior, es conveniente que estas heurísticas estén basadas en temas antes vistos, y en este caso se presta para que se evalúe como heurística el cambio correcto de representación en los problemas. Dar **3** si una vez que la actividad lo requiere utilizan el algoritmo construido o proporcionado de forma correcta, y así obtienen el resultado correcto. Dar **2** si, con los mismos algoritmos mencionados antes, los resultados no fueron correctos. Por último dar **1** si los algoritmos utilizados no son los acordados o carecen de coherencia, aún cuando bajo alguna circunstancia, el resultado coincida con el esperado.

Espacial: En las actividades a evaluar hay dos momentos en que se utilizan la interpretación y la representación gráfica, la interpretación en la pregunta 2 de la reflexión en la actividad 6, y la representación en la pregunta 3 de la reflexión de la actividad 5. De acuerdo con los criterios establecidos para estas evaluaciones, conviene asignar **4** cuando el estudiante trabaja de forma correcta en ambos momentos. Dar **3** si sólo la parte de la interpretación es resuelta de forma adecuada. Asignar **2** si lo que realiza adecuadamente es la representación únicamente. Finalmente dar **1** cuando tenga deficiencias en ambas acciones en los ejercicios.

Emocional: En los ejercicios para trabajo en clase, en ambas actividades, se sugiere el trabajo individual, para un próximo consenso de la actividad de manera grupal. Dar **3** si se respetó la forma de trabajar en esos dos tiempos, es decir, el estudiante realiza la solución primero en forma individual; y si participa después de forma activa en la solución grupal. Asignar **2** si sólo trabaja uno de los dos momentos en la forma propuesta para cada actividad. Dar finalmente **1** si no demuestra un interés en la realización individual, y no es participativo en la solución grupal.

Natural: En estas actividades no se evalúa el desarrollo de esta inteligencia.

Musical: En estas actividades no se evalúa el desarrollo de esta inteligencia.

****Actividad No 7 “Aplicación de los conceptos básicos”**

Objetivo: El estudiante aplicará todos los conceptos vistos en la unidad en diversas simulaciones de un ambiente real; consultará información de varios de los huesos de que está formado nuestro sistema óseo y dará acciones preventivas de enfermedades y daños del mismo sistema.

Materiales:

-Un esquema de algún hueso de una extremidad tamaño rotafolio y uno tamaño carta por estudiante.

-Copias por estudiante de los diferentes instructivos del desarrollo.

Desarrollo:

Parte I “División de un segmento en dos partes iguales”

Entregar información de interés sobre un *hueso largo* (usar la información de los huesos de las extremidades tales como el humero, radio, tibia... favorece esta actividad) como la que se muestra a continuación:

Radio

El radio es un hueso largo, situado por fuera del cúbito, en la parte externa del antebrazo. Como todos los huesos largos, el radio consta de un cuerpo y dos extremos (superior e inferior).

Cuerpo

Es un hueso casi recto, presenta una curvatura externa generalmente poco pronunciada y otra interna de concavidad más acentuada mirando al cúbito.

Extremo superior

En el extremo superior se observa una porción voluminosa y redondeada, llamada cabeza del radio, con forma de cilindro.

Extremo inferior

El extremo inferior o carpiano es la parte más voluminosa del hueso. Reviste en su conjunto la forma de una pirámide cuadrangular truncada y, por consiguiente, presenta seis caras: superior, inferior o carpiana, anterior, posterior, interna y posteroexterna.

Inserciones musculares

El radio presta inserción a 10 músculos:

Bíceps braquial, supinador corto, flexor superficial de los dedos, flexor largo del pulgar, pronador cuadrado, flexor profundo (algunos haces), supinador corto, abductor largo del pulgar, extensor corto del pulgar, supinador corto, pronador redondo, apófisis estiloides, supinador largo.

- Mediante el esquema del hueso del que se proporcionó la información, diseñar cuestionamientos para que los estudiantes, junto con el profesor, detecten la parte más delgada, y por tanto la más susceptible para una fractura en dicho hueso (no es difícil llegar a la conclusión que es aproximadamente a la mitad del cuerpo).
- Pedir a los estudiantes que marquen los ejes cartesianos y la escala (es conveniente que cada centímetro represente una unidad en la escala) sobre su esquema tal como lo han realizado en actividades anteriores, mientras el profesor hace lo mismo en el esquema tamaño rotafolio (con una escala proporcional al tamaño del esquema). Llegar al acuerdo con los estudiantes de que el hueso se puede representar como una línea recta donde los extremos de dicho hueso son precisamente los extremos del segmento.
- Con el esquema que tienen los estudiantes y otros ejercicios en que el profesor dé la ubicación de los extremos de un hueso, pedir que encuentre la parte más probable para fracturarse, es decir, el punto medio.
- Resolver las posibles dudas.

Parte II “División de un segmento en cualquier razón dada”

Entregar la siguiente información acerca de robots diseñados para cirugías.

Robots en medicina

En la medicina del siglo XXI, uno de los objetivos a alcanzar es que se reduzca el trauma en los pacientes de tener que pasar por el quirófano, y a la vez que se aumente la eficacia en las cirugías.

El uso de la robótica en diversas disciplinas, ha jugado un papel vital en el desarrollo de su práctica. Con el desarrollo de la micro y la nanotecnología,

películas de ciencia ficción en que un robot ingresaba en el organismo de un ser humano para reparar algún mal, ya no parecen tan lejanos.

En la medicina, los robots han tenido básicamente cuatro funciones: como **prótesis y ortosis** (Sustitución de miembros humanos perdidos por piezas con funcionalidad equivalente), **robots asistenciales** (atención y ayuda a personas con discapacidad), **robots hospitalarios** (realización de tareas monótonas y carentes de motivación para personal humano) y para **cirugías** (aumentan la precisión en el posicionamiento de los instrumentos, disminuyen el temblor para cortes, eliminación de fatiga y factores psicológicos en operaciones largas, poder trabajar a distancia).

Si bien es cierto que el avance es notable y los beneficios son aún mayores, es de hacer notar que un robot no es un ser autónomo, necesita de la ayuda y asistencia de una persona para su funcionamiento, ya sea al programarlos para funciones posteriores o en su manipulación en el momento preciso de realizar una tarea.

Tomado de [http:// -%20EL%20MUNDO%20%20Suplemento%20de%20Salud%20370%20-%20ROBOTS%20Las%20grandes%20incisiones%20tienen%20sus%20d%C3%ADas%20contados.htm](http://-%20EL%20MUNDO%20%20Suplemento%20de%20Salud%20370%20-%20ROBOTS%20Las%20grandes%20incisiones%20tienen%20sus%20d%C3%ADas%20contados.htm) el 14 de abril de 2008.

Entregar a continuación el siguiente instructivo:

Instrucciones: Una vez leída la información de los robots en la medicina, considera el siguiente caso y responde a los cuestionamientos:

Se construye un robot con la función de colocar los tornillos en las placas utilizadas para la corrección de fracturas. El médico debe dar varias instrucciones: primero escanear la parte dañada, dando una panorámica en un esquema con coordenadas para que se pueda ubicar la postura exacta del hueso y la ubicación precisa de la fractura; enseguida debe indicar el número de tornillos que se van a colocar en la placa. El programa del robot dará las

posibles coordenadas en que irán éstos, de forma que la distancia que separe a uno del otro sea la misma. El médico acepta si son correctos o los corrige en caso contrario. Y así el robot comienza a atornillar la placa en los lugares indicados.

- a) ¿En cuántas partes iguales queda dividido el hueso si se colocan 2 tornillos? ¿Y si se colocan tres? ¿Cuántos tornillos se necesitan colocar para dividir al segmento en n partes iguales?
- b) Deduce y menciona la ubicación que debe dar el robot para colocar dos tornillos según tu esquema.
- c) Se va a colocar una placa para corregir la fractura del radio en un paciente, si al escanear el hueso los extremos del radio están en las coordenadas $(-3, -5)$ y en $(1, -2)$, y por el tipo de fractura el médico indica que deben colocarse tres tornillos sosteniendo la placa ¿Qué coordenadas serán las adecuadas para ello?

-
- Después de analizar la forma en cómo resolvieron los problemas, el profesor retomará la forma de utilizar el algoritmo para encontrar los puntos que dividen a un segmento en una razón dada.
 - Dar una serie de ejercicios en los que divida en diferente número de partes a segmentos dados, o que encuentre la razón dados los extremos y algún punto que divida al segmento.
 - Resolver posibles dudas.

Reflexión:

- 1) Lee la siguiente información:

Las fracturas son daños sufridos en los huesos, los motivos varían y pueden ser causadas por agentes externos (fuertes contusiones por ejemplo) o por agentes internos (falta de calcio, enfermedades óseas)

Entre las enfermedades óseas, una de las que ha tomado mayor auge entre la población, y especialmente entre las mujeres, ha sido la osteoporosis. La osteoporosis es una enfermedad que se caracteriza por una disminución de la densidad de los huesos por pérdida del tejido óseo normal. El hueso está correctamente calcificado, pero existe menor cantidad de hueso por unidad de volumen. Esto conlleva una disminución de la resistencia del hueso frente a los traumatismos o la carga, con la consiguiente aparición de fracturas.

El hueso es un tejido vivo, en constante renovación. Por un lado se forma hueso nuevo (formación ósea), y, simultáneamente, se destruye hueso envejecido (reabsorción ósea). Aparece osteoporosis cuando se rompe el equilibrio entre ambas, porque disminuya la formación de hueso nuevo, porque aumente la reabsorción, o por ambas causas simultáneamente. Se trata de una enfermedad que puede afectar a cualquier persona. Con el paso de los años todas las personas van perdiendo masa ósea, por lo que la osteoporosis es especialmente frecuente a partir de los 70 años. También las mujeres en los primeros años después de la menopausia son un grupo especialmente afectado por esta enfermedad.

Ver <http://www.mailxmail.com/curso/vida/enfermedadesreumaticas/capitulo11.htm>

-Investiga cuáles son los síntomas, y tratamiento preventivo y correctivo de la osteoporosis.

2) La siguiente tabla muestra el rango de medidas común de los huesos de las extremidades.

| Nombre | Medida Mínima | Medida Máxima |
|--------|---------------|---------------|
| Humero | 28 cm | 29 cm |
| Radio | 17 cm | 18 cm |
| Cubito | 17.5 cm | 18.5 cm |
| Fémur | 38 cm | 39 cm |
| Tibia | 24 cm | 25 cm |
| Peroné | 23.5 cm | 24.5 cm |

Rango de medidas medias de los huesos de las extremidades para personas que miden 165 cm.

De acuerdo a la información anterior, decide qué huesos pudieran ser los que, en un esquema, tienen sus extremos en las coordenadas:

- a) $(18, -20)$ y $(-6, 10)$
- b) $(25, -10)$ y $(2, -3)$
- c) $(-10, 2)$ y $(-3, -15)$

Nota: se pueden entregar, como datos de interés, los cálculos relacionados al trabajo de Leonardo Da Vinci como justificación de las medidas proporcionadas para los huesos, mismo que se encuentra en el apéndice C de este trabajo.

- 3) Elabora un ejercicio como los que trabajaste durante la actividad, indicando el nombre del hueso, la ubicación de los extremos en el plano cartesiano (cuidando que no quede posicionado de forma vertical ni horizontal y que la distancia entre los extremos concuerde con las medidas proporcionadas en la tabla anterior), y si estuviera fracturado cuántos tornillos colocarías. Resuélvelo encontrando la ubicación más probable de una fractura, así como la ubicación de los tornillos que sostendrían la placa.

Justificación

Los artículos que se entregan en la actividad y reflexión de la misma contienen información técnica básica, se requiere comprensión de lectura para detectar la información necesaria para la solución del problema planteado, y separarla de la información transversal que se proporciona para desarrollo de otras inquietudes y habilidades «*InLin*». La aplicación de los diferentes conceptos que se construyeron durante la unidad requiere de varias habilidades matemáticas, entre ellas, la ejecución de algoritmos; el cambio de representación de los problemas; la interpretación y comparación de datos. Todas estas habilidades se van trabajando en el transcurso de la actividad; sobre todo la pregunta 3 de la reflexión, en la que se presenta una primera oportunidad para que el estudiante diseñe un problema, lo cual reafirmará su capacidad de aplicar sus conocimientos en problemas matemáticos «*InMat*». Los artículos están diseñados para propiciar el conocimiento de una parte de la naturaleza del ser humano, en este caso el sistema óseo, valorarlo desde su función primordial en el organismo e impulsar una cultura por el cuidado del mismo sistema «*InNat*». Dentro del área de valores, existen algunos relacionados con la ciencia. Precisamente el artículo sobre robots en la medicina tiene como uno de sus objetivos, en su aportación transversal, el mostrar a la ciencia y la tecnología como un instrumento para el bienestar del ser humano, pero a su vez con limitantes. De forma se pretende que no se vea la ciencia como un camino para sustituir al ser humano por máquinas, dignificando así las funciones que desempeña el hombre «*InEmo*».

Cuarta evaluación formativa

Indicadores:

Lingüística: De las habilidades lingüísticas que se han mencionado a lo largo del diseño de la unidad, en esta actividad se trabaja la expresión escrita, desde el

punto de vista de la lectura de comprensión de los diversos artículos. Así, se puede asignar **2** si mediante la lectura, el estudiante es capaz de discriminar la información necesaria para el trabajo de la actividad, y dar **1** si la lectura que realiza le es confusa y propicia constantes dudas acerca de lo que necesita para la solución de cada parte de la actividad.

Cinético-Corporal: En esta actividad no se evalúa el desarrollo de esta inteligencia.

Lógico-Matemática: La actividad tiene como papel fundamental el dar una aplicación de los conceptos matemáticos previamente trabajados y estructurados, en un nivel concreto-complejo. De este modo se puede asignar **4** si las heurísticas utilizadas para los diferentes ejercicios tienen, al igual que en las anteriores evaluaciones, un notable grado de madurez, es decir, utiliza los conocimientos ya construidos para idear estrategias que le ayuden a solucionar los problemas. Dar **3** si los algoritmos utilizados son, según lo trabajó durante la unidad, los idóneos; si trabajan con cautela y llegan a los resultados correctos. Dar **2** si, utilizando algoritmos según las características antes mencionadas, los resultados no fueron correctos. Por último dar **1** si los algoritmos utilizados no son los idóneos o carecen de coherencia, aún cuando el resultado coincida con el esperado.

Espacial: En esta actividad no se evalúa el desarrollo de esta inteligencia.

Emocional: Aunque se trabaja, no existe un parámetro en el cual basarse para la evaluación.

Natural: En esta actividad, se aborda el último ámbito natural de que se quiere hacer consciente al estudiante según los objetivos. Se trata de su naturaleza como persona; y son tres aspectos principales que se manejan, a saber, los daños, enfermedades y conocimiento del sistema óseo (no necesariamente en ese orden ni como un trabajo lineal, es decir, un mismo aspecto se maneja en diferentes partes de la actividad). En cada uno de los aspectos, se hace una serie de cuestionamientos acerca de acciones, propuestas y opiniones, de manera que el estudiante pueda expresar su interés y sentir hacia ese tema referente a su desarrollo naturalista. Se puede asignar **4** si las propuestas que da el estudiante

son concisas, elaboradas y coherentes, todas en pro de la conservación del sistema. Dar **3** si las ideas proporcionadas por el estudiante son muy superfluas, carentes de ingenio, pero a favor de la conservación y cuidados del sistema óseo. Asignar **2** si el estudiante muestra desinterés en la información proporcionada y se limita a trabajar la parte matemática, desatendiéndose de las propuestas que se piden en las diferentes partes de la actividad. Finalmente dar **1** si las propuestas son en contra de los principios naturales que se tratan de inculcar.

Musical: En esta actividad no se evalúa el desarrollo de esta inteligencia.

CAPÍTULO 3

ANÁLISIS DE DATOS

En este capítulo, el autor de este documento realiza un análisis del diseño de la unidad que se presenta en el capítulo 2. Este se correlaciona con el problema, objetivos e hipótesis planteadas en el trabajo.

Apoyado en la teoría de las inteligencias múltiples, cuyo principio concibe como pluralista la mente del ser humano, y que una de esas dimensiones es particularmente atendida y desarrollada por cada individuo; el propósito fundamental de este trabajo es dar una propuesta metodológica que responda a dos funciones:

- Atender la diversidad en el aula en la materia de geometría analítica.
- Buscar el desarrollo integral del estudiante a través del impulso de las inteligencias que poseemos.

Los siguientes dos subtemas de este capítulo, servirán para hacer dicho análisis de una forma detallada, de manera que el profesor que decida complementar y utilizar esta propuesta, pueda dar el sentido según la intención del autor, con la finalidad de que se logren las habilidades y objetivos planteados para cada actividad de la forma más óptima.

3.1 Atención a la diversidad en el aula.

La estructura de la unidad diseñada se encuentra, en primera instancia, bajo el esquema de Jorba. Esto es, contiene actividades de diagnóstico, introducción de conceptos, estructuración y aplicación, siendo en total siete. En cada una de estas actividades, los ejercicios se plantean desde diferentes perspectivas, es decir, el estudiante tiene la posibilidad de encontrar significativa cada actividad desde una o más perspectivas.

La actividad 1 “Examen diagnóstico”, tiene una diferencia radical con respecto a los diagnósticos tradicionales, ya que, aunque se averiguan los conceptos previos del tipo matemático, no se hace de una forma exhaustiva, es decir, sólo se evalúan las ideas necesarias para abordar la unidad. Tampoco se hace de una forma rigurosa, para permitir que los estudiantes, cuya inteligencia preferente no es la lógico matemática, no queden fuera de la prueba, y mediante alguna heurística puedan llegar a ciertos resultados. Además, se utilizan diferentes tipos de representación. Se parte de la lectura de una historieta, de forma que los estudiantes cuya habilidad lingüística sea preferente, puedan acceder de manera inmediata a los planteamientos que sugiere la lectura. Se les proporciona un mapa que tiene dibujados ejes al estilo del plano cartesiano, para que el primer acercamiento a la materia de aquellos estudiantes cuyo canal de preferencia sea el visual; y tengan prioridad por el manejo de gráficas, sea desde la perspectiva geométrica. Y así comprendan posteriormente que la perspectiva algebraica les ayudará mucho para obtener una solución más precisa de los problemas. Las preguntas en que se averigua la idea que el estudiante tiene sobre la asignatura, se realizan después de que termina de solucionar la historieta, con la finalidad de que las respuestas estén en función de la representación que le pudo hacer más significativa la actividad.

En la actividad 2 “El plano cartesiano”, debido a la relativa simplicidad del tema y a la poca exigencia en cada una de las inteligencias para la solución de ejercicios, se aprovecha para introducir, además del tema del plano cartesiano, algunas actitudes y formas de trabajo que se toman en cuenta en las actividades posteriores. Por ejemplo, trabajo colaborativo; intercambio de ideas; etc. Además se toma como contexto, para comenzar, un *recorrido* a través de diversos medios naturales con el afán que el estudiante que se vea interesado en ellos y encuentre en la información un aliciente para su desempeño.

En la actividad 3 “Distancia entre puntos en el plano cartesiano”, se manejan dos conceptos pertenecientes al programa: la distancia entre dos puntos en el

plano cartesiano (y con ello el perímetro de figuras) y el cálculo de áreas de polígonos conociendo la ubicación de sus vértices en el plano. El material base para la introducción de dichos conceptos son dibujos con situaciones concretas, esto sirve para aquellos estudiantes que necesitan gráficos para entender y plantear problemas. Las fórmulas que se trabajan están entonces en tres representaciones diferentes: gráfica (ubican el problema en un esquema previamente proporcionado), verbal (describen con sus propias palabras el proceso que utilizan para dar solución a los problemas), y simbólica en la construcción de dichas expresiones, lo cual abre la posibilidad de entender los algoritmos desde esas diferentes dimensiones. Se continúa en el *recorrido* de los medios naturales, esta vez tomando como contexto uno más particular, “la comunidad”.

La actividad 4 “División de un segmento en una razón dada” se puede analizar por medio de los canales de percepción que se manejan habitualmente. La música, mediante el tono y ritmo, dirigen la actividad a aquellos estudiantes cuyo canal preferente es el auditivo, por lo que es importante que la actividad se realice en la forma marcada, ya que la simple información teórica de los conceptos musicales, aunque es suficiente para los planteamientos posteriores, deja marginados a dichos estudiantes auditivos. El hecho de permitir que los estudiantes traten de buscar el tono que se pide en el diapasón del instrumento, y el ritmo mediante ligeros golpes en la banca, dirigen la actividad a aquellos estudiantes cuyo canal preferente es el kinéستesico, ya que les permite tener movilidad durante la actividad. Además se manejan diagramas en los que el instrumento musical y las partituras aparecen dibujados en un plano cartesiano, para dirigir la actividad a quienes tienen el canal visual como preferente. Se prevé que estos tres aspectos la conviertan en una actividad sumamente colaborativa. Del lado de las inteligencias, la actividad se dirige evidentemente a quienes tienen la musical más desarrollada, pero a su vez, al existir cálculos matemáticos y construcción de fórmulas, también se tiene en cuenta a los que su inteligencia preferente es la lógico-matemática. En el

recorrido por medios naturales se particulariza aún más, respecto a las actividades anteriores, trabajando ahora en un contexto sobre aspectos de la propia persona.

Así, con las actividades 2, 3 y 4 se concluye la fase de introducción de conceptos del ciclo, propia de cuestiones concretas-semicomplejas.

La actividad 5 “El plano cartesiano: cálculo de distancias y áreas”, y la actividad 6 “División de segmentos de rectas”, al tener como precedente los conceptos, fórmulas y procedimientos matemáticos previamente introducidos, contienen problemas en un contexto propiamente matemático. Esto no excluye a los estudiantes cuya inteligencia preferente no es la lógica-matemática inicialmente, ya que como se justificará más adelante, se propicia un desarrollo gradual de las inteligencias (ver capítulo 3, sección 3.2). Además se considera como primordial que el estudiante realice cambios de representación para un mismo problema, pasando de una forma verbal a una gráfica y a su vez a una simbólica (no necesariamente en ese orden), para dirigir la actividad a los estudiantes cuya inteligencia lingüística, espacial y lógica-matemática ha sido preferente.

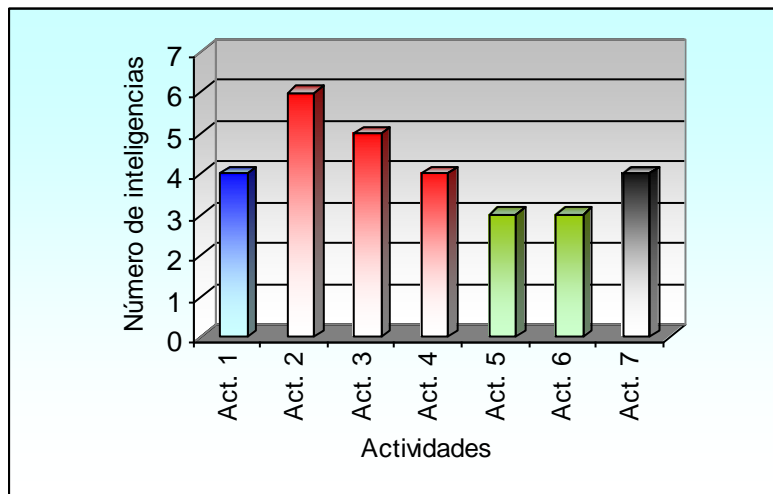
Estas actividades dan la estructura al conocimiento que el estudiante ha logrado construir y favorece dar respuesta si tiene algunas preguntas de correlación con las actividades anteriores. A su vez, se reafirma lo que hizo significativos dichos conceptos, con el fin de lograr de esta forma que las actividades no le resulten aisladas.

Las actividades 5 y 6 integran la fase de estructuración del ciclo, en la que se abordan cuestiones abstractas-complejas.

Finalmente, la actividad 7 “Aplicación de los conceptos básicos” regresa a un contexto concreto, pero con un grado de complejidad elevado. Es una aplicación realista, maneja aspectos matemáticos de grado elevado como lo es el

planteamiento de un problema, lectura de textos científicos y discernimiento de información. Proporciona datos de interés extras a la actividad y culmina el *recorrido* por medios naturales proporcionando la información necesaria para construir un conocimiento más científico acerca de la naturaleza del ser humano. Es una actividad que retoma todos los conocimientos y habilidades que se trabajaron durante la unidad y les da cohesión para reforzarlos.

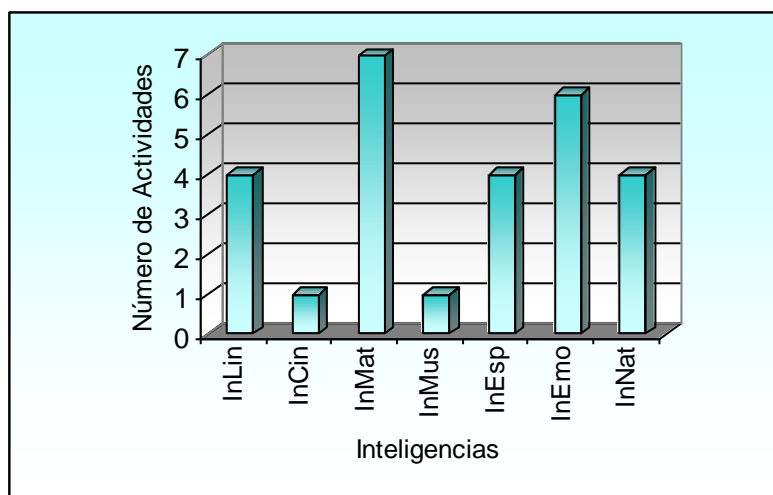
En resumen, el diseño de la unidad atiende a la diversidad de formas de aprendizaje en el aula, porque cada una de las actividades se dirige a distintas dimensiones de la mente del ser humano (según la teoría de las inteligencias múltiples), dando especial preferencia a las inteligencias lógico-matemática, natural, espacial y emocional, tal como se muestra en las gráficas 3.1 “Actividad-Número de inteligencias” y 3.2 “Inteligencia-Número de actividades” respectivamente.



Gráfica 3.1 Número de inteligencias las que se dirige cada actividad.

La gráfica que se muestra arriba, permite analizar la cantidad de inteligencias a las que se dirige cada actividad. El código de colores es conforme a lo establecido para las diferentes intenciones didácticas en las actividades en el capítulo anterior: azul para aquellas de exploración, rojo para introducción de conceptos, verde para estructuración y negro para aplicación. Es de resaltar que la

actividad de exploración está dirigida a un número medio de inteligencias, tres de las cuales son las que se propone favorecer en el objetivo de la unidad (lógico-matemática, espacial y emocional), de forma que lo obtenido en dicha actividad permita al profesor averiguar en un primer acercamiento cuan desarrolladas son estas inteligencias de forma individual. Las actividades de introducción de conceptos están dirigidas a un mayor número de inteligencias, ya que al buscar que el estudiante vincule de manera significativa lo nuevo construido con sus concepciones previas, es necesario permitir la utilización de heurísticas desde la posición que, según su inteligencia preferente, le sea más simple. Las actividades de estructuración se dirigen sólo a tres inteligencias; todas ellas son parte del objetivo de la unidad, por lo que, si el trabajo ha sido adecuado, los estudiantes ya las tendrán favorecidas en cierto nivel, y por tanto podrán integrarse de manera activa en la actividad. En la fase de aplicación, dado que los conocimientos construidos previamente se conjuntan en un problema específico; las inteligencias a las que se dirige dicha actividad son prácticamente las que se mencionan en el objetivo, que a su vez son las más trabajadas.



Gráfica 3.2 Número de actividades en que se dirige hacia alguna de las inteligencias.

La gráfica 3.2 tiene el objetivo de mostrar qué tan atendidas son las inteligencias a lo largo de la unidad diseñada. El aspecto del desarrollo de las mismas es el tema a abordar en la siguiente sección. La unidad se dirige a todas las inteligencias, el hecho de que algunas inteligencias parezcan abandonadas es

para no entorpecer la labor de desarrollar habilidades, ya que si se trabaja en todas, no se podría hacer de manera efectiva.

La distribución que muestra la gráfica es precisamente la conveniente para la materia y unidad trabajada. Muestra un trabajo más continuo con la inteligencia lógico-matemática, debido a que es una asignatura propia de esta ciencia; está enseguida la inteligencia emocional, que busca la regulación del actuar de los estudiantes, proceso que resulta lento, por lo cual las diversas actividades son tan dirigidas hacia esta inteligencia. La inteligencia natural sirve para dar un contexto de trabajo, mismo que no conviene cambiar demasiado para que los estudiantes puedan adecuarse a él. Finalmente, se encuentran a la misma altura la inteligencia lingüística y la espacial, debido a que son las dos habilidades que ayudan en el cambio de representación pertinentes en esta asignatura: explicación de procesos mediante lenguaje común y mediante lenguaje gráfico.

Los datos de ambas tablas se pueden confrontar con las justificaciones y evaluaciones formativas del diseño de la unidad didáctica (ver capítulo 2, sección 2.1.1).

3.2 Desarrollo integral a través de la ejecución del diseño de la unidad didáctica.

Como ya se ha mencionado anteriormente en este mismo trabajo, el desarrollo integral de los estudiantes debe ser una prioridad en el diseño de las unidades, para proporcionar así herramientas necesarias para responder a la competitividad y brindar cooperación de manera óptima en los ambientes en que vaya a desarrollarse.

Aunque es cierto que los aportes transversales tienen por encomienda el desarrollo integral en las materias, también es cierto que es necesario un

correcto diseño para que las actividades y los aportes no se conviertan en dinámicas aisladas en propósitos y, por tanto en resultados. A continuación se realiza un análisis de la forma en que las inteligencias trabajadas van madurándose a lo largo de la unidad, propiciando un inicio en la formación integral. Para ello ha de buscarse una continuidad, según los objetivos planteados en el curso, en el resto de las unidades.

La inteligencia natural comienza a trabajarse en un aspecto muy general, lo que permite que el estudiante elija el ecosistema con que desea trabajar y la profundidad de información que ocupará de él. Basta conocer aspectos básicos de los factores bióticos de dicho ecosistema para tener un buen desarrollo en la actividad. En el trabajo con la comunidad como medio natural, no aumenta mucho la aportación a ésta inteligencia, vuelve a ser un conocimiento muy somero acerca de este medio. En la actividad en que se trabaja acerca de los sentidos, la información es direccionada en un primer momento, para que luego del desarrollo de la actividad, el estudiante tenga una guía para realizar una búsqueda de información más exhaustiva. Por último, en la aplicación, la información proporcionada resulta más técnica, con la finalidad de que el estudiante encuentre la riqueza en los textos científicos y busque en ellos información importante para el medio natural. En todo momento se busca que el estudiante desarrolle un conocimiento y una convicción por la preservación y bienestar de los diferentes medios.

En la inteligencia espacial, el trabajo radica en que en las primeras actividades se le proporciona al estudiante el plano cartesiano como sistema de referencia, para que con base en éste desarrolle primero una capacidad de ubicación respecto a un origen y espacio establecido. Más adelante se plantean problemáticas en las que es conveniente utilizar un sistema de referencia, pero en este caso construido por el mismo estudiante, en el cuál pueda colocar el origen donde crea más conveniente, de forma que pueda resolver los problemas con base en los conocimientos que ha construido, y así, le sea más sencillo dar

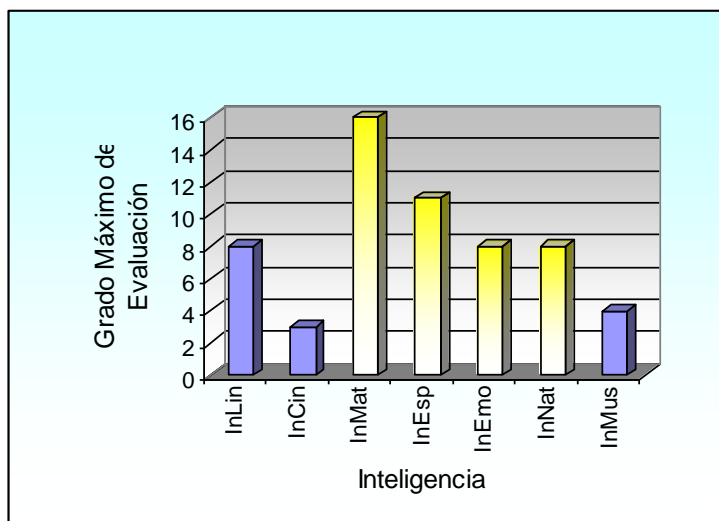
solución a los ejercicios propuestos. Finalmente, cabe aclarar que el uso del plano cartesiano como sistema de referencia, se construye mediante acuerdos grupales, de forma que se vean las conveniencias que este tiene, y se propicie un desarrollo consciente de la necesidad de éstos como sistemas de ubicación y se puedan analizar estrategias para que la utilización de los mismos sea de la forma menos laboriosa.

La inteligencia emocional busca en su desarrollo el buen orden y desempeño de los miembros del grupo (incluido el profesor), se comienza con trabajos en parejas, en el que el estudiante aporta a otra persona y recibe a su vez aportes de este otro; y se finaliza con trabajos grupales en que se propicia la aportación en la búsqueda de soluciones; pasando así de un escenario en que el estudiante da para recibir algo a cambio a otro en el que da para aportar a la comunidad, pero todavía con la intención de ser parte del beneficio que esto conlleva (Przesmycki, 1994; Filloux, 1974). En la etapa de estructuración, se da la pauta para que el estudiante tenga un primer momento de autorregulación de sus conocimientos de forma consciente, misma que servirá para el desarrollo de su intrapersonalidad.

Por otra parte, la inteligencia lógico-matemática se ve favorecida a lo largo de todas las actividades, en una primera instancia con problemas simples, en contextos concretos, para los cuales la utilización de heurísticas más o menos simples puede llevar a un resultado aceptable. En la etapa de estructuración se alcanza el más alto nivel de formalidad de los conceptos matemáticos estudiados, estas actividades tienen la característica de garantizar que no se arriesgue el rigor matemático por lograr una calificación satisfactoria para los estudiantes (que trate de justificar el rendimiento de éstos en la materia), pero a su vez se caracterizan por no ser cuestionamientos aislados del contexto de trabajo de la unidad. Finalmente, para cumplir con el objetivo general de la asignatura, se trabaja una actividad en que se conjuntan los conocimientos matemáticos de la unidad y se les da un sentido utilitario para la ciencia, es

decir, una actividad en un contexto concreto, con un grado de complejidad considerable.

La gráfica 3.3 muestra el grado máximo de evaluación que sustentan las diferentes actividades para cada una de las inteligencias, estos datos se obtienen de la suma de los máximos grados que se evalúan en los cuatro momentos propuestos para la unidad.



Gráfica 3.3 Desarrollo de las inteligencias según los indicadores de las evaluaciones formativas.

Algunos aspectos importantes a considerar son:

- Las inteligencias cuya barra es color amarillo, son aquellas que en el objetivo de la unidad se estipula desarrollar preferentemente, y de hecho son las únicas a las que se hace mención en el análisis anterior, el resto de inteligencias podrán desarrollarse en otros momentos de la planeación de la asignatura.
- Desde los criterios de evaluación, la inteligencia emocional puede alcanzar, a los sumo, 3 en cada evaluación, por lo que, aunque es una de las inteligencias más trabajada en las diferentes actividades, parece no estar favorecida en la gráfica referente a su desarrollo. Su desarrollo en sí,

es más lento de lograr que en la mayoría de las inteligencias, ya que incluye cambios en la forma de conducirse, lo cual necesita de una adaptación social.

- La inteligencia naturalista se aborda en muchas de las actividades, pero en esta unidad, dado que las evaluaciones se realizan cada que hay un cambio de intención didáctica, y en la etapa de estructuración que es compleja-abstracta no se puede abordar y por tanto, tampoco evaluar; se ve reducido su grado de evaluación, pero no así el desarrollo planeado.
- La inteligencia lingüística tiene material suficiente a lo largo de las actividades, para una adecuada y elevada evaluación. Al igual que la emocional, se desarrolla de manera lenta y gradual, pero no es considerada como inteligencia a favorecer dentro del objetivo de la unidad, pues al existir aspectos importantes de la inteligencia que no se toman en cuenta, se desea evitar interpretaciones ingenuas del desarrollo de esta habilidad.

C ONCLUSIONES

Del presente trabajo de tesis se obtiene los siguientes razonamientos:

- La TIM brinda la oportunidad de atender la diversidad de formas de aprendizaje a través del diseño de actividades dirigidas a las distintas inteligencias.
- Conviene que los profesores de la asignatura en la institución educativa, en comunión con las investigaciones realizadas en el tema, realicen la planeación de unidades didácticas, apoyados en materiales ya diseñados, pero siempre buscando la adaptación a la realidad que se vive en la comunidad estudiantil a la que pertenecen.
- La búsqueda del desarrollo de inteligencias favorece la planeación basada en el ciclo de aprendizaje, ya que permite la contextualización, según la fase trabajada, en relación con las inteligencias que mejor respondan a las necesidades.
- Las aportaciones transversales requieren de una secuencia para lograr su integración en el estudiante, y estas encuentran su continuidad en el desarrollo de inteligencias.
- El desarrollo integral y el desarrollo de inteligencias están íntimamente relacionados y uno colabora con el otro, ya que se pueden relacionar biunívocamente las inteligencias con el saber conocer, saber hacer y saber ser.
- En Geometría Analítica conviene potenciar las inteligencias lógico-matemática, lingüística y espacial para cambios de representación

simbólica, verbal y gráfica respectivamente, además de la inteligencia emocional para la autorregulación y buen orden en el salón de clases.

APÉNDICES

APÉNDICE A: CONTENIDO DEL PROGRAMA DE ESTUDIOS DE GEOMETRÍA ANALÍTICA

APÉNDICE B: ESQUEMAS UTILIZADOS EN LAS ACTIVIDADES

APÉNDICE C: DATOS DE INTERÉS POR ACTIVIDAD

APÉNDICE A: CONTENIDO DEL PROGRAMA DE ESTUDIOS DE GEOMETRÍA ANALÍTICA

| UNIDAD I. CONCEPTOS BASICOS. | | | |
|--|---|---|---|
| OBJETIVO: Conoce el plano cartesiano, la representación de puntos en él, para calcular distancias, perímetros y áreas, así como la división de un segmento en una razón, que tengan aplicación en problemas teóricos, como en la vida real. | | | |
| RESULTADO DE APRENDIZAJE PROPUESTO (RAP) 1: Reconocer los elementos, los conceptos y las propiedades de pares ordenados y su aplicación en la representación del plano cartesiano, así como en la vida cotidiana. | | | Tiempo estimado para obtener el RAP 3 hrs |
| ACTIVIDADES | | RECURSOS DIDÁCTICOS | |
| DE APRENDIZAJE | DE ENSEÑANZA | REFERENCIAS DOCUMENTALES | MEDIOS Y MATERIALES EDUCATIVOS DE APOYO |
| <ul style="list-style-type: none"> Reconocer los elementos de la Geometría Analítica para definir un sistema de referencia en un plano a partir de un trabajo de investigación sobre Rene Descartes. Entender lo que es las geometría Analítica Reconocer los elementos del plano cartesiano. Ubicar puntos en diferentes cuadrantes, grafica y mentalmente. Reconocer la aplicación de las coordenadas en la vida cotidiana y la parte teórica Participar en la solución de ejercicios. Auto evaluación de conceptos. | <ul style="list-style-type: none"> Introducir la recta numérica y el plano cartesiano como medio para representar gráficamente a las parejas ordenadas. Presentar problemas donde se aplica o utilice parejas ordenadas, destacando su importancia de los elementos y la igualdad entre parejas ordenadas (la guía roji, un mapa, etc.). Propiciar la discusión en clase. Proponer ejercicios. Realizar actividades grupales. Fomentar la auto evaluación a través de problemas. | <ul style="list-style-type: none"> Lectura propuesta por la academia. Lista de ejercicios propuestos por la academia. Tarea propuesta por el profesor. Problema grupal. | <ul style="list-style-type: none"> Computadora. Software geometra. Pizarrón, plumón y borrador. Actividad grupal. |
| RESULTADO DE APRENDIZAJE PROPUESTO (RAP) 2: Aplicar el concepto de distancia entre puntos para calcular perímetros y determina el área de un polígono mediante el determinante. | | | Tiempo estimado para obtener el RAP 6 hrs |
| ACTIVIDADES | | RECURSOS DIDÁCTICOS | |
| DE APRENDIZAJE | DE ENSEÑANZA | REFERENCIAS DOCUMENTALES | MEDIOS Y MATERIALES EDUCATIVOS DE APOYO |
| <ul style="list-style-type: none"> Calcular la distancia entre dos puntos dados mediante el teorema de Pitágoras, para deducir la formula de distancia entre dos puntos. Calcular perímetros y áreas de figuras geométricas. Calcular áreas de polígonos aplicando el determinante formado por las coordenadas de sus vértices Resolver ejercicios. Comprobar los resultados mediante el uso de la computadora. Trabajar en grupo mediante la realización de problemas. Aplicar el concepto en otra área del conocimiento. Practicar la auto evaluación. | <ul style="list-style-type: none"> Mediante un problema para calcular el perímetro de un triángulo, induce la fórmula para calcular la distancia entre dos puntos. Comprobar que el área de un polígono se puede calcular mediante el determinante formado por las coordenadas de sus vértices Promover la participación en clase. Fomentar el uso de las TIC's. Realizar actividades grupales. Relacionar el tema con otras áreas del conocimiento. Propiciar la auto evaluación. | <ul style="list-style-type: none"> Tareas y ejercicios propuestos por la academia. Problema grupal. Actividad propuesta por el profesor. | <ul style="list-style-type: none"> Computadora. Software geometra. Pizarrón, plumón y borrador. Actividad grupal. |
| RESULTADO DE APRENDIZAJE PROPUESTO (RAP) 3: Resolver problemas teóricos y prácticos aplicando procedimientos relativos a propiedades geométricas y analíticas de la división de un segmento en una razón dada (punto medio, trisección). | | | Tiempo estimado para obtener el RAP 3 hrs |
| ACTIVIDADES | | RECURSOS DIDÁCTICOS | |
| DE APRENDIZAJE | DE ENSEÑANZA | REFERENCIAS DOCUMENTALES | MEDIOS Y MATERIALES EDUCATIVOS DE APOYO |
| <ul style="list-style-type: none"> Dividir un segmento, dados sus puntos extremos, en dos, tres o cuatro partes iguales. Resolver ejercicios. Comprobar los resultados mediante el uso de la computadora. Trabajar en grupo mediante la realización de problemas. Aplicar el concepto en otra área del conocimiento. Trabajar en grupo mediante la resolución de problemas. Realizar trabajo de investigación grupal por Internet. Desarrollar los conceptos y los fortalece en una discusión grupal Practicar la auto evaluación | <ul style="list-style-type: none"> Proponer un problema para deducir las fórmulas de las coordenadas del punto que divide a un segmento en una razón dada Promover la participación en clase. Realizar actividad grupal mediante la realización de problemas. Promover la discusión en clase. Fomentar la investigación de los estudiantes. | <ul style="list-style-type: none"> Tareas y ejercicios propuestos por la academia. Problema grupal. | <ul style="list-style-type: none"> Pizarrón, plumón y borrador. Actividad grupal. |

UNIDAD 2. LUGARES GEOMETRICOS.

OBJETIVO: Desarrollar habilidades para analizar y describir las relaciones existentes entre subconjuntos de puntos en el plano que cumplen con una condición y las ecuaciones que los definen, para así comprender los dos problemas fundamentales de la geometría analítica.

RESULTADO DE APRENDIZAJE PROPUESTO (RAP) 1: Obtener la ecuación de un lugar geométrico a partir de una condición dada. Tiempo estimado para obtener el RAP: 4 hrs

| ACTIVIDADES | | RECURSOS DIDÁCTICOS | |
|---|---|---|--|
| DE APRENDIZAJE | DE ENSEÑANZA | REFERENCIAS DOCUMENTALES | MEDIOS Y MATERIALES EDUCATIVOS DE APOYO |
| <ul style="list-style-type: none"> Asociar a los lugares geométricos sus ecuaciones o desigualdades con dos variables considerando las condiciones geométricas que los definen. Interpretar tales representaciones algebraicas como relaciones entre dos variables que expresan la dependencia de una con respecto a la otra. Obtener la ecuación de un lugar geométrico a partir de la condición geométrica que debe cumplir, por ejemplo: La mediatriz de un segmento, circunferencias y elipses. Trabajar en grupo mediante la resolución de problemas. Realizar trabajo de investigación grupal por Internet. Desarrollar los conceptos y los fortalece en una discusión grupal Practicar la auto evaluación | <ul style="list-style-type: none"> Caracterizar subconjuntos de puntos y regiones del plano mediante una relación ente las variables "x" e "y". Proponer ejercicios. Plantear problemas. Integrar equipos de trabajo. | <ul style="list-style-type: none"> Lectura propuesta por la academia. Lista de ejercicios propuestos por la academia. Tarea propuesta por el profesor. Problema grupal. Libro de consulta Paginas de Internet | <ul style="list-style-type: none"> Software (derive) Pelliculas Guías de estudio. |

RESULTADO DE APRENDIZAJE PROPUESTO (RAP) 2: Obtener la ecuación de un lugar geométrico a partir de una condición dada. Tiempo estimado para obtener el RAP: 4 hrs

| ACTIVIDADES | | RECURSOS DIDÁCTICOS | |
|--|--|---|--|
| DE APRENDIZAJE | DE ENSEÑANZA | REFERENCIAS DOCUMENTALES | MEDIOS Y MATERIALES EDUCATIVOS DE APOYO |
| <ul style="list-style-type: none"> Trazar la gráfica de ecuaciones con dos variables, de primer y segundo grado, que representan lugares geométricos, haciendo explícitas las extensiones, las simetrías y las intersecciones con los ejes Utilizar calculadora graficadora y/o un software matemático para comprobar las gráficas. Trabajar en grupo mediante la resolución de problemas. Realizar trabajo de investigación grupal por Internet. Desarrollar los conceptos y los fortalece en una discusión grupal Practicar la auto evaluación | <ul style="list-style-type: none"> Explorar las gráficas de relaciones sencillas, como semiplanos, franjas, rectas, circunferencias, círculos, y parábolas, detectando sus extensiones (dominios y rangos), sus simetrías y sus intersecciones con los ejes. Proponer ejercicios. Plantear problemas. Integrar equipos de trabajo. | <ul style="list-style-type: none"> Lectura propuesta por la academia. Lista de ejercicios propuestos por la academia. Tarea propuesta por el profesor. Problema grupal. Libro de consulta Paginas de Internet | <ul style="list-style-type: none"> Software Pelliculas Guías de estudio |

UNIDAD 3. LA RECTA.

OBJETIVO: Identificar, obtener y transformar las diferentes formas de la recta, para interpretar y resolver problemas.

RESULTADO DE APRENDIZAJE PROPUESTO (RAP) 1: Diferenciar entre la pendiente y el ángulo de inclinación de una recta. Tiempo estimado para obtener el RAP: 2 hrs

| ACTIVIDADES | | RECURSOS DIDÁCTICOS | |
|--|--|---|---|
| DE APRENDIZAJE | DE ENSEÑANZA | REFERENCIAS DOCUMENTALES | MEDIOS Y MATERIALES EDUCATIVOS DE APOYO |
| <ul style="list-style-type: none"> Identificar la diferencia entre ángulo de inclinación y pendiente. Identificar, mediante la resolución de ejercicios cuándo la pendiente es positiva, negativa, cero o esta indeterminada y ¿por qué? Calcular la pendiente y el ángulo de inclinación de una recta dados dos puntos. Comprobar sus resultados con ayuda de software. Participar en la realización de ejercicios. Aplicar el concepto de la pendiente de una recta a resoluciones de problemas. | <ul style="list-style-type: none"> Mediante un problema donde exista un declive se induce al concepto de ángulo de inclinación y pendiente. Presentar ejercicios donde el ángulo de inclinación cambia Propiciar la participación en clase. Proponer ejercicios. Plantear problemas. Integra equipos de trabajo. | <ul style="list-style-type: none"> Ejercicios propuestos por la academia. Cuestionario. Lectura propuesta por la academia. Tarea propuesta por el profesor. Problema grupal. Libro de consulta Paginas de Internet | <ul style="list-style-type: none"> Pizarrón, plumón y borrador. Cuestionario. Software (Graficadotes, cabri, géometra) |

| RESULTADO DE APRENDIZAJE PROPUESTO (RAP) 2: Aplicar las diferentes formas de la ecuación de la recta a la resolución de problemas prácticos y de las ciencias. | | Tiempo estimado para obtener el RAP | 6 hrs |
|---|---|---|---|
| ACTIVIDADES | | RECURSOS DIDÁCTICOS | |
| DE APRENDIZAJE | DE ENSEÑANZA | REFERENCIAS DOCUMENTALES | MEDIOS Y MATERIALES EDUCATIVOS DE APOYO |
| <ul style="list-style-type: none"> • Obtener la ecuación de una recta a partir del concepto de pendiente. • Identifique las diferentes formas en que se puede representar la ecuación de una recta. • Distinguir la utilidad de cada forma. • Manejar por medio de ejercicios las diferentes formas en que se puede representar la ecuación de una recta (Punto-pendiente, pendiente-ordenada al origen, cartesiana, simétrica y general). • Participar en la realización de ejercicios. • Trabajar en equipo en la realización de problemas. • Exponer la solución de su problema con el fin de debatir y reforzar los conceptos. • Evaluar el trabajo de sus compañeros en clase. | <ul style="list-style-type: none"> • Mediante un problema se induce a obtener la ecuación de una recta. • Ejemplificar las ventajas y desventajas de las diferentes formas en que se puede representar la ecuación de una recta. • Realizar ejercicios diversos donde se aplique las diferentes formas de la ecuación de la recta. • Realizar ejercicios diversos para construir el lugar geométrico correspondiente a partir de la ecuación o condiciones específicas. • Proponer ejercicios. • Propiciar la participación en clase. • Aplicar cuestionario. • Realizar actividad grupal al realizar un problema. • Propiciar la auto evaluación. | <ul style="list-style-type: none"> • Ejercicios y tareas propuestos por la academia. • Cuestionario. • Problema. | <ul style="list-style-type: none"> • Pizarrón, plumón y borrador. • Cuestionario. • Proyector de acetatos. • Acetatos. • Computadora y cañón proyector. • Formato de auto evaluación. |
| RESULTADO DE APRENDIZAJE PROPUESTO (RAP) 3: Aplicar el concepto de pendiente para calcular el ángulo entre dos rectas. | | Tiempo estimado para obtener el RAP | 4 hrs |
| ACTIVIDADES | | RECURSOS DIDÁCTICOS | |
| DE APRENDIZAJE | DE ENSEÑANZA | REFERENCIAS DOCUMENTALES | MEDIOS Y MATERIALES EDUCATIVOS DE APOYO |
| <ul style="list-style-type: none"> • Investigar a formula para calcular el ángulo entre dos rectas. • Aplicar a formula de ángulo entre dos rectas y las propiedades de paralelismo y perpendicularidad a la resolución de problemas. • Participar en la realización de ejercicios y problemas en forma individual y grupal. | <ul style="list-style-type: none"> • Mediante un problema inducir a la formulas de ángulo entre dos rectas, para posteriormente obtener la condición de paralelismo. • Por medio de algún ejercicio inducir a la condición de paralelismo. • Propiciar la participación en clase. • Aplica cuestionario. • Proponer ejercicios. • Aplicar examen al fin de unidad. | <ul style="list-style-type: none"> • Ejercicios y tareas propuestos por la academia. • Cuestionario. • Problemas propuestos por la academia. • Examen de fin de unidad. | <ul style="list-style-type: none"> • Pizarrón, plumón y borrador. • Cuestionario. • Examen. |
| RESULTADO DE APRENDIZAJE PROPUESTO (RAP) 4: Aplicar el concepto de distancia de un punto a una recta en la solución de problemas. | | Tiempo estimado para obtener el RAP | 3 hrs |
| ACTIVIDADES | | RECURSOS DIDÁCTICOS | |
| DE APRENDIZAJE | DE ENSEÑANZA | REFERENCIAS DOCUMENTALES | MEDIOS Y MATERIALES EDUCATIVOS DE APOYO |
| <ul style="list-style-type: none"> • Obtener la ecuación de un punto a una recta para aplicarlo a la resolución de problemas • Participar en la realización de ejercicios en el pizarrón. • Contestar cuestionario sobre los conceptos vistos. • Trabajar en equipo de dos personas en la realización de problemas. | <ul style="list-style-type: none"> • Por medio de algún ejercicio inducir a la formulas que nos de la distancia de un punto a una recta. • Proponer ejercicios • Propiciar la participación en clase. • Aplicar cuestionario. • Realizar actividad grupal al realizar un problema. | <ul style="list-style-type: none"> • Ejercicios y tareas propuestos por la academia. • Cuestionario. • Problema. | <ul style="list-style-type: none"> • Pizarrón, plumón y borrador. • Cuestionario. • Problema. |
| UNIDAD 4. ECUACIÓN GENERAL DE SEGUNDO GRADO CON DOS VARIABLES. | | | |
| OBJETIVO: Deducir y aplicar las ecuaciones de las cónicas incluida la circunferencia en la resolución de problemas teóricos y de la vida real. | | | |
| RESULTADO DE APRENDIZAJE PROPUESTO (RAP) 1: Aplicar el concepto y las ecuaciones de la circunferencia en la solución de problemas. | | Tiempo estimado para obtener el RAP | 7 hrs |
| ACTIVIDADES | | RECURSOS DIDÁCTICOS | |
| DE APRENDIZAJE | DE ENSEÑANZA | REFERENCIAS DOCUMENTALES | MEDIOS Y MATERIALES EDUCATIVOS DE APOYO |
| <ul style="list-style-type: none"> • Conocer el concepto de circunferencia. • Se introduce a la obtención de la ecuación de la circunferencia con centro en el origen. • Participar en la realización de ejercicios en el pizarrón. • Conocer las formulas de traslación de ejes con el fin de aplicarlo en la obtención de la ecuación de circunferencia con centro fuera del origen. • Deducir las formulas para calcular: "h", "k" y "r". • Participar en la realización de ejercicios. • Contestar cuestionario sobre los conceptos vistos. • Trabajar en equipo en la realización de problemas. | <ul style="list-style-type: none"> • Presentar la ecuación general de segundo grado en dos variables. • Induce a la obtención de la ecuación de la circunferencia. • Aplicar el concepto de traslación de ejes en la obtención de la ecuación ordinaria: $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$, la lleva a su forma general y establece las formulas: $h = -\frac{D}{2}, \quad k = -\frac{E}{2}$ y $r = \frac{\sqrt{D^2 + E^2 - 4F}}{2}$ • Propiciar la participación en clase. • Aplicar cuestionario. • Plantear problemas dadas tres condiciones. | <ul style="list-style-type: none"> • Ejercicios y tareas propuestos por la academia. • Cuestionario. • Problema propuesto por la academia. | <ul style="list-style-type: none"> • Pizarrón, plumón y borrador. • Cuestionario. • Examen. |

| RESULTADO DE APRENDIZAJE PROPUESTO (RAP) 2: Aplicar el concepto y las ecuaciones de la parábola en la solución de problemas dentro de la matemática y otras disciplinas. | | Tiempo estimado para obtener el RAP | 8 hrs |
|---|--|--|--|
| ACTIVIDADES | | RECURSOS DIDÁCTICOS | |
| DE APRENDIZAJE | DE ENSEÑANZA | REFERENCIAS DOCUMENTALES | MEDIOS Y MATERIALES EDUCATIVOS DE APOYO |
| <ul style="list-style-type: none"> • Conoce el concepto de parábola. • Construye la tabla donde se presentan los casos de la parábola con V en (0,0) y sus elementos: vértice, foco, lado recto, directriz <ul style="list-style-type: none"> • Que conteste cuestionario que indica la película 'El mundo de las matemáticas. Un gran salto'. • Aplica la ecuación de la parábola con vértice (h, k) en ejercicios. • Que aplique el método de completar cuadrados perfectos para determinar los elementos de la parábola y graficar. • Que trabaje en forma individual y en equipo en la resolución de problemas. | <ul style="list-style-type: none"> • Explica los conceptos. • Obtiene la ecuación de la parábola. • Proyección de la película de "Un gran salto" y aplica cuestionario. • Que aplique el concepto de traslación de ejes en la obtención de las ecuaciones: $(y - k)^2 = \pm 4a(x - h)$ y $(x - h)^2 = \pm 4a(y - k)$ • Obtiene las ecuaciones: $x^2 + Dx + Ey + F = 0$ y $y^2 + Dx + Ey + F = 0$ • Propicia la participación en clase. • Propone problemas de aplicación para trabajo en equipos. | <ul style="list-style-type: none"> • Ejercicios y tareas propuestos por la academia. • Cuestionario. • Problema propuesto por la academia para trabajo en equipo. | <ul style="list-style-type: none"> • Pizarrón, plumón y borrador. • Cuestionario. • Película 'El mundo de las matemáticas. Un gran salto'. • Televisión y video casetera. • Problema. |
| RESULTADO DE APRENDIZAJE PROPUESTO (RAP) 3: Aplicar el concepto y las ecuaciones de la elipse en la solución de problemas dentro de la matemática y otras disciplinas. | | Tiempo estimado para obtener el RAP | 8 hrs |
| ACTIVIDADES | | RECURSOS DIDÁCTICOS | |
| DE APRENDIZAJE | DE ENSEÑANZA | REFERENCIAS DOCUMENTALES | MEDIOS Y MATERIALES EDUCATIVOS DE APOYO |
| <ul style="list-style-type: none"> • Conocer el concepto de elipse. • Realizar el trazo de una elipse • Aplicar la ecuación de la elipse para resolver problemas. • Aplicar la ecuación de las elipses con centro (h, k) en ejercicios. • Aplicar el método de completar cuadrados perfectos para determinar los elementos de la elipse y graficar. • Trabajar en forma individual y en equipo en la resolución de problemas. | <ul style="list-style-type: none"> • Explicar los conceptos. • Obtener la ecuación de la elipse. • Aplicar el concepto de traslación de ejes en la obtención de las ecuaciones: $\frac{(x - h)^2}{a^2} + \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$ y $\frac{(x - h)^2}{b^2} + \frac{(y - k)^2}{a^2} = 1$ • Obtener la ecuación: $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ • Propiciar la participación en clase. • Proponer problemas de aplicación para trabajo en equipos. | <ul style="list-style-type: none"> • Ejercicios y tareas propuestos por la academia. • Problema propuesto por la academia para trabajo en equipo. | <ul style="list-style-type: none"> • Pizarrón, plumón y borrador. • Octavo de papel ilustración. • Cuestionario. • Problema. |
| RESULTADO DE APRENDIZAJE PROPUESTO (RAP) 4: Aplicar el concepto y las ecuaciones de la hipérbola en la solución de problemas dentro de la matemática y otras disciplinas. | | Tiempo estimado para obtener el RAP | 8 hrs |
| ACTIVIDADES | | RECURSOS DIDÁCTICOS | |
| DE APRENDIZAJE | DE ENSEÑANZA | REFERENCIAS DOCUMENTALES | MEDIOS Y MATERIALES EDUCATIVOS DE APOYO |
| <ul style="list-style-type: none"> • Conocer el concepto de hipérbola. • Aplicar la ecuación de la hipérbola para resolver problemas. • Aplicar la ecuación de las hipérbolas con centro (h, k) en ejercicios. • Aplicar el método de completar cuadrados perfectos para determinar los elementos de la hipérbola y graficar. • Trabajar en forma individual y en equipo en la resolución de problemas. | <ul style="list-style-type: none"> • Explicar los conceptos. • Obtener la ecuación de la hipérbola. • Aplicar el concepto de traslación de ejes en la obtención de las ecuaciones: $\frac{(x - h)^2}{a^2} - \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$ y $\frac{(y - k)^2}{a^2} - \frac{(x - h)^2}{b^2} = 1$ • Obtener la ecuación: $Ax^2 - Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ • Propiciar la participación en clase. • Proponer problemas de aplicación para trabajo en equipos. | <ul style="list-style-type: none"> • Ejercicios y tareas propuestos por la academia. • Cuestionario. • Problema propuesto por la academia para trabajo en equipo. | <ul style="list-style-type: none"> • Pizarrón, plumón y borrador. • Cuestionario. • Problema. |

| RESULTADO DE APRENDIZAJE PROPUESTO (RAP) 5: Identificar una cónica en su forma más general por medio del discriminante. | | Tiempo estimado para obtener el RAP | 4 hrs |
|--|---|---|--|
| ACTIVIDADES | | RECURSOS DIDÁCTICOS | |
| DE APRENDIZAJE | DE ENSEÑANZA | REFERENCIAS DOCUMENTALES | MEDIOS Y MATERIALES EDUCATIVOS DE APOYO |
| <ul style="list-style-type: none"> Conocer la ecuación de las cónicas en su forma más general: $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ y su significado. Aplicar el discriminante: $B^2 - 4AC$ para determinar el tipo de cónica que representa. Mediante la fórmula $\tan 2\theta = \frac{B}{A-C}$, determinar cuanto está girado el eje de la curva. Realizar la comprobación de las gráficas por medio de un graficador. | <ul style="list-style-type: none"> Explicar el concepto del discriminante. Propiciar la participación en clase verificando que la elipse puede degenerar en un punto o en ningún lugar geométrico, que la parábola puede degenerar en un cilindro o en dos rectas paralelas y que la hipérbola degenera en rectas secantes. | <ul style="list-style-type: none"> Ejercicios y tareas propuestos por la academia. Examen de fin de unidad. | <ul style="list-style-type: none"> Pizarrón, plumón y borrador. Calculadora graficadora o software "Winplot". Examen. |

UNIDAD 5. COORDENADAS POLARES.

OBJETIVO: Conocer la importancia de las coordenadas polares y la relación con el plano cartesiano con la finalidad de resolver problemas teóricos y de la vida real.

| RESULTADO DE APRENDIZAJE PROPUESTO (RAP) 1: Identificar los elementos, la representación de curvas en coordenadas polares y la relación existente entre las coordenadas polares y las cartesianas, para aplicarlo en la resolución de problemas. | | Tiempo estimado para obtener el RAP | 12 hrs |
|--|--|--|--|
| ACTIVIDADES | | RECURSOS DIDÁCTICOS | |
| DE APRENDIZAJE | DE ENSEÑANZA | REFERENCIAS DOCUMENTALES | MEDIOS Y MATERIALES EDUCATIVOS DE APOYO |
| <ul style="list-style-type: none"> Conocer el sistema de coordenadas polares Localizar puntos en coordenadas polares Relacionar los sistemas cartesianos y polar: $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$, $\tan \theta = \frac{y}{x}$ y $r^2 = x^2 + y^2$ Participar en la realización de ejercicios transformando ecuaciones polares a cartesianas y cartesianas a polares Trazar gráficas de curvas dadas en forma polar Trabajar en forma individual y en equipo en la resolución de problemas. | <ul style="list-style-type: none"> Describir el sistema polar Mostrar que las coordenadas de un punto en este sistema no son únicas. Inducir la relación existente con el plano cartesiano. Inducir a la transformación de ecuaciones polares a cartesianas y de cartesianas a polares Mostrar los elementos a considerar en el trazo de gráficas en forma polar Propiciar la participación en clase. Proponer problemas de aplicación para trabajo en equipos. | <ul style="list-style-type: none"> Ejercicios y tareas propuestos por la academia. Problemas propuestos por la academia. | <ul style="list-style-type: none"> Pizarrón, plumón y borrador. Problemas. |

UNIDAD 6. ECUACIONES PARAMÉTRICAS.

OBJETIVO: Aplicar ecuaciones paramétricas en la resolución de problemas teóricos y reales.

| RESULTADO DE APRENDIZAJE PROPUESTO (RAP) 1: Resolver problemas con ecuaciones paramétricas. | | Tiempo estimado para obtener el RAP | 7 hrs |
|---|--|--|--|
| ACTIVIDADES | | RECURSOS DIDÁCTICOS | |
| DE APRENDIZAJE | DE ENSEÑANZA | REFERENCIAS DOCUMENTALES | MEDIOS Y MATERIALES EDUCATIVOS DE APOYO |
| <ul style="list-style-type: none"> Observar las ventajas de la parametrización Comprender que dados dos conjuntos de ecuaciones paramétricas no necesariamente correspondan al mismo valor del parámetro en cada conjunto. Reconocer la importancia de trabajar con ecuaciones paramétricas en Física y ciencias afines Graficar curvas dadas en forma paramétrica Realizar ejercicios de eliminación del parámetro. Participar en la solución de ejercicios. Resolver problemas de forma individual y grupal. | <ul style="list-style-type: none"> Realizar el encuadre del tema. Definir que son ecuaciones paramétrica y su importancia. Trazar la gráfica de curvas dadas en forma paramétrica. Construir las ecuaciones paramétricas de curvas Eliminar el parámetro y obtiene la ecuación rectangular correspondiente. Propiciar la participación en clase. Proponer problemas de otras disciplinas. | <ul style="list-style-type: none"> Ejercicios y tareas propuestos por la academia. Problemas propuestos por la academia. | <ul style="list-style-type: none"> Pizarrón, plumón y borrador. Problemas. |

APÉNDICE B: ESQUEMAS UTILIZADOS EN LAS ACTIVIDADES

Actividad 1: Historieta y Mapa.

Por las características de René, su padre decidió darle un mapa del parque para que, en caso de que se perdiera, le pudiera decir las coordenadas donde se encontraba.

¿En qué ocasiones pudieron comunicarse para las siguientes situaciones?:

- René en el circo y su papá en la plaza.
- René en los fuegos artificiales, su papá en el área gastronómica.
- René en el WC y su papá en las taquillas.
- René con los osos amaestrados y su papá en la ganadería.

Justifica cada una de tus respuestas.

Un día de invierno asistió con su padre a un parque de diversiones.

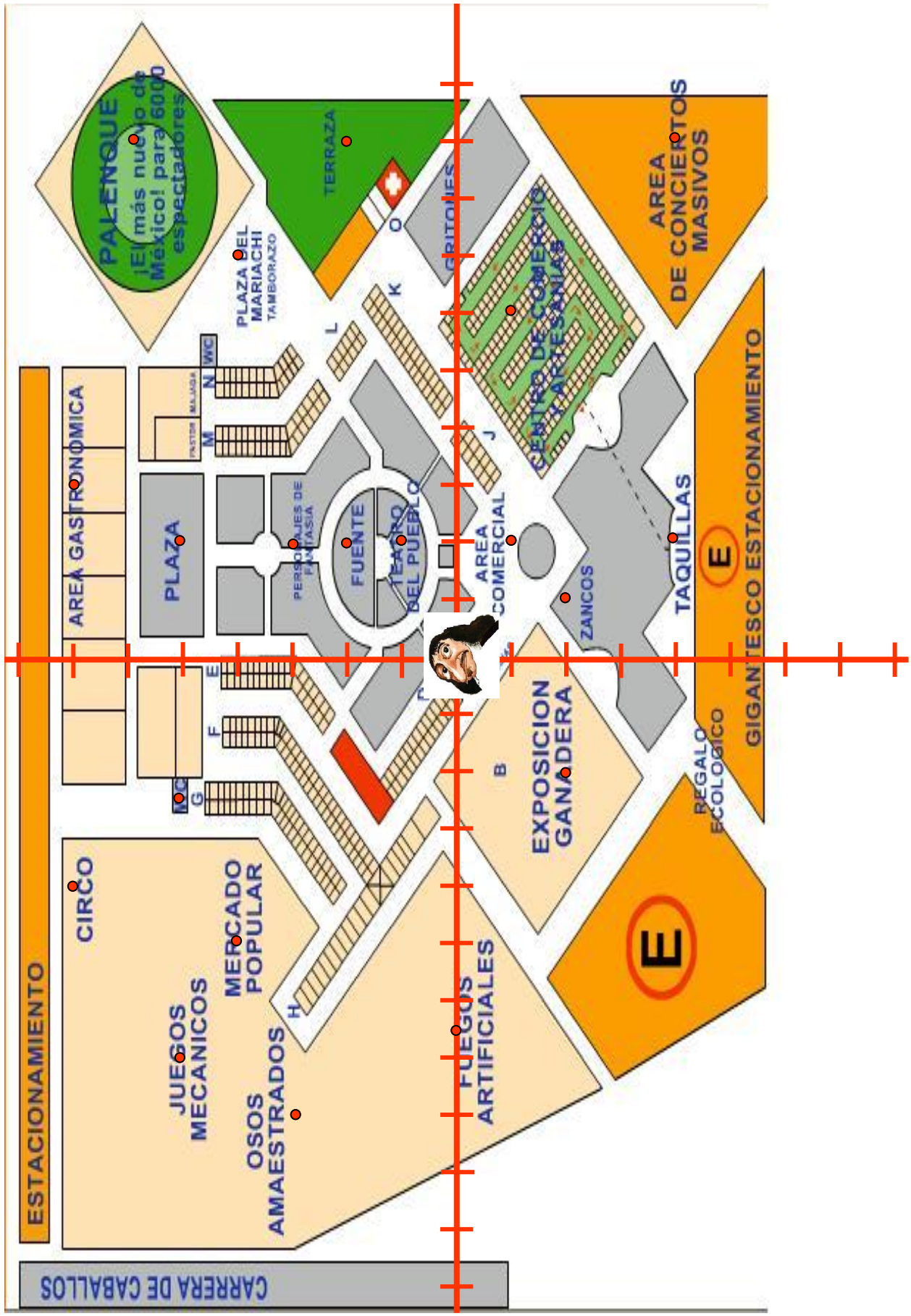
Acordaron tener un radio cada quien para comunicarse, estos tenían un alcance de 1km.

¿Qué temas de los que has visto en matemáticas le podrían ayudar a René en su recorrido por el parque de diversiones?

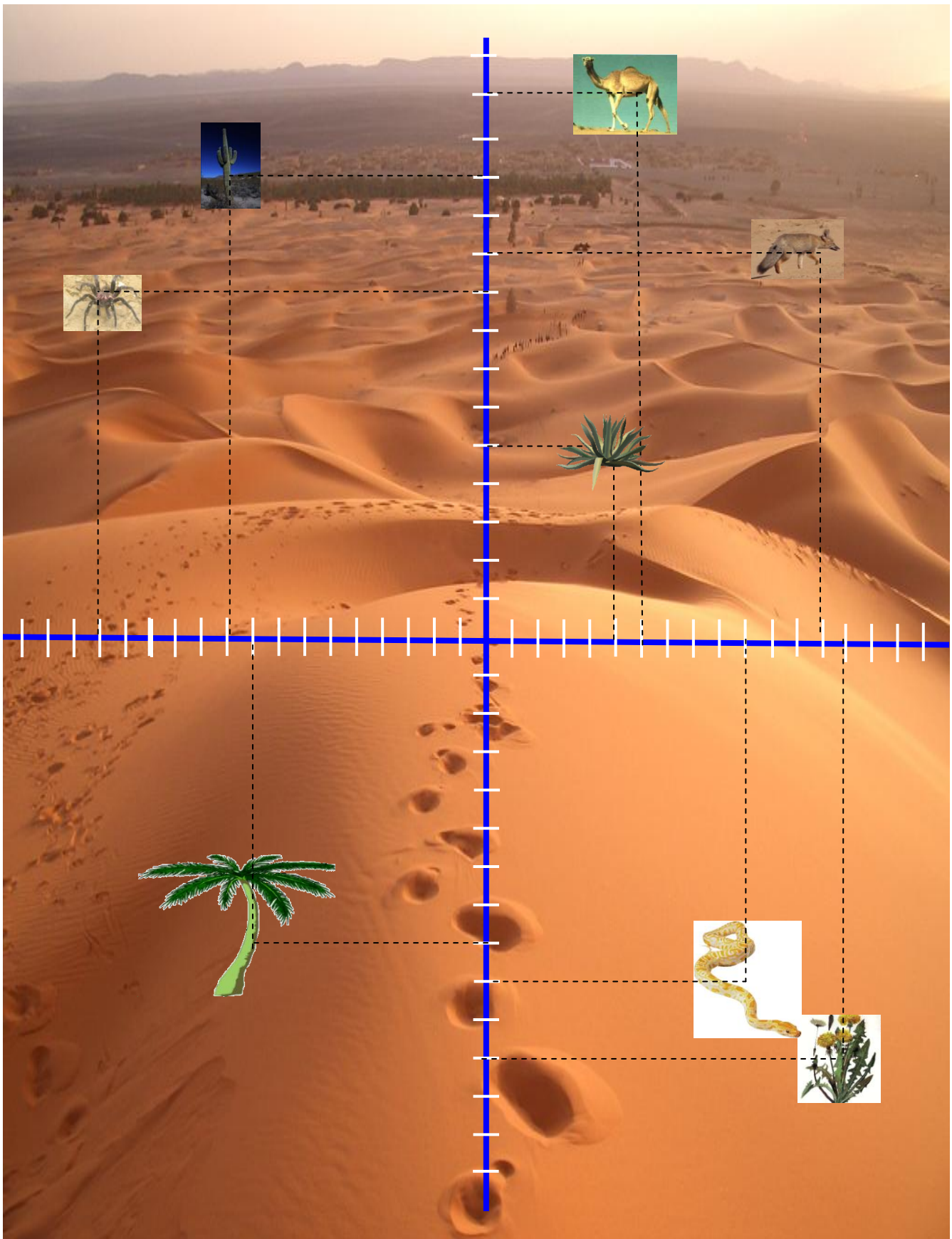
René es un chico como todos: curioso, despiado y muy... muy inquieto.

Y para hacer una prueba le preguntó en que coordenadas estaría si visitara: La fuente, el circo, los fuegos artificiales, la exposición ganadera y la taquilla. ¿Qué responderías a dichas preguntas?

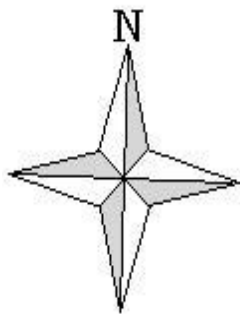
Cuando podían comunicarse se quedaban de ver a la mitad del camino ¿Dónde se quedaron de ver en los incisos anteriores?



Actividad 2: Ecosistema.

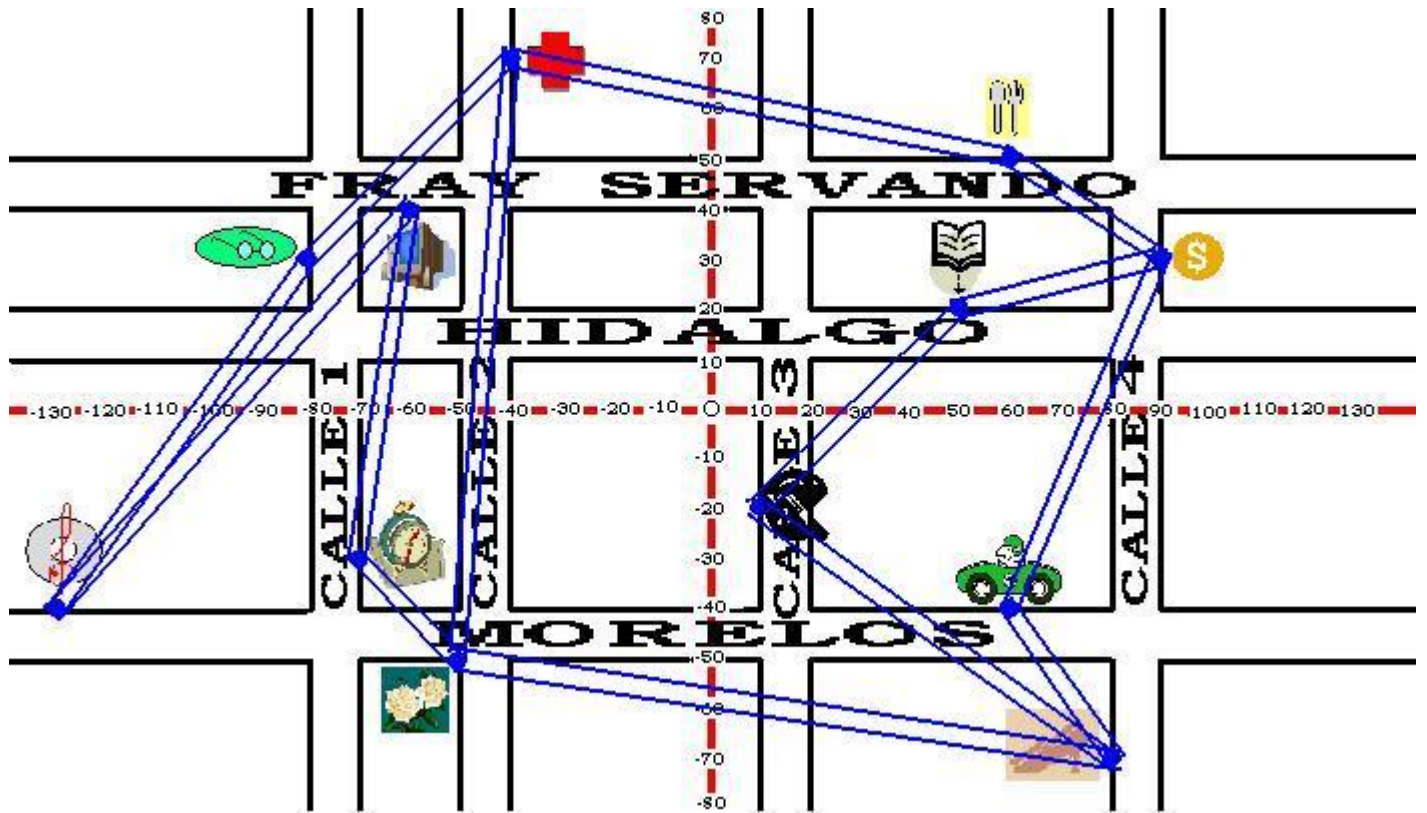


Actividad 3: Esquemas.

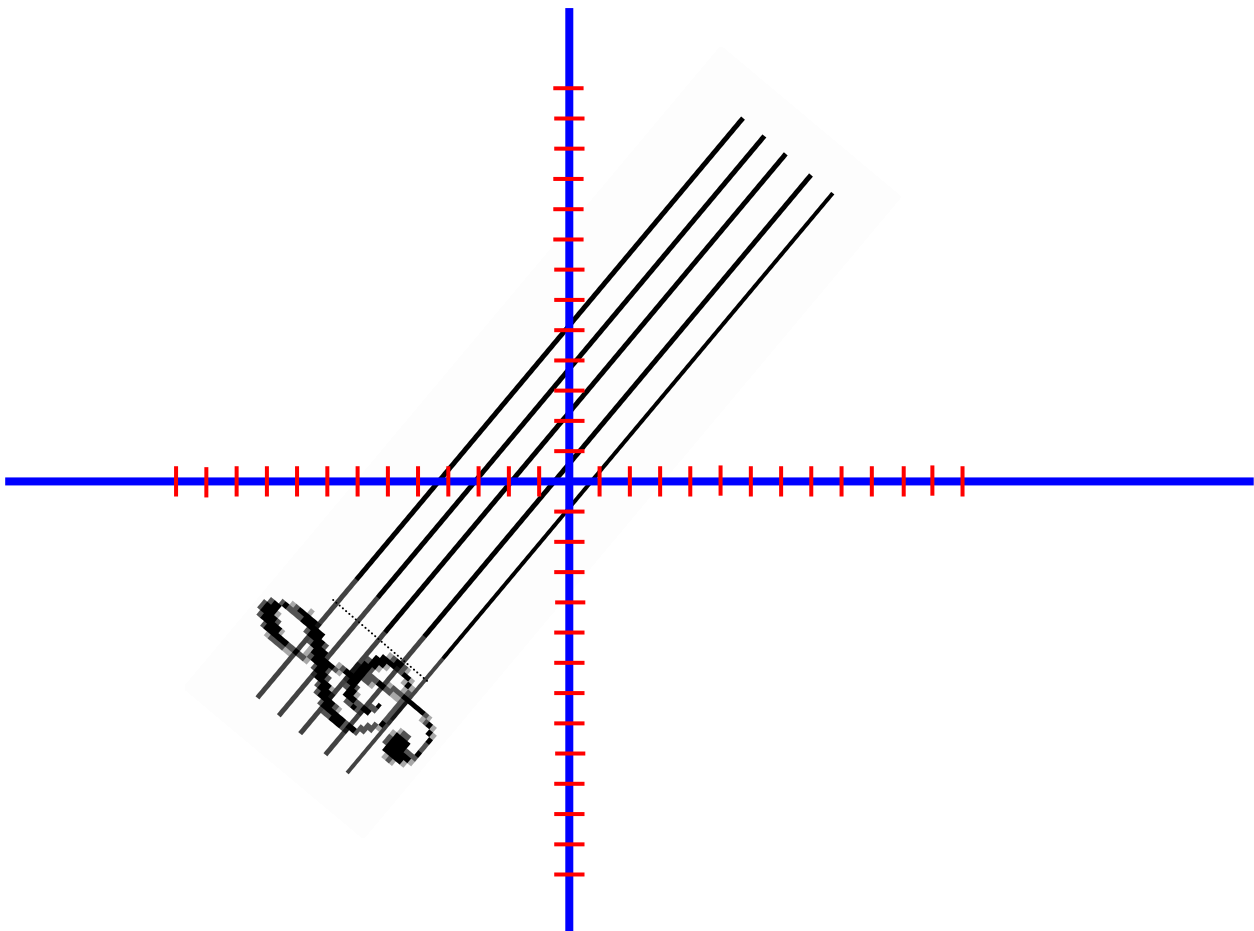
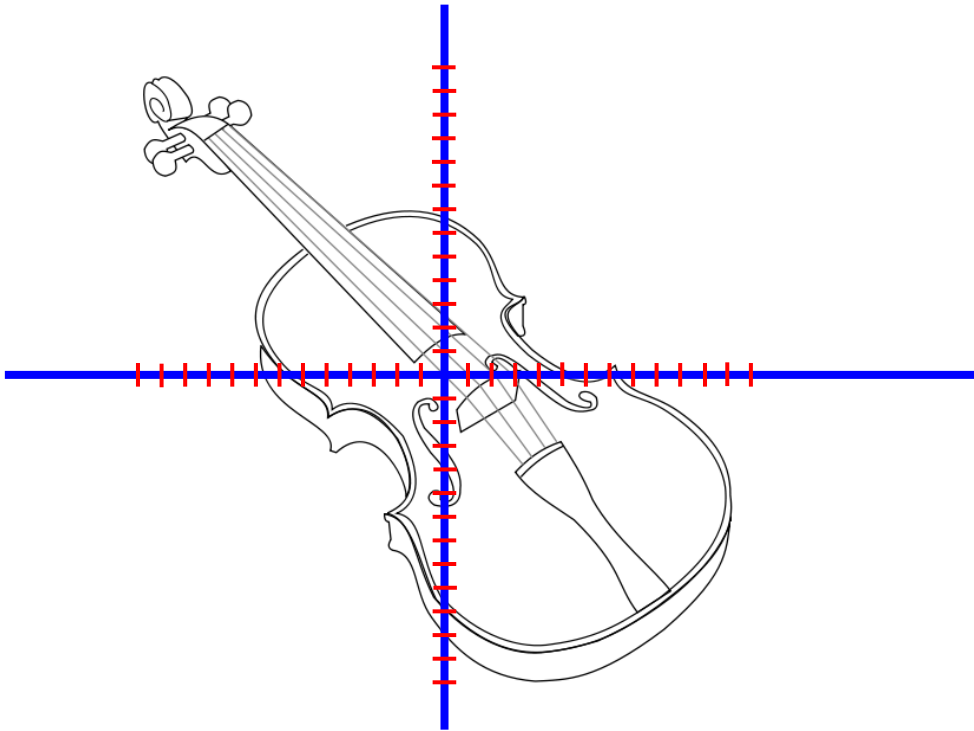


- | | | | |
|---|--------------------|---|-------------------------------|
|  | Banco |  | Cyber café |
|  | Restaurante |  | Tienda de CD's |
|  | Librería |  | Florería |
|  | Cruz Roja |  | Tienda de herramientas |
|  | Óptica |  | Zapatería |
|  | Relojería |  | Vulcanizadora |

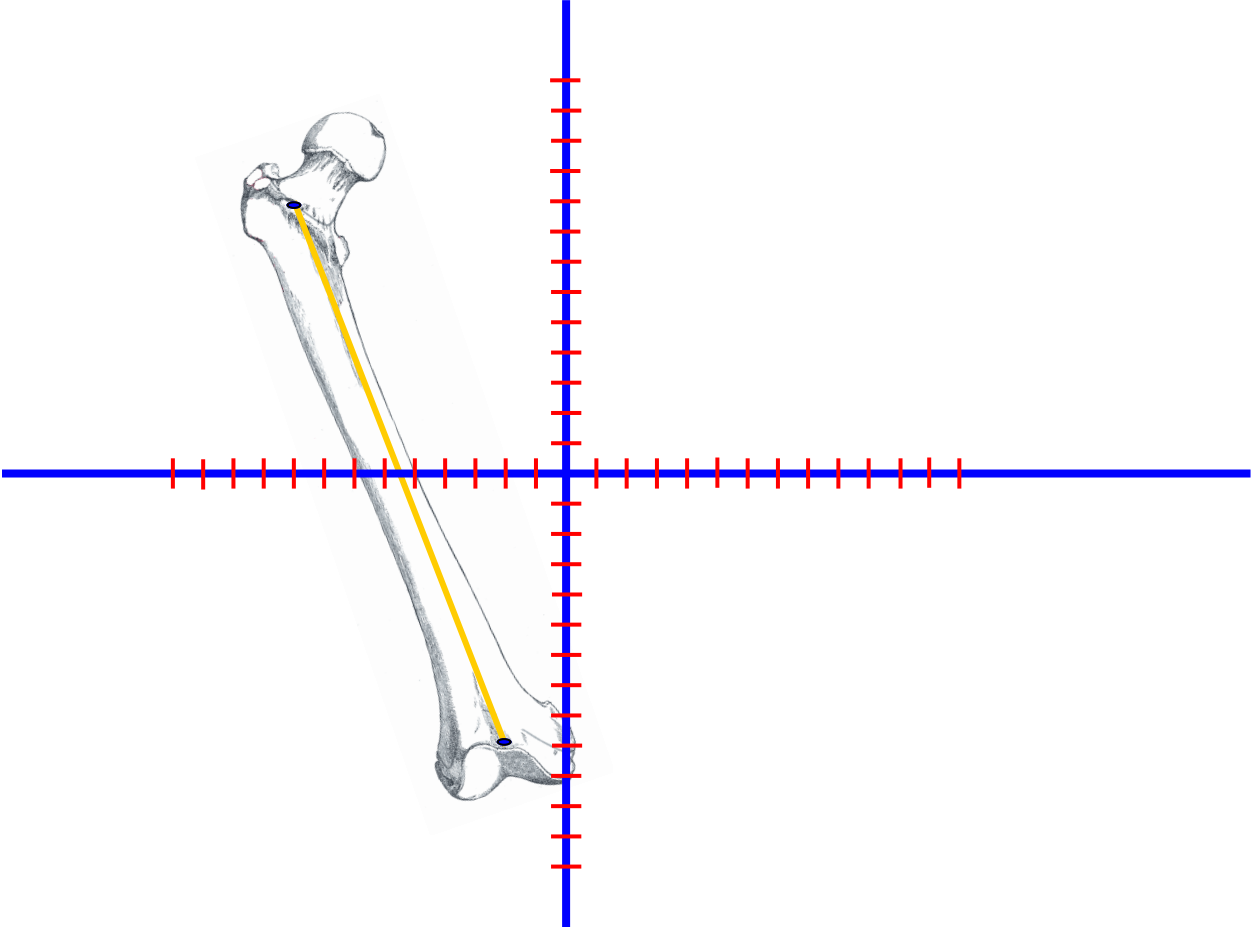
"Los números sobre cada eje, indica la distancia en metros a partir del origen "0" que hay que recorrer para llegar a algún lugar, y el signo negativo en algunos es para indicar las direcciones izquierda y abajo."



Actividad 4: Esquema instrumento y partitura en plano cartesiano.



Actividad 7: Esquema hueso en el plano cartesiano.



APÉNDICE C: DATOS DE INTERÉS POR ACTIVIDAD

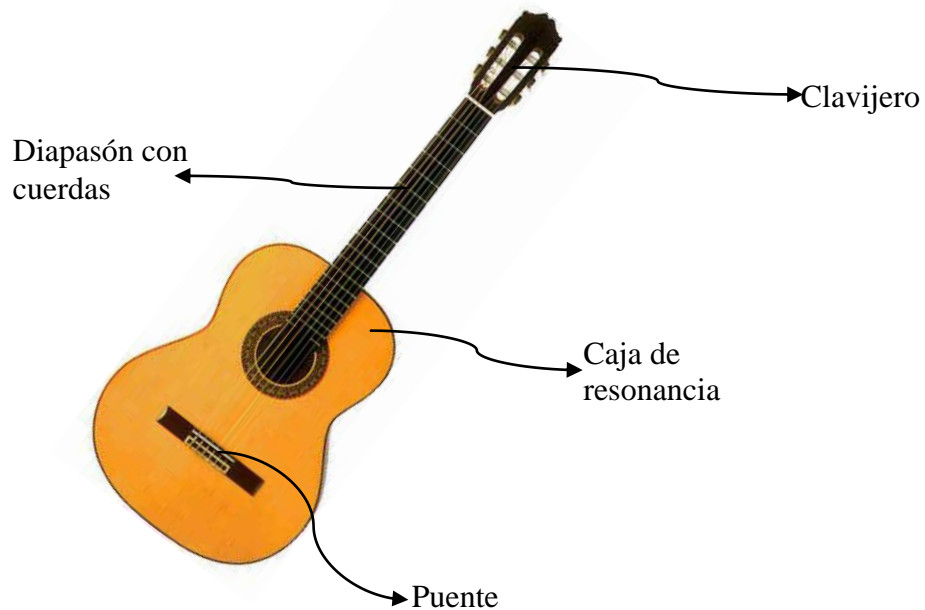
Actividad 3: Ejemplo de redacción de algoritmo para calcular área.

Se tienen algunas coordenadas de puntos. Se ubican en el plano cartesiano y se trazan las líneas que al unirlos dibujan una figura plana cerrada. Se elige al azar alguno de los puntos, ese será el primero, el siguiente será el que esté, en la figura, en sentido contrario a las manecillas del reloj, y así sucesivamente. Se colocan las coordenadas del primer punto, separadas por un espacio y sin coma; en el mismo orden y justo debajo de estas primeras, se colocan las coordenadas del segundo punto, y así sucesivamente hasta que se hayan puesto las coordenadas de todos los puntos, se repite las coordenadas del primer punto al final. Se multiplica la primer entrada del primer punto por la segunda entrada del segundo punto, y se registra el resultado, se hace lo mismo en orden descendente con el resto de puntos, es decir, se multiplica la primer entrada del segundo punto por la segunda entrada del tercer punto; la primer entrada del tercer punto por la segunda del cuarto punto, etc. registrando los resultados hasta llegar a multiplicar la primer entrada del último punto por la segunda del primero. Se suman todos los resultados obtenidos y a la suma se le llama A_1 . En seguida, se multiplica la segunda entrada del primer punto por la primera del segundo punto, luego la segunda entrada del segundo punto por la primera del tercero, y así hasta multiplicar la segunda entrada del último punto por la primera del primer punto, registrando cada uno de los resultados; se suman estos nuevos resultados y se le llama A_2 a la suma. Finalmente se realiza la resta $A_1 - A_2$, y se divide el resultado entre dos. El número obtenido es el área limitada por la figura, y el método utilizado es conocido como el método del determinante.

Actividad 4: Información de instrumento musical.

La Guitarra

La guitarra es un instrumento de cuerdas, consta de seis de ellas afinadas en los tonos Mi, La, Re, Sol, Si y Mi, ordenadas de la más baja (grave) a la más alta (aguda). Consta principalmente de una caja de resonancia tradicionalmente elaborada de madera; un mango o astil, comúnmente llamado diapasón (aunque no debe confundirse con el instrumento homónimo para la afinación), que concluye en un clavijero en el cuál se amarran las cuerdas cada una en una clavija diferente; mismas que en el lado contrario del diapasón y a cierta distancia son elevadas por un puente y atadas a otra pieza, ambas colocadas en la tapa superior de la caja según se muestra en la figura.



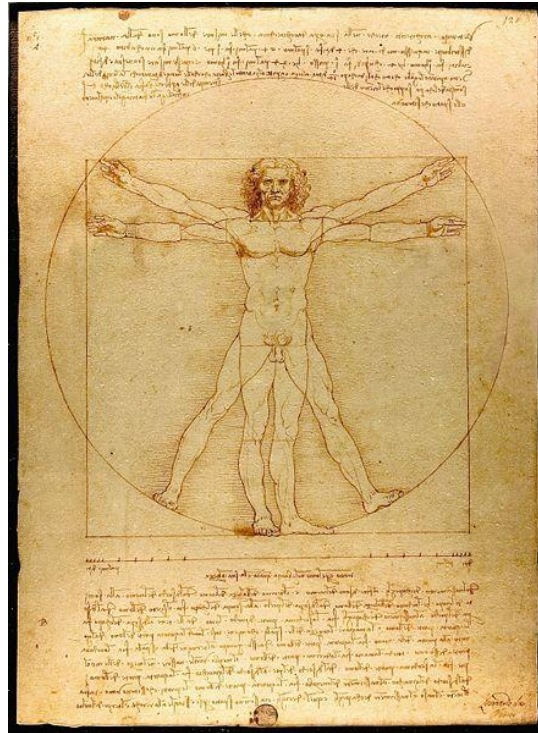
Con la guitarra se pueden obtener todos los tonos de la escala musical (Do, Re, Mi, Fa, Sol, La, Si) así como los tonos intermedios entre cada nota, en caso de existir, llamados sostenidos o bemoles según el orden de recorrido de la escala (Do, Do#, Re, Re#, Mi, Fa, Fa#, Sol, Sol#, La, La#, Si; donde el símbolo #

significa sostenido; ó Si, Si^b, La, La^b, Sol, Sol^b, Fa, Mi, Mi^b, Re, Re^b, Do; donde el símbolo ^b significa bemol); mediante presionar alguna cuerda a cierta distancia del clavijero o del puente.

Como en toda cuerda tensa, el sonido que emite al ser perturbada, depende de su largo (entre mas corta el sonido emitido es más agudo), así en la guitarra, cada una de las cuerdas puede emitir diferentes sonidos aparte del normal en su afinación, *cambiando el largo de esta*, esto se logra oprimiéndola en diferentes partes del diapasón, ésta es la forma de obtener el resto de tonos de la escala musical.

Nota: Se opta por utilizar el violín como instrumento base en la actividad debido a que en la guitarra, el diapasón se separa por medio de pequeños trozos metálicos, cada separación se llama traste, y entre un traste y su consecutivo hay una diferencia de un semitono, es decir, cada tono se repite de una forma más aguda 12 trastes adelante, este dato puede obstaculizar el real objetivo que es ubicar el tono en el punto medio de la cuerda, ya que el traste 12 no queda a la mitad en el conteo del total de trastes del diapasón.

Actividad 7: Cálculos de las medidas de los huesos según el trabajo de Leonardo Da Vinci.



En su estudio conocido como "El Hombre de Vitrubio", da Vinci realizó una visión del Hombre como centro del Universo, al quedar inscrito en un círculo y un cuadrado. El cuadrado es la base toda la arquitectura clásica, mientras que el uso del ángulo de 90 grados y la simetría son bases grecolatinas de la arquitectura. En este estudio anatómico buscó la proporcionalidad del cuerpo humano, el canon clásico o ideal de belleza, la famosa "proporción áurea", siguiendo los estudios del arquitecto romano Vitrubio, quien vivió en el siglo uno antes de nuestra era. "El Hombre de Vitrubio" es un claro ejemplo del enfoque globalizador de Leonardo. Trataba de expresar el lugar de la Humanidad en el "plan global de las cosas". Para Leonardo, el Hombre era el modelo del Universo y lo más importante era vincularlo con la naturaleza.

El esquema de "El Hombre de Vitrubio" así como otros estudios acerca de dibujo anatómico dan la posibilidad de calcular de una forma bastante aceptable las

medidas ideales de los huesos de las extremidades de acuerdo a la estatura de la persona.

A continuación se presentan los cálculos, siguiendo la notación:

E= Estatura de la persona

H= tamaño del humero

R= Tamaño del radio

F= Tamaño del fémur

T= Tamaño de la tibia

Consideremos que la estatura de una persona es igual a la longitud de los brazos extendidos.

$$E = 2H + 2R + 2Manos + Clavicula$$

La altura de una persona equivale a 10 manos

$$\frac{4}{5}E = 2H + 2R + Clavicula$$

La anchura máxima de los hombros es un cuarto de la altura.

$$\frac{11}{20}E = 2H + 2R$$

$$\frac{11}{40}E = H + R$$

El humero y el radio se encuentran en proporción áurea

$$\frac{R}{H} = \frac{H}{H + R}$$

$$H^2 - HR - R^2 = 0$$

Resolviendo para H tenemos:

$$H = \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right) R$$

Sustituyendo en la ecuación principal

$$\frac{11}{40} E = \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2} \right) R$$

Así:

$$R = \left[\frac{11}{20(3 + \sqrt{5})} \right] E$$

$$R = \left[\frac{33 - 11\sqrt{5}}{80} \right] E$$

Luego

$$H = \left[\frac{11}{20(3 + \sqrt{5})} \right] \left[\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right] E$$

$$H = \left[\frac{11(1 + \sqrt{5})}{40(3 + \sqrt{5})} \right] E$$

$$H = \left[\frac{-11 + 11\sqrt{5}}{80} \right] E$$

Por otro lado el largo de las piernas esta en proporción áurea con el resto del largo del cuerpo

$$E - F - T = \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right)(F + T)$$

$$E = \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}\right)(F + T)$$

Y la tibia esta en proporción áurea con el fémur

$$F = \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right)T$$

Luego

$$E = \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}\right) \left[\left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}\right) T \right]$$

$$T = \left(\frac{4}{14 + 6\sqrt{5}}\right) E$$

$$T = \left(\frac{2}{7 + 3\sqrt{5}}\right) E$$

$$T = \left(\frac{7 - 3\sqrt{5}}{2}\right) E$$

Así

$$F = \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right) \left(\frac{2}{7 + 3\sqrt{5}}\right) E$$

$$F = \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{7 + 3\sqrt{5}}\right) E$$

$$F = (-2 + \sqrt{5})E$$

Las medidas de cúbito y peroné son muy cercanas a las del radio y tibia respectivamente, pero por la forma de su curvatura en la actividad se estima la medida medio con medio centímetro de diferencia.

BIBLIOGRAFÍA

- ALSINA, Claudi (2000), Geometría y realidad, Propuestas didácticas para la ESO, Síntesis, Madrid.
- AUSUBEL, D. (2002), Adquisición y retención del conocimiento. Una perspectiva Cognitiva, Ediciones Paidós, Barcelona
- DELORS, Jacques. (1996), La educación encierra un tesoro. Madrid: Unesco-Santillana.
- FILLOUX, J. (1974), Du contrat pédagogique. Le discours inconscient de l'école. París, Francia: Bordas.
- FRIEDRICH A. Hayek (1970), Los errores del constructivismo, Memorias del congreso en la Universidad París-Lodron el 27 de enero de 1970.
- GARDNER, Howard (1993), Inteligencias Múltiples “La teoría en la práctica”, Traducción del inglés por Melero M^a Teresa, Ed. Paidós.
- GONZÁLEZ, M.C. (2007) Taller de matemáticas; una alternativa para atender a la diversidad del alumnado en geometría analítica en el bachillerato. Tesis de Maestría. Universidad La Salle, México.
- HERNANDEZ, Victor (2002), La Geometría Analítica de Descartes y Fermat, Ensayo.
- JORBA, J. y Casells, E. (1997) La regulación y la autorregulación de los aprendizajes. Madrid, España: Síntesis.
- JORDAN, A y Santolaria, F. (1995) La educación moral hoy. Cuestiones y perspectivas. Barcelona, España: EUB.
- KOHLBERG, L; Power F. y Higgins A. (1997) La educación moral. Según Lawrence Kohlberg. Barcelona, España: Gedisa.

PETERS, Rogers (1992), Inteligencia Práctica, Traducción del inglés por de la Rosa Elena, Ed. Diana.

Programa de la asignatura Geometría Analítica, emitido por la Dirección General de Educación Media Superior del Instituto Politécnico Nacional.

PRZESMYCKI, H. (2000), La pedagogía de contrato. Barcelona, España: Graó.

RESNICK, L y W. Ford. (1990), La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos. Paidós 139-142.

SANMARTÍ, N (2000) El diseño de unidades didácticas. En: Perales, P .F. J. y P. Cañal de L. “Didáctica de las ciencias experimentales” España: Marfil.

STRUIK, Dirk (1967), Historia concisa de las matemáticas, Traducción del inglés por Lezama Pedro, Ed. Instituto Politécnico Nacional.

VIGOTSKY, L.S. (1979). El desarrollo de los procesos psicológicos superiores. Crítica. Barcelona.

Páginas en internet:

- http://www.maths.tcd.ie/pub/HistMath/People/Descartes/RouseBall/RB_Descartes.html
- <http://es.wikipedia.org/wiki/Viol%C3%ADn>
- <http://es.wikipedia.org/wiki/Sentidos>