

CIRYEU-2009-176

Algunos fenómenos didácticos presentes en la construcción escolar de las unidades angulares

Hilario Meneses Pérez

CICATA del IPN

hilariomeneses@gmail.com

Gustavo Martínez Sierra

CICATA del IPN

gmartinezierra@gmail.com

MODALIDAD: PRESENTACIÓN ORAL

EJE TEMÁTICO: LA NUEVA VISIÓN DE LA EDUCACIÓN SUPERIOR.

Pregunta de Reflexión: 2.1 ¿Hemos incorporado el paradigma de la educación permanente en nuestra educación superior y, consecuentemente, hemos promovido la renovación del proceso de enseñanza-aprendizaje, con énfasis sobre los aprendizajes?

RESUMEN. Este trabajo ofrece resultados sobre la construcción del conocimiento, a través del estudio de los procesos presentes en la cimentación de sistemas conceptuales matemáticos a los que hemos llamado procesos de articulación y convención matemática. Se muestra una descripción de lo que, a nuestro parecer, son nociones básicas que permiten interpretar a la convención matemática como generadora de conocimiento dentro del marco de la aproximación socioepistemológica en matemática educativa. Para tal fin se dan evidencias del funcionamiento de la noción convención matemática, de manera específica se quiere exponer el proceso de conversión de las unidades angulares, como una evidencia más de ésta. En particular se tiene por objetivo presentar los resultados de los avances para identificar los procesos de articulación y convención matemática presentes en la construcción de la conversión de unidades angulares (grados $\leftrightarrow$ radianes $\rightarrow$ real). Estos fenómenos giran alrededor de las respuestas matemáticamente erróneas de estudiantes y profesores de nivel medio y superior, en donde se desconoce el por qué al usar medidas angulares en radianes no deben indicarse las unidades, además de la ausencia de argumentos para establecer porque en matemáticas superiores la medida más conveniente para un ángulo es el radian.

Palabra clave: Socioepistemología, construcción/producción de conocimiento, convención matemática, funciones trigonométricas.

ABSTRACT. This work offers results about the knowledge construction through the study's process that participate in the construction of mathematical conceptual systems which ones we

have called “Articulation Process and Mathematical Convention” (in Spanish procesos de articulación y conversión matemática). Here is shown a description about we think is a basic grasp that let to the researchers to interpret to the mathematical convention as a generator of knowledge inside to the framework of the socio-epistemology approach in educative mathematic. For this purpose are given the evidences of the operation of the notion “Mathematic convention”. In this work is specifically presented the process of to turn the angular units, as one evidence more toward the mathematic convention. The main objective of this work is to show the results in the advance to identification to the Articulation Process and Mathematical Convention that are present in the construction of the conversion of angular units (grades $\leftrightarrow$ radians $\rightarrow$ real). This phenomena turns around to the wrong mathematic answers as teachers as students at the middle and upper school level where it is unknown why when an angular measurements are used in radians it shouldn't be indicate the units, as well as the absence of arguments to establish the reason because of in upper mathematics the most convenient measurements for an angle is the radian.

Key words: Socio-epistemology, Construction/production of knowledge, Mathematical convention, Trigonometric functions

INTRODUCCIÓN.

La investigación que se desarrolló está inmersa dentro de una línea de investigación que tienen por objetivo favorecer el proceso, en situación escolar, del pensamiento matemático avanzado en los estudiantes. En una de las facetas teóricas de esta línea se asume que el objeto de estudio de la Matemática Educativa es el sistema didáctico (estudiantes, saber y profesor-institución) y los fenómenos que en él suceden. Es dentro de esta perspectiva teórica que hemos asumido como problema de investigación la explicación sistémica de algunos fenómenos didácticos que investigaciones anteriores han evidenciado. Estos fenómenos giran alrededor de las respuestas erróneas que proporcionan algunos estudiantes e incluso profesores sobre el uso de las unidades angulares (*grados* $\leftrightarrow$ *radianes* $\leftrightarrow$ *real*.) y su falta de argumentos para justificar las respuestas correctas que proporcionan.

La detección de los fenómenos antes citados proporciona evidencia que la utilización de medidas angulares en radianes puede no haber alcanzado la estabilidad necesaria para la construcción de la noción de función trigonométrica. Esta detección es el origen del trabajo de investigación; ya que todos los fenómenos mencionados funcionan como obstáculos para la construcción de la noción de función trigonométrica.

METODOLOGÍA

La metodología que se desprende de nuestra postura sistémica y de las preguntas con que hemos descrito el problema de investigación, determina la necesidad de llevar a cabo el análisis

Análisis de datos y discusión de resultados.

- Etapa Escolar 1. Sobre los ángulos: clasificación, unidad de medida, ángulos dirigidos.
- Etapa Escolar 2. Sobre los triángulos: clasificación, propiedades, razones trigonométricas, solución de triángulos, las razones trigonométricas en el plano y sus signos de acuerdo a su posición.
- Etapa Escolar 3. Problemas de aplicación, leyes e identidades trigonométricas.
- Etapa Escolar 4. El círculo trigonométrico: círculo unitario, ángulos-arcos, conversión de unidades grados $\rightarrow$ radianes $\rightarrow$ reales, graficación de la función trigonométrica.
- Etapa escolar 5. La función trigonométrica: dominio y rango, propiedades (periodicidad y acotamiento), variación de parámetros.
- Etapa Escolar 6. Operaciones con la función trigonométrica: derivación e integración.

En este contexto se distingue al menos dos tipos de conceptos a los que hemos interpretado como articuladores, y por tanto posibles portadores de rupturas conceptuales, de los sistemas conceptuales matemáticos entre las distintas etapas escolares:

1. El establecimiento del significado de ángulos mayores de 360° y de ángulos negativos.
2. El establecimiento del significado del valor de las funciones trigonométricas en números reales a través de la conversión de unidades angulares *grados* $\rightarrow$ *radianes* $\rightarrow$ *reales*; para así poder definir a las FT como funciones de variable real: Sí x es un número real,

CONCLUSIONES.

En este análisis podemos identificar un patrón que siguen los libros de texto que habitualmente son utilizados en el nivel superior para el tratamiento de Trigonometría, específicamente en lo que corresponde a las funciones trigonométricas, con la finalidad de que los estudiantes que necesiten recordar estos temas deben de estudiar este apartado cuidadosamente antes de abordar temas como las derivadas y las integrales de las funciones trigonométricas, en tal contexto se estudia la evolución de las unidades angulares grados $\rightarrow$ radianes $\rightarrow$ reales ($^\circ \rightarrow \text{rad} \rightarrow \mathbb{R}$) como concepto matemático.

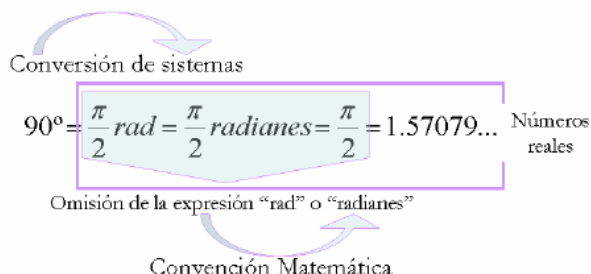
Algo característico de los libros analizados, es el orden en que tratan los temas, es muy similar. Aún más la forma en que se explican, por ejemplo, la medición angular en el sistema sexagesimal y la conversión de éste con el sistema cíclico es prácticamente la misma en cada uno de los libros de texto.

Otro punto importante que se resalta en el análisis, es que en los libros de texto no se hace explícito la evolución de *radianes* $\rightarrow$ *reales*, además no se encuentra un argumento del por qué de las transiciones *grados* $\rightarrow$ *radianes* $\rightarrow$ *reales*. Algunos de estos libros muestran frases respecto a la transición radianes $\rightarrow$ reales, por ejemplo: “se acostumbra omitir la palabra radianes”, “cuando se usa el valor de un ángulo en radianes, no suelen indicarse las unidades”, “por comodidad y simplicidad omitiremos la palabra radianes”, etc. son muestra de que el uso del radián es una convención matemática necesaria para el tratamiento de las funciones trigonométricas.

En resumen, el análisis de los libros nos permite localizar algunas rupturas conceptuales asociado al concepto que hemos considerado como articulador.

No se hace explícito los motivos por los que repentinamente aparece un sistema de medición de ángulos como son los radianes.

La destematización (es decir el considerarlos como objeto de estudio desde el punto de vista conceptual) del tránsito de los radianes a los números reales como argumento de las funciones trigonométricas. Esto puede percibirse en las frases que algunos de estos libros presentan, como por ejemplo: “se acostumbra omitir la palabra radianes”, “cuando se usa el valor de un ángulo en radianes, no suelen indicarse las unidades”, “por comodidad y simplicidad omitiremos la palabra radianes”.



ANEXO

Experiencia Profesional

Gustavo Martínez Sierra

Gustavo Martínez es Profesor-Investigador del Posgrado en Línea en Matemática Educativa del Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional. Su área de trabajo profesional pertenece a la Matemática Educativa y la principal línea de investigación que cultiva versa sobre el estudio de los procesos construcción de conocimiento matemático en diferentes niveles escolares. Su obra se enmarca dentro del objetivo de <caracterizar las condiciones bajo las cuales es posible la construcción del conocimiento matemático en condiciones escolares>.

Estudió la licenciatura en Matemáticas en el Instituto Politécnico Nacional (ESFM-IPN) y la Maestría en Ciencias en el departamento de Matemática Educativa del Centro de Investigación y Estudios Avanzados (Cinvestav-IPN). Realizó sus estudios doctorales en el Programa de Matemática Educativa del Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del IPN (CICATA-IPN).

Hilario Meneses Pérez

Hilario Meneses es Profesor horas clase de bachillerato en el Sistema Educativo del Gobierno del Estado de México. Es candidato a la Maestría en Ciencias en Matemática Educativa por el Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional. Su área de trabajo profesional pertenece a la Docencia de la Matemática y la principal línea de investigación que cultiva trata sobre el estudio de los procesos construcción de conocimiento matemático.

Estudió la licenciatura en Bioquímica en el Instituto Politécnico Nacional (ENCB-IPN) y la Maestría en Ciencias en el Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional (CICATA-IPN).