

## La lógica en estudiantes de Matemáticas

Ramón Sebastián Salat Figols  
ESFM-IPN  
rsalat@esfm.ipn.mx

### **Eje temático: Educación y conocimientos disciplinares. Ingeniería y Ciencias Físico-Matemáticas.**

*El presente trabajo pretende confirmar algunos de los elementos más relevantes que existen respecto al uso de la Lógica en estudiantes de Matemáticas. Se analizarán las respuestas de estudiantes de Matemáticas frente a la tarea de selección de Wason; la confusión entre la validez de un argumento y la veracidad de la conclusión; y la confusión entre el lenguaje de la Lógica y del lenguaje cotidiano. Para ello, se aplicó un cuestionario a estudiantes de Matemáticas de la Escuela Superior de Física y Matemáticas.*

**Palabras clave: Lógica, tarea de selección de Wason, validez de un argumento.**

### **Introducción**

Entre las dificultades que afrontan los estudiantes desde un punto de vista cognitivo en el estudio de los argumentos en Matemáticas están las diferencias entre el lenguaje matemático y el lenguaje de la vida cotidiana, la falta de preparación en habilidades para el razonamiento formal, y la influencia de la formación previa (Epp, 2008).

También existen dificultades que pueden entenderse desde un punto de vista psicológico. A continuación se mencionan algunas.

Las personas tienden a rechazar la validez de un argumento si la conclusión no es creíble; este efecto es menor en estudiantes de Matemáticas que en la población general con nivel de estudios equivalente (Inglis & Simpson, 2005). Puede ocurrir que no acepten como válido un argumento aunque lo sea si la conclusión no es creíble o que acepten la validez de un argumento aunque no lo sea si la conclusión es creíble.

La mente humana tiene dos sistemas para responder a las necesidades de las tareas. Un sistema tiende a responder de inmediato sin utilizar la reflexión sobre los elementos de la tarea. La otra, utiliza la reflexión y por supuesto, emplea mayor tiempo (Stanovich & West, 2000).]

Wason and Johnson-Laird (1970), usaron un cuestionario en el que se mostraron cuatro cartas con los símbolos A, K, 4 y 7 y se les dió la regla “si una carta tiene una vocal en un lado, entonces tiene un número par del otro”. Se planteó la siguiente pregunta: ¿cuáles cartas había que levantar para saber si la afirmación es cierta o no? La pregunta la aplicaron a 128 adultos con formación universitaria. 46% contestaron A y 4, 33% respondieron A y solamente 5% dieron la respuesta correcta.

Inglis y Simpson (2005), aplicaron una prueba ligeramente modificada a 182 estudiantes de Matemáticas y a 111 personas de la población general. Las cartas mostraban los caracteres D, K, 3 y 7. Y la pregunta fue ¿qué cartas hay que levantar para saber si la regla “si una carta tiene una D de un lado entonces tiene un 3 del otro”, es verdadera o falsa? 13 % de los estudiantes de Matemáticas dieron la respuesta correcta, mientras que solamente 4 % dieron la respuesta correcta en la población en general. También aplicaron la prueba con la regla modificada “si una carta tiene una D de un lado, entonces no tiene un 3 del otro”. Los porcentajes de respuesta correcta se incrementaron a 78 y 71%, respectivamente. El grupo de estudiantes de Matemáticas sufrió menos influencia del sistema de respuesta inmediata.

### **Metodología**

Se aplicó un cuestionario a 15 estudiantes del curso de Programación II (de cuarto semestre) y a 16 estudiantes del curso de Estadística I (de séptimo semestre) de la

Licenciatura en Física y Matemáticas, que se imparte en la Escuela Superior de Física y Matemáticas. La aplicación duró quince minutos.

A continuación se muestra el cuestionario:

1. Explique de que trata la Lógica.
2. ¿Tomó algún curso de Lógica antes de entrar en la ESFM?
3. Considere el siguiente argumento:

Premisa: Todos los seres vivos necesitan oxígeno.

Premisa: Los árboles necesitan oxígeno.

Conclusión: Los árboles son seres vivos.

¿Es válido?

4. Juan fue a la papelería y también a la librería. ¿Es cierta la afirmación “Juan fue a la papelería o a la librería”?

5. Si la carta tiene una D entonces tiene un 3 del otro lado. ¿Qué cartas es necesario levantar para saber si la regla es verdadera o falsa? La respuesta tiene que considerar solamente las cartas necesarias, no más.

D		3	7
---	--	---	---

6. Con respecto a las mismas cartas que en la pregunta anterior. ¿Qué cartas es necesario levantar para saber si la regla “si la carta tiene una D entonces no tiene un 3 del otro lado”?

7. Considere el siguiente argumento:

Premisa: Todos los peces necesitan agua para vivir.

Premisa: Los gansos necesitan agua para vivir.

Conclusión: Los gansos son peces.

¿Es válido?

El argumento de la pregunta 3 es inválido, aún cuando la conclusión es verdadera. El de la pregunta 7 es inválido y la respuesta es falsa. Con estas dos preguntas se trata de detectar hasta qué punto los estudiantes juzgan a la validez de un argumento por la veracidad de la conclusión. La pregunta 4 trata de dar información acerca de un tipo de confusión que se puede dar entre el lenguaje de la lógica y el lenguaje de la vida cotidiana; en el lenguaje cotidiano la disyunción de dos enunciados es falsa cuando ambos son verdaderos, pero la disyunción (más usual) en lógica es verdadera cuando ambos enunciados son verdaderos.

### Análisis de datos y discusión de resultados

En la Tabla 1 se muestran los resultados obtenidos en las preguntas de 3 a 7 de la aplicación del cuestionario. Las columnas 3, 4 y 7 tienen las respuestas a las preguntas 3, 4 y 7 codificadas con s y n, según los estudiantes respondieron si o no, respectivamente. Las columnas 5D, 5K, 53 y 57 contienen las respuestas a la pregunta 5, codificadas con una cruz o nada, según si el estudiante consideró que había que levantar la carta D, K, 3 o 7. De igual manera las columnas 6D, 6K, 63 y 67 contienen las respuestas a la pregunta 7.

	3	4	5D	5K	53	57	6D	6K	63	67	7
1	s	n		x		x	x			x	n
2	s	n		x	x			x			n
3	s	s									s
4	s	s	x		x			x		x	n
5	n	s	x				x				n
6	s	s									s
7	s	n	x		x						n
8	s	n		x	x	x	x				n
9	s	n	x		x						n
10	s	n	x		x						n
11	s	n	x		x						n
12	s	n	x		x		x				n
13	n	n	x		x		x				n
14	s	s	x				x		x		n
15	s	n	x		x		x		x		n
16	s	n	x		x		x		x		n
17	n	s	x			x	x				n
18	n	s	x						x		n
19	n	s	x						x		n
20	s	s	x				x		x	x	n
21	s	n	x	x	x	x	x		x		s
22	s	n	x		x				x		n
23	s	n	x		x			x		x	n
24	s	n	x		x		x		x		n
25	s	n		x		x	x		x		n
26	s	n	x		x		x				n
27	s	n	x		x			x		x	n
28	s	s	x		x		x				n
29	n	s	x	x	x	x	x		x		n
30	n	s		x		x			x		n
31	n	s	x			x	x		x		n

Tabla 1

En la pregunta 3 solamente 25 % de los estudiantes pudieron reconocer que el argumento era inválido; en cambio en la pregunta 7, el 90 % reconoció que el argumento es inválido. Esta diferencia puede deberse a que en la pregunta 7 la conclusión es un enunciado falso, mientras que en la 3, es un enunciado verdadero.

En la pregunta 5 solamente el 6.5 % dio la respuesta correcta; la mayoría, 48.4 %, dio la respuesta errónea de que había que levantar las cartas con D y 3. Los resultados obtenidos por Wason and Johnson-Laird (1970), fueron 5 % y 46 %, respectivamente; es decir, muy similares. Esto puede deberse a que al dar una respuesta rápida, no reflexionada, las personas tienden a sobrestimar la importancia de los signos que aparecen en la definición de la regla, D y 3.

Inglis y Simpson (2005) obtuvieron 13 % de respuestas correctas en estudiantes de Matemáticas; la diferencia puede deberse a que los estudiantes a los que aplicaron las pruebas tuvieron más tiempo para responder, propiciando un proceso reflexivo.

Las dos respuestas correctas a la pregunta 5, se obtuvieron en el grupo de 7º semestre; lo cual puede reflejar que cuanto más avanzada es la formación matemática, el uso de la reflexión en la respuesta es más probable. Sin embargo, la información en este estudio es poco contundente al respecto.

Al modificar la regla a “si la carta tiene una D de un lado, entonces no tiene un 3 del otro lado”, el porcentaje de respuestas correctas se incrementó a 26 %. Este aumento es bastante menos dramático que el reportado por Inglis y Simpson (2005).

En la pregunta 4, 42 % respondieron que es cierta la afirmación, mientras que 58 %, respondieron que es falsa; esto refleja que existe confusión en la veracidad de la disyunción cuando ambos enunciados son verdaderos, entre el uso de la disyunción en la lógica y en el lenguaje cotidiano.

## Conclusiones

De los resultados presentados se confirma lo siguiente:

1. Que existe confusión en los estudiantes entre el lenguaje cotidiano y el de la lógica que se usa en Matemáticas.

2. Que es frecuente decidir acerca de la validez de un argumento considerando la veracidad de la conclusión. Cuando la conclusión es verdadera, la tendencia es aceptar la validez del argumento, aunque no lo sea.

3. Es frecuente aún en estudiantes de Matemáticas responder al problema de las cartas sin usar la reflexión. Y la respuesta más frecuente es la que contiene los caracteres que aparecen en el enunciado de la regla.

4. En términos generales, los resultados de Inglis y Simpson (2005) y de Wason y Johnson-Laird (1970), se confirman con la muestra de estudiantes de la Escuela Superior de Física y Matemáticas.

Una pregunta importante para continuar este trabajo es la siguiente: ¿Hasta qué punto influyen las dificultades presentadas en el desarrollo del pensamiento matemático del estudiante?

## Referencias

- Epp, Susanna (2003). The Role of Logic in Teaching Proof. *American Mathematical Monthly*. Vol. 110, N<sup>o</sup> 10, 886-899.
- Inglis, M.;Simpson, A. (2005). Heuristic biases in mathematical reasoning. In Chick, H. L. & Vincent, J. L. (Eds.). *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3, pp. 177-184. Melbourne: PME.
- Stanovich, K. E. & West, R. F. (2000). 'Individual differences in reasoning: Implications for the rationality debate?', *Behavioral and Brain Sciences* 23, 645–726.
- Wason, P. C., & Johnson-Laird, P. N. (1970). A conflict between selecting and evaluating information in an inferential task. *British Journal of Psychology*, 61, 509-515.
- Wason, P. (1968), 'Reasoning about a rule', *Quarterly Journal of Experimental Psychology* 20, 273–281.