



75  
Años  
INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL  
1934-2011

Oportunidad  
Renovada



VI Foro de  
Investigación  
Educativa

VI Foro de Investigación Educativa

## Tareas que promueven conexiones entre los procedimientos y los conceptos matemáticos

Martha Leticia García Rodríguez  
ESIME Zacatenco - IPN  
[martha.garcia@gmail.com](mailto:martha.garcia@gmail.com)  
Tania Karely Lino Saldaña  
ESIME Zacatenco - IPN  
Noé Hernández Morales  
ESIME Zacatenco - IPN

### Eje temático: La innovación y la investigación educativa en los ambientes de aprendizaje

#### Resumen

*El objetivo de este trabajo es analizar una tarea de acuerdo con las características que tiene y los tipos de razonamiento que demanda en los estudiantes. Se asume que en el aprendizaje de los estudiantes un elemento esencial son las experiencias que les proporcionan sus profesores, la comprensión de los estudiantes de los conocimientos matemáticos, su habilidad para aplicarlos a la resolución de problemas, su confianza al hacerlo y su disposición hacia la asignatura, están determinados por la enseñanza que reciben en la escuela. El marco teórico incluye el trabajo de Stein, Smith, Henningsen, y Silver (2000) que se refiere al tipo y al nivel de pensamiento que los estudiantes requieren para involucrarse y resolver con éxito una tarea. Los resultados de la investigación muestran que conocer el nivel de demanda cognitiva que requiere una tarea, es una herramienta con que cuenta el profesor para orientar la reflexión de los estudiantes hacia los conceptos y procedimientos que considera fundamentales en la asignatura que imparte.*

**Palabras clave:** Tareas Matemáticas, procedimientos, conceptos matemáticos, demanda cognitiva

Para dar respuesta a los problemas que enfrentan las sociedades actuales, en la agenda de instituciones internacionales como la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico [OCDE] se encuentra como una prioridad promover políticas orientadas a que los países logren un crecimiento sostenible de la economía y del empleo, así como un mejor nivel de vida para sus ciudadanos. Para establecer las políticas, se llevan a cabo estudios con indicadores de la economía y del desarrollo de los diferentes países miembros de esta organización. Los rubros de Educación y Formación se consideran prioritarios, ya que parece haber un consenso entre los países miembros de la OCDE de que el modo en que los sistemas educativos preparan a los estudiantes para desempeñar un papel como ciudadanos activos, es un dato importante sobre el desarrollo de esa sociedad (OCDE, 2005). La preparación incluye las competencias que los individuos de una sociedad requieren para obtener bienestar personal, social y económico.

Las competencias se agrupan en tres categorías que incluyen: 1) aquellas que los individuos requieren para utilizar un amplio rango de herramientas y para actuar efectivamente con el





ambiente; 2) aquellas que se requieren para comunicarse con otros y poder interactuar con grupos heterogéneos. Aquí se incluyen las habilidades necesarias para vivir y trabajar con otros, habilidades sociales, e interculturales y 3) las necesarias para que los individuos manejen con responsabilidad su vida, se adapten al contexto social y actúen en forma autónoma. Para lograr la autonomía es necesario formar en los individuos una conciencia para el futuro del medio ambiente, de las dinámicas sociales y de los roles que juegan los individuos en una sociedad (OCDE, 2005).

También se identifican competencias específicas en tres dominios cognitivos: de la lectura, las matemáticas y las ciencias, en particular en el dominio de las matemáticas se encuentran las competencias de: a) pensar y razonar; b) argumentar; c) comunicar; d) modelar; e) plantear y resolver problemas; f) representar y, g) utilizar el lenguaje simbólico, formal, técnico y las operaciones definidas en este lenguaje (ISEI-IVEI, 2004). En el desarrollo de estas competencias uno elemento clave es el tipo de tareas que los estudiantes realizan en las aulas, Arbaugh y Brown (2004) señalan que las actividades matemáticas son el corazón de las clases de matemáticas, por lo que resulta fundamental que los profesores consideren el tipo de oportunidades de aprendizaje que ellos proporcionan a sus estudiantes. En los principios y Estándares para el aprendizaje de las matemáticas se plantea que los estudiantes aprenden matemáticas a través de las experiencias que les proporcionan sus profesores. En consecuencia, su comprensión de los conocimientos matemáticos, su habilidad para aplicarlos a la resolución de problemas, su confianza al hacerlo y su disposición hacia la asignatura, están determinados por la enseñanza que reciben en la escuela (NCTM, 2000 p. 17).

Con el propósito de desarrollar competencias matemáticas incorporando las tecnologías de información y comunicación [TIC], se llevaron a cabo en el IPN dos investigación con registros en la SIP No.20100678 y No 20111060, uno de los objetivos fue el diseño de tareas que promovieran el desarrollo de competencias matemáticas y en este documento se analizan una actividad de acuerdo con las características que presenta y los tipos de razonamiento que la tarea demanda en los estudiantes, García y Benítez (2011) documenta los tipos de razonamientos que siguen los estudiantes al trabajar en la implementación de la tarea.

### **Niveles de demanda cognitiva**

Arbaugh y Brown (2004) destacan el papel que debe desempeñar la comunidad de educadores matemáticos para apoyar el trabajo de los profesores de bachillerato en la elección de las tareas con las que trabajarán sus estudiantes. Schultz (2009) define una tarea como una actividad que se lleva a cabo en la clase y que dirige la atención de los estudiantes para desarrollar una idea matemática particular, también es posible utilizar una secuencia de tareas para formar una idea, cada una de ellas incluye problemas o ejercicios.



La elección de las tareas se puede efectuar considerando el tipo de razonamiento que los estudiantes deber llevar a cabo para realizar una tarea, Stein, Smith, Henningsen, y Silver (2000) utilizan el término *demanda cognitiva* para hacer referencia al tipo y al nivel de pensamiento que los estudiantes requieren para involucrarse y resolver con éxito la tarea (p. 11). La demanda cognitiva para los mismo autores permite clasificar el trabajo intelectual que una tarea demanda de los estudiantes. Stein et al. (2000) desarrollaron el proyecto QUASAR en el que se establecieron criterios para clasificar las tareas matemáticas con base en el o los tipos de razonamiento que la tarea demanda del estudiante, identificaron cuatro niveles de demandas cognitivas: a) Bajo nivel de demandas (Memorización); b) Bajo nivel de demandas (Procedimiento sin conexiones); c) Alto nivel de demandas (Procedimiento con conexiones) y d) Alto nivel de demandas (Trabajar en matemáticas).

## Metodología

Se diseñó una tarea que incluye un problema propuesto por Bassein (1993). Consiste en determinar cómo cambian las cantidades en una secuencia de pasos e identificar que se preserva, desde el primer paso, una relación entre ellas.

En el diseño se utilizaron los criterios de demanda cognitiva obtenidos por Stein et al. (2000). En particular, se diseñó una tarea de alto nivel de demanda cognitiva en la que los estudiantes llevaran a cabo procedimientos con conexiones.

Para Stein et al., una tarea de alto nivel de demandas cognitivas que incluye procedimiento con conexiones tiene las siguientes características:

- ◆ Son representadas en múltiples formas, diagramas visuales manipulativos, símbolos y situaciones problema.
- ◆ Sugiere trayectorias explícitas o implícitas a seguir que son procedimientos generales que tienen conexión con los conceptos e ideas subyacentes.
- ◆ Orienta la atención de los estudiantes al uso de procedimientos para desarrollar niveles de entendimiento profundo de los conceptos e ideas matemáticas.
- ◆ Requiere algún grado de esfuerzo cognitivo, los estudiantes requieren engancharse con conceptos que subyacen a los procedimientos para completar la tarea exitosamente.

## La Tarea

Se quiere construir una pila triangular de cajas como se muestra en la Figura 1. Determina el número de cajas requeridas para formar una pila de una altura dada, en este problema, las cajas son rectangulares y con el mismo tamaño. La altura de la pila se medirá en términos del número de niveles que tenga la pila.



Por ejemplo, una pila de tres niveles tendrá una altura 3.

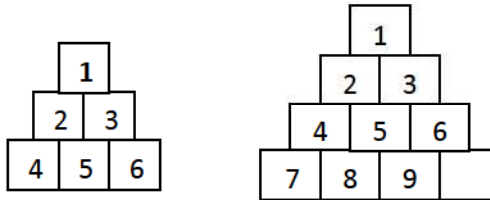


Figura 1. Fuente: Bassein, (1993 p. 7)

- Puedes iniciar tu exploración realizando dibujos de pilas de diferentes niveles.
- Anota en una tabla el número de niveles y de cajas necesarias en cada dibujo.

### Análisis de la tarea

#### *Uso de diferentes representaciones*

En el enunciado del problema se manejan dos representaciones, la representación verbal y la representación icónica. Parnafes y Dissesa (2004) señalan que cada representación contiene información específica, motivo por el que el problema original propuesto por Bassein se reformuló para que los estudiantes manejaran, además de la representación verbal, la numérica y pictórica. Las indicaciones que se agregaron son: a) puedes iniciar tu exploración realizando dibujos de pilas de diferentes niveles; b) anota en una tabla el número de niveles y de cajas necesarias en cada dibujo.

Sugiere trayectorias explícitas o implícitas a seguir, que son procedimientos generales que tienen conexión con los conceptos e ideas subyacentes

El enunciado de la tarea sugiere como trayectoria implícita, determinar valores numéricos que corresponden al número de cajas que se necesitan para formar una pila de un nivel, de dos niveles, de tres niveles, etc. La tabla de valores puede contribuir para que los estudiantes identifiquen con mayor facilidad los patrones y las regularidades de las series que forman la tabla, y que son la base de procesos cognitivos particulares como de análisis y de establecimiento de conjeturas,

Uso de procedimientos para desarrollar niveles de entendimiento profundo de los conceptos e ideas matemáticas.

La tabla de valores sugerida en el inciso c, se agregó para orientar el trabajo de los estudiantes hacia el uso de una representación algebraica. La exploración de la tabla de valores puede ser el punto de partida para establecer conjeturas a partir del análisis de casos particulares (formar una pila de un nivel, de dos niveles, de tres niveles, etc.), verificar las conjeturas, establecer relaciones y finalmente formular una expresión general para determinar el número de cajas necesarias para formar una pila de una altura dada.

Relación entre conceptos que subyacen a los procedimientos para completar la tarea exitosamente.



Para completar la tarea en forma exitosa es necesario identificar las variables presentes en el problema (el número de cajas  $N$  y el número de niveles  $n$ ), y establecer una relación funcional entre las variables (identificar a la variable dependiente  $N$  y a la variable independiente  $n$ ). Identificar que la variable independiente es  $n$ , es un elemento importante para determinar una expresión general para calcular el número de cajas para formar una pila de una altura dada.

## Conclusiones

El análisis que se presenta en este documento, muestra la importancia de que los profesores reflexionen en las características de las tareas que proponen a sus estudiantes y su relación con el tipo de razonamiento que deben seguir para resolver con éxito la tarea.

Cada representación utilizada en una tarea, se encuentra asociada con la función que desempeñará en la reflexión de los estudiantes, como la elaboración de una tabla de valores para orientar el trabajo de los estudiantes al establecimiento de conjeturas y la verificación de las mismas.

Los procesos seguidos por los estudiantes pueden ser oportunidades para que el profesor refuerce conceptos importantes, como el concepto de función.

## Referencias

- Arbaugh, F., y Brown, C. A. (2004). *What makes a mathematical task worthwhile? Designing a learning tool for high school mathematics teachers*. In R. N. Rubenstein & G. W. Bright (Eds.), *Perspectives on the teaching of mathematics* (Sixty-sixth yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics, pp.27–41. Reston, VA: NCTM.
- Bassein, S. (1993). *An Infinite Series Approach to Calculus*. Houston, Texas: Publish or Perish, Inc.
- García, M. y Benítez, A. (2011). Using multiple representations to make and verify conjectures. *USA- CHINA Education Review* Vol.8, No. 9, (Artículo que será publicado en septiembre, 2011).
- National Council of Teachers of Mathematics, (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- ISEI-IVEI Instituto Vasco de Evaluación e Investigación Educativa, (2004). *Primer Informe de la Evaluación PISA 2003*,  
<http://www.isei-ivei.net/cast/pub/PISA2003euskadic1.pdf>
- OECD Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico, (2005). *Definition and Selection of Key Competencies: Executive Summary*,  
[http://www.oecd.org/document/17/0,3343,en\\_2649\\_39263238\\_2669073\\_1\\_1\\_1\\_1,00.html](http://www.oecd.org/document/17/0,3343,en_2649_39263238_2669073_1_1_1_1,00.html)
- Parnafes, O. & Disesse, A. (2004). *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 9: 251–280, Kluwer Academic Publishers. Netherlands.
- Schultz, K. (2009). *Cognitive demand and technology use in high school mathematics teachers' selection and implementation of tasks*. Dissertation Submitted to the Graduate Faculty of The University of Georgia in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree.
- Stein, M., Smith, M., Henningsen, M., Silver, E. (2000). *Implementing Standards-Based Mathematics Instruction: A casebook for professional development*. New York: Teachers College Press.