



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
UNIDAD AZCAPOTZALCO.
SECCION DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

**“EVALUACIÓN DE ESFUERZOS RESIDUALES EN
CILINDROS SOLIDOS Y HUECOS SOMETIDOS A
TORSIÓN PURA APLICANDO EL MÉTODO DEL
ELEMENTO FINITO”**

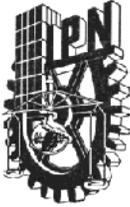
**TESINA
QUE PARA OBTENER EL DIPLOMA DE
ESPECIALIDAD EN INGENIERÍA**

**PRESENTA:
ING. VERA CANCHE CARLOS ISRAEL**

**DIRIGIDA POR:
DR. JUAN MANUEL SANDOVAL PINEDA**



JUNIO 2011



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

ACTA DE REVISIÓN DE TESIS

En la Ciudad de México D.F. siendo las 14:00 horas del día 20 del mes de Junio del 2011 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de la Tesis, designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de ESIME UA

para examinar la tesis titulada:

Evaluación de Esfuerzos Residuales en Cilindros Solidos y Huecos Sometidos a Torsión Pura Aplicando el Método del Elemento Finito.

Presentada por el alumno:

Vera
Apellido paterno

Canche
Apellido materno

Carlos Israel
Nombre(s)

Con registro:

A	1	0	0	8	4	4
---	---	---	---	---	---	---

aspirante de:

Especialidad en Ingeniería Mecánica

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **APROBAR LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISIÓN REVISORA

Director(a) de tesis

Dr. Juan Manuel Sandoval Pineda.

Dr. Manuel Faraón Carbajal Romero

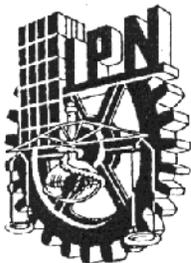
Dr. Luis Armando Flores Herrera.

PRESIDENTE DEL COLEGIO DE PROFESORES

Dr. Jaime Pacheco.



Handwritten initials and number 9



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

CARTA CESIÓN DE DERECHOS

En la Ciudad de México D.F. el día 20 del mes de Junio del año 2011, el (la) que suscribe Carlos Israel Vera Canche alumno (a) del Programa de Especialidad en Ingeniería Mecánica con número de registro A100844, adscrito a SEPI ESIME UA, manifiesta que es autor (a) intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección de Dr. Juan Manuel Sandoval Pineda y cede los derechos del trabajo intitulado Evaluación de Esfuerzos Residuales en Cilindros Sólidos y Huecos Sometidos a Torsión Pura Aplicando el Método del Elemento Finito, al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección ccarlosvera@hotmail.com, jsandovalp@ipn.mx. Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

Ing. Carlos Israel Vera Canche.

Los esfuerzos residuales son esfuerzos producidos por los diferentes procesos de manufactura deben ser considerados y analizados en las diversas fases del proceso de ingeniería del producto, diseño y fabricación debido a que este tipo de esfuerzos pueden ser los causantes de fallas mecánicas o bien pueden ser aprovechados en beneficio del componente.

Estos esfuerzos son producidos por cargas no homogéneas que superan el límite de cedencia del material y permanecen en el componente aun cuando la carga que los origino sea retirada del componente, tienen características propias como ser autoequilibrantes por los que pueden ser benéficos o perjudicarles dependiendo de la situación,

Para su medición existe diferentes técnicas aplicables dependiendo de la naturaleza del componente a medir pudiendo ser usadas técnicas destructivas, semidestructivas o no destructivas, pudiéndose mencionar algunas como , rayos X, método del barreno profundo, ultrasonido, Sachs, etc.

En el presente trabajo de investigación se analizaron los esfuerzos residuales en elementos cilíndricos sólidos y huecos sometidos a torsión pura, utilizando métodos analíticos (teoría de mecánica de materiales) y numéricos (método del elemento finito), encontrando una muy buena similitud en los resultados obtenidos. El método de los elementos finitos es utilizado como un método de validación de resultados para el análisis analítico con el cual se pueden observar los resultados y el comportamiento del elemento analizado y servir como antecedente a análisis futuros con características similares.

Residual stresses are produced by many different manufacturing processes they must be considered and analyzed, in the design, manufacturing and fabrication stages. Because they can cause mechanical fails or they can be used in benefit to the component.

Residual stresses are generated by non homogeneous loads which are above the yield strength of the material and they remain in the component even if the load that originated them is retired. They have the particular characteristic of being auto equilibrated, so they can be beneficial or prejudicial to the element. There are different kinds of methods to measure residual stresses depending on the nature of the stress to be measured, these methods can be divided in destructive methods, semi destructive methods, and non destructive methods, and we can mention the following as an example of some of these techniques: x ray, hole drilling method, ultrasound method, Sachs method, etc.

In this research the residual stresses are analyzed in solid and hollow cylindrical elements subject to torsion loads by analytical methods (mechanical theory), and numerical methods (finite element method), finding a very good similarity between the two methods. The finite element method is used as a validation method to the results founded in the analytical method so the results can be observed and compared. These results could be used as background to similar researches.

Objetivos.**Objetivo general.**

Determinar y analizar el campo de esfuerzos residuales en cilindros sometidos a torsión. Para lo cual se aplicarán métodos analíticos según la teoría de mecánica de materiales y numéricos aplicando el método del elemento finito.

Objetivos particulares.

- Evaluar el campo de esfuerzos residuales en elementos cilíndricos sometidos a torsión
- Evaluar el campo de esfuerzos residuales por métodos analíticos.
- Evaluar el campo de esfuerzos residuales por métodos numéricos, aplicando el Método del Elemento Finito, resuelto por ANSYS.

Justificación.

El estudio del comportamiento mecánico de los materiales es una parte fundamental en los estudios de ingeniería ya que es útil para poder predecir el comportamiento de un componente y así poder diseñar y concebir elementos seguros y funcionales para el ser humano.

Los esfuerzos residuales están presentes en gran diversidad de componentes, debido a que son producidos por la gran mayoría de los procesos de manufactura, este tipo de esfuerzos tienen características especiales y pueden ser benéficos o no para el componente.

Su estudio y determinación es de gran importancia debido a que los componentes mecánicos pueden fallar sin causa aparente debido a esfuerzos de este tipo los cuales muchas veces nos son considerados en la etapa de diseño, y/o manufactura, de igual manera es de suma importancia tenerlos en cuenta a la hora de realizar un análisis de falla ya que esta pudo ser provocada por este tipo de esfuerzos.

En el caso de los cilindros sometidos a torsión es importante realizar un estudio de esfuerzos residuales, ya que estos se encuentran presentes frecuentemente en el ámbito industrial, Debido a esto el estudio de estos es de potencial importancia práctica y de contribución al conocimiento de los mismos.

Contenido.

RESUMEN.	i
ABSTRACT.	ii
OBJETIVOS.	iii
JUSTIFICACIÓN.	iv
CONTENIDO.	v
Capítulo I Antecedentes.	
I.1 Generalidades.	2
I.2 Orígenes de los esfuerzos residuales.	4
I.3 Definición de los esfuerzos residuales.	6
I.4 Clasificación de los esfuerzos residuales.	6
I.5 Medición de esfuerzos residuales.	7
I.5.1.- Métodos de medición destructivos.	7
I.5.1.1 Método de respuesta a la grieta.	8
I.5.1.2 Método de Sachs.	9
I.5.2.- Métodos Semidestructivos.	9
I.5.2.1 Método del barreno.	10
I.5.2.2 Método del anillo anular.	10
I.5.3.- Métodos no destructivos.	11
I.5.3.1 Método de rayos X.	11
I.5.3.2 Método de difracción de neutrones.	12
I.6 Sumario.	12
I.7 Planteamiento del problema.	13
I.8 Referencias	15
Capítulo II Marco teórico.	
II.1 Generalidades.	17
II.2 Concepto de esfuerzo.	17
II.3 Cilindros sometidos a torsión pura.	20
II.4 Esfuerzos en un cilindro sometido a torsión.	21
II.5 Deformaciones en un eje circular.	23

II.6 Esfuerzos en un eje en el rango elástico.	27
II.7 Angulo de torsión en rango elastico.	29
II.8 Ejes circulares hechos de material elastoplastico.	30
II.9 Esfuerzos residuales en ejes circulares hechos de material elastoplastico.	33
II.10 Sumario.	36
II.11 Referencias.	37
Capítulo III Determinación analítica de esfuerzos residuales.	
III.1 Generalidades.	39
III.2 Calculo de esfuerzos en ejes circulares.	43
III.2.1 Eje Solido.	43
III.2.2 Eje hueco.	47
III.3 Sumario.	51
III.4 Referencias.	52
Capítulo IV. Aplicación del método del elemento finito.	
IV.1 Generalidades.	54
IV.2 Método de los elementos finitos.	54
IV.2.1 Descripción general del método.	55
IV.2.2 Ventajas y desventajas del método de elementos finitos.	56
IV.2.3 Procedimiento de solución mediante el método del elemento finito.	56
IV.2.4 Componentes del método de los elementos finitos.	58
IV.2.4.1 Elementos.	58
IV.2.4.2 Mallado.	58
IV.3 Aplicación del método del elemento finito.	58
IV.3.1 Campo de esfuerzos residuales en cilindros sólidos.	59
IV.3.1.1 Modelado.	59
IV.3.1.2 Elementos y propiedades del material.	60
IV.3.1.3 Mallado.	61
IV.3.1.4 Condiciones de frontera.	61
IV.3.1.5 Solución.	62
IV.3.1.6. Análisis de resultados.	63

IV.3.2 Campo de esfuerzos residuales en cilindros huecos.	68
IV.3.2.1 Modelado.	68
IV.3.2.2 Elementos y propiedades del material.	69
IV.3.2.3 Mallado.	69
IV.3.2.4 Condiciones de frontera.	69
IV.3.2.5 Solución.	70
IV.3.2.6 Análisis de resultados.	72
IV.4 Sumario.	76
IV.5 Referencias.	77
Conclusiones.	78

Capítulo 1

Antecedentes.



I.1.- Generalidades.

Un elemento o componente de máquina puede fallar en su uso por diversas razones, como pueden ser, el haber sido mal diseñado, es decir que no se hayan realizado correctamente los análisis teóricos de resistencia de materiales, o bien una inadecuada selección de material de acuerdo a sus características como son resistencia máxima, resistencia a la fluencia, límite elástico etc.

Otra de las razones es que las condiciones de carga, ciclos de carga, condiciones ambientales y/o de temperatura para las que fue diseñado no sean respetadas o en todo caso superadas por accidentes o negligencia. Como en el caso del cigüeñal mostrado en la Figura I.1.

Una razón más es que el componente sea descuidado en su mantenimiento y el mismo se degrade hasta no ser capaz de cumplir la función para la cual fue diseñado, como el caso de elementos que se oxidan o componentes que no son lubricados, otro factor puede ser que en la etapa de diseño no sean tomados en cuenta factores que afectan al elemento, pero por su desconocimiento o falta de aplicaciones previas sean omitidos, aunque al final sean estos los que provoquen la falla del elemento.

A medida que la fase de diseño de componentes mecánicos se vuelve menos ideal y se empiezan tomar en cuenta factores conocidos que afectaran al diseño final. Los diseñadores deberán tomar en cuenta estos factores que pueden afectar los resultados obtenidos mediante un cálculo teórico, entre los más importante se pueden mencionar:

- **Grietas internas:** Pueden existir en el material donde es muy probable que se inicien las grietas por fatiga.

- **Temperatura:** La gran mayoría de los materiales tiene menor resistencia en general y a la fatiga cuando se encuentran a altas temperaturas, lo cual deberá ser tomado en cuenta.
- **Propiedades desiguales del material:** Algunos materiales tienen diferentes propiedades de resistencia dependiendo de cómo fueron procesados.
- **Factores ambientales:** los valores de resistencia de los diferentes componentes son calculados en condiciones no adversas para el componente, lo cual no es siempre el caso en la práctica ya que este puede estar sometido a ambientes húmedos, en contacto con agua salada u otros agentes corrosivos etc. Lo cual da por resultado un decremento en la resistencia del componente.
- **Esfuerzos residuales:** La mayoría de los procesos de manufactura así como los gradientes térmicos como son los que se presentan en los tratamientos térmicos o en la soldadura, pueden producir esfuerzos residuales, los cuales pueden ser la el motivo de una falla prematura [Mott y González, 2006].

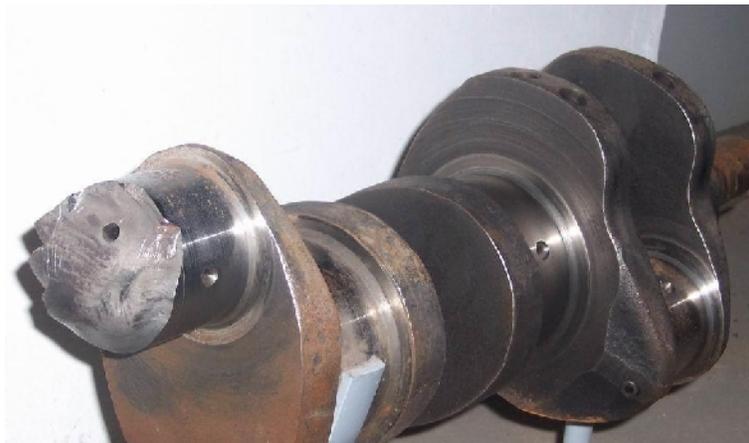


Figura I.1 Falla mecánica de un elemento.

Es importante considerar los esfuerzos residuales en la etapa del diseño y la manufactura, ya que es posible que se considere que los esfuerzos en los componentes son cero si las fuerzas externas

que actúan sobre el material son cero, lo cual no siempre es el caso puesto que un componente puede tener esfuerzos de forma interna, provocados por diferentes causas [Collins, Busby y Staab, 2009].

I.2.- Orígenes de los esfuerzos residuales.

Los esfuerzos residuales se pueden originar de diversas maneras, incluyendo la mayoría de los procesos de manufactura, tratamientos térmicos o condiciones de servicio.

Los esfuerzos residuales son originados en diferentes formas pero son siempre resultado de una disparidad, estas disparidades pueden ser entre partes, entre fases presentes en el material o bien entre regiones de un mismo elemento [Withers y Bhadeshia, 2001].

- **Origen térmico.** Son ocasionados por una deformación plástica, debida a una expansión o contracción térmica no homogénea.
- **Origen mecánico.** Se deben a una deformación plástica no uniforme producida mecánicamente.
- **Origen Químico.** Se deben a cambios de volumen producidos por reacciones químicas, como es la precipitación y la transformación de fase, la cual produce esfuerzos residuales.

Un componente sometido a un agente externo (una carga en este caso) que sea lo suficientemente grande para deformarlo de forma permanente, deformara la forma geométrica del elemento, la cual no regresara a su forma original una vez que se haya retirado la carga, si la aplicación de esta carga fue de forma no homogénea, se inducirán el componente los llamados esfuerzos residuales.

Los orígenes de los esfuerzos residuales se deben principalmente a los siguientes casos:

- Flujo plástico no homogéneo debido a un agente externo (granallado, torneado, etc.).
- Deformación plástica no homogénea, debido a un proceso de calentamiento o enfriamiento no uniforme (temple de aceros o enfriamiento de plásticos, etc.).
- Cambio de la estructura del material por diferentes procesos (tratamientos térmicos).
- Composición heterogénea de orden químico o cristalográfico (nitruración o cementado).
- Diversos tratamientos superficiales (niquelado, cromado entre otros).
- Diferencias en coeficientes de expansión, e incompatibilidad mecánica entre los diferentes componentes de los materiales compuestos [Lu, 2002].

Los esfuerzos residuales son de gran importancia debido a que estos en combinación con los esfuerzos normales o por si solos, pueden ser los causantes de las fallas estructurales de los elementos mecánicos Figura I.2.

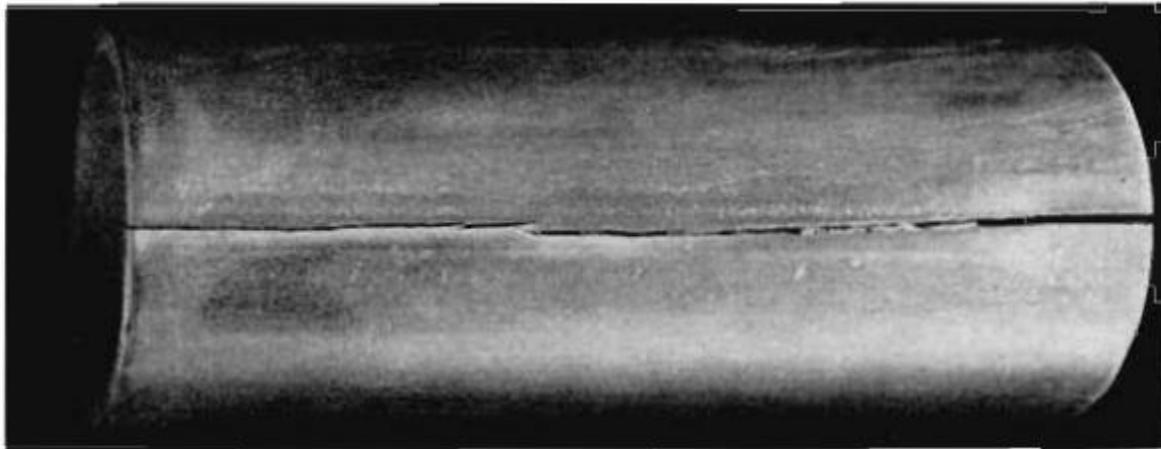


Figura 1.2 Pieza de cobre fracturada por esfuerzos residuales.

I.3.- Definición de esfuerzos residuales.

Son aquellos esfuerzos presentes en un material, pieza de trabajo o componente de máquina, aun cuando no existe alguna fuerza externa o limitación en su frontera que los origine [Grum, 2002].

Los esfuerzos residuales pueden ser definidos como aquellos esfuerzos que permanecen en el material o cuerpo después del procesamiento, manufactura, o servicio, y que se encuentran aun en ausencia de fuerzas externas o gradientes térmicos.

I.4.- Clasificación de esfuerzos residuales.

Los esfuerzos residuales pueden ser clasificados de algunas maneras como son, respecto a su origen, de acuerdo a la escala en la cual se auto equilibran, o de acuerdo a su método de medición.

En cuanto a su escala o tamaño los esfuerzos residuales pueden clasificarse de la siguiente manera:

- **Esfuerzos residuales de tipo I:** esfuerzos residuales macro que se desarrollan y varían continuamente en distancias relativamente grandes, en una escala mayor que el tamaño de grano del que está compuesto el material.
- **Esfuerzos residuales de tipo II:** esfuerzos residuales macro que se desarrollan en el tamaño de un grano del material. Estos existen casi siempre en materiales poli cristalinos debido al hecho de que los granos vecinos que tienen orientación diferente, poseen diferentes propiedades elásticas y térmicas. Este tipo se presenta aun más cuando en la micro estructura existen varias fases o transformaciones de fase en el material.

- **Esfuerzos residuales del tipo III:** esfuerzos residuales micro que existen dentro de un grano, resultado de la presencia de defectos en la estructura cristalina [Withers y Bhadeshia, 2001].

I.5.- Medición de esfuerzos residuales.

Debido a la importancia de los esfuerzos residuales surge la necesidad de medir estos por diferentes razones entre las cuales se pueden mencionar.

- Cuando ocurre una falla en un componente y se sospecha que esta pudo ser causada por esfuerzos residuales que actuaron sobre el componente.
- Cuando se requiere valorar la vida útil de un componente que pudo haber estado sometido a esfuerzos residuales, esto motivado por la preocupación de una falla futura en servicio.
- Cuando durante la manufactura o procesamiento de componentes se sospecha que se hayan producido este tipo de esfuerzos, sean o no deseables.
- Igualmente que en el punto anterior cuando se sospecha que durante el servicio u otras condiciones el componente haya sufrido este tipo de esfuerzos.
- Que los esfuerzos residuales sean motivo de estudio como en caso de algunas investigaciones al respecto [Ruud, 2002].

I.5.1.- Métodos de medición destructivos.

En este tipo de métodos se realiza la destrucción del componente, lo cual a veces es factible cuando se pueden realizar varios ensayos en varios elementos con el fin de medir los esfuerzos residuales y lograr una medición que sea medición certera y representativa del elemento de estudio.

La base de este tipo de métodos de basa en la destrucción (mediante diferentes técnicas como pueden ser el maquinado o removiendo capaz del mismo) del estado de equilibrio del campo de esfuerzos residuales. Debido a la redistribución de las fuerzas internas, se producen en el elemento deformaciones locales las cuales pueden ser medidas y a partir de estas estimar el campo de esfuerzos residuales utilizando la teoría elástica [Kudryavtsev, 2005].

I.5.1.1 Método de respuesta a la grieta.

Este método consiste en realizar una pequeña ranura con el objeto de producir una relajación parcial del campo de esfuerzos en la vecindad de la ranura, y que esta pueda ser monitoreada, así mismo se utiliza una galga extensométrica para medir las deformaciones producidas por el acomodo del campo de esfuerzos residuales. Incrementando en forma controlada la profundidad de la grieta, de esta forma es posible evaluar el campo de esfuerzos residuales normales a esta [Withers y Bhadeshia, 2001].

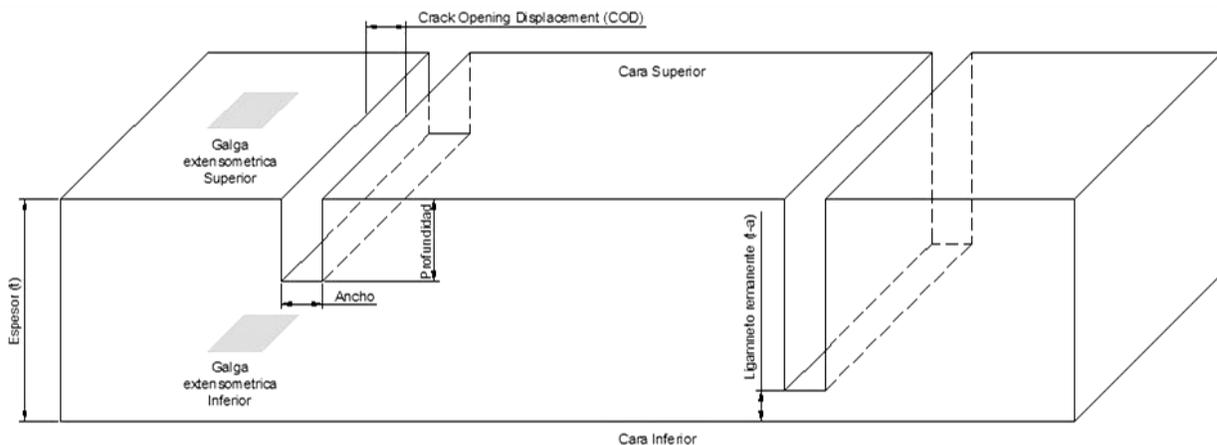


Figura I.3 Terminología para el método de respuesta a la grieta.

I.5.1.2 Método de Sachs.

El método de Sachs es un método utilizado para evaluar esfuerzos residuales en elementos cilíndricos. El fundamento de este método consiste en remover material ya sea en un torno o haciendo un barreno en el interior de un cilindro, y medir la deformación elástica producida cada vez que se remueve material, esto se realiza utilizando galgas extensométricas colocadas en el diámetro exterior del cilindro, a partir de estas deformaciones se pueden calcular los esfuerzos.

El método también puede ser utilizado removiendo capaz desde el exterior en un cilindro hueco y colocando las galgas extensométricas en el interior de este. [Ruud, 2002].

I.5.2.- Métodos Semidestructivos.

Este tipo de métodos de medición requieren que el componente en el cual se medirán los esfuerzos sufra una parcial destrucción, la cual muchas veces no imposibilita el componente de permanecer en uso y algunas veces puede ser reparada una vez terminada la medición, por lo cual son preferidos algunas veces por encima de los métodos destructivos.

I.5.2.1 Método del barreno.

Esta técnica consiste en colocar un conjunto de galgas extensométricas alrededor de un barreno hecho con el propósito de utilizar la técnica, para posteriormente medir las deformaciones producidas por el relajamiento del campo de esfuerzos, y a continuación estimar el valor de los esfuerzos residuales [Withers y Bhadeshia, 2001].

I.5.2.2 Método del anillo anular.

Este método es similar al método del barreno solo que en vez de un barreno se maquina una ranura en forma anular alrededor de la zona donde se medirán los esfuerzos (figura). De esta forma se aísla la zona permitiendo la relajación de esfuerzos., Con el fin de medir los esfuerzos, las deformaciones en la superficie tienen que ser medidas y utilizar la teoría elástica para realizar su calculo [Procter y Beaney, 1987].

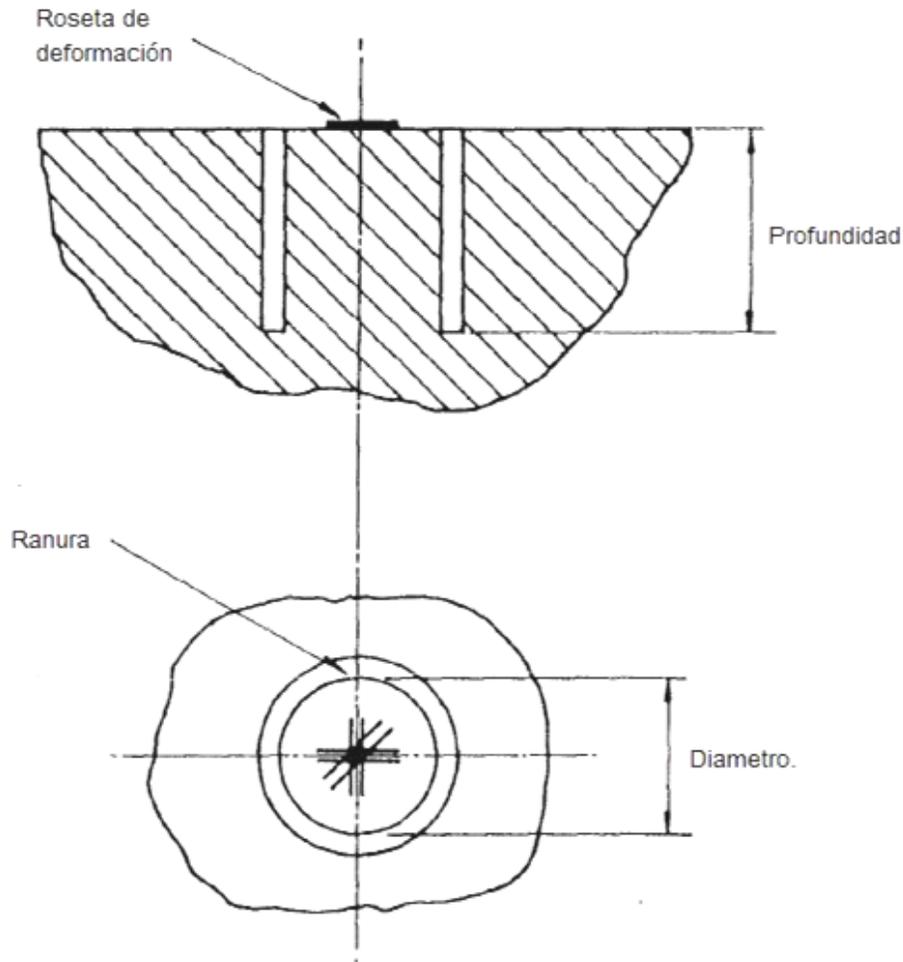


Figura I.4 Diagrama del método del anillo anular

I.5.3.- Métodos no destructivos.

A diferencia de los métodos destructivos, este tipo de métodos de medición miden alguna dimensión de la red cristalina que constituye el material, o bien algún parámetro físico que este afectado por este.

I.5.3.1 Método de rayos X.

El método de rayos x se basa en el principio de que cuando un material está sometido a un esfuerzo ya sea aplicado o residual, las deformaciones elásticas producen un cambio en el espaciamiento de los planos de la estructura cristalina del material, las técnicas de difracción de rayos x son capaces de medir estos espacios interatómicos, que son indicativos de una deformación del elemento y por lo tanto de una presencia de esfuerzos.

Los valores de esfuerzo son calculados a partir de estas deformaciones conociendo de antemano los valores de las constantes elásticas del material y asumiendo que el esfuerzo es proporcional a la deformación, lo cual es muy común para varios metales y aleaciones de interés práctico [Ruud, 2002].

Es una técnica no destructiva para medir esfuerzos residuales en superficies de materiales, es probablemente la técnica no destructiva más desarrollada, y aunque existen equipos que permiten realizar pruebas en campo, es aún considerada una técnica de laboratorio, los equipos necesarios para realizarla tienen que ser precisos y son costosos. Debido a que es un método que está interesado en medir esfuerzos en la superficie, la geometría del elemento debe ser tal que permita al área a medir ser atravesada por los rayos x y que a su vez puedan ser difractados sin ninguna obstrucción para poder realizar el análisis [Kudryavtsev, 2002].

I.5.3.2 Método de difracción de neutrones.

El método de difracción de neutrones es capaz de medir deformaciones en elementos relativamente gruesos desde 0.2 mm hasta los 100 mm en aluminio o los 25 mm en acero sin la necesidad de seccionar y sin quitar capas de material, de la misma manera que los métodos de rayos x los métodos de difracción de neutrones miden el espacio entre los planos cristalográficos de un material, y ya que este espacio es afectado por los esfuerzos es por ello posible medirlos, mediante este método es posible realizar mapas tridimensionales de los esfuerzos residuales presentes en el componente.

Entre sus limitaciones se encuentran que en gran cantidad de aleaciones, especialmente aceros y hierros fundidos es muy difícil medir la distancia entre planos cristalográficos en el punto exacto donde se mide el esfuerzo, esto aunado a que la composición elemental del material cambia por todo el componente y por lo tanto la distancia entre planos cristalográficos también cambia, También se puede mencionar como limitación que el componente tendrá que ser trasladado a una instalación con el equipo adecuado (reactor nuclear), y por lo tanto las mediciones se vuelven muy costosas [Kudryavtsev, 2002].

I.6 Sumario.

Un componente de maquina o elemento mecánico puede fallar por diversas razones, como utilizarlo en condiciones para las cuales no fue diseñado, factores atribuibles al material con el cual fue fabricado o el proceso de manufactura mediante el cual fue elaborado. Otra razón es que este sea sometido a un esfuerzo que supere los valores aceptables.

Los esfuerzos residuales son un tipo de esfuerzo que puede afectar o ser benéfico para los componentes, este tipo de esfuerzos son generados de diversas maneras como son de forma mecánica, química, o térmica. Este tipo de esfuerzos pueden ser benéficos o dañinos y definirse como esfuerzos que se encuentran en un material aun cuando no existe un agente o fuerza externa que los origine, son producidos por cargas no homogéneas que superan el punto de cedencia del material y permanecen en el material aun después de haberse retirado la carga.

Debido a la importancia que los esfuerzos residuales toman durante la etapa del diseño y fabricación, su estudio y medición se vuelven importantes surgiendo así una clasificación de acuerdo a su tipo: Esfuerzos residuales tipo I de nivel macroscópico, esfuerzos residuales tipo II de nivel macroscópico también, y esfuerzos residuales tipo III de nivel microscópico.

En cuanto a la medición existen diferentes tipos de técnicas las cuales se pueden aplicar de acuerdo a las condiciones en las que se encuentre el elemento en el cual se medirán los esfuerzos estas se dividen en métodos de medición destructivos, semi destructivos, y métodos de medición no destructivos.

I.7 Planteamiento del problema.

En el presente trabajo se evalúa el campo de esfuerzos residuales en un cilindro sólido y otro hueco fabricados en acero estructural los cuales son sometidos a un momento en uno de sus extremos y empotrado firmemente en el otro. Al aplicar una carga por encima del punto de cedencia del material del cual está fabricado el cilindro y posteriormente retirar esta carga, el cilindro quedara inducido con un estado de esfuerzos residuales, este campo puede evaluarse por métodos analíticos y métodos numéricos, En el caso de la parte analítica esta es abordada en diversos textos de mecánica de materiales, es menester de esta investigación el obtener resultados

analíticos para un problema propuesto y corroborarlos con la solución numérica obtenida mediante el análisis de elementos finitos, Así mismo se discutirán los resultados obtenidos para servir estos de apoyo a futuras investigaciones.

I.8 Referencias.

Withers, P. J. y Bhadeshia., D. H. Residual stress Part 2 – Nature and origins, *Materials Science and Technology*, Vol. 17, pp 366-374, 2001.

Lu, J. Prestress Engineering of Structural Material: A Global Design Approach to the Residual Stress Problem. Totten, G., Howes, M., Inoue, T. *Handbook of residual stress and deformation of steel*. Ed. ASM International pp 12, 2002.

Grum, J. Induction Hardening. Totten, G., Howes, M., Inoue, T. *Handbook of residual stress and deformation of steel*, ed. ASM International pp 221, 2002.

Ruud, C. Measurement of Residual Stresses. Totten, G., Howes, M., Inoue, T. *Handbook of residual stress and deformation of steel*. Ed. ASM International, pp 100, 111-113, 2002.

Kudryavtsev, Y. Residual Stress. Sharpe, W. *Springer Handbook of Experimental Solid Mechanics*. Ed. Springer. pp 372-375, 2008.

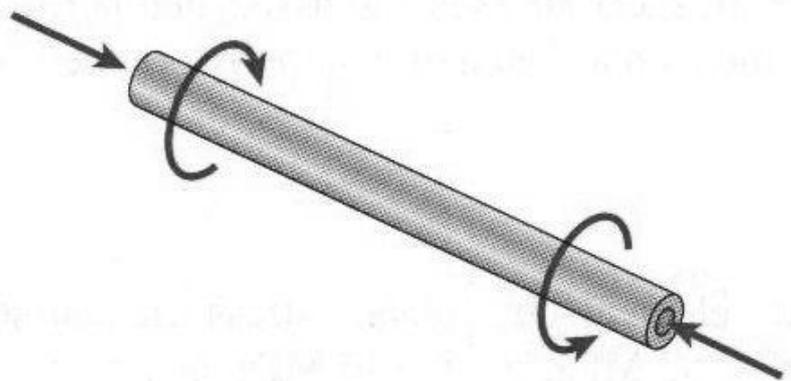
Procter, E. y Beaney, E. The Trepan or Ring Core Method, Centre-hole Method, Sach's Method, Blind Hole Methods, Deep Hole Technique. *Advances in Surface Treatment Technology*, Vol 4. Residual Strees. pp 167-170, 1987.

Mott, R., González, V. *Diseño de Elementos de máquinas*. Edit. Pearson Education, pp 178, 179, 2006.

Collins, J., Busby, H., Staab G. *Mechanical Design of Machine Elements and Machines*. Edit. John Wiley and Sons, pp 189, 2009.

Capítulo 2

Marco teórico.



II.1 Generalidades.

Los elementos sometidos a torsión están presentes en diversas aplicaciones, es por esto importante conocer la forma en que este tipo de fuerzas afecta a los materiales y a los componentes de máquina. Es importante conocer como se analiza la torsión, de igual manera conocer como se comportan los esfuerzos y deformaciones cuando esta se presenta.

El caso de cilindros circulares en torsión pura será analizado con el fin de sentar la base teórica para poder analizar los esfuerzos residuales en este tipo de elementos, ya que su estudio es de importancia debido a su amplio potencial de uso a nivel industrial.

II.2 Concepto de esfuerzo.

Suponemos que un cuerpo está formado por un cierto número de partículas, entre estas partículas interactúan fuerzas que hacen el cuerpo tenga ciertas propiedades como volumen, geometría, peso, etc. Estas fuerzas también logran que el cuerpo no cambie de forma, cuando sobre el actúan fuerzas exteriores.

Cuando se aplica una fuerza o un conjunto de fuerzas sobre este cuerpo, y estas desplazan las partículas del mismo hasta que se logra un estado de equilibrio, se dice entonces que el cuerpo se encuentra en estado de deformación o deformado.

Ensayos en barras sometidas a un alargamiento axial como se muestra en la figura 2.1, han demostrado que hasta ciertos límites, la deformación es proporcional a la fuerza que alarga mediante la Ecuación II.1:

$$\delta = \frac{P \cdot L}{A \cdot E} \quad (\text{II.1})$$

Donde:

P = fuerza total.

L =longitud de la barra.

A = Área de la sección recta de la barra.

E = Constante elástica propia del material, llamada modulo de elasticidad.

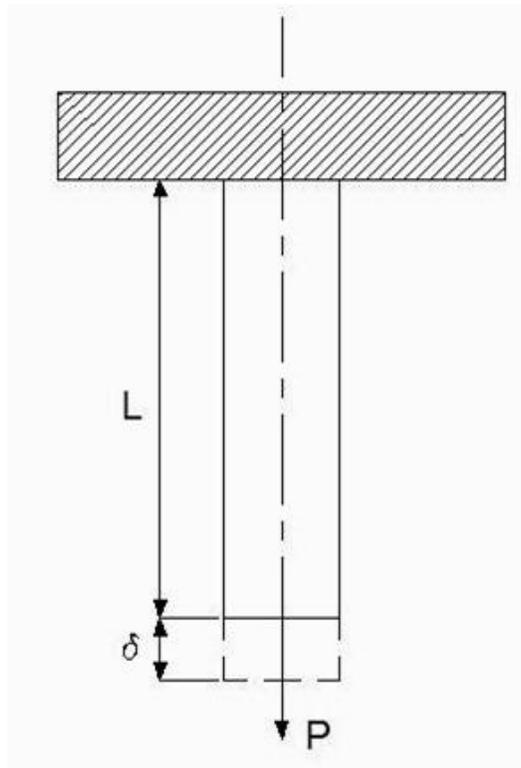


Figura II.1 Esquema de una barra sometida a tensión.

Así se puede observar que la deformación de la barra es directamente proporcional a la magnitud de la fuerza extensora, y a la longitud de la barra, e inversamente proporcional, al área de la sección recta de la barra y a la constante elástica o modulo de elasticidad del material del cual está compuesta, salvo las porciones adyacentes a donde se aplica las cargas, puede asegurarse que todas las fibras longitudinales sufren las mismas deformaciones y las secciones rectas y planas en la barra permanecen en esta forma, después de la extensión.

Con el fin de determinar la magnitud de las fuerzas internas que actúan sobre la barra, se supondrá la barra dividida en dos partes Figura II.2 a través de la sección A-A.

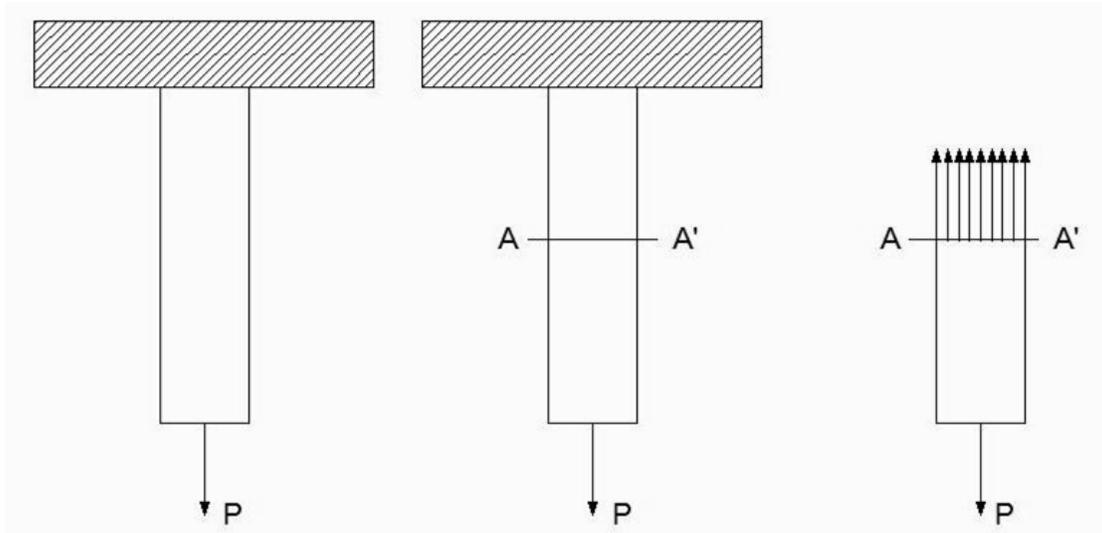


Figura II.2 Esquema de una barra sometida a tensión.

Se puede observar que en la parte inferior de la sección considerada, la fuerza P que es la fuerza extensora aplicada. Y en la parte superior, el conjunto de fuerzas que representan la acción de las partículas internas, este conjunto de fuerzas estará distribuido de modo continuo sobre la sección recta de la barra.

En este caso como las fibras longitudinales se deforman la misma cantidad a lo largo de la barra, la distribución de fuerzas sobre la sección recta A-A será uniforme [Timoshenko, 1957].

La suma de estas fuerzas debe ser igual a P para mantener las condiciones de equilibrio, así la fuerza por unidad de sección denominada esfuerzo estará dada por Ecuación (II.2):

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad (\text{II.2})$$

El alargamiento de la barra por unidad de longitud se denomina deformación unitaria y se determina con la Ecuación II.3.

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L} \quad (\text{II.3})$$

Usando estas relaciones la ley de Hooke se puede representar como Ecuación II.4:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \quad (\text{II.4})$$

II.3 Cilindros sometidos a Torsión pura.

Se dice que un elemento es sometido a torsión si sobre él actúan fuerzas que tienden a girarlo alrededor de su eje central tal como se muestra en la Figura II.3. La resultante de las fuerzas que producen torsión a un elemento se llama par de torsión, (dos fuerzas iguales, opuestas, no colineales). Ya que la torsión simple solo puede ser producida por un par, el momento resultante que causa la torsión es la suma algebraica de los momentos, de las cargas torsionales, sobre el eje de elemento [Seely, 1954].

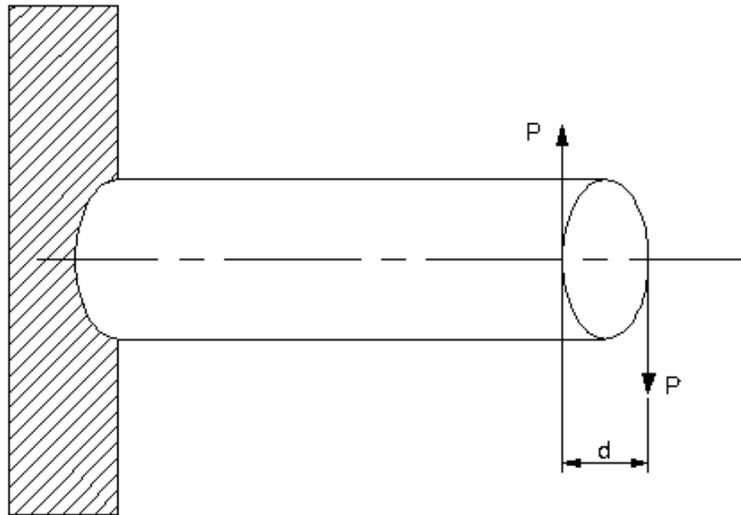


Figura II.3. Cilindro sometido a torsión.

II.4 Esfuerzos en un cilindro sometido a torsión.

Para analizar la forma en que se distribuyen los esfuerzos en un eje se planteara el caso siguiente. Considere un eje A-B sometido en A un par de fuerzas que le provocan un par torsional, el eje se encuentra empotrado en B, si se hace un corte, en un plano perpendicular al eje por algún punto arbitrario en este caso en el punto C (Figura II.4.).

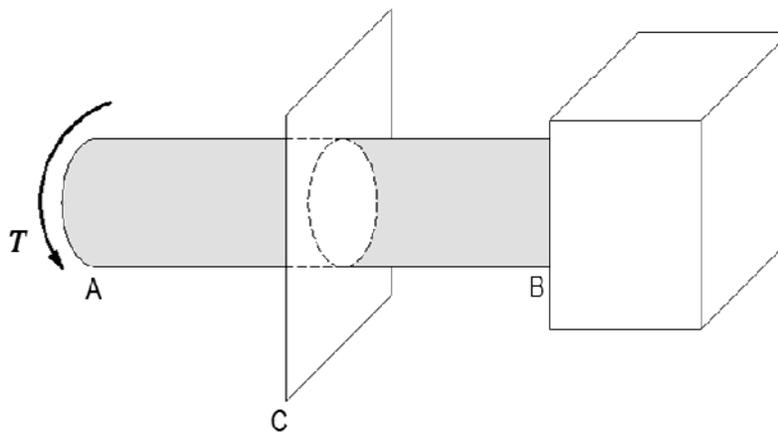


Figura II.4 Plano imaginario seccionando el cilindro.

Para que las condiciones de equilibrio se mantengan y el eje no se destruya, deben considerarse las fuerzas cortantes elementales perpendiculares al radio del eje dF que equilibraran al conjunto, así estas deberán ser iguales al torque T aplicado en A, si llámanos ρ a la distancia perpendicular de la fuerzas cortantes dF al centro del eje y así expresando que la suma de los momentos de estas fuerzas cortantes con respecto al eje es igual en magnitud al toque T aplicado en A en la Figura II.5. Se tiene entonces la Ecuación II.5.

$$\int \rho dF = T \quad (\text{II.5})$$

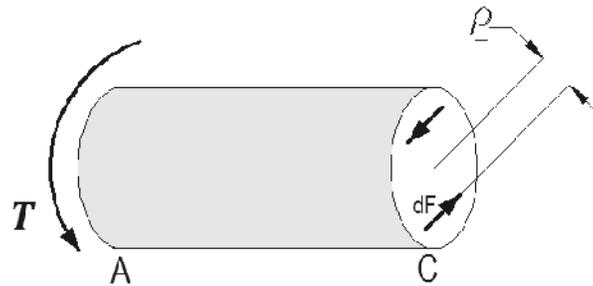


Figura II.5 Diagrama de equilibrio de fuerzas.

Así mismo sabemos que el esfuerzo se expresa como una fuerza aplicada sobre un área, se tiene entonces que (Ecuación II.6).

$$dF = \tau dA \quad (\text{II.6})$$

Por lo tanto (Ecuación II.7).

$$\int \rho(\tau dA) = T \quad (\text{II.7})$$

Esta relación aunque valida no expresa la forma en que se distribuyen los esfuerzos cortantes en la sección [Pytel y Singer 1994].

II.5 Deformaciones en un eje circular.

Durante un caso de torsión de una barra que esta empotrada de un lado y sometida a un par del otro, en esta se dará un giro del lado libre formando un pequeño ángulo ϕ denominado ángulo de torsión.

Para analizar como ocurren las deformaciones en un eje circular consideraremos un eje de longitud L (Figura II.6) unido en el punto A , y sometido a un toque T en el punto B , así el eje queda sometido a una torsión, y su extremo libre rotará un ángulo ϕ , el cual es proporcional dentro hasta cierto limite a T así como a la longitud del elemento L (Figura II.7).

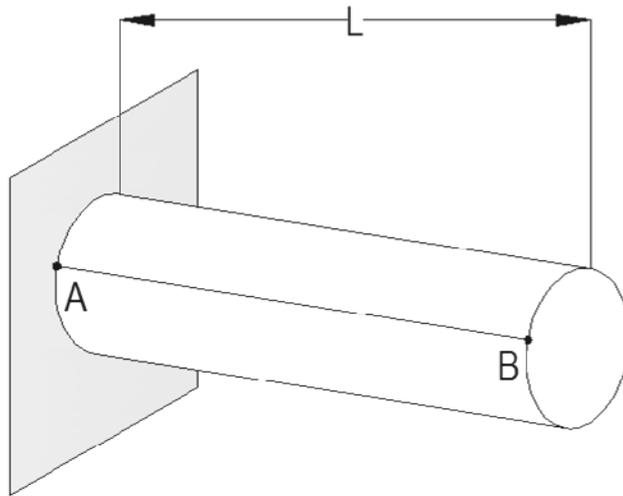


Figura II.6 Cilindro de longitud L .

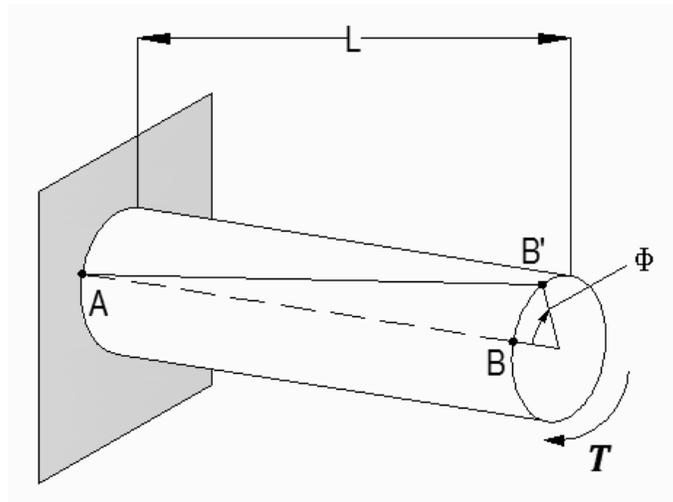


Figura II.7 Cilindro de longitud A-B sometido a un torque.

Es de utilidad para el análisis mencionar una propiedad importante de los ejes circulares. Cuando un eje circular sólido o hueco se somete a torsión, toda sección transversal permanece plana. Mientras las diferentes secciones transversales que componen el largo del eje giran diferentes cantidades, estas lo hacen de forma plana y sin distorsionarse.

Así entonces considerando la simetría de un elemento cilíndrico, se demuestra que las secciones transversales que forman este cilindro cuando esta sometido a torsión pura giran como cuerpos rígidos alrededor del eje longitudinal, los radios permanecen rectos, y la sección transversal permanece plana y circular, así mismo si el ángulo de torsión es pequeño no variara tampoco la longitud de la barra ni su radio [Gere 1986].

Ahora se determina la distribución de deformaciones cortantes en un eje circular de largo L y radio c , que se ha sometido a torsión un ángulo ϕ .

Extrayendo del eje, un cilindro de radio ρ y trazamos dos círculos sobre la sección transversal y dos líneas rectas sobre la superficie del cilindro y paralelas al eje, como se muestra en la Figura II.8.

Antes de aplicar la carga que deformara al cilindro se observa que los círculos y las líneas trazadas forman un elemento cuadrado. Así después de aplicar la carga como ya se menciono anteriormente los círculos quedaran en la misma posición que se encuentran, mas sin embargo las líneas giraran un ángulo específico deformando el elemento cuadrado en un rombo. La deformación cortante γ en un elemento se mide por el cambio en los ángulos formados por los lados del elemento, ya que los círculos que forman dos de los lados del elemento cuadrado permanecen constantes, la deformación cortante debe ser igual al ángulo entre las líneas A-B y A-B'.

De la Figura II.9, puede observarse también que para valores pequeños de γ , la longitud de arco B-B' puede representarse como $B-B'=L\gamma$, y así mismo $B-B'=\rho\phi$, igualando estas dos expresiones se tiene la ecuación II.8.

$$\gamma = \frac{\rho\phi}{L} \quad (\text{II.8})$$

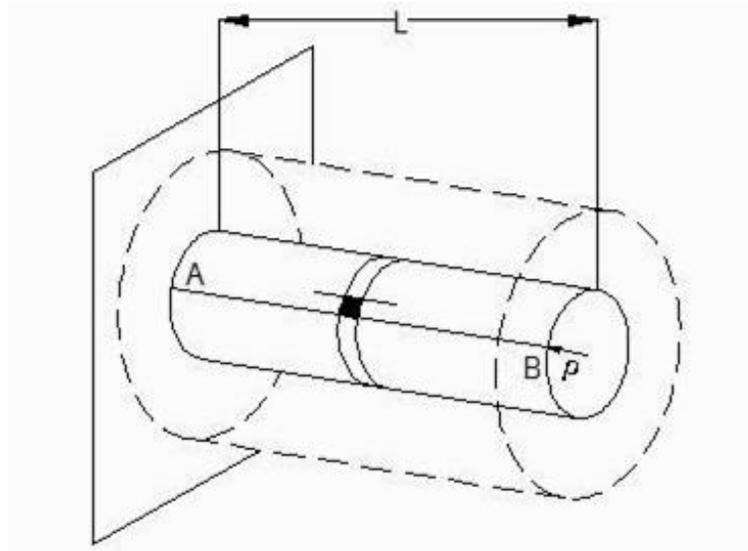


Figura II.8 Líneas paralelas formando un cuadrado.

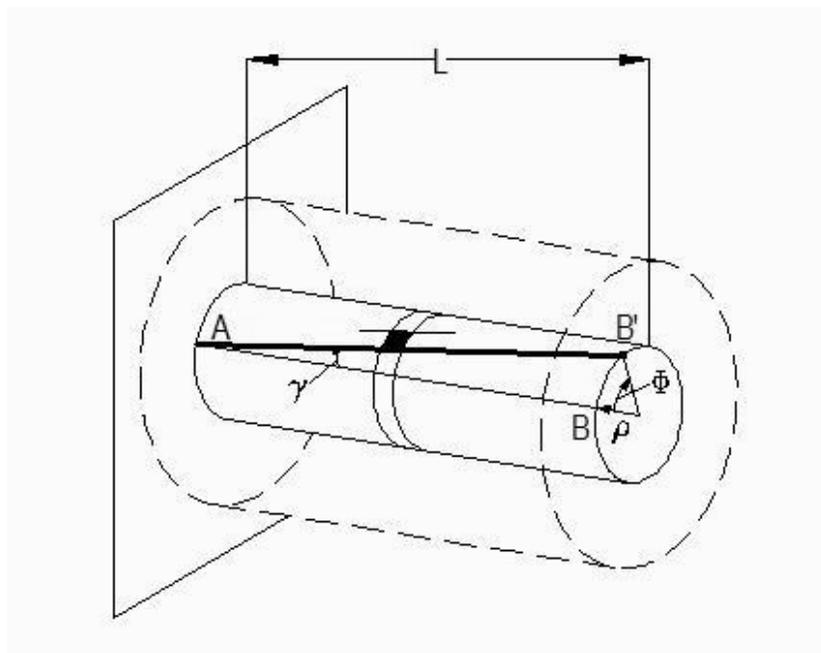


Figura II.9 Líneas paralelas giradas un ángulo.

Esto demuestra que la deformación cortante γ en un punto dado de un eje sometido a torsión es proporcional al ángulo de torsión, y así mismo es proporcional también a la distancia ρ desde el eje longitudinal hasta el punto considerado, por lo tanto la deformación cortante de un eje

circular sometido a torsión varia linealmente con la distancia al centro del eje. Se observa que la deformación cortante máxima ocurre cuando $\rho=c$, por lo tanto.

$$\gamma_{max} = \frac{c\phi}{L} \quad (\text{II.9})$$

La deformación cortante a una distancia ρ especifica del eje es dada por:

$$\gamma = \frac{\rho}{c} \gamma_{max} \quad (\text{II.10})$$

II.6 Esfuerzos en un eje en el rango elástico.

Recordando la ley de Hooke.

$$\sigma = E\epsilon \quad (\text{II.11})$$

Y para el caso de esfuerzo cortante y deformación cortante.

$$\tau = G\gamma \quad (\text{II.12})$$

$$\tau = \frac{\rho}{c} \tau_{max} \quad (\text{II.13})$$

Esta ecuación muestra que mientras no se exceda el límite de proporcionalidad, el esfuerzo cortante varia de forma lineal con respecto a la distancia ρ al centro del eje, la Figura II.10 muestra la distribución de esfuerzos en un eje circular solido de radio c .

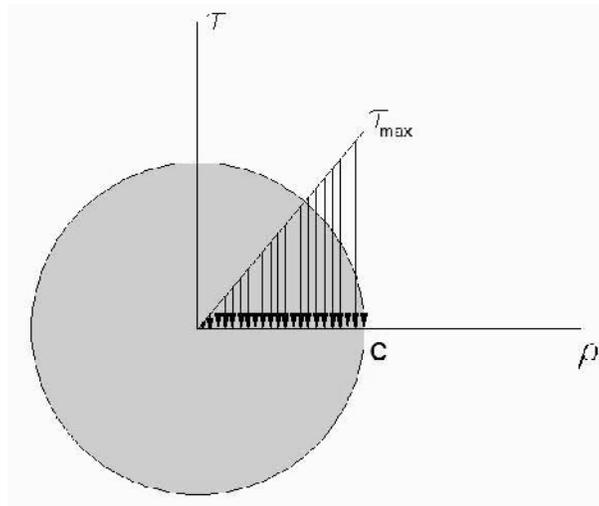


Figura II.10 Distribución de esfuerzos en un cilindro solido.

Para el caso de un eje circular hueco, la siguiente figura muestra la distribución de esfuerzos cortantes, así cuando el radio interno c_1 y radio externo c_2 , tenemos para este caso el esfuerzo minimo se calcula mediante la Ecuacion II.14. Y la distribución se muestra en la Figura II.11.

$$\tau_{min} = \frac{c_1}{c_2} \tau_{max} \tag{II.14}$$

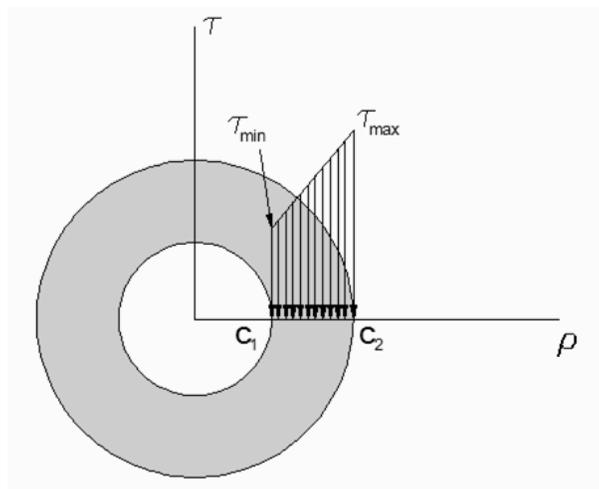


Figura II.11 Distribución de esfuerzos en un eje hueco.

II.7 Angulo de torsión en el rango elástico.

Para deducir una relación entre el ángulo de torsión y de un eje circular y el torque que lo provoca, se supondrá que se trabaja por debajo del límite elástico del material es decir el eje permanecerá elástico siempre.

Si consideramos un eje como el mostrado en la figura II.9, sabemos que el ángulo de torsión se relaciona con la deformación cortante mediante la relación.

$$\gamma = \frac{c\phi}{L} \quad (\text{II.15})$$

Como ya se menciona el eje permanecerá elástico así que se puede aplicar la ley de Hooke por lo tanto:

$$\gamma_{max} = \frac{\tau_{max}}{G} \quad (\text{II.16})$$

Igualando términos y teniendo en cuenta que

$$\tau_{max} = \frac{Tc}{J} \quad (\text{II.17})$$

Se obtiene entonces:

$$\phi = \frac{TL}{JG} \quad (\text{II.18})$$

Donde ϕ es dado en radianes, se muestra que mientras se trabaje en el rango elástico, el ángulo de torsión, será proporcional al torque aplicado así como a la longitud del elemento, e inversamente proporcional al momento polar de inercia del área transversal, así como al modulo de rigidez del material del cual este hecho el eje. La ecuación II.8 puede utilizarse solamente cuando el eje es homogéneo, de sección transversal constante, y cargado solo en sus extremos.

II.8 Ejes circulares hechos de material Elastoplastico.

En la figura II.14 se muestra en el diagrama esfuerzo cortante-deformación, de un eje hecho de material elastoplastico, haciendo uso de este diagrama puede a hallar la distribución de los esfuerzos en una sección del eje para un torque específico.

Un eje de material elastoplastico se comportara de la manera que se ve en la Figura II.12

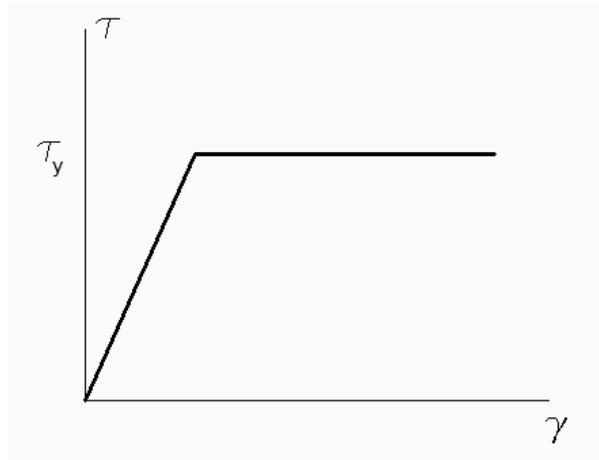


Figura II.12 Diagrama esfuerzo cortante-deformación de un material elastoplastico

Mientras el esfuerzo cortante τ no exceda el limite elástico τ_y . La ley de Hooke es aplicable, y la distribución de esfuerzos es lineal como se muestra en la Figura II.13, con τ_{max} dado por la ecuación II.19.

$$\tau_{max} = \frac{Tc}{J} \quad (\text{II.19})$$

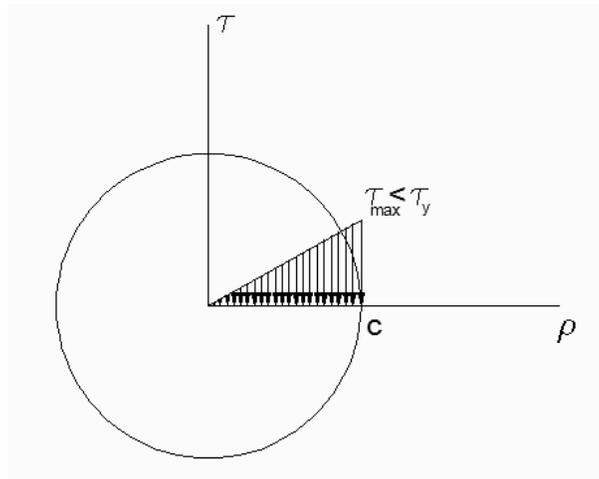


Figura II.13 Distribución de esfuerzos en una sección de un eje circular.

Si el torque sigue aumentando hasta alcanzar el esfuerzo de fluencia τ_y , lo cual se muestra en la Figura II.14, si se substituye este valor en la ecuación anterior encontraremos lo que se denomina, torque de fluencia T_y , el cual es el valor del torque en cual el eje empieza a tener un comportamiento plástico.

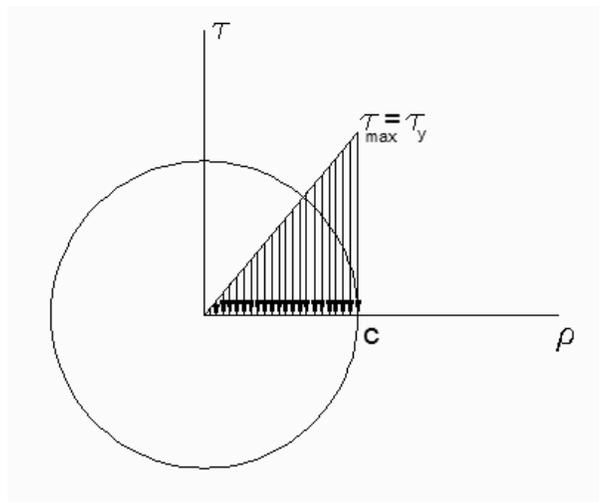


Figura II.14 Distribución de esfuerzos en una sección de un eje circular.

Si el torque aumenta aun mas, se genera en el eje una región plástica, alrededor de un núcleo elástico de radio ρ_y , (Figura II.15). En la región plástica que se formo en el eje el esfuerzo es constante e igual a τ_y , en el núcleo elástico recién formado el esfuerzo es variable linealmente con respecto a ρ , y es expresado por la ecuación II.20.

$$\tau = \frac{\tau_y}{\rho_y} \rho \quad (\text{II.20})$$

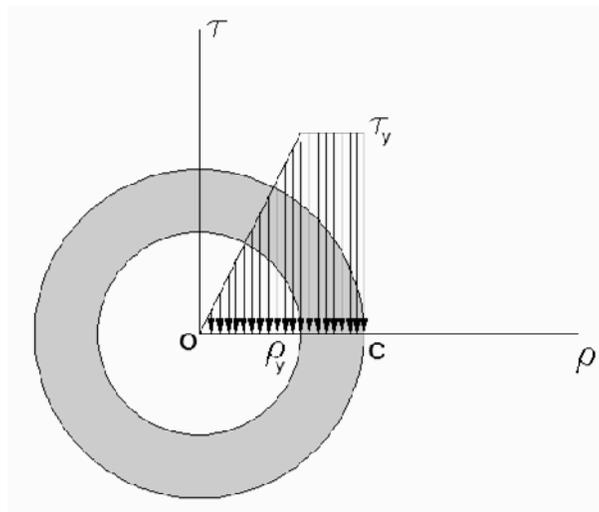


Figura II.15 Figura donde se observa la región plástica en el eje.

Si el torque aplicado sigue aumentando la zona elástica deja de existir y las deformaciones en todo el eje se vuelven deformaciones plásticas.

Se usa la ecuación II.21

$$T = 2\pi \int_0^c \rho^2 \tau d\rho \quad (\text{II.21})$$

Para determinar el torque T que corresponde a un radio ρ_y del núcleo elástico τ es dado en la zona correspondiente a $0 \leq \rho \leq \rho_y$ por la ecuación.

$$\tau = \frac{\tau_y}{\rho_y} \rho \quad (\text{II.22})$$

De la misma forma τ_y para $\rho_y \leq \rho \leq c$ se tiene.

$$T = 2\pi \int_0^{\rho_y} \rho^2 \left(\frac{\tau_y}{\rho_y} \rho \right) d\rho + 2\pi \int_{\rho_y}^c \rho^2 \tau_y d\rho$$

$$T = \frac{1}{2} \pi \rho_y^3 \tau_y + \frac{2}{3} \pi c^3 \tau_y - \frac{2}{3} \pi \rho_y^3 \tau_y$$

$$\frac{2}{3} \pi c^3 \tau_y \left(1 - \frac{1}{4} \frac{\rho_y^3}{c^3} \right)$$

Y considerando la ecuación.

$$T_y = \frac{1}{2} \pi c^3 \tau_y \quad (\text{II.23})$$

Se tiene entonces que:

$$T = \frac{4}{3} T_y \left(1 - \frac{1}{4} \frac{\rho_y^3}{c^3} \right) \quad (\text{II.24})$$

Se puede notar en esta ecuación que cuando el radio elástico ρ_y tiende a cero, es decir cuando toda la sección es totalmente plástica se tiene que.

$$T_p = \frac{4}{3} T_y \quad (\text{II.25})$$

Que es denominado torque plástico, esta ecuación es solo valida para ejes circulares sólidos hechos de material elastoplastico. [Beer y Johnston, 2002]

II.9 Esfuerzos residuales en ejes circulares hechos de material elastoplastico.

Experimentos hechos con materiales dúctiles demuestran que cargados mas allá de su punto de cedencia, curva o-a-b en la al Figura II.16, estos se descargan elásticamente siguiendo la línea b-c prácticamente paralela al tramo inicial elástico o-a. Si el elemento se vuelve a cargar se forma un ciclo de histéresis, pero ahora empezando desde el punto c, y llegando hasta un límite elástico en b alcanzado en la primera carga y después sirgue la forma plástica por la línea b-d, en el caso de

materiales elastoplasticos perfectos como el caso de nuestro estudio el ciclo de carga descarga se puede observar en la figura II.17.

El principal efecto que se produce al descargar un material que ha sido cargado mas allá de su punto de cedencia y por lo tanto haya alcanzado un estado total o parcialmente elástico, es que al aparecer deformaciones permanentes éstas no desaparecen al momento de descargar, se crean en el material un estado de esfuerzos internamente equilibrado sin resultante exterior que tiende a desaparecer estas deformaciones permanentes, estos esfuerzos son conocidos con el nombre de esfuerzos residuales.

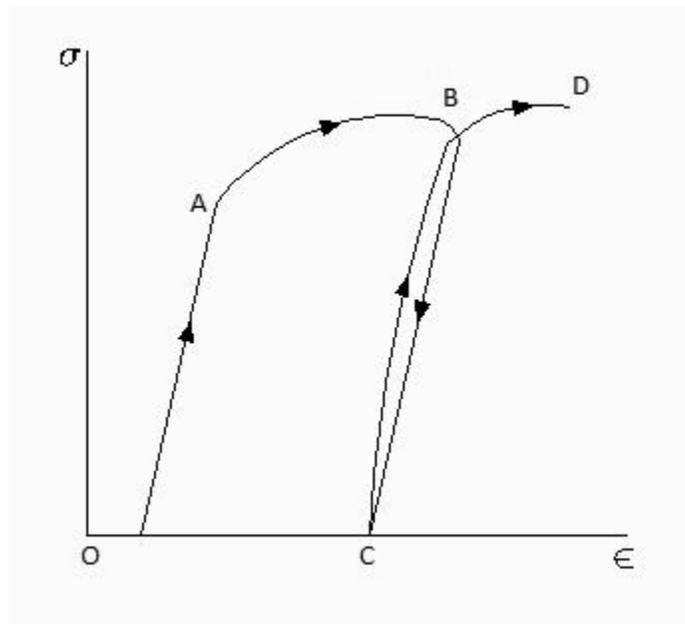


Figura II.16 Descarga y carga de un material real.

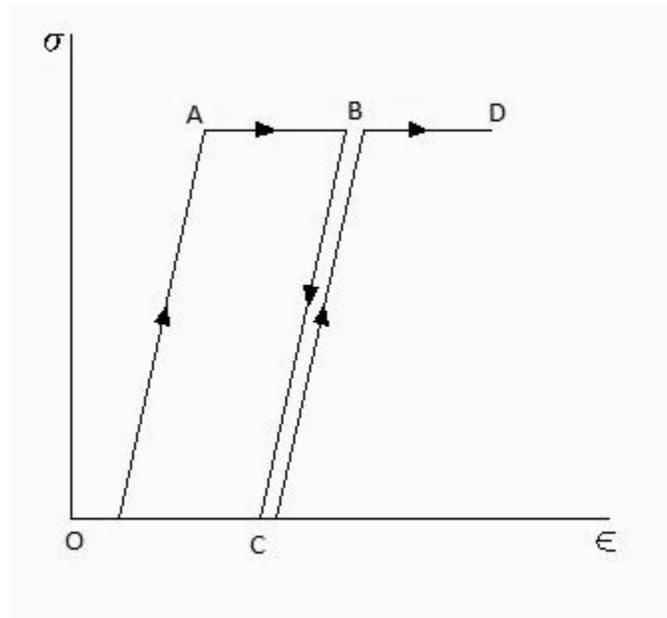


Figura II.17 Descarga y carga de un material elastoplástico perfecto.

Para el caso de un eje el diagrama de la Figura II.17 cambia y se utilizan los esfuerzos cortantes y la deformación angular, tal como se muestra en la Figura II.18. [Pytel y Singer 1994].

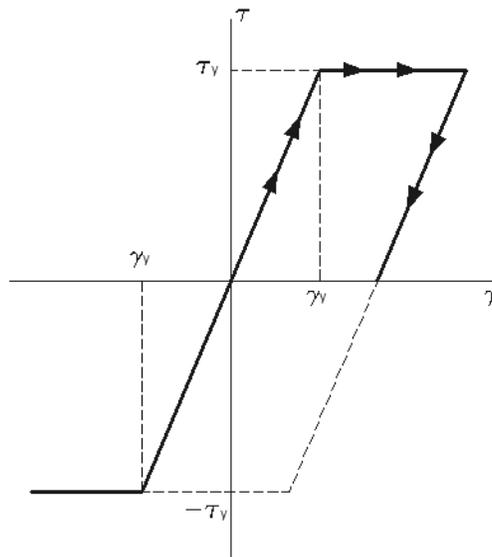


Figura II.18 Diagrama esfuerzo cortante deformación para un material elastoplástico perfecto con comportamiento isotrópico.

Los esfuerzos residuales en un material elastoplastico se obtienen aplicando el principio de superposición, se deben considerar por un aparte los esfuerzos debidos a la aplicación del torque T y por otra parte además los debidos al torque igual y opuesto que se aplica para descargar el eje. El primer grupo de esfuerzos refleja la conducta elastoplastica del material, durante la fase de carga, (Figura II.19.a) y la parte lineal que se observa en la descarga (Figura II.19.b), si estos dos grupos de esfuerzo se añaden se obtiene la distribución de esfuerzos residuales presentes en el eje (Figura II.19.c).

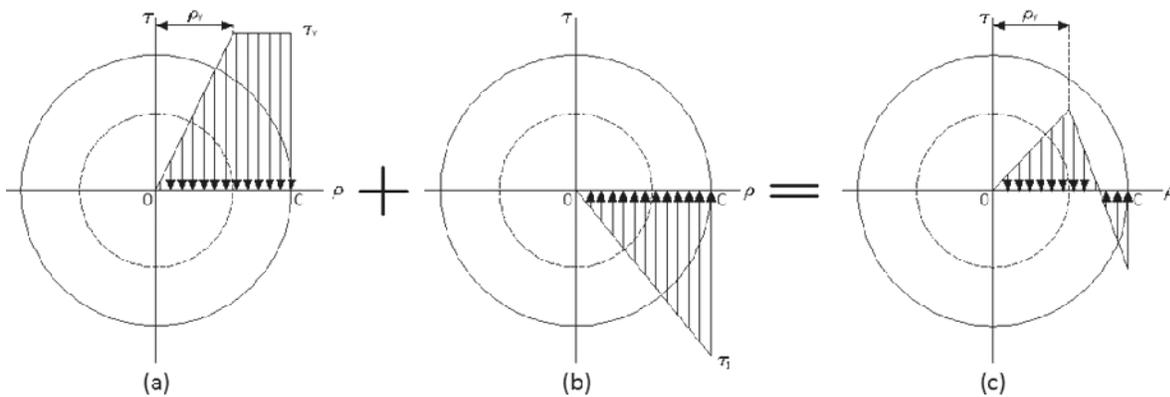


Figura II.19 Diagrama en que se muestra el principio de superposición.

II.10 Sumario.

Los elementos mecánicos sometidos a fuerzas torsionales, están frecuentemente presentes en las diversas aplicaciones en la industria, las fuerzas de torsión producen esfuerzos con características propias y diferentes a otras aplicaciones, en este tipo de elementos pueden producirse esfuerzos residuales, por lo cual es útil, importante y menester de este capítulo el entender como se producen y actúan los esfuerzos residuales sobre estos elementos.

II.11 Referencias.

Beer, F., Johnston, R. *Mecánica de materiales*. Ed. Mc Graw Hill. Segunda edición, pp 112-155, 2002.

Gere, J. M., *Mecánica de materiales*. Ed. Thomson. Segunda edición, pp 139-156, 1986.

Pytel, A., Singer, F. *Resistencia de Materiales*. Ed. Harla. Cuarta Edición, pp 61-65, 477, 1994.

Timoshenko, *Resistencia de Materiales*. Ed. ESPASA CALPE. Primera Edición, 1957 pp 1-10.

Capítulo 3

Determinación

Analítica de

Esfuerzos

Residuales.



III.1 Generalidades.

Para el caso de estudio se trata de un material elástico plástico perfecto con comportamiento isotrópico, es decir se comporta de la misma forma en tensión como en compresión, este tiene una región de elasticidad lineal entre dos regiones de plasticidad perfecta, en esta secciones se supone que el material tiene el mismo esfuerzo de fluencia y la misma deformación unitaria en tensión y compresión respectivamente esto puede observarse en la Figura III.1. Un ejemplo de materiales que tienen este comportamiento elástico plástico perfecto es el acero, ya que su esfuerzo de fluencia está bien definido y experimenta grandes deformaciones durante la fluencia.

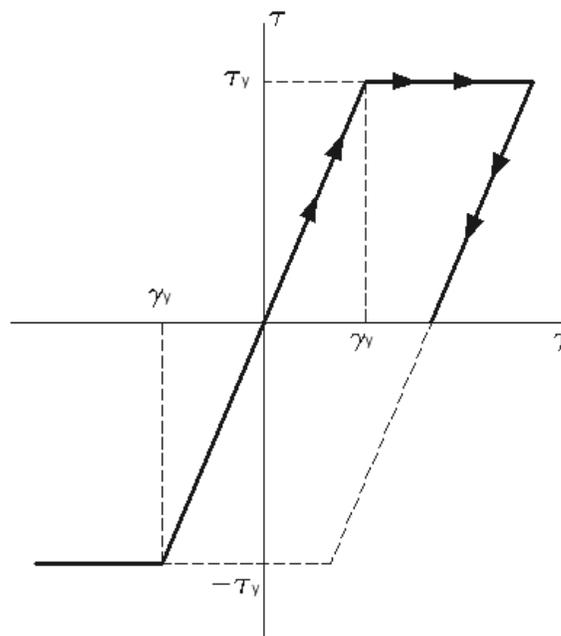


Figura III.1 Diagrama esfuerzo-deformación de un material elastoplástico perfecto.

Cuando un torque es aplicado a un eje y este produce un esfuerzo que no iguala al esfuerzo de cedencia, esta distribución de esfuerzos tendrá un comportamiento lineal como se muestra en la figura III.2.

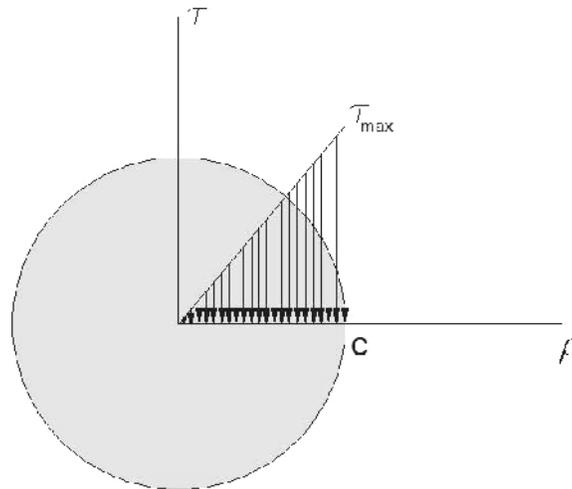


Figura III.2 Comportamiento lineal.

Si el torque sigue aumentando hasta sobrepasar un valor del esfuerzo de cedencia τ_y se produce en el elemento una deformación permanente, al valor del torque al cual se empieza a producir esta deformación se conoce como torque de fluencia y se calcula mediante la Ecuación III.1.

$$T_y = \frac{J \cdot \tau_y}{c} \quad (\text{III.1})$$

El Torque T_y es el máximo torque elástico o torque de fluencia ya que es el mayor torque que producirá una deformación plástica, si el torque aumenta en magnitud se producirá una zona plástica alrededor de un núcleo elástico figura III.3.

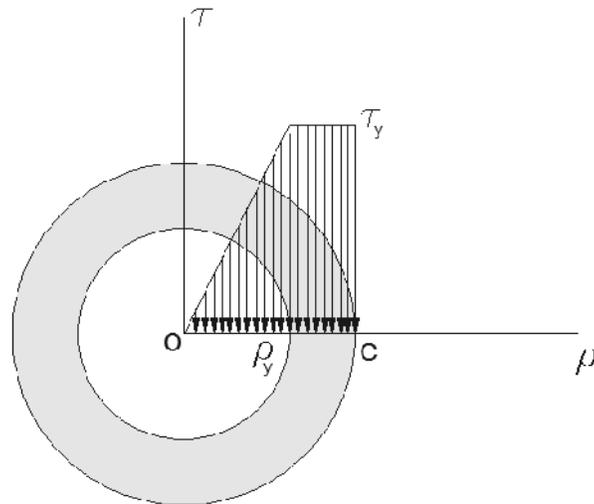


Figura III.3 Distribución de esfuerzos donde se observa la formación de un núcleo elástico.

Si el torque aumenta aun mas, el núcleo elástico disminuye hasta que el cilindro se convierte completamente plástico como se muestra en la figura III.4.

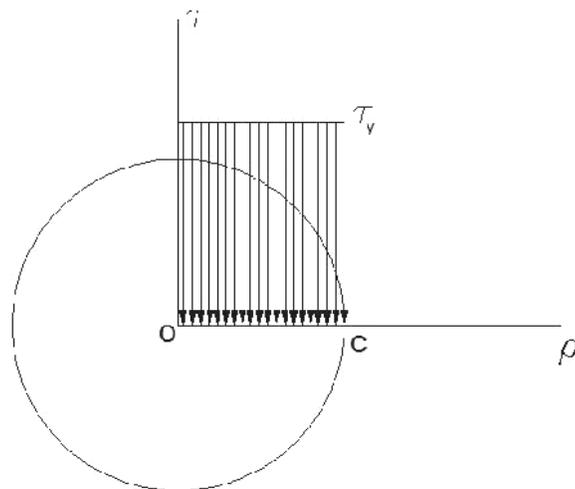


Figura III.4 Cilindro completamente plástico.

Si el torque es retirado del elemento la magnitud de la distribución de esfuerzos puede representarse por una línea recta en el diagrama esfuerzo deformación por el comportamiento que presenta el material. (Figura III.2)

Los esfuerzos residuales se obtienen usando el principio de superposición, por una parte se consideran los esfuerzos debidos a la aplicación del torque T aplicado en una dirección, y por otra parte los esfuerzos producidos por la descarga al retirar el torque aplicado en dirección opuesta.

En la primera parte se refleja el comportamiento elastoplástico del material durante la fase de carga (Figura III.5.a), y en la otra parte la descarga en la cual puede observarse el comportamiento lineal del mismo material Figura (III.5.b), así sumando los dos esfuerzos puede obtenerse la distribución y la magnitud de los esfuerzos residuales que se generan en el cilindro.

(Figura III.5.c)

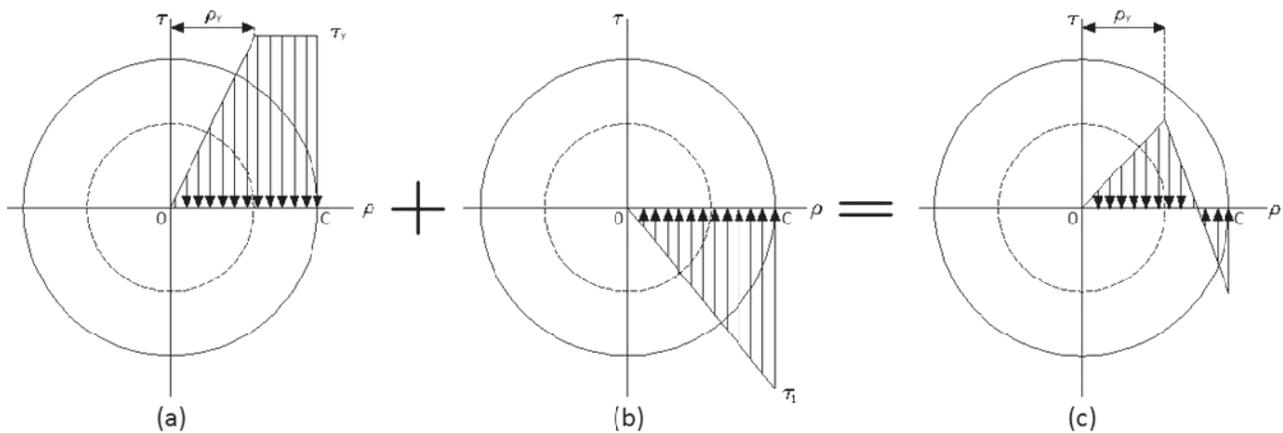


Figura III.5 Diagramas de distribución de esfuerzos.

III.2 Cálculo de esfuerzos en ejes circulares.

III.2.1 Eje Solido.

Si suponemos un eje circular solido de diámetro 2.5 cm, y una longitud de 25 mm. Fabricado en acero 1045.

Primero procederemos mediante la Ecuación III.1 a calcular el toque de fluencia T_y , el cual es el torque al cual el elemento empezara a tener un comportamiento plástico.

$$T_y = \frac{J \cdot \tau_y}{c} \quad (\text{III.1})$$

Para las dimensiones de la probeta supuesta y para el acero 1045, tenemos.

$$J = \frac{1}{2} c^4$$

$$J = \frac{1}{2} (0.0125m)^4$$

$$J = 3.83 * 10^{-8} m^4$$

$$\tau_y = 240 \text{ MPa}$$

$$T_y = \frac{J \cdot \tau_y}{c} \quad (\text{III.1})$$

$$T_y = \frac{(3.83 \times 10^{-8} m^4) \left(240 \times 10^6 \frac{N}{m^2} \right)}{0.0125m}$$

$$T_y = 735 \text{ N} \cdot m$$

Con este valor de esfuerzo el elemento se deformara permanentemente si el torque continua aumentado este llegara hasta un valor máximo T_p el cual es el torque plástico y es el torque en el cual todo el eje se comporta de manera plástica calculándolo utilizando la Ecuación III.2.

$$T_p = \frac{4}{3}T_y \quad (\text{III.2})$$

$$T_p = \frac{4}{3}(735 \text{ N} \cdot \text{m})$$

$$T_p = 980 \text{ N} \cdot \text{m}$$

En nuestro caso de estudio nos interesa tener una deformación pero no llegar al estado completamente plástico por eso elegimos un valor intermedio entre el torque de fluencia y el torque plástico. Suponiendo un torque mayor al de fluencia pero sin alcanzar el torque plástico.

$$T_y < T < T_p$$

$$735 \text{ N} \cdot \text{m} < T < 980 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Suponiendo un torque de:

$$T = 900 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Con este valor de torque se producirá una zona plástica alrededor de un núcleo elástico para calcular el radio de esta zona elástica procedemos de la siguiente manera mediante la Ecuación III.3.

$$\rho_y = \sqrt[3]{\left(4 - \frac{3T}{T_y}\right) (c^3)} \quad (\text{III.3})$$

$$\rho_y = \sqrt[3]{\left(4 - \frac{3(900 \text{ N} \cdot \text{m})}{(735 \text{ N} \cdot \text{m})}\right) (0.0125 \text{ m})^3}$$

$$\rho_y = 0.00862 \text{ m}$$

Ahora se calcula el esfuerzo con la Ecuación III.4 que producirá el torque elegido de 900 N-m.

$$\tau = \frac{T \cdot c}{J} \quad (\text{III.4})$$

$$\tau = \frac{(900 \text{ N} \cdot \text{m})(0.0125 \text{ m})}{3.83 * 10^{-8} \text{ m}^4}$$

$$\tau = 294 * 10^6 \text{ Pa}$$

La distribución de esfuerzos en la descarga tiene un comportamiento lineal como se ve en la Figura III.6.b debido al torque de 900 N-m, cuyo valor es de 294 Mpa. En la Figura III.6.b se puede observar que para $\rho_y=0.0125$ $\tau_y= 294$ MPa. Y utilizando triángulos semejantes, obtenemos que para $\rho_y=0.0086$ $\tau_y= 202$ MPa. Aplicando el principio de superposición los esfuerzos resultantes y su distribución pueden observarse en la Figura III.6.c.

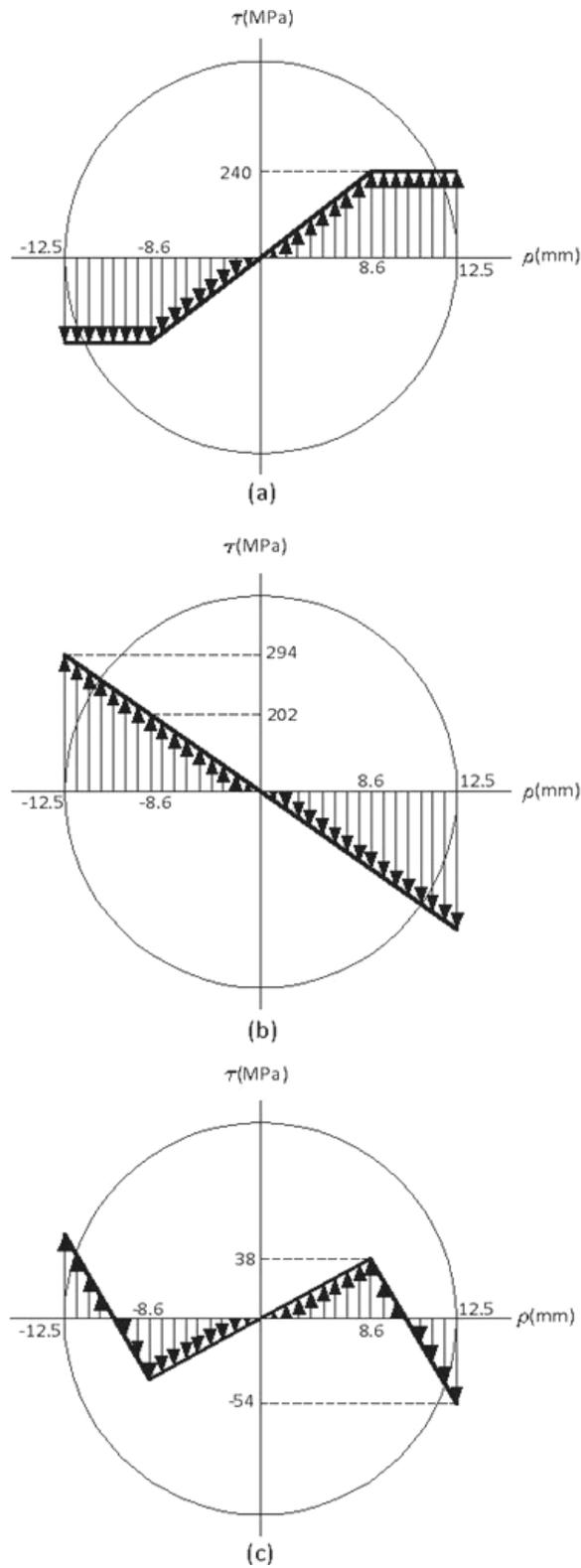


Figura III.6 Distribución de esfuerzos en elemento solido propuesto.

III.2.2 Eje hueco.

Si suponemos un eje circular hueco de diámetro exterior 2.5 cm, diámetro interior de 1 cm, y una longitud de 2.5 cm, fabricado en acero 1045.

Primero procederemos a calcular el toque de fluencia T_y , usando la Ecuación (III.1) el cual es el torque al cual el elemento empezara a tener un comportamiento plástico.

$$J = \frac{1}{2} \pi (c_2^4 - c_1^4)$$

$$J = \frac{1}{2} \pi ((0.0125)^4 - (0.005)^4)$$

$$J = 3.73 * 10^{-8} m^4$$

$$T_y = \frac{J \cdot \tau_y}{c} \quad (III.1)$$

$$T_y = \frac{(3.73 \times 10^{-8} m^4) \left(240 \times 10^6 \frac{N}{m^2} \right)}{0.0125 m}$$

$$T_y = 716 N \cdot m$$

Para el caso del torque plástico el cual como ya se menciona es el valor del torque en el cual el elemento será completamente plástico procedemos mediante la Ecuación III.5

$$T_p = 2\pi\tau_y \int_{c_1}^{c_2} \rho^2 d\rho \quad (III.5)$$

$$T_p = \frac{2}{3} \pi \tau_y (c_2^3 - c_1^3)$$

$$T_p = \frac{2}{3} \pi \left(240 * 10^6 \frac{N}{m^2} \right) ((0.0125m)^3 - (0.005m)^3)$$

$$T_p = 918 N \cdot m$$

En nuestro caso de estudio obtendremos los esfuerzos residuales por lo tanto no utilizaremos un valor tan alto como el torque plástico, si no un valor intermedio entre este y el torque de fluencia.

$$T_y < T < T_p$$

$$716 \text{ N} \cdot \text{m} < T < 918 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Utilizando un torque T de

$$T = 835 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Procedemos ahora a calcular el radio elástico con la Ecuación III.3

$$\rho_y = \sqrt[3]{\left(4 - \frac{3 \cdot T}{T_y}\right) (c^3)} \quad (\text{III.3})$$

$$\rho_y = \sqrt[3]{\left(4 - \frac{3(835 \text{ N} \cdot \text{m})}{(716 \text{ N} \cdot \text{m})}\right) (0.0125 \text{ m})^3}$$

$$\rho_y = 0.00993 \text{ m}$$

Ahora se calcula el esfuerzo que producirá el torque T elegido de T= 835 N-m usando la Ecuación III.6.

$$\tau_{max} = \frac{Tc}{J} \quad (\text{III.6})$$

$$\tau_{max} = \frac{(835 \text{ N} \cdot \text{m})(0.0125 \text{ m})}{3.73 * 10^6 \text{ m}^4}$$

$$\tau_{max} = 279 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

El torque mínimo lo calculamos mediante la Ecuación III.7.

$$\tau_{min} = \tau_{max} \frac{c_1}{c_2} \quad (\text{III.7})$$

$$\tau_{min} = \left(279 * 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}\right) \left(\frac{0.005 \text{ m}}{0.0125 \text{ m}}\right)$$

$$\tau_{min} = 112 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

Para poder aplicar el método de superposición necesitamos calcular el valor del esfuerzo en el radio elástico, esto se realiza mediante triángulos semejantes. Observando que para $\rho_y=0.0125$ corresponde un esfuerzo de $\tau_y= 270$ MPa y para $\rho_y=0.005$ un esfuerzo de $\tau_y= 112$ MPa (Figura III.8.b). De esta forma obtenemos que para $\rho_y=0.0099$ $\tau_y= 221$ MPa. Aplicando el principio de superposición, los valores de los esfuerzos residuales y su distribución se observan en la figura III.7.c.

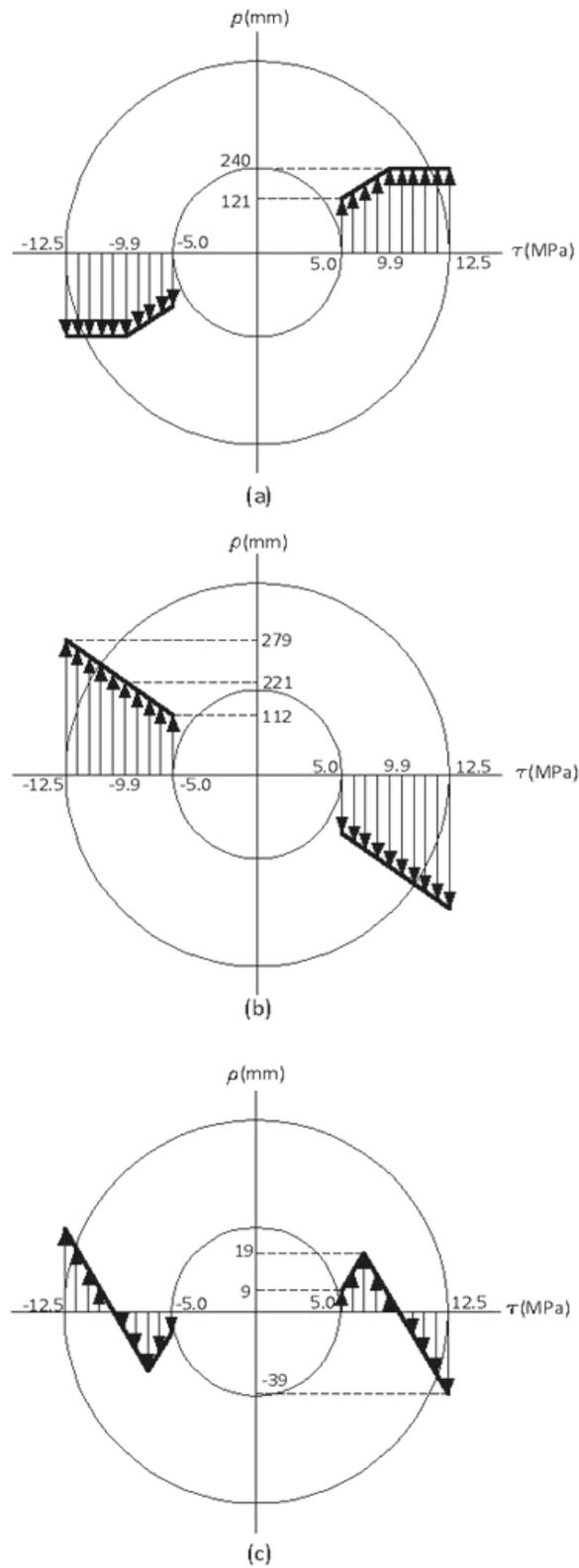


Figura III.7 Distribución de esfuerzos en el elemento hueco propuesto.

III.3 Sumario.

En este capítulo se resolvió de forma analítica el problema propuesto utilizando la teoría de mecánica de materiales para elementos cilíndricos, sometidos a torsión pura, se utilizaron las propiedades mecánicas del elemento y del material y se calcularon los valores de los esfuerzos que interesan para el análisis de los esfuerzos residuales.

III.4 Referencias.

Beer, F., Johnston, R. *Mecánica de materiales*. Ed. Mc Graw Hill. Segunda edición, pp 112-155, 2002.

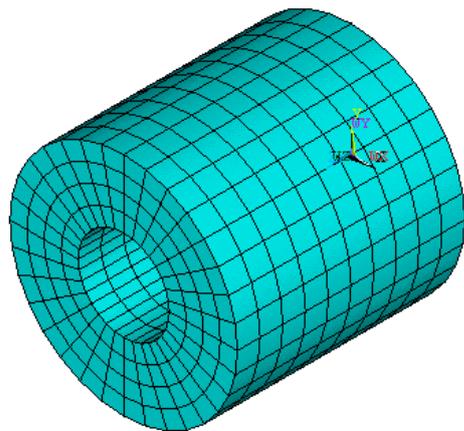
Gere, J. M., *Mecánica de materiales*. Ed. Thomson. Segunda edición, pp 139-156, 1986.

Pytel, A., Singer, F. *Resistencia de Materiales*. Ed. Harla. Cuarta Edición, pp 61-65, 1994.

Timoshenko, *Resistencia de Materiales*. Ed. ESPASA CALPE. Primera Edición, 1957 pp 1-10.

Capítulo 4

Aplicación del
Método del
Elemento Finito.



IV.1 Generalidades.

Los ingenieros y científicos hacen uso de diversas herramientas para resolver problemas, las herramientas para resolver problemas en el campo de ingeniería son variadas, ejemplos de estas pueden ser mediciones, cálculos matemáticos, pruebas experimentales, simulaciones ya sean físicas o por computadora, prototipos, etc. Una de estas herramientas es el método de los elementos finitos, que es un método que permite resolver problemas de ingeniería y ciencias basado en métodos numéricos en el cual se utiliza una computadora en la mayoría de los casos debido a su complejidad. [Madenci y Guven, 2006]

IV.2 Método de los elementos finitos.

El método de los elementos finitos es un método numérico utilizado para encontrar solución a diversos problemas encontrados en el campo de la ingeniería. Este método utiliza conceptos matemáticos para crear un sistema de ecuaciones lineales o no lineales, estos sistemas pueden ser muy grandes y complejos, por lo cual es necesario un sistema computacional para resolver estos sistemas, sin un sistema computacional es muy poco práctico el aplicar el método debido a la complejidad de resolver el conjunto de ecuaciones que se forman.

En cuanto a la historia del método de los elementos finitos, el método como se da a conocer actualmente es mencionado en diversos documentos alrededor de la década de los años 1950. En la década de los años 1960 la industria aeroespacial invirtió dinero en la investigación del método y el desarrollo de programas computacionales que sirvieran para su aplicación en misiles, aeronaves y otros proyectos de ese tipo. [Seegerlind, 1984]

IV.2.1 Descripción general del Método del Elemento Finito.

En este método el sistema a ser estudiado, el cual es llamado continuo, puede ser un sólido, líquido o gas, es representado como un ensamble de subdivisiones, llamados elementos finitos. Estos elementos se consideran unidos en lugares específicos los cuales son llamados nodos o puntos nodales, estos puntos generalmente se encuentran en las fronteras de los elementos y se consideran interconectados entre si, Al introducir una variable desconocida al continuo, (por ejemplo una fuerza, un desplazamiento, o una presión) se considera que esta variable puede ser resuelta dentro del elemento finito por una función, estas funciones llamadas funciones de aproximación o modelos de interpolación son definidas en términos de los valores de las variables encontrados en los nodos.

Cuando las ecuaciones que resuelven el problema, (por ejemplo las ecuaciones de equilibrio) son planteadas para el sistema, las nuevas incógnitas serán los valores en los puntos nodales.

Al resolver estas ecuaciones las cuales son planteadas en forma de ecuaciones matriciales, se conocerán los valores de la variable en los nodos, una vez que se conocen estos valores las funciones de aproximación definirán el campo de variables en el ensamble de los elementos finitos.

En el método de los elementos finitos se sigue un procedimiento general para resolver problemas, estos pasos se pueden resumir como se muestra:

Paso 1. Discretización de la estructura.

Esto incluye colocar y numerar los nodos, así como especificar sus coordenadas en algunos casos.

Paso 2. Especificar la ecuación de aproximación, el orden de la ecuación linear o cuadrática dependiendo del caso, también las ecuaciones deberán escribirse en términos de los valores no conocidos en los nodos. Una ecuación es escrita para cada uno de los nodos.

Paso 3. Desarrollar el sistema de ecuaciones, esto genera una ecuación para cada valor en nodo no conocido.

Paso 4. Resolver el sistema de ecuaciones.

Paso 5. Calcular las cantidades de interés y para las cuales fue utilizado el método.

IV.2.2 Ventajas y desventajas del método de elementos finitos.

Dentro de las ventajas del método, este permite acortar el tiempo de desarrollo del producto, ya que ese pueden realizar prototipos e identificar problemas de diseño, siendo así factible reducir las etapas de prueba y error en el diseño de un nuevo producto. Así mismo puede ser utilizado para realizar diversos estudios y análisis, reduciendo así en costo y tiempo la etapa experimental.

La principal limitación del método radica en que la exactitud de sus resultados depende en buen grado de la densidad de elementos utilizada, así las áreas o elementos de interés deben ser analizados con mallas mas finas. Lo cual consume recursos en cuanto a tiempo y equipo de computo para poder ser realizados. Otro aspecto digno de mención es que el método requiere de personal capacitado tanto en el área de estudio al que pertenece el problema, así como en el programa de computo que se utilice para resolver el problema. [Roa 2002]

IV.2.3 Procedimiento de solución mediante el método del elemento finito.

La solución en general de cualquier problema mediante el método de los elementos finitos involucra los siguientes pasos:

- Especificar la geometría del elemento a analizar. Este paso puede realizarse directamente en el paquete computacional de elementos finitos, o bien algunas veces puede importarse alguna geometría realizada en otro paquete computacional tipo CAD.
- Deberá especificarse el tipo de elemento y las propiedades del material, dependiendo de las condiciones del análisis a realizar.
- Enmallar el elemento, este paso consiste en dividir el objeto en pequeños elementos para el análisis.
- Aplicar las condiciones de frontera (restricciones y cargas externas).
- Generar una solución.
- Postprocesamiento, este paso consiste en analizar los datos obtenidos con la ayuda de gráficos y dibujos.
- Refinar la malla debido a que el método de los elementos finitos es un método aproximado y en general la exactitud del resultado se incrementa a la par que se incrementan el número de elementos, es una buena practica refinar la malla para poder observar como varían los resultados.
- Interpretación de los resultados este paso es el mas importante de todo el análisis pues se requieren conocimientos de ingeniería y ciencias relativos al problemas que se desea resolver, para poder interpretar los resultados obtenidos mediante el programa. Este paso es critico para poder lograr aplicar los resultados a una situación real o para identificar problemas que se puedan presentar durante el proceso de modelado [Roa 2002].

IV.2.4 Componentes del método de los elementos finitos.

IV.2.4.1 Elementos.

Dependiendo de las características física del problema a analizar, el medio a analizar puede ser discretizado utilizando líneas, aéreas o volúmenes los cuales son llamados elementos y estos deberán seleccionarse y utilizarse de manera correcta dependiendo del tipo de análisis, y del propósito que tengan cada uno en el software utilizado.

IV.2.4.2 Mallado.

El proceso de mallado consiste en generar nodos y elementos que interconecten estos. El mallado puede abordarse de dos distintas maneras, puede realizarse de forma directa, donde se tendrán que generar todos los nodos y los elementos que interconectan estos en la geometría a analizar. Ya que la mayoría de los problemas de ingeniería presentan la necesidad de analizar gran cantidad de nodos y elementos y algunas veces en geometrías muy complejas este método no fácilmente aplicable debido a la complejidad que conlleva. Ahora bien el otro método para generar los nodos y elementos que compondrán la malla consiste en un método automático apoyándose con las herramientas que cuentan los programas de computo especializados en el análisis de elementos finitos [Madenci y Guven, 2006].

IV.3 Aplicación del método del elemento finito.

En este capítulo se analizan los esfuerzos en los elementos cilíndricos propuestos utilizando para ello el método de los elementos finitos utilizando el software ANSYS para resolver el problema así mismo se presenta la metodología que se utilizo para realizar el análisis del elemento.

IV.3.1 Campo de esfuerzos residuales en cilindros solidos.

IV.3.1.1 Modelado.

El modelado del elemento se realizó trazando un cilindro solido, este cilindro se dividió posteriormente en 4 partes con el objeto de obtener “keypoints” y líneas para de esta forma poder trabajar sobre el mismo Figura IV.1.

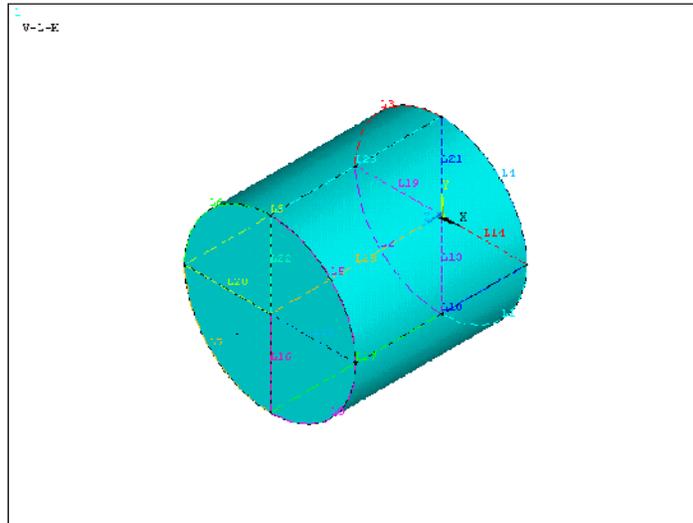


Figura IV.1 modelado del elemento.

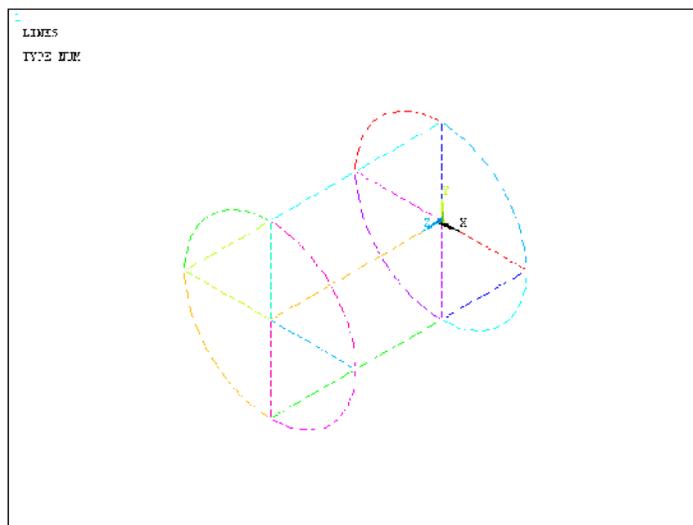


Figura IV.2 Líneas divididas en segmentos.

A partir de este cilindro y con los keypoints y líneas generadas, las líneas se dividieron en un número determinado de partes (Figura IV.2), esto se realizó con el objeto de obtener una malla controlada y poder comparar resultados en diferentes partes del cilindro.

IV.3.1.2 Elementos y propiedades del material.

El eje se discretizó con elementos cuadráticos de 8 nodos del tipo “solid brick”8 nodes”, se escogió este elemento debido a sus propiedades de poder utilizarse para realizar análisis elastoplásticos en 3 dimensiones, el motivo de elegir este elemento y no uno de mayor orden y/o número de nodos fue con la finalidad de realizar un análisis ágil que permitiera encontrar resultados de manera óptima en cuanto a tiempo y precisión.

Para el material se utilizaron las propiedades del acero 1045, con un límite de fluencia de 420 MPa, y un módulo de elasticidad de 200 GPa, así mismo se declaró la regla de endurecimiento lineal, que es la que describe el comportamiento plástico perfecto del un material como el acero propuesto. En la Figura IV.3 se puede observar la gráfica que describe este comportamiento.

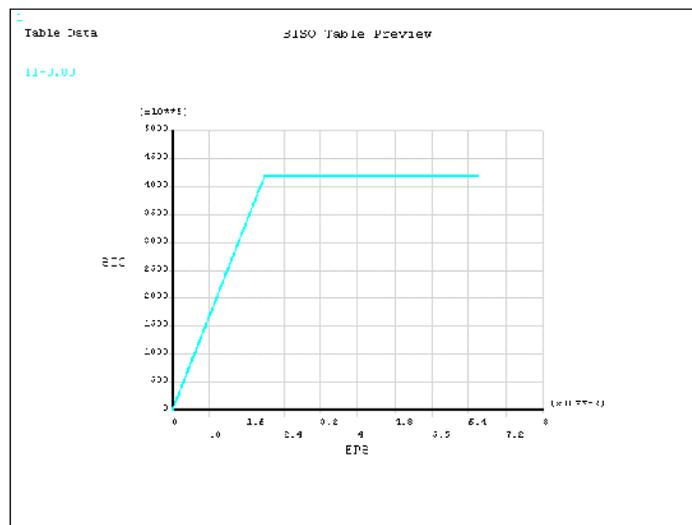


Figura IV.3 Diagrama correspondiente a la regla de endurecimiento.

IV.3.1.3 Mallado.

El mallado se realizó mapeado de forma controlada es decir los elementos son de tamaño uniforme y de forma uniforme sin deformaciones excesivas. Utilizando como referencia los keypoints y las líneas generadas al crear la geometría del elemento, dividiendo estos elementos con ayuda de software se generaron un número de 13560 nodos y de 3940 elementos orientados en la forma como se muestra la Figura IV.4.

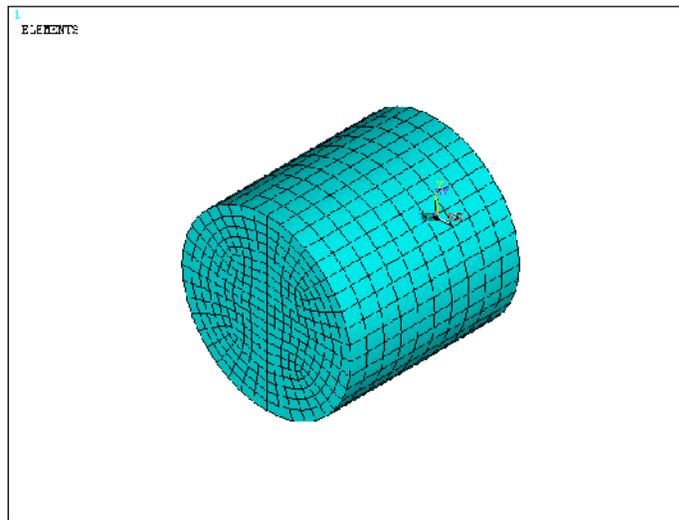


Figura IV.4 Cilindro mallado de forma controlada.

IV.3.1.4 Condiciones de frontera.

Al elemento le fue aplicada una restricción de movimiento en la cara mostrada en la Figura IV.5. Con el objeto que los elementos pertenecientes a esta cara no tuvieran movimiento en ninguna dirección, tal como ocurre en la realidad en el extremo empotrado en el tipo de problema que se abordó, para el caso de la carga se aplicó un par de 900 N-m a la cara mostrada en la Figura IV.5.

IV.3.1.5 Solución.

Con el objeto de analizar los esfuerzos residuales, el problema se resolvió en dos etapas, una etapa de carga en la cual se aplicó la carga de 900 N-m al elemento, y se resolvió el problema produciéndose una deformación plástica y un esfuerzo. En la Figura IV.6. Se muestran los resultados obtenidos en esta primera etapa codificados mediante colores.

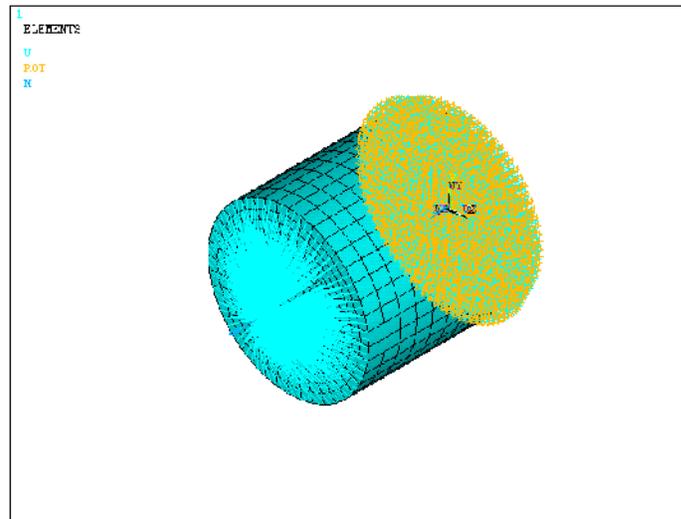


Figura IV.5 Condiciones de frontera para el cilindro sólido.

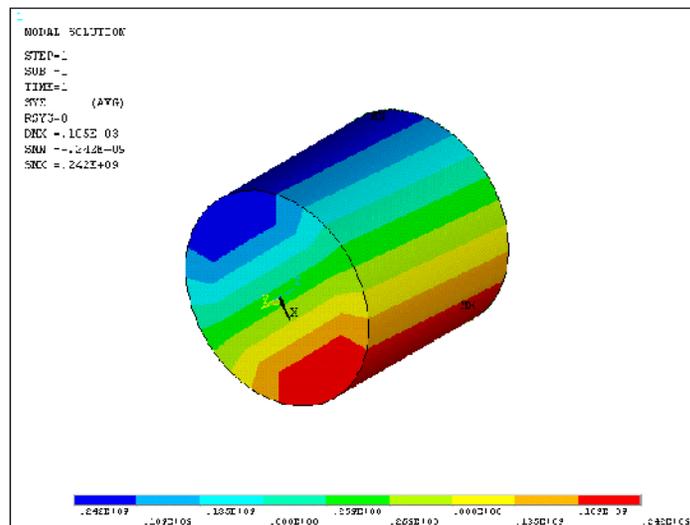
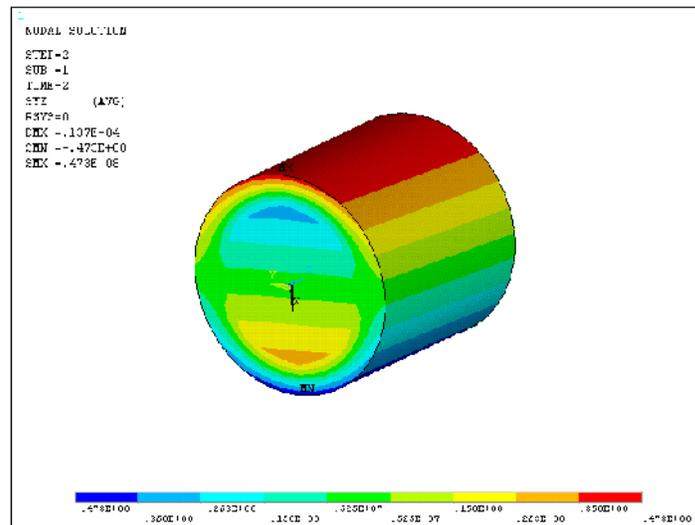


Figura IV.6 Campo de esfuerzos en la etapa de carga.

En la segunda etapa, se retiró la carga para de esta manera poder analizar el comportamiento una vez que se han producido una deformación plástica y un campo de esfuerzos residuales tal como ocurre en el problema que se utilizó como base, en la Figura IV.7 se pueden observar los resultados obtenidos.



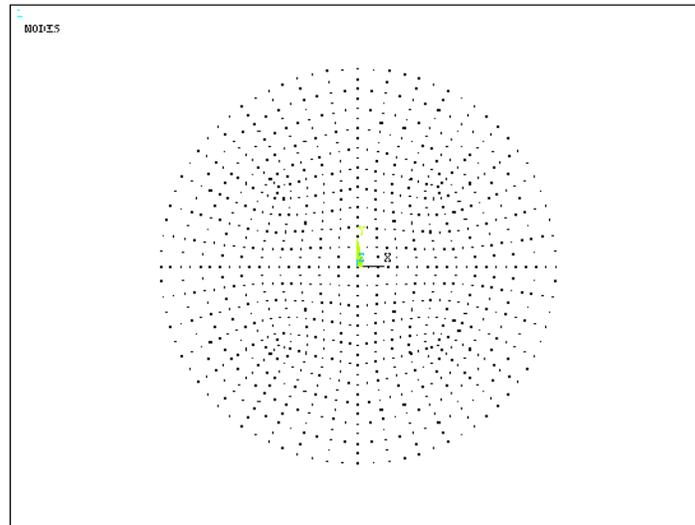


Figura IV.8 Nodos seleccionados para el análisis.

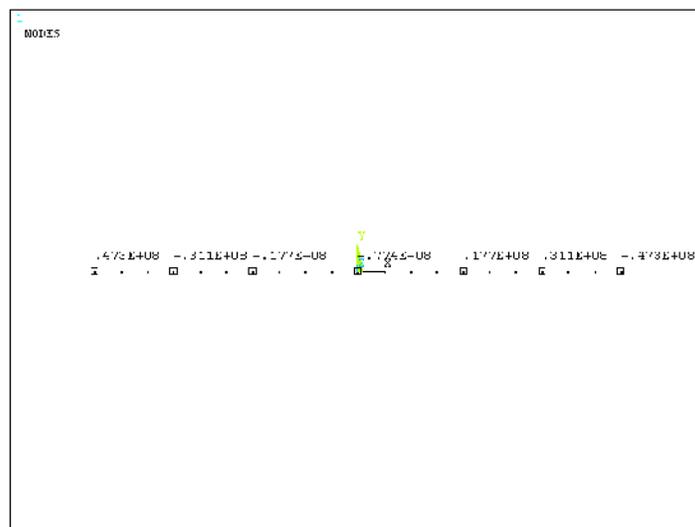


Figura IV.9 Nodos seleccionados con su correspondiente valor de esfuerzo.

Al graficar estos valores se obtiene el grafico mostrado en la Figura IV.10 el cual muestra una tendencia de los resultados prácticamente igual la que se obtiene de manera analítica en la grafica IV.11.c.

Tabla IV.1. Valores obtenidos de los nodos seleccionados para el análisis.

Radio (mm).	Esfuerzo residual (MPa).
12.5	-47.3
11.25	-20.9
10	8.5
8.75	31.1
7.5	26.6
6.25	22.2
5	17.7
3.75	13.3
2.5	8.9
1.25	4.4
0	0
-1.25	-4.4
-2.5	-8.9
-3.75	-13.3
-5	-17.7
-6.25	-22.2
-7.5	-26.6
-8.75	-31.1
-10	-8.5
-11.25	20.9
-12.5	47.3

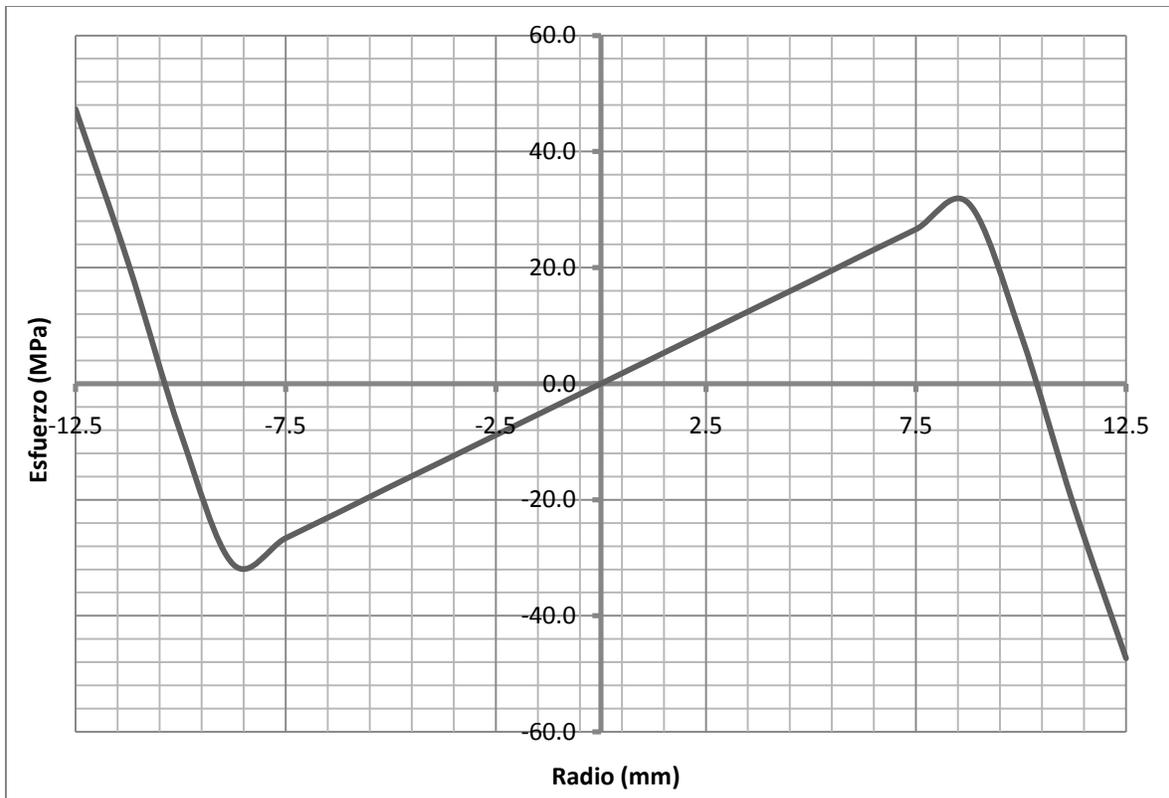


Figura IV.10 Grafica de valores encontrados en los nodos seleccionados.

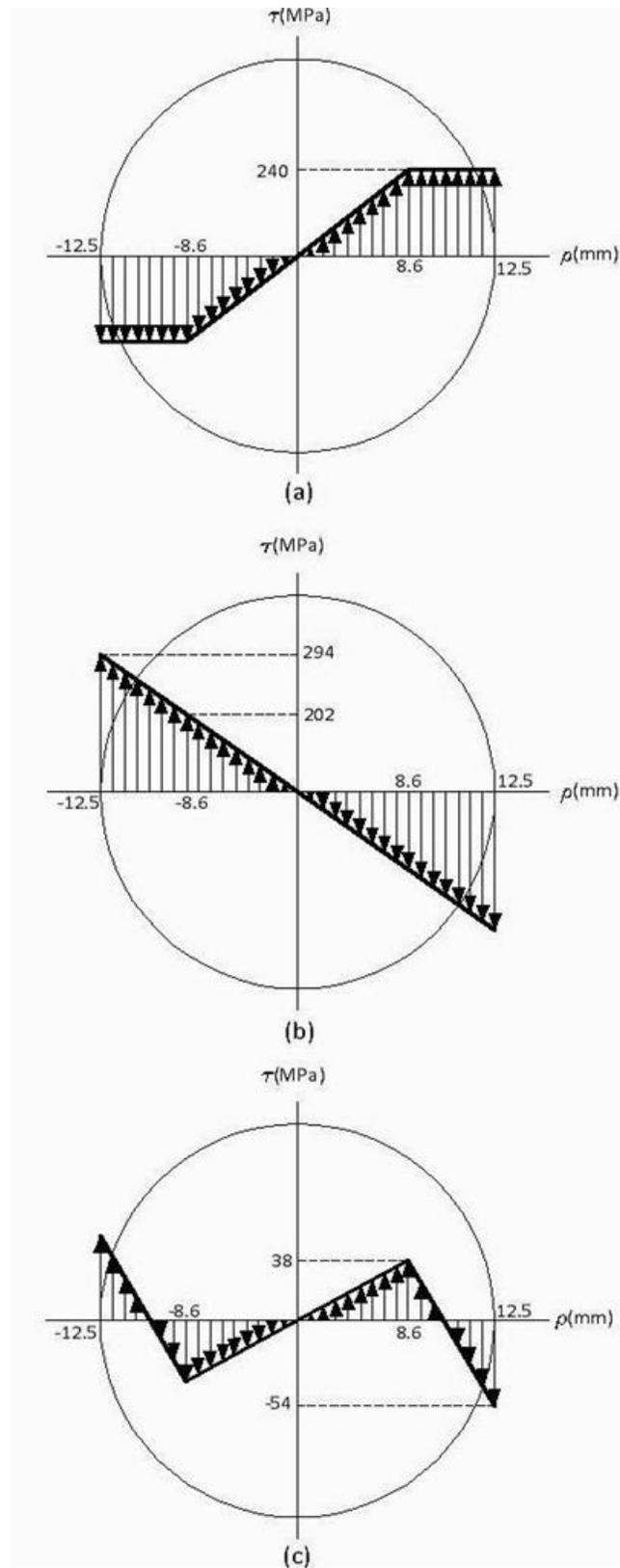


Figura IV.11 Diagrama de distribución de esfuerzos.

IV.3.2 Campo de esfuerzos residuales en cilindros huecos.

Los campos de esfuerzos residuales varían en los elementos de acuerdo a su geometría, para este trabajo de investigación interesa conocer cómo se comporta el campo en un eje hueco, con el objeto de observar y analizar las variaciones con respecto al eje sólido. Para el caso del cilindro hueco todo el proceso se hizo de la misma manera solo variando el modelado, ya que se tuvo que considerar la región hueca del cilindro, para los demás pasos el proceso fue el mismo.

IV.3.2.1 Modelado.

El modelado de este tipo de cilindro se realizó de igual manera que el cilindro sólido solamente considerando el diámetro interior del mismo. Posteriormente se dividió en 4 partes con el objeto de obtener “keypoints” y líneas para de esta forma poder trabajar sobre el mismo e igualmente que con el cilindro sólido las líneas generadas se dividieron en un número determinado de partes, como se ve en la figura IV.12 esto se realizó con el objeto de obtener una malla controlada y poder comparar resultados en diferentes partes del cilindro.

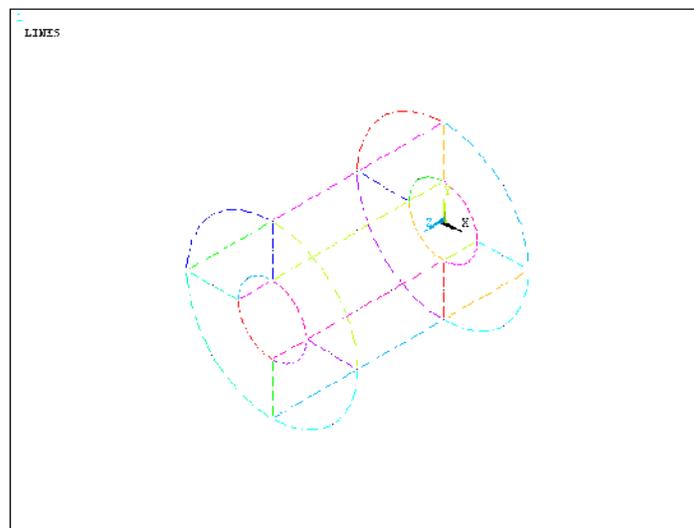


Figura IV.12 Líneas divididas en segmentos.

IV.3.2.2 Elementos y propiedades del material.

Los dos ejes se discretizaron con elementos cuadráticos de 8 nodos del tipo “solid brick”8 nodes”, el motivo de escoger este elemento ya se explicó anteriormente en la parte correspondiente al cilindro sólido, las mismas razones son aplicables al cilindro hueco.

Para el material también se utilizaron las propiedades del acero 1045, con un límite de fluencia de 420 MPa, y un módulo de elasticidad de 210 GPa, utilizando la misma regla de endurecimiento lineal.

IV.3.2.3 Mallado.

El mallado se realizó mapeado de forma controlada es decir los elementos son de tamaño uniforme y de forma uniforme sin deformaciones excesivas utilizando como referencia los keypoints y las líneas generadas al crear la geometría del elemento, dividiendo estos elementos con ayuda de software se generaron un número de 12570 nodos y de 3545 elementos orientados en la forma como se muestra la Figura IV.13.

IV.3.2.4 Condiciones de frontera.

De igual forma que al cilindro sólido al elemento le fue aplicada una restricción de movimiento en la cara mostrada en la figura IV.14, con el objeto que los elementos pertenecientes a esta cara no tuvieran movimiento en ninguna dirección, para el caso de la carga se aplicó un par de 835 N-m a la cara mostrada también en la Figura IV.14

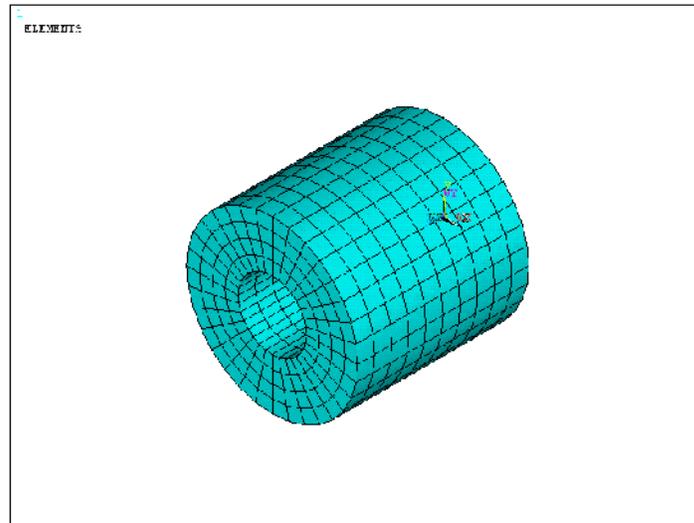


Figura IV.13 Cilindro hueco mallado de forma controlada.

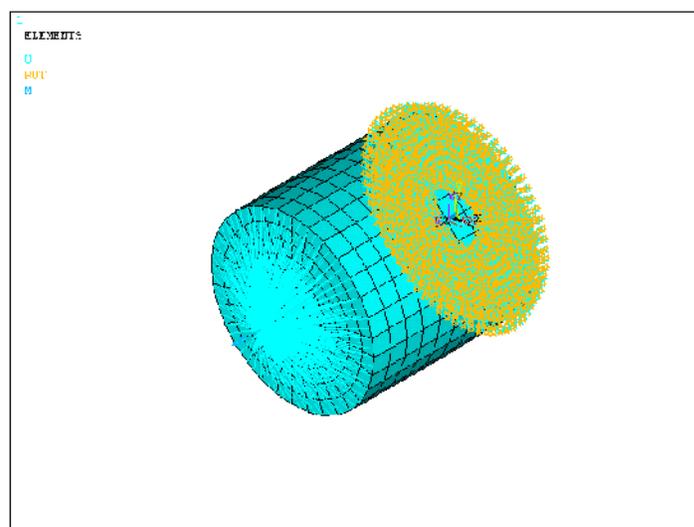


Figura IV.14 Condiciones de frontera para el cilindro hueco.

IV.3.2.5 Solución.

Así con el objetivo de analizar los esfuerzos residuales, el problema se resolvió en dos etapas, una etapa de carga en la cual se aplicó la carga de 835 N-m al elemento, y se resolvió el problema

produciéndose una deformación plástica y un esfuerzo correspondiente. En la Figura IV.15 se muestran los resultados obtenidos en esta primera etapa.

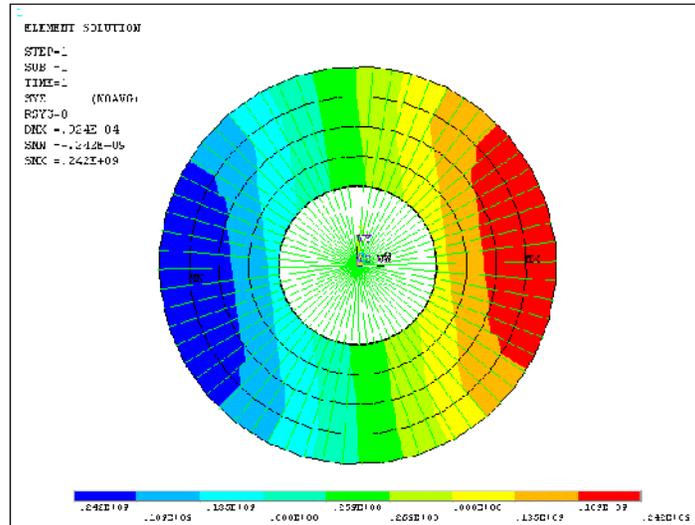


Figura IV.15 Resultados mostrados en código de colores de la primera etapa.

En la segunda etapa, se retiró la carga y se analizó el comportamiento. En la Figura IV.16 se pueden observar los resultados obtenidos.

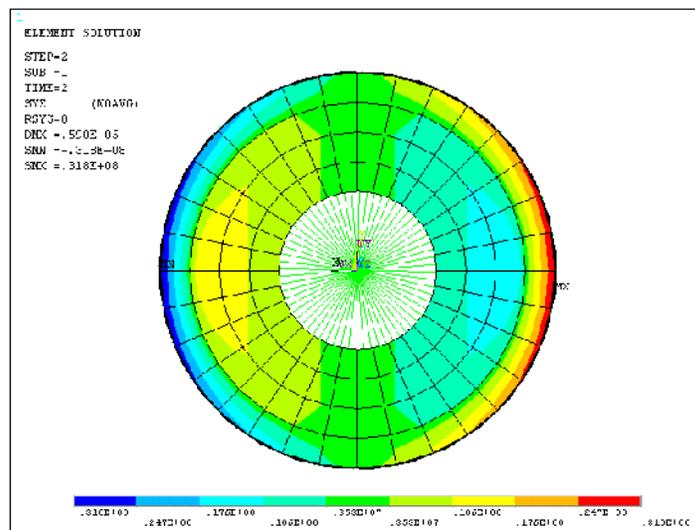


Figura IV.16 Resultado mostrados en código de colores de la segunda etapa.

IV.3.2.5 Análisis de resultados.

De igual forma que en el caso del cilindro sólido se realiza un análisis mas exhaustivo de los resultados indicando al programa que muestre ciertos nodos seleccionados tal como se ve en la figura IV.17 en este caso se escogieron nodos a lo largo del diámetro del eje con el objeto de analizar los resultados y su variación con respecto al diámetro del eje, algunos de estos valores se muestran en la Figura IV.18.

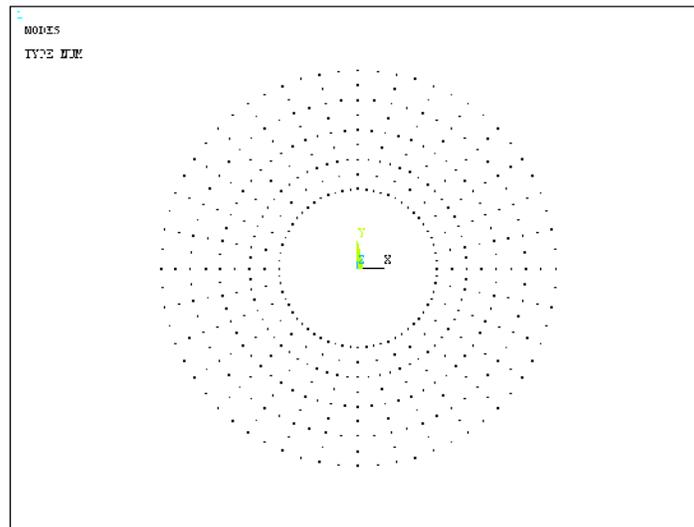


Figura IV.17 Nodos seleccionados para el análisis

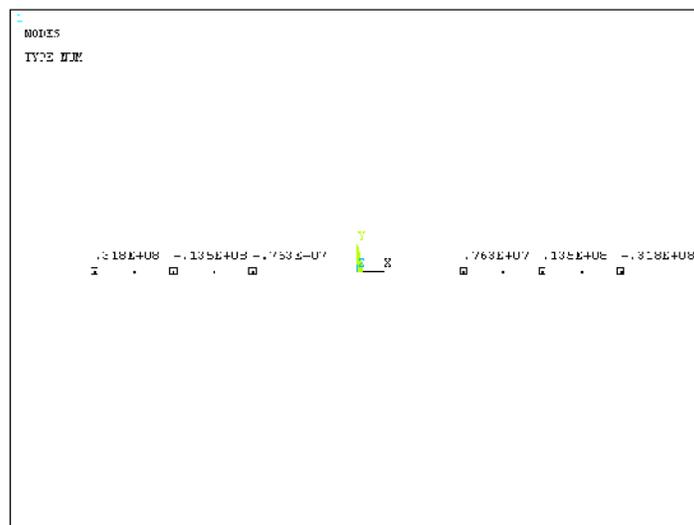


Figura IV.18 Nodos seleccionados con su correspondiente valor de esfuerzo.

La Tabla IV.2 muestra todos los valores seleccionados para el análisis.

Tabla IV.2. Valores obtenidos de los nodos seleccionados para el análisis.

Radio (mm).	Esfuerzo residual (MPa).
12.5	-31.8
10.625	5.1
8.7	13.5
6.87	10.5
5	7.6
0	0.0
-5	-7.6
-6.87	-10.5
-8.7	-13.5
-10.625	-5.1
-12.5	31.8

Al graficar estos valores se obtiene el grafico mostrado en la Figura IV.19 el cual muestra una tendencia de los resultados prácticamente igual que la encontrada analíticamente y mostrada en la Figura IV.20.c

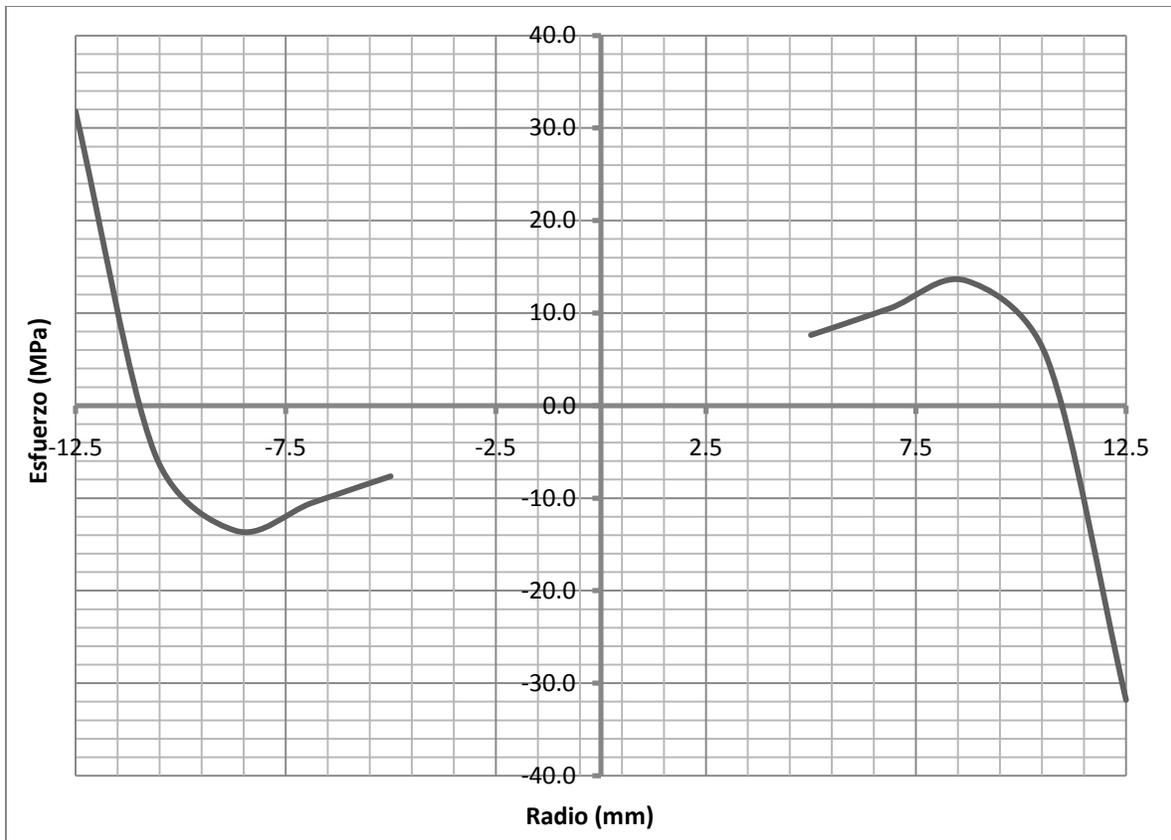


Figura IV.19 Grafica de valores encontrados en los nodos seleccionados.

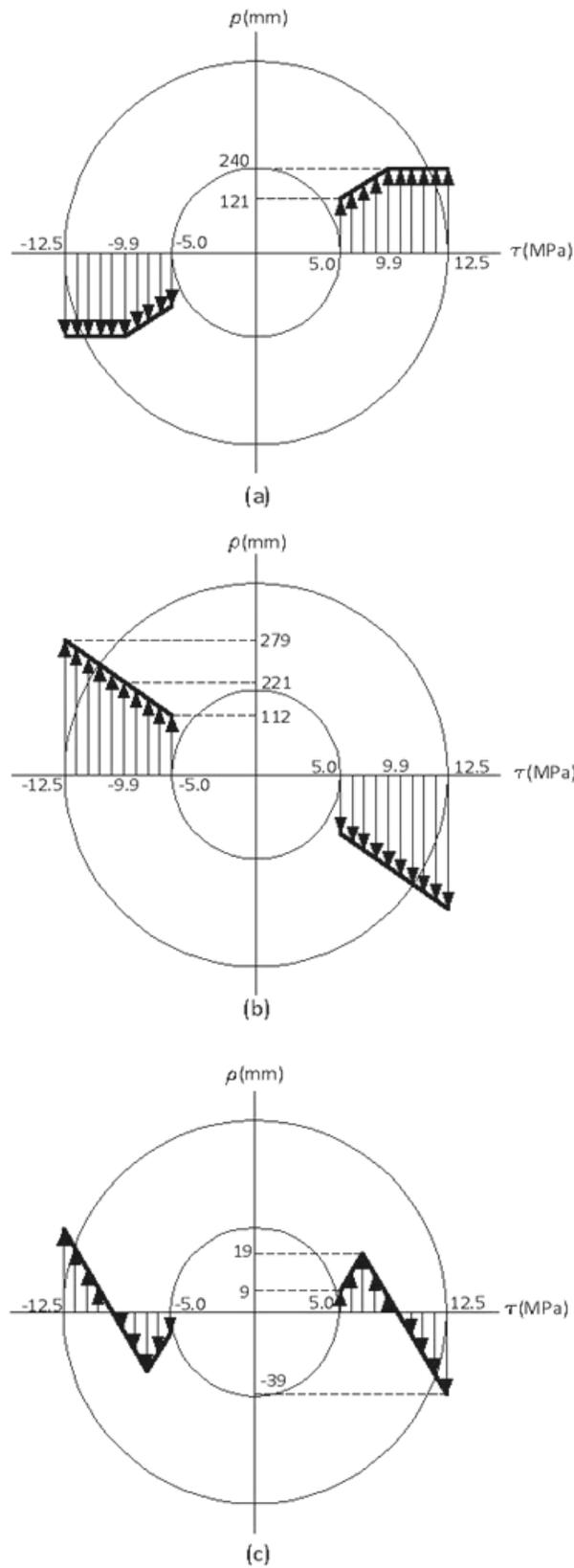


Figura IV.20 Diagrama de distribución de esfuerzos.

Al realizar un análisis comparativo de los resultados puede observarse en la Tabla IV.3 los valores de interés y su resultado por el método analítico y por el método numérico tanto para el caso del cilindro sólido y el cilindro hueco. Se observa una similitud aceptable en los valores obtenidos. Para el caso de los valores obtenidos por el análisis numérico estos pudieran tener mayor exactitud si se realizara un análisis con un número mayor de elementos, pero para el propósito de este trabajo de investigación los resultados se encuentran aceptables.

Esfuerzo residual en la superficie del eje (cilindro sólido).

Método Analítico: 54 Mpa.

Método de los elementos finitos: 47.3 MPa.

Esfuerzo residual en la superficie del eje (cilindro hueco).

Método Analítico: 39 Mpa.

Método de los elementos finitos: 31.8 MPa.

IV.4 Sumario.

El método de los elementos finitos es un método numérico utilizado para la solución de diversos problemas de ciencias e ingeniería, en este caso se analizó un problema propuesto consistente de un cilindro sometido a torsión pura utilizando un software para análisis por medio de elementos finitos y se observaron y compararon los resultados con los obtenidos de forma analítica encontrando una muy buena similitud entre los resultados.

IV.5 Referencias.

ANSYS, Version 10.0, *Standard user's manual*, 2005.

Roa G. *Introducción al modelamiento por elementos finitos con Ansys*. Departamento de Ingeniería Mecánica y Mecatrónica. Facultad de Ingeniería Universidad Nacional de Colombia Bogotá 2002.

Seegerlind, *Applied finite element analysis*. Ed. Jhon Wiley and Sons. Segunda edición, pp 3, 1984.

Zienkiewicz, O. *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*. Ed. Elsevier Butterworth-Heinemann. Sexta edición, pp 1-4, 2005.

Erdogan, M. *The finite element method in engineering and applications using ANSYS* Ed. Springer. Primera edición, pp 1-5, 2006.

Conclusiones.

Los esfuerzos residuales son esfuerzos que se presentan en múltiples situaciones en la manufactura, diseño y servicio de elementos mecánicos, son esfuerzos con características propias las cuales deben ser estudiadas ya que pueden ser de gran importancia puesto que ellos pueden ser perjudiciales al provocar una falla mecánica, o bien pueden ser aprovechados en beneficio del componente.

Para el caso de elementos cilíndricos sometidos a carga de torsión pura su análisis se realizó ya que el estudio de este tipo de casos es de importancia por el amplio uso de este tipo de elementos en el ámbito industrial, y por lo tanto de potencial importancia práctica.

El análisis de los esfuerzos residuales presenta peculiaridades ya que al formarse un campo de esfuerzos residuales estos no desaparecerán del elemento una vez retirada la carga, este campo de esfuerzos puede ser perjudicial ya que el elemento quedara pre esforzado en caso de que se presente un nuevo ciclo de carga.

El análisis por medio de la teoría de mecánica de sólidos demostró que un elemento al cual se le aplica una fuerza tal que supere el límite de cedencia del material y por tanto lo deforme provocara en este elemento un estado de esfuerzos residuales al retirar la carga, estos esfuerzos pueden ser perjudiciales o benéficos dependiendo de la aplicación posterior del elemento, el análisis por medio de la teoría de mecánica de sólidos ayuda a entender la forma en que estos esfuerzos se presentan, actúan y como pueden afectar o beneficiar al componente de análisis.

A su vez el análisis de esfuerzos residuales por medio del elemento finito sirvió como una validación del resultado obtenido por medio analíticos, ya que los resultados obtenidos fueron satisfactorios puesto que se obtuvieron resultados que muestran el mismo comportamiento a los obtenidos mediante el método analítico, con valores próximos a los

obtenidos mediante análisis analítico los cuales teniendo en cuenta las capacidades de equipo de computo y tiempo para este trabajo se consideran aceptables.

Es importante utilizar un método como el método de los elementos finitos, como un modelo de validación para los resultados, ya que con este se puede observar de forma desde otra perspectiva el comportamiento del elemento analizado, con lo que se tendrá una visión clara del estudio para posteriores etapas del mismo como puede ser la experimentación.