



**INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**  
**CENTRO INTERDISCIPLINARIO**  
**DE**  
**CIENCIAS MARINAS**



**Incertidumbre y Riesgo en Puntos de  
Referencia para el Manejo de la Pesquería  
de Abulón en la Península de Baja  
California, México**

**T E S I S**  
**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE**  
**MAESTRO EN CIENCIAS**  
**CON ESPECIALIDAD EN**  
**MANEJO DE RECURSOS MARINOS**

**PRESENTA**  
**BIOL. PEDRO SIERRA RODRIGUEZ**



**INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL**  
**COORDINACION GENERAL DE POSGRADO E INVESTIGACION**  
*ACTA DE REVISION DE TESIS*

En la Ciudad de La Paz, B.C.S., siendo las 13:00 horas del día \_\_\_\_\_ del mes de abril del 2004 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de Tesis designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de CICIMAR para examinar la tesis de grado titulada:

**“INCERTIDUMBRE Y RIESGO EN PUNTOS DE REFERENCIA PARA EL MANEJO DE LA PESQUERIA DE ABULON EN LA PENINSULA DE BAJA CALIFORNIA, MÉXICO”**

Presentada por el alumno:

**SIERRA**  
Apellido paterno

**RODRÍGUEZ**  
materno

**PEDRO**  
nombre(s)

Con registro: 

B	0	1	1	2	8	4
---	---	---	---	---	---	---

Aspirante al grado de:

**MAESTRO EN CIENCIAS CON ESPECIALIDAD EN MANEJO DE RECURSOS MARINOS**

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **SU APROBACION DE LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

**LA COMISION REVISORA**

Director de tesis  
PRIMER VOCAL

DR. FRANCISCO ARREGUIN SANCHEZ

PRESIDENTE

SECRETARIO

DR. DANIEL LLUCH BELDA

DR. CASIMIRO QUIÑONES VELAZQUEZ

SEGUNDO VOCAL

TERCER VOCAL

DR. VICTOR MANUEL GOMEZ MUÑOZ

DR. SERGIO ANTONIO GUZMAN DEL PROO

EL PRESIDENTE DEL COLEGIO

DR. FRANCISCO ARREGUIN SANCHEZ



**I. P. N.**  
**CICIMAR**  
**DIRECCION**



**INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL**  
**COORDINACION GENERAL DE POSGRADO E INVESTIGACION**

**CARTA CESIÓN DE DERECHOS**

En la Ciudad de La Paz, B.C.S., el día 16 del mes Junio del año 2004, el (la) que suscribe PEDRO SIERRA RODRIGUEZ alumno(a) del Programa de MAESTRÍA EN CIENCIAS CON ESPECIALIDAD EN MANEJO DE RECURSOS MARINOS con número de registro B011284 adscrito al CENTRO INTERDISCIPLINARIO DE CIENCIAS MARINAS manifiesta que es autor (a) intelectual del presente trabajo de tesis, bajo la dirección de: DR. FRANCISCO ARREGUÍN SÁNCHEZ y cede los derechos del trabajo titulado: "INCERTIDUMBRE Y RIESGO EN PUNTOS DE REFERENCIA PARA EL MANEJO DE LA PESQUERÍA DE ABULÓN EN LA PENÍNSULA DE BAJA CALIFORNIA, MÉXICO" al Instituto Politécnico Nacional, para su difusión con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección: psierrar@ipn.mx

Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

**PEDRO SIERRA RODRÍGUEZ**

*nombre y firma*

## **DEDICATORIA**

### **A mi Padre Víctor Sierra Rocha**

Fallecido mientras empezaba a escribir este trabajo. Muchas gracias por la formación que me inculcaste como persona, por haber tenido la suerte nacer a la orilla del mar y ser pescador contigo. Siempre te llevare conmigo.

### **A mi Madre Nohemí**

Por todo el sacrificio que hiciste cuando tuvimos que salir a la secundaria, porque no querías que me quedara de pescador. Pero me sigue gustando pescar.

### **A mi querida esposa Flor de María y mi pequeño Pedrito**

Gracias por el apoyo y la paciencia que siempre me has brindado en esta y todas las veces que hemos tenido que sacrificar tiempo familiar por hacer cosas como esta. Gracias Hijo por entender eso de “deja a Papá, esta haciendo la tarea”

**A dos personas muy estimadas y a las cuales les estaré siempre agradecido**

### **Antonio Díaz de León Corral y Pablo Arenas Fuentes**

Gracias a ambos por el apoyo y confianza que me dieron mientras colaboramos en el equipo de dirección del Instituto Nacional de La Pesca, porque siempre me impulsaron continuar con un proyecto como este.

**Pablo Arenas** me decía: “tienes que terminar tu formación”

**Antonio Díaz de León** me dijo la primera vez que lo conocí a: “tienes que irte a estudiar”

Bueno pues, me tardé un poco pero aquí está, ya di el primer paso.

## AGRADECIMIENTOS

Al Instituto Politécnico Nacional (IPN), en particular al Centro Interdisciplinario de Ciencias Marinas CICIMAR, por el apoyo brindado para realizar la maestría en ciencias.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT), al Programa Institucional de Formación de Investigadores (PIFI) por el soporte económico otorgado.

De manera muy especial mi agradecimiento al **Dr. Francisco Arreguín Sánchez** por la atinada dirección de este tesis, porque siempre encontré una respuesta que me despejaba las dudas que se acumulaban ante tanta incertidumbre. Muchas gracias Paco, por tu paciencia y amistad que siempre me has brindado

A una persona muy estimada por mi del proyecto abulón del CRIP La Paz: **Margarita Muciño Díaz** por el innumerable apoyo que siempre me has brindado, siempre amable y sonriente, siempre dispuesta a apoyarme en la realización de este proyecto, aunque eso implicar más trabajo para ti. Muchas gracias por tu apoyo y tu confianza Maggy.

A mis compañeros del proyecto abulón del CRIP La Paz: **Alfonso Vélez, José Turribiates y Miguel Ángel Reynecke**. Muchas gracias compañeros por comentarme de manera desinteresada su gran experiencia en la pesquería de abulón.

A mis asesores y revisores: Dr. **Daniel Lluch Belda**. Dr. **Casimiro Quiñónez Velásquez**, Dr. **Víctor Manuel Gómez Muñoz** y Dr. **Sergio Guzmán del Proo**. Gracias a todos por sus sugerencias que me ayudaron a mejor mucho este trabajo.

A mis amigos de la Maestría: Leonel Zavaleta, Erika Bistraín, Nicolás Álvarez, Irán, Raúl Díaz, Mario Salinas, Sylvian Jaume, Antonio Ocampo. Gracias por compartir su amistad.

## CONTENIDO

<b>GLOSARIO DE TÉRMINOS Y SIMBOLOS.....</b>	<b>i</b>
<b>LISTA DE TABLAS.....</b>	<b>vi</b>
<b>LISTA DE FIGURAS.....</b>	<b>vii</b>
<b>RESUMEN.....</b>	<b>xv</b>
<b>ABSTRAC.....</b>	<b>xv</b>
<b>1 INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>1</b>
<b>2 ANTECEDENTES.....</b>	<b>2</b>
<b>3 JUSTIFICACIÓN.....</b>	<b>3</b>
<b>4 OBJETIVOS.....</b>	<b>3</b>
<b>4.1 Objetivos generales</b>	<b>3</b>
<b>4.2 Objetivos particulares</b>	<b>3</b>
<b>5 MATERIALES Y MÉTODOS .....</b>	<b>4</b>
<b>5.1 Fuentes de información</b>	<b>4</b>
<b>5.2 Estado y productividad</b>	<b>5</b>
5.2.1 Modelos utilizados.....	7
5.2.2 Puntos de referencia: productividad y estado .....	17
5.2.3 Ajuste y estimación .....	20
5.2.4 Incertidumbre y riesgo.....	23
<b>5.3 Evaluación de alternativas de manejo</b>	<b>31</b>
5.3.1 Puntos de referencia en las alternativas de manejo .....	31
<b>6 RESULTADOS .....</b>	<b>34</b>
<b>6.1 Ajuste y estimación</b>	<b>34</b>
6.1.1 Modelo Logístico.....	34
6.1.2 Modelo Deriso-R .....	39
6.1.3 Confrontación de modelos: Logístico, Deriso-R y SCRR.....	42
<b>6.2 Incertidumbre y riesgo</b>	<b>45</b>

6.2.1	Modelo Logístico.....	45
6.2.2	Confrontación: Logístico, Deriso-R y SCRR.....	68
6.2.3	Promedio Bayesiano de modelos y actualización Bayesiana.....	77
<b>6.3</b>	<b>Exploración de alternativas de manejo</b>	<b>88</b>
6.3.1	Punto de Referencia Límite.....	89
6.3.2	Punto de Referencia Objetivo.....	98
<b>7</b>	<b>DISCUSION</b> .....	<b>100</b>
<b>7.1</b>	<b>Probabilidad: estadística clásica y estadística Bayesiana</b>	<b>101</b>
<b>7.2</b>	<b>Ajuste y estimación: enfoque frecuentista y enfoque Bayesiano</b>	<b>103</b>
7.2.1	Información previa.....	105
7.2.2	Alternativas de manejo.....	105
7.2.3	Algoritmos de aproximación a la distribución posterior.....	106
<b>8</b>	<b>CONCLUSIONES</b> .....	<b>106</b>
<b>9</b>	<b>RECOMEDACIONES</b> .....	<b>107</b>
<b>10</b>	<b>NECESIDADES DE INVESTIGACIÓN</b> .....	<b>107</b>
<b>11</b>	<b>LITERATURA</b> .....	<b>108</b>
<b>12</b>	<b>ANEXO I Derivación del teorema de Bayes: probabilidad previa, posterior conjunta y posterior predictiva</b> .....	<b>117</b>
12.1	Inferencia posterior	119

## GLOSARIO DE TÉRMINOS Y SIMBOLOS

- $\theta_i$ : Proceso o estado de la naturaleza, por ejemplo, el vector de los parámetros de un modelo poblacional, donde  $\theta_i$  es el *ith* elemento de  $\theta$ .
- Modelo poblacional: Representación abstracta de la dinámica de una población mediante ecuaciones matemáticas, capaces de generar predicciones sobre datos observados. El modelo no es la realidad, es sólo un prototipo que contiene ciertos eventos y situaciones que se consideran relevantes para los objetivos del modelo.
- Incertidumbre: Es el conocimiento incompleto de un estado o proceso de la naturaleza  $\theta$ .
- Riesgo  $\mathfrak{R}$ : Es la probabilidad de ocurrencia de un evento no deseado en un determinado tiempo.
- Análisis de riesgo: Procedimiento numérico mediante el cual estima la probabilidad del evento no deseado.
- PR: Punto de Referencia, valores convencionales derivados de modelos poblacionales que representan el estado de una pesquería o población. Se usan con fines de manejo.
- PRL: Punto de Referencia Límite, es el valor de un punto de referencia al cual no se desea llegar.
- PRO: Punto de Referencia Objetivo, es el valor de un punto de referencia al cual se desea llegar.
- $\mathfrak{R}_{PRL}$ : Riesgo sobre el punto de referencia límite.
- $\mathfrak{R}_{PRO}$ : Riesgo sobre el punto de referencia objetivo.
- $Q$ : Cantidades derivadas de modelos poblacionales (biomasa actual, producción excedente actual, biomasa proyectada) usadas con fines de manejo. Pueden formar parte de los puntos de referencia.

- $B$ : Biomasa de la población vulnerable (vulnerable al arte de pesca y disponible en la zona de pesca).
- $B_1$ : Biomasa inicial en cualquier modelo poblacional. Puede ser igual a  $B_0$  si antes del registro de datos de captura y esfuerzo la población no había sido aprovechada.
- $p$ : Parámetro auxiliar para estimar  $B_1$ ;  $p = B_1 / B_0 \therefore B_1 = p * B_0$
- $B_t$ : Biomasa de la población al tiempo  $t$ .
- $B_0$ : Es la biomasa máxima que puede alcanzar una población durante un cierto periodo de tiempo sin pesca, asumiendo condiciones ecológicas estables durante ese tiempo. No se refiere a la capacidad de carga del medio ambiente ( $K$ ).
- $B_{act}$ : Cantidad derivada de un modelo poblacional que se refiere a la biomasa de la población en el año actual.
- $B_{pem}$ : Cantidad derivada de un modelo poblacional que se refiere a la biomasa en la cual se genera la producción excedente máxima.
- $\xi$ : Cantidad derivada de un modelo poblacional que se refiere al Estado de salud de la población, definido por la razón  $B_{act} / B_{pem}$
- $\mathfrak{R}_\xi$ : Riesgo sobre el estado de salud  $\xi$ .
- Productividad: Cantidad de tejido orgánico elaborado en la población, definida como la tasa instantánea de producción de biomasa en función de  $B$ . También se conoce como productividad latente.
- $PE$ : Productividad acumulada del año  $t$  al año  $t+1$ ;  $PE = B_{t+1} - B_t$
- $PEM$ : Cantidad derivada de un modelo poblacional que se refiere a la Producción Excedente Máxima, generada cuando la biomasa es  $B_{pem}$
- $PEA$ : Cantidad derivada de un modelo poblacional que se refiere a la Producción Excedente Actual, generada cuando la biomasa es

$B_{act}$

$h$ : Tasa de aprovechamiento, definido como la proporción de biomasa que se extrae con fines de aprovechamiento.

$h_{pem}$ : Tasa de aprovechamiento máxima, es la proporción de biomasa correspondiente a la razón ( $= PEM / B_{pem}$ ).

$h_{act}$ : Tasa de aprovechamiento actual, es la proporción de biomasa correspondiente a la razón ( $= PEA / B_{act}$ ).

Modelos de retraso: Modelos que incorporan una función de retraso en el reclutamiento, definido como el tiempo transcurrido desde la eclosión hasta que se incorporan a la pesquería, bajo el supuesto de que los organismos que llegan a la edad de reclutamiento son 100 % vulnerables.

SCRR: Modelo *Logístico* con supervivencia, crecimiento y retraso en el reclutamiento.

$C_t$ : Captura en biomasa al tiempo  $t$

$r$ : Parámetro del modelo Logístico, se refiere a la tasa intrínseca de crecimiento poblacional.

$s$ : Parámetro poblacional, se refiere a la supervivencia a la mortalidad natural;  $s = \exp(-M)$ , donde  $M$  es la tasa instantánea de mortalidad natural.

$g_t$ : Factor de crecimiento en el modelo de retraso de Deriso

$$\text{(Deriso-R): } g_t = \frac{\alpha}{\bar{w}_t} + \rho$$

$\alpha$  y  $\rho$ : Parámetros de la ecuación de crecimiento en peso de Ford-Brody.

$\bar{w}_t$ : es el peso promedio a la edad  $t$ .

$N_t$ : Número de organismos en la población vulnerable al tiempo  $t$ .

$h_t$ : Tasa de aprovechamiento al tiempo  $t$ , ( $= C_t / B_t$ ).

- $R_0$ : Reclutamiento en número cuando la población en encuentra en  $B_0$ .
- $z$ : Parámetro de curvatura de la curva Stock-Reclutas. Es la proporción de reclutamiento respecto a  $R_0$  que se genera cuando la biomasa es el 20 %  $B_0$ .
- $R_t$ : Número de organismos reclutados a la  $t$ .
- $BR_t$ : Biomasa reclutada al tiempo  $t$ .
- $BR_0$ : Biomasa reclutada cuando la población en encuentra en  $B_0$ .
- $\bar{w}_0$ : Peso promedio cuando la población en encuentra en  $B_0$ .
- $L(datos|\theta)$ : Verosimilitud de los datos observados dado los parámetros  $\theta$ . Indica que tan creíbles son los datos observados dado que un vector  $\theta_i$  pueda ser cierto.
- $ML$ : Máximo de la función de verosimilitud  $L$ .
- $\theta_i^{ML}$ : Valor del parámetro  $\theta_i$  donde se maximiza la función  $L$ .  
Ejemplo:  $B_0^{ML}$ ,  $r^{ML}$ .
- $E[X]$ : Valor esperado de  $X$  en una distribución de probabilidad, donde  $X$  puede ser cualquier  $\theta$ ,  $Q$  o PR.
- $\sigma_i$ : Desviación estándar de la incertidumbre de observación.
- $negLogL(datos|\theta)$  Verosimilitud log-negativa de los datos dado  $\theta$
- AIC: Akaike Information Criterion. Un método frecuentista para comparar cuantitativamente modelos con diferente número de parámetros.
- $P(\theta | datos)$ : Probabilidad posterior de  $\theta$  dado los datos. Se denomina también como probabilidad posterior o probabilidad Bayesiana.
- $P(\theta)$ : Probabilidad previa de  $\theta$ .
- $U(a,b)$ : Distribución uniforme entre  $a$  y  $b$ .
- $N(\mu,\sigma)$ : Distribución normal con media  $\mu$  y desviación estándar  $\sigma$ .
- $Lognormal(m,\sigma)$ : Distribución lognormal con mediana  $m$  y desviación estándar  $\sigma$  del LN(x). El valor es aproximado al coeficiente de variación de x)
- SIR: Algoritmo numérico tipo Monte Carlo que permite aproximar la distribución posterior de probabilidad para modelos con  $n$

parámetros. Consiste de dos fases: muestreo y re-muestreo con importancia.

**MCMC:** Markov Chain Monte Carlo. Algoritmo numérico tipo Monte Carlo que permite aproximar la distribución posterior de probabilidad para modelos con  $n$  parámetros. Crea una trayectoria aleatoria en el espacio de muestreo de  $\theta$ , donde cada  $\theta_i$  depende del valor anterior  $\theta_{i-1}$ . Al final crea una *cadena de Markov* que converge hacia la distribución posterior de probabilidad.

$\theta_o$  : Vector que inicia la cadena en el algoritmo MCMC.

$\theta^c$  : Vector candidato en generado en el algoritmo MCMC.

$P(Q|\theta, \text{datos})$ : Probabilidad posterior de una cantidad derivada  $Q$ , condicionada a la distribución posterior de  $\theta$  y los datos.

$P(B_{\text{proy}}|\theta, B_{\text{obs}})$ : Probabilidad de la biomasa proyectada  $B_{\text{proy}}$  condicionada a la distribución posterior de  $\theta$  y los datos.

## LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Solución analítica para los puntos de referencia asociados con la productividad máxima ( $B_{pem}$ , $PEM$ y $h_{pem}$ ).....	18
Tabla 2. Ubicación del estado de salud de acuerdo a la posición relativa de la biomasa actual respecto a la biomasa que genera la producción excedente máxima.....	18
Tabla 3. Estructura del arreglo matricial generado en la simulación posterior de las cantidades derivadas que definen el estado y la productividad del abulón (Adaptado de Gelman <i>et. al</i> 1995: 21).....	30
Tabla 4. Valores de los parámetros, negLogL y Criterio de Información de Akaike (AIC) para los modelos Logístico, Deriso-R y CSR ajustados a los datos de biomasa de abulón azul en la zona de Bahía Tortugas. Biológicamente el valor de $z$ no puede ser mayor de 1, pero se reporta así para comparar los modelos con criterio ACI el cual requiere el valor de la función negLogL que minimiza el ajuste a los datos. ....	44
Tabla 5. Valor esperado $E[\theta]$ , desviación estándar ( $\sigma$ ), moda y coeficiente de variación (c.v) para los parámetros del modelo Logístico ajustado a los datos de biomasa de abulon azul en la zona de Bahía Tortugas, estimados con la variante (a) y (b) para estimar $B_1$ . Todos los cálculos se realizaron con 300, 000 simulaciones del algoritmo SIR.....	60
Tabla 6. Valor esperado $E[Q]$ , desviación estándar ( $\sigma$ ), moda y coeficiente de variación (c.v) de las siete cantidades de manejo estimadas a partir de la simulación posterior usando la secuencia $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_i, \dots, \theta_n$ que representa la distribución posterior de los parámetros del modelo Logístico ( $\theta_i = Bo_i, r_i, B_{1i}, p$ ). ....	63
Tabla 7. Valor esperado $E[Q]$ , desviación estándar ( $\sigma$ ), moda y coeficiente de variación (c.v) de las siete cantidades de manejo actualizada con $P(Bo) \sim Lognormal(1380,0.50)$ y $P(B_1) \sim Lognormal(460,0.15)$ en los modelos Logístico, Deriso-R y SCRR.....	88

## LISTA DE FIGURAS

- Figura 1. El modelo y la realidad en las poblaciones de abulón. Adaptado de Gilchrist (1984: 9)..... 8
- Figura 2. Representación conceptual del prototipo con los procesos básicos extrínsecos (captura) e intrínsecos (crecimiento) que modelan los cambios en la población de abulón estudiada. En otras zonas este esquema de recorre hacia adelante. La captura ocurre durante la mitad del tiempo por lo que la producción excedente podría ser no ser una función de  $B_t$  (ver texto)..... 9
- Figura 3. Perfil de verosimilitud para los parámetros del modelo dinámico de biomasa ajustado a los datos de biomasa de abulón azul en la zona de Bahía Tortugas, B.C.S. Las líneas verticales en cada gráfica indican los valores de los parámetros donde se maximiza el ajuste del modelo a los datos..... 35
- Figura 4. Ajuste del modelo dinámico de biomasa a los datos de biomasa de abulón azul en la zona de Bahía Tortugas, B.C.S. Las líneas alrededor de los datos observados se generaron con los perfiles de verosimilitud sobre  $p$  entre 0.2 y 3.0. La línea mas gruesa representa mejor ajuste, obtenido cuando  $p^{ML}=0.772$ .  $B_{pem}$  es la biomasa que genera la producción excedente con la mejor combinación de parámetros ..... 35
- Figura 5. Relaciones entre los valores de los parámetros del modelo Logístico ajustado a los datos de biomasa de abulón azul en la zona de Bahía Tortugas, B.C.S. Cada punto en la curva de  $B_0$  y  $r$  indica el mejor ajuste posible con diferentes valores de  $p$ , desde 0.2 a 3.0. El punto claro en la curva señala la mejor combinación con los tres parámetros. La línea horizontal en (a) y (b) indican el menor y mayor valor posible para  $B_0$  y  $r$  respectivamente. .... 36
- Figura 6. Confrontación de los perfiles de verosimilitud de  $B_0$  y  $r$  con y sin  $p$  con el modelo dinámico de biomasa ajustado a los datos de biomasa de abulón azul en la zona de Bahía Tortugas, Vds. .... 37
- Figura 7. Ajuste del modelo Logístico a los datos de biomasa de abulón azul en la zona de Bahía Tortugas, B.C.S. Las líneas alrededor de los datos observados se generaron con los perfiles de verosimilitud sobre  $B_0$  entre 800 y 1400

- manteniendo fijo  $p^{ML} = 0.772$ . La línea mas gruesa representa mejor ajuste, obtenido cuando  $Bo^{ML} = 1068$ .  $Bpem$  es la biomasa que genera la producción excedente con la mejor combinación de parámetro. Al final de las curvas de biomasa se presenta el perfil de  $Bo$  ..... 38
- Figura 8. Ajuste del modelo Deriso-R a los datos de biomasa de abulón azul en la zona de Bahía Tortugas. B.C.S. Las líneas alrededor de los datos observados se generaron con los perfiles de verosimilitud sobre  $p$  entre 0.1 y 1.1. La línea mas gruesa representa mejor ajuste, obtenido cuando  $p^{ML} = 0.4$ ..... 39
- Figura 9. Tendencia de las correlaciones observadas entre los parámetros del modelo Deriso-R perfilando sobre  $p$  entre 0.1 y 1.1. Los círculos indican la combinación con el mejor ajuste. .... 40
- Figura 10. Ajuste del modelo Deriso-R a los datos de biomasa de abulón azul en la zona de Bahía Tortugas, B.C.S. Las líneas alrededor de los datos observados se generaron con dos opciones de perfiles de verosimilitud: (a) se fijó  $p^{ML} = 0.4$  y se perfiló sobre  $Bo$  entre 1800 y 7500, y (b) se eliminó  $p$  y se perfiló sobre  $B_1$  entre 600 y 3100..... 41
- Figura 11. Tendencia de las correlaciones observadas entre los parámetros del modelo Deriso-R perfilando sobre  $B_1$  entre 600 y 3100. Con esta opción  $B_1$  es independiente de  $Bo$  y se elimina  $p$ . Para fines de comparación en (d), (e) y (f) se agregó la tendencia de las correlaciones cuando  $B_1$  se calcula como una proporción de  $Bo$  (líneas delgadas, obtenidas de la Figura 9)..... 42
- Figura 12. Ajuste del modelo Logístico, Deriso-R y SCRR a las biomazas observadas de abulón azul en la zona concesionada a la S.C.P.P “Bahía Tortugas”. Las proyecciones a partir de 2003 simulan el crecimiento de la biomasa sin pesca. La línea vertical representa la biomasa que genera la producción excedente máxima. 43
- Figura 13. Distribución posterior marginal de los parámetros del modelo dinámico de biomasa (b), (c) y (d) obtenidos a partir de la distribución posterior conjunta generada con el algoritmo MCMC..... 50

- Figura 14. Convergencia de la cadena  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_i, \dots, \theta_n$  hacia la distribución posterior conjunta de  $B_0$  y  $r$  generada con 1000 repeticiones del algoritmo Metrópolis (Gelman et al. 1995). La cadena se inició desde dos combinaciones extremas: (a)  $B_0=1000, r=0.1$ ; (b)  $B_0=2500, r=0.4$ ..... 51
- Figura 15. Convergencia de  $B_0$  y  $p$  hacia la distribución posterior conjunta generada con 50,000 repeticiones del algoritmo Metrópolis (Gelman, et al. 1995). Solo se presentan 1000 valores de  $B_0$  y  $p$  muestreados de la secuencia  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_i, \dots, \theta_n$  en intervalos de 50..... 51
- Figura 16. Distribución posterior de probabilidad para tres parámetros del modelo Logístico obtenidas con los métodos SIR y MCMC a 1000, 10,000, 20,000 y 50,000 repeticiones. Cada parámetro se integró en 20 clases..... 52
- Figura 17. Confrontación de los tiempos de simulación de los algoritmos SIR y MCMC (algoritmo Metrópolis: Gelman *et al* 1995) implementados para aproximar la distribución posterior de probabilidad de los parámetros del modelo Logístico. ... 53
- Figura 18. Distribución posterior de probabilidad para tres parámetros del modelo Logístico obtenidas con los métodos SIR (50,000 repeticiones) y MCMC (20,000) repeticiones. Cada parámetro se integró en 20 clases..... 53
- Figura 19. Exploración sobre el posible intervalo de la biomasa inicial  $B_1$  en el abulón azul en la zona de Bahía Tortugas estimado con diferentes valores de tasa de aprovechamiento..... 57
- Figura 20. Distribución de probabilidad posterior de los parámetros del modelo Logístico ajustado a los datos de biomasa de abulón azul en la zona de Bahía Tortugas. B.C.S. Las letras entre paréntesis que identifican las series indican la variante para estimar  $B_1$ : (a) como una proporción de  $B_0$ , y (b) a partir de una distribución previa independiente de  $B_0$  y de los datos..... 59
- Figura 21. Distribución posterior conjunta de los parámetros  $B_0$  y  $r$  del modelo Logístico ajustado a los datos de biomasa de abulón azul en la zona de Bahía Tortugas. B.C.S. En cada figura se presentan 5000 re-muestrados con el algoritmo SIR: (a) como una proporción de  $B_0$ , (b) como una proporción de  $B_0$ ,  $p$  fijo (=

$p^{ML}$ ), y (c) a partir de una distribución previa normal, independiente de  $B_0$  y de los datos..... 61

Figura 22. Distribución de probabilidad posterior para seis de las siete cantidades derivadas ( $Q$ ) de interés para el manejo, estimadas a partir de la secuencia  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_i, \dots, \theta_n$  obtenidas con el algoritmo MCMC. (a) Biomasa actual (2003), (b) Producción Excedente Actual, (c), Biomasa que genera la Producción Excedente Máxima, (d) Producción Excedente Máxima, (e) Estado del recurso, (f) tasa de aprovechamiento para obtener la PEA. No se presenta  $h_{pem}$  para no saturar la gráfica pero los estadísticos se consultan en la Tabla 6. .... 62

Figura 23. Estimación de la biomasa de abulón azul en la zona de Bahía Tortugas a partir del coeficiente de capturabilidad estimado durante el período 1990-1992 usando datos de kg/día/equipo y captura. .... 64

Figura 24. Ajuste del modelo logístico a tres opciones de índices de biomasa. (a) Ajuste a biomazas absolutas y (b) ajuste al índice de biomasa kg/día/equipo de 1984 a 1992. Las líneas horizontales en (a) representan el valor de  $B_{pem}$  cuando se minimiza la función  $-LogL$ . La superior corresponde al ajuste con la opción (ii) y la inferior a la opción (i) ..... 66

Figura 25. Comparación de la distribución posterior de probabilidad para  $B_0$  y  $B_1$  obtenidas con el modelo Logístico con cuatro opciones para estimar  $B_1$ . .... 67

Figura 26. Tendencia de las correlaciones observadas entre los parámetros del modelo Deriso-R generada con 50,000 simulaciones del algoritmo MCMC. Solo se consideró información previa en  $z$ , restringida a un distribución uniforme entre 0.2 y 1.0..... 69

Figura 27. Comparación de la distribución posterior de probabilidad de  $B_0$  y  $B_1$  obtenidas con los modelos Logístico, Deriso-R y SCRR con tres opciones para estimar  $B_1$ : (a3), en la que  $B_1 = pB_0$ , con  $p \sim U(0,1)$ ; (b1), en la que  $B_1 \sim U(400,800)$  y (ii) en la que se usa el índice de abundancia kg/día/equipo como información auxiliar, sin restricción en  $B_1$ . .... 72

Figura 28. Comparación de la distribución posterior de probabilidad para  $B_{pem}$  y  $\xi$  obtenidas con los modelos Logístico, Deriso-R y SCRR con tres opciones para estimar  $B_1$ : (a3), en la que  $B_1 = pBo$ , con  $p \sim U(0,1)$ ; (b1), en la que  $B_1 \sim U(400,800)$  y (ii) en la que se usa el índice de abundancia kg/día/equipo como información auxiliar, sin restricción en  $B_1$ . El recuadro indica la zona de riesgo sobre el estado no deseado. .... 73

Figura 29. Comparación de la distribución de probabilidad posterior de la producción excedente actual y máxima ( $PEA$  y  $PEM$ ) obtenidas con los modelos Logístico, Deriso-R y SCRR con tres opciones para estimar  $B_1$ : (a3), en la que  $B_1 = pBo$ , con  $p = U(0,1)$ ; (b1), en la que  $B_1 = U(400,800)$  y (ii) en la que se usa el índice de abundancia kg/día/equipo como información auxiliar, sin restricción en  $B_1$  ..... 74

Figura 30. Curvas de biomasa en equilibrio  $B_e$  y producción excedente en equilibrio  $PE_e$  con los dos modelos de retraso. La línea vertical gruesa indica el valor esperado de la biomasa actual. Las curvas representan el mejor ajuste fijando  $Bo$  en 2000, 2500, ..., 5000 t y variando  $B_1$  y  $s$  hasta obtener el mejor ajuste.  $z$  se mantuvo fijo para evitar que tomara valores mayores que 1. En el modelo SCRR la producción excedente máxima se obtuvo analíticamente con las ecuaciones de la Tabla 1. En el modelo Deriso-R se usó la ecuación 21 para calcular la curva de producción excedente en equilibrio de la cual se estimó  $B_{pem}$  y  $PEM$  mediante la solución numérica de  $\partial PE / \partial h = 0$  ..... 75

Figura 31. Comparación de la distribución de probabilidad posterior de la tasa de aprovechamiento actual y máxima ( $h_{act}$  y  $h_{max}$ ) obtenidas con los modelos Logístico, Deriso-R y SCRR con tres opciones para estimar  $B_1$ : (a3), en la que  $B_1 \sim pBo$ , con  $p \sim U(0,1)$ ; (b1), en la que  $B_1 = U(400,800)$  y (ii) en la que se usa el índice de abundancia kg/día/equipo como información auxiliar, sin restricción en  $B_1$  ..... 77

Figura 32. Curva teórica de biomasa generada con el modelo Logístico del cual se conocen sus parámetros 'reales' ( $Bo = 1000$ ,  $r = 0.3$ ). Los puntos claros representan

- observaciones de biomasa con distribución lognormal alrededor de la trayectoria determinística. Ver texto para detalles sobre los datos disponibles. .... 79
- Figura 33. Ajuste de los modelos Logístico, Deriso-R y SCRR a observaciones de biomasa con distribución lognormal alrededor de la trayectoria determinística del modelo Logístico ( $B_0=1000$ ,  $r=0.3$ ). a) Ajuste a una situación en la que el azar hace que el primer punto observado sea mayor que el ‘real’, b) ajuste a una situación donde el primer punto se distribuye cerca del valor ‘real’. .... 80
- Figura 34. Distribución posterior de probabilidad de  $B_0$  y  $B_1$  obtenidas con los modelos Logístico, Deriso-R y SCRR ajustados a los datos de biomasa teóricos con distribución lognormal alrededor de la trayectoria determinística del modelo Logístico ( $B_0=1000$ ,  $r=0.3$ ) ..... 81
- Figura 35. Actualización Bayesiana de  $B_0$  y  $B_1$ . a y b): distribución posterior de probabilidad de  $B_0$  y  $B_1$  obtenidas mediante el promedio de los modelos Logístico, Deriso-R y SCRR. A cada distribución posterior promedio se le ajustó una distribución Lognormal ( $m, \sigma$ ), donde  $m$  es la mediana y  $\sigma$  es la desviación estándar de  $\text{LN}(\theta)$ . c y d): actualización de la distribución de probabilidad posterior de  $B_0$  y  $B_1$  con los tres modelos usando como previas conjugadas  $P(B_0) \sim \text{Lognormal}(1380, 0.50)$  y  $P(B_1) \sim \text{Lognormal}(460, 0.15)$ . En  $B_0$  y en  $B_1$  se incluyó el promedio de la distribución posterior de probabilidad de los tres modelos (promedio  $M_k$ )..... 83
- Figura 36. Distribución posterior de probabilidad de la tasa intrínseca de crecimiento  $r$  actualizada con  $P(B_0) \sim \text{Lognormal}(1380, 0.50)$  y  $P(B_1) \sim \text{Lognormal}(460, 0.15)$ . ..... 84
- Figura 37. Distribución posterior de probabilidad de  $z$  y  $s$  actualizada con  $P(B_0) \sim \text{Lognormal}(1380, 0.50)$  y  $P(B_1) \sim \text{Lognormal}(460, 0.15)$  en los modelos Logístico, Deriso-R y SCRR. En el modelo Deriso-R  $s$  se refiere a supervivencia a la mortalidad natural y en modelo SCRR representa un efecto combinado de la supervivencia y el crecimiento en peso. En ambos modelos  $z$  tiene el mismo concepto. .... 85

- Figura 38. Distribución posterior de probabilidad de  $B_{pem}$  y  $\xi$  actualizada con  $P(B_0) \sim Lognormal(1380,0.50)$  y  $P(B_1) \sim Lognormal(460,0.15)$  en los modelos Logístico, Deriso-R y SCRR..... 86
- Figura 39. Distribución posterior de probabilidad de  $PEA$  y  $PEM$  actualizada con  $P(B_0) \sim Lognormal(1380,0.50)$  y  $P(B_1) \sim Lognormal(460,0.15)$  en los modelos Logístico, Deriso-R y SCRR..... 87
- Figura 40. Distribución posterior de probabilidad de  $h_{act}$  y  $h_{pem}$  actualizada con  $P(B_0) \sim Lognormal(1380,0.50)$  y  $P(B_1) \sim Lognormal(460,0.15)$  en los modelos Logístico, Deriso-R y SCRR..... 87
- Figura 41. Proyección determinística de la biomasa de abulón azul en la zona de Bahía Tortugas, B.C.S. con los modelos Logístico, Deriso-R y SCRR..... 89
- Figura 42. Proyección probabilística de la biomasa de abulón azul en la zona de Bahía Tortugas a partir de 2004 con los modelos Logístico, Deriso-R y SCRR con cuatro alternativas de cuota: en las tres figuras de arriba (a, b y c) la biomasa se proyectó sin cuota y en las tres de abajo (d, e y f) las proyecciones se realizaron con 40 t. El área sombreada indica los percentiles al 5 y 95 % de la distribución de probabilidad posterior de la biomasa en cada año, obtenidas con 500,00 repeticiones del algoritmo MCMC. La línea continua en medio de esta área es el mejor ajuste de los modelos a los datos. En el panel superior las líneas punteadas representan los percentiles al 05 % y al 95 % de de la biomasa que genera la producción excedente máxima. En el resto de los paneles las líneas punteadas representan los percentiles al 05 % y al 95 % de de la biomasa actual. En los tres modelos  $B_0 = 1380$  y  $B_1 = 460$ . Las otras dos opciones se presentan en la siguiente página..... 91
- Figura 43. Incertidumbre y riesgo en el Punto de Referencia Límite con los modelos Logístico, Deriso-R y SCCR. La biomasa límite es 2004, con proyecciones a los años 2006, 2008 y 2010. En cada figura  $B_{t+n}^c$  se refiere a  $B_{2006}^c$ ,  $B_{2008}^c$ ,  $B_{2010}^c$  respectivamente. En a) se agrupan las proyecciones con 40 t y en b) las proyecciones con 90 t. Los números en cada grafica se refieren el valor del área sombreada, la cual indica la probabilidad de que  $B_{t+n}^c/B_{2004}$  sea menor que 1, es decir; el riesgo de que la biomasa proyectada sea menor que la biomasa límite. En

todos los casos el eje “y” tiene la misma escala por lo que las curvas pueden ser comparadas visualmente en términos de incertidumbre: entre más aplanada más incierta. En cada modelo la proyección se realizó con la distribución posterior de probabilidad de  $\theta$  aproximada con 500,000 repeticiones del algoritmo MCMC.... 94

Figura 44. Análisis de riesgo sobre el Punto de Referencia Límite con diferentes alternativas de cuotas de captura con los modelos Logístico, Deriso-R y SCCR. Los riesgos representan la probabilidad de que la biomasa proyectada al 2006 sea menor que la biomasa en el 2004..... 95

Figura 45. Valor Esperado del Punto de Referencia Límite con diferentes alternativas de cuotas de captura con los modelos Logístico, Deriso-R, SCCR y el promedio de los tres modelos. Las líneas diagonales representan la proporción de incremento de la biomasa en 2006 respecto a la biomasa en el 2004..... 97

Figura 46. Exploración de alternativas de manejo con base en el Valor Esperado del Punto de Referencia Límite derivado de los modelos Logístico, Deriso-R, SCCR y el promedio de los tres modelos. Las líneas diagonales representan la proporción de incremento de la biomasa en 2006 respecto a la biomasa en el 2004..... 98

Figura 47. Incertidumbre y riesgo en el Punto de Referencia Objetivo con los modelos Logístico, Deriso-R y SCCR, con proyecciones a los años 2006, 2008 y 2010. En cada figura  $B_{t+n}^c$  se refiere a  $B_{2006}^c$ ,  $B_{2008}^c$ ,  $B_{2010}^c$  respectivamente. En a) se agrupan las proyecciones con 40 t y en b) las proyecciones con 90 t. Los números en cada grafica se refieren el valor del área sombreada, la cual indica la probabilidad de que  $B_{t+n}^c/B_{pem}$  sea menor que 1, es decir; el riesgo de que la biomasa proyectada sea menor que la biomasa objetivo  $B_{pem}$ . En todos los casos el eje “y” tiene la misma escala por lo que las curvas pueden ser comparadas visualmente en términos de incertidumbre: entre más aplanada más incierta. En cada modelo la proyección se realizó con la distribución posterior de probabilidad de  $\theta$  aproximada con 500,000 repeticiones del algoritmo MCMC. Para facilitar la comparación al inicio de cada proyección se presenta la distribución posterior del  $\xi$ . ..... 99

Figura 48. Resumen del análisis de riesgo e incertimbre en el Punto de Referencia Objetivo presentado Figura 47. (a) y (b): proyeccion del PRO con la zona de riesgo sombreada indicando que en esa region el recurso se encuentra deteriorado. (c) y

(d) riesgo asociado a cada alternativa manejo, con la zona de riesgo mayor que 0.5 sombreada, indicando que en esa región la probabilidad de que el recurso se encuentre deteriorado es mayor que 0.5..... 100

## RESUMEN

Se ajustaron tres modelos poblacionales a los datos de biomasa estimados por muestreo directo en la zona de Bahía Tortugas, B.C.S., México de 1990 a 2003. Los modelos utilizados fueron: 1) el modelo Logístico, 2) el modelo de retraso de Deriso (Deriso-R) y 3) un modelo dinámico de biomasa que incorpora supervivencia, crecimiento y retraso en el reclutamiento (SCRR). Todos los parámetros, cantidades derivadas (Q) y puntos de referencia (PR) de interés se estimaron como distribución posterior de probabilidad (dpp) de Bayes.

Los tres modelos ajustan de manera muy similar a los datos observados. En todos los casos se observa que la población se está recuperando satisfactoriamente y se acerca a la biomasa donde se genera la producción excedente máxima ( $B_{pem}$ ). Sin embargo, hay dos diferencias importantes: 1) las distribuciones de probabilidad posterior derivadas del modelo Logístico tienen menos incertidumbre que las obtenidas con los modelos Deriso-R y SCRR; 2) el valor esperado de  $B_{pem}$  tiende a ser mayor con el Logístico que con los otros dos modelos. Un resultado similar se encontró con la producción excedente máxima (PEM) y la producción excedente actual (PEA). Estas diferencias tienen implicaciones en la toma de decisiones porque a partir de estos PR se definen las estrategias de manejo. La incertidumbre en el modelo se resolvió mediante una aproximación al enfoque *promedio Bayesiano de Modelos* con el cual se construyó una distribución previa conjugada informativa para dos parámetros claves ( $B_1$  y  $B_0$ ) y se actualizó la dpp de los parámetros de los tres modelos. Con base en esta dpp actualizada se realizó un análisis de riesgo sobre un punto de referencia límite (PRL) que define alternativas de manejo opcionales y no opcionales, y un punto de referencia Objetivo (PRO) que permite conocer cuantitativamente como la biomasa se aproxima a  $B_{pem}$ . Los resultados derivados del modelo Logístico tienen menos incertidumbre que los de los modelos de retraso. Esto no necesariamente implica que sea el mejor modelo, sino al contrario porque se podría subestimar la incertidumbre. Con base en los resultados del análisis de riesgo y la incertidumbre en los puntos de referencia, es conveniente derivar recomendaciones de manejo en el corto plazo (cuotas) con base en los modelos de retraso y recomendaciones a largo plazo (PRO) con base en el modelo Logístico. Asimismo se recomienda también continuar con la re-colecta de datos biológicos para incorporar información auxiliar en la estimación de los parámetros de la relación stock-reclutamiento incluida en los modelos de retraso.

## ABSTRACT

Three population models were fitted to the observed biomass data obtained by surveys in the Tortugas Bay zone, B.C.S., Mexico from 1990 to 2003. The used models were: 1) The Logistic model, 2) the Deriso delay-difference model, and 3) the Hilborn & Mangel model with Lagged Recruitment, Survival and Growth (LRSG). All the parameters, derived quantities (Q) and reference points were estimated as Bayes posterior probability distribution (ppd). The three models fit in a similar way to the observed data. In all the cases, the population biomass is reaching to the biomass where Maximum Surplus Production (MSP) is generated. However, there are two important differences: 1) the estimations derived from the logistic model have less uncertainty than the obtained ones with the 'structured models', 2) the expected value of  $B_{msp}$  tends to be more with the Logistic half than the obtained with the other models. A similar result was found in MSP and the Current Surplus Production (CSP). This has implications in the management strategy

The model uncertainty was solved using the Bayesian model averaging approach and posterior probability parameters of the three models were updated. As result, an informative conjugated previous distribution for two key parameters was constructed for ( $B_1$  and  $B_0$ ). With base on this ppd updated, a risk analysis was carry out over a Limit Reference Point (LRP) that defines optional and no optional catch quotas, and over a Target Reference Point (TRP) that allows to know quantitatively as the biomass comes near to  $B_{msp}$ . The results derived from the Logistic model have less uncertainty than those of the delay models. This not necessarily implies that it is the best model, but on the contrary because the uncertainty could be underestimated

According with the results of the risk analysis and the uncertainty in the reference points, is advisable to derive recommendations for catch quotas in the short term with base in the delay models and long term recommendations (TRP) with base in the Logistic model. Additionally it is necessary to collect data to reduce the uncertainty in the stock-recruitment relationships parameters

## 1 INTRODUCCIÓN

La evaluación de recursos pesqueros tiene dos objetivos principales, 1) conocer el estado 'actual' y la productividad del stock bajo estudio, y 2) analizar las consecuencias (riesgos y recompensas) de aplicar diferentes estrategias y opciones de manejo (McAllister *et al.* 1994; Punt & Hilborn 1997; Punt & Hilborn 2001). El primer punto es lo que se conoce como evaluación del stock, cuyos resultados son expresados en términos de la situación relativa de un aspecto de la población respecto al objetivo de manejo. Ejemplos de esto son la Producción Excedente Actual (*PEA*) y la Producción Excedente Máxima (*PEM*), la biomasa actual ( $B_{act}$ ) y su situación respecto a la biomasa en que se maximiza la producción excedente ( $B_{pem}$ ). En el segundo punto se utilizan conceptos de la teoría de decisiones, que en resumen implica analizar las consecuencias de diferentes opciones de manejo. Una vez tomada la decisión de la opción con mayor probabilidad de ocurrencia, el proceso continúa mediante el seguimiento del comportamiento de las acciones tomadas, actualizando la evaluación en función a los resultados y se modifican o ratifican las estrategias y opciones de manejo. En este proceso están implícitos los conceptos de manejo adaptativo (Walters & Hilborn, 1976), los Puntos de Referencia Límites (PRL) y Puntos de Referencia Objetivo (PRO) presentados de manera formal por Caddy & Mahon (1995), el enfoque precautorio, la incorporación de la incertidumbre y el análisis de riesgo en la evaluación de recursos pesqueros (Hilborn & Walters, 1992).

Estos conceptos fueron utilizados por primera vez en México por el Instituto Nacional de la Pesca (INP) en 1997 para la determinación del estado de las 16 principales pesquerías de México (INP 2000a). Dentro de estas, la pesquería de abulón es una de las actividades económicas más importantes que se desarrollan en la costa occidental de la Península de Baja California, desde la frontera con Estados Unidos hasta Isla Margarita en Baja California Sur, México. La gran demanda de este molusco a nivel internacional hace que sea un producto de alto valor comercial, y su pesquería la principal actividad tanto económica como social de las comunidades pesqueras establecidas en esa región (INP, 2000a). Hasta 1996, esta pesquería ocupaba el cuarto lugar en generación de divisas y actualmente se encuentra entre las veinte principales pesquerías de México, con un valor de producción de 74 millones de dólares por año (SEMARNAP, 1998). De acuerdo con los resultados del INP (INP. 2000<sup>a</sup>, b), las poblaciones de abulón azul

(*Haliotis fulgens* y abulón amarillo (*H. corrugata*) se encuentran deterioradas, por lo que el objetivo de manejo es revertir el deterioro y recuperar las poblaciones para maximizar la producción excedente. Para ello, desde 1997 la decisión sobre las cuotas de captura se toman con base en los resultados de un análisis de riesgo sobre un punto de referencia límite, que consiste en estimar el riesgo de que la biomasa en el año  $t+1$  sea menor que la biomasa en el año  $t$ . Las cuotas opcionales son aquellas en las cuales el riesgo es menor que 0.5.

En esta tesis se confrontan los resultados de tres modelos poblacionales y se analiza la incertidumbre y el riesgo en los puntos de referencia derivados de los tres modelos. Como ejemplo se utiliza información de la población de abulón azul *Haliotis fulgens* en la zona de Bahía Tortugas, donde se estima el estado actual (2003) y se analizan varias estrategias y opciones de manejo.

## 2 ANTECEDENTES

El manejo de las pesquerías de abulón en el mundo se ha basado en la mayoría de los casos en el establecimiento de una talla mínima legal (TML) y en menor grado en cuotas de captura, las cuales han sido utilizadas por décadas, pero a menudo sustentadas en modelos cuantitativamente poco robustos (Breen, 1992).

La aplicación del modelo de rendimiento por recluta de Ricker por Doi *et al.* (1977) y Sainsbury (1977), constituyen los primeros análisis formales de las pesquerías del abulón (Breen, 1992), que hasta antes de 1978, prácticamente no existían (Mottet 1978). Según Breen (1992), la escasa aplicación de modelos poblacionales para el manejo de abulón se debe a lo siguiente:

- a) Los abulones tienden a agregarse, lo que dificulta la aplicación de técnicas que requieren usar la CPUE, además de que la determinación de la edad es difícil e impide la aplicación de modelos estructurados por edades.
- b) El reclutamiento es estocástico, por lo que no se cumplen las condiciones de equilibrio requerida por los primeros modelos de stock-reclutas.
- c) Las pesquerías de abulón parecen ser propensas a sufrir colapsos impredecibles.

Algunas aplicaciones de modelos a las poblaciones de abulón en México han sido realizados por Rocha & Arreguín-Sánchez (1987), Prince & Guzmán del Proo (1993), Shepherd *et al.* (1998), Ponce-Díaz *et al.* (2000). Tomando en cuenta las consideraciones de Breen (1992), el INP aplicó el modelo *Logístico* de Schaefer

(Hilborn & Walters, 1992), modificado para incluir el efecto ambiental en la tasa de crecimiento (Muciño *et al.* 2000).

### **3 JUSTIFICACIÓN**

De acuerdo con los resultados del INP (INP 2000a, b), las poblaciones de abulón azul (*Haliotis fulgens*) y abulón amarillo (*H. corrugata*) se encuentran deterioradas, por lo que el objetivo de manejo es revertir el deterioro y recuperar las poblaciones para maximizar la producción excedente. Actualmente esta pesquería se encuentra en un proceso de recuperación iniciado en 1997 por el Instituto Nacional de la Pesca (INP) basado en el análisis de riesgo sobre diferentes alternativas de cuota usando como herramienta de análisis el modelo Logístico. No obstante los resultados obtenidos, algunos investigadores dentro del INP y técnicos de las cooperativas abuloneras han cuestionado la simplicidad del modelo Logístico, por lo que han sugerido incorporar más información biológica en el manejo de las poblaciones de abulón.

Para responder los cuestionamientos anteriores, en esta investigación se confrontan los resultados de tres modelos poblacionales y se analiza la incertidumbre y el riesgo en los puntos de referencia derivados de los tres modelos.

### **4 OBJETIVOS**

#### **4.1 Objetivos generales**

1. Estimar la productividad y el estado del abulon abulón azul, *H. fulgens* en la zona de Bahía Tortugas en términos de incertidumbre y riesgo.
2. Evaluar, en términos de incertidumbre y riesgo, las consecuencias de acciones alternativas de manejo para la pesquería de abulón.

#### **4.2 Objetivos particulares**

1. Determinar el estado de la población en términos de la razón entre la biomasa actual y la biomasa que genera la producción excedente máxima.
2. Estimar la productividad del stock en términos de producción excedente actual y producción excedente máxima.

3. Confrontar los resultados de la productividad y el estado con tres modelos poblacionales.
4. Realizar un análisis de riesgo sobre diferentes estrategias y opciones de manejo de la pesquería de abulón en la zona de estudio.

## 5 MATERIALES Y MÉTODOS

### 5.1 Fuentes de información

Para cumplir con los objetivos se utilizaron las siguientes fuentes de información:

- a) **Estimaciones de abundancia relativa (org/m<sup>2</sup>) y absoluta de biomasa.** Se utilizaron los datos colectados por personal técnico y científico del Instituto Nacional de la Pesca a través del Centro Regional de Investigación Pesquera (CRIP) La Paz para estimar la biomasa de las poblaciones de abulón azul (*H. fulgens* y amarillo, *H. corrugata* mediante muestreo directo en la zona de Bahía Tortugas de 1990 al 2003. Estos trabajos se realizan cada año con apoyo de personal técnico, pescadores y equipos de pesca de la S.C.P.P. Bahía Tortugas. El diseño de muestreo consiste en realizar 10 inmersiones en cuadrantes de 500 m en línea de costa y de longitud variable hacia el mar, en función de la profundidad. En cada inmersión el buzo colecta todos los abulones en un transecto de 5 m de largo por 2 de ancho, lo que equivale a una unidad de muestra de 10 m<sup>2</sup>. Una vez que el buzo regresa a la embarcación, se registra la longitud total de todos los abulones (aproximado al mm, con una regla graduada en mm) y se regresan al mar. En cada inmersión se registra la profundidad y duración de la colecta. La biomasa se estimó de acuerdo con los estimadores del muestreo aleatorio estratificado usando como unidad de muestra el transecto de 10 m<sup>2</sup>. (Cochran, 1982).
- b) **Datos de captura por especie.** Proviene directamente de los libros de registro de la cooperativa Bahía Tortugas. Los datos más confiables de captura por especie se empezaron a registrar a partir de 1982.
- c) **Índices de abundancia relativa dependientes de la pesquería (kg/día/equipo).** Base de datos del programa evaluación y manejo del CRIP La Paz, obtenida de los registros de las cooperativas (1982-1994).

## 5.2 Estado y productividad

El primer objetivo de la evaluación cuantitativa de un recurso pesquero es determinar el estado *actual* y la productividad del stock (McAllister *et al.* 1994; Punt & Hilborn 1997). Antes de abordar formalmente los métodos utilizados se presentará una revisión breve sobre los conceptos de productividad y producción excedente, con objeto formalizar su definición y delimitar su uso como elemento central en el manejo de la pesquería de abulón.

La productividad de un stock se refiere a la cantidad de tejido orgánico elaborado en la población (Allen 1971). En términos continuos esta productividad puede ser referida como productividad latente (Quinn & Deriso, 1999), definida como la tasa instantánea de producción de biomasa  $P$  en ausencia de pesca, la cual está en función del tamaño del stock,  $B$ .

$$(Ec. 1) \quad P(B) = \frac{dB}{dt}$$

En unidades de tiempos anuales la productividad acumulada de  $t$  a  $t+1$  es la Producción Excedente (PE) durante un año y está dada por:

$$(Ec. 2) \quad PE_t = \int_t^{t+1} P(B)dt = B_{t+1} - B_t$$

En el resto de esta trabajo la productividad del stock a referirá a esta producción excedente.

En una población explotada, con datos de captura re-colectados cada mes o acumulado por año es más realista plantear la producción excedente en términos discretos y en presencia de captura como:

$$(Ec. 3) \quad PE_t = B_{t+1} - B_t + C_t$$

donde  $C_t$  es la captura. La ecuación puede ser re-arreglada para tomar la forma elemental de un modelo dinámico:

$$(Ec. 4) \quad B_{t+1} = B_t - C_t + PE_t$$

La exploración de este modelo permite deducir la trascendencia de la producción excedente en el manejo de un stock aprovechado. Por ejemplo:

- a)  $C_t = PE_t \Rightarrow B_{t+1} = B_t$ : Si  $C_t$  se mantuviera constante al menos durante un tiempo equivalente al ciclo de vida de la especie, la estructura por edades y el reclutamiento alcanzarían el equilibrio y el stock tendería a la estabilidad

( $B_{t+1} = B_t = B$ ), bajo el supuesto de que ningún factor externo (ambiental) pueda desestabilizar el reclutamiento.

- b)  $C_t > PE_t \Rightarrow B_{t+1} < B_t$ : Si esto se mantiene durante un tiempo largo la biomasa tenderá a disminuir.
- c) Si  $C_t < PE_t \Rightarrow B_{t+1} > B_t$ : Si esto se mantiene durante un tiempo largo la biomasa tenderá a aumentar hasta un límite regulado por factores denso-dependientes.

De esta breve exploración surgen cinco preguntas relacionadas con el estado y la productividad, cuyas respuestas son cantidades básicas para el manejo.

1. ¿Cuál es la producción excedente *actual* (PEA) que el stock genera con la biomasa *actual*?
2. ¿Cuál es la producción excedente máxima (PEM) que el stock podría generar a *largo plazo*?
3. ¿Cuál es la biomasa que debería tener el stock a *largo plazo* para generar la PEM?
4. ¿Cuál es la situación relativa de la biomasa actual respecto a la biomasa que podría generar producción excedente máxima a largo plazo?
5. ¿Qué proporción de la biomasa disponible al tiempo  $t$  (tasa de aprovechamiento) se debe extraer para capturar únicamente lo que el stock genera en exceso, en la situación actual y cuando la producción sea PEM?

En estas cinco preguntas y en el planteamiento de la forma elemental (Ec. 4) hay un aspecto que es importante precisar. En la mayoría de los textos la captura se plantea como una función de la biomasa y se refiere al rendimiento obtenido con cierto nivel de mortalidad por pesca o tasa de aprovechamiento (Walters, 2001: 75; Quinn & Deriso, 1999: 51-52). Este rendimiento se maximiza y convierte en el “rendimiento máximo sostenido” (RMS), al que se asocia un esfuerzo óptimo, que genera una mortalidad por pesca óptima con el que se asume se obtiene el RMS.

El planteamiento de la expresión (Ec. 4) con la captura independiente de la biomasa obedece a una razón fundamental: el objetivo de este análisis no es estimar el rendimiento en términos de captura, sino conocer la producción excedente como base para la definición de controles directos de manejo. Por ésta y otras razones que se

discuten más adelante en este trabajo se prefiere utilizar el término Producción Excedente Máxima y no Rendimiento Máximo Sostenido.

La diferencia no es trivial; si se expresa en rendimiento, inmediatamente se traduce en captura y se le asocia un control indirecto como el esfuerzo. En cambio, en términos de producción solo se estima lo que el stock produce en exceso. Cuánto de esa producción se debe capturar depende de los objetivos de manejo; primero de los de corto plazo, en función de la PEA (pregunta 1) y de la situación del stock (pregunta 4) y segundo, de los objetivos de largo plazo (preguntas 2-3). Estas cantidades son los Puntos de Referencia (Caddy & Mahon 1995) que se definen formalmente en la sección 5.2.2.

Para estimar estas cantidades básicas en la pesquería de abulón se utilizaron tres modelos que se describen a continuación.

### **5.2.1 Modelos utilizados**

Un modelo es una representación abstracta de un sistema o proceso del mundo real (Starfield & Bleloch, 1991) donde el sistema modelado no es la realidad, sino un prototipo que contiene ciertos eventos y situaciones que se consideran relevantes para los objetivos del modelo (Gilchrist 1984). La inclusión de estos aspectos depende en algunos casos de la información sobre las posibles relaciones funcionales con el prototipo, y en otros simplemente porque no se consideran relevantes. En el caso del abulón azul *H. fulgens*, el objetivo del modelo es conocer la producción excedente. Las variables que se consideran relevantes en el prototipo son la biomasa y la captura. El prototipo de este modelo se representa de manera abstracta por la ecuación matemática de la expresión (Ec. 4). Sin embargo, este prototipo forma parte de una realidad más compleja (el ecosistema), donde otros aspectos que se dejan fuera del prototipo, en el medio ambiente de la realidad, podrían influir en los cambios de biomasa y en la producción excedente (Figura 1). Si estos aspectos no se incluyen en el modelo forman parte del error, pero en el caso que nos ocupa y dado los requerimientos de información, lo que no se puede dejar de hacer es mencionar la pesca ilegal y el posible efecto de los cambios ambientales sobre la dinámica de las poblaciones de abulón. La relación con otras poblaciones no se incluye en el prototipo porque no se dispone de información, por lo que se asume que permanece invariable en el tiempo.

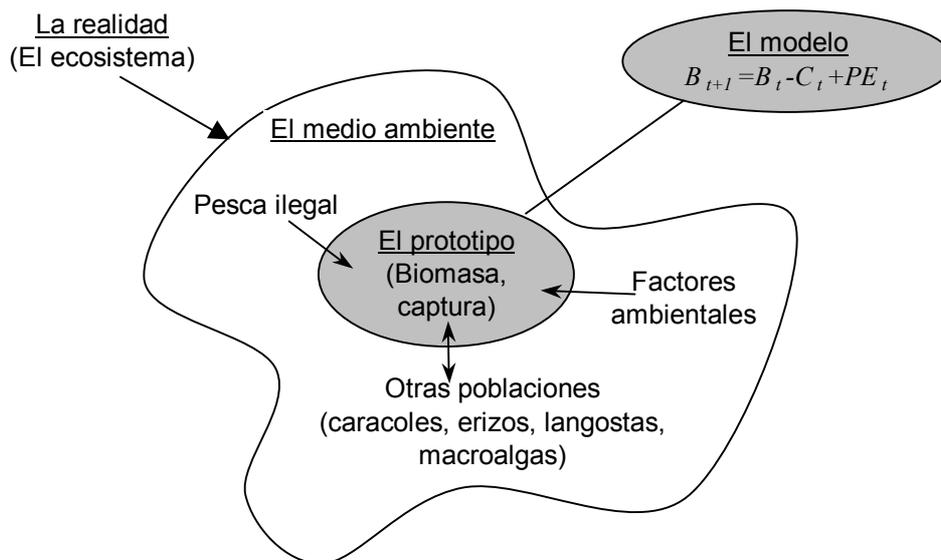


Figura 1. El modelo y la realidad en las poblaciones de abulón. Adaptado de Gilchrist (1984: 9)

Un aspecto que casi nunca se precisa en los modelos utilizados para la evaluación de las poblaciones de recursos pesqueros es si éstos se deben aplicar en forma discreta o continua. Esto depende parcialmente de la forma en que se colectan los datos, los objetivos del modelo y características del ciclo de vida (Starfield & Bleloch, 1991). Los datos utilizados para la evaluación de la pesquería de abulón *H. fulgens* en la zona de Bahía Tortugas son biomasa y captura. En la zona de estudio estos procesos ocurren como sigue:

Cada año, desde 1989-90 se realizan muestreos aleatorios estratificados para estimar la biomasa de los diferentes stocks de abulón en la costa occidental de la Península de Baja California (Muciño *et al.* 2001). Cada muestreo dura en promedio 10 días, y en función de las condiciones del mar se realizan generalmente entre noviembre y febrero, casi al final del período de veda (Figura 2). La captura inicia aproximadamente en febrero, un mes después de que inicia la temporada de pesca y se distribuye durante casi toda la temporada de pesca. De acuerdo con lo anterior, los datos de biomasa corresponden a un proceso discreto, mientras que los de captura a un proceso continuo durante seis meses. De esta manera, durante la primera mitad del tiempo la población crece en presencia de captura y en la segunda sin captura (Figura 2). Las implicaciones sobre este punto se discutirá mas adelante.

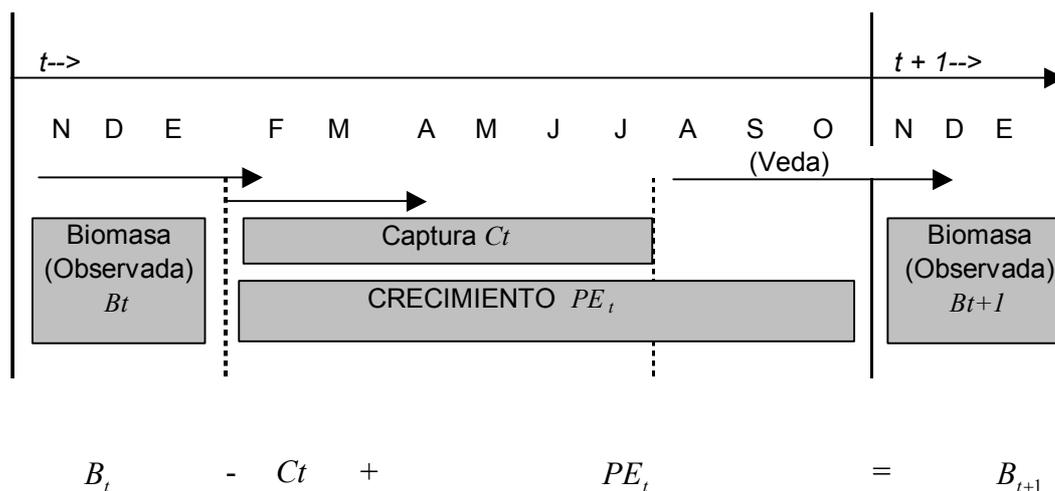


Figura 2. Representación conceptual del prototipo con los procesos básicos extrínsecos (captura) e intrínsecos (crecimiento) que modelan los cambios en la población de abulón estudiada. En otras zonas este esquema de recorre hacia adelante. La captura ocurre durante la mitad del tiempo por lo que la producción excedente podría ser no ser una función de  $B_t$  (ver texto).

EL último punto importante antes de describir los modelos utilizados es la resolución. Por resolución de un modelo se entiende el grado de detalle con el que se desea modelar el sistema (Starfield & Bleloch, 1991). Esto depende de los objetivos del modelo, del conocimiento sobre el sistema modelado y la información sobre las relaciones funcionales. En el caso del abulón azul *H. fulgens* en la zona de Bahía Tortugas el objetivo es conocer el cambio de biomasa  $B_t$  a  $B_{t+1}$ . Los factores implicados en ese cambio son la supervivencia a la mortalidad natural,  $S$ ; el crecimiento individual de los organismos que ya están en la población,  $G$ ; y el reclutamiento de nuevos organismos,  $R$  (Quinn & Deriso, 1999). Los tres factores son una función de la biomasa de la población, por lo que:

$$(Ec. 5) \quad PE = f[S(B), G(B), R(B)]$$

La relación funcional PE

(Ec. 5) puede tomar diferentes formas, de acuerdo con la resolución que se le desea dar al crecimiento, a la mortalidad natural y al reclutamiento.

El enfoque tradicional para estimar la producción excedente consiste en seleccionar un modelo y calcular las cantidades de interés con los parámetros que mejor ajustan a los

datos. Sin embargo, con este enfoque se ignoran todas las posibilidades de modelos alternativos (Punt & Hilborn, 2001) y sus valores sobre la productividad y el estado.

Con el fin de considerar diferentes posibilidades sobre las siete cantidades básicas para el manejo, la evaluación cuantitativa de la pesquería de abulón se basó en tres modelos poblaciones. Los tres tienen la estructura de la forma elemental (Ec. 4) pero difieren en la resolución de la relación funcional de la producción excedente

(Ec. 5). Con el fin de evidenciar estas diferencias en la resolución se hace inicialmente una descripción del modelo y luego se expresa en su forma abstracta matemática.

### 5.2.1.1 Modelo Logístico

La versión discreta del modelo Logístico está dado por:

$$\left\{ \begin{array}{c} \text{Biomasa} \\ B_{t+1} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \text{Biomasa} \\ B_t \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{c} \text{Pesca} \\ C_t \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{c} \text{Producción Excedente} \\ \text{Nacimientos} - \text{Muertes} \end{array} \right\}$$

$$(Ec. 6) \quad B_{t+1} = B_t - C_t + rB_t \left( 1 - \frac{B_t}{Bo} \right)$$

donde  $r$  es la tasa intrínseca de crecimiento.

$Bo$  Es la biomasa máxima que puede alcanzar el stock durante un cierto periodo de tiempo sin pesca, asumiendo condiciones ecológicas estables durante ese periodo. No se refiere a la capacidad de carga  $K$ .

$B_{t+1}$  y  $B_t$  Representan la biomasa a los tiempos  $t+1$  y  $t$  respectivamente.

$C_t$  Es la captura al tiempo  $t$ .

En este modelo la producción excedente se calcula a partir de la función logística  $rB_t(1 - B_t / Bo)$ . La ecuación diferencial en números  $dN / dt = (b - d)N$ , de donde se deriva la función logística solo incluye dos factores de la función de crecimiento

(Ec. 5): los nacimientos  $b$  (o reclutamiento) y las muertes naturales  $d$ , los cuales se integran en la tasa de crecimiento ( $r = b - d \Rightarrow dN / dt = rN$ ). Cuando la expresión diferencial de la función logística se expresa en biomasa,  $r$  incluye el peso promedio de los organismos en la población, por lo que se relaciona directamente con el crecimiento somático individual, siendo ambas ( $r$  en peso y  $r$  en número) equivalentes (McAllister *et al.* 2000: 1889). Es decir, cuando  $r$  se expresa en peso incluye también el componente  $f(G)$  de la función

(Ec. 5), por lo que los tres componentes de la (Ec. 5) se incluyen en un solo parámetro y se reduce la resolución de la producción excedente.

### 5.2.1.2 Modelo de retraso de Deriso (1980)

El modelo logístico describe la dinámica de una población en términos de biomasa (o número) y captura. Sin embargo, aun cuando es uno de los más utilizados para el manejo de recursos naturales, es también uno de los más criticados por su baja resolución en los procesos biológicos implicados en el crecimiento de la población.

En el otro extremo están los modelos estructurados por edad, que son más complejos y ofrecen mayor resolución, ya que incorporan información sobre el crecimiento en peso, supervivencia, mortalidad y reclutamiento. Una versión intermedia entre el modelo logístico y los estructurados por edad fue propuesta por Deriso (1980). Este modelo conserva las características del modelo logístico y permite incorporar la información biológica de uno estructurado por edades sin requerir el número específico de organismos por grupo de edad (Hilborn & Walters 1992; Quinn & Deriso 1999). El punto clave en el modelo de Deriso es que representa exactamente (no es una aproximación) la dinámica de un modelo estructurado por edades (Walters 2001: 92).

Este modelo se puede expresar en varias formas (Walters, 2001). Sin embargo, en este trabajo se prefirió expresarlo en la forma elemental (Ec. 4) para facilitar la comparación con los otros dos:

$$\left\{ \begin{array}{c} \text{Biomasa} \\ B_{t+1} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \text{Biomasa} \\ B_t \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{c} \text{Pesca} \\ C_t \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{cc} \text{Producción Excedente} & \\ \text{S + G} & + \quad \text{R} \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{c} \text{Biomasa} \\ B_{t+1} \end{array} \right\} = \left[ \left\{ \begin{array}{c} \text{Biomasa} \\ B_t \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{c} \text{Pesca} \\ C_t \end{array} \right\} \right] * \left[ \begin{array}{c} \text{Supervivencia} \\ * \text{crecimiento} \end{array} \right] + \left\{ \begin{array}{c} \text{Reclutamiento} \end{array} \right\}$$

$$(Ec. 7) \quad B_{t+1} = (B_t - Ct) \quad sg_t \quad + \quad w_L R_{t+1,L}$$

donde  $B_{t+1}$ ,  $B_t$  y  $C_t$  representan lo mismo que en el modelo logístico

$s$  es la supervivencia a la mortalidad natural

$g_t$  es el factor de crecimiento

$w_L$  es el peso promedio a la edad de reclutamiento  $L$

$R_{L, t+1}$  Es el número de organismos reclutados a la edad  $L$  al tiempo  $t + 1$ .

En este modelo la producción excedente si incluye de manera explícita los tres factores implicados en el crecimiento: supervivencia, crecimiento individual y reclutamiento. De esta manera, en la ecuación (Ec. 7 el crecimiento de  $B_t$  a  $B_{t+1}$  está en dos partes:

- a) La primera es el crecimiento debido al incremento individual en peso de la población que sobrevive a la pesca y a la mortalidad natural, representado por el término  $(B_t - C_t)sg_t$ . Un aspecto importante en este término es que la supervivencia y el crecimiento individual no se refiera a los organismos que ya estaban en la población al inicio del intervalo de tiempo  $t$  sino a los que quedan después de la captura, lo cual es coherente con los procesos de la Figura 2. El factor de crecimiento  $g_t$  se estima a partir de:

$$(Ec. 8) \quad g_t = \frac{\alpha}{\bar{w}_t} + \rho$$

donde  $\alpha$  y  $\rho$ : son los parámetros de la ecuación de crecimiento en peso de Ford-Brody (Ricker 1975; Deriso 1980) que se obtienen de la relación:

$$(Ec. 9) \quad W_{a+1} = \alpha + \rho W_a, \quad a \geq L$$

donde  $W_{a+1}$  y  $W_a$  son los pesos a las edades  $a$  y  $a + 1$  (Hilborn & Walters, 1992), obtenidos con la ecuación de von Bertalanffy en peso. El uso de la (Ec. 9) asume que la primera edad es suficientemente grande por lo que tasa de crecimiento en peso ha disminuido y el crecimiento puede ser aproximado por la ecuación de Brody (Walters 2001: 91)

$\bar{w}_t$ : es el peso promedio de la población al tiempo  $t$  y se calcula de  $B_t / N_t$ , donde  $N_t$  es el número de organismos al tiempo  $t$ , dado por la ecuación discreta de supervivencia:

$$(Ec. 10) \quad N_t = s(1 - h_{t-1})N_{t-1} + R_{t+1}$$

donde  $h_{t-1}$  es la tasa de aprovechamiento. Como no se usan datos de esfuerzo,  $h$  no se calcula de la manera tradicional ( $h = [1 - \exp(-qE)]$ ), sino que se calcula con base en la captura observada y la biomasa estimada por el modelo,  $\hat{B}_t$  ( $h_{t-1} = Ct / \hat{B}_t$ )

$R_{t+1}$  es reclutamiento en número y forma parte del segundo término de la función de crecimiento.

En el factor  $g_t$  reside la parte principal en la que se incorpora la información biológica, porque en  $\alpha$  y  $\rho$  están implícitos los parámetros de crecimiento de von Bertalanffy y los de la relación potencial entre la longitud y el peso. Esto significa que cinco parámetros ( $L^\infty$ ,  $k$ ,  $t_0$ ,  $a$  y  $b$ ) se reducen a dos.

b) Además del crecimiento individual en peso, la población crece también debido al reclutamiento de nuevos organismos. En el abulón, como en muchas otras especies marinas aprovechadas, los organismos se hacen vulnerables (selectividad\*disponibilidad) solo hasta después de cierta edad  $L$ , con un peso  $w_L$ . Así, el término  $w_L * R_{t+1,L}$  en la (Ec. 7) representa la biomasa reclutada a la edad  $L$  en el tiempo  $t+1$ , donde  $L$  es el Retraso del Reclutamiento (**RR**), definido como el tiempo transcurrido desde la eclosión hasta que se incorporan a la pesquería, bajo el supuesto de que los organismos que llegan a la edad  $L$  son 100 % vulnerables (tipo “filo de cuchillo”). Este supuesto se cumple bien en las capturas de abulón porque la Talla Mínima Legal (TML) se respeta en más de 90 %. De esta manera, el reclutamiento al tiempo  $t+1$  es una función de la biomasa  $L$  años atrás:

$$(Ec. 11) \quad R_{t+1} = f(B_{t+1-L})$$

Este retraso en el reclutamiento da el nombre a una serie de modelos conocidos como **modelos de retraso**. En este análisis se usó una función denso dependiente, tipo Beverton & Holt (1957) para la relación Stock-Reclutamiento la cual se describe más adelante.

### 5.2.1.3 Modelo SCRR

El modelo de Deriso es una versión intermedia entre el modelo logístico y los estructurados por edad, con la información de crecimiento individual y supervivencia incluida en el término  $sg_t$ . Estos dos parámetros se pueden integrar en uno solo ( $S$ ), de tal manera que el modelo SCRR queda como una versión simplificada del modelo de retraso de Deriso, sin requerir los parámetros de crecimiento individual en peso ni la estructura por edades. Está dado por la expresión (Hilborn & Mangel 1997):

$$\left\{ \begin{array}{c} \text{Biomasa} \\ B_{t+1} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \text{Crecimiento en peso de la supervivencia} \\ \text{a la pesca y a la mortalidad natural} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{c} \text{Reclutamiento} \end{array} \right\}$$

(Ec. 12)  $B_{t+1} = (B_t - Ct) S + R_{t+1, L}$

Este modelo conserva los parámetros de Supervivencia, Crecimiento (parámetro  $S$ ) y el Retraso en el Reclutamiento ( $R_{t+1, L}$ ), por lo que se denominará modelo SCRR

La estructura del modelo SCRR es básicamente la misma que la del modelo de Deriso, con dos diferencias; la primera es que el cambio neto de biomasa de un año a otro debido al crecimiento individual y a la supervivencia se incluyen en el parámetro  $S$ ; la segunda es que la biomasa reclutada no se obtiene al multiplicar el reclutamiento por  $w_L$ , sino que  $R_{t+1, L}$  se obtiene directamente en unidades de biomasa.

En las secciones posteriores los dos últimos modelos serán referidos como ‘modelos estructurados’. El modelo de Deriso (1980) se le denominará Deriso-R.

#### 5.2.1.4 La relación Stock-Reclutamiento (S-R)

La relación Stock-Reclutamiento está incluida en el modelo de retraso de Deriso (Ec. 7) y en modelo SCRR (Ec. 12). A continuación se presenta las versiones de la función S-R utilizadas para cada de estos dos modelos.

a) Modelo Deriso-R

La función utilizada para calcular el reclutamiento en número  $R_{t+1,L}$  es:

$$(Ec. 13) \quad R_{t+1,L} = \frac{aB_{t+1-L}}{b + B_{t+1-L}}$$

donde  $a$  y  $b$  Son parámetros de la función S-R y se obtienen de la siguiente re-parametrización:

$$a = 1/b'$$

$$b = a * a'$$

$a'$  y  $b'$  se calculan como:

$$a' = \frac{Bo(1-z)}{Ro4z}$$

$$b' = \frac{5z-1}{Ro4z}$$

Donde  $z$  es el parámetro de curvatura de la curva S-R y representa la proporción de reclutamiento respecto a  $Ro$  que se genera cuando la biomasa es el 20 %  $Bo$ . Por ejemplo, si  $z=0.5$  significa al 20 % de  $Bo$  se genera el 50 % del reclutamiento máximo.  $Ro$  es el reclutamiento cuando la biomasa es  $Bo$ . Se obtiene de la expresión:

$$(Ec. 14) \quad Ro = \left[ \frac{1}{\bar{w}_o} (1-s) \right] Bo$$

donde el término  $((1/\bar{w}_o)(1-s))$  representa los reclutas por unidad de biomasa ( $R/B$ ) y  $\bar{w}_o$  es el peso medio cuando la biomasa es  $Bo$  y se encuentra estable. Se estima analíticamente partir de:

$$(Ec. 15) \quad \bar{w}_o = \frac{sa + w_L(1-s)}{1 - \rho s}$$

## b) Modelo SCRR

Como en este caso no se utiliza el número de organismos, el reclutamiento se refiere a la biomasa reclutada  $BR$  y se estima con:

$$(Ec. 16) \quad BR_{t+1,L} = \frac{B_{t+1-L}}{a + bB_{t+1-L}}$$

con las re-parametrizaciones de  $a$  y  $b$  propuestas por Hilborn & Mangel (1997):

$$a = \frac{Bo}{BRo} \left( 1 - \frac{z - 0.2}{0.8z} \right)$$

$$b = \frac{z - 0.2}{0.8zBRo}$$

$$(Ec. 17) \quad BRo = Bo(1 - s)$$

Donde  $BRo$  es la biomasa reclutada cuando la población en encuentra en  $Bo$ . Las dos formas de la relación S-R (Ec. 13) y (Ec. 16) son totalmente equivalentes, por lo que los resultados del modelo de retraso y el SCRR son comparables.

### Condiciones iniciales

En general las pesquerías se desarrollan antes de que exista conocimiento básico sobre las poblaciones y registros de captura (Smith & Gavaris, 1993), por lo que es importante conocer si antes del registro de datos el stock ya había sido explotado (Hilborn & Mangel 1997). Como en el caso del abulón la información disponible de captura por especie es posterior al comienzo del aprovechamiento, la biomasa al inicio de la serie de capturas ( $B_1$ ) no es  $Bo$ . La estimación de  $B_1$  representa un gran problema en el ajuste porque puede producir sesgos en la estimación de los parámetros y puntos de referencia para el manejo (Punt 1990; Haddon 1998). Como no hay reglas para atacar el problema se exploraron dos variantes para estimar  $B_1$ :

- a) Como una proporción  $p$  de  $Bo$ , por lo que  $B_1 = pBo$ . Esto implica incluir un parámetro  $p$ , adicional a  $Bo$  y  $r$ .
- b) Como  $B_1$ , independiente de  $Bo$ . Aunque no se incluye  $p$  como parámetro se mantienen tres cantidades a estimar:  $Bo$ ,  $r$  y  $B_1$ , que en este caso funciona como parámetro.

Así como  $B_1$  no es  $Bo$ , el reclutamiento inicial  $R_1$  no es  $Ro$ , sino una función de la biomasa inicial. En el modelo Deriso-R se calculó con la Ec. 13 y en el CSRR se utilizó la Ec. 17. En los dos casos la biomasa corresponde a  $B_1$  con cualquiera de las dos variantes planteadas previamente. Como el modelo Deriso-R es en esencia un modelo

por edades, incluye el número de organismos en la población a partir de la edad de reclutamiento (Ec. 10). Nuevamente el número inicial  $N_1$  no es el número de organismos que habría en la población (a partir de la edad de reclutamiento) cuando la biomasa es  $B_0$ , sino que corresponde al número de organismos cuando la biomasa es  $B_1$ . En todos los casos se asumen condiciones de equilibrio inicial en presencia de captura, por lo que el número inicial  $N_1$  (en equilibrio) es la suma de los organismos de todas las edades que sobreviven del reclutamiento inicial en presencia de mortalidad natural y por pesca. Se calculó como:

$$(Ec. 18) \quad N_1 = \frac{R_1}{1 - s(1 - h_1)}$$

donde  $h_1$  es la tasa de aprovechamiento inicial estimada de la razón  $C_1 / B_1$ .

### 5.2.2 Puntos de referencia: productividad y estado

Los puntos de referencia (PR) son valores convencionales derivados de modelos poblacionales que representan el estado de una pesquería o población usados para el manejo de las unidades de stock (Caddy & Mahon, 1995). En esta parte del análisis los PR se enfocaron en siete cantidades básicas que son las respuestas de las cinco preguntas sobre el estado y la productividad planteadas en la sección 5.2. Las siete cantidades básicas de manejo son:

1.  $B_{pem}$ : la biomasa que genera la producción excedente máxima. Este valor es el Punto de Referencia Objetivo, hacia donde se desea llevar la población. La solución analítica de  $B_{pem}$  para cada modelo se presenta en la **Tabla 1**.
2.  $B_{act}$ : la biomasa actual, estimada al año 2003 con cada uno de los tres modelos utilizados.
3. La tercera cantidad se deriva de las dos anteriores y es una de las más importantes porque determina el “estado de salud” de la población, definido como la posición relativa de  $B_{act}$  respecto  $B_{pem}$ :

$$(Ec. 19) \quad \xi = \frac{B_{act}}{B_{pem}}$$

donde  $\xi$  simboliza el estado de salud. La importancia de  $\xi$  radica en que determina los objetivos de manejo en función de si el stock se encuentra “deteriorado” o “saludable” (Tabla 2).

4. La tercera y cuarta cantidades derivadas representan la productividad actual  $PEA$  y la productividad máxima del stock  $PEM$  (Tabla 1).
5. La sexta y séptima cantidades derivadas están relacionadas con la tasa de aprovechamiento, que es la proporción de biomasa vulnerable que se puede extraer con fines de aprovechamiento (=captura/biomasa vulnerable). Cuando la captura se refiere a  $PEA$  y la biomasa a  $B_{act}$  entonces la tasa de aprovechamiento se denomina tasa de aprovechamiento actual ( $h_{act}$ ); de manera similar, la tasa de aprovechamiento máxima ( $h_{max}$ ) es la proporción de biomasa que se podría extraer para aprovechar la producción excedente máxima, si y solo si la biomasa= $B_{pem}$ .

Tabla 1. Solución analítica para los puntos de referencia asociados con la productividad máxima ( $B_{pem}$ ,  $PEM$  y  $h_{pem}$ ).

Modelo	$B_{pem}$	PEM	$h_{pem}$
Logístico	$\frac{Bo}{2}$	$\frac{Bo * r}{4}$	$\frac{r}{2}$
SCRR	$B_{pem} = \frac{1}{b} \left( \sqrt{\frac{a}{1-s}} - a \right)$	$B_{pem} \left( s - 1 + \frac{a}{a + bB_{pem}} \right)$	$\frac{PEM}{B_{pem}}$

Tabla 2. Ubicación del estado de salud de acuerdo a la posición relativa de la biomasa actual respecto a la biomasa que genera la producción excedente máxima.

$\frac{B_{actual}}{B_{pem}}$	Estatus	Descripción	Acción requerida/recomendada
$\frac{B_{actual}}{B_{pem}} \leq 1$	Estatus 1	Deteriorado, debajo del nivel óptimo, sin potencial	Estrategias de recuperación
$\frac{B_{actual}}{B_{pem}} \geq 1$	Estatus 2	‘Sano’, arriba del nivel óptimo, con posible potencial	Mantener el estatus y evaluar el posible potencial
$\frac{B_{actual}}{B_{pem}} = 1$	Estatus 3	‘Sano’, en el nivel óptimo, sin potencial	Incrementar un poco mas la biomasa arriba de $B_{PEM}$ y luego empezar a capturar un poco menos de la PEM

La derivación analítica de esto PR implica usar conceptos de la teoría del control óptimo para maximizar u optimizar controles de manejo mediante el uso de herramientas como el cálculo o la programación dinámica (Cohen 1987). En términos generales, la derivación de las siete cantidades básicas involucra cuatro pasos:

- a) Se plantea el modelo en equilibrio:  $B_{t+1} = B_t = B_e = B$ , y se resuelve para la producción excedente PE en estado estable.
- b) La PE es máxima cuando  $dPE/dB = 0$ , por lo que la ecuación para calcular  $B_{pem}$  se obtiene al resolver  $B$  de la solución de  $dPE/dB = 0$ .
- c) Se sustituye la expresión para calcular  $B_{pem}$  (resultado del paso 2) en la ecuación de PE en equilibrio (paso 1). El resultado es la ecuación para calcular PEM.
- d) Se obtienen la expresión analítica para la tasa de aprovechamiento  $h$  en equilibrio:

$$(Ec. 20) \quad h = \frac{C}{B}$$

donde  $h$  puede ser máxima  $h_{max}$  o actual  $h_{act}$  en función de si  $PE$  y  $B$  corresponden a la productividad máxima (PEM,  $B_{pem}$ ) o a la actual (PEA,  $B_{act}$ ). En el caso del modelo logístico la solución de  $PEM / B_{pem}$  se reduce a  $r/2$  (Tabla 1).

El resto de las cantidades de interés se calculan a partir de las ecuaciones para PEM y  $B_{pem}$ . Por ejemplo, en el modelo CSRR la productividad actual (PEA) se obtiene con la ecuación de PEM, sólo que en lugar de usar  $B_{pem}$  se usa  $B_a$ . En el modelo logístico la PEA se calcula directamente de la función de crecimiento como  $PEA = rB_a(1 - B_a / B_0)$ .

En los dos primeros modelos la dinámica de la población es modelada de manera simplificada, sin hacer consideraciones sobre el crecimiento individual, la estructura por edades o la mortalidad natural. La dinámica del stock se comporta como una agregación de biomasa  $B_t$  (Quinn & Deriso, 1999), donde  $PE_t = f(B_t)$  y se puede expresar en términos absolutos de captura. Sin embargo, cuando se incluyen parámetros relacionados con la estructura por edades, y además retraso, cambian los aspectos cuantitativos del modelo y su dinámica, lo que dificulta la derivación de soluciones analíticas para las variables de control óptimo (Cohen, 1987). En el caso particular del

abulón, cuyo control de manejo más importante es la cuota, es deseable derivar la solución de PEM en términos absolutos de captura y no de manera indirecta, a través de la tasa de aprovechamiento  $h$ . La principal dificultad para obtener esto con el modelo de Deriso-R es que el factor de crecimiento  $g_t$  considera información sobre la composición por edades, implícitas en el peso promedio  $\bar{w}_t$ . Como  $\bar{w}_t = B_t / N_t$ , y  $N_t$  está en función de  $h$ , entonces  $g_t = f(h)$ . Por lo tanto, la producción excedente en equilibrio necesariamente involucra  $h$

$$(Ec. 21) \quad PE(h) = \left[ B_e - B_e \left( 1 - \frac{aw_L}{b + B_e} \right) \right] \frac{1}{sg_e}$$

donde  $B_e$  es la biomasa en equilibrio;  $g_e$  es el factor de crecimiento en equilibrio;  $a$  y  $b$  son los parámetros de la función S-R (Ec. 16), todos en función de  $h$ . Como la edad de reclutamiento  $L$  también es parte del problema, se optó por aproximar numéricamente PEM y  $B_{pem}$  a partir de  $\partial PE / \partial h = 0$ .

### 5.2.3 Ajuste y estimación

El ajuste y estimación se efectúan casi simultáneamente, pero deben ser tratados por separado. El ajuste de un modelo a datos consiste en hacer pasar los valores predichos por el modelo lo más cercano posible a los datos observados, mientras que la estimación es la asignación de valores numéricos a los parámetros del modelo (Gilchrist, 1984). Hay una gran variedad de formas y métodos de ajuste (Gilchrist, 1984; Cordue, 1998). En general, existen dos enfoques estadísticos para ajustar modelos a datos y estimar sus parámetros: el enfoque frecuentista y el enfoque Bayesiano (Berger, 1985; Gelman *et al.* 1995).

El enfoque clásico o frecuentista asume que existe un valor “verdadero” del parámetro, único y constante. Mediante la optimización de una función objetivo (mínimos cuadrados o máxima verosimilitud) se obtiene un “estimador” de ese parámetro “verdadero” y sus intervalos de confianza, asumiendo que los datos son observaciones aleatorias de una población estadística desconocida (Cox & Hinkley 1974; Chen & Fournier 1999; Nielsen & Lewy 2002).

El enfoque Bayesiano, por el contrario, asume que no existe un único, constante y verdadero, valor para el parámetro, sino que éste puede variar aleatoriamente. En lugar de estimar el valor “verdadero”, como en la estadística clásica, se estima la distribución de probabilidad de los posibles valores que ese parámetro puede tomar en la naturaleza.

En este enfoque el objetivo del análisis no son los “estimadores” (e.g. media, moda), sino toda la distribución de probabilidad, no sólo el valor verdadero como en el enfoque frecuentista. Como se puede notar, los enfoques son totalmente opuestos: en el frecuentista la naturaleza es “constante” y existe un único valor constante para cada parámetro; el intervalo de confianza representa el porcentaje o frecuencia de casos en el que el estimador cae dentro de ese intervalo cuando los datos se muestrean repetidamente de la población (Nielsen & Lewy 2002); en el Bayesiano la naturaleza es variable y los parámetros provienen de una distribución de probabilidad asociada a la variabilidad natural, no del error del muestreo; todos los valores del parámetro son posibles a ocurrir en la naturaleza en función de la probabilidad de ocurrencia. El enfoque frecuentista trata de aceptar o rechazar hipótesis como si la naturaleza fuera constante, se contara con datos completos y se obtuvieran de un diseño experimental controlado. De manera inversa, el concepto Bayesiano aborda de manera robusta problemas de variabilidad natural con datos incompletos, en el que el grado de credibilidad sobre los parámetros se actualiza conforme se dispone de nuevos datos.

En este trabajo se utilizaron los dos enfoques: primero se aplicó el método de máxima verosimilitud para ajustar cada modelo a los índices absolutos de abundancia de abulón azul y después se exploraron los resultados con la segunda opción, con la cual es posible estimar la incertidumbre y riesgos en los parámetros y puntos de referencia de interés para el manejo.

La función de verosimilitud  $L(\text{datos}|\theta_i)$  utilizada está dada por (Hilborn & Mangel 1997):

$$(Ec. 22) \quad L(\text{datos}|\theta_i) = \prod_{t=tIni}^{tUlt} \frac{1}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(v_i)^2}{2\sigma_i^2}\right)$$

donde  $L(\text{datos}|\theta_i)$ : indica que tan creíbles o verosímiles son los datos observados dado que un vector de parámetros  $\theta_i$  pueda ser cierto. En el modelo logístico  $\theta_i = B_{o_i}, r_i, P_i$ . La (Ec. 22) se referirá como función  $L$ .

$tIni$  y  $tUlt$ : es el primer y último año respectivamente de la serie de datos disponibles,

$\sigma_i$ : es la desviación estándar del error de observación ( $v_t$ ) y se calcula analíticamente de (Polacheck *et al.* 1993):

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n [v_t^2]}$$

donde  $n$  es el número de años de la serie de datos.

La función  $L(\text{datos}|\theta_i)$  puede tomar la forma normal o lognormal de la siguiente manera:

$$(Ec. 23) \quad L(\text{datos}|\theta_i) = \begin{cases} \text{Normal} & \text{si } v_t = (d_t - \hat{d}_t) \\ \text{Lognormal} & \text{si } v_t = \ln(d / \hat{d}_t) \end{cases}$$

Donde  $d_t$  es el dato observado y  $\hat{d}_t$  es el valor estimado por el modelo con  $\theta_i$ .

En la mayoría de los casos la (Ec. 22) resulta en cantidades extremadamente pequeñas (e.g. 1E-40). Esto genera un problema porque con diferentes valores de parámetros estas cantidades extremadamente pequeñas prácticamente son iguales y los algoritmos no convergen hacia el máximo. Una opción para resolver este problema es multiplicar el resultado por un número extremadamente grande (e.g. 1E+40), que no siempre es el mismo e implica costos en los tiempos de simulación. Una opción alternativa es utilizar su forma equivalente en la versión Log-negativa (Hilborn & Punt 1997; Haddon, 2001), la cual está dada por:

$$(Ec. 24) \quad \text{negLogL}(\text{datos}|\theta_i) = n[\log(\sigma) + \frac{1}{2} \log(2\pi)] + \frac{\sum v_t^2}{2\sigma^2}$$

donde la expresión  $\text{negLogL}(\text{datos}|\theta_i)$  es la verosimilitud log-negativa de los datos dado  $\theta_i$ . Los mejores parámetros se obtienen cuando se minimiza la función  $\text{negLogL}$ . Las dos funciones son equivalentes, por lo que una vez minimizada la verosimilitud log-negativa se calcula la máxima verosimilitud (la función  $L$ ) como (Haddon, 2001):

$$(Ec. 25) \quad L(\text{datos}|\theta_i) = \exp(-\text{negLogL}).$$

De hecho, cualquier función  $L$  (sea normal, lognormal, binomial) se puede transformar en versión  $\text{negLogL}$  como  $-LN[L(\text{datos}|\theta_i)]$ . El uso de la versión de la (Ec. 24)

se debe a que una parte de los términos se hace constante y el cálculo se vuelve más eficiente, sobre todo cuando el proceso de repite cientos de miles de veces.

En la fase de ajuste y estimación se exploraron los perfiles de la función  $L$ . Básicamente el proceso consiste en variar sistemáticamente uno o más parámetros y encontrar los valores de los otros parámetros que minimicen la función  $negLogL$  (Hilborn & Mangel 1997). Los perfiles de verosimilitud proporcionan información acerca de cómo se relacionan los parámetros unos con otros y que tan sensible es la función de ajuste a cambios en los parámetros (Venzon & Moolgavkar 1988).

La selección de la función  $L(datos|\theta_i)$  depende de la distribución de los datos ajustados (Hilborn & Mangel 1997). En este trabajo se optó por la opción *Lognormal* y se referirá como función  $L$ . Por lo tanto, la expresión  $negLogL$  se refiere al logaritmo negativo de la función lognormal  $L$ .

#### 5.2.4 Incertidumbre y riesgo

El ajuste por máxima verosimilitud permite estimar los valores de los parámetros que “mejor” ajustan los datos observados. Los perfiles de verosimilitud dan una idea de cómo diferentes combinaciones de parámetros  $\theta_i$  (o hipótesis) para un determinado modelo se pueden ajustar de manera similar a los datos observados. Incluso, es posible aproximar estimaciones equivalentes a los intervalos. Sin embargo, todo lo anterior no proporciona una estimación completa de la incertidumbre asociada al proceso de ajuste y estimación. Para ello se aplicaron otras herramientas que se describen a continuación

##### 5.2.4.1 Incertidumbre

La definición más usada de incertidumbre es ‘*el conocimiento incompleto de un estado o proceso de la naturaleza  $\theta$* ’. En general se reconocen seis tipos de incertidumbre (Francis & Shotton 1997), cuatro de los cuales se presentan en la fase de evaluación del recurso:

- 1) Incertidumbre de *observación*, asociada a errores inherentes al muestreo y registros de captura.
- 2) Incertidumbre de *proceso*, derivada de variaciones estocásticas en la dinámica de la población (Polacheck *et al.* 1993).

- 3) Incertidumbre en el *modelo*, debido al conocimiento incompleto en la dinámica de la población, que se traduce en la formulación de un modelo no adecuado (Schnute 1987; Schnute & Hilborn 1993).
- 4) Incertidumbre de *estimación*, relacionada con el proceso de asignación de valores numéricos a los parámetros. Este tipo de incertidumbre se deriva de los tres primeros; ocurre por ejemplo, cuando se evalúa un recurso con alta variabilidad en el reclutamiento (incertidumbre de proceso), con un modelo no adecuado (incertidumbre en el modelo), ajustado a datos con incertidumbre de observación.

Bajo cualquier tipo de incertidumbre la estimación de los puntos de referencia que definen el estado y la productividad del stock están sujetas a error. Como consecuencia, las acciones de manejo se realizan bajo incertidumbre (Restrepo *et al.* 1992; Punt & Butterworth 1993). En este caso lo apropiado es medir la incertidumbre y la única forma de hacerlo es expresarla en términos de probabilidad, (Lindley 1983; Hilborn 1987).

Para estimar la incertidumbre en los parámetros y puntos de referencia de interés se utilizó el enfoque Bayesiano. En general, el enfoque Bayesiano consiste en ajustar un modelo poblacional a datos para estimar la incertidumbre de los parámetros y cantidades de interés en forma de una función de densidad de probabilidad (fdp) posterior (McAllister *et al.* 1994; Punt & Hilborn 2001). Una de las ventajas de la estadística Bayesiana respecto a la estadística frecuentista es la capacidad de incorporar de manera formal y consistente la información previa (*antecedentes*) en la estimación de los parámetros (Box & Tiao 1973; Berger 1985). Permite calcular probabilidades *posteriores* para hipótesis alternativas de la dinámica de la población a partir de la información contenida en los datos disponibles (la función  $L$ ) y de la información previa. Las probabilidades posteriores pueden ser para valores alternativos de los parámetros de un modelo, o para modelos estructuralmente diferentes (Sainsbury 1988). Es importante puntualizar que el objetivo del análisis Bayesiano no es la moda, ni la media de la distribución posterior; el objetivo es la distribución completa del parámetro o cantidad de interés (Gelman *et al.* . al 1995).

Los primeros en proponer el enfoque Bayesiano para evaluar opciones de manejo en las pesquerías fueron Walters & Hilborn (1976). A partir de entonces la aplicación de los métodos Bayesianos para la evaluación de pesquerías se ha incrementado (Hilborn *et al.*

1994; McAllister *et al.*, 1994; Walters & Ludwig, 1994; Punt & Hilborn, 1997; Kinas, 1996; Millar, 2002).

Si los valores de los parámetros son continuos, la probabilidad posterior de un estado de la naturaleza  $\theta_i$  dado los datos está dada por el teorema de Bayes:

$$(Ec. 26) \quad P(\theta_i | \text{datos}) = \frac{L(\text{datos} | \theta_i)P(\theta_i)}{\int_{\min \theta}^{\max \theta} L(\text{datos} | \theta)P(\theta)d\theta}$$

donde  $P(\theta_i | \text{datos})$  es la probabilidad posterior de  $\theta_i$  dado los *datos*. Este valor se referirá de manera alternativa como *probabilidad posterior* o *probabilidad Bayesiana*.

$L(\text{datos} | \theta_i)$  es la función de verosimilitud  $L$  de los datos, dado los parámetros  $\theta$ .

$P(\theta_i)$  es la probabilidad previa de  $\theta$ . La información previa se obtiene de estudios anteriores sobre la misma especie o stock. Cuando esto no es posible se pueden usar inferencias de otros stocks o especies afines. La “opinión experta” sobre la historia de la pesquería o la biología de la especie también puede usarse como fuente de información previa para definir el intervalo o los posibles valores de cada hipótesis  $\theta$ .

Para el modelo logístico, donde un posible estado de la naturaleza  $\theta$  es  $\theta_i = (Bo_i, r_i, P_i)$ , el teorema de Bayes puede ser re-escrito en términos discretos como:

$$(Ec. 27) \quad P(Bo_i, r_i, P_i | \text{datos}) = \frac{L(\text{datos} | Bo_i, r_i, P_i)p(Bo_i)p(r_i)p(P_i)}{\sum_j L(\text{datos} | Bo_j, r_j, P_j)p(Bo_j)p(r_j)p(P_j)}$$

La (Ec. 27) puede extenderse también para los modelos SCRR y el de retraso pero es prácticamente imposible resolverla analíticamente. Una alternativa es usar métodos de integración numérica. Sin embargo, la dificultad en la integración numérica se incrementa con el número de parámetros, por lo que es preferible usar métodos de integración tipo Monte Carlo (Berger 1985). Los dos más usados en la evaluación de recursos pesqueros son el método Sample Importance Resampling (SIR) y el método Markov Chain Monte Carlo (MCMC) (Punt & Hilborn 2001).

### **El método SIR (Sample Importance Resampling)**

Es un algoritmo de simulación tipo Monte Carlo (Rubin 1987; Berger 1985; Gelman *et al.* 1995) que permite aproximar la distribución posterior para modelos con  $n$  parámetros. El método consiste en crear una secuencia de  $n$  valores aleatorios del vector  $\theta_i$  ( $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_i, \dots, \theta_n$ ), donde cada  $\theta_i$  tiene una densidad de probabilidad común. A partir de esa secuencia se obtienen  $m$  muestras sin reemplazo (donde  $m < n$ ) con una *función de importancia*  $\eta$ . El proceso de generar un vector  $\theta_i$  con base en  $\eta$  se denomina *re-muestreo con importancia* (Berger 1985).

Existen varias versiones de este método: McAllister *et al.* (1994) describen en detalle una versión utilizada para evaluar el hoki (*Macruronus novaezelandiae*) de Nueva Zelanda. Versiones modificadas de este algoritmo han sido aplicadas por McAllister & Ianelli (1996) & Kinas (1996). El método utilizado para la evaluación del abulón en la Costa Occidental de Baja California Sur (COBCS) se adaptó de Berger (1985) y se modificó con algunas sugerencias de Punt & Hilborn (2001). Consiste de dos fases:

#### **1) Fase de muestreo**

- a) Se genera un vector  $\theta_i$  a partir de la distribución previa  $P(\theta)$ .
- b) Se calcula la función  $L(\text{datos}|\theta_i)$ .
- c) Se guarda el vector  $\theta_i$  junto con el valor de densidad posterior  $L(\text{datos}|\theta_i)P(\theta_i)$ , que en este caso proporciona la densidad de probabilidad común  $\eta(\theta) > 0$ .
- d) Los pasos a), b) y c) se repiten  $n$  veces para crear la secuencia de  $n$  valores aleatorios del vector  $\theta_i$ . Como cada  $\theta_i$  proviene de la distribución previa, la secuencia  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_i, \dots, \theta_n$  representa la distribución previa conjunta de  $\theta$ .

#### **2) Fase de re-muestreo con importancia**

La segunda fase consiste en obtener la distribución posterior conjunta a partir de la distribución previa conjunta usando la *función de importancia*  $\eta$ . El re-muestreo con importancia se efectuó como sigue.

- a) Se obtienen  $m$  muestras sin reemplazo de la secuencia  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_i, \dots, \theta_n$  con probabilidad proporcional a la razón de importancia  $w(\theta_i)$ :

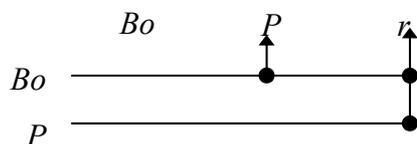
$$(Ec. 28) \quad w(\theta_i) = \frac{\eta(\theta_i)}{\sum_{i=1}^n \eta(\theta_i)}$$

donde  $\eta(\theta_i) = L(\text{datos}|\theta_i)P(\theta_i)$

Este re-muestreo con importancia genera la secuencia  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_i, \dots, \theta_m$ , que representa la distribución posterior conjunta de los parámetros incluidos en  $\theta$ . Esta secuencia es muy importante porque es la que se usa en la simulación e integración posterior (Gelman *et al.* 1995) de cantidades derivadas y puntos de referencia de interés, por ejemplo, en la fase de exploración de alternativas de manejo.

Una vez que se tiene la secuencia que representa la distribución posterior se calcula la distribución de probabilidad posterior *marginal* para cada parámetro incluido en  $\theta$ . Hay varias formas de hacer esto; McAllister *et al.* (1994) sugieren integrar la fdp posterior conjunta de un parámetro en particular respecto al resto de los parámetros. El procedimiento *ad hoc* implementado en este trabajo para resolver esto es el siguiente:

- Se construye una matriz *k-bidimensional* con la fdp posterior conjunta en intervalos discretos o ‘clases’ para los  $n$  parámetros incluidos en  $\theta$ , donde  $k$  es una función del número de parámetros  $k = f(n) = (n^2 - n) / 2$ . Así, cada  $k$ th bidimensión contiene la fdp posterior conjunta para un par de parámetros.
- A partir de esta matriz *k-bidimensional* se calcula la distribución posterior marginal para cada parámetro. En el modelo logístico, con tres parámetros ( $k=3$ ) las posibles combinaciones son:



Por lo que las  $k$  bidimensiones quedan arregladas como sigue:

$$k_1: Bo - P$$

$$k_2: Bo - r$$

$$k_3: P - r$$

- c) La ventaja de este procedimiento es que la solución del teorema de Bayes (Ec. 26) se reduce a dos dimensiones y se resuelve en forma discreta. Por ejemplo, para  $k_2$  la probabilidad posterior marginal de  $Bo$  se obtiene como:

$$(Ec. 29) \quad P(Bo_j | \text{datos}) = \frac{\sum_i L(\text{datos} | Bo_j, r_i) P(Bo_j) P(r_i)}{\sum_j \sum_i L(\text{datos} | Bo_j, r_i) P(Bo_j) P(r_i)}$$

Para  $P(r_i | \text{datos})$  se utiliza la misma expresión solo que el numerador se suma en dirección del subíndice  $j$ . Este cálculo se repite para las  $k$ th bidimensiones.

### El método MCMC (Markov Chain Monte Carlo)

La simulación MCMC consiste en generar una trayectoria aleatoria en el espacio de muestreo de  $\theta$ , donde cada  $\theta_i$  depende del valor anterior  $\theta_{i-1}$ ; esto crea una *cadena de Markov* que converge hacia la distribución posterior conjunta  $P(\theta | \text{datos})$  o distribución objetivo (Gelman *et al.* 1995). La diferencia con el SIR es que en cada paso el proceso de Markov converge hacia la distribución posterior, mientras que en el SIR la secuencia generada en la primera fase permanece como distribución previa. Igual que el SIR, hay varias versiones de algoritmos tipo cadenas de Markov. Para este análisis se adoptó el algoritmo Metrópolis que procede como sigue (Gelman *et al.* 1995):

- 1) Se selecciona un vector  $\theta_o$  que inicia la cadena.
- 2) Para cada  $i=1,2,\dots, n$  valores en la secuencia aleatoria de la cadena
  - a) Se obtiene un nuevo valor candidato  $\theta^c$  (el superíndice  $c$  se refiere a valor *candidato*) de una ‘jumping distribution’ ( $J_i$ ), que depende del valor anterior  $J_i(\theta^c | \theta_{i-1})$ . Cada valor candidato  $\theta^c$  se obtiene de una distribución uniforme  $\theta^c = U[\theta_{i-1} - \Delta_i, \theta_{i-1} + \Delta_i]$ , donde  $\Delta_i$  es un vector de tolerancia que se actualiza dinámicamente (Quinn & Deriso, 1999; Punt & Hilborn, 2001).
  - b) Se calcula la razón de densidad posterior  $rdp$

$$(Ec. 30) \quad rdp = \frac{P(\theta^c | \text{datos})}{P(\theta_{i-1} | \text{datos})}$$

- c) Se acepta o rechaza  $\theta^c$  en función de la  $rdp$ , de acuerdo con la siguiente regla:

$$(Ec. 31) \quad \theta_i = \begin{cases} \theta^c & \text{si } rdp < U(0,1) \\ \theta_{i-1} & \end{cases}$$

La expresión  $rdp < U(0,1)$  implica que  $\theta^c$  se acepta bajo dos condiciones: 1) Cuando  $\theta^c$  incrementa la densidad posterior ( $rdp > 1$ ), y 2) si  $rdp < 1$ , entonces  $\theta^c$  se acepta solo si  $rdp$  es mayor que un número aleatorio con distribución uniforme entre 0 y 1. Si ninguna de las dos condiciones se cumple se rechaza  $\theta^c$  y se regresa a  $\theta_{i-1}$ .

- d) Se repiten los pasos a), b) y c)  $n$  veces. Esto genera una cadena  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_i, \dots, \theta_n$  que converge hacia la distribución posterior  $P(\theta | \text{datos})$ , la cual, igual que el SIR se usa en el análisis de riesgo sobre el estado y en la fase exploración de alternativas de manejo.
- 3) Un aspecto importante en la simulación MCMC es la convergencia de la cadena hacia la distribución objetivo. Dos alternativas para mejorar la aproximación a la distribución posterior son: 1) descartar un “*cierto numero*” de simulaciones iniciales, y 2) una vez alcanzada la convergencia, seleccionar  $\theta_i$  cada  $k$ th simulación Gelman *et al* (1995). En este trabajo sólo se exploró el efecto un cierto número inicial de simulaciones.

La distribución marginal posterior se calculó con el procedimiento *ad hoc* descrito para el método SIR.

De cada método se confrontó su desempeño en tres aspectos: la convergencia hacia la  $P(\theta | \text{datos})$ , el número de simulaciones y el tiempo de simulación.

### **Estado de la población y productividad**

En la fase de evaluación de una población el objetivo final no es la estimación de los parámetros, sino las cantidades derivadas ( $Q$ ) de los parámetros o puntos de referencia que definen el estado y la productividad, como base para la exploración de opciones alternativas de manejo (sección 5.3). En esta parte del análisis cae dentro de la inferencia bayesiana, la cual permite *inferir* sobre datos potencialmente observables (e. j: biomasa proyectadas) o cantidades de interés (puntos de referencia), condicionados a

los parámetros  $\theta$  y a los datos observados (Gelman *et al.* 1995). La distribución posterior de las cantidades derivadas, condicionadas a la distribución posterior de  $\theta$  y los datos se integró como (ver anexo derivación Bayes):

$$(Ec. 32) \quad P(Q | \theta, \text{datos}) = \int P(Q | \theta, \text{datos})P(\theta | \text{datos})d\theta$$

donde  $Q$  representa cualquiera de las siete cantidades derivadas que definen el estado y la productividad.

El proceso de estimación de  $P(Q | \theta, \text{datos})$  se realizó de la siguiente manera:

- 1) Se muestrea el primer vector  $\theta_1$  de la secuencia  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_i, \dots, \theta_n$  generada con el método SIR o con el MCMC.
- 2) Se calculan las cantidades derivadas de interés  $Q$ .
- 3) Los pasos 1) y 2) se repiten desde  $i = 1$  hasta  $n$  para generar el arreglo matricial de la Tabla 3.

Tabla 3. Estructura del arreglo matricial generado en la simulación posterior de las cantidades derivadas que definen el estado y la productividad del abulón (Adaptado de Gelman *et al.* 1995: 21)

Simulación	Parámetros	Cantidades derivadas		
$i$	$P(\theta   \text{datos})$	$P(Q   \theta, \text{datos})$		
1	$\theta_1$	$Q_1^1$	...	$Q_1^k$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$
$i$	$\theta_i$	$Q_i^1$	$\ddots$	$Q_i^k$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$
$n$	$\theta_n$	$Q_n^1$	...	$Q_n^k$

En la Tabla 3 el superíndice  $k$  en  $Q$  se refiere a las siete cantidades básicas señaladas en la sección 5.2.2.

#### 5.2.4.2 Riesgo sobre el estado

De todas las cantidades derivadas  $Q$ , el valor esperado del estado  $E[\xi]$  es uno de los más importantes porque de éste depende el planteamiento de las alternativas de manejo.

Sin embargo, como la evaluación se efectúa bajo algún tipo de incertidumbre (observación, proceso, modelo, estimación), existe el riesgo de equivocarse en la determinación del estado. Existen varias definiciones de riesgo; la teoría de decisión lo concibe como “...una pérdida esperada en la que se incluye tanto la probabilidad como la severidad de un evento no deseado” (Francis & Shotton 1997). Sin embargo, en la mayoría de los trabajos de evaluación de recursos pesqueros se evita incluir la frase “severidad” del evento no deseado, por lo que el término “riesgo” se ha definido como “...la probabilidad de ocurrencia de un evento no deseado en un determinado tiempo (Francis, 1992; Cordue & Francis, 1994; Mace, 1994).

En el caso de la evaluación del recurso abulón el evento no deseado es que el stock se encuentre deteriorado. Entonces el riesgo sobre el evento no deseado es la probabilidad de que la biomasa actual esté por debajo de la biomasa objetivo, que en este caso es la biomasa que genera la producción excedente máxima  $P(B_{act} \leq B_{pem})$ , equivalente a poner  $P(\xi \leq 1)$ . Por lo tanto, el riesgo sobre el estado de salud  $\mathfrak{R}_\xi$ , condicionado a  $\theta$  y a los *datos* se estima a partir de la distribución posterior de  $\xi$  como:

$$(Ec. 33) \mathfrak{R}_\xi = P(B_{act} \leq B_{pem}) = P(\xi \leq 1 | \theta, \text{datos}) = \int_0^1 P(\xi | \theta, \text{datos}) P(\theta | \text{datos}) d\theta$$

### 5.3 Evaluación de alternativas de manejo

El segundo objetivo de la evaluación cuantitativa de un recurso pesquero es evaluar las consecuencias de acciones alternativas de manejo (Punt & Hilborn 2001). El primer paso para evaluar estas alternativas es reconocer explícitamente la incertidumbre y el riesgo.

Si el trabajo con incertidumbre es ineludible, entonces es necesario que en la evaluación de recursos pesqueros las diferentes opciones se presenten con los riesgos y consecuencias asociadas a cada una de las posibles alternativas de manejo (Francis, 1992; Frederick & Peterman 1994).

#### 5.3.1 Puntos de referencia en las alternativas de manejo

Los PR como estrategias de manejo dependen de las condiciones del stock bajo estudio y pueden ser concebidos bajo enfoques “precautorios”, “riesgosos” u “óptimos” (Mace, 1994; Caddy & Mahon, 1995).

En recursos en los cuales el estado actual es de sobre-aprovechamiento, como en el que se encuentra el abulón, el objetivo de manejo es definir estrategias para recuperar la productividad máxima del stock y la estabilidad de la pesquería (Rosenberg & Brault, 1993). Una forma de llevar cabo esto es la proyección bajo diferentes escenarios de manejo (Gavaris, 1993; Smith & Gavaris, 1993).

En el enfoque Bayesiano la proyección de biomاسas corresponde a un cuarto estado en el cual se hacen *inferencias posteriores* sobre proyecciones de datos potencialmente observables (Anexo I). La notación formal de la proyección posterior de la biomasa es:

$$(Ec. 34) \quad P(B_{proy} | \theta, B_{obs}) = \int P(B_{proy} | \theta, B_{obs})P(\theta | B_{obs})d\theta$$

Donde  $P(B_{proy} | \theta, B_{obs})$  es la probabilidad de la biomasa proyectada  $B_{proy}$  condicionada a la ocurrencia conjunta de un modelo o sus parámetros y los datos observados,  $P(\theta | B_{obs})$  es la probabilidad del parámetro condicionado a las biomاسas observadas. Esta ecuación es en esencia la misma que la de la distribución de probabilidad de las cantidades derivadas.

La integración de la proyección posterior se realizó de la siguiente manera:

- 1) Con cada modelo se proyectó la biomasa desde  $t_1$  hacia  $t_{act} + n$ , con una cuota  $c$ , donde  $t_1$  es el año inicial de la serie de datos,  $t_{act}$  representa el año actual y  $n$  el número de años proyectados. Para simplificar la nomenclatura  $t_{act}$  se sustituyó por  $t$  y la biomasa proyectada se denominó como  $B_{t+n}^c$ , que significa biomasa proyectada al año  $t + n$  con una cuota de captura  $c$ .
- 2) Las proyecciones se repitieron para cada vector de parámetros  $\theta_i$  incluidos en la secuencia posterior  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_i, \dots, \theta_n$ .

Las biomاسas proyectas  $B_{t+n}^c$  generadas con cada  $\theta_i$  se almacenaron en una arreglo matricial similar a la de Tabla 3, a partir del cual se efectuaron cálculos relacionados con puntos de referencia definidos en función del estado del stock o de los objetivos de manejo, por ejemplo,  $B_{t+n}^c / B_{pem}$  o  $B_{t+n}^c / B_{act}$ .

Suponiendo que la biomasa actual es inferior a  $B_{pem}$ , tal como se deriva de estudios previos realizados con el modelo Logístico (Muciño *et al.* 2000; Sierra *et al.* 2001),

entonces el objetivo de manejo es incrementar el tamaño de la población. Bajo este esquema las cuotas opcionales son aquellas con las cuales la biomasa proyectada  $B_{t+n}^c$  es mayor que una biomasa *límite*  $B_{Lim}$ . En términos cuantitativos esta regla se puede expresar como un Punto de Referencia Límite (PRL):

$$PRL = \frac{B_{t+n}^c}{B_{Lim}}$$

Para fines exclusivos de este estudio  $B_{Lim}$  se refiere a la biomasa en el año 2004. El riesgo o evento no deseado en este PRL es la probabilidad de que la biomasa proyectada sea menor que la biomasa límite  $P(B_{t+n}^c \leq B_{Lim})$ . Como esta biomasa límite no se refiere a un valor fijo sino a una distribución de probabilidad, es más apropiado expresar el riesgo en términos del PRL como:

$$\mathfrak{R}_{PRL} = P(PRL \leq 1 | \theta, \text{datos}) = \int_0^1 P(PRL | \theta, \text{datos}) P(\theta | \text{datos}) d\theta$$

El valor esperado de la distribución posterior de probabilidad del Punto de Referencia Límite  $E[PRL]$  es la proporción de crecimiento de la biomasa proyectada respecto a la biomasa límite. Por lo tanto, las cuotas opcionales son aquellas en las cuales  $E[PRL] > 1$  y  $\mathfrak{R}_{PRL} < 0.5$

Como el objetivo es llevar la población hacia un objetivo  $B_{pem}$  entonces se define también un Punto de Referencia Objetivo (PRO) como:

$$PRO = \frac{B_{t+n}^c}{B_{pem}}$$

Equivalente al estado de salud, solo que en lugar de referirse a la biomasa actual en este caso representa el estado de las biombras proyectadas respecto a la biomasa que maximiza la producción excedente. De manera similar al PRL, el riesgo sobre el PRO es  $\mathfrak{R}_{PRO} = P(PRL \leq 1 | \theta, \text{datos})$ .

## 6 RESULTADOS

### 6.1 Ajuste y estimación

Como en esencia los dos modelos de retraso presentaron el mismo comportamiento, en esta sección únicamente se presentan los resultados con el modelo Logístico y el Deriso-R. El objetivo del análisis consistió en explorar la correlación entre los parámetros y la sensibilidad de la función de ajuste (Ec. 25) con base en los perfiles de verosimilitud, bajo diferentes alternativas para estimar la biomasa inicial. Al final de esta sección se efectúa una comparación entre los tres (Logístico, Deriso-R y CSR).

#### 6.1.1 Modelo Logístico

En la Figura 3b se observa que los “mejores” valores no provienen de una zona con un perfil bien definido, sino que diferentes combinaciones de parámetros pueden dar prácticamente el mismo ajuste. Los datos utilizados son más verosímiles cuando  $B_0=1068$  y  $r=0.294$ . Estos valores se referirán como  $B_0^{ML}$  y  $r^{ML}$  respectivamente, donde el superíndice  $ML$  indica el máximo de la función  $L$ . De manera similar,  $\theta^{ML}$  se referirá como el vector de parámetros que maximizan la función  $L$ . En ambos casos es relativamente fácil identificarlos en el perfil de verosimilitud (Figura 3<sup>a</sup> y c). Sin embargo, no sucede lo mismo con el perfil de  $p$ ; la Figura 3b muestra que después del valor que maximiza la función de ajuste ( $p^{ML}=0.772$  indica que al inicio de la serie de datos la biomasa estaba al 77.2 % de  $B_0$ ) se obtiene casi el mismo valor de la función  $L$ . Esto significa que los datos disponibles no proporcionan suficiente información sobre el estado inicial (1982) de la población. Lo anterior tiene implicaciones en el perfil de los otros dos parámetros; la parte de la curva a la izquierda de la línea vertical en la Figura 3<sup>a</sup> corresponde valores de  $B_0$  alrededor de 1000, maximizados con  $0.772 < p < 3$ . De manera similar, la parte de la curva a la derecha de la línea vertical en la Figura 3c representa también los mejores valores de  $r$  con  $p$  entre 0.772 y 3.

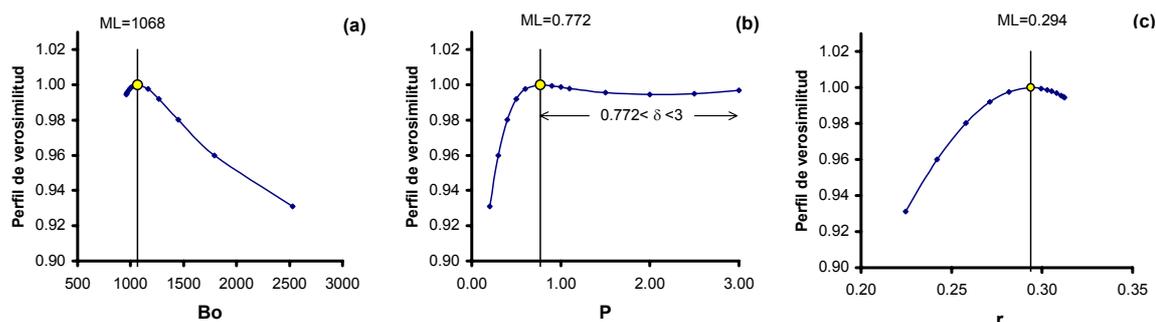


Figura 3. Perfil de verosimilitud para los parámetros del modelo *Logístico* ajustado a los datos de biomasa de abulón azul en la zona de Bahía Tortugas, B.C.S. Las líneas verticales en cada gráfica indican los valores de los parámetros donde se maximiza el ajuste del modelo a los datos.

El comportamiento de los perfiles de la Figura 3 se explica en la Figura 4. Como no se dispone de datos de biomasa en la primera parte de la serie de datos, no hay manera de ajustar la curva de biomasa inicial a un valor observado. Como consecuencia, prácticamente con cualquier valor de  $p$  es posible modificar los valores de  $B_0$  y  $r$  para generar casi el mismo ajuste en el rango de datos observados. En general, en la Figura 4 se observa una correlación inversa entre  $B_0$  y  $p$ . Estas relaciones se aprecian gráficamente en la Figura 5.

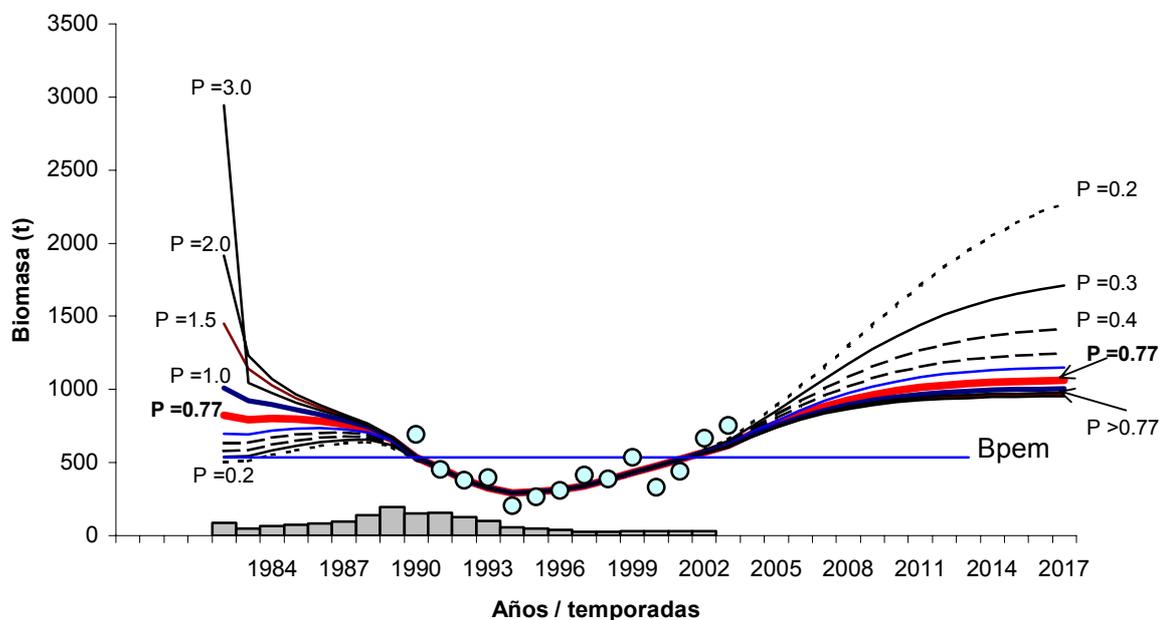


Figura 4. Ajuste del modelo *Logístico* a los datos de biomasa de abulón azul en la zona de Bahía Tortugas, B.C.S. Las líneas alrededor de los datos observados se generaron con los perfiles de verosimilitud sobre  $p$  entre 0.2 y 3.0. La línea más gruesa representa mejor

ajuste, obtenido cuando  $p^{ML}=0.772$ .  $Bpem$  es la biomasa que genera la producción excedente con la mejor combinación de parámetros

Los cambios en  $p$  producen variaciones en  $Bo$  sólo cuando  $p$  es menor que  $p^{ML}$ . Cuando  $p > p^{ML}$  casi no se aprecian cambios en  $Bo$ ; el menor valor obtenido es 950 y luego se observa una ligera tendencia a aumentar (Figura 5<sup>a</sup>). Algo similar ocurre con  $r$ , pero a diferencia de  $Bo$ , la disminución en  $p$  si genera valores menores en  $r$ . De la misma manera, cuando  $p$  se incrementa el mejor valor  $r$  apenas llega a 0.31, y luego tiende a disminuir (Figura 5b). Como se puede ver, en los dos casos los mayores cambios en  $Bo$  y  $r$  se dan cuando  $p$  es menor que  $p^{ML}$ . En la Figura 5c se ve la relación resultante entre  $Bo$  y  $r$ : a mayor  $Bo$  menor  $r$ .

En resumen, conjuntado la información de la Figura 3 y la Figura 5 se deduce que con base en la información contenida en los datos  $Bo$  no puede ser menor que 950 y  $r$  no mayor que 0.34. Esta exploración es muy importante y será considerada para construir la información previa en  $p$ .

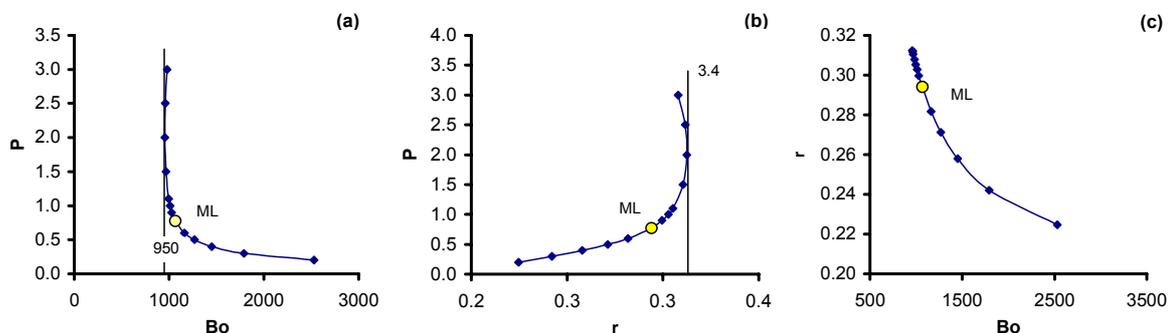


Figura 5. Relaciones entre los valores de los parámetros del modelo Logístico ajustado a los datos de biomasa de abulón azul en la zona de Bahía Tortugas, B.C.S. Cada punto en la curva de  $Bo$  y  $r$  indica el mejor ajuste posible con diferentes valores de  $p$ , desde 0.2 a 3.0. El punto claro en la curva señala la mejor combinación con los tres parámetros. La línea horizontal en (a) y (b) indican el menor y mayor valor posible para  $Bo$  y  $r$  respectivamente.

Con las exploraciones anteriores queda claro el efecto de  $p$  en las estimaciones de  $Bo$  y  $r$ , pero, ¿qué pasa si  $p$  se mantiene fijo, como  $p^{ML}$  y los perfiles verosimilitud se obtienen sólo para  $Bo$  y  $r$ ? Los resultados se presentan en la Figura 7. La escala de los perfiles de la Figura 3 se estableció de 0.9 a 1.2 para hacer más evidente el punto donde

se maximiza la función L-lognormal. Sin embargo, cuando el mínimo de la escala se reduce a 0 y se comparan los perfiles con y sin  $p$  se observa claramente que sin  $p$  los perfiles de  $Bo$  y  $r$  quedan más definidos, menos inciertos. Este resultado muestra los efectos que podría tener dejar libre  $p$  en las simulaciones del algoritmo MCMC. Como se presentó en la Figura 3b,  $p=1$  tendría casi la misma verosimilitud que  $p=3$ , y por lo tanto este algoritmo podría converger a valores altos de  $p$  si no se especifica información previa.

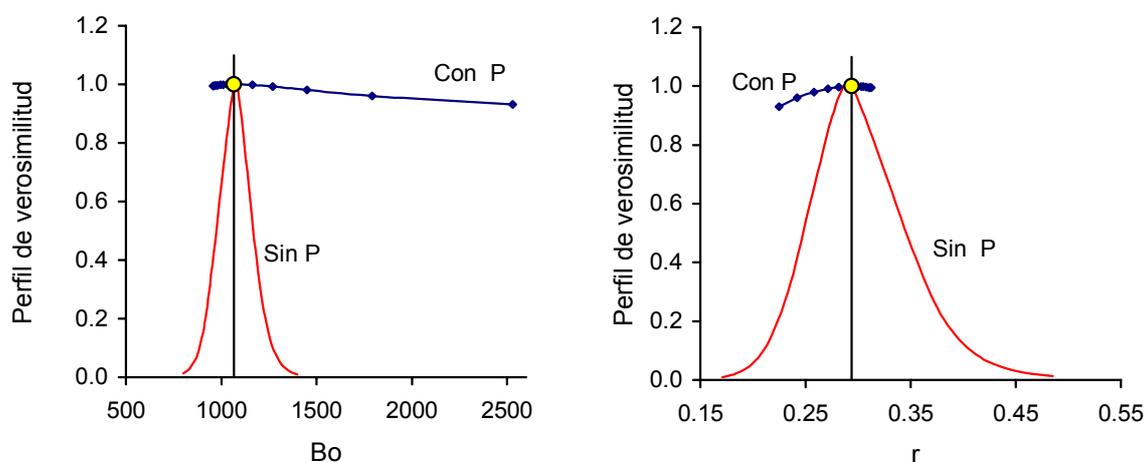


Figura 6. Confrontación de los perfiles de verosimilitud de  $Bo$  y  $r$  con y sin  $p$  con el modelo *Logístico* ajustado a los datos de biomasa de abulón azul en la zona de Bahía Tortugas, B.C.S..

A diferencia de la Figura 4, donde con cualquier valor de  $p$  se puede maximizar  $Bo$  y  $r$  para hacer pasar la curva de biomasa por la zona del mejor ajuste, cuando se fija  $p$  no ocurre lo mismo; las curvas de biomasa no pasan por la misma zona dentro del rango de datos observados (Figura 7). Es importante resaltar tres aspectos en esta figura:

- El perfil de 800 a 1400 en  $Bo$  incluye el 100 % de los valores que hacen más verosímiles los datos (Figura 6), entonces la gama de curvas en la Figura 7 cubre el 100 % de la credibilidad de los datos dados los parámetros que maximizan la función  $L$ .
- Considerando todas las combinaciones posibles entre  $Bo$  y  $r$ , algunos puntos de biomasa observadas quedan fuera de las predicciones del modelo, no son creíbles o verosímiles dado el caso de que el modelo y sus parámetros sean

ciertos. Los que más se salen de la predicción son las estimaciones realizadas en 1990, 2000 y 2003. Si los valores observados son ciertos entonces el modelo no incluye todos los factores que hacen variar el tamaño de la población (incertidumbre de proceso e incertidumbre en el modelo); por el contrario, si el modelo es correcto, entonces los valores observados son incorrectos (incertidumbre de observación).

- c) Otra diferencia importante con la Figura 4 es que al fijar  $p$  se reduce la incertidumbre en la biomasa inicial (que ahora es el 77.2 % para cualquier valor de  $B_0$ ). Todas las combinaciones posibles de  $B_0$  y  $r$  indican que la biomasa inicial (en 1982) estaba arriba de  $B_{pem}$ , que el stock en ese año estaba saludable. En términos de manejo la situación del stock en 1982 podría no tener relevancia para el manejo de 23 años después. Sin embargo no es así porque la biomasa inicial está asociada  $p$ , y ya se presentaron los efectos que tiene en las estimaciones de  $B_0$  y  $r$ , de los cuales se derivan los puntos de referencia para el manejo ( $B_{pem} = B_0/2$ ,  $PEM = B_0*r/4$ ,  $h = r/2$ ). Algunas preguntas relacionadas con estos resultados serían: ¿estaba la biomasa inicial arriba de  $B_{pem}$  en 1982?, ¿Se debe confiar únicamente en las estimaciones de máxima verosimilitud para la evaluación de este recurso, o es necesario incorporar otros enfoques?

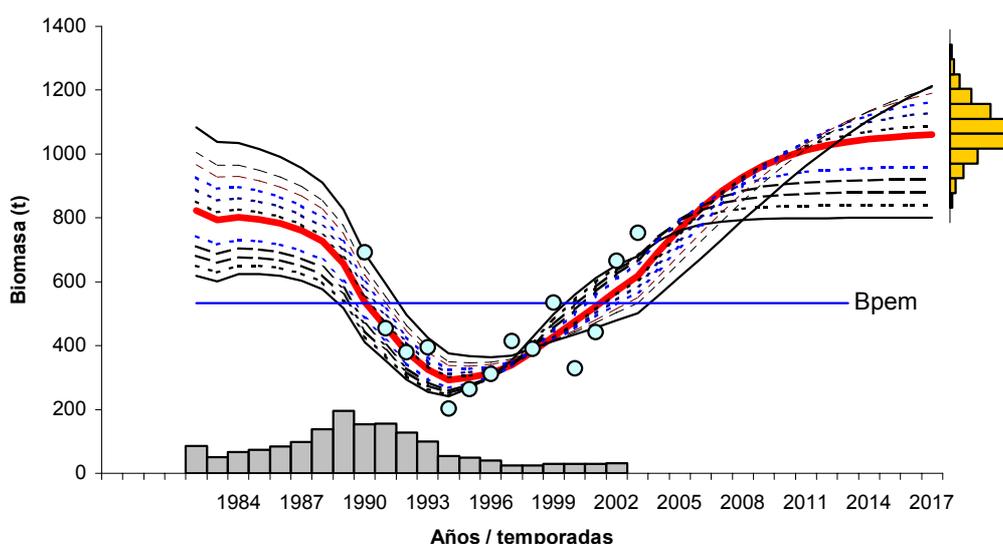


Figura 7. Ajuste del modelo Logístico a los datos de biomasa de abulón azul en la zona de Bahía Tortugas, B.C.S. Las líneas alrededor de los datos observados se generaron con los

perfiles de verosimilitud sobre  $B_0$  entre 800 y 1400 manteniendo fijo  $p^{ML} = 0.772$ . La línea mas gruesa representa mejor ajuste, obtenido cuando  $B_0^{ML} = 1068$ .  $B_{pem}$  es la biomasa que genera la producción excedente con la mejor combinación de parámetro. Al final de las curvas de biomasa se presenta el perfil de  $B_0$ .

### 6.1.2 Modelo Deriso-R

Con este modelo el perfil de verosimilitud de  $p$  se exploró también entre 0.1 -3.0, pero como a partir de 1.1 las curvas fueron casi iguales, en la Figura 8 se presentan únicamente las curvas de biomasa variando  $p$  entre 0.1-1.1 y modificando los otros tres parámetros ( $B_0, s$  y  $z$ ) para maximizar la función  $L$ . Igual que en el modelo Logístico, dentro del rango de datos observados todas las curvas pasan prácticamente por la misma zona y difieren donde no hay datos de ajuste.

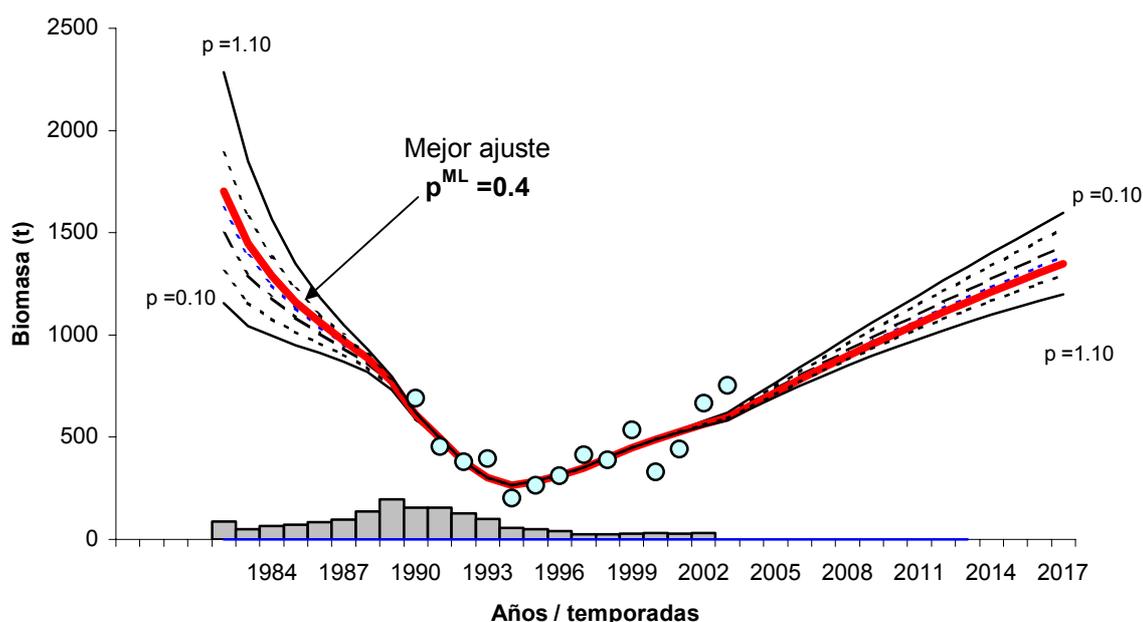


Figura 8. Ajuste del modelo Deriso-R a los datos de biomasa de abulón azul en la zona de Bahía Tortugas. B.C.S. Las líneas alrededor de los datos observados se generaron con los perfiles de verosimilitud sobre  $p$  entre 0.1 y 1.1. La línea mas gruesa representa mejor ajuste, obtenido cuando  $p^{ML} = 0.4$ .

En la Figura 8 la biomasa inicial se estimó como  $B_1 = pB_0$ . Esto genera una fuerte correlación entre  $B_0$  y  $p$ , por lo que es prácticamente imposible disminuir la biomasa inicial a menos de 1000. Al disminuir  $p$  lo único que se logró fue incrementar

considerablemente  $B_0$  (Figura 9a), lo cual tiene implicaciones directas en puntos de referencia para el manejo, como  $B_{pem}$ .

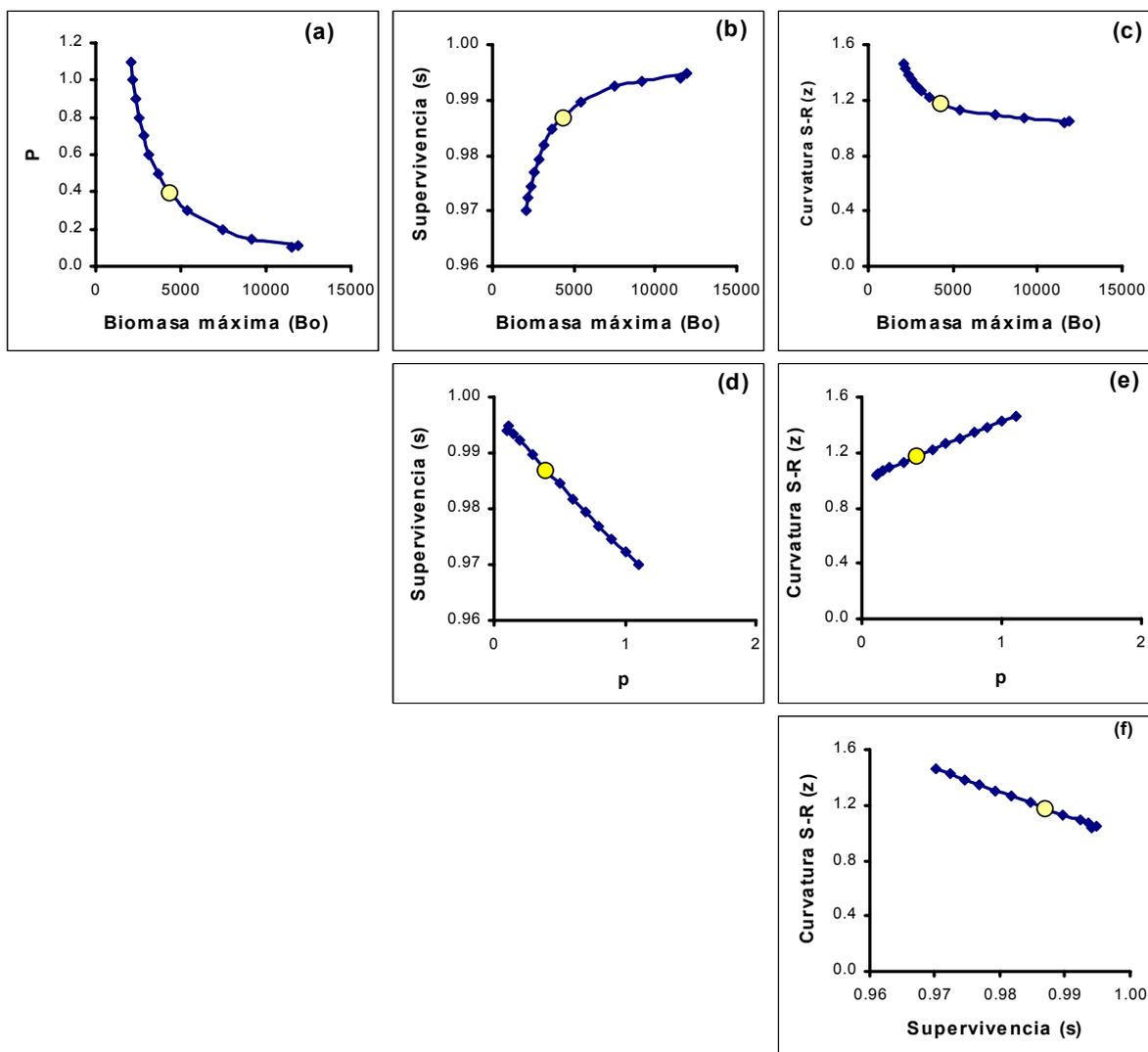


Figura 9. Tendencia de las correlaciones observadas entre los parámetros del modelo Deriso-R perfilando sobre  $p$  entre 0.1 y 1.1. Los círculos indican la combinación con el mejor ajuste.

Ante esta incongruencia en la biomasa inicial se exploraron dos alternativas para estimar  $B_1$ :

- 1) fijar  $p = 0.4$ , que es el valor obtenido con el mejor ajuste, y perfilar sobre  $B_0$  entre 1800 y 7500.

- 2) eliminar  $p$  y estimar los perfiles de  $B_1$  entre 600 y 3100. Esta opción hace que  $B_1$  sea independiente de  $B_0$  y permita explorar valores mas pequeños de la biomasa inicial que cuando esta se estima en función de  $B_0$  y  $p$ .

Las curvas de biomasa resultantes de esta opción se presentan en la Figura 10, donde se observa que en los dos casos biomazas iniciales pequeñas generan valores grandes de  $B_0$ . Con estas dos alternativas es posible iniciar la curva de biomasa con menores valores de  $B_1$  que con  $p$  “libre” (Figura 8). De las dos alternativas exploradas la segunda es la que permite iniciar la curva de biomasa con menores valores de  $B_1$ . Esto es porque el cálculo de  $B_1$  no depende de  $B_0$  ni de  $p$ . De manera similar a las exploraciones anteriores, las trayectorias determinísticas de las curvas de biomasa son muy similares en el rango de datos observados y difieren en la parte donde no hay datos de ajuste.

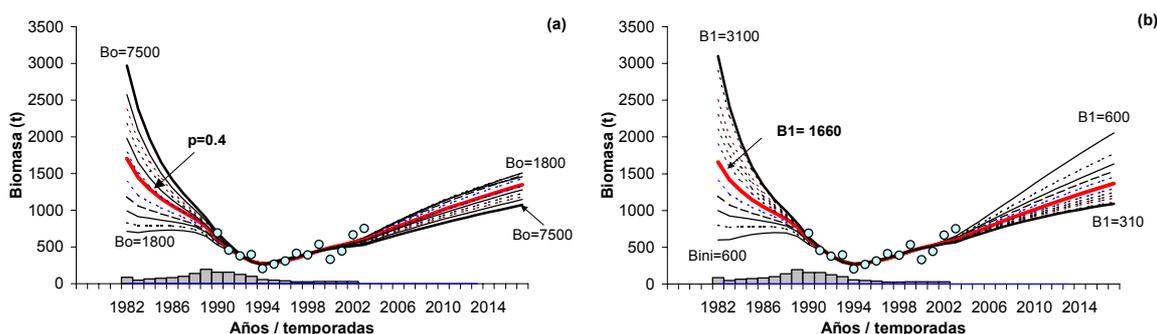


Figura 10. Ajuste del modelo Deriso-R a los datos de biomasa de abulón azul en la zona de Bahía Tortugas, B.C.S. Las líneas alrededor de los datos observados se generaron con dos opciones de perfiles de verosimilitud: (a) se fijó  $p^{ML}=0.4$  y se perfiló sobre  $B_0$  entre 1800 y 7500, y (b) se eliminó  $p$  y se perfiló sobre  $B_1$  entre 600 y 3100.

Las tendencias de las correlaciones entre los parámetros obtenidas con la segunda alternativa (eliminar  $p$  y perfilar sobre  $B_1$ ) se presenta en la Figura 11, en la que se observan las siguientes diferencias respecto a la Figura 9.

1. En general hay menos correlación entre los parámetros.
2. La tendencia de todas las correlaciones cambia a partir de  $\theta^{ML}$ . Algunas de estas diferencias se comparan en las Figura 11b, c y f.

3. En todos los casos  $B_0$  no es mayor que  $B_0^{ML}$  y esto marca una diferencia importante con la Figura 9 (Figura 11<sup>a</sup>, b y c).

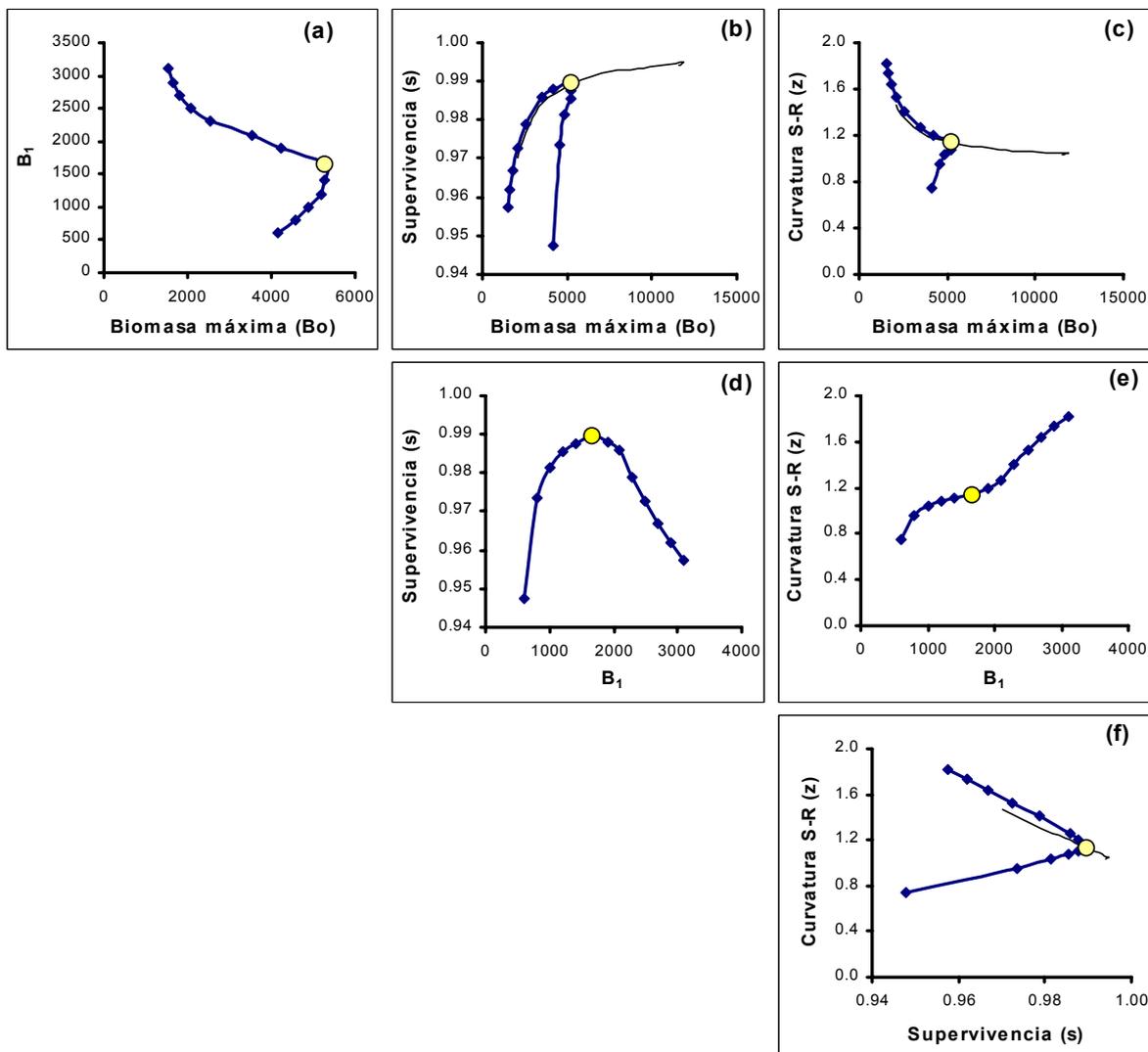


Figura 11. Tendencia de las correlaciones observadas entre los parámetros del modelo Deriso-R perfilando sobre  $B_1$  entre 600 y 3100. Con esta opción  $B_1$  es independiente de  $B_0$  y se elimina  $p$ . Para fines de comparación en (d), (e) y (f) se agregó la tendencia de las correlaciones cuando  $B_1$  se calcula como una proporción de  $B_0$  (líneas delgadas, obtenidas de la Figura 9).

### 6.1.3 Confrontación de modelos: Logístico, Deriso-R y SCRR

Es importante recordar que la justificación del estudio obedece a un cuestionamiento sobre el manejo real de una pesquería ¿Es adecuado derivar recomendaciones de manejo usando como herramienta únicamente el modelo logístico, o existen otras alternativas

más robustas a la información disponible? En esta sección se presentan las argumentaciones a favor de uno y otro modelo.

Como primer paso de este análisis, en la Figura 12 se presenta el mejor ajuste de los tres modelos a los datos de biomasa estimada por muestreo directo. En el rango de datos observados (de 1990 a 2003) la mejor combinación de parámetros de los tres modelos ajustan de manera muy similar a las biomases observadas. Las diferencias se presentan principalmente en el rango donde los modelos no se confrontan con datos observados. Esto ocurre en las proyecciones a partir del 2003 y de 1989 a 1982. Si se observa con detalle a lo largo de los datos ajustados se nota que los modelos de retraso “siguen” más el primer valor observado (biomasa 1990) que el modelo Logístico y hacen que la biomasa inicial sea mayor con los modelos de retraso que con el modelo Logístico. Esto se debe que estos modelos tienen más parámetros y por lo tanto, más posibilidad de incrementar unos y disminuir otros para hacer pasar la predicción lo más cercano a los datos observados.

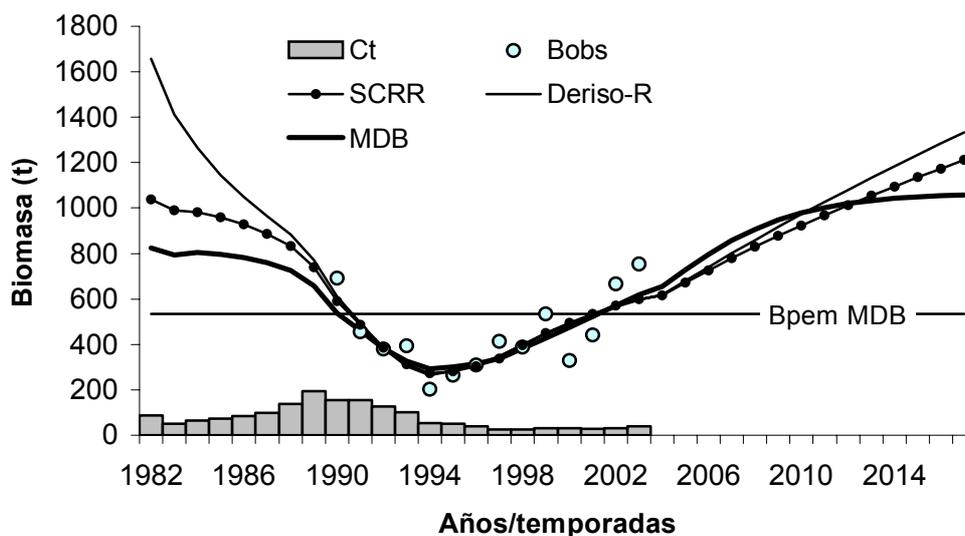


Figura 12. Ajuste del modelo Logístico, Deriso-R y SCRR a las biomases observadas de abulón azul en la zona concesionada a la S.C.P.P. “Bahía Tortugas”. Las proyecciones a partir de 2003 simulan el crecimiento de la biomasa sin pesca. La línea vertical representa la biomasa que genera la producción excedente máxima.

El modelo que mejor ajusta a los datos (menor *negLogL*) es el Deriso-R, seguido del CSRR y al final el Logístico (Tabla 4). Sin embargo, el mejor ajuste no implica necesariamente que un modelo represente mejor la dinámica del recurso; solo significa

que es posible asignar valores numéricos a los parámetros para hacer pasar las estimaciones del modelo lo más cercano posible a los datos observados, aunque los valores queden fuera de rangos biológicos. Por ejemplo, para lograr el mejor ajuste el parámetro  $z$  que define la curvatura de la curva stock-reclutas no debe ser mayor que 1 (Hilborn & Mangel 1997), pero para lograr el mejor ajuste tomó valores mayores de 1! Una opción para comparar cuantitativamente modelos con diferente número de parámetros es el Criterio de Información de Akaike (AIC por sus siglas en inglés) que considera la función  $negLogL$  del mejor ajuste de cada modelo  $m_i$  y penaliza doble por cada parámetro  $p_i$  (Hilborn & Mangel, 1997)

$$ACI m_i = negLogL(datos | m_i) + 2 p_i$$

El mejor modelo es el que tenga el menor ACI. De acuerdo con la Tabla 4, el modelo con el menor ACI es el Logístico, y por consiguiente el “mejor” de acuerdo a este criterio.

Tabla 4. Valores de los parámetros,  $negLogL$  y Criterio de Información de Akaike (AIC) para los modelos Logístico, Deriso-R y CSR ajustados a los datos de biomasa de abulón azul en la zona de Bahía Tortugas. Biológicamente el valor de  $z$  no puede ser mayor de 1, pero se reporta así para comparar los modelos con criterio ACI el cual requiere el valor de la función  $negLogL$  que minimiza el ajuste a los datos.

Parametros	Modelos		
	Logístico	Deriso-R	SCRR
$B_0$	1067	5078	2895
$p$	0.773	0.326	0.358
$B_1$	825.226	1655.739	1036.740
$S$		0.990	0.980
$z$		1.140	1.178
Bpem	533.76	n.c.	n.c.
$negLogL$	-2.586	-3.488	-3.065
ACI	3.414	4.512	4.935

n.c.  $z > 1$ , error

Esto es sólo una forma de comparar modelos que cae dentro de criterios frecuentistas, porque sólo considera el mejor ajuste. Un aspecto muy importante, a juicio del autor es el sentido común sobre los resultados del “mejor ajuste”. Esto es muy importante porque no se sabe si se está trabajando con el modelo adecuado ni se cuenta con todos los datos. Un ejemplo de lo anterior es lo siguiente. Aunque no se dispone de

observaciones absolutas de biomasa en 1982, la experiencia previa sobre esta pesquería pone en duda la biomasa inicial tan alta estimada por los modelos de retraso (Tabla 4), cuando por referencias previas se conoce que debió haber sido menor. Esto será analizado con más detalle mas adelante.

## 6.2 Incertidumbre y riesgo

### 6.2.1 Modelo Logístico

La primera parte de la evaluación de un recurso pesquero es la determinación del estatus del stock y su productividad, que es lo que realmente interesa a los tomadores de decisiones en materia de pesca. Estas cantidades de manejo o puntos de referencia se derivan de parámetros estimados de modelos poblacionales ajustados a las series de datos disponibles. Sin embargo, tal como se mostró, la estimación de los parámetros está sujeta a varias fuentes de incertidumbre, inherentes al muestreo y confiabilidad de los datos (capturas), de la estructura del modelo (¿cómo se calcula  $B_1$ ?, ¿cuál modelo?), e incluso, del propio algoritmo utilizado para la estimación ¿Cuál método, SIR o MCMC? ¿Cuántas simulaciones? Por lo tanto, es necesario explorar la sensibilidad de las salidas de los modelos ante estas fuentes de incertidumbre.

En esta parte los resultados se presentan en el siguiente orden:

- i) Primero se presenta la distribución posterior para los parámetros del modelo Logístico sin información previa en ninguno de los parámetros con la primera opción para estimar la biomasa inicial ( $B_1 = pBo$ ).
- ii) Luego se hace un análisis comparativo del desempeño de los dos métodos numéricos utilizados para integrar la distribución posterior considerando nuevamente la primera opción para estimar  $B_1$ . El objetivo de esta comparación es definir cuál es el algoritmo más recomendable en función de las tres características definidas arbitrariamente para evaluar el desempeño del SIR y el MCMC (convergencia hacia la  $P(\theta | \text{datos})$ , el número de simulaciones y el tiempo de simulación) con los datos disponibles.
- iii) Una vez definido el método más robusto para aproximar  $P(\theta | \text{datos})$  se presentan los resultados de los puntos de referencia que definen el estatus y la productividad estimados por cada modelo con las dos opciones de información previa y sus variantes, usando únicamente las observaciones de biomasa.

- iv) Posteriormente se confrontan los resultados usando las observaciones de biomasa e información auxiliar derivada de índice de abundancia dependiente de la pesquería (kg/día/equipo)
- v) Finalmente, se presenta un análisis comparativo entre los tres modelos aplicados

**i) Incertidumbre sin información previa: caso  $B_1 = pB_0$**

El esquema de la Figura 13 presenta la distribución posterior conjunta y marginal de los tres parámetros del modelo Logístico generada con 500,000 repeticiones del algoritmo MCMC sin considerar información previa informativa en  $p$ . En este caso la cadena explora todas las posibles combinaciones de parámetros y al final converge en una masa de puntos tridimensional que representan la distribución posterior conjunta para los tres parámetros  $P(B_0, p, r | \text{datos})$  (Figura 13a). De esta masa de puntos tridimensional se derivan tres distribuciones posteriores conjuntas bidimensionales (Figura 13b, c y d) de las cuales se integró la distribución posterior marginal de  $r$ ,  $B_0$  y  $p$  (Figura 13e, f y g) de acuerdo con el procedimiento *ad hoc* descrito en la sección de materiales y métodos.

La masa de puntos que representa la distribución posterior conjunta de  $B_0$  y  $p$  (Figura 13b) presenta un comportamiento, caracterizado por concentrar la convergencia en forma de una letra “C”; los valores aceptados  $B_0$  van desde un poco más de 800 a 1500, con la mayor concentración alrededor de 1000, y los de  $p$  de 0.4 a 5.0, con tendencia concentrarse en mayor proporción alrededor de 1.0, cuando  $B_0$  varía entre 1000 y 1300. Otra parte de los valores aceptados de  $p$  convergen hacia arriba, hasta un poco mas de 4.5 y otra hacia abajo y no llegan a ser menores que 0.5. La relación entre  $r$  y  $p$  es similar a la de  $B_0$  y  $p$  pero en sentido inverso (Figura 13c). Esto se refleja directamente en la marginal posterior para cada parámetro; mientras que en  $B_0$  y  $r$  tiende a ser normal, con mayor probabilidad alrededor de 1000 y 0.3 respectivamente, en  $p$  es bastante amplia, con valores probables dentro de todo el intervalo de 0 a 5.

Como se puede observar, la convergencia hacia la posterior conjunta  $P(B_0, p | \text{datos})$  incluye valores de hasta 4 para  $p$  (Figura 13b y c), lo que indica que existe cierta probabilidad de que la biomasa inicial sea 4 veces mayor que  $B_0$ . Esta biomasa inicial alta se observó también con los perfiles de verosimilitud, pero no es coherente con la historia reciente de la pesquería. Por lo tanto, es evidente que la

estimación de  $B_1 = pBo$  sin información previa no arroja resultados “razonables”. Puede deberse a tres causas: 1) que el algoritmo MCMC no se haya implementado correctamente, 2) que los datos no contienen suficiente información para estimar  $B_1$ , tal como se dedujo con los perfiles de verosimilitud, o 3) que el cálculo de  $B_1$  como  $B_1 = pBo$  no sea lo más apropiado, lo que significa un error en la estructura del modelo. Todo esto tiene implicaciones en la determinación del estado y la productividad, de los cuales dependen las acciones de manejo. Por lo tanto, es importante que antes de explorar las alternativas de manejo se analicen cuidadosamente las tres hipótesis sobre el comportamiento extraño de  $P(Bo, p | \text{datos})$  y la marginal sobre  $p$ , así como el desempeño de los algoritmos para integrar la posterior.

## ii) Evaluación del desempeño de los métodos SIR y MCMC (algoritmo Metrópolis)

Una recomendación importante cuando se implementan algoritmos para estimar cadenas de Markov es monitorear la convergencia hacia la posterior conjunta (Punt & Hilborn 2001). Esto se prueba iniciando la cadena con un vector  $\theta_i$  que no parte del centro de la distribución conjunta, sino de valores extremos. En este caso se efectuaron dos ejercicios iniciando la simulación con dos opciones extremas para  $Bo$  y  $r$ : el primero inició con  $Bo=1000$  y  $r=0.1$  y el segundo con  $Bo=2000$  y  $r=4$  (zona a y b en la Figura 14). En los dos casos  $p$  se fijó en 0.772. Los resultados de 1000 repeticiones se presentan en la Figura 14, donde se observa que la cadena  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_i, \dots, \theta_n$  converge adecuadamente hacia  $P(\theta | \text{datos})$ . La búsqueda de la dirección hacia la parte central de distribución posterior conjunta tomó menos de 500 repeticiones. Esto muestra que con el modelo Logístico, los datos utilizados y la función de verosimilitud seleccionada, la parte inicial de la cadena no se queda en máximos locales, por lo que no es necesario descartar un número inicial de simulaciones mientras el algoritmo encuentra la dirección hacia la  $P(\theta | \text{datos})$ . Basta con iniciar la secuencia a partir de los valores del vector  $\theta^{ML}$  (la mejor combinación de parámetros estimados por la función  $L$ ) y se ahorra tiempo en las simulaciones. Sin embargo, cuando el método se corrió con muchas simulaciones (>50,000) partiendo de  $\theta^{ML}$  se quedó iterando en los extremos de la distribución posterior conjunta  $Bo$  y  $p$ . Al repetir varias veces la misma simulación se encontró que este comportamiento no se debe a una derivación aleatoria hacia una zona de la que ya no regresa sino que en cada una de las repeticiones se observó lo

mismo. Los resultados de este comportamiento en la simulación se reflejan en la posterior marginal de  $p$ , la cual presenta dos modas, una en cada extremo de la distribución de probabilidad (Figura 15). De acuerdo con los resultados de los perfiles de verosimilitud la convergencia hacia valores altos de  $p$  si es posible. Por ejemplo, si en el proceso de transición hacia la posterior conjunta surge un valor candidato de  $p^c=3$ , este puede tener la misma probabilidad posterior que su inmediato anterior  $p_{i-1}=1$ , y entonces  $p^c$  puede ser aceptado por probabilidad, si  $\text{rdp} < U(0,1)$  (Ec. 31).

Ante estas dificultades para aproximar la distribución posterior se confrontaron las salidas de los métodos MCMC y SIR con el fin de darle confianza y robustez a los resultados. Los aspectos comparados fueron: la convergencia hacia la  $P(\theta | \text{datos})$ , el número de simulaciones y el tiempo de simulación. La comparación del número de simulaciones y la convergencia se muestra en la Figura 16, donde se observa que desde las primeras simulaciones el MCMC presenta una mejor convergencia hacia la distribución posterior que el SIR; mientras que con MCMC la distribución de probabilidad es más continua, el SIR presenta bastantes huecos en las clases de integración. Un detalle notable es que el SIR también converge hacia valores altos de  $p$ , y en el mismo rango de datos que el MCMC, lo que indica que este comportamiento “extraño” no se debe a los algoritmos de simulación sino posiblemente a la estructura del modelo, particularmente en la estimación de  $B_1$  que no es robusta en situaciones en las que no hay datos en la parte inicial de la serie. Hasta aquí se podría pensar que el MCMC es “mejor” que el SIR porque con menor número de simulaciones se aproxima mejor a la distribución posterior. Sin embargo, cuando se comparan los tiempos de simulación la conclusión podría ser diferente, ya que el SIR realiza el mismo número de simulaciones en menos de la mitad del tiempo que el MCMC. Mientras que el SIR realiza 100,000, el MCMC apenas llega a 40,000 en el mismo tiempo, y cuando este último hace 50,000 repeticiones, el SIR ya pasó de 130,000 (Figura 17). Las diferencias en los tiempos de simulación se deben a que el algoritmo Metrópolis implementado para el método MCMC es diferente al del algoritmo SIR. En cada repetición del MCMC se envía el valor candidato de cada parámetro en  $\theta_i$  al modelo. Como el modelo Logístico tiene tres parámetros (en este trabajo) entonces en cada repetición el modelo se recalcula tres veces y tres veces se efectúa la prueba de aceptación/rechazo, además

actualizar el vector de tolerancia y checar cada cuando se conserva el valor aceptado. Por el contrario, el SIR solo hace un “barrido” sobre el modelo, una sola vez en cada repetición y sin hacer ninguna prueba de aceptación. La fase de re-muestreo ya no requiere enviar datos al modelo, es decir; el método SIR es más efectivo en el consumo de tiempo para las simulaciones, y además, es imposible que se quede en máximos locales porque los valores de  $\theta_i$  siempre se extraen de la distribución previa.

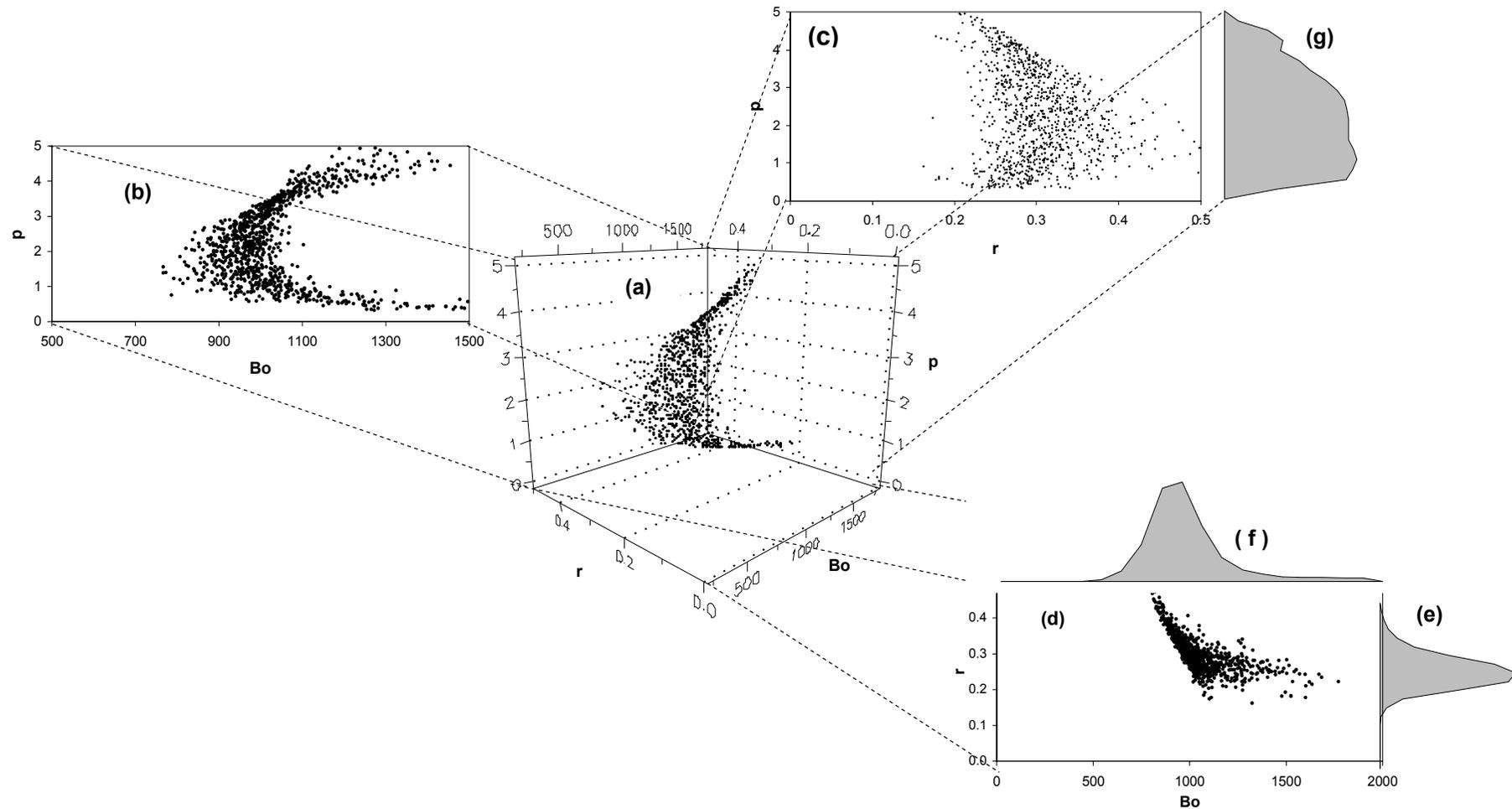


Figura 13. Distribución posterior conjunta y marginal de los parámetros del modelo Logístico generadas con 500,000 repeticiones del algoritmo MCMC: (a) posterior conjunta de  $Bo$ ,  $r$  y  $p$ , (b) posterior conjunta de  $Bo$  y  $p$ , (c) posterior conjunta de  $r$  y  $p$ , (d) posterior conjunta de  $Bo$  y  $r$ , (e) distribución marginal de  $r$ , (f) distribución marginal de  $Bo$  y (g) distribución marginal de  $p$ . Las distribuciones conjuntas sólo representan una muestra de 1000 datos de un total de 500,000

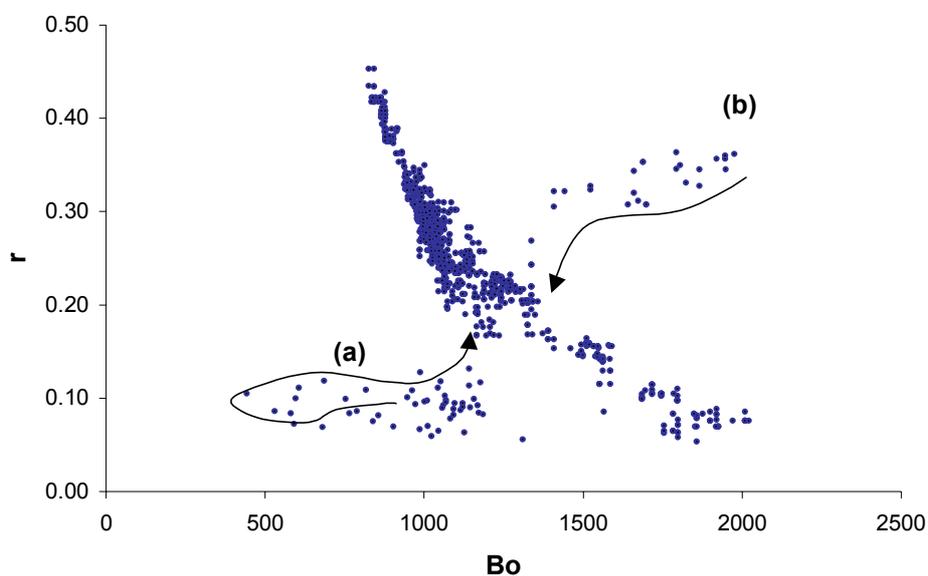


Figura 14. Convergencia de la cadena  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_i, \dots, \theta_n$  hacia la distribución posterior conjunta de  $Bo$  y  $r$  generada con 1000 repeticiones del algoritmo Metrópolis (Gelman *et al.* 1995). La cadena se inició desde dos combinaciones extremas: (a)  $Bo=1000, r=0.1$ ; (b)  $Bo=2500, r=0.4$

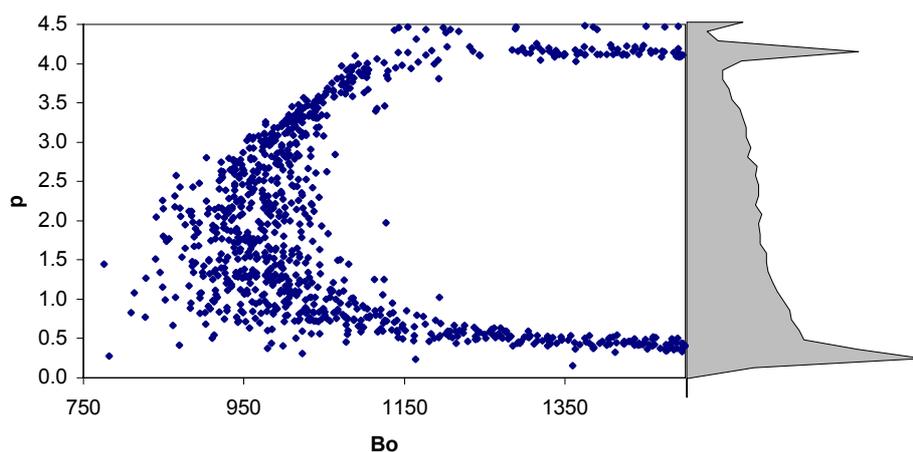


Figura 15. Convergencia de  $Bo$  y  $p$  hacia la distribución posterior conjunta generada con 50,000 repeticiones del algoritmo Metrópolis (Gelman, *et al.* 1995). Solo se presentan 1000 valores de  $Bo$  y  $p$  muestreados de la secuencia  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_i, \dots, \theta_n$  en intervalos de 50.

Por lo tanto, además de comparar la convergencia hacia la posterior con base en el número de simulaciones es apropiado compararlos con el tiempo de simulación. De acuerdo con la Figura 17, una de las posibles comparaciones sería: 20,000 repeticiones del MCMC vs.  $\approx 53,000$ . Los resultados de esta comparación (con 50,000 para el SIR) indican que ambas distribuciones son prácticamente iguales (Figura 18), ambas obtenidas con el mismo tiempo de simulación.

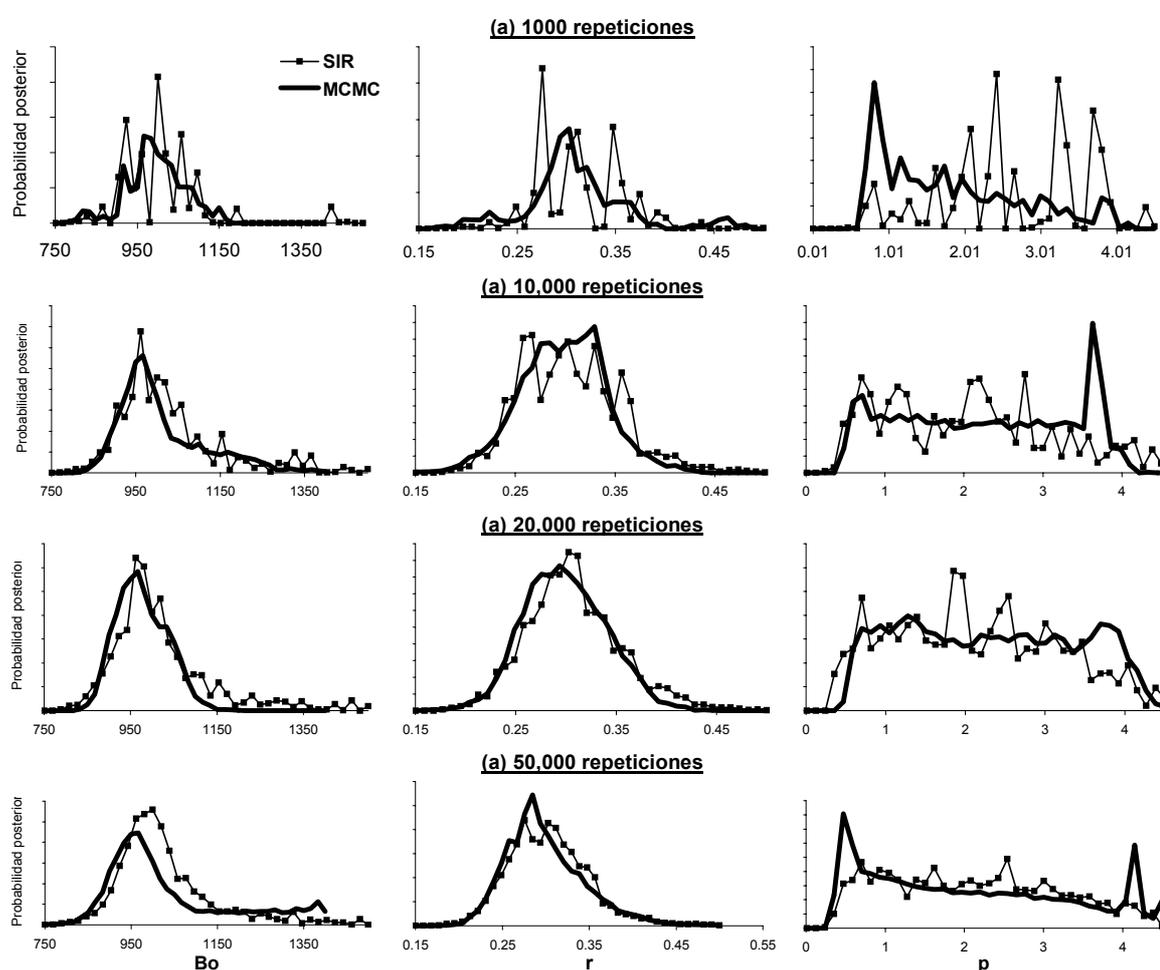


Figura 16. Distribución posterior de probabilidad para tres parámetros del modelo Logístico obtenidas con los métodos SIR y MCMC a 1000, 10,000, 20,000 y 50,000 repeticiones. Cada parámetro se integró en 20 clases.

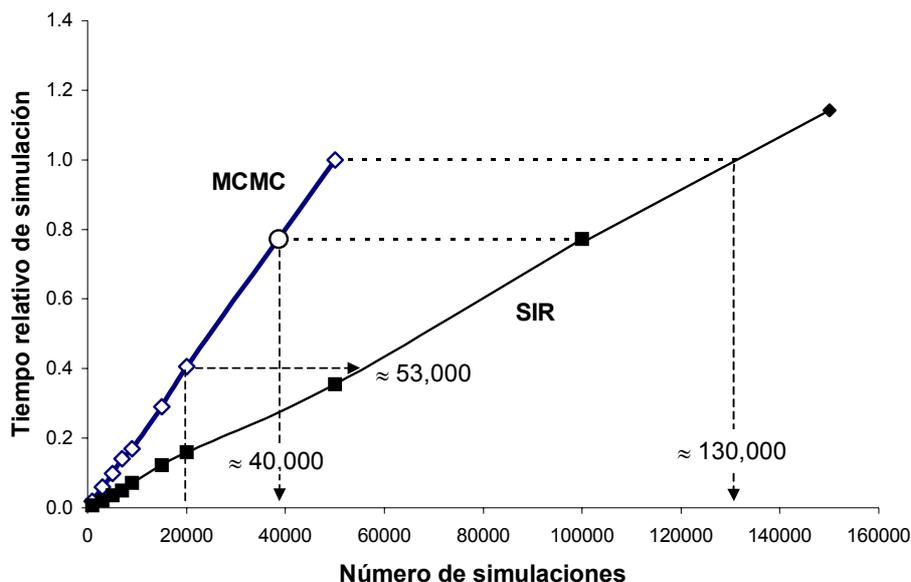


Figura 17. Confrontación de los tiempos de simulación de los algoritmos SIR y MCMC (algoritmo Metrópolis: Gelman *et al* 1995) implementados para aproximar la distribución posterior de probabilidad de los parámetros del modelo Logístico.

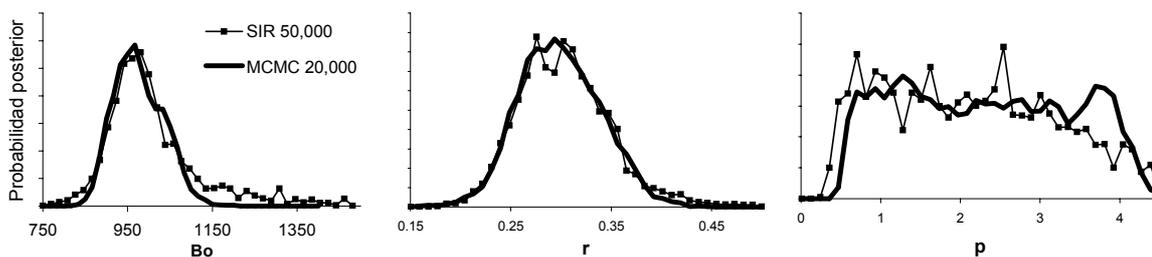


Figura 18. Distribución posterior de probabilidad para tres parámetros del modelo Logístico obtenidas con los métodos SIR (50,000 repeticiones) y MCMC (20,000) repeticiones. Cada parámetro se integró en 20 clases.

El número de simulaciones y el tiempo es sólo un criterio para comparar equitativamente ambos métodos, pero el más importante es la convergencia hacia la distribución posterior. El estadístico de la distribución posterior de probabilidad es el valor esperado. Si este valor cambia de una corrida a otra indica que el número de simulaciones no ha sido suficiente. Por lo tanto, es importante definir con uno u otro método el número de simulaciones mínimo para aproximar la distribución posterior y hacer referencia a los valores esperados de manera consistente. Desafortunadamente no hay reglas establecidas para definir el número de simulaciones más apropiada para el SIR o el MCMC, y según Punt & Hilborn (2001) es más arte que ciencia.

Diferentes autores adoptan criterios *ad hoc* a los problemas analizados con el fin de defender el número mínimo de simulaciones con los que obtuvieron sus resultados. Lo único cierto es que entre más simulaciones se realicen más seguridad existe de aproximar la distribución posterior, si y sólo si el algoritmo no se cicla en máximos locales o derive hacia los extremos. Lo único que se pierde es el tiempo sentado frente a la máquina esperando que termine un ¡millón de simulaciones!, sobre todo en aquellas con limitaciones de memoria y que no permiten hacer otra cosa mientras están trabajando.

Para este trabajo se comparó la convergencia y los valores esperados de las distribuciones de probabilidad y se encontró que con 100,000 simulaciones del algoritmo SIR ( $\approx 40,000$  del MCMC) es suficiente para integrar la distribución posterior en 40 clases para todos los parámetros y cantidades de interés. Exploraciones adicionales no presentadas aquí permitieron concluir que cuando los datos son informativos, o cuando se incorpora información previa el método MCMC se desempeña tan bien como el SIR e incluso mejor, porque la cadena de convergencia tiende a ser continua y la distribución posterior mas queda mas continua que con la versión del SIR implementada para este estudio. Por lo tanto, todas las estimaciones se efectuaron con 500,000 simulaciones del algoritmo MCMC.

### **Estado y productividad**

Los parámetros son cantidades desconocidas claves para el manejo de recursos pesqueros, constantes en el enfoque frecuentista o con una distribución de probabilidad bajo el enfoque Bayesiano. Una de estas cantidades desconocidas es  $B_0$ , definida aquí como el tamaño máximo que puede alcanzar el stock durante un cierto período de tiempo sin pesca. Este valor no es constante, sino que puede variar en función de las condiciones ecológicas durante ese período. La búsqueda de esas cantidades desconocidas y variables en la naturaleza  $\theta$  implica tomar datos del sistema de interés y el ajuste de modelos, que en este caso es la biomasa de la población de abulón azul en la zona de Bahía Tortugas. Desafortunadamente, en pocos casos se cuenta con datos suficientes para estimar la distribución de probabilidad de  $B_0$  y el abulón no es la excepción. Adicionalmente a la necesidad de estimar  $B_0$  y  $r$  hay otra cantidad desconocida; los datos disponibles más confiables de captura de abulón azul inician a partir de 1982. Como la extracción inició años

atrás, es factible creer que la biomasa inicial  $B_1$  no es  $B_0$ , por lo que es necesario estimar también  $B_1$ .

La exploración de los perfiles de verosimilitud mostró que las 14 estimaciones de biomasa no son totalmente informativas acerca de la variabilidad de  $B_0$ , ni el valor más probable de  $B_1$  (Figura 4). Los perfiles de la Figura 5 proporcionan información parcial sobre los valores mínimos de  $B_0$ , pero no el máximo. Ante datos poco informativos es necesario hacer uso del pensamiento bayesiano, que además de ser más consistente con la variabilidad de la naturaleza permite incorporar de manera formal la probabilidad de ocurrencia de las cantidades desconocidas y evaluar los resultados en forma de distribución posterior de probabilidad. Precisamente, esta probabilidad previa es uno de los puntos más controversiales en la estadística Bayesiana (Punt & Hilborn 1997; 2001). La creciente popularidad de los métodos Bayesianos en pesquerías ha motivado a algunos investigadores a proporcionar lineamientos generales sobre la especificación de probabilidades previas de los parámetros claves. Algunos son muy específicos (McAllister *et al.* 2001), otros bastante complicados (Millar 2002, apéndice A) y unos más generales y prácticos en la implementación, como los de Punt & Hilborn (1997, 2001). Ellos hacen mención de la información “experta” como una fuente para la construcción de probabilidades previas documentadas y justificadas apropiadamente. Enfatizan también la necesidad de explorar cuidadosamente el efecto de las probabilidades previas en la distribución posterior de las cantidades de manejo. En este estudio primero se exploró el efecto de incluir información previa en la biomasa inicial, que es una cantidad desconocida pero factible de aproximar. En esta fase el peso de la evidencia en  $B_0$  y  $r$  se dejó a los datos. Con cada una de las variantes para estimar  $B_1$  se consideraron las siguientes opciones para  $P(B_1)$ :

a)  $B_1 = pB_0$

(a1)  $p$  “libre”, sin distribución previa informativa.

(a2)  $p$  fijo al valor estimado con máxima verosimilitud, ( $p = p^{ML}$ ). Con esta opción sólo se estiman  $B_0$  y  $r$ .

(a3)  $p$  restringido a una distribución previa uniforme,  $P(p) \sim U(0,1)$

b)  $B_1 \sim P(B_1)$

(b1)  $B_1$  restringido a una distribución previa uniforme,  $B_1 \sim U(\min, \max)$

(b2)  $B_1$  restringido a una distribución previa normal,  $B_1 \sim N(\mu, \sigma)$

Con la variante (a) la estimación de  $B_1$  depende más de la información de  $B_0$  que de  $p$ , y por lo tanto de los datos. Por el contrario, la opción (b) es independiente de  $B_0$  y de los datos, por lo que puede considerarse como una previa más formal en el sentido estricto Bayesiano. Los parámetros de la distribución uniforme (b1) y normal se derivaron de la exploración de los perfiles de verosimilitud en la Figura 4, de las estimaciones directas de biomasa, y de la información “experta” recopilada en diferentes reuniones con las cooperativas abuloneras. Frecuentemente los buzos abuloneros hacen referencia a que durante el período 1982-84 la abundancia fue bastante baja y que a partir de ese año empezó a crecer, lo que permitió incrementar las capturas. Lo anterior hace suponer que la captura podría ser un “índice de abundancia”. Con base en lo anterior,  $B_1$  podría ser una proporción de la biomasa promedio 1990-93, equivalente al promedio de la razón (captura 1982-84) / (captura 1990-93), cuyo resultado es 0.500. Por consiguiente,  $B_1 \propto \ddot{B}_{90-93} * 0.500$ , donde  $B_{90-93}$  es la biomasa promedio estimada por el modelo con  $\theta^{ML}$  en los años 1990, 1991, 1992 y 1993. El valor resultante podría parecer relativamente bajo (=326 t) comparado con las estimaciones del modelo en 1982-84. No obstante, si ese valor fuera cierto (326 t) entonces al inicio de la serie de datos se tuvo que aplicar una tasa de aprovechamiento  $h$  alrededor de 0.29 (=captura 1984/326 t), bastante alto comparado con 0.060 que se aplica en promedio desde 1996-97. Esto enfoca el problema hacia la tasa de aprovechamiento, como información auxiliar para estimar los posibles valores de  $B_1$ . Al inicio del manejo por cuotas en 1990 la captura se mantuvo alrededor de 130 t durante cuatro años (1990-1993), con una tasa de aprovechamiento promedio de 0.30 (=promedio[Captura/Biomasa observada] de 1990 a 1993), es decir; que un valor de  $h=0.29$  para 1982-83 está dentro de los valores posibles. Con base en esta referencia se estimó la biomasa ( $= C_t / h$ ) hacia atrás, de 1989 a 1982, asumiendo diferentes tasas de aprovechamiento. Los resultados de este ejercicio se presentan en la Figura 19. No existen estimados de la tasa de aprovechamiento durante el periodo pero, es factible asumir que varió dentro de alguno de los valores presentados en la Figura 19. Si lo anterior es cierto entonces es

posible construir una distribución previa informativa para  $B_1$ , aun cuando no se cuente con observaciones de biomasa. Con la tasa de aprovechamiento más baja ( $=0.10$ , y la menos probable porque no había límites en el control de captura) la biomasa inicial estuvo alrededor de 800 t; en el otro extremo, más probable dado los valores calculados de  $h$  (0.30 de 1990 a 1993), con  $h=0.25$  la biomasa en 1982 debió oscilar alrededor de 400 t. Esto permite en principio construir una distribución previa uniforme *informativa* entre 300 t y 800 t. Además de esta previa uniforme se consideró apropiado construir también una distribución previa normal con media  $\mu=550$  t ( $= [300+800]/2$ ) y desviación estándar  $\sigma$ . El coeficiente de variación para estimar  $\sigma$  fue 0.20, esto con base en los coeficientes de variación obtenido de las estimaciones de biomasa por muestreo directo.

Un resultado interesante adicional derivado de este ejercicio es que de haber continuado con la tasa de aprovechamiento aplicada a principios de 1990 el stock se hubiera colapsado (Figura 19).

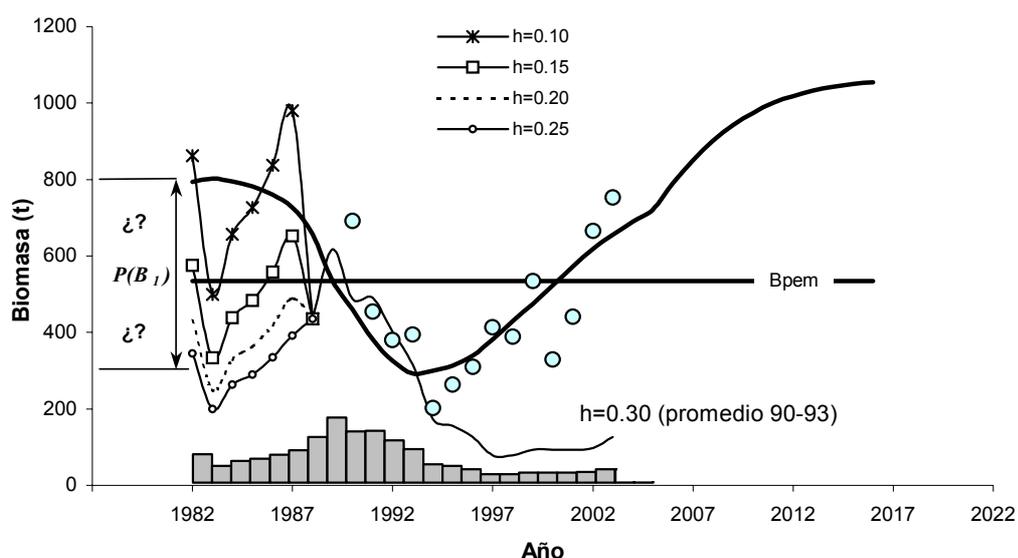


Figura 19. Exploración sobre el posible intervalo de la biomasa inicial  $B_1$  en el abulón azul en la zona de Bahía Tortugas estimado con diferentes valores de tasa de aprovechamiento.

La Figura 20 presenta la distribución posterior de probabilidad para los parámetros del modelo Logístico con las dos variantes para estimar la biomasa inicial: (a)  $B_1 = pB_0$ , y b)  $B_1 = P(B_1)$ . Un resultado no esperado que llama la atención en la variante (a) es

que cuando no se especifican límites en la distribución previa de  $p$ , la posterior de  $B_0$  y  $r$  tienden a ser ligeramente más estrechas, menos inciertas, aunque esta señal no se alcanza a identificar en el coeficiente de variación estimado para estos dos parámetros cuando  $p$  es “libre” (Figura 20<sup>a</sup> y b). Lo que si se aprecia claramente es que cuando  $p$  es “libre”, su distribución es casi uniforme, entre 0.5 y 4.0, lo cual se refleja directamente en la biomasa inicial (Figura 20 e y f). Otro resultado a destacar en las estimaciones con la variante (a) es que los cambios en  $p$  se reflejan menos en  $r$  que en  $B_0$ ; en los tres casos el valor esperado de  $r$  es prácticamente el mismo ( $=0.29$ ), con la misma moda y el mismo coeficiente de variación (Tabla 5). Esto es un indicador de que los datos son más informativos para  $r$  que para  $B_0$ .

Donde si hay diferencias importantes es cuando se especifica una distribución previa informativa para  $B_1$ . Para hacer más evidente esta diferencia la Figura 20 c y d se presenta en la misma escala que la a y b (pero los estadísticos se obtuvieron de la distribución completa). El efecto en la distribución posterior de  $B_0$  y  $r$  es notable; cuando el modelo inicia con valores bajos de biomasa (Figura 20e),  $B_0$  tiende a aumentar y  $r$  a disminuir, lo cual es una relación característica en estos dos parámetros (Figura 21). En ambos se incrementa el coeficiente de variación pero más en  $B_0$  (Tabla 5). En la Figura 21 se comparan las distribuciones posteriores conjunta para  $B_0$  y  $r$  con las dos variantes para estimar  $B_1$ . El resultado de la Figura 21 ya se había anticipado cuando se perfiló con valores bajos de  $p$  forzando así valores bajos de  $B_1$ . En la Figura 4 se mostró que con menor valor de  $B_1$ ,  $B_0$  tendía a aumentar de manera indefinida. El problema para estimar  $B_0$  es análogo al de  $B_1$  porque no hay observaciones cercanas a  $B_0$  para ajustar el modelo. Esto tiene implicaciones en el manejo a largo plazo porque  $B_0$  es un parámetro clave dado que de él se deriva  $B_{pem}$  ( $=B_0/2$ ).

La problemática para estimar  $B_0$  se muestra en la Figura 21; cuando  $p$  es “libre” (variante a1 para estimar  $B_1$ ) la masa de puntos de la distribución posterior conjunta de  $B_0$  y  $r$  converge hacia el centro (Figura 21<sup>a</sup>), donde se maximiza el ajuste del modelo a los datos. En este caso los datos parecen tener más información sobre  $B_0$  y  $r$ , sin embargo, lo que realmente pasa es que  $p$  tiene que tomar valores muy altos con el fin de que  $B_0$  y  $r$  no se modifiquen sustancialmente. Cuando  $p$  se fija

(variante a2 para estimar  $B_1$ ) aparece una fuerte correlación entre  $B_0$  y  $r$ , donde uno u otro tienen que modificarse para generar la mayor probabilidad posterior posible (Figura 21 b). Cuando el modelo inicia con una biomasa baja, forzada por una distribución previa informativa (opción b1 y b2) la masa de puntos converge hacia  $r$  alrededor 0.24 pero  $B_0$  tiende a valores grandes (Figura 21c).

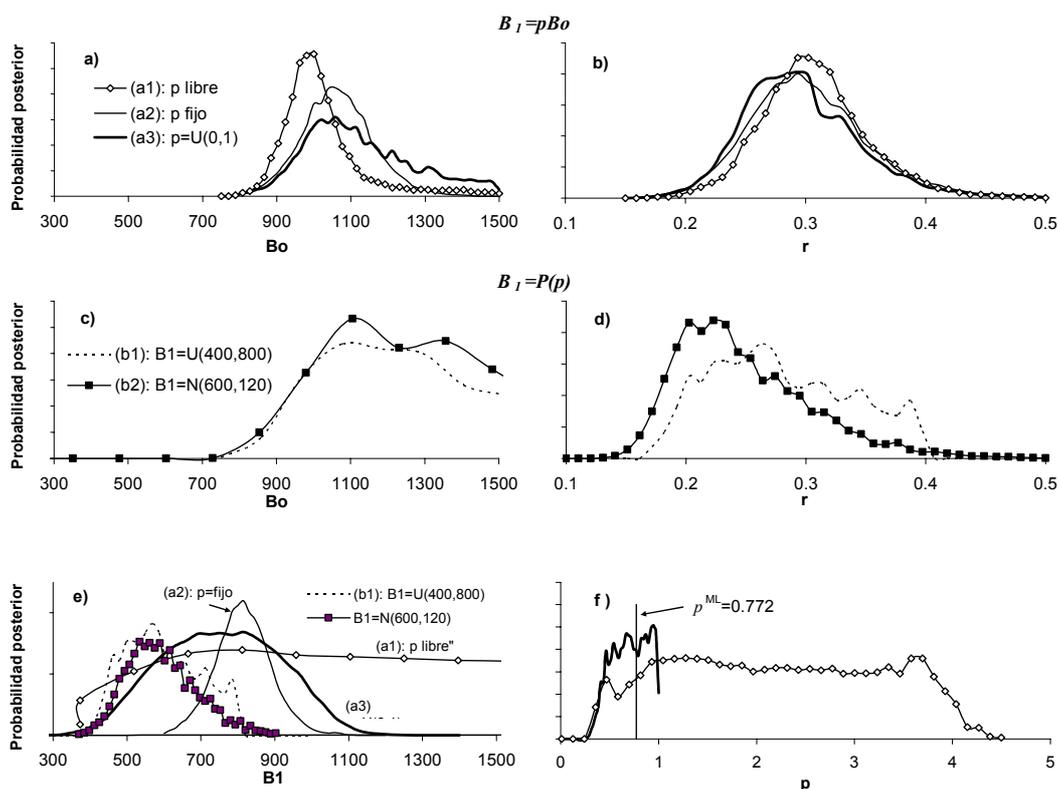


Figura 20. Distribución de probabilidad posterior de los parámetros del modelo Logístico ajustado a los datos de biomasa de abulón azul en la zona de Bahía Tortugas. B.C.S. Las letras entre paréntesis que identifican las series indican la variante para estimar  $B_1$ : (a) como una proporción de  $B_0$ , y (b) a partir de una distribución previa independiente de  $B_0$  y de los datos.

Tabla 5. Valor esperado  $E[\theta]$ , desviación estándar ( $\sigma$ ), moda y coeficiente de variación (c.v) para los parámetros del modelo Logístico ajustado a los datos de biomasa de abulon azul en la zona de Bahía Tortugas, estimados con la variante (a) y (b) para estimar  $B_1$ . Todos los cálculos se realizaron con 300, 000 simulaciones del algoritmo SIR.

Parametros del modelo				
Variante $B_1$	$B_0$	$P$	$r$	$B_1$
<b>a) <math>B_1 = pB_0</math></b>				
<i>(a1) p no informativo</i>				
$E(Q)$	1007	2.032	0.290	2188.5
$\sigma$	105	0.996	0.045	1200.3
Moda	975	0.908	0.275	846.0
c.v.	0.105	0.490	0.153	0.548
<i>(a2) p fijo, igual a <math>p^{ML}</math></i>				
$E(Q)$	1055	0.772	0.2986	822.0
$\sigma$	94	--	0.0494	74.3
Moda	1050	0.772	0.2900	815.0
c.v.	0.089	--	0.166	0.090
<i>(a3) <math>p=U(0,1)</math></i>				
$E(Q)$	1106	0.666	0.283	770
$\sigma$	141	0.172	0.047	156.2
Moda	1050	0.852	0.275	738
c.v.	0.127	0.258	0.168	0.203
<b>b) <math>B_1 = P(B_1)</math></b>				
<i>(b1) <math>B_1 = U(400, 800)</math></i>				
$E(Q)$	2148	---	0.247	588
$\sigma$	1122	---	0.054	100.9
Moda	1069	---	0.210	815
c.v.	0.522	---	0.220	0.172
<i>(b2) <math>B_1 = N(600, 120)</math></i>				
$E(Q)$	2119	---	0.245	589
$\sigma$	1116	---	0.055	91.5
Moda	1080	---	0.220	530
c.v.	0.527	---	0.225	0.156

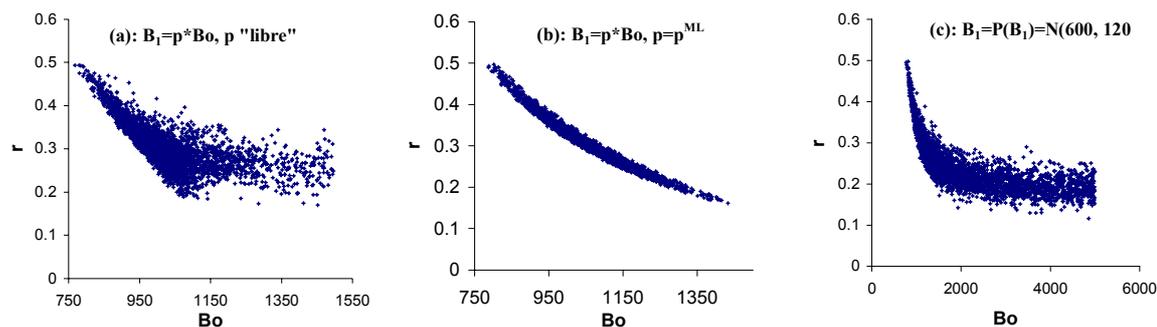


Figura 21. Distribución posterior conjunta de los parámetros  $B_0$  y  $r$  del modelo Logístico ajustado a los datos de biomasa de abulón azul en la zona de Bahía Tortugas. B.C.S. En cada figura se presentan 5000 re-muestréos con el algoritmo SIR: (a) como una proporción de  $B_0$ , (b) como una proporción de  $B_0$ ,  $p$  fijo ( $= p^{ML}$ ), y (c) a partir de una distribución previa normal, independiente de  $B_0$  y de los datos.

Los distribuciones posteriores de probabilidad de las cantidades derivadas obtenidas en la simulación posterior usando la secuencia  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_i, \dots, \theta_n$  (esta secuencia representa la distribución posterior de los parámetros con los que se integraron las gráficas de la Figura 20) se presenta en la Figura 22. De las seis cantidades presentadas en esa figura la menos sensible a  $B_1$  es la biomasa actual  $B_a$  (Figura 22<sup>a</sup>). Con la variante (a) el valor esperado de  $B_1$  es un poco mayor a 600 t y el coeficiente de variación menor que 0.10, incluso cuando  $B_1$  inicia en valores bajos (Tabla 6). Esto se debe a que existe un valor observado para la biomasa actual, y de hecho, en todo el rango de datos observados las curvas de biomasa pasan casi por la misma zona. Fuera de este rango las biomazas estimadas pueden tomar diferentes direcciones, afectando a parámetros como  $B_0$ . Excepto  $B_{act}$ , todos los puntos de referencia considerados en este estudio se derivan o están relacionados con  $B_0$ , y como éste es sensible a la biomasa inicial, el efecto se traslada a la distribución posterior de los puntos de referencia. Por ejemplo, con la variante (a) el valor esperado de  $\xi$  es 1.18, tanto si  $B_1$  se estima como una proporción de  $B_0$  o se hace independiente de  $B_0$ . Sin embargo, cuando se explora la posibilidad de que la biomasa inicial sea menor que la estimada por el modelo, la situación del stock cambia radicalmente, de saludable a no saludable. Con las dos opciones de la variante (b) el valor esperado de  $\xi$  es 0.76 (Tabla 6). El efecto de la variante (b1) en  $\xi$  se muestra en la Figura 22e, donde se observa que la distribución posterior es más

amplia y aumenta el riesgo de que la biomasa actual sea menor que  $B_{pem}$ . Como  $r$  está correlacionada negativamente con  $B_0$  (Figura 21b) el efecto de  $B_1$  llega también hasta  $h_{pem}$  ( $= r/2$ ), la cual disminuye de 0.14 a 0.12 (porque  $r$  disminuye de 0.29 a 0.24). El incremento en  $h_{act}$  es lógico: si la  $PEA$  se incrementa, y  $B_{act}$  se mantiene en términos generales constante, lo que aumenta es  $h_{act}$  ( $=PEA/B_{act}$ ) (Tabla 6).

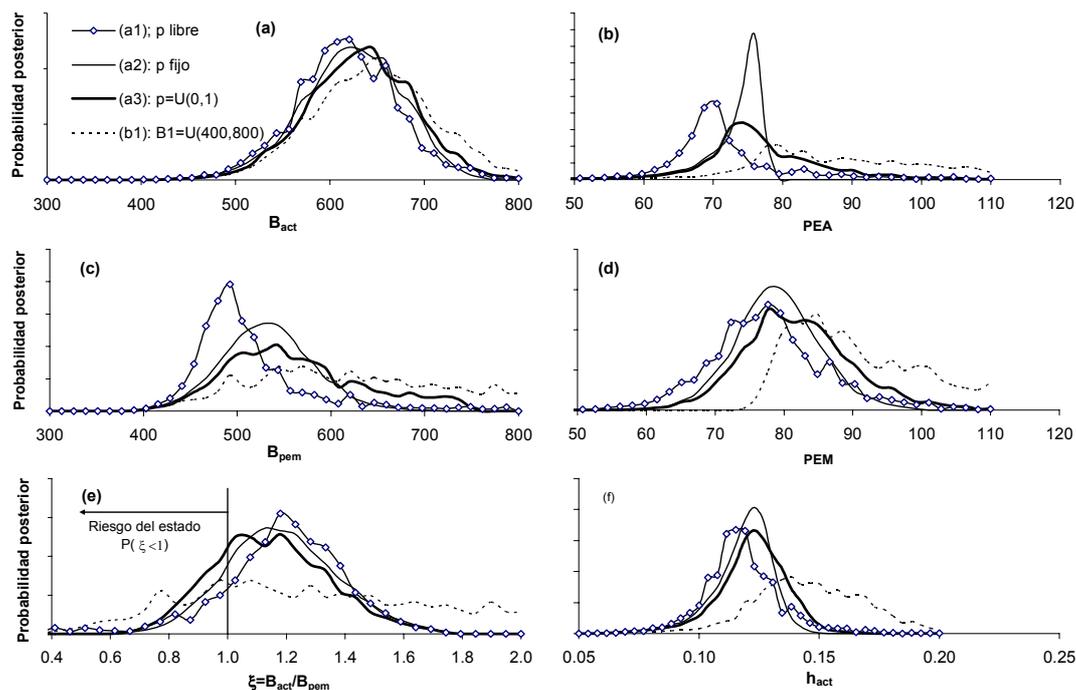


Figura 22. Distribución de probabilidad posterior para seis de las siete cantidades derivadas ( $Q$ ) de interés para el manejo, estimadas a partir de la secuencia  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_i, \dots, \theta_n$  obtenidas con el algoritmo MCMC. (a) Biomasa actual (2003), (b) Producción Excedente Actual, (c), Biomasa que genera la Producción Excedente Máxima, (d) Producción Excedente Máxima, (e) Estado del recurso, (f) tasa de aprovechamiento para obtener la PEA. No se presenta  $h_{pem}$  para no saturar la gráfica pero los estadísticos se consultan en la Tabla 6.

Tabla 6. Valor esperado  $E[Q]$ , desviación estándar ( $\sigma$ ), moda y coeficiente de variación (c.v) de las siete cantidades de manejo estimadas a partir de la simulación posterior usando la secuencia  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_i, \dots, \theta_n$  que representa la distribución posterior de los parámetros del modelo Logístico ( $\theta_i = Bo_i, r_i, B_{1i}, p$ ).

Variante $B_i$	Cantidades derivadas Q (Puntos de Referencia)						
	$B_{act}$	$B_{pem}$	Estado	PEA	PEM	$h_{pem}$	$h_{pea}$
<b>(a) <math>B_i = pBo</math></b>							
<i>(a1) p no informativo</i>							
$E(Q)$	617	513.9	1.1823	77.1	78.4	0.1486	0.1216
$s$	55	78.9	0.2932	10.1	9.9	0.0228	0.0226
Moda	621	492.3	1.1795	68.7	81.3	0.1385	0.1154
c.v.	0.0896	0.1393	0.2652	0.1306	0.1262	0.1721	0.1731
<i>(a2) p fijo, igual a <math>p^{ML}</math></i>							
$E(Q)$	624	578.0	1.1862	78.3	79.6	0.1483	0.1227
$s$	52	68.1	0.2498	8.1	8.2	0.0191	0.0192
Moda	621	543.6	1.1795	75.9	79.5	0.1269	0.1269
c.v.	0.0839	0.1178	0.2197	0.1029	0.1027	0.1418	0.1452
<i>(a3) <math>p=U(0,1)</math></i>							
$E(Q)$	632	597.1	1.1471	80.4	81.3	0.1464	0.1262
$s$	56	74.2	0.2685	9.2	9.1	0.0203	0.0204
Moda	646	633.3	1.1795	77.7	81.3	0.1308	0.1269
c.v.	0.0892	0.1242	0.2286	0.1138	0.1116	0.1467	0.1497
<b>(b) <math>B_i = P(B_i)</math></b>							
<i>(b1) <math>B_i = U(400, 800)</math></i>							
$E(Q)$	645	635.2	0.7689	80.9	82.3	0.1241	0.1477
$s$	63	76.9	0.4309	14.8	14.4	0.0305	0.0295
Moda	646	646.2	1.2821	84.9	81.3	0.1385	0.1385
c.v.	0.0978	0.1210	0.3889	0.1828	0.1751	0.2224	0.2126
<i>(b2) <math>B_i = N(600, 120)</math></i>							
$E(Q)$	642	632.7	0.7672	80.8	82.4	0.1234	0.1459
$s$	61	75.4	0.4270	14.8	14.4	0.0307	0.0294
Moda	633	646.2	1.3333	84.9	84.9	0.1423	0.1462
c.v.	0.0953	0.1193	0.3880	0.1825	0.1743	0.2234	0.2122

#### iv) Confrontación: Ajuste con biomasa observadas y kg/día/equipo

Los resultados del efecto de  $B_1$  en  $Bo$ , especialmente en la determinación del estado del stock obligan a prestarle mas atención a la posibilidad de que la biomasa inicial estimada por el modelo  $B_1$  cuando éste se ajusta únicamente a los observaciones de biomasa (sin considerar información previa en  $B_1$ ) no sea correcta, y que efectivamente, como argumentan los pescadores, haya sido menor. La búsqueda de evidencias sobre esa posibilidad llevó a explorar los datos disponibles sobre captura y esfuerzo. El uso de la razón de captura/esfuerzo (que no es CPUE) para derivar índices de abundancia apropiados en el abulón ha sido muy cuestionado debido a que ni los organismos ni los equipos de pesca se distribuyen de manera aleatoria (Dichmon *et. al.* 2000). Además, en este caso de estudio el supuesto de que la

captura/esfuerzo es un índice de abundancia solo sería válido hasta 1989, cuando las capturas no se asignaban por cuotas. No obstante, con el fin de buscar alguna señal sobre la probable biomasa inicial se utilizó el “índice de abundancia” kg/día/equipo durante el periodo 1990-1992 usando los datos disponibles en el programa abulón CRIP La Paz. La elección de este período obedece a que en esos años las capturas permanecieron altas, similares en promedio a las de los dos años previos. Lo anterior supone que el efecto de la cuota de captura no fue muy significativo en los primeros años, por lo que los kg/día/equipo podrían ser la mejor aproximación disponible a un índice de abundancia en los primeros años del manejo por cuota, y que este índice puede proporcionar la información buscada sobre la biomasa inicial. A partir de este índice  $I_t$  se estimó el coeficiente de capturabilidad para la unidad de esfuerzo “día/equipo” con la propuesta de Polacheck *et al.* (1993):

$$(Ec. 35) \quad q = \left\{ \frac{1}{n} \sum_{t=1990}^{1992} \ln(I_t / Bobs_t) \right\}$$

donde  $Bobs_t$  es la biomasa estimada por muestreo directo. Como  $I_t = qB_t$ , entonces la biomasa en los años donde no se dispone de muestreos directos se puede estimar de  $B^q_t = I_t / q$ , donde  $B^q_t$  se refiere a la *biomasa estimada a partir de q*. Los resultados se presentan en la Figura 23.

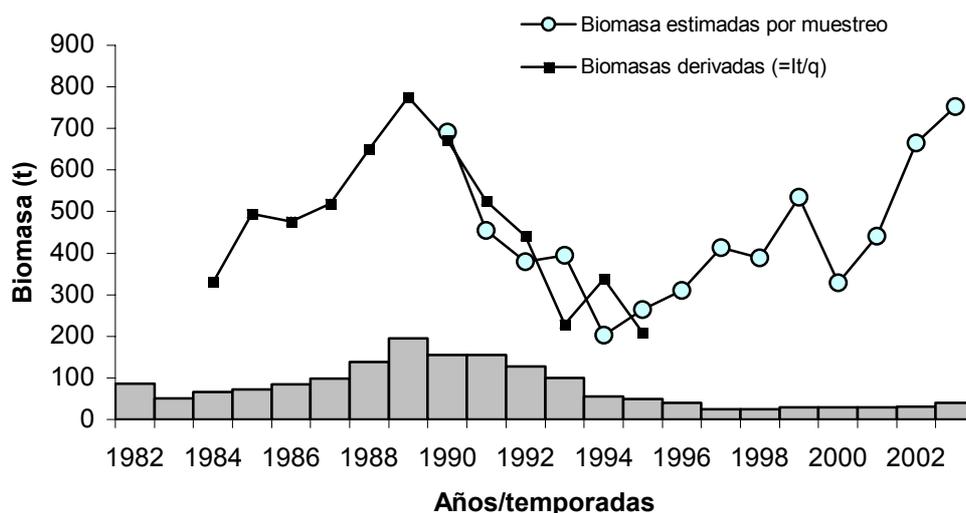


Figura 23. Estimación de la biomasa de abulón azul en la zona de Bahía Tortugas a partir del coeficiente de capturabilidad estimado durante el período 1990-1992 usando datos de kg/día/equipo y captura.

Por lo tanto, es probable, dado la evidencia de la Figura 23, que la biomasa al inicio de la serie disponible de datos de captura no haya sido tan alta como en las Figura 4 y Figura 7. Los efectos de esa posibilidad se mostraron en la Tabla 6; cuando el modelo inicia con valores bajos de  $B_1$  el estado podría no ser saludable y se estaría subestimando la productividad.

Como primer paso para verificar lo anterior el modelo Logístico se ajustó por máxima verosimilitud a los tres índices de biomasa de la siguiente manera:

- (i) Ajuste únicamente a la serie de biomasa estimada por muestreo directo, es decir,  $Bobs$ .
- (ii) Ajuste simultaneo a  $Bobs$  y al “índice de abundancia” kg/día/equipo. Este caso la función de verosimilitud total log-negativa que minimiza el ajuste a los datos totales  $datos_{tot}$  es:

$$(Ec. 36) \quad negLogL(datos_{tot} | \theta) = negLogL(Bobs | \theta) + negLogL(I | \theta)$$

y la verosimilitud total

$$(Ec. 37) \quad L(datos_{tot} | \theta) = \exp(-negLogL(datos_{tot} | \theta))$$

En la expresión  $negLogL(I | \theta)$  el vector  $\theta$  incluye al coeficiente de capturabilidad para la unidad de esfuerzo “día/equipo”.

- (iii) Ajuste a la serie junto con los valores de biomasa a partir de  $q$ , como si ambas fueran una sola serie de datos.

La confrontación del ajuste con estas opciones se presenta en la Figura 24. La opción (i) es la misma analizada previamente en la Figura 4 y sólo se presenta aquí con fines de comparación. Con la opción (iii) la biomasa inicial tiende a ser menor que con las otras debido a que las biombras estimadas a partir de  $q$  “obligan” al algoritmo de ajuste a pasar la predicción del modelo por esos datos. De hecho, esta opción no se ajustó satisfactoriamente porque el perfil de máxima verosimilitud de  $B_0$  no encontró un máximo, sino que éste crece de manera indefinida, tendiendo a valores extremadamente altos. Por esa razón la opción (iii) en la Figura 24 no es el mejor ajuste, solo representa la señal encontrada en  $B_1$ . Un resultado intermedio resultó con la opción (ii); el índice de abundancia derivado de la captura y el esfuerzo atrae la biomasa inicial hacia valores menores que con la opción (i), pero mayores que la

(iii). Los perfiles de verosimilitud si encontraron un máximo por lo que las opciones (i) y (ii) en la Figura 24 corresponden al ajuste de máxima verosimilitud.

Como se puede observar en la Figura 24 las evidencias aportadas por la información del índice de abundancia tiene implicaciones en la determinación del estado. Cuando el ajuste se realiza únicamente a las biomazas observadas el recurso está saludable, pero si se asume una hipótesis más creíble sobre la biomasa inicial (opción ii) resulta lo contrario (Figura 24). Estas diferencias dependen directamente de  $B_0$  por lo que es necesario estimar la distribución posterior de  $B_0$  y el riesgo sobre la situación no deseada  $P(\xi < 1 | \theta, \text{datos}_{tot})$  usando los dos índices de abundancia.

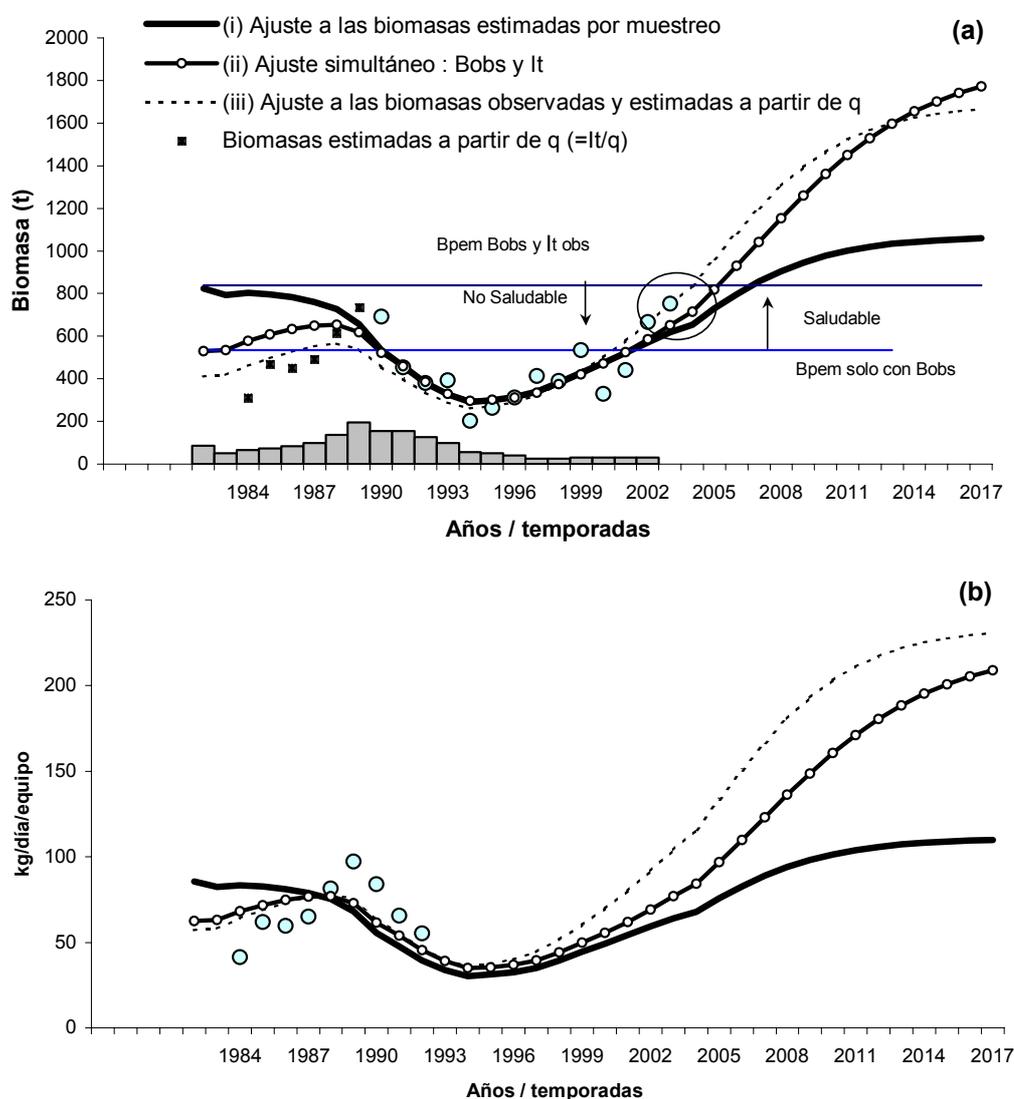


Figura 24. Ajuste del modelo logístico a tres opciones de índices de biomasa. (a) Ajuste a biomazas absolutas y (b) ajuste al índice de biomasa kg/día/equipo de 1984 a 1992. Las líneas horizontales en (a) representan el valor de Bpem cuando se minimiza la función  $-\text{Log}L$ . La superior corresponde al ajuste con la opción (ii) y la inferior a la opción (i)

En la Figura 25 se compara la distribución posterior de probabilidad de  $B_0$  y  $B_1$  obtenida usando la información auxiliar kg/día/equipo con los estimadas previamente usando sólo las observaciones de biomasa. Cuando el modelo se ajusta a la serie de biomasa observadas y las estimadas a partir de  $q$ , como si fueran una sola serie (iii)  $B_0$  tiende a tomar valores extremadamente grandes (Figura 25<sup>a</sup>), y lo mismo sucede con la opción (b1), en la que se usa una distribución previa uniforme entre 400 t y 800 t para  $B_1$ . La información auxiliar aportada permite estimar con más precisión la biomasa inicial, por lo que el resultado de la opción (ii) es, según los resultados en este estudio, el más consistente con el conocimiento empírico de la pesquería, aun con las implicaciones en el estado de salud. No considerar esa posibilidad podría sobreestimar el estado del stock y concluir erróneamente sobre el estado, perjuicio del propio recurso. Esta consideración es asimismo consistente metodológicamente con el enfoque precautorio.

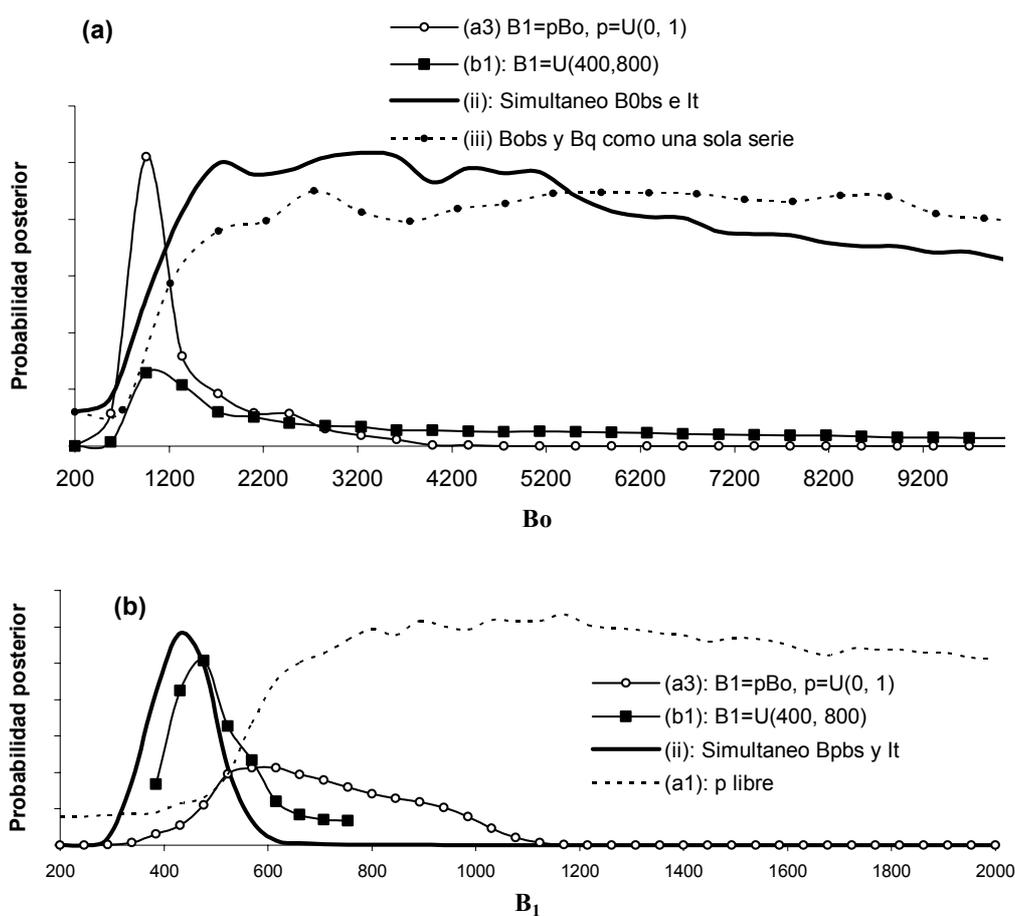


Figura 25. Comparación de la distribución posterior de probabilidad para  $B_0$  y  $B_1$  obtenidas con el modelo Logístico con cuatro opciones para estimar  $B_1$ .

## 6.2.2 Confrontación: Logístico, Deriso-R y SCRR

### 6.2.2.1 Parámetros comunes: $B_0$ y $B_1$

De los tres parámetros del modelo Logístico solo  $B_0$  es común en los modelos de retraso. La otra cantidad común que funciona como parámetro es  $B_1$ , la cual tiene implicaciones en los valores de los parámetros de donde se derivan puntos de referencia para el manejo. La problemática asociada a la estimación de  $B_0$  y  $B_1$  observada en el modelo Logístico se presentó también en los dos modelos de retraso. Esto fue puesto en evidencia en la sección de ajuste y estimación, donde se mostró que cuando  $p$  es libre se forma una fuerte correlación entre  $B_0$  y  $B_1$  (Figura 9<sup>a</sup>). Además de estas dificultades, hay otro problema: cuando se deja todo el peso de la estimación únicamente en los datos observados, el valor  $z^{ML}$  es mayor que 1 (Tabla 4), lo que hace que se pierda la forma funcional de la curva S-R y que no se puedan estimar las cantidades de manejo. Esto no significa que se deban rechazar automáticamente este tipo de modelos. Lo único que muestra es que con el enfoque clásico los datos utilizados no son informativos para estimar  $z$ .

En el enfoque Bayesiano se puede abordar este tipo de problemas (en los cuales se tiene información incompleta) mediante la incorporación formal y robusta de información previa en la estimación de los parámetros. La primera de esta consideración es que para mantener el sentido biológico de la curva S-R los valores de  $z$  tienen que estar entre 0.2 y 1.0. A partir de esta información se puede construir una distribución previa uniforme para  $z$  y estimar su distribución de probabilidad posterior. El resultado de este ejercicio se presenta en la Figura 26, en la cual el único parámetro con información previa es  $z$ , restringido a una distribución uniforme entre 0.2 y 1.0. La relación entre los parámetros es similar a la obtenida con los perfiles de verosimilitud (Figura 9<sup>a</sup> y Figura 26<sup>a</sup>, Figura 9b y Figura 26b). El efecto de la restricción se muestra en la Figura 26c, e y f, en las cuales los valores de  $z$  no son mayores que 1. No obstante, se sigue presentando el mismo problema que con el modelo Logístico;  $B_1$  tiende a valores muy grandes debido a la falta de observaciones de biomasa al inicio de la serie de datos (Figura 26d y e). Nuevamente, esto indica que además de restringir  $z$  es necesario considerar información previa en la estimación de  $B_1$ .

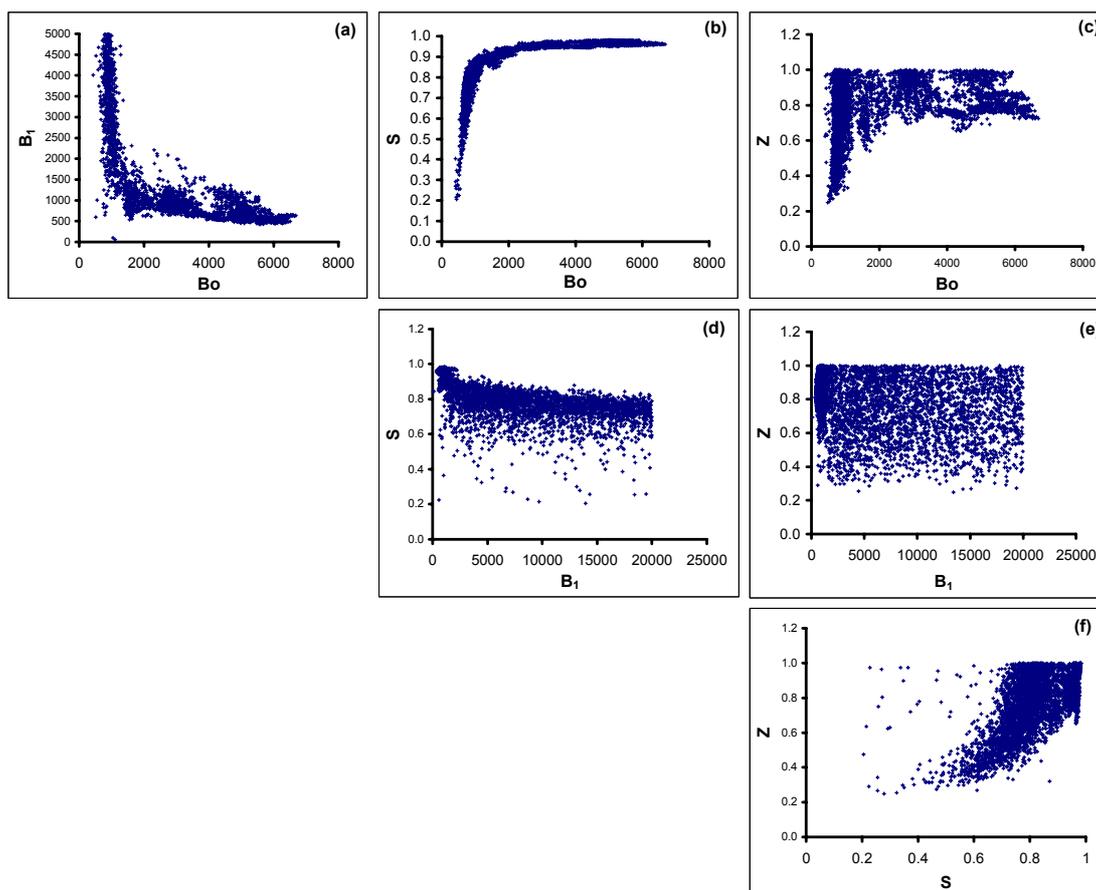


Figura 26. Tendencia de las correlaciones observadas entre los parámetros del modelo Deriso-R generada con 50,000 simulaciones del algoritmo MCMC. Solo se consideró información previa en  $z$ , restringida a una distribución uniforme entre 0.2 y 1.0.

Las posibles alternativas para estimar  $B_1$  fueron exploradas con el modelo Logístico. Los resultados más relevantes con esos ejercicios mostraron que con la opción (a1) tanto  $p$  como  $B_1$  tienden a valores muy grandes (Figura 20e y f) por lo que esta alternativa se debe descartar. La opción (a2) también presenta problemas debido a que  $p$  toma valores diferentes en cada modelo (por ejemplo, 0.77 en el Logístico y 0.44 en el Deriso-R), lo que implica que con un mismo valor  $B_0$  la biomasa inicial sería muy diferente. La opción (a3) presenta una ventaja respecto a las dos anteriores porque evita que  $B_1$  derive hacia valores mayores que  $B_0$ . Con respecto a la variante (b), la opción (b1) es independiente de  $B_0$  y asigna probabilidades iguales a una cantidad desconocida dentro de un rango razonable, definido por la información previa, que es lo más apropiado en estos casos (Walters & Ludwig, 1994): la opción (b2), en la cual  $B_1 \sim N(\mu, \sigma)$ , podría subestimar la incertidumbre en la biomasa inicial al definir una distribución normal de una cantidad desconocida,

particularmente cuando no se dispone de información previa informativa sobre  $B_1$ , por lo que esta opción no se considera apropiada cuando se analizan los datos por primera vez. Los problemas en la estimación de  $B_1$  se eliminarían sustancialmente si hubiera estimaciones de biomasa al inicio de la serie de datos, por ejemplo en 1982. La opción (iii) es una aproximación a una situación ideal, en la cual se dispone de biomasa observadas al inicio de la serie de datos. Sin embargo esto adiciona un nuevo problema porque estas biomasa al inicio de la serie se derivan del coeficiente de la estimación del coeficiente de capturabilidad  $q$ , el cual podría tener variaciones a lo largo del tiempo. El uso de un índice de abundancia como información auxiliar (opción ii) evita este problema porque no obliga al algoritmo a ajustar a biomasa derivadas a partir de  $q$  constante, solo toma la señal sobre la tendencia de la biomasa, como se mostró en la Figura 24<sup>a</sup>.

Por lo tanto, de acuerdo con lo expuesto arriba, las variantes más plausibles para estimar  $B_1$  son (a3), (b1) y (ii). En esta sección se confrontan los modelos Logístico, Deriso-R y SCRR con estas tres opciones. En los dos modelos de retraso  $z \sim U(0.2, 1.0)$  y  $s \sim U(0, 1.0)$ .

La confrontación de la distribución de probabilidad posterior (dpp) de  $B_0$  y  $B_1$  se presenta en la Figura 27, en la que se observa que con la opción (a3)  $B_0$  tiende a ser mayor con el modelo Deriso-R y menor con el Logístico. El área bajo la curva de cada dpp es 1, de tal manera entre más ‘alta’ sea la curva, significa que la mayor probabilidad se concentra en un rango mas estrecho, es decir, menos incierto; de manera inversa, entre mas ‘plana’ sea la curva indica que hay mas incertidumbre en la estimación de ese parámetro o punto de referencia. De acuerdo con lo anterior, en la Figura 27<sup>a</sup> se observa que la estimación con menos incertidumbre se obtiene con el modelo Logístico, en tanto que las más incierta proviene del modelo Deriso-R. Esta interpretación incluye también a  $B_1$ , que coincide con el comportamiento de  $B_0$ : menor en el Logístico y mayor en el Deriso-R (Figura 27b). Como se puede ver, en los tres modelos  $B_1$  es casi tan grande como las biomasa estimadas por muestreo directo en los dos últimos años (entre 600 t y 800 t, Figura 24<sup>a</sup>). La captura y el índice de abundancia registrado entre 1982 y 1984 no son coherentes con una población de ese tamaño.

Con la opción (b1) se mantiene la misma señal que con la opción (a3), es decir, las estimaciones del modelo Logístico son menores y con menor incertidumbre que las de los otros dos modelos. Sin embargo, se aprecia una diferencia importante;  $B_0$  tiende a ser mayor con (b1) que con (a3), particularmente en los dos modelos de retraso (Figura 27c). En la Figura 27d se observa la dpp de  $B_1$ , restringida a 400 t y 800 t, tal como se especifico en la distribución previa. En los dos modelos de retraso la distribución parece quedar truncada en 800 t, lo que indica que el algoritmo MCMC trató de converger hacia valores más grandes de  $B_1$ , probablemente hacia la distribución observada en la Figura 27b. En el caso del modelo Logístico la dpp de  $B_1$  no presenta este comportamiento. Esto se debe a que con la opción (a3) el 75 % del área bajo la curva queda dentro del rango menor a 800 t, de tal manera que cuando  $B_1$  se restringe a un valor máximo de 800 t al menos el 75% de la probabilidad está dentro de ese rango. Pero independientemente de las razones, el hecho es que en el modelo Logístico la especificación de una distribución previa en  $B_1$  no incrementa considerablemente el valor de  $B_0$  y se inicia con una biomasa mas razonable, coherente con la información “experta” sobre el tamaño de la población entre 1982 y 1984.

Con la opción (ii) se resuelve el problema en la estimación de  $B_1$ ; en ninguno de los modelos las distribuciones aparecen truncadas, por el contrario, parece ser que los datos de de abundancia relativa contienen información suficiente para estimar la biomasa al inicio de la serie de datos sin necesidad de especificar probabilidad previa en  $B_1$  (Figura 27f). Sin embargo, hay consecuencias en  $B_0$ ; la dpp es mayor que las estimadas con las opciones (a3) y (b1), y además, tiende a crecer de manera indefinida en los tres modelos (Figura 27e).

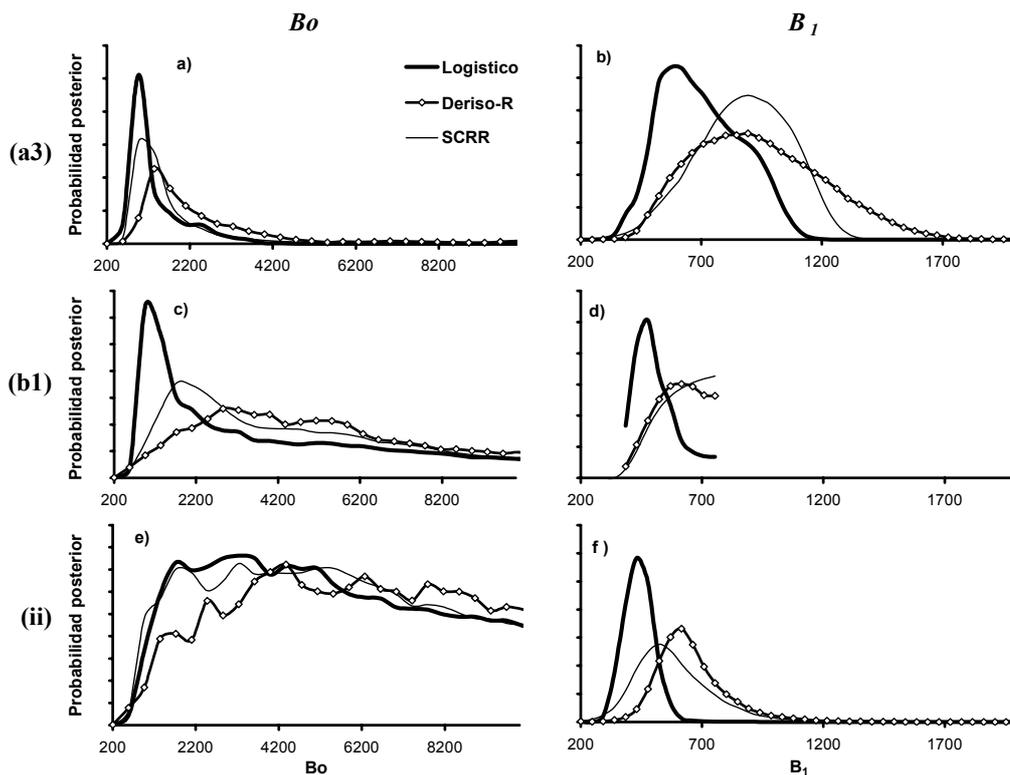


Figura 27. Comparación de la distribución posterior de probabilidad de  $B_0$  y  $B_1$  obtenidas con los modelos Logístico, Deriso-R y SCRR con tres opciones para estimar  $B_1$ : (a3), en la que  $B_1 = pB_0$ , con  $p \sim U(0,1)$ ; (b1), en la que  $B_1 \sim U(400,800)$  y (ii) en la que se usa el índice de abundancia kg/día/equipo como información auxiliar, sin restricción en  $B_1$ .

### 6.2.2.2 Estado y productividad

A continuación se confrontan seis de las siete cantidades de manejo con los tres modelos y las tres opciones para estimar  $B_1$ . No se incluye la biomasa actual porque es la menos sensible a los valores de los parámetros y a los modelos. Todas las predicciones pasan por allí y su distribución posterior es similar a la Figura 22<sup>a</sup>. Las seis cantidades de manejo se presentan agrupadas de la siguiente manera:

- El estado de la población, en términos de riesgo e incertidumbre.
- La productividad actual y máxima.
- La tasa de aprovechamiento actual y máxima.

### Estado de la población

Lo primero que resalta en la Figura 28 es el efecto de  $B_1$  en la dpp de  $B_{pem}$  y  $\xi$ . El incremento en  $B_{pem}$  con las opciones (b1) y (ii) hace que la razón  $\xi = B_{act} / B_{pem}$

disminuya considerablemente, dando la impresión que la población se encuentra muy deteriorada (Figura 28d y f). En general, la dpp de  $B_{pem}$  es mayor con el modelo Logístico (con el menor  $B_0$ ) y menor con el modelo SCRR. Esto tiene implicaciones directas en la determinación del estado y en los objetivos de manejo a largo plazo. Por ejemplo, con la opción (a3) el  $E[\xi] = 0.9341$  en el modelo Logístico, 1.3122 en el Deriso-R y 1.4857 en el SCRR. Los riesgos sobre el estado no deseado ( $P[B_{act} < B_{pem}]$ ) son 0.6164, 0.2838 y 0.2915 respectivamente. Esto significa que existen conclusiones contradictorias en la determinación del estado; deteriorada de acuerdo con el modelo Logístico y saludable con los modelos de retraso. El análisis sobre la obtención de un resultado único y congruente se retomará en la sección 6.2.3.

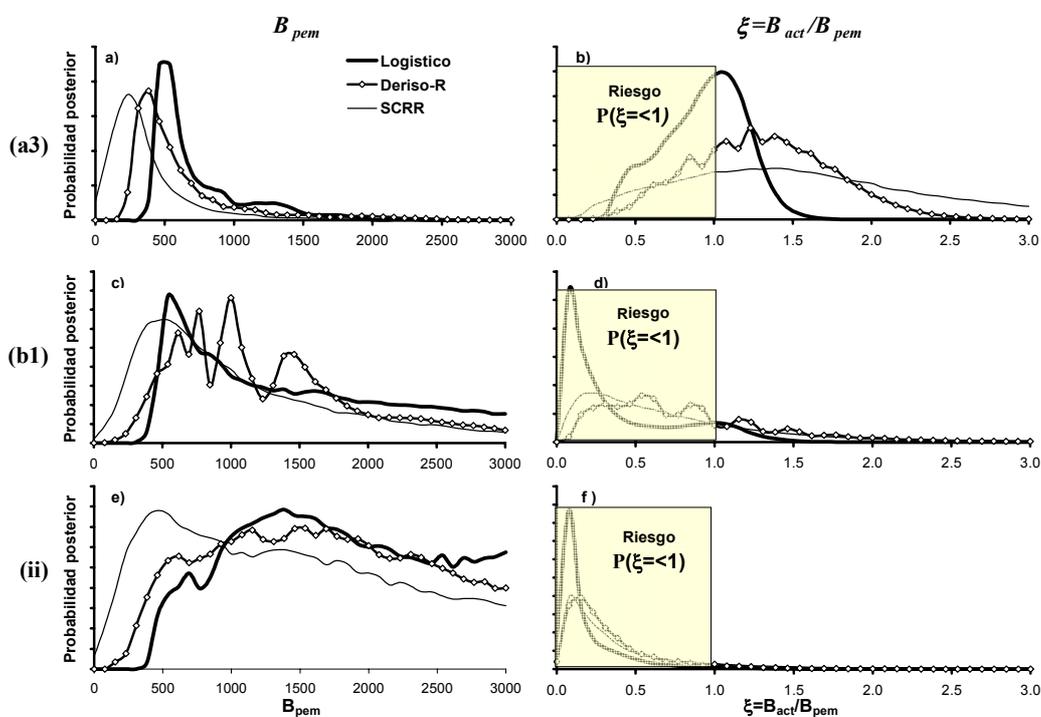


Figura 28. Comparación de la distribución posterior de probabilidad para  $B_{pem}$  y  $\xi$  obtenidas con los modelos Logístico, Deriso-R y SCRR con tres opciones para estimar  $B_1$ : (a3), en la que  $B_1 = pB_0$ , con  $p \sim U(0,1)$ ; (b1), en la que  $B_1 \sim U(400,800)$  y (ii) en la que se usa el índice de abundancia kg/día/equipo como información auxiliar, sin restricción en  $B_1$ . El recuadro indica la zona de riesgo sobre el estado no deseado.

## Productividad

La dpp de los puntos de referencia relacionados con la productividad ( $PEA$  y  $PEM$ ) se presentan en la Figura 29, en la que se observa un resultado muy interesante: la productividad no es tan diferente con las tres opciones para estimar  $B_1$ , situación que si ocurrió por ejemplo, con  $B_{pem}$  y  $\xi$ . En general hay una señal muy clara en las dpp de la productividad: los menores valores se obtienen con el modelo SCRR, seguida del Deriso-R y al final el Logístico, que es el que presentó los mayores valores. Excepto la  $PEA$  derivada del modelo Logístico en la opción (ii) y la  $PEM$  derivada de los tres modelos en la opción (ii), el resto de las distribuciones de probabilidad posterior presentan una curva bien definida, con todos los valores posibles en el intervalo de 20 a 120 t.

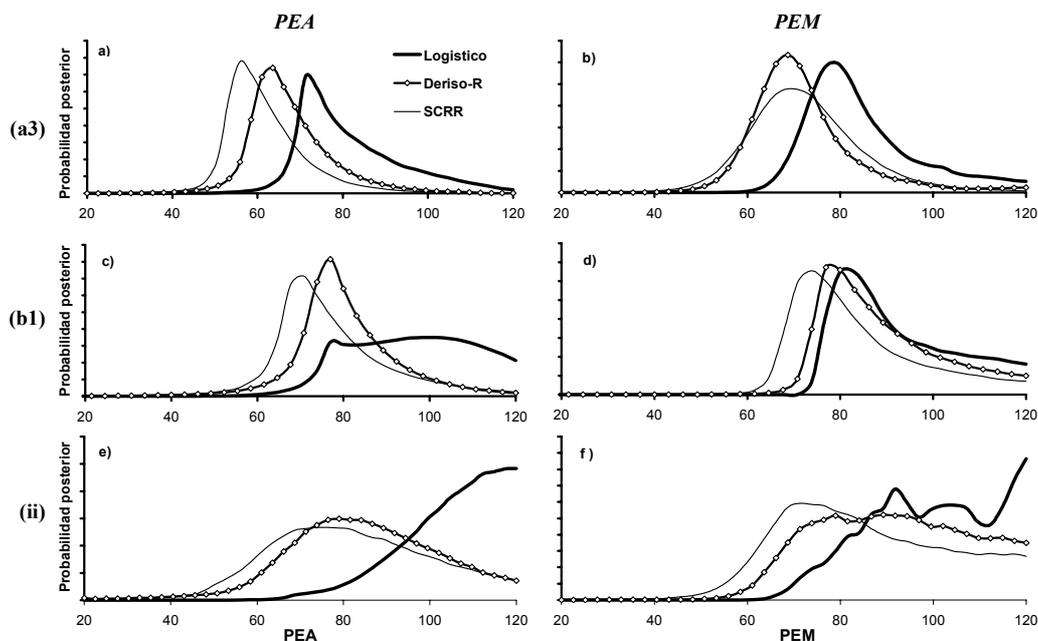


Figura 29. Comparación de la distribución de probabilidad posterior de la producción excedente actual y máxima ( $PEA$  y  $PEM$ ) obtenidas con los modelos Logístico, Deriso-R y SCRR con tres opciones para estimar  $B_1$ : (a3), en la que  $B_1 = pBo$ , con  $p = U(0,1)$ ; (b1), en la que  $B_1 = U(400,800)$  y (ii) en la que se usa el índice de abundancia kg/día/equipo como información auxiliar, sin restricción en  $B_1$ .

Los resultados de la Figura 29 obligan a plantear la siguiente pregunta. Porque si en la opción (ii)  $Bo$  y  $B_{pem}$  son mayores que los obtenidos con la opción (a3), el efecto solo se refleja de manera proporcional en la productividad derivada del modelo

Logístico pero no en los dos modelos de retraso?. La respuesta es relativamente sencilla en el modelo Logístico ya que ambas cantidades son una función de  $B_0$  ( $B_{pem} = B_0/2$  y  $PEM = B_0 * r/4$ ). Como  $B_0$  se incrementa y  $r$  permanece en términos generales constante (Figura 20b), el resultado es un incremento en la producción excedente. La respuesta a la segunda parte de la pregunta se presenta en la Figura 30. La  $PEM$  es poco sensible a los cambios en  $B_0$  si y solo si el resto de los parámetros se modifican para obtener el mejor ajuste del modelo a los datos observados. El hecho de que  $B_{pem}$  y  $PEM$  no sean tan sensibles a  $B_0$  representa una enorme ventaja de los modelos de retraso con respecto al modelo Logístico. En la Figura 30b se observa también que con los mismos valores de  $B_0$  las estimaciones de  $B_{pem}$  y  $PEM$  son menores en el modelo SCRR que las del modelo Deriso-R. Esto explica los menores valores de productividad del modelo SCRR observados en la Figura 29.

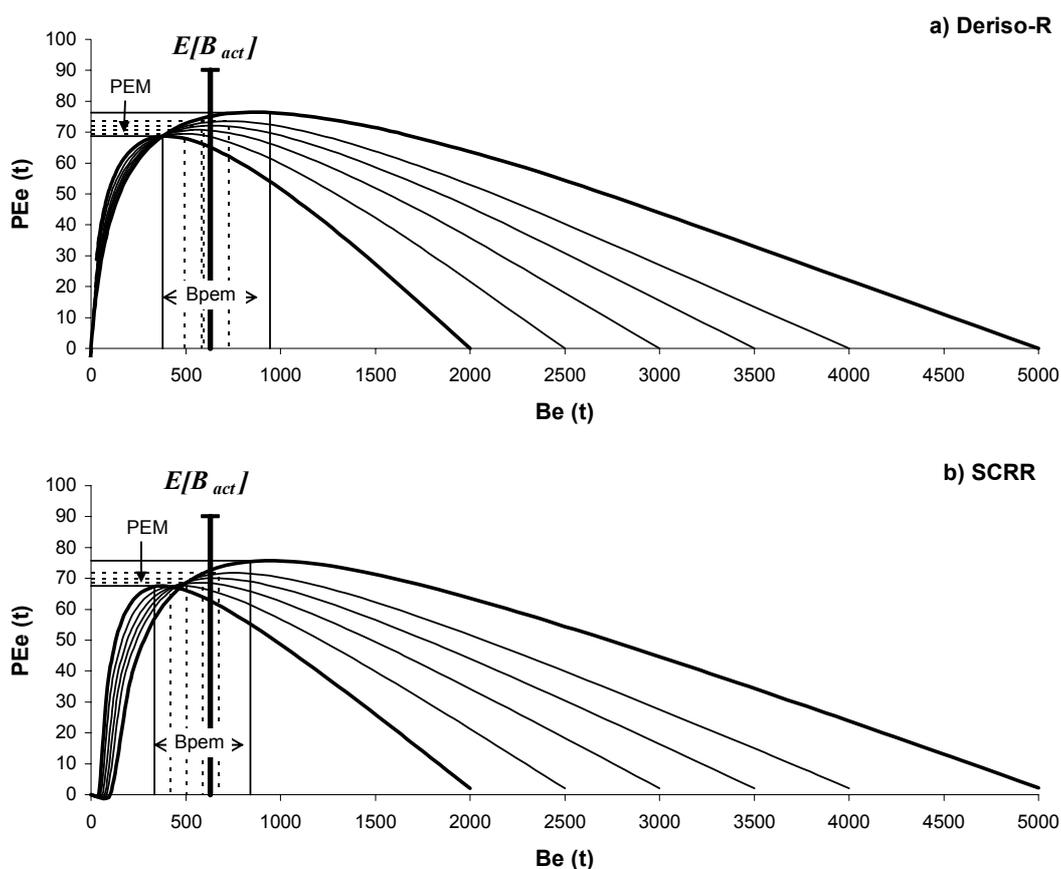


Figura 30. Curvas de biomasa en equilibrio  $B_e$  y producción excedente en equilibrio  $PE_e$  con los dos modelos de retraso. La línea vertical gruesa indica el valor esperado de la

biomasa actual. Las curvas representan el mejor ajuste fijando  $B_0$  en 2000, 2500, ..., 5000 t y variando  $B_1$  y  $s$  hasta obtener el mejor ajuste.  $z$  se mantuvo fijo para evitar que tomara valores mayores que 1. En el modelo SCRR la producción excedente máxima se obtuvo analíticamente con las ecuaciones de la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** En el modelo Deriso-R se usó la ecuación 21 para calcular la curva de producción excedente en equilibrio de la cual se estimó  $B_{pem}$  y  $PEM$  mediante la solución numérica de  $\partial PE / \partial h = 0$ .

### Tasa de aprovechamiento

La tasa de aprovechamiento actual y máxima son muy similares en los dos modelos de retraso y en todos los casos menores a las del modelo Logístico (Figura 31).  $h_{act}$  es menos incierta en los modelos de retraso que en el Logístico, excepto en la opción (ii). Este comportamiento se invierte en  $h_{max}$  en el cual las estimaciones menos inciertas se derivan del modelo Logístico. Con las opciones (b1) y (ii)  $h_{act}$  tiende a aumentar y  $h_{max}$  a disminuir. En estas dos últimas opciones  $h_{act}$  es mayor que  $h_{max}$ , lo cual es un comportamiento normal cuando  $B_{act}$  es menor que  $B_{pem}$ .

En cualquier población la tasa de crecimiento es mayor cuando la biomasa es menor al valor que maximiza la producción excedente, y menor cuando pasa de ese nivel y tiende a  $B_0$ . En todos los casos  $h = \text{tasa de crecimiento}/2$ . Por lo tanto, es totalmente normal que con las opciones (b1) y (ii)  $h_{act}$  sea mayor que  $h_{max}$  ya que con esas opciones  $B_{pem}$  se incrementa y como  $B_{act}$  se mantiene casi constante, entonces la población se ubica debajo de  $B_{pem}$  donde la tasa de crecimiento es mayor que cuando la población se encuentra arriba de  $B_{pem}$ .

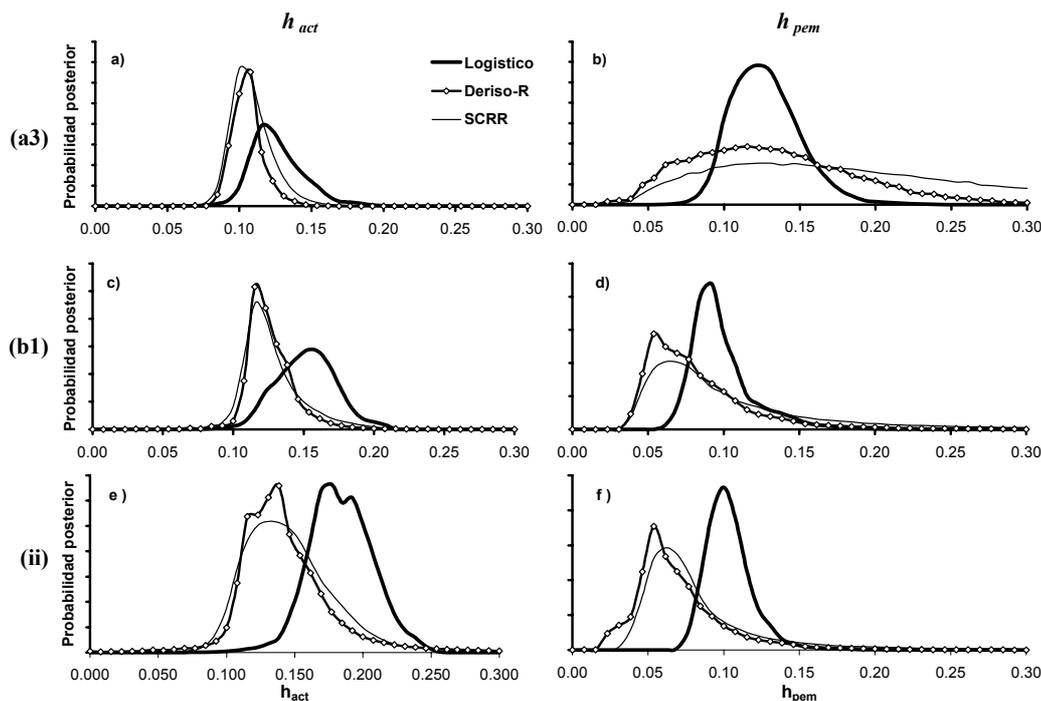


Figura 31. Comparación de la distribución de probabilidad posterior de la tasa de aprovechamiento actual y máxima ( $h_{act}$  y  $h_{max}$ ) obtenidas con los modelos Logístico, Deriso-R y SCRR con tres opciones para estimar  $B_1$ : (a3), en la que  $B_1 \sim pBo$ , con  $p \sim U(0,1)$ ; (b1), en la que  $B_1 = U(400,800)$  y (ii) en la que se usa el índice de abundancia kg/día/equipo como información auxiliar, sin restricción en  $B_1$ .

### 6.2.3 Promedio Bayesiano de modelos y actualización Bayesiana

El análisis presentado hasta aquí ha cubierto la primera fase del proceso de evaluación de la población del abulon azul en la zona de Bahía Tortugas (la determinación del estado y la productividad). Sin embargo los resultados son contradictorios, con más preguntas que respuestas. ¿Se encuentra la población deteriorada o saludable?, ¿Cuál es la producción excedente actual, la del modelo Logístico, la del modelo Deriso-R o la del modelo SCRR? ¿Cuál de las tres opciones para estimar  $B_1$  es la más apropiada? Esto se debe a la incertidumbre *de observación* en los datos de biomasa, a la *incertidumbre en el modelo* y a la *incertidumbre de estimación* (en este estudio no se incluyo la *incertidumbre de proceso*). Todo esto se solucionaría si se conociera el modelo real y se tuviera la certeza de que los datos de biomasa fueron observadas sin error. En el mundo real es casi imposible conocer el modelo verdadero y obtener observaciones de biomasa sin error. Sin embargo, se puede tener una aproximación mediante simulación. A continuación se presenta un ejercicio de simulación con el

objetivo de explorar el efecto de la incertidumbre de observación, incertidumbre en el modelo e incertidumbre de estimación en un problema teórico similar a la del abulón azul en la zona de Bahía Tortugas.

En la Figura 32 se simula la curva de biomasa de una población con el modelo Logístico como modelo ‘real’ del cual se conocen sus parámetros ‘verdaderos’ ( $B_0 = 1000$ ,  $r = 0.3$ ). A lo largo de la curva de biomasa se generaron observaciones de biomasa con distribución lognormal mediante la expresión

$$B_{obs_t} = \hat{B}_t \exp(Z\sigma - \sigma^2 / 2)$$

Donde  $\hat{B}_t$  es la biomasa estimada por el modelo ‘real’,  $Z$  es un número aleatorio distribuido normalmente con media 0 y desviación estándar 1.  $\sigma$  es la desviación estándar de la incertidumbre de observación (Hilborn & Mangel 1997). El valor utilizado de  $\sigma$  fue 0.10, similar al obtenido con los datos reales.

Esta población hipotética se empezó a aprovechar desde 1956, sin embargo solo se dispone de ‘datos de captura’ a partir de 1980 y ‘observaciones de biomasa’ a partir de 1990. Las capturas se simularon de tal manera que las biomásas observadas tuvieran la misma tendencia que los datos de abulón azul en la zona de Bahía Tortugas. Como se conocen los parámetros ‘reales’, se conoce también la biomasa al inicio de la serie de datos de captura ( $\hat{B}_{1980} = 337$  t) y el valor de  $p = 337/1000 = 0.37$  (Figura 32)

El ejercicio consistió en tratar de estimar los parámetros con los tres modelos, primero por máxima verosimilitud y luego la distribución de probabilidad posterior (con el algoritmo MCM) usando las opciones (a3) y (b1). En esta última  $B_1$  se restringió a una distribución uniforme entre 230 t y 450 t.

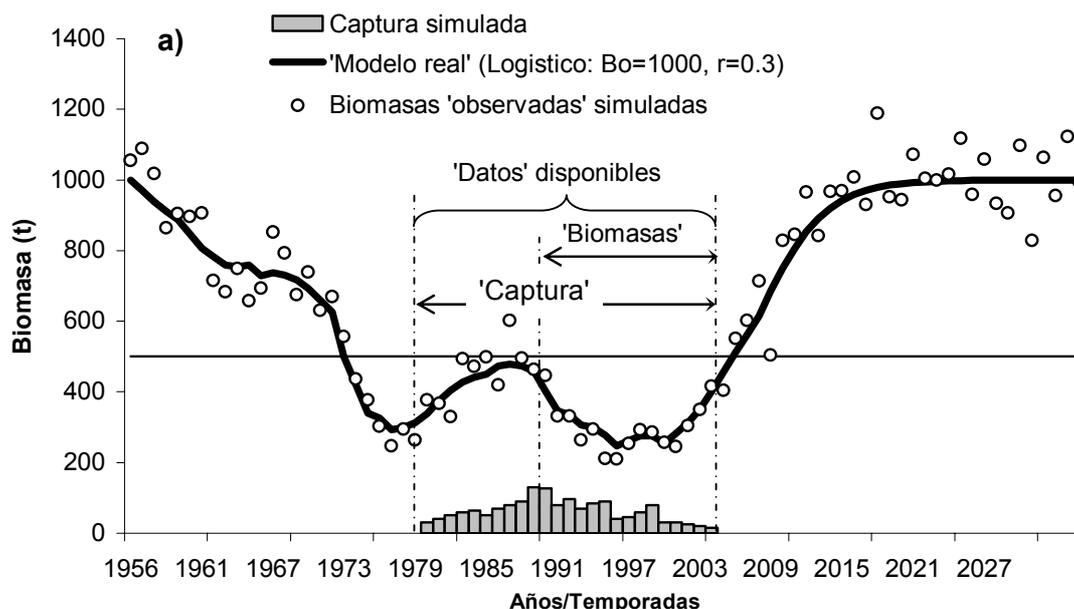


Figura 32. Curva teórica de biomasa generada con el modelo Logístico del cual se conocen sus parámetros ‘reales’ ( $B_0=1000$ ,  $r=0.3$ ). Los puntos claros representan observaciones de biomasa con distribución lognormal alrededor de la trayectoria determinística. Ver texto para detalles sobre los datos disponibles.

Las observaciones alrededor de la curva de biomasa en la Figura 32 representan solo una de las posibilidades que se podrían encontrar en el mundo real. Errores inherentes al muestreo podrían hacer por ejemplo que la primera observación de biomasa sea mayor o menor que el valor ‘real’ (el estimado por el modelo en este ejercicio). Los efectos de esa posibilidad se muestran en la Figura 33. Si la primera observación es grande los modelos tienden a seguir ese valor y se sobreestima  $B_1$ .

Las señales encontradas en el ajuste por máxima verosimilitud indican que los tres modelos tienden a sobreestimar la biomasa inicial y ninguno de ellos puede estimar el valor ‘verdadero’ de  $B_0$ , ni aun el Logístico. En general el modelo Logístico tiende a subestimar  $B_0$ , el SCRR a sobreestimarlos y entre ellos el modelo Deriso-R (Figura 33<sup>a</sup> y b). La distribución de probabilidad posterior de  $B_0$  y  $B_1$  confirma que el modelo Logístico tiende a subestimar el valor de  $B_0$  (Figura 33<sup>a</sup> y b), situación que no ocurre con los modelos de retraso, cuya dpp se aproximan mas al valor ‘real’ de  $B_0$ .

Los resultados de la Figura 34b muestran que los datos simulados no proporcionan información suficiente para estimar  $B_1$ , por lo que la distribución posterior de  $B_0$  se podría obtener de la combinación de los tres modelos. Igual que con los datos reales la

definición de una distribución previa en  $B_1$  tiene mas efecto en el valor de  $B_0$  de los modelos de retraso que en el Logístico (comparar Figura 27c y Figura 34c).

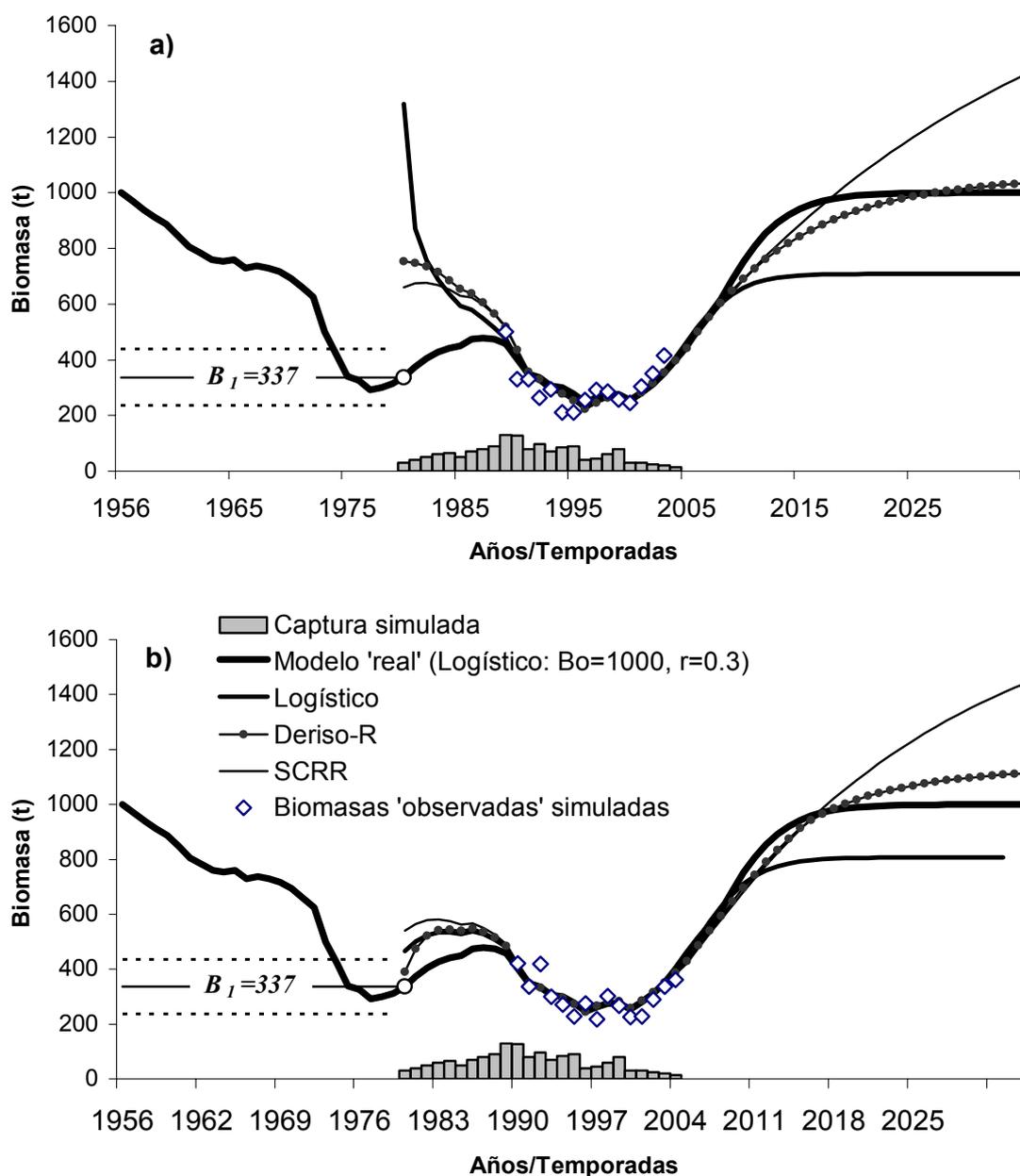


Figura 33. Ajuste de los modelos Logístico, Deriso-R y SCRR a observaciones de biomasa con distribución lognormal alrededor de la trayectoria determinística del modelo Logístico ( $B_0=1000, r=0.3$ ). a) Ajuste a una situación en la que el azar hace que el primer punto observado sea mayor que el 'real', b) ajuste a una situación donde el primer punto se distribuye cerca del valor 'real'.

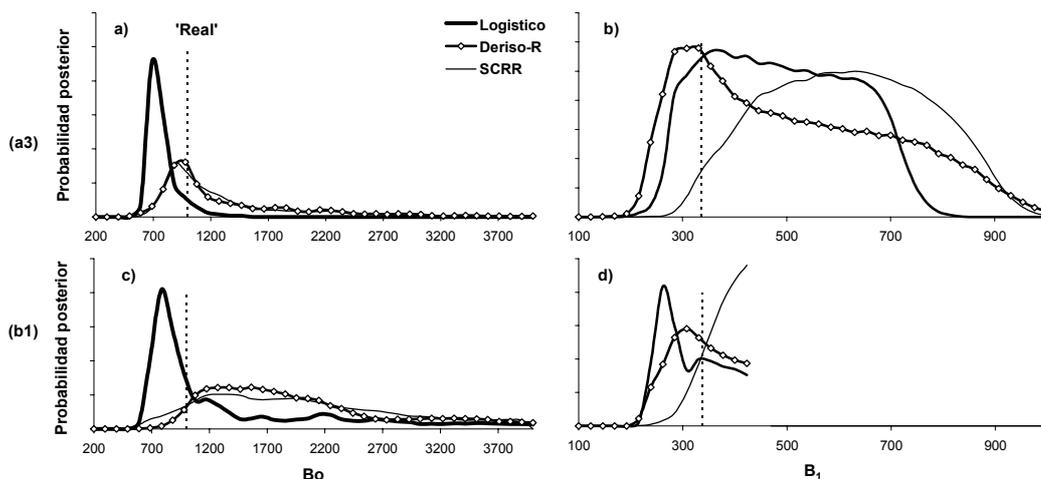


Figura 34. Distribución posterior de probabilidad de  $B_0$  y  $B_1$  obtenidas con los modelos Logístico, Deriso-R y SCRR ajustados a los datos de biomasa teóricos con distribución lognormal alrededor de la trayectoria determinística del modelo Logístico ( $B_0 = 1000$ ,  $r = 0.3$ )

Esta parte del análisis cae dentro de un enfoque denominado Promedio Bayesiano de Modelos (BMA, por sus siglas en inglés) mediante el cual se pretende resolver el problema relacionado con la incertidumbre en el modelo (Hoeting *et al.* 1999). En general el concepto consiste en considerar el promedio de la distribución posterior de todos los modelos ponderada por la probabilidad previa de cada modelo.

Si  $Q$  es una cantidad de interés, tal como la producción excedente actual o el estado de la población, entonces la distribución posterior de probabilidad dado los datos y los modelos es calcula como:

$$(Ec. 38) \quad P(Q | M_k, D) = \sum_{k=1}^K P(Q | M_k, D) P(M_k | D)$$

Donde  $M_1, \dots, M_k$  son los modelos considerados en el análisis,  $D$  son los datos ajustados. La expresión  $P(M_k | D)$  indica la probabilidad del modelo  $M_k$  dado los datos y es análoga a  $P(\theta_i | D)$  en la Ec. 26. En cada modelo está incluido el vector de parámetros  $\theta_k$ . La aplicación del enfoque BMA implica asignar probabilidades previas a los modelos. Sin embargo, cuando hay poca información sobre la probabilidad previa es razonable asumir que todos los modelos son igualmente creíbles (Hoeting *et al.* 1999). Con base en este enfoque, en la Figura 35<sup>a</sup> se presenta

el promedio de la distribución de probabilidad posterior de  $B_0$  con los tres modelos y las opciones (a1) y (b1).

Un método adicional en la estadística Bayesiana consiste en usar la distribución posterior de una fase del análisis como información previa en una segunda fase cuando ya se dispone de nuevos datos o nuevas evidencias (McAllister & Kirkwood 1999). Una opción es usar el valor de  $P(\theta_i | D)$ , ahora como  $P(\theta_i)$  para cada parámetro incluido la secuencia posterior  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_i, \dots, \theta_n$  y calcular nuevamente la probabilidad posterior  $P(\theta_i | D) \propto L(\text{datos} | \theta_i)P(\theta_i)$ . Sin embargo, esta opción implica un aumento considerable en el tiempo de análisis y en recursos de cómputo. Otra alternativa que requiere menos tiempo de procesamiento es usar previas “conjugadas” (Gelman *et al.* 1995). En general el proceso consiste en ajustar la dpp obtenida en la primera fase a una distribución teórica y estimar sus parámetros (McAllister & Kirkwood 1999)

De acuerdo con lo anterior a la dpp de  $B_0$  se ajustó a una distribución lognormal con mediana =1380 y  $\sigma=0.50$ . El mismo procedimiento se realizó con  $B_1$  considerando las opciones (b1) y (ii). En este caso la mediana es =460 y  $\sigma=0.15$  (Figura 35b).

A partir de esta distribución previa conjugada es posible realizar una *actualización Bayesiana* usando esta información como previa informativa ( $P(B_0) \sim \text{Lognormal}(1380,0.50)$  y  $P(B_1) \sim \text{Lognormal}(460,0.15)$ ) en una segunda fase del análisis y *actualizar* la distribución posterior de probabilidad de  $B_0$  y  $B_1$ . Los resultados se presentan en la Figura 35. A diferencia de las opciones (b1) y (ii) en la cual  $B_0$  tendía hacia valores grandes, el uso de información previa informativa (derivada el promedio de los tres modelos) evita ese problema. Nuevamente se observa que las estimaciones del modelo Logístico presentan menos incertidumbre que las de los dos modelos de retraso.

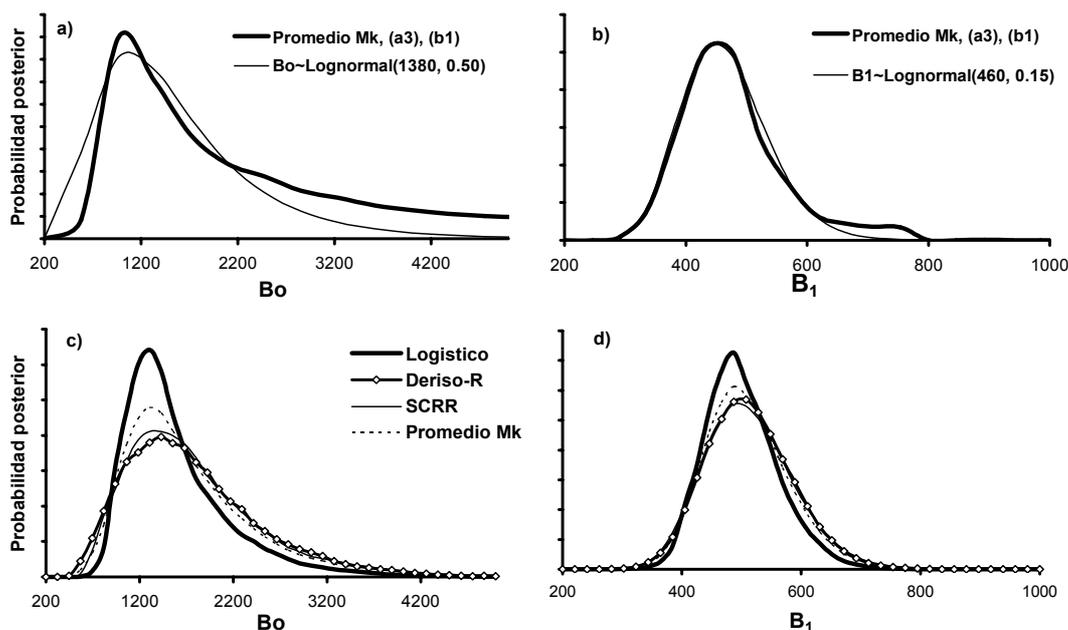


Figura 35. Actualización Bayesiana de  $B_0$  y  $B_1$ . a y b): distribución posterior de probabilidad de  $B_0$  y  $B_1$  obtenidas mediante el promedio de los modelos Logístico, Deriso-R y SCRR. A cada distribución posterior promedio se le ajustó una distribución Lognormal  $(m, \sigma)$ , donde  $m$  es la mediana y  $\sigma$  es la desviación estándar de  $\text{LN}(\theta)$ . c y d): actualización de la distribución de probabilidad posterior de  $B_0$  y  $B_1$  con los tres modelos usando como previas conjugadas  $P(B_0) \sim \text{Lognormal}(1380, 0.50)$  y  $P(B_1) \sim \text{Lognormal}(460, 0.15)$ . En  $B_0$  y en  $B_1$  se incluyó el promedio de la distribución posterior de probabilidad de los tres modelos (promedio  $M_k$ ).

Las exploraciones realizadas hasta aquí incluyen únicamente a  $B_0$  y  $B_1$ , que son cantidades que funcionan como parámetros en los tres modelos. Sin embargo hay otros tres parámetros incluidos explícitamente en la función de crecimiento de los tres modelos,  $z$  y  $s$  en los dos de retraso y  $r$  en el Logístico. En el caso de  $r$  se encontró una disminución con (b1) y (ii), lo cual es normal ya que al aumentar  $B_0$  disminuye  $r$  (Figura 36). Con la actualización Bayesiana la distribución regresa en términos generales a lo obtenido con la opción (a3). Con respecto a  $z$  y  $s$ , la Figura 37 muestra el efecto de la información previa en  $B_0$  y  $B_1$ . Con la opción (a3)  $z$  tiende hacia 1.0 en los dos modelos de retraso, lo que indicaría que al 20 % de  $B_0$  se genera el 100% de reclutamiento. Esto es poco creíble en las poblaciones de abulón. Al actualizar la distribución posterior  $z$  toma un sentido más biológico, coherente con lo esperado en una población de estas características. Por ejemplo, con el modelo Deriso-R el valor esperado  $z$  es 0.6, lo que indica que con  $0.2 * B_0$  se genera el 60 %

de  $R_0$ . En el caso del modelo SCRR la distribución de probabilidad posterior tiende hacia 0.2, con  $E[z]=0.53$ , señal de una población propensa a sufrir fallas en el reclutamiento (Figura 37c).

Los resultados sobre  $s$  no son muy concluyentes. Con las opciones (b1) y (ii)  $s$  tiende hacia valores cercanos a 1.0, que indica una mortalidad natural baja. Con la opción (a3)  $E[s]=0.85$  en el modelo Deriso-R, equivalente a una mortalidad natural  $M = -\ln(s)=0.16$ , que parece más razonable. La distribución posterior actualizada es más plana que las de las opciones (a3), (b1) y (ii). Esto indica mayor incertidumbre y que los datos no son lo suficientemente informativos para estimar la supervivencia, ni aun incluyendo información previa en  $B_0$  y  $B_1$ .

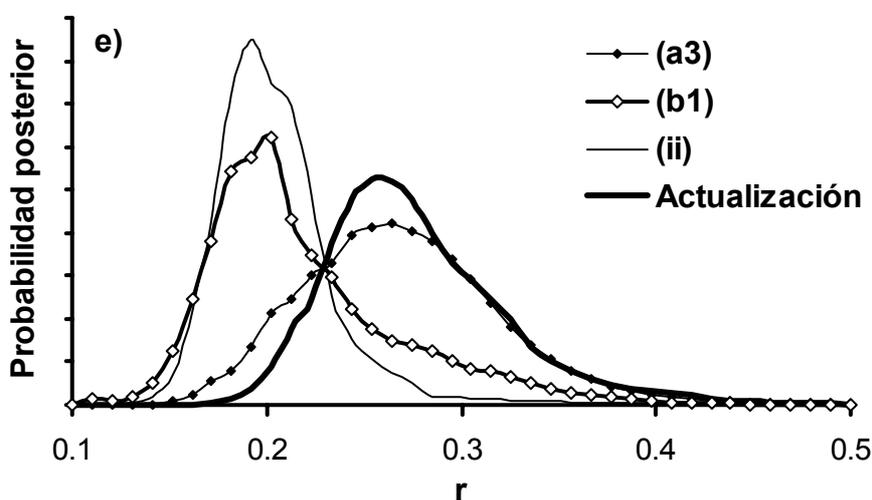


Figura 36. Distribución posterior de probabilidad de la tasa intrínseca de crecimiento  $r$  actualizada con  $P(B_0) \sim \text{Lognormal}(1380, 0.50)$  y  $P(B_1) \sim \text{Lognormal}(460, 0.15)$ .

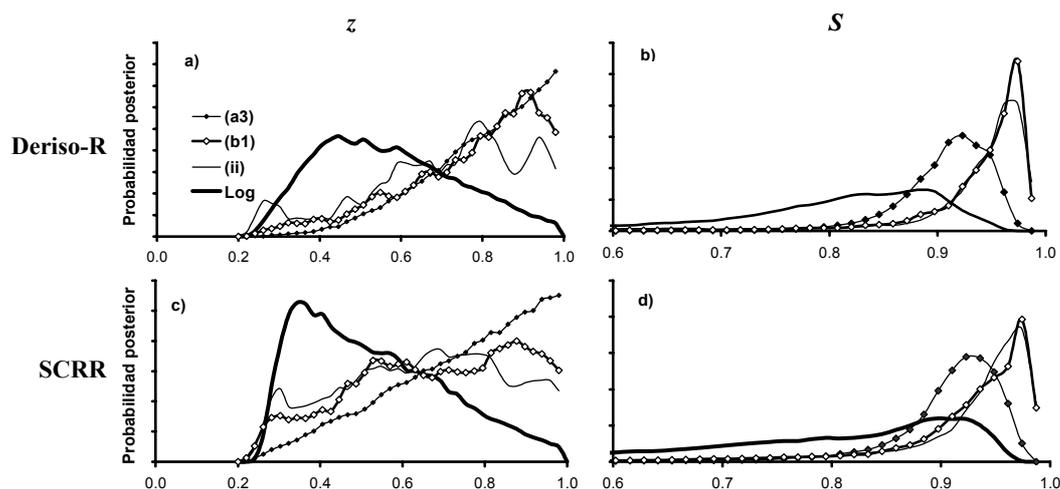


Figura 37. Distribución posterior de probabilidad de  $z$  y  $s$  actualizada con  $P(B_0) \sim \text{Lognormal}(1380, 0.50)$  y  $P(B_1) \sim \text{Lognormal}(460, 0.15)$  en los modelos Logístico, Deriso-R y SCRR. En el modelo Deriso-R  $s$  se refiere a supervivencia a la mortalidad natural y en modelo SCRR representa un efecto combinado de la supervivencia y el crecimiento en peso. En ambos modelos  $z$  tiene el mismo concepto.

### 6.2.3.1 Estado y productividad

Como se mencionó anteriormente, la estimación de los parámetros es solo una parte en el proceso de evaluación de la población. Lo que interesa al final son los puntos de referencia o cantidades derivadas de los parámetros que se usan con fines de manejo, tal como el estado de la población, la productividad (¿Cuánto se podría extraer?) y la tasa de aprovechamiento (¿Qué proporción de la biomasa vulnerable se podría aprovechar?).

Con la actualización Bayesiana la dpp de  $B_{pem}$  continúa siendo mas grande en el modelo Logístico que en los de Retraso, las cuales son muy similares entre si (Figura 38<sup>a</sup>). La incorporación de información previa en  $B_0$  y  $B_1$  tiene un efecto importante en el modelo SCRR ya que en los ejercicios anteriores  $B_{pem}$  era muy baja (Figura 28<sup>a</sup>,  $E[B_{pem}] = 384$  t) y ahora es de 556 t (Tabla 7). Esto se refleja directamente en  $\xi$  (Figura 38b), la cual había resultado bastante ilógica al tratar de incorporar información previa en  $B_1$  (ver por ejemplo la Figura 28d, y f). Los valores esperados de la Figura 38b indican que de acuerdo con el modelo Logístico la población se encuentra deteriorada ( $E[\xi] = 0.8869$ , es decir que la biomasa actual es el 87% de  $B_{pem}$ ). Sin embargo, esto cambia con los modelos de retraso, los cuales señalan que la

población se ubica alrededor de  $B_{pem}$  (Tabla 7). Los riesgos, definidos como  $P(\xi < 1 | \theta, \text{datos})$  son 0.6828 en el Logístico, 0.4464 en el Deriso-R y 0.4042 en el SCRR. Considerando la incertidumbre en los tres modelos el valor esperado de  $\xi = 1.0869$ , con un riesgo de 0.5112.

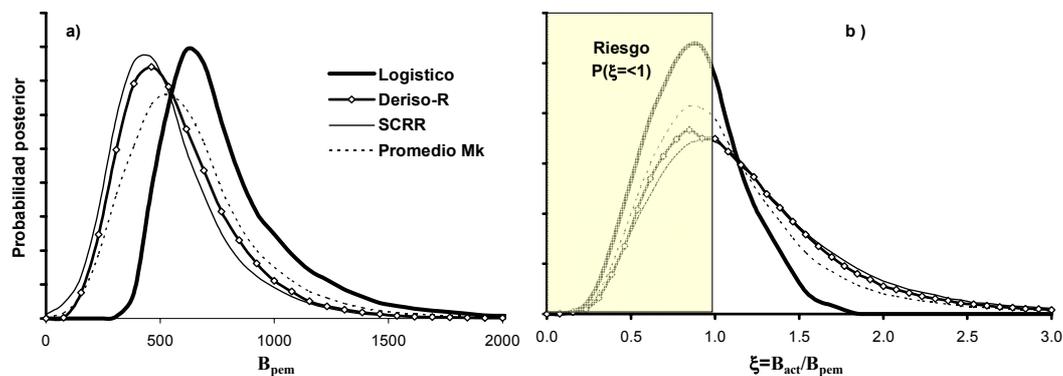


Figura 38. Distribución posterior de probabilidad de  $B_{pem}$  y  $\xi$  actualizada con  $P(B_0) \sim \text{Lognormal}(1380, 0.50)$  y  $P(B_1) \sim \text{Lognormal}(460, 0.15)$  en los modelos Logístico, Deriso-R y SCRR.

### Productividad

En la Figura 39 se observa la distribución posterior de probabilidad de  $PEA$  y  $PEM$  actualizada. Como en los ejercicios anteriores, la productividad derivada del modelo Logístico es mayor que la de los modelos de retraso. En general los valores son mayores a los obtenidos con la opción (a3), lo que indica que de no considerar información previa en  $B_0$  y  $B_1$  se podría subestimar la productividad de la población. Las diferencias en las distribuciones de probabilidad se subsanan al hacer uso del enfoque BMA, como una alternativa para lidiar con el problema de la selección del modelo. Con esta opción el valor esperado de  $\xi$  es 86 t y 92 t para  $PEA$  y  $PEM$  respectivamente (Tabla 7)

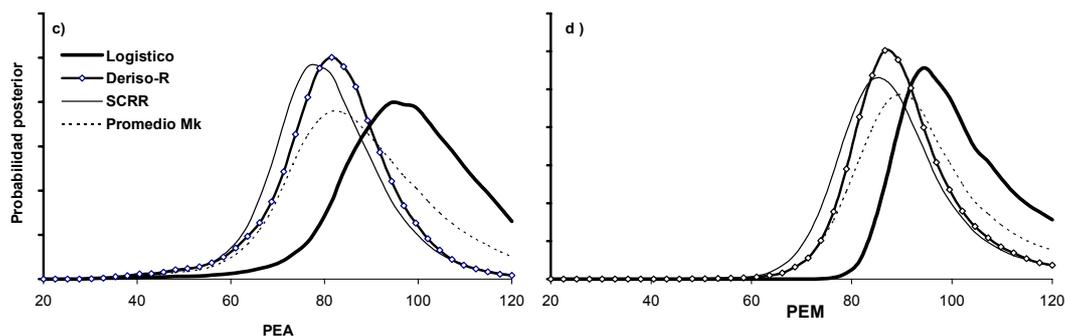


Figura 39. Distribución posterior de probabilidad de  $PEA$  y  $PEM$  actualizada con  $P(B_0) \sim \text{Lognormal}(1380,0.50)$  y  $P(B_1) \sim \text{Lognormal}(460,0.15)$  en los modelos Logístico, Deriso-R y SCRR.

### Tasa de aprovechamiento

De todas las cantidades derivadas, la tasa de aprovechamiento fue la menos afectada con actualización Bayesiana. Las dpp de la Figura 40 se ubicaron dentro del mismo intervalo que las obtenidas con las opciones (a3), (b1) y (ii). Este es un resultado muy importante porque indica que aun cuando no se disponga de información previa en  $B_0$  es posible aproximar un valor sobre la proporción de la biomasa vulnerable que se puede aprovechar. El valor esperado del promedio de los modelos de la tasa de aprovechamiento es muy similar en los tres modelos, oscilando entre 0.13 y 0.16 tanto en  $h_{act}$  como en  $h_{pem}$  (Tabla 7).

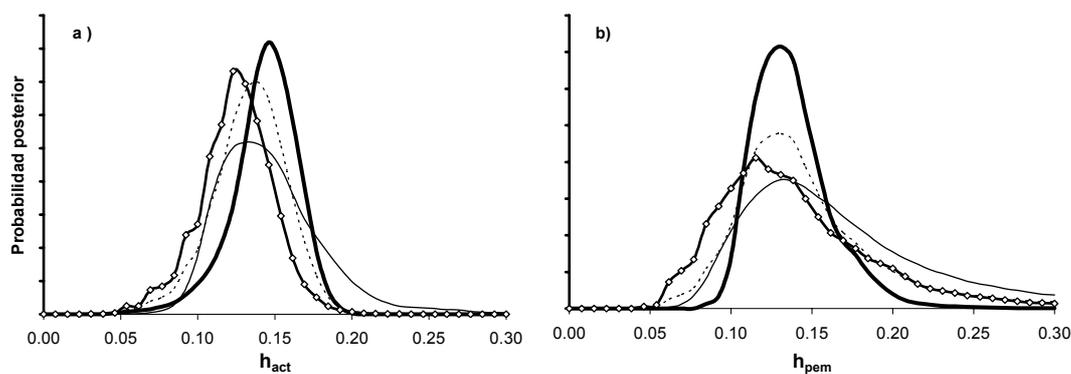


Figura 40. Distribución posterior de probabilidad de  $h_{act}$  y  $h_{pem}$  actualizada con  $P(B_0) \sim \text{Lognormal}(1380,0.50)$  y  $P(B_1) \sim \text{Lognormal}(460,0.15)$  en los modelos Logístico, Deriso-R y SCRR.

Tabla 7. Valor esperado  $E[Q]$ , desviación estándar ( $\sigma$ ), moda y coeficiente de variación (c.v) de las siete cantidades de manejo actualizada con  $P(B_0) \sim \text{Lognormal}(1380,0.50)$  y  $P(B_1) \sim \text{Lognormal}(460,0.15)$  en los modelos Logístico, Deriso-R y SCRR.

Modelo	Cantidades de derivadas $Q$ (Puntos de Referencia)						
	$B_{act}$	$B_{pem}$	$\xi$	$PEA$	$PEM$	$h_{pem}$	$h_{pea}$
<b>Logístico</b>							
$E[Q]$	629	798.1	0.8869	91.5	94.9	0.1334	0.1400
$\sigma$	68	343.0	0.3008	13.2	10.7	0.0254	0.0218
Moda	615	538.5	0.8462	86.7	89.2	0.1231	0.1385
c.v.	0.1074	0.4297	0.3487	0.1444	0.1128	0.1907	0.1559
<b>Deriso-R</b>							
$E[Q]$	570	614.6	1.1567	77.8	83.6	0.1402	0.1554
$\sigma$	77	274.4	0.4455	11.2	11.2	0.0454	0.0500
Moda	538	461.5	0.9231	76.4	79.0	0.1154	0.1384
c.v.	0.1357	0.4465	0.4272	0.1435	0.1340	0.3241	0.3220
<b>SCRR</b>							
$E[Q]$	590	556.1	1.2170	81.1	89.1	0.1629	0.1353
$\sigma$	73	257.6	0.5149	12.2	10.6	0.0494	0.0231
Moda	576	454.5	0.9394	79.6	84.6	0.1364	0.1364
c.v.	0.1237	0.4633	0.4311	0.1506	0.1193	0.3032	0.1706
<b>Promedio</b>							
$E[Q]$	592	632.2	1.0869	86.3	92.8	0.1458	0.1384
$\sigma$	80	295.1	0.4650	14.6	11.3	0.0434	0.0249
Moda	1077	538.5	0.8462	81.5	89.2	0.1308	0.1385
c.v.	0.3346	0.4668	0.4380	0.1688	0.1223	0.2973	0.1803

### 6.3 Exploración de alternativas de manejo

Una vez estimada el estado y la productividad del stock, la segunda parte de la evaluación de un recurso pesquero es la exploración de posibles alternativas de manejo. El objetivo de manejo de cualquier recurso pesquero es maximizar el aprovechamiento, ya sea en producción de biomasa, económico o social. En el caso del abulón el objetivo es llevar la población a un estado saludable, a la biomasa donde se maximiza la producción excedente  $B_{pem}$ . Si la biomasa actual es menor que  $B_{pem}$  entonces las acciones de manejo se deben orientar a incrementar el tamaño de la población. Si la biomasa actual es mayor que  $B_{pem}$  entonces en *teoría* se debe disminuir el tamaño de la población hacia  $B_{pem}$ , aunque esto no es necesariamente una regla de manejo. Es importante enfatizar que las acciones de manejo dependen de la determinación del estado de la población y la estimación de una biomasa objetivo. Como se ha podido notar, esta tarea no es fácil y constituyó la mayor parte de los análisis realizados en este estudio, aun así los resultados no fueron concluyentes, solo representan la mejor evidencia científica disponible. Esta evidencia indica que de

acuerdo con el modelo Logístico la biomasa actual es el 88 % de  $B_{pem}$  en tanto que con los otros dos modelos se ubica arriba de  $B_{pem}$  (Tabla 7).

En la Figura 41 se presenta la proyección determinística de los tres modelos con  $B_0=1380$  y  $B_1=480$ . El resto de los parámetros ( $r$  en el Logístico,  $z$  y  $s$  en los de retraso) se modificaron hasta lograr el mejor ajuste a los datos. Como se puede ver, las curvas resultantes no son el mejor ajuste a los datos (comparadas con las de la Figura 12) pero probablemente son una mejor representación de la dinámica de la población de abulón en la zona de Bahía Tortugas. No obstante, estas proyecciones determinísticas no son útiles para evaluar alternativas de manejo porque ignoran completamente la incertidumbre, y por consecuencia, no se puede estimar el riesgo de cometer errores en las recomendaciones de manejo.

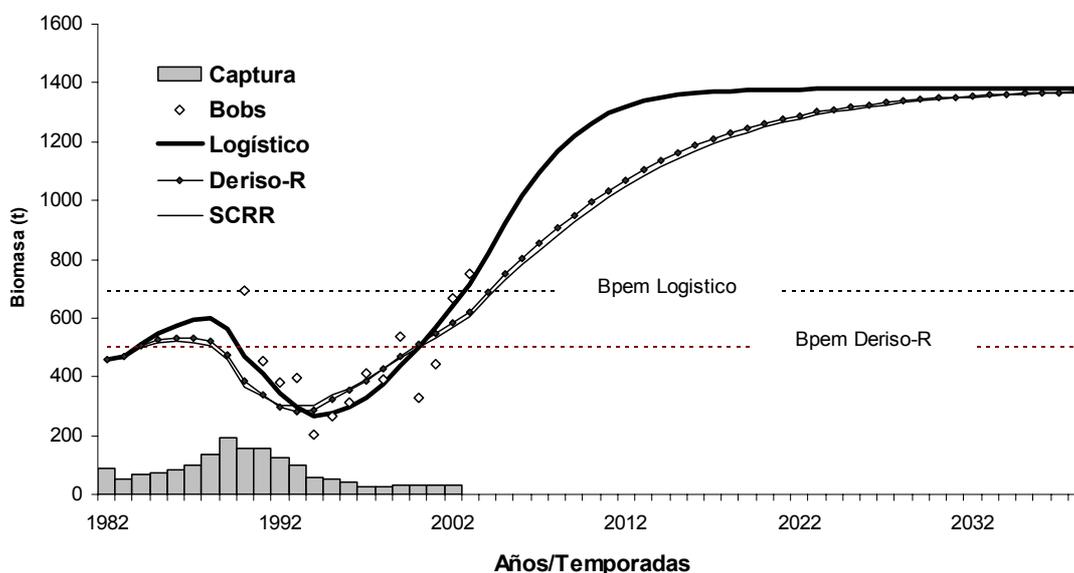


Figura 41. Proyección determinística de la biomasa de abulón azul en la zona de Bahía Tortugas, B.C.S. con los modelos Logístico, Deriso-R y SCRR.  $B_1=460$ ,  $B_0=1380$ .

A continuación se presentan los resultados de la exploración de alternativas de manejo con base en las proyecciones probabilísticas y los puntos de referencia definidos en la sección 5.3.

### 6.3.1 Punto de Referencia Límite

Las proyecciones probabilísticas se exploraron con cuatro opciones de cuota:

- 1) Sin cuota, para explorar el crecimiento de la población en un escenario teórico de no pesca.

- 2) 40 t, que es el promedio de las cuotas de captura en las últimas temporadas (2002, 2003 y 2004).
- 3) 90 t, aproximado al valor esperado de la producción excedente actual derivada del modelo logístico (Tabla 7). El objetivo de usar este valor es explorar las consecuencias en el caso de que la población de abulón creciera de acuerdo a las predicciones de los modelos de retraso y no con la predicción logística.
- 4) 120 t, que es un valor mayor que la producción excedente actual y máxima, y por lo tanto, poco probable.

Los resultados de las proyecciones probabilísticas se presentan en la Figura 42, en la cual se observa que entre mas años se proyecte hay mayor incertidumbre en la biomasa futura. Si la población de abulón creciera como lo predice el modelo logístico llegaría a  $B_0$  en aproximadamente 10 años (en el 2014) y en más de 20 años con los modelos de retraso (Figura 42<sup>a</sup>, b y c). Con la captura actual (40 t) la población continuaría creciendo con cualquiera de los tres modelos, aunque más rápido con el Logístico (Figura 42d, e y f). Con 90 t la población tendería a crecer ligeramente con el modelo logístico y se detendría en los modelos de retraso, con una ligera tendencia a disminuir (Figura 42d, e y f). Finalmente, con una cuota de 120 t (poco probable) los tres modelos predicen que la biomasa disminuiría (Figura 42j, k y l). La exploración de las proyecciones probabilísticas es importante porque proporciona una idea sobre el número de años que se pueden considerar en las proyecciones sobre los PR de manera puedan ser útiles en la definición de estrategias de manejo. Por ejemplo, proyecciones mas allá del 2010 con el modelo Logístico no tendrían mucho sentido ya que a partir de ese año la incertidumbre se incrementa considerablemente (Figura 42d, e y f).

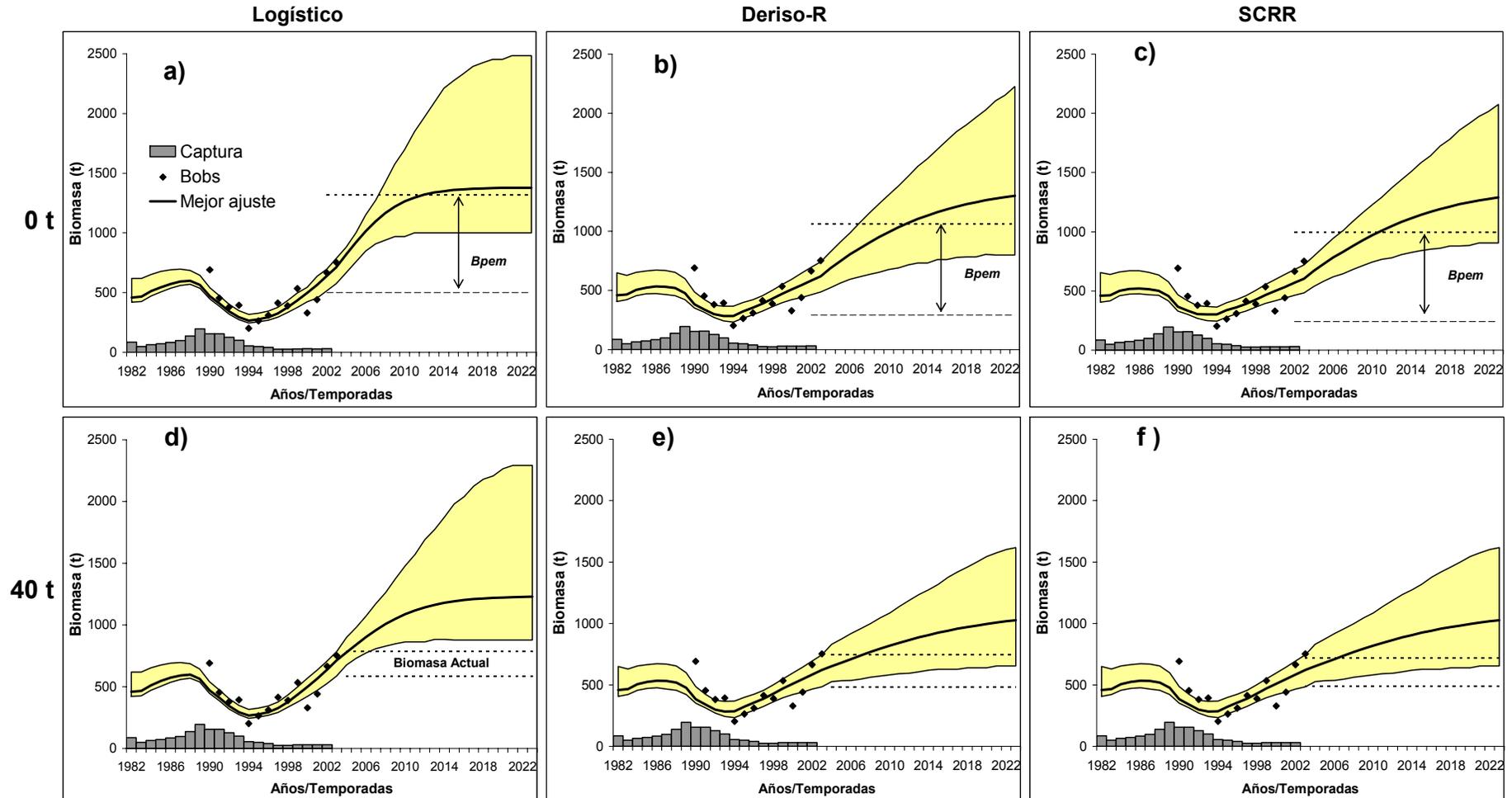


Figura 42. Proyección probabilística de la biomasa de abulón azul en la zona de Bahía Tortugas a partir de 2004 con los modelos Logístico, Deriso-R y SCRR con cuatro alternativas de cuota: en las tres figuras de arriba (a, b y c) la biomasa se proyectó sin cuota y en las tres de abajo (d, e y f) las proyecciones se realizaron con 40 t. El área sombreada indica los percentiles al 5 y 95 % de la distribución de probabilidad posterior de la biomasa en cada año, obtenidas con 500,00 repeticiones del algoritmo MCMC. La línea continua en medio de esta área es el mejor ajuste de los modelos a los datos. En el panel superior las líneas punteadas representan los percentiles al 05 % y al 95 % de de la biomasa que genera la producción excedente máxima. En el resto de los paneles las líneas punteadas representan los percentiles al 05 % y al 95 % de de la biomasa actual. En los tres modelos  $B_0 = 1380$  y  $B_1 = 460$ . Las otras dos opciones se presentan en la siguiente página.

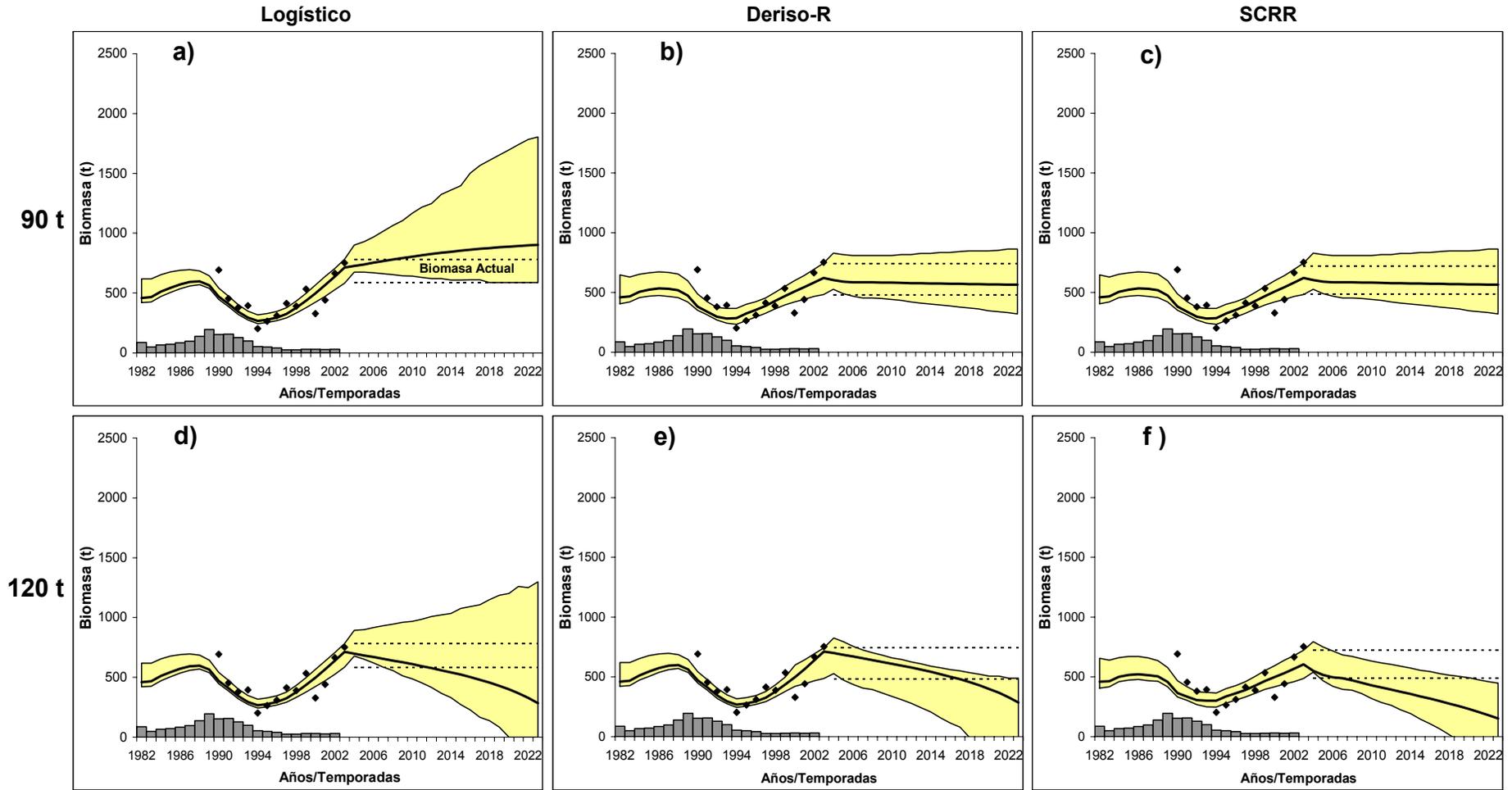


Figura 42. Continuación. En las tres figuras de arriba (a, b y c) la biomasa se proyectó con 90 t y en las tres de abajo (d, e y f) las proyecciones se realizaron con 120 t

La exploración con las alternativas 40 t y 90 t merecen especial atención porque representan dos opciones potenciales de manejo en el corto plazo: continuar con cuotas alrededor de 40 t como se ha venido manejando esta pesquería ó con 90 t, que es un valor aproximado a la producción excedente actual derivada del modelo Logístico, utilizado desde la temporada 1996-97 para el manejo de la pesquería de abulón en México (Muciño *et al.* 2000; Sierra *et al.* 2001; Sierra *et al.* 2003)

La proyección del PRL a los años 2006, 2008 y 2010 con 40 t y 90 t se presenta en la Figura 43. En las figuras agrupadas en a) se observa que todas las curvas son mayores que 1, lo que indica que con 40 t existe un riesgo=0 de que las biomasa proyectadas sean menor que la biomasa límite. Esta situación cambia cuando las proyecciones se realizan con 90 t (Figura 43b). En caso del modelo Logístico se aprecia un ligero desplazamiento de la distribución de probabilidad hacia la derecha, lo que indica que con 90 t la biomasa tendería a crecer. Sin embargo también existe una cierta probabilidad (área sombreada) de que la biomasa proyectada sea menor que la biomasa en el 2004. Esta situación cambia totalmente con los modelo de retraso; en lugar de crecer la población tiende a disminuir con un aumento considerable en el riesgo. Las proyecciones con 40 y 90 t son únicamente dos de las posibles alternativas de cuota. Para la toma de decisiones el análisis de riesgo se debe efectuar con más opciones.

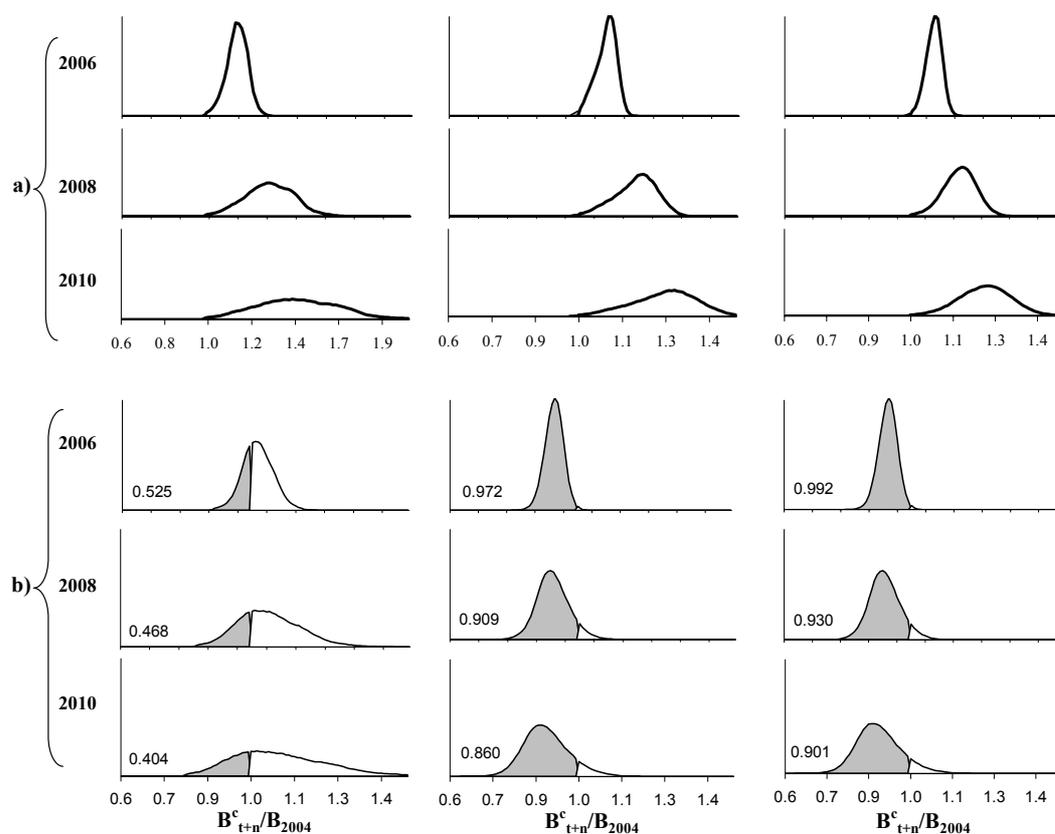


Figura 43. Incertidumbre y riesgo en el Punto de Referencia Límite con los modelos Logístico, Deriso-R y SCCR. La biomasa límite es 2004, con proyecciones a los años 2006, 2008 y 2010. En cada figura  $B_{t+n}^c$  se refiere a  $B_{2006}^c$ ,  $B_{2008}^c$ ,  $B_{2010}^c$  respectivamente. En a) se agrupan las proyecciones con 40 t y en b) las proyecciones con 90 t. Los números en cada grafica se refieren el valor del área sombreada, la cual indica la probabilidad de que  $B_{t+n}^c/B_{2004}$  sea menor que 1, es decir; el riesgo de que la biomasa proyectada sea menor que la biomasa límite. En todos los casos el eje “y” tiene la misma escala por lo que las curvas pueden ser comparadas visualmente en términos de incertidumbre: entre más aplanada más incierta. En cada modelo la proyección se realizó con la distribución posterior de probabilidad de  $\theta$  aproximada con 500,000 repeticiones del algoritmo MCMC.

En la Figura 43 se observa gráficamente que conforme se proyecta hacia los años 2008 y 2010 aumenta la incertidumbre en el PRL. Esto indica que el análisis de riesgo sobre diferentes alternativas de cuotas no debería efectuarse sobre un periodo de tiempo muy largo. Una opción apropiada pudiera ser proyectar sobre tres años, por ejemplo, 2005, 2006 y 2007. En la Figura 43 se mostró de manera visual las consecuencias de extraer 90 t ( $\approx$ PEA derivada del modelo Logístico). Estas consecuencias se muestran ahora de manera cuantitativa en la Figura 44: de optar por 90 t los riesgos serían 0.331 con el modelo Logístico, 0.972 con el Deriso-R y 0.765 considerando la información de los tres modelos. Esta figura también es útil para explorar alternativas de manejo de

manera inversa, es decir seleccionar un valor de riesgo y buscar la cuota correspondiente. Por ejemplo, con un riesgo de 0.50, es decir, la misma probabilidad de que la biomasa proyectada disminuya o aumente, la cuota sería 66 t con modelo SCRR y 72 t en el caso de que el modelo más probable fuera el Deriso-R.

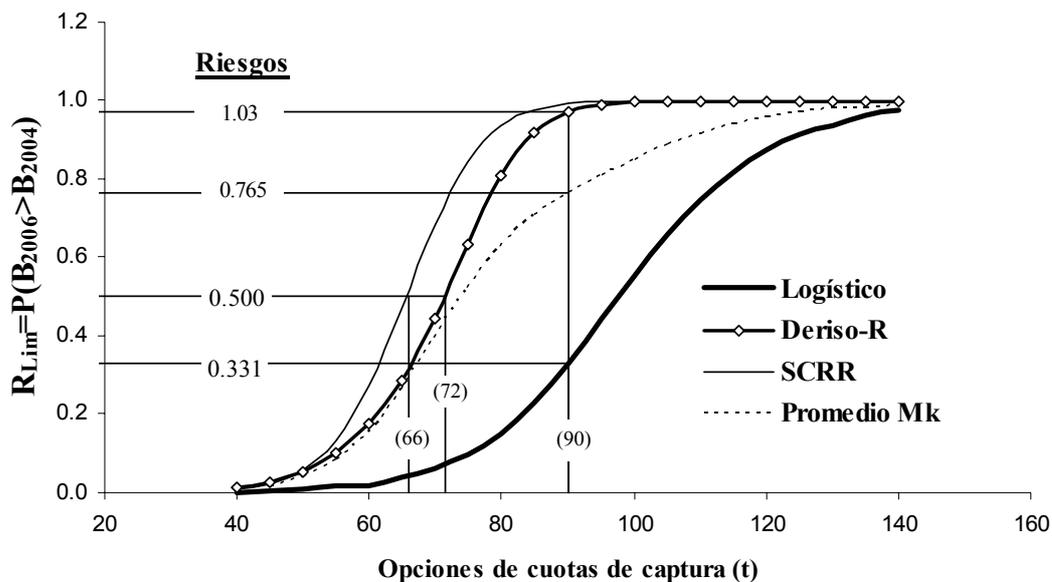


Figura 44. Análisis de riesgo sobre el Punto de Referencia Límite con diferentes alternativas de cuotas de captura con los modelos Logístico, Deriso-R y SCRR. Los riesgos representan la probabilidad de que la biomasa proyectada al 2006 sea menor que la biomasa en el 2004.

El análisis de riesgo sobre el punto de referencia límite es solo una parte de la exploración de alternativas de manejo. Otro componente es el valor esperado del Punto de Referencia Límite, tal como se muestra en la Figura 45. La línea horizontal sobre 1.0 es el punto donde la biomasa proyectada es igual a la biomasa límite  $E[PRL]=1.0$ , aproximado a un riesgo límite de 0.50. Como se puede ver, 66 t y 72 t (con riesgo=0.50) corresponden exactamente al punto donde las líneas diagonales cruzan con  $PRL=1.0$ . Arriba de esa línea las biomosas crecen y por debajo disminuyen. Por ejemplo, con 90 t  $E[PRL]$  del modelo Logístico es 1.03, lo que significa que de 2004 a 2006 la biomasa crecería 3 %. Esta situación se invierte con el modelo SCRR, con el cual la biomasa disminuiría 7 %. Pero si ninguno de los tres modelos es el “real” y la población esta modelada por el promedio Mk, entonces el  $E[PRL]=0.97$ , lo que significa que la biomasa disminuiría 3 %. Asimismo, de continuar con una cuota de 40 t durante los próximos dos años la biomasa crecería

8% de 2004 a 2006 con el modelo SCRR y 16 % según la predicción del modelo Logístico (Figura 45).

El valor esperado del PRL es importante cuando se definen objetivos de manejo a corto plazo. Por ejemplo, si el objetivo de manejo es: “*incrementar la biomasa en 10 % durante los próximos dos años, es decir que la biomasa en 2006 sea 10% mayor que la biomasa en el 2004*” la cuota de captura será aquella que satisface ese objetivo de manejo. Si se toma como mejor evidencia científica el promedio de los tres modelos, la cuota no deberá ser mayor que 43 t. Pero si en lugar del 10 % se decide incrementar solo el 5 % y el modelo SCRR (el más precautorio) como evidencia científica, la cuota seleccionada sería 48 t (Figura 46).

Cualquiera que sea el modelo seleccionado y el porcentaje de incremento en la biomasa, el objetivo del PRL se alcanza si se cumple la siguiente regla de cuota de captura:

$$Cuota_t \begin{cases} \geq Cuota_{t-1} \text{ si } E[B_t] > E[B_{t-1}] \\ < Cuota_{t-1} \text{ si } E[B_t] < E[B_{t-1}] \end{cases}$$

Lo cual significa que la cuota en el año  $t$  será mayor o igual que la cuota en el año anterior sólo si la biomasa en el año  $t$  es mayor que la biomasa en el año anterior; en caso contrario la cuota disminuirá, lo cual corresponde a un enfoque de manejo adaptativo (Walters & Hilborn 1976; Walters 2001).

De esta manera la toma de decisiones se basa en un criterio cuantitativo y no únicamente en el riesgo, que en ocasiones puede resultar un tanto subjetivo, en función de las características del tomador de decisiones, adverso o no adverso al riesgo, además de otros aspectos asociados al manejo real de cualquier recurso pesquero.

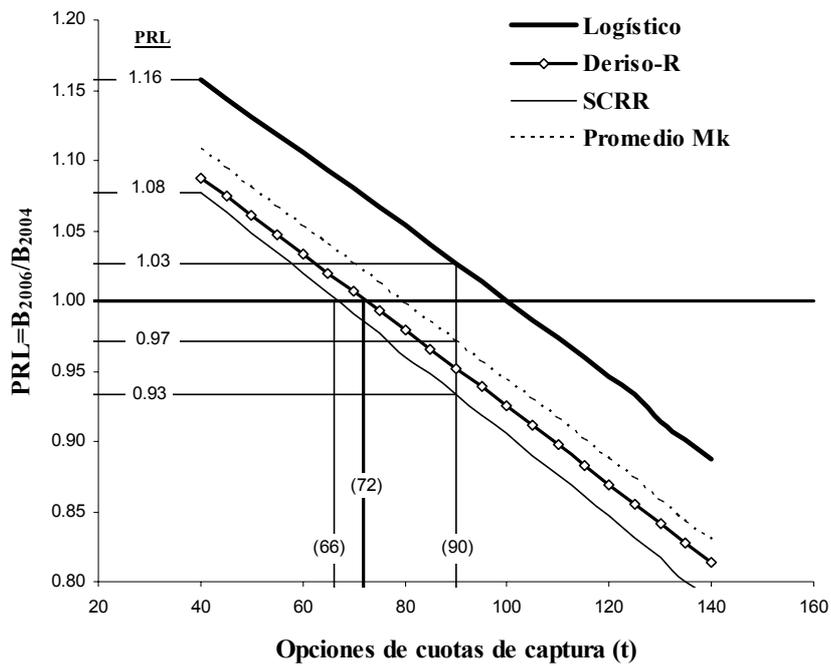


Figura 45. Valor Esperado del Punto de Referencia Límite con diferentes alternativas de cuotas de captura con los modelos Logístico, Deriso-R, SCRR y el promedio de los tres modelos. Las líneas diagonales representan la proporción de incremento de la biomasa en 2006 respecto a la biomasa en el 2004.

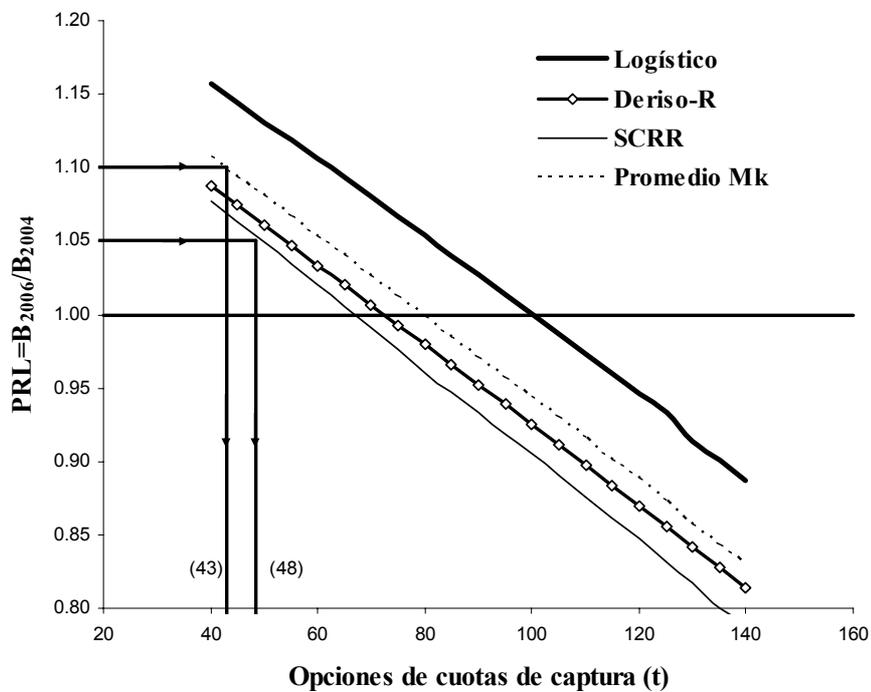


Figura 46. Exploración de alternativas de manejo con base en el Valor Esperado del Punto de Referencia Límite derivado de los modelos Logístico, Deriso-R, SCRR y el promedio de los tres modelos. Las líneas diagonales representan la proporción de incremento de la biomasa en 2006 respecto a la biomasa en el 2004.

### 6.3.2 Punto de Referencia Objetivo

El PRL permite explorar alternativas de manejo en situaciones donde el objetivo es evitar que la variable de control (la biomasa en este estudio) caiga en un nivel o límite no deseado. De manera similar, el PRO permite conocer de manera cuantitativa la situación relativa de la biomasa proyectada respecto a la biomasa objetivo con diferentes opciones de cuota. Los resultados de este análisis se presentan en la Figura 47, en la cual se observa que de continuar con las cuotas asignadas en los últimos años la población pasaría de deteriorada en el 2003 (con  $\mathfrak{R}_{PRO}=0.683$ ) a no deteriorada en el 2006. De continuar con ese esquema hasta el 2010 la población continuaría creciendo y el riesgo sobre el PRO sería mínimo (Figura 47<sup>a</sup>, modelo Logístico). Lo mismo sucedería con los dos modelos de retraso, en los cuales el stock ya se encuentra arriba de  $B_{pem}$  desde el 2003. El riesgo disminuiría de 0.446 en el 2003 a 0.177 en el 2010. Valores muy similares se observan con el modelo SCRR.

Sin embargo, si se optara por incrementar la cuota se detendría el crecimiento con un riesgo mayor que 0.4 en los tres modelos y durante todo el periodo de proyección (Figura 47b).

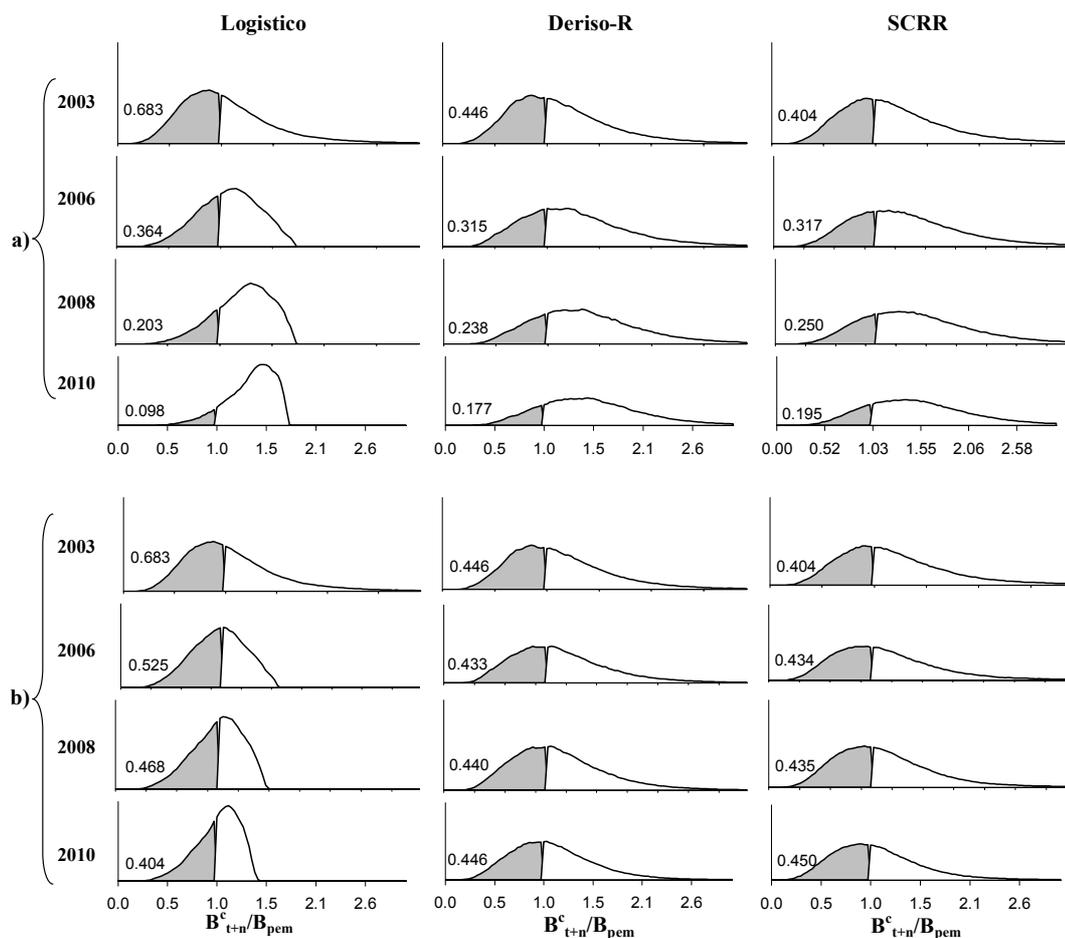


Figura 47. Incertidumbre y riesgo en el Punto de Referencia Objetivo con los modelos Logístico, Deriso-R y SCRR, con proyecciones a los años 2006, 2008 y 2010. En cada figura  $B_{t+n}^c$  se refiere a  $B_{2006}^c$ ,  $B_{2008}^c$ ,  $B_{2010}^c$  respectivamente. En a) se agrupan las proyecciones con 40 t y en b) las proyecciones con 90 t. Los números en cada grafica se refieren el valor del área sombreada, la cual indica la probabilidad de que  $B_{t+n}^c/B_{pem}$  sea menor que 1, es decir; el riesgo de que la biomasa proyectada sea menor que la biomasa objetivo  $B_{pem}$ . En todos los casos el eje “y” tiene la misma escala por lo que las curvas pueden ser comparadas visualmente en términos de incertidumbre: entre más aplanada más incierta. En cada modelo la proyección se realizó con la distribución posterior de probabilidad de  $\theta$  aproximada con 500,000 repeticiones del algoritmo MCMC. Para facilitar la comparación al inicio de cada proyección se presenta la distribución posterior del  $\xi$ .

En la Figura 48 se presenta el resumen de la información de la Figura 47, como una propuesta de presentación de resultados sobre análisis de incertidumbre y riesgo en puntos de referencia para el manejo de recursos pesqueros. Como se puede ver, esta Figura resulta más fácil de interpretar que la Figura 47. Aquí se puede observar gráficamente que de continuar con el mismo esquema de manejo el stock podría estar saludable a partir del 2005, aunque con un

riesgo alto de que esté deteriorado. Con 90 t la predicción del modelo Logístico se mantiene alrededor de 1.0, con un riesgo cercano a 0.5. Con los modelos el PRO se mantiene alrededor de 1.15, pero con un riesgo cercano a 0.4.

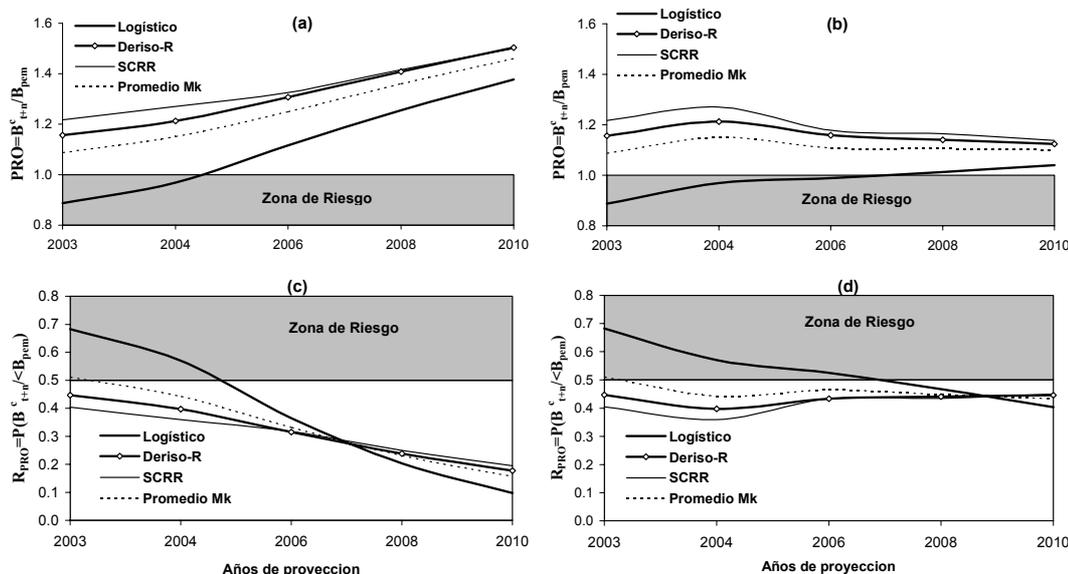


Figura 48. Resumen del análisis de riesgo e incertidumbre en el Punto de Referencia Objetivo presentado Figura 47. (a) y (b): proyección del PRO con 40 t y 90 t. La zona sombreada indica la región donde  $B_{t+n}^c / B_{pem} < 1$ , en la cual el recurso se encuentra deteriorado. (c) y (d) riesgo asociado a cada alternativa manejo, con la zona de riesgo mayor que 0.5 sombreada, indicando que en esa región la probabilidad de que el recurso se encuentre deteriorado es mayor que 0.5

## 7 DISCUSION

A finales los 980's y principios de 90's los conceptos de riesgo e incertidumbre se han vuelto más comunes en estudios relacionados en el manejo de recursos pesqueros (Francis & Shotton 1997). Junto con estos conceptos se han venido incrementando la aplicación del teorema de Bayes como herramienta para estimar la incertidumbre y calcular el riesgo sobre diferentes alternativas de manejo en un enfoque conocido como Bayesiano (Walters & Ludwig 1994; McAllister *et al.* 1994; Kinas, 1996; Punt & Hilborn 1997, Punt & Hilborn 2001; Millar, 2002;). Paralelamente se han desarrollado los conceptos de puntos de referencia como base para definir estrategias de manejo (Caddy & Mahon 1995; Rosenberg & Brault 1993; Mace 1994) de tal manera que los estudios de incertidumbre y riesgo en puntos de referencia para el manejo de recursos pesqueros deben

constituirse como un método estándar en evaluación de recursos pesqueros. El primer objetivo de este enfoque integrado de incertidumbre, riesgo y puntos de referencia es la estimación del estado del recurso respecto a un punto de referencia objetivo, y la productividad actual como base para la toma de decisiones en el corto plazo, en tanto que el segundo objetivo es evaluar alternativas de manejo a mediano y largo plazo, en función del estado del recurso (McAllister *et al.* 1994, Punt & Hilborn 2001). Un enfoque más reciente y aun no tan generalizado es el promedio Bayesiano de modelos (Raftery *et al.* 1997; Hoeting *et al.* 1999) que en esencia mantiene el concepto de estimar la distribución de probabilidad posterior, solo que lugar enfocarse en los parámetros se estima la probabilidad del modelo  $M_k$  dado los datos.

### **7.1 Probabilidad: estadística clásica y estadística Bayesiana**

El concepto de probabilidad derivado de la estadística clásica es diametralmente opuesto a la concepción del enfoque Bayesiano (Nielsen & 2002) por lo que es importante precisar con más detalle la particularidad de esta diferencia y sus implicaciones en la toma de decisiones en materia de pesca. Bajo el enfoque de la estadística clásica los resultados de un estudio poblacional se presentan en forma de estimadores numéricos únicos (e.g.  $\bar{x}$ ) de un parámetro “real” de la población (e.g.  $\mu$ ) y sus intervalos de confianza, donde se cree se encuentra el valor único y verdadero del parámetro  $\mu$ , de tal manera que cuantas veces se repita el experimento el estimador caerá dentro de ese intervalo, el cual incluye al parámetro desconocido. Bajo este concepto los resultados sobre los estimadores de los puntos de referencia que definen el estado y la productividad tendrían que reportarse como valores únicos, y además, con sus respectivos intervalos de confianza. El análisis terminaría con pruebas de hipótesis “nula” y “alternativa”, con enunciados como “el stock no se encuentra deteriorado” y “el stock se encuentra deteriorado” y concluir, en función de los resultados que una hipótesis es verdadera y la otra falsa. De continuar con este enfoque se terminaría concluyendo que un determinado valor de la producción excedente es verdadero y otro no. Si los resultados de la producción excedente actual se presentan como intervalos de confianza al 95% los tomadores de decisiones estarían en problemas porque no tendrían elementos para decidir por el límite inferior o por el límite superior del intervalo de confianza. Si estos resultados se les presentan a los usuarios se decidirían por el límite superior. Como se puede ver, el concepto clásico de probabilidad es muy limitado (Cox & Hinkley 1974; Chen & Fournier 1999; Nielsen & Lewy 2002) porque sólo se usan los parámetros que “mejor” ajustan a los datos y se ignoran otros

posibles modelos y valores alternativos para los parámetros (Walters & Ludwig 1994; Punt & Hilborn 2001). Se ignora también que la naturaleza es variable, que las poblaciones marinas son dinámicas y que no existen valores únicos para los parámetros de los modelos. En este sentido la estadística Bayesiana ofrece un concepto de probabilidad más amplio de tal manera que se puede hablar de la distribución de probabilidad del parámetro y no únicamente de la distribución (de la muestra) del estimador del parámetro. La diferencia fundamental entre los dos enfoques es que en la estadística clásica el parámetro es concebido como un valor fijo del que solo se conocen sus estimadores, mientras que en el enfoque Bayesiano se concibe como una variable

Si la naturaleza es variable entonces existe incertidumbre sobre las cantidades de interés para el manejo, como la PEA, la PEM y el estado de la población. La distribución posterior de probabilidad de la PEA derivada de los dos modelos de retraso (Figura 39a) permite precisar la definición de incertidumbre, como *el conocimiento incompleto de un estado o proceso de la naturaleza  $\theta$*  (en este caso la productividad), que solo puede ser medida en términos de probabilidad. Las distribuciones de probabilidad posterior observadas en la Figura 39a tienen incluidas al menos tres de los cuatro tipos de incertidumbre definidas en la sección 5.2.4.1: incertidumbre de *observación*, derivada de las observaciones de biomasa, incertidumbre en el *modelo* (¿Cuál es el modelo real, el Logístico, el Deriso-R, el SCRR o ninguno de los tres?), e incertidumbre de *estimación*, relacionada con las tres opciones para estimar  $B_1$ . La Figura 39a ejemplifica también dónde termina la certidumbre y dónde empieza la incertidumbre: tenemos el 100% de certeza de que el valor de *PEA* no es menor que 40 t y no mayor que 120 t y podemos afirmar también que existe una probabilidad de 1.0 de que la productividad se encuentra entre 40 t y 120 t. ¿Y el valor verdadero? No se sabe, es incierto, y para ser preciso, no existe; lo único que se puede hacer es asignar probabilidades a cada valor de *PEA* dentro de ese intervalo. Lo mismo aplica para todos los parámetros, cantidades derivadas y puntos de referencia estimados estimados como distribución posterior de probabilidad. Esta conclusión puede parecer imprecisa pero es más útil para definir estrategias de manejo que concluir por ejemplo: la PEA es  $80 \pm 30$  t, es decir, entre 50 t y 110, todos el valores con la misma frecuencia de ocurrencia dentro de ese intervalo, de tal manera que sería lo mismo capturar 50 t que que 90 t o 100 t porque ese es el intervalo donde se encuentra el valor “real”. Por el contrario, con la definición Bayesiana de probabilidad valores de 90 t y 100 t son

menos probables que un valor de 80 t. Capturar mas de 80 t traería como consecuencia una disminución en la población. Esta disminución puede calcularse en términos de riesgo.

## 7.2 Ajuste y estimación: enfoque frecuentista y enfoque Bayesiano

El ajuste de un modelo poblacional a datos consiste en hacer pasar la predicción del modelo lo más cercana a los datos observados. Esto implica usar métodos numéricos para asignar los valores de los parámetros hasta minimizar las diferencias entre predicción del modelo y los datos observados. Entonces se dice que se ha encontrado el mejor ajuste. Sin embargo, el mejor ajuste a los datos no significa necesariamente que el modelo seleccionado sea la mejor representación del sistema modelado y que a partir de este mejor ajuste se pueda predecir el futuro. En muchos casos los algoritmos de optimización asignan valores numéricos a los parámetros de los modelos, los cuales efectivamente producen el mejor ajuste posible pero los resultados no tienen significado biológico. Precisamente estos fueron los problemas encontrados al tratar de ajustar los tres modelos a las biomasa observadas en la zona de estudio. La problemática común fue la estimación de  $B_1$ ; en los tres casos fue mayor de lo que se esperaba. Pero como en el enfoque frecuentista se deja todo el peso de la información a los datos observados no hay manera de usar el conocimiento previo “experto” para estimar un valor más razonable. El problema asociado a la estimación de  $B_1$  es un buen ejemplo para precisar la definición de verosimilitud: el grado de credibilidad de los datos dado que un vector de parámetros  $\theta$  sea cierto. Haddon (2001: 60) se pregunta ¿Qué ocurrió primero los datos o el modelo? De acuerdo con el principio de verosimilitud (Press *et al.* 1989) la respuesta es el modelo; el modelo ocurre primero y los datos son sólo observaciones aleatorias de un modelo real, el *modelo naturaleza*, que si existe pero es demasiado complejo para incluir todas sus variables y parámetros en ecuaciones matemáticas. Como los datos ocurren después que los modelos y sus parámetros  $\theta$  en un segundo estado, entonces están condicionados a los parámetros que ocurrieron en un primer estado  $L(D|\theta)$  (Anexo I). La Figura 12 ayuda a clarificar esta interpretación; el valor de  $B_1$  con el mejor ajuste del modelo Deriso-R es 1656 t (Tabla 4). Entonces la pregunta es ¿Qué tan creíbles son los datos, por ejemplo la biomasa observada en 1990 dado que  $B_1 \approx 1656$  t sea cierto? Si  $B_1 \approx 1656$  es cierto entonces es creíble o verosímil que la biomasa observada en 1990 sea tan alta como en la Figura 12, pero como se ha mostrado en este estudio,  $B_1$  no pudo haber sido tan grande. Si  $B_1 \approx 460$  (Figura 41) es cierto entonces no todos los datos observados son creíbles, al

menos no la observación de 1990 porque ninguno de los modelos pasa cerca de ese valor. Si los datos son observaciones aleatorias de un modelo entonces es probable que la biomasa tan alta en 1990 se deba a un problema de estimación inherente al proceso de muestreo. Otra posibilidad que se haya sobre-estimado; la argumentación de esta idea es que 1990 se realizó del primer trabajo formal del personal técnico del INP para estimar la biomasa de las poblaciones de abulón, como base para tomar decisiones sobre las cuotas de captura. Como muchas cosas que se realizan por primera vez, en 1990 apenas se estaba definiendo el diseño de muestreo y es probable que el método no se haya ejecutado como en años recientes. Una tercera posibilidad es que la estimación de biomasa en 1990 sea correcta y que los modelos no sean capaces iniciar con una biomasa baja, creíble de acuerdo al sentido común, y que al mismo tiempo ajustar la observación de 1990. Una opción es incorporar componentes adicionales a los modelos (factor ambiental?) y otra es usar información previa en la estimación, que no puede usarse en el enfoque clásico (basado únicamente en lo que dicen los datos) pero sí con el Bayesiano. La decisión sobre la verosimilitud o grado de credibilidad de los datos no es tarea fácil; se requiere usar el sentido común y apoyarse en grupos de investigación con experiencia histórica (pescadores, investigadores) sobre la pesquería analizada.

Otro problema relacionado con el ajuste es que diferentes combinaciones de parámetros pueden proporcionar esencialmente el mismo valor de la función de ajuste, especialmente cuando existe una fuerte correlación entre los parámetros del modelo (Haddon, 2001). Ejemplos de estas situaciones se presentan en la Figura 5 y la Figura 9. Esto se debe a que los datos no totalmente informativos sobre parámetros que quedan fuera del intervalo de datos ajustados. Por ejemplo,  $B_0$  es un parámetro con las mismas unidades que los datos observados (biomasa en toneladas) pero no se cuenta con ninguna observación de biomasa cercana a  $B_0$ . Por lo tanto, es igual de fácil ajustar con un valor grande de  $B_0$  que con uno pequeño. Basta modificar cualquiera de los otros parámetros para hacer pasar la predicción del modelo a los datos prácticamente por la misma zona (Figura 4). Esto cambiaría radicalmente si se conociera hasta donde crecerá la población. Por ejemplo, si en la Figura 4 se agregara una observación de biomasa de 1000 t en el año 2014 se reduce considerablemente la incertidumbre en  $B_0$  y se elimina gran parte de la correlación entre los parámetros. Pero esta posibilidad no se puede realizar con un enfoque clásico como el de máxima verosimilitud porque la observación de 2014 todavía no existe. Nuevamente, el enfoque Bayesiano sí permite esa posibilidad de análisis al incorporar información previa en parámetros como  $B_0$  y

$B_1$  (Anexo I) y expresar la incertidumbre en términos de la probabilidad de que ocurran de manera conjunta los datos y los parámetros  $P(D, \theta)$  como eventos independientes.

### 7.2.1 Información previa

La primera parte de este estudio se enfocó en estimar la productividad y el estado de la población de abulón en la zona de Bahía Tortugas. Como ya se mencionó, fue la parte más difícil de realizar porque fue necesario resolver problemas sobre la selección del algoritmo para aproximar la distribución posterior, sobre la variante para estimar  $B_1$ . Al final los resultados más coherentes se obtuvieron cuando se incluyó información previa en  $B_0$  y  $B_1$ . Este tema merece atención especial porque es la principal crítica de la estadística clásica sobre la estadística Bayesiana es precisamente la información previa. La estadística clásica no objeta la formalidad y robustez del teorema de Bayes (Anexo I), sino en la forma en que se especifican las probabilidades previas. El punto en conflicto es que las probabilidades previas no se basan en datos y por lo tanto, no representan estudios científicos e incluso, pueden reflejar creencias personales sobre los posibles valores de los parámetros (Walters & Ludwig 1994) En general se conocen dos tipos de probabilidades previas: informativas y no informativas (Box & Tiao, 1971; Gelman et al. 1995).

Dado que este un aspecto muy importante se han empezado plantear recomendaciones sobre el tipo de previas a usar en problemas Bayasiano (Punt & Hilborn 1997, Millar 2002) Walters & Ludwig (1994) recomiendan usar en principio probabilidades previas uniformes sobre un intervalo amplio de valores, en tanto que Punt & Hilborn 1997 hacen referencia

### 7.2.2 Alternativas de manejo

Durante ocho de los últimos 20 años se capturó mas 80 t (130 t en promedio de 1986 a 1993), incluso, en algunos años la captura llegó ser casi 200 t. Estos valores son mayores que la PEM estimada con cualquiera de los tres modelos (Figura 39b) por lo que es probable que la disminución de la biomasa se debe a que se capturó mas de lo que la población produjo en exceso durante esos años. A partir de 1994 se disminuyeron las cuotas a un promedio de 36 t durante el período 1994-2000, todo esto basado en las estimaciones de PEA derivadas del modelo Logístico. A partir de los

últimos años las cuotas se han incrementado a casi 40 t aunque debido medidas internas de protección los usuarios han optado por no capturar toda la cuota asignada.

Hasta antes de este estudio los análisis de riesgo se han realizado únicamente con el modelo Logístico, considerando un riesgo muy bajo en la recomendación de cuotas. Los resultados del análisis de riesgo con los dos nuevos modelos muestran que este enfoque precautorio ha sido adecuado ya que independientemente de cual sea el modelo más probable el riesgo sigue siendo  $\approx 0$  (Figura 44), y mientras las cuotas se mantengan alrededor de 40 t el riesgo seguirá siendo muy cercano a cero, lo que permitirá que la población siga creciendo, tal como ha ocurrido de 1996-97 a 2004

### 7.2.3 Algoritmos de aproximación a la distribución posterior

El algoritmo Metrópolis (Gelman *et al.* 1995) utilizado en este estudio es solo uno de varios métodos aplicados para estimar la distribución posterior Bayesiana (McAllister y Ianelli. 1996; Kinas 1996; Patterson 1998; Meyer y Millar 1999). Cada uno ofrece ventajas respecto al resto, unos más complicados que otros pero todos con el mismo objetivo: aproximar la distribución posterior de Bayes a partir de un modelo poblacional, una función de verosimilitud e información previa. De entre estos se eligió el método SIR (Berger 1985; McAllister, *et al.* 1994; Pun y Hilborn 2001) como alternativa porque es relativamente fácil de implementar en lenguaje de programación y no requiere conocimientos avanzados de integración.

## 8 CONCLUSIONES

- Hasta antes de este estudio los análisis de riesgo se han realizado únicamente con el modelo Logístico, considerando un riesgo muy bajo en la recomendación de cuotas. Los resultados del análisis de riesgo con los dos nuevos modelos muestran que este enfoque precautorio ha sido adecuado ya que independientemente de cual sea el modelo más probable el riesgo sigue siendo  $\approx 0$  (Figura 44), y mientras las cuotas se mantengan alrededor de 40 t el riesgo seguirá siendo muy cercano a cero.

- El modelo Logístico tiende a subestimar el valor  $B_0$  y también a subestimar la incertidumbre en los puntos de referencia.
- La incertidumbre en la selección de modelo se resuelve considerando la información de los tres modelos, con base en el enfoque Promedio Bayesiano de Modelo.
- Considerando la información de los tres modelos la productividad máxima de la población de abulón en la zona de Bahía Tortugas se encuentra entre 20 y 140 t, con valores más probables alrededor de 80 t.
- Los tres modelos poblacionales aplicados indican que **la población se acerca al punto de referencia objetivo**, por que la biomasa actual podría estar arriba de la biomasa que genera la producción excedente máxima.

## 9 RECOMENDACIONES

- No es recomendable estimar  $B_1$  a través de una proporción de  $B_0$  dado que se genera una fuerte correlación entre  $p$  y los otros parámetros (Figura 11), a diferencia de cuando  $B_1$  se estima sin mediar una proporción de  $B_0$ , en la cual desaparece gran parte esa correlación entre parámetros (Figura 13).
- Se recomienda actualizar constantemente la información previa en la biomasa inicial y la biomasa máxima
- Con base en los resultados del análisis de riesgo y la incertidumbre en los puntos de referencia, es conveniente derivar recomendaciones de manejo en el corto plazo (cuotas) con base en los modelos de retraso y recomendaciones a largo plazo (PRO) con base en el modelo Logístico
- Es necesario incorporar información auxiliar para reducir la incertidumbre en los parámetros de la relación stock-reclutamiento.
- Es recomendable utilizar índices de abundancia como información auxiliar en el ajuste de los modelos de los tres modelos

## 10 NECESIDADES DE INVESTIGACIÓN

Este trabajo es solo una contribución al análisis de las herramientas utilizadas en la evaluación y manejo de recursos pesqueros. Indudablemente que los modelos poblacionales y los algoritmos de estimación y simulación juegan un rol importante en las conclusiones de los estudios encaminados a proporcionar recomendaciones sobre alternativas de manejo. Sin embargo, la parte más importante,

la sustancial, de la que se nutren los modelos son los datos y el conocimiento sobre los prototipos del mundo real. Si no se dispone de datos confiables de biomasa y los modelos dejan fuera factores importantes relevantes en los cambios de la población, por más sofisticado que sea un algoritmo de estimación los resultados serán erróneos y acciones de manejo serán inciertas. Por lo tanto, la investigación pesquera sobre abulón enfocarse sobre dos aspectos generales:

- 2) La estimación confiable de índices de biomasa, ya sea absoluta o relativa, lo cual reducirá la incertidumbre de observación. Uno de los objetivos de los modelos poblacionales es estimar el tamaño de la población a partir de índices relativos de biomasa. Con buenos datos de biomasa es posible estimar con menor incertidumbre los parámetros asociados a puntos de referencia para el manejo.
- 3) El segundo aspecto involucra los mecanismos y factores implicados en el crecimiento de la población. Esto incluye todos los aspectos biológicos como el crecimiento, la mortalidad y el reclutamiento. En el caso particular de las poblaciones de abulón en México hay varios aspectos no considerados en este estudio pero que podrían ser mucha influencia en los cambios las poblaciones de abulón: a) el efecto de los cambios ambientales asociados a fenómenos como el Niño, el cual impacta a toda la comunidad en los bancos abuloneros, y posiblemente tenga implicaciones en la variabilidad del reclutamiento, b) Los análisis realizados hasta ahora consideran en la mayoría de los casos a la biomasa existente en cada zona concesionada como un stock. Sin embargo, en varios estudios se argumenta la posibilidad de que existan diferentes unidades de stock que pudieran estar relacionadas mediante un arreglo metapoblacional. Los datos requeridos para definir implican muchos estudios de campo, de oceanografía y deriva larval. Este es un aspecto que debe empezar a explorarse. c) En los bancos abuloneros no existe únicamente abulón; existen otros organismos bentónicos, algunos de ellos también de interés comercial como el caracol, pepino de mar, el sargazo y la langosta. Es importante y necesario empezar a estudiar las poblaciones de abulón en un marco ecológico y de ecosistema.

## 11 LITERATURA

Allen, R.L. 1971. Relation between production and biomass. J. Fish. Res. Board Can. 28.: 1573-1581.

Berger, J.O. 1985. Statistical decision theory and Bayesian analysis. 2<sup>nd</sup> ed. Springer-Verlag, New

York, N.Y. 617 p.

- Beverton, R. J. & Holt, S. J. 1957. On the dynamics of exploited fish populations. Fisheries Investment Series 2. U.K. Ministry of Agriculture and Fisheries, London
- Box, G. E. P. & G.C. Tiao. 1973. Bayesian inference in statistical analysis. Wiley Classics. New York.
- Breen, P. A. 1992. A Review of models used to stock assessment in abalone fisheries. *In*: Shepherd, S.A. M.J. Tegner and S.A. Guzman del Proo (eds). Abalone of the World: Biology, Fisheries and Culture: 243-275.
- Caddy, J.F. & R. Mahon. 1995. Reference points for fisheries management. FAO Fish. Tech. Pap. 347: 1-83.
- Carling, B. P. & T. A. Louis. 1997. Bayes and empirical Bayes methods for data analysis. Chapman & Hall, New York.
- Chen Y. & D. Fournier. 1999. Impacts of atypical data on Bayesian inference and robust Bayesian approach in fisheries. *Ca. J. Fish. Aquat. Sci.* 56:1525-1533
- Cohen, &. 1987. A review of harvest theory and applications of optimal theory control inf fisheries management. *Can. J. Fish. Aquat. Sci.* 44: 75-83.
- Cordue, P.L. & R.I.C.C. Francis. 1994. Accuracy and choice in risk estimation for fisheries assessment. *Can. J. Fish. Aquat. Sci.* 51: 817-829.
- Cordue, P.L. 1998. Designing optimal estimators for fish stock assessment. *Can. J. Fish. Aquat. Sci.* 55: 376-386.
- Cox, D.R., & D.V. Hinkley. 1974. Theoretical statistics. Chapman and Hall., London, U.K.
- Deriso, R.B. 1980. Harvesting strategies and parameter estimation for an age-structured model. *Can. J. Fish. Aquat. Sci.* 37: 268-286.
- Dichmont, C. M., Butterworth, D. S. & K. L. Cochrane. 2000. Towards adaptive approaches to

management of the South African abalone *Haliotis midae* fishery. South African Journal of Marine Science. 22:33-42.

Doi, T., S. Guzman del Proo; A.V. Marín; Q.M. Ortiz; A.J. Camacho y L.T. Muñoz. 1977. Análisis de la población y diagnóstico de la pesquería de abulón amarillo (*Haliotis corrugata*) en el área de Punta Abreojos e Isla de Cedros, B.C. Dirección General del Instituto Nacional de la Pesca. Serie Científica 18.

Francis, R. I. C. C. 1992. Use of risk analysis to assess fishery management strategies: a case study using orange roughy (*Hoplostethus atlanticus*) on the Chatham Rise, New Zealand. Can. J. Fish. Aquat. Sci. 49: 922-930.

Francis, R.I.C.C. & R. Shotton. 1997. Risk in fisheries management: a review. Can. Fish. Aquat. Sc. 54: 1699-1715.

Frederick, S. W. & Peterman, R. M. 1994. Choosing fisheries harvest policies when does uncertainty matter. Can. J. Fish. Aquat. Sci. 52:191-306

Gavaris, S. 1993. Analytical estimates of reliability for the projected yield from commercial fisheries.. In: S. J. Smith, J.J. Hunt and D. Rivard (eds.) Risk evaluation and biological reference points for fisheries management. Can. Spec. Publ. Fish. Aquat. Sci. 120: 185-191.

Gelman, A., J. B. Carlin & D. B. Rubin. 1995. Bayesian data analysis. Chapman & Hall, New York.

Getz, W. M., R. C. Francis & G. L. Swartzman. 1987. On managing variable marine fisheries. Can. J. Fish. Aquat. Sci. 44: 1370-1375.

Gilchrist, W. 1984. Statistical modelling. John Wiley and Sons. New York.

Goh, B.S. 1980. Modelling and analysis of fish populations with high and low fecundities. Lect. Notes Biomath. 40:54-63.

Haddon, M. 1998. The use of biomass-dynamic model with short-lived species: is  $B_1 = K$  an appropriate assumption?: Pp. 63-78 In: *Risk Assessment. Otago Conference Series No 3(eds)*

*Fletcher, D. J. and N.F.J. Manly. University of Otago Press, Dunedin.*

- Hilborn, R & M. Mangel. 1997. *The ecological Detective: Confronting Models with Data.* Princeton University Press.
- Hilborn, R, & C. Walters. 1992. *Quantitative fisheries stock assessment and management: choice, dynamics and uncertainty.* Chapman-Hall, New York.
- Hilborn, R. 1987. Living with uncertainty in resource management. *N. Am. J. Fish. Manag.* 7: 1-5.
- Hilborn, R., Pikitch, E.K., & Francis, R.C. 1993. Current trends in including risk and uncertainty in stock assessment and harvest decisions. *Can. J. Fish. Aquat. Sci.* 50: 874-880.
- Hilborn, R; E.K. Pikitch & M.K. Mckallister. 1994. A Bayesian estimation and decision analysis for an age-structured model using biomass survey data. *Fisheries Research* 19: 17-30.
- Hoeting, J.A., Madigan, D., Raftery A.E & C. T. Volinsky 1999. Bayesian model averaging: a tutorial. *Statistical Science.* Vol. 14. No. 4:382-417.
- INP. 2000a. *Sustentabilidad y pesca responsable en México: evaluación y manejo 1997-98.* 691p.
- INP. 2000<sup>a</sup>. *Sustentabilidad y pesca responsable en México: evaluación y manejo 1999-2000.* versión Disco Compacto.
- KINAS, P. G. 1996. Bayesian fisheries stock assessment and decision making using adaptive importance sampling. *Can. J. Fish. Aquat. Sci.* 53: 414-423.
- Lindley, D.V . 1983. Theory and practice of Bayesian statistics. *The Statistician* 32: 1-11.
- Luch-Belda D., Vega-Velazquez A., Polovina J., Ramade-Villanueva M., Guzmán-del Proo S.A., Lluch-Cota S.E., Hernández-Vázquez S & D.B. Lluch-Cota. Climate induced in sustainable yield in the Baja California multispecies abalone fishery. Doc. Presentado por la asesoría técnica de las cooperativas abuloneras. Noviembre de 1997: 18 p.
- Mace, P.M. 1994. Relations between common biological reference points used as thresholds and target of fisheries management strategies. *Can. J. Fish. Aquat. Sci.* 51: 110-122.

- McAllister, M. K., E. K. Pikitch; A. E. Punt & R. Hilborn. 1994. A Bayesian approach to stock assessment and harvest decisions using the sampling/importance resampling algorithm. *Can. J. Fish. Aquat. Sci.* 51: 2673-2687.
- McAllister, M. 2003. Applications of Bayesian decision theory to fisheries policy formulation: a review. [www.](http://www.)
- McAllister, M. K., E. K. Pikitch & E. A. Babcock. 2001. Using demographic methods to construct Bayesian priors for the intrinsic rate of increase in the Schaeffer model and implications for stock rebuilding. *Can. J. Fish. Aquat. Sci.* 58: 1871-1890.
- McAllister, M.K. & J.N. Ianelli. 1996. Bayesian stock assessment using catch-age data and the sampling-importance resampling algorithm. *Can. J. Fish. Aquat. Sci.* 54: 284-300.
- Meyer R. & R. Millar. 1999. BUGS in Bayesian stock assessments. *Can. J. Fish. Aquat. Sci.* 56: 1076-1086.
- Millar, R. B. 2002. Reference priors for Bayesian fisheries models. *Can. J. Fish. Aquat. Sci.* 59: 1492-1502.
- Mottet, M. G. 1978. A review of the fishery biology of the abalones. Wash. State Dep. Fish. Tech. Rep 37: 1-81.
- Muciño D. M. O., Sierra R. P., Vélez B. J. A., Zárate B. M. E., Reynecke R. M. A., Turrubiates M. J. R., Talavera M. J. & J. G. León C. 2000. Abulón p. 219-262. En INP (Editor). *Sustentabilidad y pesca responsable en México: evaluación y manejo 1997-1998-*. Instituto Nacional de la Pesca.
- Nielsen A. & P. Lewy, 2002. Comparison of the frequentist properties of Bayes and the maximum likelihood estimators in an age-structured fish stock assessment model. *Can. J. Fish. Aquat. Sci.* 59: 136-146.
- Nisbet R.M & W.S.C. Gurney. 1982. *Modelling fluctuating populations*. Jhon Wiley & Sons. 480 p.
- Polacheck, T., R. Hilborn & A.E. Punt. 1993. Fitting surplus production models: comparing

methods and measuring uncertainty. *Can. J. Fish. Aquat. Sci.* 50: 2597-2607.

- Ponce Díaz, G., Chávez E. A. & M. R. Villanueva. 2000. Evaluación de la pesquería de abulón azul, *Haliotis fulgens* en Bahía Asunción, Baja California Sur, México. *Ciencias Marinas* (2000), 26(3):393-412.
- Press, W.H., Toukolsky, S.A & W.T. Vetterling. 1989. *Numerical Recipes in Pascal: the art of scientific computing*. Cambridge University Press, London.
- Prince, J. & S. Guzman del Proo. 1993. A stock reduction analysis of the Mexican abalone (Haliotid) fishery. *Fish. Resch* 16: 25-49.
- Punt A. E. & D. S. Butterworth. 1993. Variance estimates for fisheries assessment: their importance and how best to evaluate them. *In: S. J. Smith, J.J. Hunt and D. Rivard (ed). Risk evaluation and biological reference points for fisheries management*. *Can. Spec. Publ. Fish. Aquat. Sci.* 120: 243-249.
- Punt A. E. 1990. Is  $B_1 = B_0$  an appropriate assumption when applying an observation error production-model estimator to catch-effort data? *South African Journal of Marine Science*. 9:249-259.
- Punt, A.E. & R. Hilborn. 1997. Fisheries stock assessment and decision analysis: the Bayesian approach. *Rev.Fish. Biol. Fish.* 7: 35-63.
- Punt, A.E., & Hilborn, R. 2001. Bayes-SA. Bayesian stock assessment methods in fisheries-user manual. FAO..
- Quinn, T. J. & R. B. Deriso. 1999. *Quantitative fish dynamic*. Oxford University Press. New York. 542p.
- Raftery A. E. Mandigan & J. Hoeting. 1997. Bayesian model averaging for linear regression models. *J. Amer. Statist. Assoc.* 92:179-191
- Restrepo, V. R., J. M. Hoenig, J. E. Powers, J. W. Baird, & S. C. Turner. 1992. A simple simulation approach to risk and cost analysis, with applications to swordfish and cod fisheries. *Fish.*

Bull. 90: 736-748.

Ricker, W. E. 1975. Computation and interpretation of biological statistic of fish populations. Bull. Fish. Res. Board. Can. 191: 1-382

Rocha E & Arreguín-Sánchez.. 1987. Diagnóstico de la pesquería de abulón (*Haliotis sp*) de la península da Baja California, México. Inv. Mar. Cicimar. 2(3):65-77.

Rosenberg, A.A. & S. Brault. 1993. Choosing a management strategy for stock rebuilding when control is uncertain. In: S. J. Smith, J.J. Hunt and D. Rivard (ed). Risk evaluation and biological reference points for fisheries management. Can. Spec. Publ. Fish. Aquat. Sci. 120: 243-249.

Rubin, D. B. 1987. A noniterative sampling/importance resampling alternative to the data augmentation algorithm for creating a few imputations when fractions of missing information are modest: the SIR algorithm. J. Am. Sta. Assoc. 82: 543-546.

Sainsbury, K. 1988. The ecological bias of multispecies fisheries, and management of a demersal fishery in tropical Australia. In Population dynamics (2<sup>nd</sup> edn.). Edited by J. A. Gulland. John Wiley and Sones Ltd. pp. 349-382.

Sainsbury, K.J. 1977. Populations dynamics and fishery management of the abalone, *Haliotis iris*. PhD thesis, Caterbbury University, Chirstchurch, New Zealand.

Schnute, J. 1987. Data uncertainty, model ambiguity, and model identification. Nat. Res. Mod. 2 (2): 159-212.

Schnute, J.T. & R. Hilborn. 1993. Analysis of contradictory data sources in fish stock assessment. Can. J. Fish. Aquat. Sci. 50: 1916-1923.

SEMARNAP. 1998. Anuario Estadístico de Pesca 1998, México.

Shepherd S.A., Turrubiates-Morales J. R., & Karina Hall. 1998. Decline of the abalone fishery at La Natividad, México: overfishing or climate change?. Journal of Shellfish Research, Vol. 17, No. 3:839-846.

- Sierra R. P. M. Muciño Díaz, A. Vélez Barajas, E. Zárate Becerra, M. A. Reinecke Reyes, J.R. Turrubiate M. & J. Talavera Maya. Results of management strategies for rebuilding mexican stocks of abalone, *Haliotis fulgens* and *H. corrugata*.: 1996-2001. 2001. CALCOFI Annual Conference 2001. Session 6.
- Sierra R. P., Zárate E. Muciño D. M. & A. Vélez. 1997. Incorporación de la variabilidad ambiental en los modelos de producción excedente e incertidumbre en el proceso de ajuste. Doc. Tec. Int. Instituto Nacional de la Pesca. 15 p.
- Sissenwine, M.P & J.G. Shepherd. 1987. An alternative perspective on recruitment overfishing and biological reference points. Can. J. Fish. Aquat. Sci. 44: 913-918
- Smith, S.J. & S. Gavaris. 1993. Evaluation the accuracy of projected catch estimates from sequential population analysis and trawl survel abundance estimates *In: S. J. Smith, J.J. Hunt and D. Rivard* (eds). Risk evaluation and biological reference points for fisheries management. Can. Spec. Publ. Fish. Aquat. Sci. 120: 163-172.
- Starfield A.M. & A.L. Bleloch. 1991. Building models for conservation and wildlife management. Burgess International Group. 249 p.
- Venzon, D. & S. H. Moolgavkar. 1998. A method for computing profile-likelihood based confidence intervals- Applied Statistics 37:87-94.
- Vilchis L. I., Riser K L. & P. K. Dayton. Incorporating environmental variability into fisheries management: the role of El Niño in the collapse of the California red abalone. CALCOFI Annual Conference 2001. Session 3.
- Walters, C. & A. Parma. 1996. Fixed exploitation rate strategies for coping with effects of climate change. Can. J. Fish. Aquat. Sci. 53: 148-158.
- Walters, C. & D. Ludwig. 1994. Calculation of Bayes posterior probability distribution for key population parameters. Can. J. Fish. Aquat. Sci. 51: 713-722.
- Walters, C. 2001. Adaptive management of renewable resources. The Blackbunrn Press. Caldwell, New Jeresy, USA. 372p.

Walters, C. J. & R. Hilborn. 1976. Adaptive control of fishing system. *J. Fish. Res. Board Can.* 33:145-59.

## 12 ANEXO I Derivación del teorema de Bayes: probabilidad previa, posterior conjunta y posterior predictiva

La pregunta más frecuente de la probabilidad condicional es la probabilidad de que ocurra un evento en el segundo estado  $E_2$ , dado que ya ocurrió un evento  $E_1$  en el primer estado, del cual se conoce su probabilidad  $P(E_2 | E_1)$ . Si esto se traslada al proceso de evaluación de un recurso pesquero encontramos que solo se conocen los datos  $D = (D_1, D_2, \dots, D_m)$ ; es decir, el segundo estado ( $E_2$ ), los cuales necesariamente tuvieron que ser generados por algún modelo con  $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$  parámetros en el primer estado. Este es un tipo especial de problema denominado PROBLEMA DE BAYES, del cual se conoce el segundo estado (los datos, que ya ocurrieron) y se desea conocer la probabilidad del primer estado (los parámetros de un modelo con el cual se generaron los datos disponibles), es decir; a la inversa. Una manera de visualizar lo anterior es mediante un árbol de probabilidad como el de la Figura 49

En este árbol de probabilidad el tercer estado es un evento *posterior* a los dos primeros, por lo que  $P(\theta, D)$  es la probabilidad posterior de que ambos ocurran de manera conjunta, como eventos independientes. Como la probabilidad de eventos independientes es el producto de los dos eventos, la probabilidad posterior conjunta de la rama que lleva a  $(\theta_1, D_1)$  es:

$$P(\theta_1, D_1) = P(D_1 | \theta_1)P(\theta_1) \quad (1)$$

El siguiente paso es derivar una expresión para conocer la probabilidad del primer evento dado que ya ocurrió el segundo. Despejando el término  $P(D_1 | \theta_1)$  de (1):

$$P(D_1 | \theta_1) = \frac{P(\theta_1, D_1)}{P(\theta_1)} \quad (2)$$

tenemos la probabilidad de  $D_1$  dado  $\theta_1$ . Sin embargo ese no es el objetivo; se desea conocer el proceso inverso, la probabilidad de  $\theta_1$  dado  $D_1$ . Usando propiedades básicas de la probabilidad condicional (el numerador siempre es el evento que condiciona), la expresión (2) se transforma a:

$$P(\theta_1 | D_1) = \frac{P(\theta_1, D_1)}{P(D_1)} \quad (3)$$

Sustituyendo (1) en (3) queda como:

$$P(\theta_1 | D_1) = \frac{P(D_1 | \theta_1)P(\theta_1)}{P(D_1)} \quad (4)$$

que es la ecuación 1.1 en Gelman et al. 1995; ecuación en Box & Tiao 1973).

Pero, ¿y la probabilidad del dato  $D_1$ ? Este se deriva directamente del árbol de probabilidad, como la suma de las probabilidades de las ramas que llevan a  $D_1$ :

$$P(D_1) = P(D_1 | \theta_1)P(\theta_1) + P(D_1 | \theta_2)P(\theta_2) + \dots + P(D_1 | \theta_j)P(\theta_j) + \dots + P(D_1 | \theta_n)P(\theta_n)$$

$$P(D_1) = \begin{cases} \sum_{\theta=j} P(D_1 | \theta_j)P(\theta_j) & \theta \text{ discretos} \\ \int_{\theta} P(D | \theta)P(\theta)d\theta & \theta \text{ continuos} \end{cases} \quad (5)$$

Sustituyendo en (4) la probabilidad total (5) para un juego de datos  $D_1 = D$  y generalizando  $\theta$  para cualquier  $\theta_i$ :

$$P(\theta_i | D) = \frac{L(D | \theta_i)P(\theta_i)}{\int_{\theta} L(D | \theta)P(\theta)d\theta} \quad (6)$$

resulta el teorema de Bayes, donde  $P(D | \theta_i)$  se ha sustituido por la función de verosimilitud de los datos  $L(D | \theta_i)$  (principio de verosimilitud, Gelman, et al. 1995, p. 9; Hilborn & mangel 1997). Este teorema (6) permite conocer la probabilidad de un parámetro  $\theta_i$  desconocido que ocurrió en el estado 1, condicionado a los datos  $D$  que ocurrieron en el estado 2. Como  $\theta_i$  se estima en un estado posterior,  $P(\theta_i | D)$  es la **probabilidad posterior** del parámetro  $\theta_i$  condicionado a los datos  $D$ .

En la expresión (4) y (6) hay un aspecto muy importante. ¿Cómo se estima  $P(\theta)$  si es un evento desconocido que ocurrió en el primer estado, previo a los datos?. En recursos pesqueros  $\theta$  no es totalmente “desconocido”; la información previa generada en estudios anteriores, “información experta” (Punt & Hilborn 1997; Punt & Hilborn, 2001) o derivada de aspectos biológicos puede incorporarse en la evaluación de los recursos pesqueros. Esta es la esencia de la estadística bayesiana; la posibilidad de incorporar formalmente *información previa* antes de que los datos sean analizados.

## 12.1 Inferencia posterior

Una vez que se tiene la distribución de probabilidad posterior se pueden hacer *inferencias* sobre proyecciones de datos potencialmente observables  $\bar{D}$  (capturas, biomاسas), o sobre cantidades de interés, derivadas de los parámetros, como  $B_{pem}$ ,  $B_{act} / B_{pem}$ . De acuerdo con el árbol de probabilidad, la proyección posterior  $\bar{D}_1$ , condicionada a  $P(\theta_1 | D_1)$  está dada por la expresión:

$$P(\bar{D}_1 | \theta_1, D_1) = P(\bar{D}_1 | \theta_1, D)P(\theta_1 | D_1) \quad (7)$$

la cual toma la forma clásica de la probabilidad condicional; se infiere sobre la probabilidad de un segundo evento  $\bar{D}_1$  dado que ya ocurrió el primero, que en este caso es la probabilidad posterior  $P(\theta_1 | D_1)$ , estimada en el tercer estado del árbol. La ecuación (7) se puede plantear en términos para  $\theta$  continuos como:

$$P(\bar{y} | \theta, y) = \int P(\bar{y} | \theta, y)P(\theta | y)d\theta \quad (8)$$

referida como la distribución posterior predictiva por Gelman et al. (1995) y Carlin y Louis (1996).

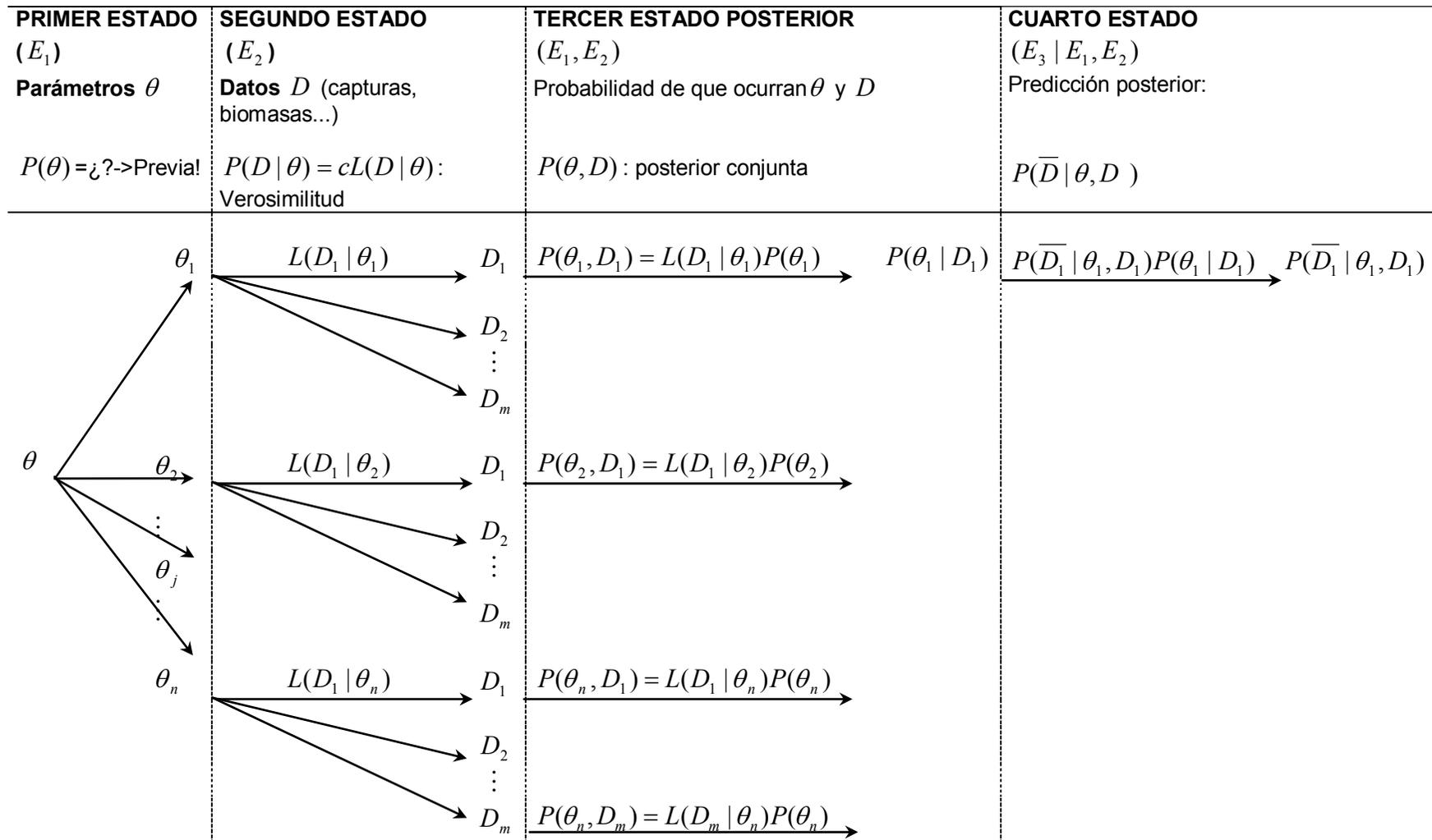


Figura 49. Árbol de Probabilidad previa, posterior y proyección posterior