INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica
Unidad Azcapotzalco

Sección de Estudios de Posgrado e Investigación

ANÁLISIS DE PASIVIDAD, MODELO MATEMÁTICO Y CONSTRUCCIÓN DE UN BRAZO CILÍNDRICO

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRO EN INGENIERÍA DE MANUFACTURA

P R E S E N T A

ING. ADRIAN GUSTAVO BRAVO ACOSTA

DIRECTORES:

DR. JAIME PACHECO MARTÍNEZ
DR. JOSÉ DE JESÚS RUBIO ÁVILA

MÉXICO, D. F. 2011

SIP-14-BIS

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

ACTA DE REVISIÓN DE TESIS

En la Ciudad de México siendo las 12:30 horas del día 16 del mes de Mayo del 2011 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de Tesis, designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de SEPI – ESIME UA para examinar la tesis titulada:

Análisis de Pasividad, Modelo Matemático y Construcción de un Brazo Cilíndrico

Presentada por el alumno:

Bravo	Acosta	Adrian Gustavo
Apellido paterno	Apellido materno	Nombre(s)

Con registro:

B	0	9	1	5	7	7

aspirante al grado de:

Maestro en Ingeniería de Manufactura

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron ***APROBAR LA TESIS***, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISIÓN REVISORA

Director de tesis

Dr. Jaime Pacheco Martínez

Director de tesis

Rubio Avila José de Jesús

Dr. José de Jesús Rubio Avila

Dr. Juana Eloína Mancilla Tolama

Dr. Salvador Antonio Rodríguez Paredes

Dr. Maricela Guadalupe Figueroa García

PRESIDENTE DEL COLEGIO DE PROFESORES

Dr. Jaime Pacheco Martínez

ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA
ESTADOS UNIDOS MEXICANOS
UNIDAD PROFESIONAL
AZCAPOTZALCO
SECCION DE ESTUDIOS DE
POSGRADO E INVESTIGACION

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

CARTA CESIÓN DE DERECHOS

En la Ciudad de México, D. F. el día 01 del mes de Junio del año 2011, el que suscribe Adrian Gustavo Bravo Acosta alumno del Programa Maestría en Ingeniería de Manufactura con número de registro B091577, adscrito a SEPI-ESIME-UA, manifiesta que es autor intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección del Dr. José de Jesús Rubio Avila y el Dr. Jaime Pacheco Martínez y cede los derechos del trabajo intitulado "Análisis de pasividad, modelo matemático y construcción de un brazo cilíndrico", al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección jrubioa@ipn.mx o agba2032@yahoo.com.mx ; Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

Nombre y Firma

Adrian Gustavo Bravo Acosta

AGRADECIMIENTOS

Me gustaría agradecer al Instituto Politécnico Nacional por el apoyo económico brindado a través del programa PIFI participando como becario en el proyecto SIP20100960 llamado Modelado y Control de brazos robóticos I. A la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación de la Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica Unidad Azcapotzalco, por permitirme utilizar sus recursos e instalaciones.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por la beca otorgada durante mi maestría.

A mis padres, mis hermanos y desde luego a mi esposa que siempre han creído en mí y han sido un apoyo constante que hace posible la culminación de esta etapa profesional.

A mis asesores Dr. José de Jesús Rubio Ávila y Dr. Jaime Pacheco Martínez por su paciencia, su tiempo y apoyo brindado en todo momento en el desarrollo de este trabajo.

A los miembros del jurado: Dr. Salvador Antonio Rodríguez Paredes, Dra. Maricela Guadalupe Figueroa García, Dra. Juana Eloína Mancilla Tolama, por sus comentarios para la mejora del presente trabajo.

Ing. Adrian Gustavo Bravo Acosta
México D.F., Mayo del 2011

Resumen.

En ésta tesis se aborda el estudio del brazo robótico de configuración cilíndrica, esto por el interés en las crecientes aplicaciones en diferentes áreas, lo cual continúa en la actualidad con investigación y experimentación.

En este trabajo se resuelven dos problemas fundamentales de los brazos robóticos, como lo es la cinemática y la dinámica; la cinemática se divide en: 1.- cinemática directa la cual es de interés en el estudio de los brazos robóticos para la conocer la posición y orientación conociendo los parámetros de sus eslabones. 2.- cinemática inversa que se obtiene para conocer a partir de un punto en el espacio, los parámetros que debe tener cada eslabón para llegar a la posición deseada.

Además con la necesidad de realizar simulaciones sin tener brazos robóticos, y para resolver esto se obtiene el modelo matemático del brazo cilíndrico. Además se aborda el concepto de pasividad el cual es de importancia para conocer la posibilidad de utilizar un sistema de control o un observador.

Abstract.

This thesis deals the study of the cylindrical arm robotic, this for the interest due to the growing applications in different areas, this which continues as issue at the present like research and experimentation.

In this work are resolve two fundamental problems of the robotics arms, like kinematics and dynamics; the kinematics is divided into: 1.- direct kinematics which is of interest in the study of the robotic arms for the position and orientation knowing the parameters of the links. 2.- inverse kinematics is to know from point in space the parameters that should have each link to get the desired position.

In addition to the need to perform simulations without having arms, the mathematical model of cylindrical arms is obtained to solve this. Also it deals the concept of passivity which is important to know the possibility of use a control system or an observer.

Índice.

Capitulo 1
Introducción.

1.1 Generalidades.

Existen conceptos procedentes del desarrollo tecnológico que han superado las barreras impuestas por las industrias y centros de investigación, incorporándose en cierta medida al lenguaje coloquial. Es llamativo cómo entre éstas destaca el concepto de robot. Aun sin tener datos reales, no parece muy aventurado suponer que de preguntar al ciudadano medio sobré qué es un robot industrial, éste demostraría tener cuando menos, una idea aproximada de su aspecto y utilidad. Posiblemente una de las causas principales que haya dado popularidad al robot sea su mitificación propiciada o amplificada por la literatura y el cine de ciencia ficción (1). Aunque ésta mitificación tiene un nulo parecido con escasas excepciones; tuvo como resultado la familiaridad del término robot.

En los Estados Unidos hubo mucha adopción de equipo de robótica a principios de la década de 1980, a la cual le siguió un breve retraso a finales de esa misma década. (2).

Ahora, la precisión en las tareas que requieren los robots (8) los cuales son aplicados en la manufactura, la educación (9) y otras tareas repetitivas. Los robots industriales se usan con frecuencia en la industria para mejorar la productividad. Estas tareas son frecuentemente con una trayectoria definida (10), esto es investigación abierta en la robótica (11) (10) (12) (13).

Hay algunos libros que consideran la cinemática (2) (14) (15) (7), pero es extraño que en un libro es considerada la cinemática directa e inversa de un brazo cilíndrico.

Un robot puede realizar tareas monótonas y complejas sin errores en la operación. Asimismo, puede trabajar en un ambiente intolerable para operadores humanos. Por ejemplo, puede funcionar en temperaturas extremas (tanto altas como bajas), en un ambiente de presión alta o baja, bajo el agua o en el espacio. Hay robots especiales para la extinción de incendios, las exploraciones submarinas y espaciales, entre muchos otros. El robot industrial debe manejar partes mecánicas que tengan una forma y un peso determinados. Por tanto, debe tener al menos un brazo, una muñeca y una mano. Debe tener la fuerza suficiente para realizar la tarea y la capacidad para al menos una movilidad limitada.

De hecho, algunos robots actuales son capaces de moverse libremente por sí mismos en un espacio limitado en una fábrica. El robot industrial debe tener algunos dispositivos sensores. A algunos de los robots, se les instalan microinterruptores en los brazos como dispositivos sensores. El robot toca primero un objeto, y después mediante los microinterruptores, confirma la existencia del objeto en el espacio y avanza al paso siguiente para asirlo. Su importancia de los brazos robóticos es que se han convertido en herramientas útiles y económicas en manufactura, medicina y otras industrias (3).

En otros robots se usa un medio óptico (como un sistema de televisión) para rastrear el fondo del objeto. El robot reconoce el patrón y determina la presencia y orientación del objeto. Se requiere de una computadora para procesar las señales del proceso de reconocimiento de patrones. En algunas aplicaciones, el robot computarizado reconoce la presencia y orientación de cada parte mecánica mediante un proceso de reconocimiento de patrones que consiste en la lectura de los números de código que se fijan a cada parte. A continuación, el robot levanta la parte y la mueve a un lugar conveniente para su ensamble, y después ensambla varias partes para formar un componente (4).

El estudio central de esta tesis es el manipulador robótico de configuración cilíndrica, para lo cual se necesita conocer más acerca de los manipuladores robóticos. Un robot industrial

es un manipulador multifuncional con varios grados de libertad reprogramable, capaz de mover materiales, piezas herramientas o dispositivos especiales, según trayectorias variables, programadas para realizar tareas diversas. También se define manipulador como un mecanismo formado generalmente por elementos en serie, articulados entre sí, destinado al agarre y desplazamiento de objetos. Es multifuncional y puede ser gobernado directamente por un operador humano o mediante dispositivo lógico (1).

Un manipulador robótico se compone por diferentes elementos, como elementos mecánicos, eléctricos y computacionales.

Un robot se conforma por los siguientes elementos: estructura mecánica, transmisiones y sistema de accionamiento.

Un robot está formado por una serie de elementos o eslabones unidos mediante articulaciones que permiten un movimiento relativo entre dos eslabones consecutivos. Éstos elementos guardan cierta similitud con la anatomía del brazo humano, por lo que en ocasiones, para hacer referencia a los distintos elementos que componen el robot, se usan términos como cuerpo, brazo, codo y muñeca.

Cada uno de los movimientos independientes que pueda realizar cada articulación con respecto a la anterior, se denomina grado de libertad. El empleo de diferentes combinaciones de articulaciones en un robot, da lugar a diferentes configuraciones, con características diferentes. Las combinaciones más frecuentes son las representadas en las figuras siguientes (1).

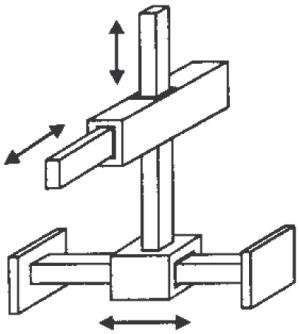


Figura 1.1 Robot cartesiano.

En la Figura 1.1 se muestra el robot cartesiano el cual tiene tres movimientos que deben ser lineales. Además tiene la característica que no utiliza articulaciones rotacionales.

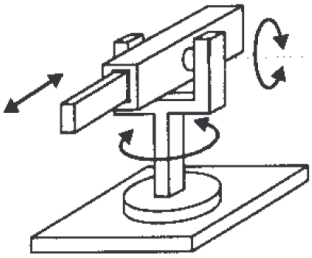


Figura 1.2 Robot esférico.

En la Figura 1.2 se muestra el robot esférico, que muestra dos movimientos rotacionales y un movimiento lineal.

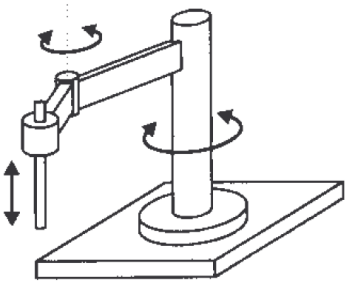


Figura 1.3 Robot scara.

En la Figura 1.3 se muestra el robot tipo scara, el cual muestra una configuración similar a la configuración cilíndrica.

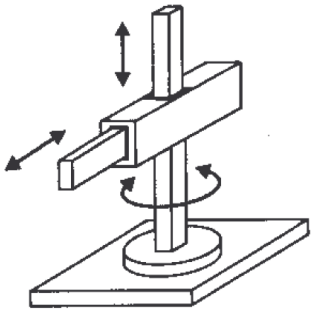


Figura 1.4 Robot Cilíndrico

El manipulador de la Figura 1.4 tiene la característica de tener un movimiento rotacional y dos movimientos lineales. Este brazo es el objeto de estudio de esta tesis.

1.2 Antecedentes.

Para poder conseguir la transformación y creación de los productos demandados por el acelerado cambio de las necesidades, las cuales pueden ser muy básicas hasta las más sofisticadas, y debido a que se tienen que resolver estás necesidades, las compañías de desarrollo están obligadas a lograr tecnologías cada vez más sofisticadas, que resuelvan las necesidades de las empresas para producir nuevos y más complejos productos, se necesitan disciplinas para tratar de hacer frente a procesos sofisticados, rápidos y avanzados.

Como resultado surgen los sistemas automatizados, los cuales han revolucionado las industrias de producción en serie, en los cuales se está incorporando e implementando robots industriales. Los robots cumplen con las tareas de un trabajador con mayor precisión, rapidez y efectividad.

Lo anterior da como resultado el interés de trabajar con un manipulador cilíndrico.

1.3 Justificación.

La mayoría de las industrias automatizadas cuenta con robots manipuladores para realizar trabajos peligrosos o de alta dificultad. Los manipuladores de activación manual fueron creados para permitir al hombre trabajar bajo condiciones nocivas, tales como en ambientes radiactivos, muy calientes, fríos o venenosos, al vacio o en altas presiones (5), que además no requieren de un sueldo, prestaciones, seguro medico, sindicato, etc. y solamente se necesita el mantenimiento necesario (preventivo y correctivo) para su buen funcionamiento, lo cual no siempre es sencillo considerado que la mayoría son importados. Esto trae como consecuencia dos desventajas:

1) al comprarlo al extranjero es dinero que sale del país afectando en la economía nacional.

2) resulta difícil y costoso realizar su mantenimiento, al requerir contratar personal especializado (por lo general del extranjero) para solucionar los problemas del brazo robótico lo cual acarrea grandes gastos.

Para solucionar éste problema sería necesario contar con brazos robóticos de manufactura nacional.

1.4 Trabajo desarrollado.

En este trabajo se aborda el conocimiento de un brazo robótico de configuración cilíndrica. La finalidad de trabajar con este tipo de brazo, es utilizarlo en un futuro para aplicarle un control para posibles aplicaciones industriales. Para la aplicación del control es necesario tener el antecedente que da ésta tesis, como es la cinemática y la dinámica del brazo.

1.5 Objetivo de la tesis.

Modelar, simular y construir un prototipo de brazo cilíndrico.

1.6 Objetivos particulares

- Obtener la cinemática directa e inversa de un brazo cilíndrico.
- Obtener el modelo matemático de un manipulador cilíndrico.
- Determinar la pasividad del brazo cilíndrico.
- Construir prototipo de brazo cilíndrico

1.7 Estructura de la tesis

La Tesis se encuentra estructurada en seis capítulos, de los cuales los dos primeros son de introducción y se muestra el marco teórico necesario para conocer los temas posteriores, posteriormente se muestra la descripción de los sistemas, modelado, pasividad, simulación y construcción del prototipo.

- En el Capítulo 1 se presenta breve descripción de brazos robóticos, además de los objetivos propuestos y la motivación que ha llevado a la realización de esta Tesis.
- En el Capítulo 2 se presenta el Marco Teórico donde se muestran los principales conceptos relacionados con el modelado cinemático, dinámico y simulación.
- En el Capítulo 3 se describe el desarrollo de la cinemática del brazo cilíndrico.
- En el Capítulo 4 se obtiene el modelo matemático, la simulación del sistema y se determina la pasividad del brazo cilíndrico además se realiza un experimento del brazo.
- En el Capítulo 5 se describe la construcción del brazo cilíndrico.

- En el Capítulo 6 se presentan las conclusiones de la Tesis y se propone trabajo futuro.

  Conclusiones: En éste capítulo se mostraron los tópicos por los cuales fue el interés para la realización de la tesis, además de forma compacta se mostró la estructura de cómo se va a desarrollar el trabajo de ésta tesis.

Capitulo 2
Marco teórico

Este capítulo explica la cinemática de un brazo robótico, se muestran el método para obtener la cinemática directa por el método Denavit-Hartenberg, y la forma de obtener la cinemática inversa utilizando el método geométrico. Además se estudia el modelo matemático (dinámico).

2.1 Cinemática del robot.

La cinemática es la ciencia del movimiento que trata el tema sin considerar las fuerzas que lo ocasionan (2). La cinemática del robot estudia el movimiento del mismo con respecto a un sistema de referencia. Así, la cinemática se interesa por la descripción analítica del movimiento espacial del robot como una función del tiempo, y en particular por las relaciones entre la posición y la orientación del extremo final del robot (1)

La cinemática del robot se divide en dos partes:

1) la cinemática directa, la cual consiste en determinar cuál es la posición y orientación del extremo final del robot, con respecto a un sistema de coordenadas que se toma como referencia, y se tiene conocimiento de los valores de las articulaciones y los parámetros geométricos de los elementos del robot.

2) la cinemática inversa, la cual consiste en determinar la configuración que debe adoptar el robot para una posición y orientación del extremo conocidas.

2.1.1 Cinemática directa.

Para definir y describir la localización y orientación de un objeto con respecto a un sistema de referencia fijo, se utiliza el álgebra vectorial y matricial. Dado que un robot se puede considerar como una cadena cinemática formada por objetos rígidos o eslabones unidos entre sí mediante articulaciones, se puede establecer un sistema de referencia fijo situado en la base del robot y describir la localización de cada uno de los eslabones con respecto a dicho sistema de referencia. De esta forma, el problema cinemático directo se reduce a

encontrar una matriz homogénea de transformación, que relacione la posición y orientación del extremo del robot respecto del sistema de referencia fijo situado en la base del mismo. (1).

La cinemática directa consiste en determinar cuál es la posición y orientación del extremo final del robot, con respecto a un sistema de coordenadas que se toma como referencia, conocidos los valores de las articulaciones y los parámetros geométricos de los elementos del robot.

En ésta tesis se utiliza un método sistemático para conocer la cinemática directa propuesto por Denavit y Hartenberg.

Método Denavit y Hartenberg (1):

Localizar y etiquetar los ejes (Z0…Zn-1). Si ésta es rotativa, el eje será su propio eje de giro. Si es prismática, será el eje a lo largo del cual se produce el desplazamiento.

Establecer el origen O0 en cualquier lugar del eje Z0. Los ejes X0 e Y0 se eligen convenientemente para que se satisfaga la regla de la mano derecha.

Localizar el origen Oi. Si Zi intersecta a Zi-1 localizar Oi en esta intersección. Si Zi y Zi-1 son paralelos localizar Oi en la junta i.

Colocar Xi a lo largo de la línea normal común entre Zi y Zi-1 de Oi.

Situar Yi de modo que satisfaga la regla de la mano derecha.

Establecer el efecto final como On, Xn, Yn, Zn. Asumiendo que la junta n es rotacional.

Crear una tabla con los parámetros de cada eslabón: ai, di, αi, θi, donde ai es la distancia a lo largo de Xi desde Oi a la intersección de Xi y Zi-1. di es la distancia a lo largo de Zi-1 desde Oi-1 a la intersección de Xi y Zi-1, di es variable si la junta i es prismática. αi Es el ángulo entre Zi-1 y Zi medido alrededor del eje Xi. θi Es el ángulo Xi-1 y Xi medido alrededor de Zi-1, θi es variable si la junta es rotacional. Como un ejemplo de la obtención de los parámetros se muestra la Figura 2.1.

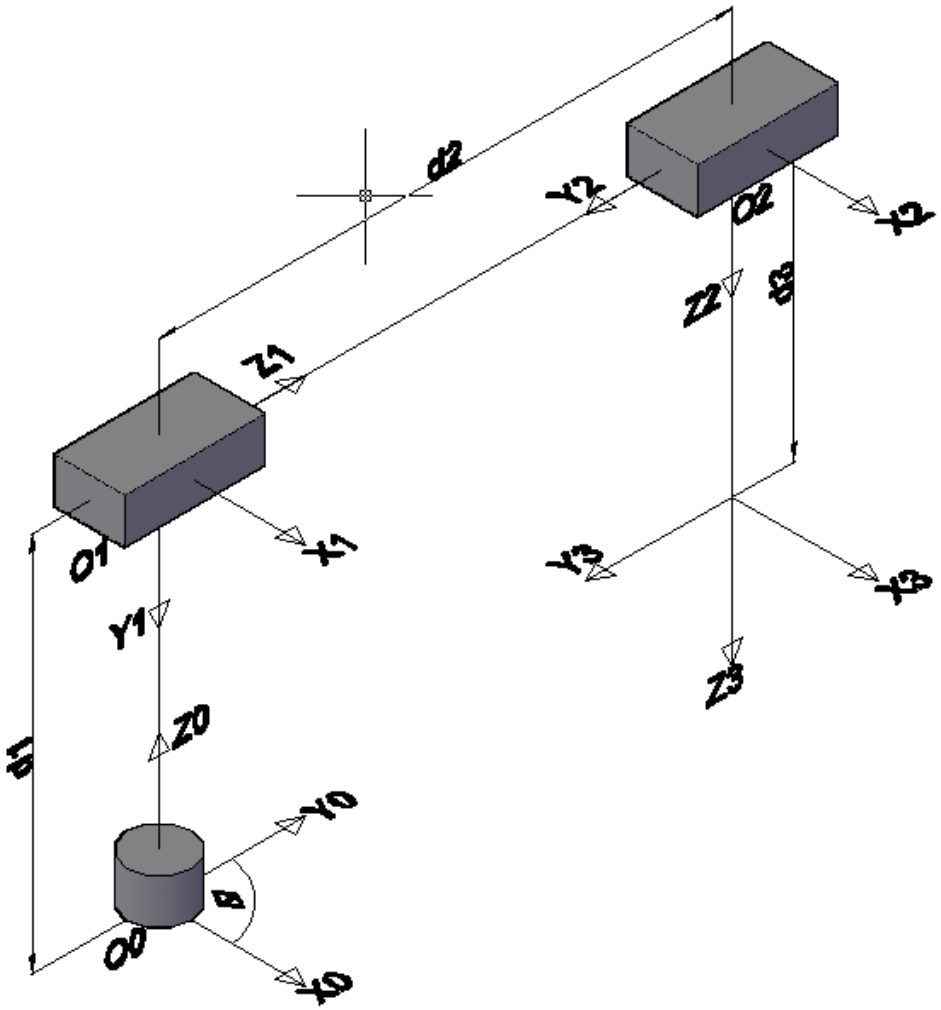


Figura 2.1 parámetros Denavit-Hartenberg

Al encontrar los valores del brazo se sustituyen en la matriz de transformación que se muestra como la ecuación 2.1.

$$A_i = \begin{pmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i)\cos(\alpha_1) & \sin(\theta_i)\sin(\alpha_i) & a_i\cos(\theta_i) \\ \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i)\cos(\alpha_i) & -\cos(\theta_i)\sin(\alpha_i) & a_i\sin(\theta_i) \\ 0 & \sin(\alpha_1) & \cos(\alpha_i) & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad 2.1$$

2.1.2 Cinemática inversa.

Resuelve la configuración que debe adoptar el robot para una posición y orientación del extremo conocidas. Determinando las distancias y los ángulos para determinar la posición del efector final. Para determinar la cinemática inversa se puede utilizar los siguientes métodos (2):

1. Algebraico. En principio es posible tratar de obtener el modelo cinemático inverso de un robot a partir del conocimiento de su modelo directo. Es decir, suponiendo conocidas las relaciones que expresan el valor de la posición y orientación del extremo del robot en función de sus coordenadas articulares, obtener por manipulación de aquellas las relaciones inversas.

   Sin embargo, en la práctica esta tarea no es trivial siendo en muchas ocasiones tan compleja que obliga a desecharla.

2. Geométrico. Este procedimiento el cual se utiliza en esta tesis, es adecuado para robots de pocos grados de libertad o para el caso de que se consideren solo los primeros grados de libertad, dedicados a posicionar el extremo. El procedimiento en si se basa en encontrar suficiente número de relaciones geométricas en las que intervendrán las coordenadas del extremo del robot, sus coordenadas articulares y las dimensiones físicas de sus elementos.

2.2 Modelado matemático (Dinámica).

El modelo matemático de un robot se realiza para conocer la relación entre el movimiento del robot y las fuerzas implicadas en el mismo. Existen varios métodos por los cuales se puede describir la dinámica del sistema, en ésta tesis se obtiene el modelo matemático dinámico utilizando el método de Euler-Lagrange.

Esta relación se obtiene mediante un modelo matemático, que relaciona (1):

1. La localización del robot definida por sus variables articulares (θ) o por las coordenadas de localización de su extremo, y sus derivadas: velocidad y aceleración ($\dot{\theta}$ y $\ddot{\theta}$)
2. Las fuerzas y pares aplicados en las articulaciones (o en el extremo del robot) τ.
3. Los parámetros dimensionales del robot, como longitud y masas.

Para obtener el modelo matemático se utiliza la formulación de Euler-Lagrange (2).

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_i} = \tau \qquad 2.2$$

donde L es una función llamada lagrangiano, que se define como la diferencia entre la energía cinética y potencial de un sistema mecánico, y τ se define como las fuerzas externas que actúan sobre cada eslabón.

$$L = k - u \qquad 2.3$$

k = Energía cinética.

$$k = \sum k_i \qquad 2.4$$

k_i= Energía cinética aplicada a cada uno de los eslabones.

$$k = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Jw^2 \qquad 2.5$$

u = Energía potencial.

$$u = \sum u_i \qquad 2.6$$

u_i= Energía potencial aplicada a cada uno de los eslabones.

$$u = mgh \qquad 2.7$$

2.3 Fundamentos matemáticos.

En este apartado se muestra los fundamentos matemáticos que se utilizan en capítulos posteriores.

Matriz definida positiva.
La condición necesaria y suficiente para que una forma cuadrática sea matriz definida positiva es que todas las raíces características de la matriz A sean positivas (16).

Forma canónica de Jordan.
La forma canónica de Jordan es una matriz cuadrada que consiste en que la matriz cuadrada está formada como sigue (17):

$$B(\lambda) = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & 0 & . & . & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 1 & . & . & 0 & 0 \\ . & . & . & & & . & . \\ . & . & . & & & . & . \\ . & . & . & & & . & . \\ 0 & 0 & . & . & . & \lambda & 1 \\ 0 & 0 & . & . & . & 0 & \lambda \end{pmatrix} \qquad 2.8$$

Esto es, B(λ) es la matriz de *k* x *k* con el número fijo λ en la diagonal, unos o ceros arriba de la diagonal y ceros en las demás posiciones.
Con una matriz cuadrada de 3 x 3 las únicas matrices de Jordan son (17):

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 1 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} \lambda_1 & 1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} \lambda_1 & 1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 1 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix} \qquad 2.9$$

Donde λ_1, λ_2, λ_3 no son necesariamente distintas.

Conclusiones capitulo 2: En éste capítulo se expusieron los conocimientos previos necesarios para el entendimiento de los capítulos siguientes.

Capitulo 3.
Modelo 3D y cinemática.

Éste capítulo presenta el modelo 3D, el cual se muestra en la Figura 3.1, además en este capítulo se obtiene la cinemática directa por el método Denavit y Hartenberg, también se muestra el procedimiento para obtener la cinemática inversa por el método geométrico.

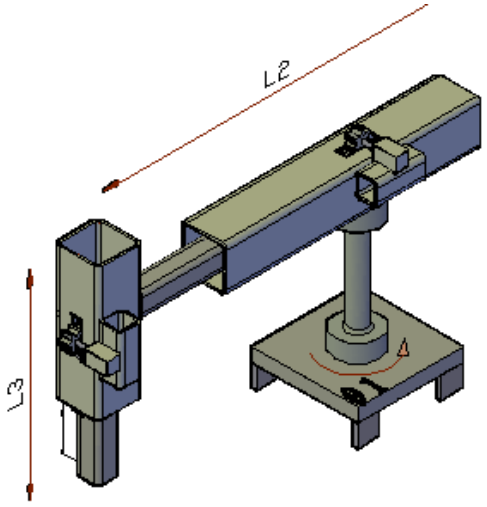


Figura 3.1

3.1 Cinemática directa.

Para mostrar la cinemática directa del brazo cilíndrico, se utilizará como referencia la Figura 3.1. Además en la figura 3.2 se muestran los parámetros del brazo cilíndrico.

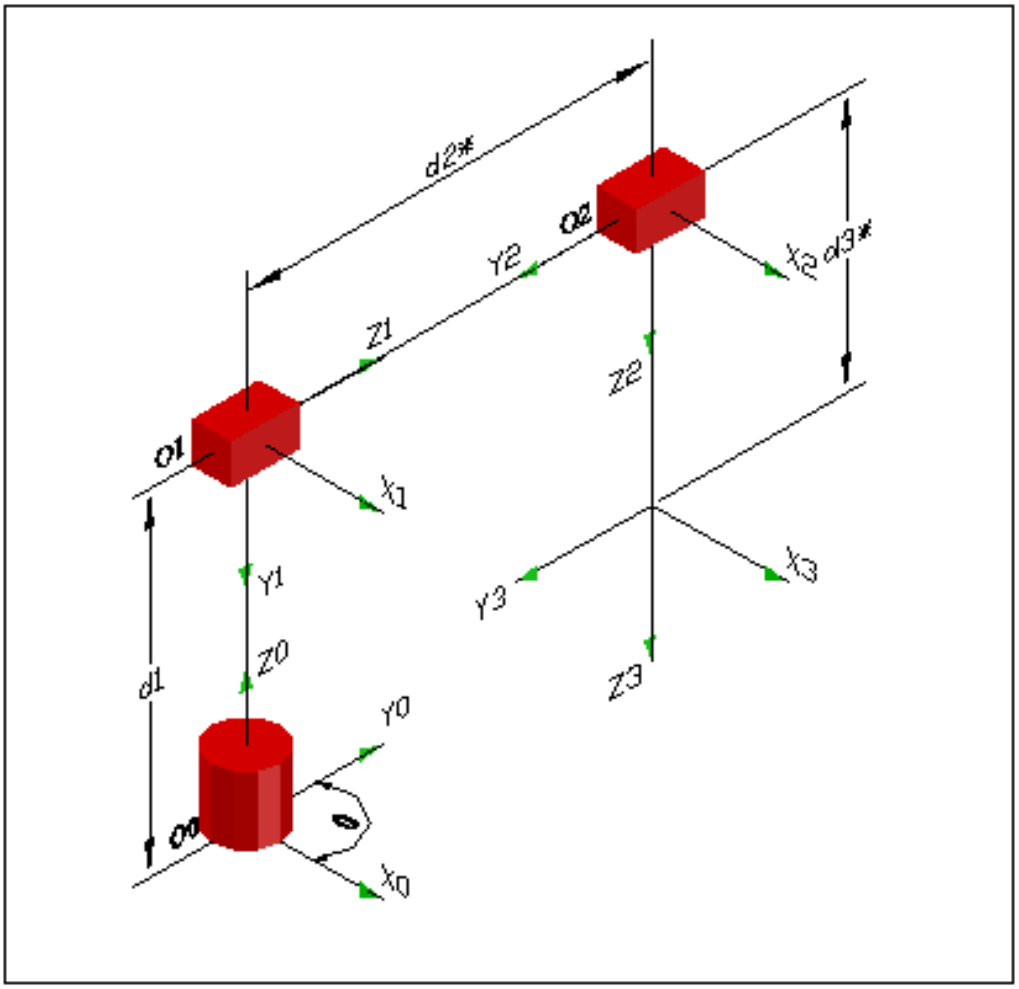


Figura 3.2 Parámetros del brazo cilíndrico. ***Magnitudes variables**

La obtención de la cinemática directa se muestra a continuación a través de los siguientes pasos:

1. Localizar y etiquetar los ejes Zn en las juntas como se muestra en la Figura 3.3 y 3.4

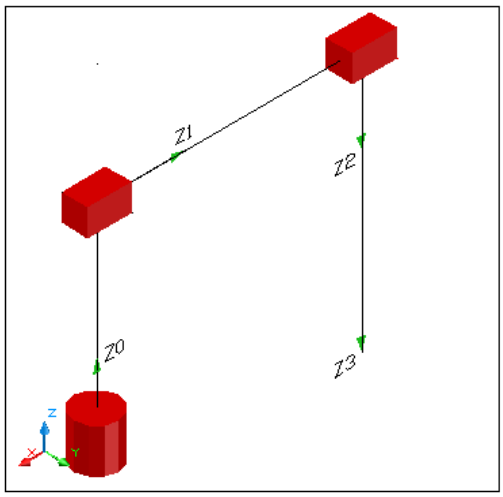


Figura 3. 3

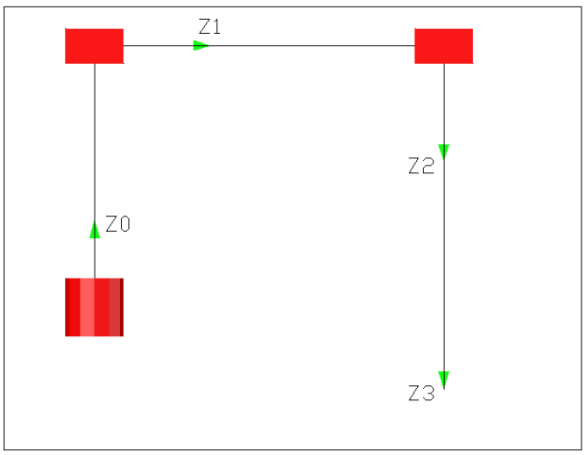


Figura 3.4

2. Establece el origen O0 a lo largo de cualquier lugar en el eje Z0.
3. Se localiza el origen O1 en la intersección de Z1 y Z0.
   Se localiza el origen O2 en la intersección de Z1 y Z2.
4. Se coloca X1 a lo largo de la normal común entre Z0 y Z1.
   Se coloca X2 a lo largo de la normal común entre Z1 y Z2.
   Se coloca X0 a lo largo de la normal común entre Z0 y Z1.
   Se coloca Y0, Y1 y Y2 de tal manera que satisfaga la regla de la mano derecha.

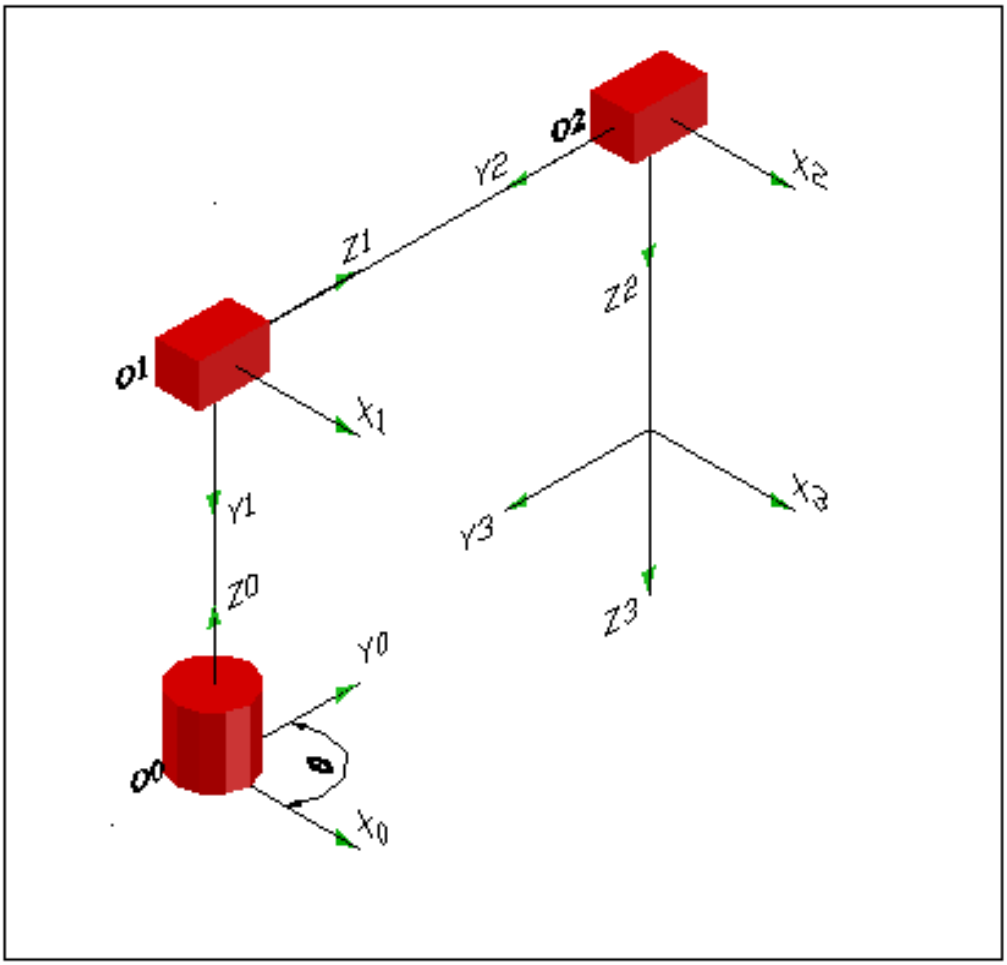


Figura 3.5 Parámetros de los pasos 2 a 5.

6. Crear una tabla con los parámetros de los eslabones: a1, a2 y a3, d1, d2 y d3, α1, α2 y α3, θ1, θ2 y θ3.
7. Determinar:

   a1 = Distancia a lo largo de X1, desde O1 a la intersección de X1 y Z0 = 0

a2 = Distancia a lo largo de X2, desde O2 a la intersección de X2 y Z1 = 0

a3 = Distancia a lo largo de X3, desde O3 a la intersección de X3 y Z2 = 0

d1 = Distancia a lo largo de Z0, desde O0 a la intersección de X1 y Z0 = d1

d2 = Distancia a lo largo de Z1, desde O1 a la intersección de X2 y Z1 = d2*

d3 = Distancia a lo largo de Z2, desde O2 a la intersección de X3 y Z2 = d3*

α1 = Es el ángulo medido entre Z0 y Z1 medido alrededor del eje X1 = -90

Para encontrar el signo del ángulo α1 se utiliza la regla de la mano derecha. Como se muestra en la Figura 3.6.

α2 = Es el ángulo medido entre Z1 y Z2 medido alrededor del eje X2 = -90

Para encontrar el signo del ángulo α2 se utiliza la regla de la mano derecha. Como se muestra en la Figura 3.7.

α3 = Es el ángulo medido entre Z2 y Z3 medido alrededor del eje X3 = 0

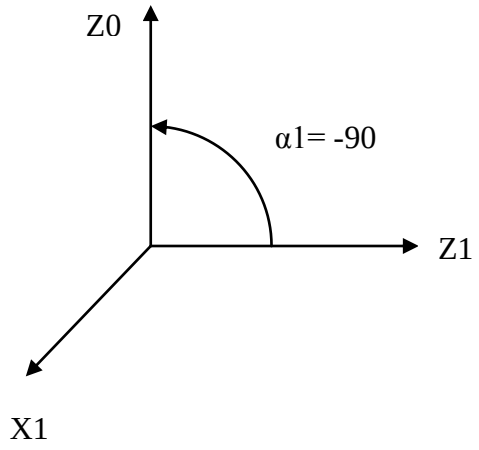


Figura 3.6 Angulo de α1

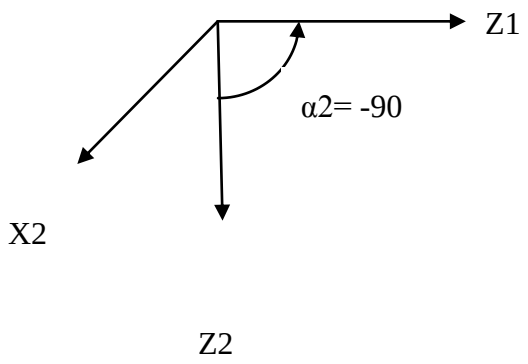


Figura 3.7 Angulo de α2

θ1 = Es el ángulo entre X0 y X1 medido alrededor de Z0 = θ*

θ2 = Es el ángulo entre X1 y X2 medido alrededor de Z1 = 0

θ3 = Es el ángulo entre X2 y X3 medido alrededor de Z2 = 0

Obtenido los parámetros, se muestran en la Figura 3.8.

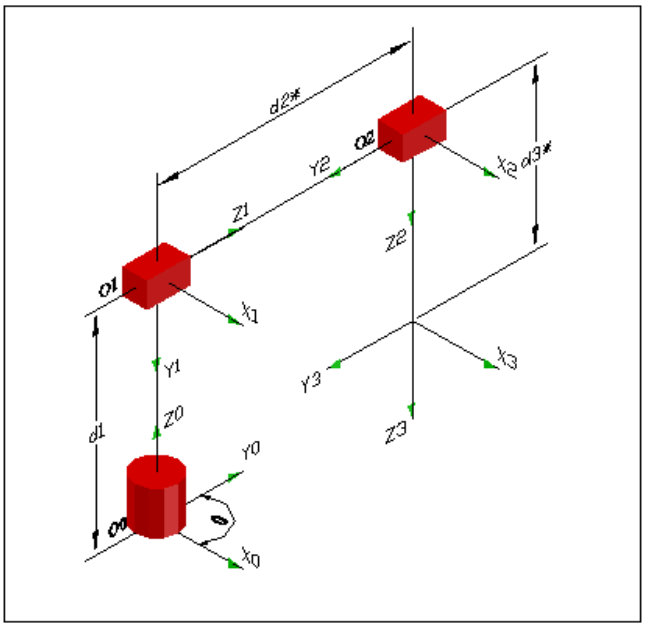


Figura 3.8 Muestra los parámetros obtenidos.

Se llena la tabla con los parámetros obtenidos para construir las matrices de transformación. Tabla 3.1.

Junta	θ_i	α_i	d_i	a_i
1	θ_1^*	**-90**	d_1	**0**
2	**0**	**-90**	d_2^*	**0**
3	**0**	**0**	d_3^*	**0**

Tabla 3.1 Parámetros del Brazo cilíndrico. * Son magnitudes variables.

Sustituir los parámetros en la matriz de transformación.

Matriz de transformación A1.

$$A_1 = \begin{pmatrix} \cos(\theta_1^*) & -\sin(\theta_1^*)\cos(\alpha_1) & \sin(\theta_1^*)\sin(\alpha_1) & a_1\cos(\theta_1^*) \\ \sin(\theta_1^*) & \cos(\theta_1^*)\cos(\alpha_1) & -\cos(\theta_1^*)\sin(\alpha_1) & a_1\sin(\theta_1^*) \\ 0 & \sin(\alpha_1) & \cos(\alpha_1) & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad 3.2$$

Se sustituyen los datos de la tabla 3.1 correspondientes al eslabón 1ecuación 3.3. .

$$A_1 = \begin{pmatrix} \cos(\theta_1^*) & -\sin(\theta_1^*)\cos(-90) & \sin(\theta_1^*)\sin(-90) & 0\cos(\theta_1^*) \\ \sin(\theta_1^*) & \cos(\theta_1^*)\cos(-90) & -\cos(\theta_1^*)\sin(-90) & 0\sin(\theta_1^*) \\ 0 & \sin(-90) & \cos(-90) & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad 3.3$$

Simplificando la ecuación 3.3, se obtiene el resultado final en la ecuación 3.4.

$$A_1 = \begin{pmatrix} \cos(\theta_1^*) & 0 & -\sin(\theta_1^*) & 0 \\ \sin(\theta_1^*) & 0 & \cos(\theta_1^*) & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad 3.4$$

Resultado final de matriz de transformación A1.

Matriz de transformación A2.

$$A_2 = \begin{pmatrix} \cos(\theta_2) & -\sin(\theta_2)\cos(\alpha_2) & \sin(\theta_2)\sin(\alpha_2) & a_2\cos(\theta_2) \\ \sin(\theta_2) & \cos(\theta_2)\cos(\alpha_2) & -\cos(\theta_2)\sin(\alpha_2) & a_2\sin(\theta_2) \\ 0 & \sin(\alpha_2) & \cos(\alpha_2) & d_2^* \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad 3.5$$

Se sustituyen los datos de la tabla 3.1 correspondientes al eslabón 2 ecuación 3.6.

$$A_2 = \begin{pmatrix} \cos(0) & -\sin(0)\cos(-90) & \sin(0)\sin(-90) & 0\cos(0) \\ \sin(0) & \cos(0)\cos(-90) & -\cos(0)\sin(-90) & 0\sin(0) \\ 0 & \sin(-90) & \cos(-90) & d_2^* \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad 3.6$$

Simplificando la ecuación 3.6, se obtiene el resultado final en la ecuación 3.7.

$$A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_2^* \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad 3.7$$

Resultado final de matriz de transformación A2

Matriz de transformación A3.

$$A_3 = \begin{pmatrix} \cos(\theta_3) & -\sin(\theta_3)\cos(\alpha_3) & \sin(\theta_3)\sin(\alpha_3) & a_3\cos(\theta_3) \\ \sin(\theta_3) & \cos(\theta_3)\cos(\alpha_3) & -\cos(\theta_3)\sin(\alpha_3) & a_3\sin(\theta_3) \\ 0 & \sin(\alpha_3) & \cos(\alpha_3) & d_3^* \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad 3.8$$

Se sustituyen los datos de la tabla 3.1 correspondientes al eslabón 3, ecuación 3.9 .

$$A_3 = \begin{pmatrix} \cos(0) & -\sin(0)\cos(0) & \sin(0)\sin(0) & 0\cos(0) \\ \sin(0) & \cos(0)\cos(0) & -\cos(0)\sin(0) & 0\sin(0) \\ 0 & \sin(0) & \cos(0) & d_3^* \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad 3.9$$

Simplificando la ecuación 3.9, se obtiene el resultado final en la ecuación 3.7.

$$A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3^* \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \textbf{3. 10}$$

Resultado final de matriz de transformación A3.

3.2 Cinemática inversa.

En este apartado se obtiene la cinemática inversa utilizando como guía la Figura 3.9.

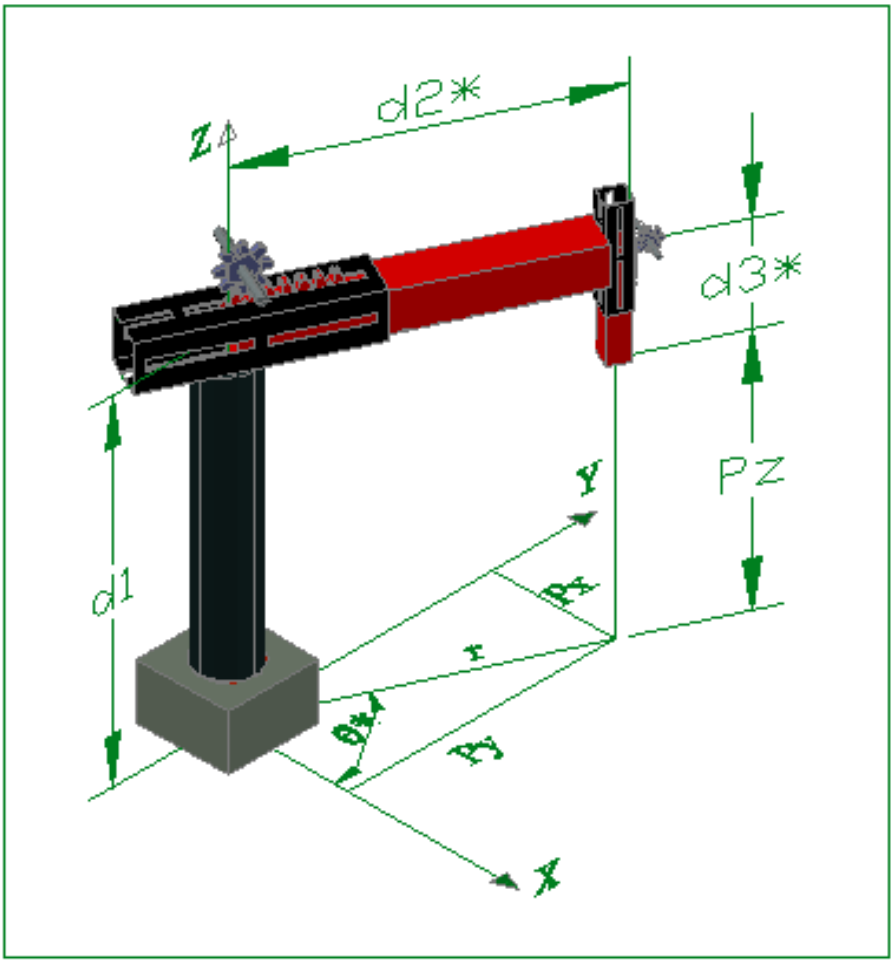


Figura. 3.9 Boceto para obtener cinemática inversa.

Para obtener la cinemática inversa primero se obtienen las distancias de Px y Py, en función al ángulo θ.

$$\begin{aligned} p_X &= r\cos(\theta) \\ p_y &= r sen(\theta) \end{aligned} \qquad 3.11$$

Calcular d3 a partir de Px y Py.

$$\begin{aligned} d_2^* &= r = \sqrt{p_X{}^2 + p_y{}^2} \\ d_1 &= p_z + d_3^* \\ \frac{sen(\theta)}{\cos(\theta)} &= \frac{p_y}{p_X} \end{aligned} \qquad 3.12$$

Encontrar los parámetros θ, d1 y d3 en función de las distancias Px, Py y Pz.

$$\begin{aligned} &entonces. \\ \theta^* &= \tan^{-1}\left(\frac{p_y}{p_X}\right) \\ d_2^* &= \sqrt{p_X{}^2 + p_y{}^2} \\ d_3^* &= d_1 - p_z \end{aligned} \qquad 3.13$$

Conclusiones capitulo 3: Se resolvieron los dos problemas fundamentales de la cinemática de un robot, El problema cinemático directo, el cual se obtuvo para determinar la posición y la orientación de un efector final del robot, para la resolución de este problema se utilizó el método Denavit y Hartenberg, y El problema cinemático inverso, que se realizó para conocer la configuración que debe adoptar un robot para una posición del efector final conocida, la cual fue obtenida por el método geométrico.

Capitulo 4
Modelo matemático y pasividad del brazo de configuración cilíndrica.

Éste capítulo inicia con la obtención del modelo matemático utilizando el método de Euler-Lagrange, ya que para la mayoría de las metodologías de control es necesario conocer el modelo dinámico del brazo robótico para realizar el diseño de un control. Terminando con la demostración de pasividad del sistema y con la simulación del sistema en la posición inicial y transitoria. Además se muestra la experimentación, de la cual se obtienen datos que son antecedente para la validación del sistema simulado.

4.1 Modelo matemático.

El modelo dinámico del robot manipulador, se obtiene por medio de las ecuaciones de Euler-Lagrange, para obtener estas ecuaciones, primero se debe obtener la energía cinética y potencial de cada uno de los eslabones del robot manipulador.

La Figura 4.1 nos muestra un bosquejo del brazo cilíndrico, el cual se utiliza para obtener el modelo matemático, donde lc1, lc2 y lc3 son las longitudes al centro de masa de cada eslabón.

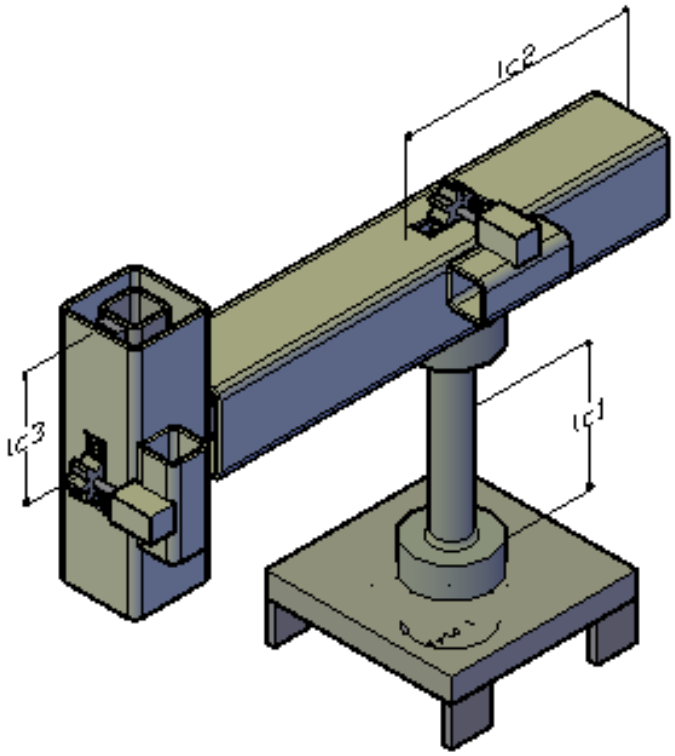


Figura. 4.1 Variables utilizadas en el modelado matemático.

Se obtiene la posición del centro de masa de cada eslabón con respecto al origen.

Para el eslabón 1.

$$x_1 = 0 \quad (4.1)$$

$$y_1 = 0 \quad (4.2)$$

$$z_1 = l_{c1} \quad (4.3)$$

Para el eslabón 2.

$$x_2 = l_{c2}\cos\theta_1 \quad (4.4)$$

$$y_2 = l_{c2}\sin\theta_1 \quad (4.5)$$

$$z_2 = l_1 \quad (4.6)$$

Para el eslabón 3.

$$x_3 = l_2\cos\theta_1 \quad (4.7)$$

$$y_3 = l_2\sin\theta_1 \quad (4.8)$$

$$z_3 = l_1 - l_{c3} \quad (4.9)$$

Se obtiene la energía cinética y energía potencial de cada eslabón.

Eslabón 1.

$$k_1 = \frac{1}{2}j_1\dot{\theta}_1^2 \quad (4.10)$$

$$u_1 = m_1 g l_{c1} \quad (4.11)$$

Eslabón 2.

$$k_2 = \frac{1}{2}m_2\left(\dot{l}_{c2}^2 + l_{c2}^2\dot{\theta}_1^2\right) + \frac{1}{2}j_2\dot{\theta}_1^2 \quad (4.12)$$

$$u_2 = m_2 g l_1 \quad (4.13)$$

Eslabón 3.

$$k_3 = \frac{1}{2}m_3\left(4\dot{l}_{c2}^2 + 4l_{c2}^2\dot{\theta}_1^2 + \dot{l}_{c3}^2\right) + \frac{1}{2}j_3\dot{\theta}_1^2$$

$$k_3 = 2m_3\dot{l}_{c2}^2 + 2m_3l_{c2}^2\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}m_3\dot{l}_{c3}^2 + \frac{1}{2}j_3\dot{\theta}_1^2 \qquad 4.14$$

$$u_3 = m_3g(l_1 - l_{c3}) \qquad 4.15$$

donde j_1, j_2, j_3 refiere a los momentos de inercia de cada eslabón.

Se forma el lagrangiano.

$$L = k - u \qquad 4.16$$

donde

$$k = \sum k_i$$
$$u = \sum u_i$$

$$L = \frac{1}{2}(j_1 + j_2 + j_3)\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\left(\dot{l}_{c2}^2 + l_{c2}^2\dot{\theta}_1^2\right) + 2m_3\dot{l}_{c2}^2 + 2m_3l_{c2}^2\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}m_3\dot{l}_{c3}^2 - m_1gl_{c1} - m_2gl_1 - m_3g(l_1 - l_{c3}) \qquad 4.17$$

Se realizan las operaciones para obtener las ecuaciones de Euler-Lagrange.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \tau \qquad 4.18$$

Eslabón 1.

$$\left[(j_1 + j_2 + j_3) + (m_2 + 4m_3)l_{c2}^2\right]\ddot{\theta}_1 + 2(m_2 + 4m_3)l_{c2}\dot{l}_{c2}\dot{\theta}_1 = \tau_1 \qquad 4.19$$

Primera ecuación de Euler-Lagrange.

Eslabón 2.

$$\ddot{l}_{c2}(m_2 + 4m_3) - l_{c2}\dot{\theta}_1^2(m_2 + 4m_3) = \tau_2 \qquad 4.20$$

Segunda ecuación de Euler-Lagrange.

Eslabón 3.

$$m_3\ddot{l}_{c3} - m_3 g = \tau_3 \qquad 4.21$$

Tercera ecuación de Euler-Lagrange.

El modelo matemático obtenido con el método de Euler- Lagrange puede ser reescrito de la siguiente forma (7)

$$M(q)\ddot{q} + C\left(q, \dot{q}\right)\dot{q} + G(q) = \bar{\tau} \qquad 4.22$$

$$M(q) = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} \qquad 4.23$$

$$C\left(q,\dot{q}\right)=\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{pmatrix} \qquad 4.24$$

$$G(q)=\begin{bmatrix} G_{11} \\ G_{21} \\ G_{31} \end{bmatrix} \;,\; \bar{\tau}=\begin{bmatrix} \bar{\tau}_1 \\ \bar{\tau}_2 \\ \bar{\tau}_3 \end{bmatrix} \qquad 4.25,\ 4.26$$

donde q denota los ángulos de las juntas o los desplazamientos del eslabón del manipulador, $M(q)$ es la matriz de inercia, la cual debe ser simétrica y positiva definida, $C(q,\dot{q})$ contiene la fuerza centrípeta y los términos de Coriolis y $G(q)$ son los términos de la gravedad, $\bar{\tau}$ denota el torque o la fuerza.

Las ecuaciones 4.19, 4.20 y 4.21 son el modelo matemático del brazo robótico de configuración cilíndrica, éstas ecuaciones se rescriben en la forma 4.22.

$$M(q)\ddot{q}+C\left(q,\dot{q}\right)\dot{q}+G(q)=\bar{\tau}$$

donde

$$q=\begin{pmatrix} \theta_1 \\ l_{c2} \\ l_{c3} \end{pmatrix} \qquad 4.27$$

$$M(q)=\begin{bmatrix} J_{13}+(m_2+4m_3)q_2^2 & 0 & 0 \\ 0 & m_2+4m_3 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \qquad 4.28$$

$$C\left(q,\dot{q}\right)=\begin{pmatrix} (m_2+4m_3)q_2\dot{q}_2 & (m_2+4m_3)q_2\dot{q}_1 & 0 \\ -(m_2+4m_3)q_2\dot{q}_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad 4.29$$

$$G(q)=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -m_3 g \end{bmatrix} \quad , \quad \bar{\tau}=\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ -m_3 g+\tau_3 \end{bmatrix} \qquad \text{4.30, 4.31}$$

4.2 Demostración de matriz M(q) es definida positiva.

Se demuestra a continuación que la matriz de inercia es positiva definida.
Para que la matriz de inercia sea positiva definida, se debe comprobar que los menores de la matriz sean definidos positivos. Utilizando la matriz 4.28.

$$M(q)=\begin{bmatrix} J_{13}+(m_2+4m_3)q_2^2 & 0 & 0 \\ 0 & m_2+4m_3 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix}$$

Esta matriz es una matriz diagonal, que se muestra en la forma normal de Jordan, lo cual demuestra que si todos sus elementos de la diagonal principal son positivos entonces la matriz es positiva definida.

si $M_{ij} > 0$ siendo i = j entonces M(q) > 0 entonces es matriz definida positiva.

4.3 Pasividad.

Para afirmar que el modelo matemático es pasivo, debe cumplir la siguiente condición de la ecuación 4.32.

$$M(q)\ddot{q}+C\left(q,\dot{q}\right)\dot{q}+G(q)=\bar{\tau} \text{ es pasivo si } \frac{d}{dt}H(q,p)\leq \dot{q}^T\bar{\tau} \qquad \text{4.32}$$

donde H es la energía total del sistema o Función Hamiltoniana que se define como (6).

$$H(q,p)=\frac{1}{2}\dot{q}^T M(q)\dot{q}+V(q) \qquad \text{4.33}$$

Donde p está definida como:

$$p = M(q)\dot{q} \tag{4.34}$$

y V(q) está definida como la energía potencial denotada como.

$$V(q) = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \tag{4.35}$$

Además para poder afirmar que el sistema es pasivo, se necesita la condición de que se debe acotar por abajo la energía potencial, esta condición se satisface siendo la energía potencial mayor a cero, y se demuestra de la siguiente manera.

$u_1 = m_1 g l_{c1}$ donde m_1, l_{c1} y g son constantes mayor a cero entonces.

$$0 < l_{c1} \Rightarrow \mathrm{u}_1 > 0 \tag{4.36}$$

$u_2 = m_2 g l_1$ donde m_2, l_1 y g son constantes mayor a cero entonces.

$$0 < l_1 \Rightarrow \mathrm{u}_2 > 0 \tag{4.37}$$

$u_3 = m_3 g (l_1 - l_{c3})$ donde m_3, l_1 y g son constantes mayor a cero entonces.

$$0 < l_{c3} < l_1 \Rightarrow \mathrm{u}_3 > 0 \tag{4.38}$$

con la ecuación 4.36, 4.37 y 4.38 se muestra la condición de estar acotado por abajo.

Derivando la función Hamiltoniana 4.33 resulta:

$$\frac{d}{dt}H(q,p) = \dot{q}^T M(q)\ddot{q} + \frac{1}{2}\dot{q}^T \dot{M}(q)\dot{q} + \frac{\partial^T V(q)}{\partial q}\dot{q} \tag{4.39}$$

Sustituyendo 4.22 en 4.39 da como resultado.

$$\frac{d}{dt}H(q,p) = \dot{q}^T\left(-C\left(q,\dot{q}\right)\dot{q} - G(q) + \bar{\tau}\right) + \frac{1}{2}\dot{q}^T \dot{M}(q)\dot{q} + \frac{\partial^T V(q)}{\partial q}\dot{q} \tag{4.40}$$

$$= \dot{q}^T \bar{\tau} + \frac{1}{2}\dot{q}^T\left(\dot{M}(q) - 2C(q,\dot{q})\right)\dot{q} - \dot{q}^T G(q) + \dot{q}^T \frac{\partial V(q)}{\partial q} \tag{4.41}$$

$$Pero \quad \frac{\partial V(q)}{\partial q} = G(q) \tag{4.42}$$

$$Entonces\ \frac{d}{dt}H(q,p)=\dot{q}^T\bar{\tau}+\frac{1}{2}\dot{q}^T\left(\dot{M}(q)-2C(q,\dot{q})\right)\dot{q} \qquad 4.43$$

Sea $N=\left(\dot{M}(q)-2C(q,\dot{q})\right)$.

El paso siguiente es probar que $\dot{q}^T N\dot{q}=\dot{q}^T\left(\dot{M}(q)-2C(q,\dot{q})\right)\dot{q}=0$ **4.44**

Proposición: N es una matriz antisimétrica N = -N^T

Primero se prueba que $N=\left(\dot{M}(q)-2C(q,\dot{q})\right)$ es una matriz *antisimétrica* **4.45**

Si se tiene de 4.28

$$M(q)=\begin{bmatrix} J_{13}+(m_2+4m_3)q_2^2 & 0 & 0 \\ 0 & m_2+4m_3 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix}$$

Entonces

$$\dot{M}(q)=\begin{bmatrix} 2(m_2+4m_3)q_2\dot{q}_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad 4.46$$

Para obtener.

$$N=\left(\dot{M}(q)-2C(q,\dot{q})\right)$$

$$N=\begin{bmatrix} 2(m_2+4m_3)q_2\dot{q}_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - 2\begin{pmatrix} (m_2+4m_3)q_2\dot{q}_2 & (m_2+4m_3)q_2\dot{q}_1 & 0 \\ -(m_2+4m_3)q_2\dot{q}_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad 4.47$$

$$N=\begin{bmatrix} 0 & -(m_2+4m_3)q_2\dot{q}_1 & 0 \\ (m_2+4m_3)q_2\dot{q}_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad 4.48$$

Como N = -N^T entonces la matriz N es una matriz antisimétrica

$\left(\dot{M}(q)-2C(q,\dot{q})\right)$ es antisimétrica, ya que muestra que $N=-N^T$. Entonces $\dot{q}^T N\dot{q}=-\dot{q}^T N^T\dot{q}$ y como $\dot{q}^T N^T\dot{q}$ es un escalar $\dot{q}^T N^T\dot{q}=\left(\dot{q}^T N^T\dot{q}\right)^T=\dot{q}^T N\dot{q}$ entonces $2\dot{q}^T N\dot{q}=0$, finalmente sustituyendo en 4.35.

Se obtiene. $\frac{d}{dt}H(q,p)=\dot{q}^T\bar{\tau}\leq\dot{q}^T\bar{\tau}$

De esta afirmación se obtiene que el modelo matemático del brazo robótico cilíndrico es pasivo.

4.4 Simulación del sistema robótico.

Para realizar la simulación del sistema, se utilizan las tres ecuaciones de Euler-Lagrage 4.19, 4.20 y 4.21 obtenidas. Para la obtención de las gráficas de simulación de cada eslabón del sistema se utilizó el Software MATLAB versión 2009.

Se inicia la simulación del sistema, con la simulación del torque como se muestra en la Figura 4.2. Ésta gráfica muestra que el eslabón 1 y 2 no se le aplica torque en su posición inicial, sin embargo al eslabón 3 se le aplica un torque, esto debido a que si no se ejerce alguna fuerza en esa posición inicial, se tendría movimiento del eslabón debido a la fuerza de gravedad. Este torque aplicado se utiliza para contrarrestar la fuerza de gravedad que se ejerce sobre el eslabón 3.

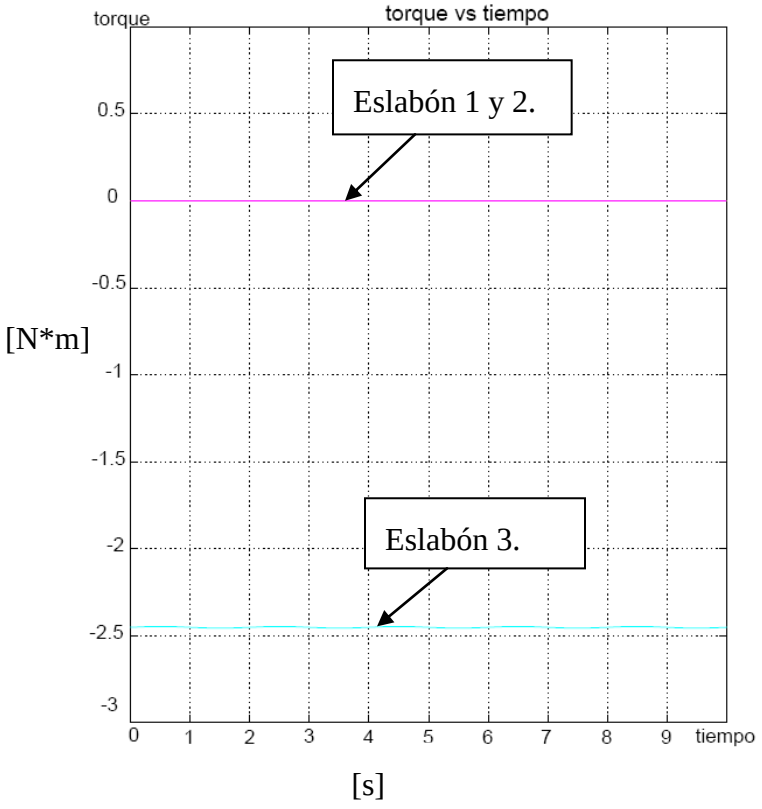


Figura 4.2 Simulación de entrada en estado inicial.

La posición inicial de los eslabones. La cual se refiere al eslabón 1 con cero grados de movimiento, y para los eslabones 2 y 3 de cero desplazamientos como se muestra en la Figura 4.3. De tal forma que si no existe desplazamiento ya sea angular para el eslabón 1, horizontal para el eslabón 2 o vertical para el eslabón 3, se infiere que la velocidad será cero como se muestra en la Figura 4.4.

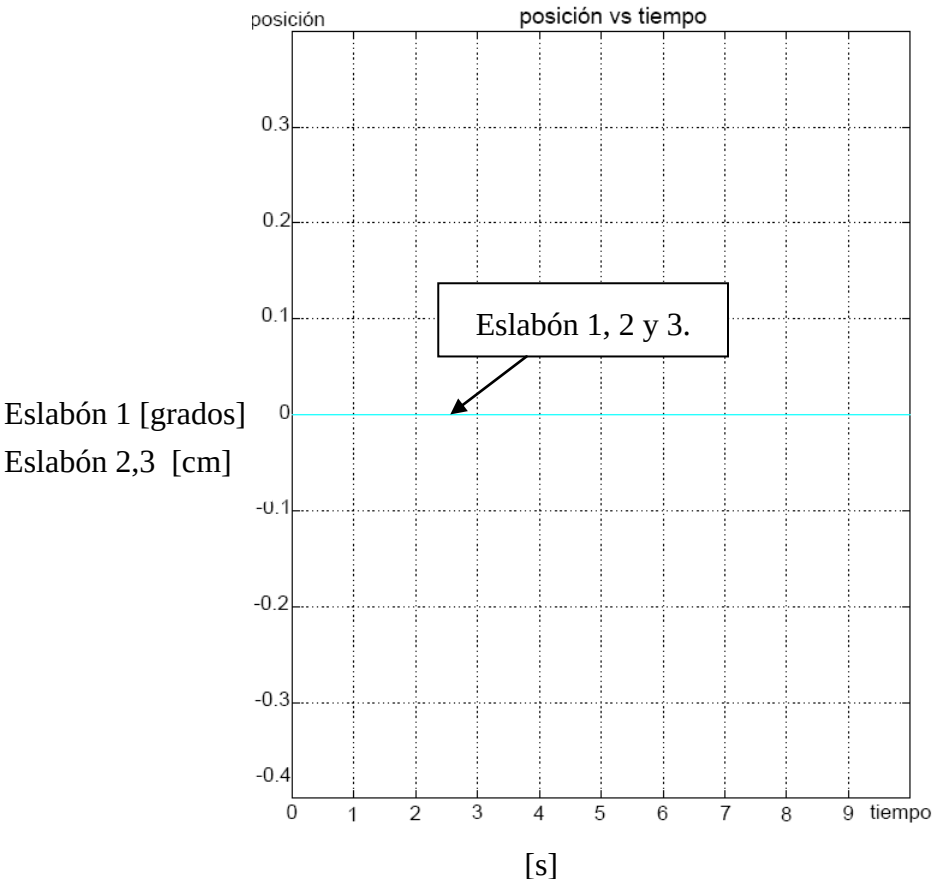
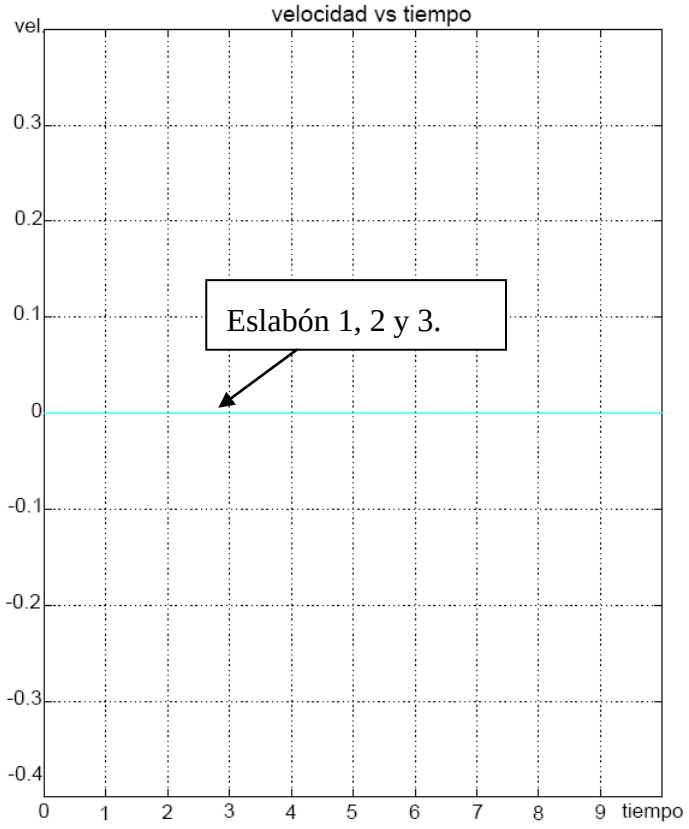


Figura 4.3 Simulación de posición en estado inicial.

Eslabón 1 [grados/s]
Eslabón 2,3 [cm/s]



[s]

Figura 4.4 Simulación de velocidad en estado inicial.

Después se inicia la simulación aplicando una señal de entrada como se muestra en la Figura 4.5, en esta gráfica se muestra la señal que es aplicada a cada eslabón.

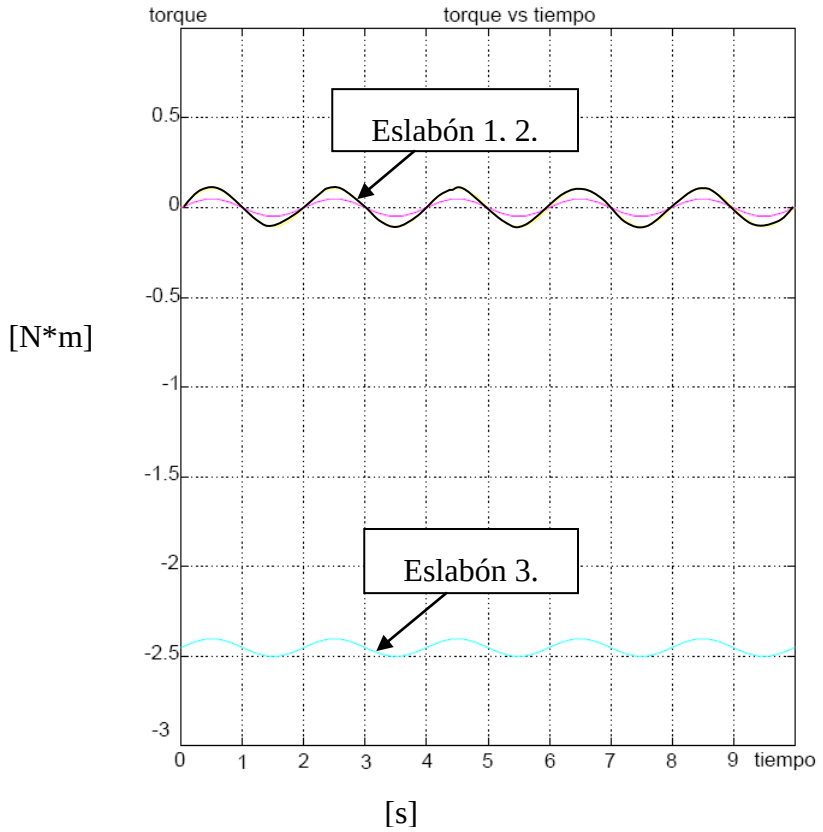


Figura 4.5 Simulación de entrada.

La Figura 4.6 muestra la gráfica de simulación de la posición de cada eslabón, como resultado de aplicar el torque a cada eslabón.

La Figura 4.6 muestra el comportamiento que tiene cada eslabón con respecto a su posición de inicio, ésta gráfica muestra el cambio de desplazamiento conforme transcurre el tiempo.

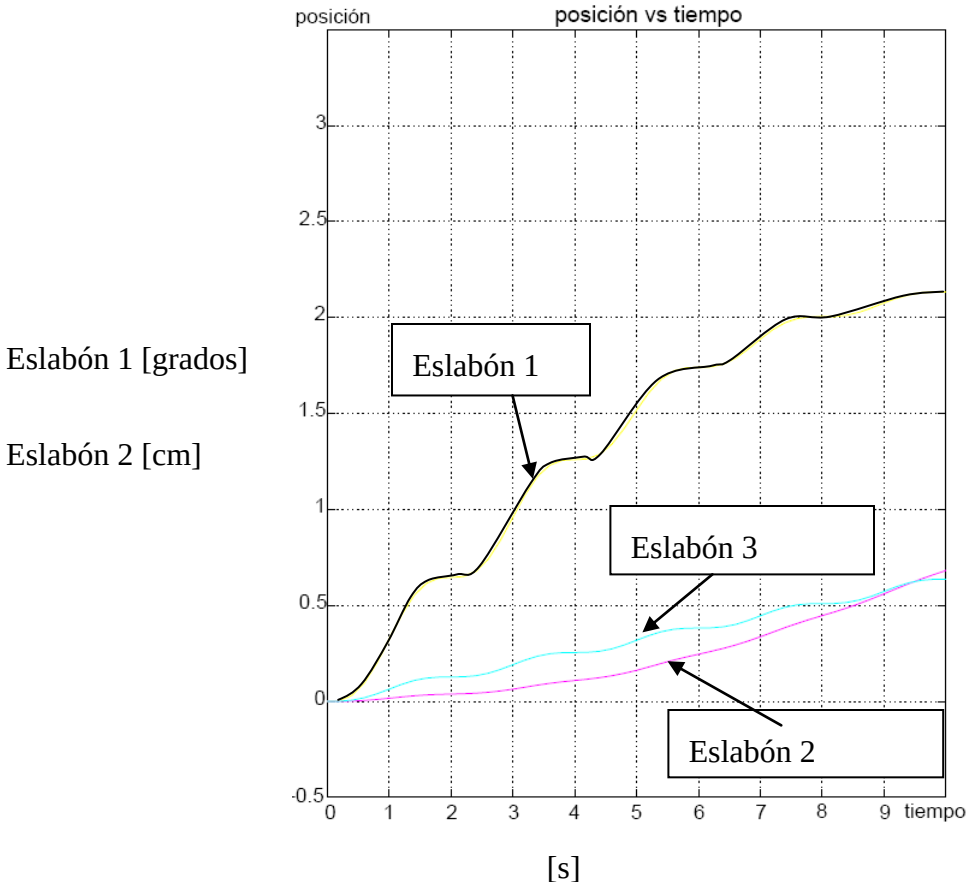


Figura 4.6 Simulación de posición.

La Figura 4.7 muestra el resultado de la simulación de la velocidad correspondiente a cada eslabón del brazo robótico.

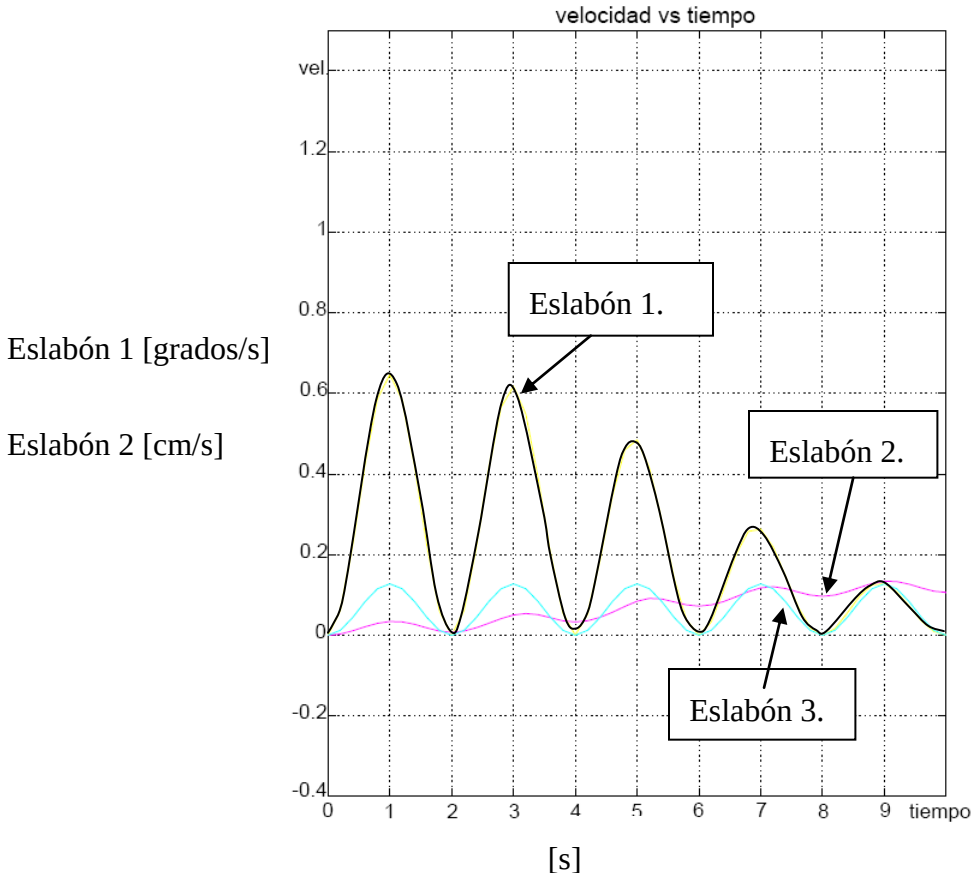


Figura 4.7 Simulación de velocidad.

4.5 Experimentación.

En este apartado se muestra el comportamiento experimental de los eslabones en el momento que se suministra energía a los motores.

Obtención de voltaje de potenciómetro. Este experimento se utiliza para conocer indirectamente la posición de los eslabones, ya que los valores que se obtienen con éste experimento es la variación de voltaje en el potenciómetro.

Para conocer el comportamiento de los eslabones se utiliza un potenciómetro de precisión conectado mecánicamente a los ejes de los motores, de esta manera en el momento que el motor gire y desplace el eslabón, la magnitud del potenciómetro cambia directamente con el movimiento del eslabón.

Se utilizó el circuito de la Figura 4.8 para conocer el voltaje aplicado al potenciómetro de precisión (Rv). La Figura muestra un voltaje de alimentación (Vi), una resistencia fija (Rf), siendo Vo el voltaje que se mide para mostrar la variación de la resistencia del potenciómetro. Para conocer Vo se utilizo el osciloscopio, conectándolo en las terminales del potenciómetro.

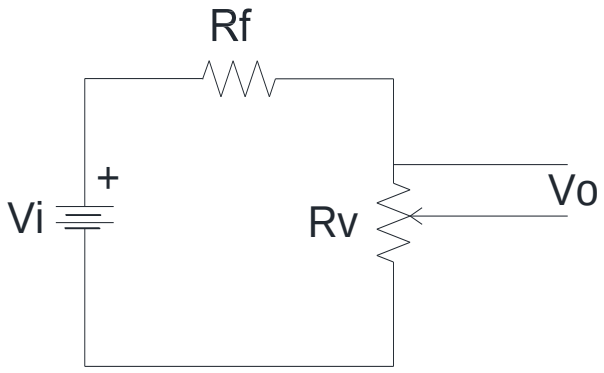


Figura 4.8 voltaje Vo.

Obtención de voltaje de alimentación. Este experimento se utiliza para obtener el voltaje con el cual se alimenta el motor. Se utiliza el circuito de la Figura 4.9 para conocer el voltaje de alimentación de los motores.

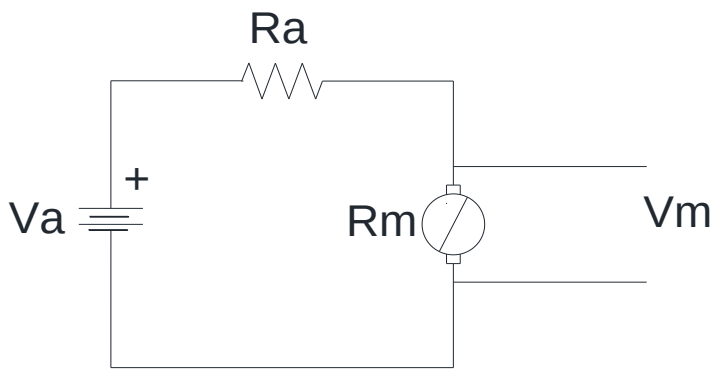


Figura 4.9 voltaje Vm

Datos de experimentación.

Datos utilizados en la figura 4.8 para los 3 eslabones.

Vi = 5 volts
Rf = 1600 ohms
Rv= 0- 1000 ohms

Datos utilizados en la figura 4.9 para el eslabón 1.

Va = 5 volts
Ra = 15 ohms
Rm = 750 ohms
Datos utilizados en la figura 4.9 para el eslabón 2.

Va = 6 volts
Ra = 15 ohms
Rm = 55 ohms

Datos utilizados en la Figura 4.9 para el eslabón 3.

Va = 10 volts
Ra= 15 ohms
Rm= 40 ohms

Resultados.

Eslabón 1.

Al energizar el motor del eslabón 1 resulta la gráfica de la Figura 4.10 obtenida para Vo, con las mediciones realizadas a Vo se obtienen datos que al graficar resultan en la figura 4.10.

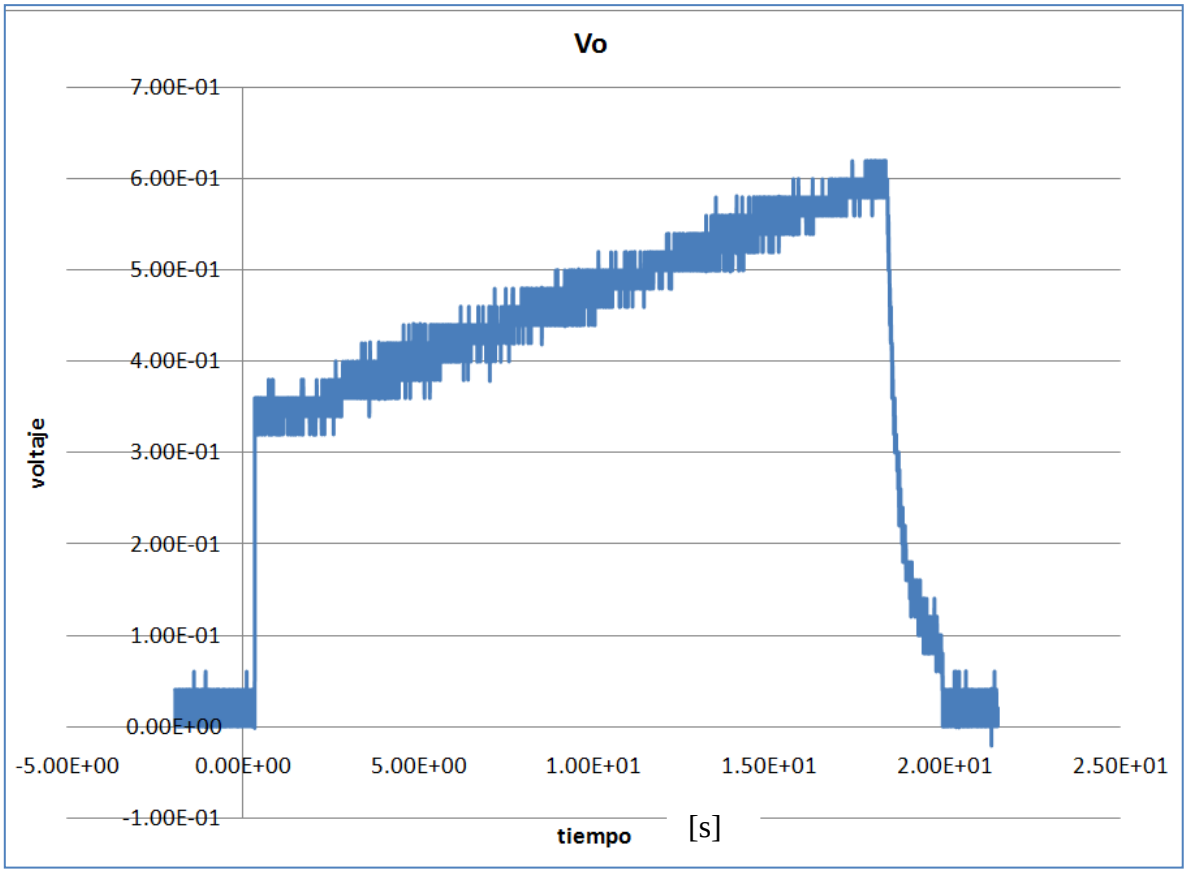


Figura 4.10 datos Vo eslabón 1.

En la Figura 4.10 denota el comportamiento del voltaje en el potenciómetro, en el momento antes de energizar, el voltaje esta en cero, al energizar el circuito aumenta el voltaje súbitamente para después variar linealmente su voltaje, esto por la variación del potenciómetro

El voltaje medido en Vm se obtiene en el transcurso del tiempo, los datos obtenidos se grafican y se obtiene la Figura 4.11.

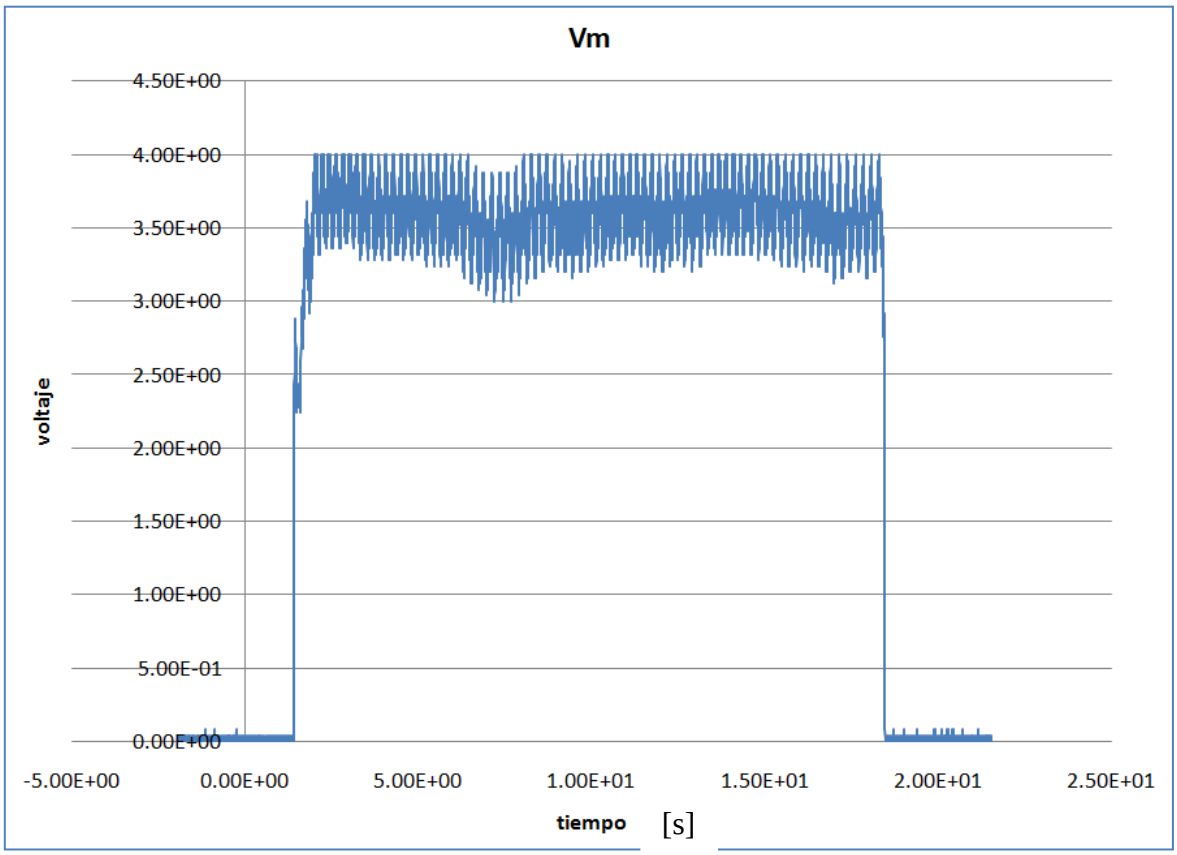


Figura 4.11 datos Vm eslabón 1.

En la Figura 4.11 muestra el comportamiento del voltaje con el que se alimenta el motor. En el momento antes de energizar, el voltaje esta en cero, al energizar el circuito aumenta el voltaje súbitamente para después comportarse de manera constante.

Eslabón 2.

Al energizar el motor del eslabón 2 resulta la gráfica de la Figura 4.12 obtenida para Vo, con las mediciones realizadas a Vo se obtienen datos que al graficar resultan en la Figura 4.12.

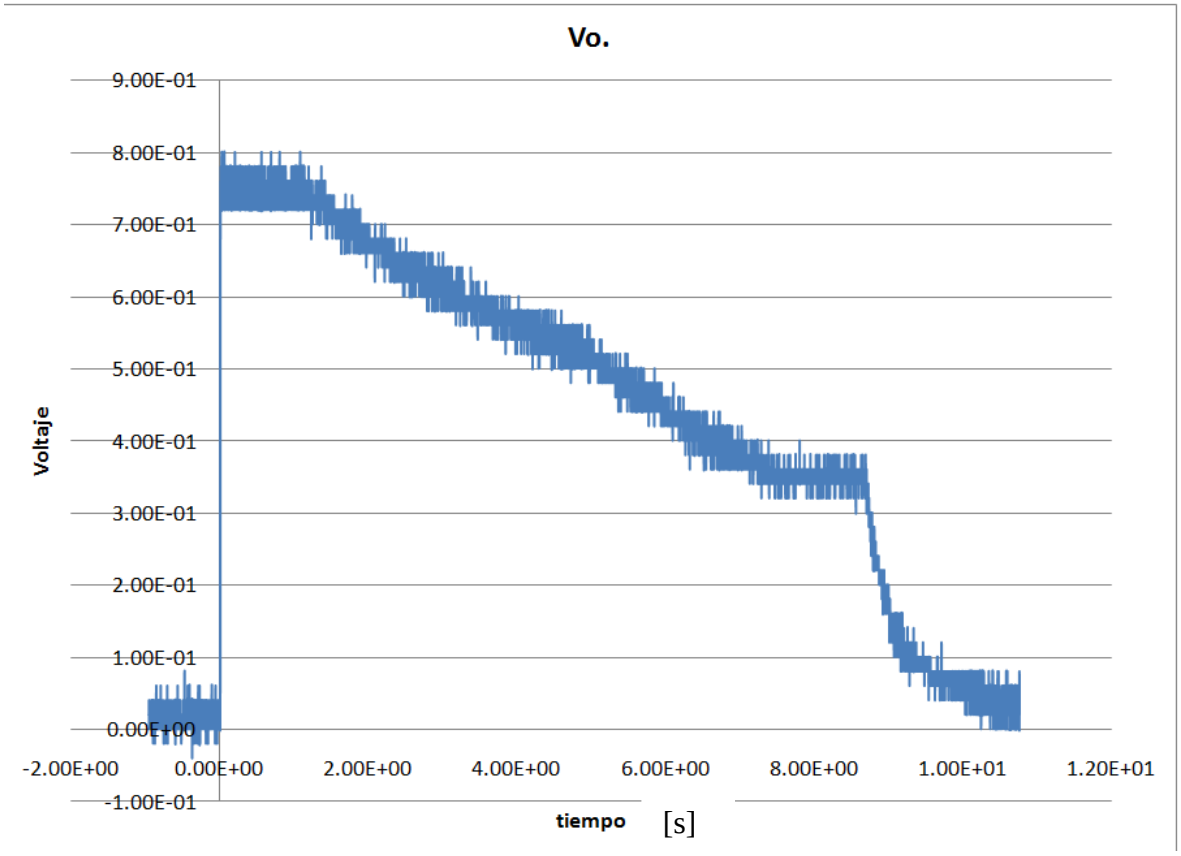


Figura 4.12 datos Vo eslabón 2.

En la Figura 4.12 denota el comportamiento del voltaje en el potenciómetro, en el momento antes de energizar el voltaje esta en cero, al energizar el circuito aumenta el voltaje súbitamente para después variar casi linealmente su voltaje, esto por la variación del potenciómetro

El voltaje medido en Vm se obtiene en el transcurso del tiempo, los datos obtenidos se grafican y se obtiene la Figura 4.13.

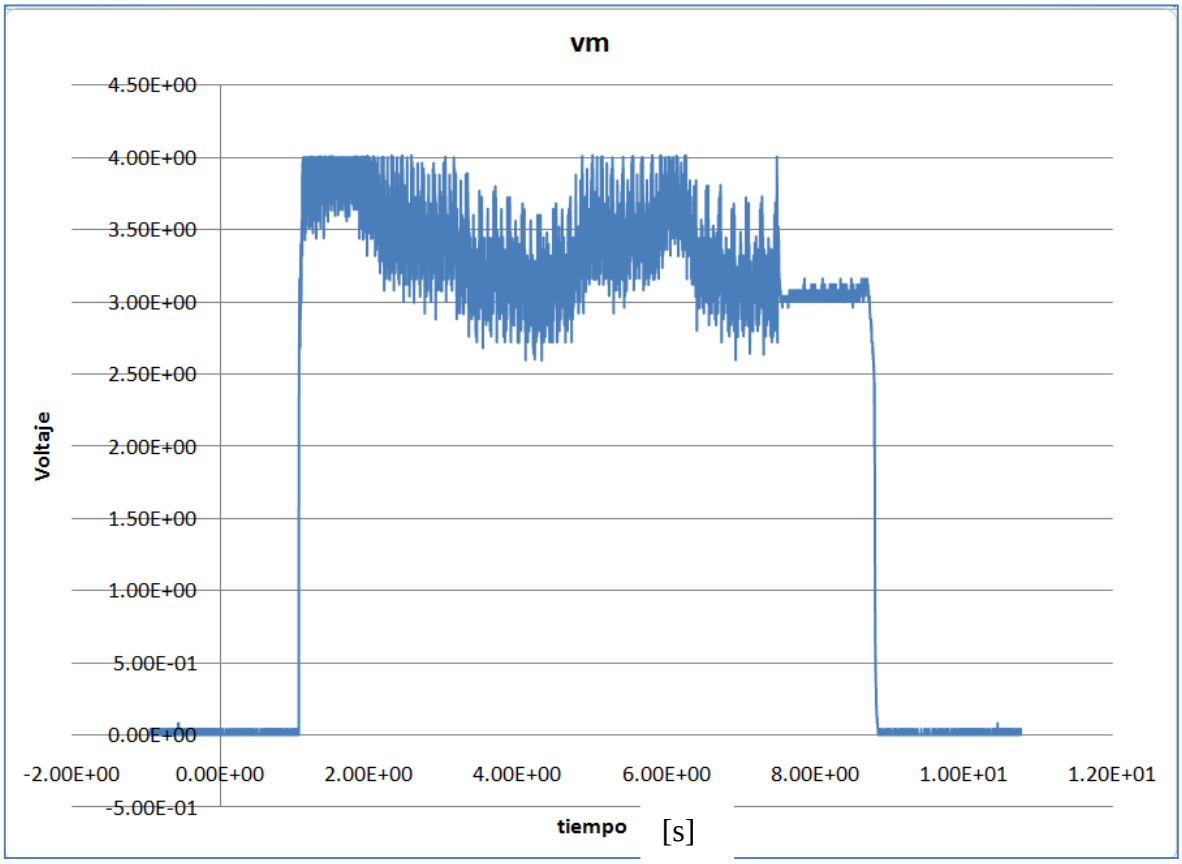


Figura 4.13 datos Vm eslabón 2.

En la Figura 4.13 se muestra el comportamiento del voltaje con el que se alimenta el motor. En el momento antes de energizar, el voltaje esta en cero, al energizar el circuito aumenta el voltaje súbitamente para después comportarse casi de manera constante.

Eslabón 3.

Al energizar el motor del eslabón 1resulta la gráfica de la Figura 4.14 obtenida para Vo, con las mediciones realizadas a Vo se obtienen datos que al graficar resultan en la Figura 4.14.

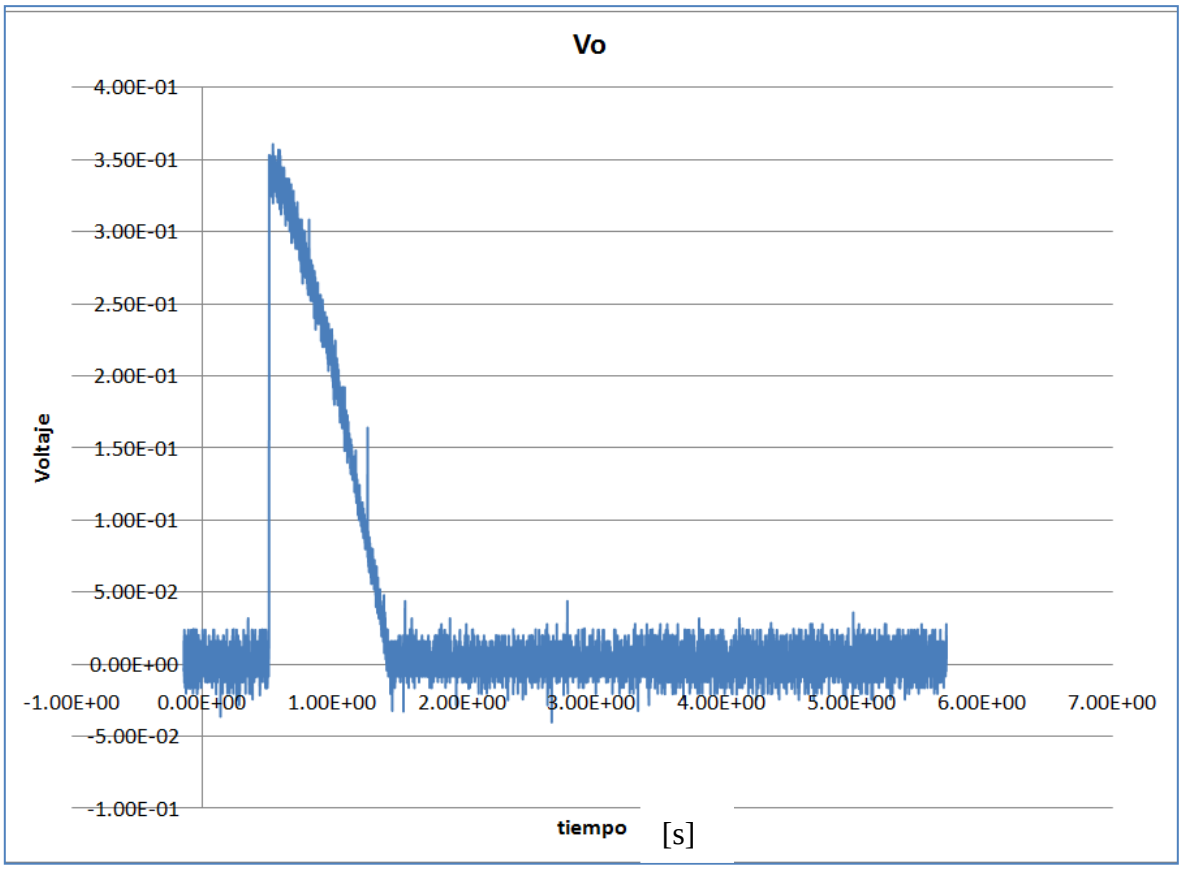


Figura 4.14 datos Vo eslabón 3.

En la Figura 4.14 denota el comportamiento del voltaje en el potenciómetro, en el momento antes de energizar, el voltaje esta en cero, al energizar el circuito aumenta el voltaje súbitamente para después variar linealmente su voltaje, esto por la variación del potenciómetro

El voltaje medido en Vm se obtiene en el transcurso del tiempo, los datos obtenidos se grafican y se obtiene la Figura 4.15.

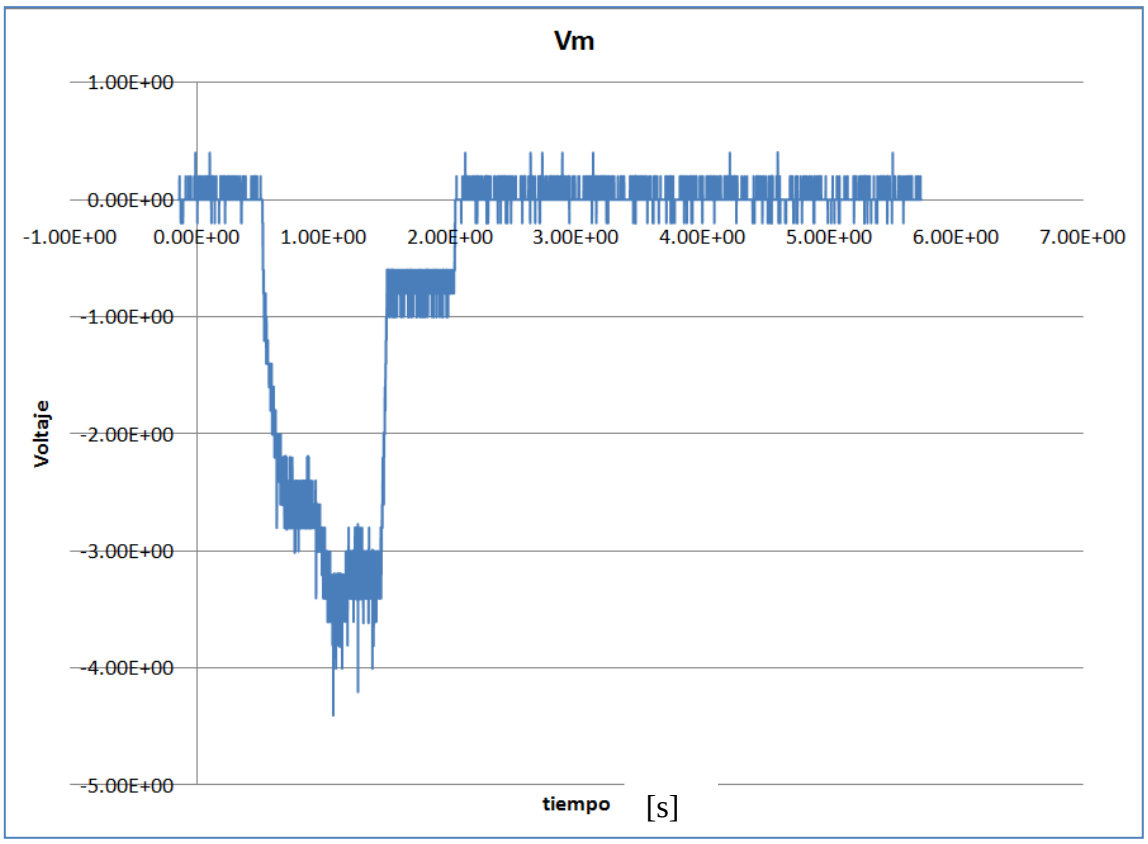


Figura 4.15 datos Vm eslabón 3.

En la Figura 4.15 muestra el comportamiento del voltaje con el que se alimenta el motor. En el momento antes de energizar, el voltaje esta en cero, al energizar el circuito aumenta el voltaje súbitamente para después comportarse de manera constante.

Las Figuras 4.10, 4.12 y 4.14 muestran la variación de voltaje debido a la variación de la resistencia variable.

Conclusiones capitulo 4: Se consiguió el modelo dinámico del robot, el cual es necesario para poder simular el sistema, además de conocer la pasividad del sistema, y como resultado del modelo dinámico se realizó la simulación, importante para conocer el comportamiento del sistema.

Se realizo un experimento, del cual se obtuvieron datos que son antecedentes para poder validar el modelo matemático.

Capitulo 5
Construcción.

En este apartado se realiza una descripción de los elementos utilizados para la construcción del prototipo del manipulador cilíndrico. Además se muestra el ensamble de cada eslabón por separado y en conjunto. Se describe el movimiento que tiene cada eslabón y su alcance de cada eslabón.

5.1 Eslabón 1.

Éste eslabón es el encargado de realizar el movimiento rotacional a los eslabones 2 y 3. Se encuentra acoplado en la parte inferior con la base mediante un balero de cónico. Se utilizó un balero cónico, con la finalidad de contrarrestar los momentos de inercia que se tiene en la base del eslabón y evitar la separación con la base del brazo, ocasionados principalmente por el eslabón 3, en el momento que tiene más distancia. Además se utilizó con la finalidad de evitar la fricción que existe con el contacto de la base del eslabón 3 y la base del brazo cilíndrico.

Se trata de un cilindro de nylamid, este material se utilizó sobre otros materiales metálicos debido a su bajo peso y buena resistencia mecánica.

Las medidas del cilindro de nylamid son: 19.5 centímetros de largo para el diámetro de 3.2 centímetros, para el diámetro de 1.5 centímetros tiene un largo de 2.5 centímetros y para 0.8 centímetros tiene un largo de 4.5 centímetros; como lo muestra la Figura 5.1, esta construcción de diferente diámetro obedece a los acoplamientos con la base y el motor.

Figura 5.1 Eslabón 1

En la parte inferior del cilindro de nylamid, se colocó la parte interior de un balero cónico, como se muestra a detalle en la Figura 5.2.

Figura 5.2 Detalle de cono del balero.

5.2 Eslabón 2.

Este eslabón se encarga de realizar un movimiento de vaivén en el plano horizontal.

Figura 5.3 Eslabón 2

Está conformado en dos partes, la parte exterior y la parte interior que es la que realiza el movimiento de vaivén.

La parte exterior.

La parte exterior del segundo eslabón está conformada por un perfil cuadrado de aluminio de 40 mm y 2 mm de espesor y 550 mm de largo, que sirve de soporte para la parte interior mediante dos correderas colocadas a cada lado del perfil de aluminio.

Para sostener el motor se utilizan dos ángulos de 85 mm por 20 mm por 1 mm de espesor, como se muestra en la Figura 5.3.

Al motor está acoplado un engrane S 2020 (paso diametral 20) con un ancho de cara de 1.25 mm, este engrane esta acoplado al motor y de esta manera realizar la transmisión de fuerza a la cremallera de la parte interior del eslabón 3. Figura 5.4.

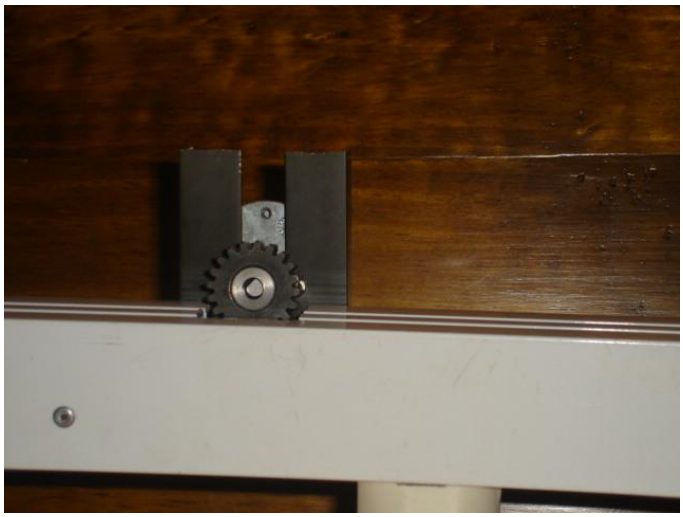


Figura 5.4 Acoplamiento engrane S 2020

La parte interior.

Está construida por perfil cortado de aluminio de 15mm por 20 mm y 2 mm de espesor y 55 mm de largo. A este perfil están fijadas una parte de las correderas, además está fijada la cremallera de 21 mm de largo. Al final del perfil de aluminio se coloca un perfil de 35 mm, el cual se utiliza como sostén del tercer eslabón como se muestra en la Figura 5.5.

Figura 5.5

5.3 Eslabón 3.

Este eslabón realiza el movimiento vertical, al igual que el eslabón se utiliza un perfil de aluminio cuadrado de 40 mm y 2 mm de espesor y 210 mm de largo.

Este eslabón está compuesto por una corredera que se encuentra en el interior del perfil de aluminio una parte de la corredera esta fija al perfil, la otra parte se le fija la cremallera la cual se encarga de recibir el movimiento del engrane que esta acoplado al motor, este engrane transmite la potencia a la cremallera. Figura 5.6.

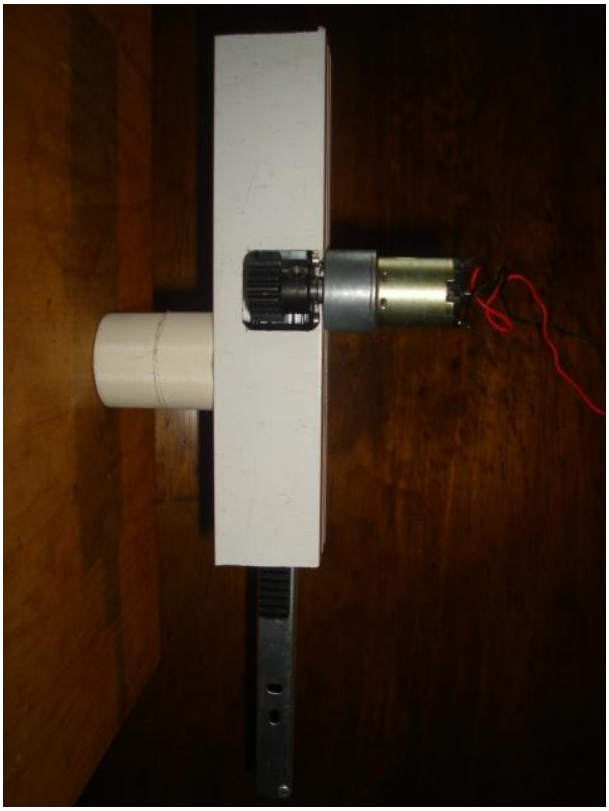


Figura 5.6 Eslabón 3

5.4 Base.

La base tiene como principal objetivo evitar la rotación del brazo debido al momento de inercia ocasionado por el peso de los eslabones 2 y 3, motivo por el cual se utiliza una placa de acero de 20 por 20 y 1 centímetros de espesor acero.

En el centro de la placa se realizó un barreno de 4.2 centímetros para colocar la parte exterior del balero cónico donde se coloca la parte exterior del balero cónico. Como se muestra en la Figura 5.7.

Figura 5.7 Base.

En la parte inferior de la base se encuentra el motor que le da el movimiento rotacional al eslabón 1, éste motor está unido a una placa de 6.5 por 19 y 1 centímetro de espesor, la cual está unida a la placa de la base como se muestra en la Figura 5.8.

Para evitar que el peso se encuentre soportado sobre el motor y tener una mejor estabilidad del brazo, se utilizó cuatro soportes de 3.8 por 6.5 y 0.6 centímetros, como se muestra en la Figura 5.8, los cuales se encuentran unidos con soldadura E-6013 a la placa de la base.

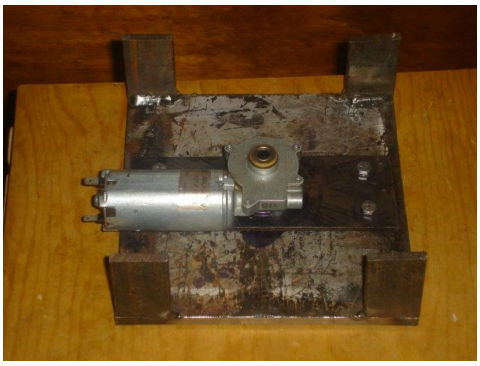


Figura 5.8 Parte inferior de base.

5.5 Ensamble final.

En la Figura 5.9 se muestra el ensamble final del prototipo.

Figura 5.9 Ensamble final en extensión.

5.6 Alcances de movimiento de los eslabones.

Eslabón 1.

Este eslabón tiene un alcance de rotación de 360 grados.

Eslabón 2.

Este eslabón tiene un alcance de vaivén de 190 mm.

Eslabón 3.

Este eslabón tiene un alcance de vaivén de 80 mm.

Conclusiones capitulo 5: En este capítulo se mostró la construcción total del prototipo, el cual se utiliza para realizar los experimentos en el capítulo 4.

Capitulo 6
Conclusiones y trabajo futuro.

6.1 Conclusiones

En esta tesis, se obtuvo la cinemática directa de un brazo cilíndrico, la cinemática directa sirve para decidir las dimensiones adecuadas del brazo acorde al espacio de trabajo.

Además se obtuvo la cinemática inversa, esta puede servir para evitar posibles singularidades que se presenten en el brazo, las singularidades son movimientos no permitidos en el brazo ya que podrían causar movimientos no planeados los cuales ponen en riesgo los elementos que intervienen en la tarea.

Se obtuvo el modelo dinámico del brazo, el modelo dinámico sirve para simular el comportamiento dinámico del brazo sin necesidad de tener el sistema físico.

Se realizó el análisis de pasividad del modelo matemático del brazo cilíndrico, si el modelo matemático es pasivo con respecto a la salida, el sistema es detectable y se pudiera proponer un observador.

Se construyó un prototipo de brazo cilíndrico, el prototipo se puede emplear para experimentar algunos resultados obtenidos.

6.2 Trabajo futuro

Sobre el prototipo, se va a validar el modelo matemático, esto es, se va a comparar los comportamientos del brazo cilíndrico experimentales con los de la simulación del modelo dinámico obtenido.

Aplicación para una bordadora de tela, en esta tesis se realizó la configuración del brazo pensando en la aplicación futura, debido a esto se utiliza en el último eslabón el movimiento vertical, para que este eslabón pueda tener un movimiento sin la resistencia de otros eslabones, por esta razón se utiliza el último eslabón para el movimiento vertical. Probar diferentes leyes de control tanto en simulación como experimentales.

Bibliografía.

1. *Antonio Barrientos, Luis Felipe Peñin. Fundamentos de robótica.* 2002: Mc. Graw Hill.

2. *Craig, John C. Robótica.* 2002: Pearson.

3. *Appin Knowledge Solutions, Robotics.* 2007: Infinity Science Press.

4. *Ogata, Katsuhiko, Ingeniería de control moderna.* 1997: Pearson Education.

5. *Sandler, Ben-Zion, Robotics, Designing the Mechanism for Automated Machinery.* 1999: Academic Press.

6. *Schaft, Arjan van der, L2-Gain and Passivity, Techniques in Control.* 1999.

7. *Spong, Mark W., Robot Dynamics and Control.* 1989.

8. *M.-K. Chang, T.-H. Yuan, International Journal of Innovative, Computing, Information and Control,.* 2009.

9. *R. Radharamanan H. E. Jenkins, Laboratory learning modules on CAD/CAM and robotics engienering education, International Journal of Innovative, Computing, Information and Control,.* 2008

10. *M. M. Fateh, M. Reza, Robust task-space control of robot manipulators under imperfect transformation of control space.* 2009.

11. *Y. Dai, M. Konishi, J. Imai, Rnn-based cooperative motion control of 2-DOF robot arms, International Journal of Innovative, Computing, Information and Control,Vol. 3, No. 4, pp. 937-952.* 2007.

12. *K. Najim, E. Ikonen, E. G¶omez, Trejectory tracking control based on a general geological decision tree controller for robot manipulators, International Journal of Innovative, Computing, Information and control.* 2008.

13. *J. J. Rubio, L. A. Soriano, An asymptotic stable proportional derivative control with sliding mode compensation and with a high gain observer for robotic arms, International Journal of Innovative Computing, Information and Control, Vol. 6, No. 11.* 2010.

14. *F. L.Lewis, Darren M.Dawson, Chaouki T.Abdallah Robot Manipulator Control Theory and Practice.* MARCEL DEKKER, INC.

15. *Richard M. Murray, Zexiang Li, S. Shankar Sastry A MathematicRobot Modeling and Control.*

16. *Ana Ma. Diaz, Vicente Bargueño. Álgebra (Lineal Básica).* Sanz y Torres.

17. (1987). *Stanley I. Grossman. Algebra Lineal.* Wadswirth Inc..

Apéndice A

Publicaciones durante la maestría

Víctor Hernández, Gustavo Bravo, José de Jesús Rubio, Jaime Pacheco, Kinematics for the SCARA and the Cylindrical manipulators *ICIC Express Letters, Part B: Applications (ICIC-ELB),* ISSN: 1881-803X, Aceptado.

José de Jesús Rubio, Gustavo Bravo, Salvador Rodriguez Passivity analysis of a transelevator crane and a cylindrical robotic arm, IEEE Latin America Transactions, En revisión.

ICIC Express Letters
Part B: Applications
Volume **2**, Number **2**, April **2011**

ICIC International ©2011 ISSN 2185-2766
pp. 421–425

KINEMATICS FOR THE SCARA AND THE CYLINDRICAL MANIPULATORS

Victor Hernadez, Gustavo Bravo, Jose de Jesus Rubio and Jaime Pacheco

Seccion de Estudios de Posgrado e Investigacion
ESIME Azcapotzalco – Instituto Politecnico Nacional
Av. de las Granjas no. 682, Col. Santa Catarina, CP 02250, Mexico D.F., Mexico
jrubioa@ipn.mx

Received July 2010; accepted October 2010

Abstract. *Kinematics analysis is divided into: forward and inverse kinematics. Forward kinematics showed how to determine the end-effector position and orientation in terms of the joint variables. The problem of inverse kinematics is to find the joint variables in terms of the end-effector position and orientation. The Jacobian presents the relation between the joint and the end effector position velocities. The paper shows the kinematics of the SCARA robot with four degrees of freedom, the four degrees are different from others. The paper shows the kinematics of the cylindrical robot with three degrees of freedom.*

Keywords: Kinematics, SCARA manipulator, Cylindrical manipulator

1. **Introduction.** Now, the presition in the homeworks is required in robotics [2] which is applied in the manufacture and the education [12] and in other repetitive homeworks made by humans in the past [2]. These homeworks are frequently with a defined trajectory [5], that is way it is an open research in robotics [4, 5, 10, 13] which present interesting results.

The homeworks in the education [12] and in the medicine [2] are improved using a kinematic model [4, 5, 10, 13].

There are some books that consider the kinematics as are [3, 9, 11, 14], however, it is strange that in one book are considered the forward and the inverse kinematics of the SCARA or the Cylindrical arms.

Kinematics analysis is divided into: forward and inverse kinematics. Forward kinematics showed how to determine the end-effector position and orientation in terms of the joint variables. The problem of inverse kinematics is to find the joint variables in terms of the end-effector position and orientation. The Jacobian presents the relation between the joint and the end effector position velocities. The paper shows the kinematics of the SCARA robot with four degrees of freedom, the four degrees manipulator is different from others. The paper shows the kinematics of the cylindrical robot with three degrees of freedom.

2. **SCARA Robot.** The SCARA arm (for Selective Compliant Articulated Robot for Assembly) is a popular manipulator, which, as its name suggests, is tailored for assembly operations. Although the SCARA has an RRP structure, it is quite different from the spherical manipulator in both appearance and in its range of applications. Unlike the spherical design, which has z_0 perpendicular to z_1, and z_1 perpendicular to z_2, the SCARA has z_0, z_1 and z_2 mutually parallel.