



# **INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**

---

**ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA  
UNIDAD PROFESIONAL “ADOLFO LÓPEZ MATEOS”  
SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN**

## **DETERMINACIÓN DE CURVAS DE FRAGILIDAD DE UN EDIFICIO DE MARCOS DE CONCRETO REFORZADO, PARA DETERMINADAS EXCITACIONES SÍSMICAS**

**TESIS QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS CON  
ESPECIALIDAD EN ESTRUCTURAS**

**PRESENTA:**

**INGENIERO CONSTRUCTOR MILITAR JUAN EDMUNDO MAYORGA  
CASTRO**

**DIRECTORES:  
ESTEBAN FLORES MÉNDEZ  
HÉCTOR AURELIANO SÁNCHEZ SÁNCHEZ**





SIP-14-BIS

# INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

## ACTA DE REVISIÓN DE TESIS

En la Ciudad de México D. F. siendo las 20:00 horas del día 14 del mes de junio del 2010 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de Tesis, designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de E.S.I.A.-U.Z. para examinar la tesis titulada:  
"DETERMINACIÓN DE CURVAS DE FRAGILIDAD DE UN EDIFICIO DE MARCOS DE CONCRETO REFORZADO, PARA DETERMINADAS EXCITACIONES SÍSMICAS".

Presentada por el alumno:

Mayorga Castro Juan Edmundo  
Apellido paterno Apellido materno Nombre(s)  
Con registro: 

|   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 0 | 6 | 0 | 0 | 7 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|---|

aspirante de:

MAESTRO EN CIENCIAS EN ESTRUCTURAS

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **APROBAR LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

### LA COMISIÓN REVISORA

Directores de tesis

\_\_\_\_\_  
Dr. Estebán Flores Méndez

\_\_\_\_\_  
Dr. Hector Aureliano Sánchez Sánchez

\_\_\_\_\_  
Dr. Ramsés Rodríguez Rocha

\_\_\_\_\_  
Dr. Jorge Luis Alamilla López

\_\_\_\_\_  
Dr. Norberto Domínguez Ramírez

PRESIDENTE DEL COLEGIO DE PROFESORES



M. en C. Pino Durán Escamilla  
SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN



**INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**  
**SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO**

**CARTA CESION DE DERECHOS**

En la Ciudad de México, D.F., el día 28 del mes Junio del año 2010, el (la) que suscribe JUAN EDMUNDO MAYORGA CASTRO alumno (a) del Programa de MAESTRÍA EN CIENCIAS EN ESTRUCTURAS con número de registro A-060072, adscrito a ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA UZ, manifiesta que es autor (a) intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección del DR. ESTEBAN FLORES MÉNDEZ Y DR. HÉCTOR AURELIANO SÁNCHEZ SÁNCHEZ y cede los derechos del trabajo intitulado **"DETERMINACIÓN DE CURVAS DE FRAGILIDAD DE UN EDIFICIO DE MARCOS DE CONCRETO REFORZADO, PARA DETERMINADAS EXCITACIONES SÍSMICAS"**, al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección [mayorgaimc@hotmail.com](mailto:mayorgaimc@hotmail.com). Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.



JUAN EDMUNDO MAYORGA CASTRO

## AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer a mi esposa e hijas, Maritza, Allison y Vielka, por estar siempre a mi lado. Saben muy bien, que son la luz que ilumina mi camino, gracias por su apoyo y sacrificio.

A mis padres Edmundo y Esperanza, por todo el cariño, confianza y apoyo que me han brindado siempre, y han sido un ejemplo de perseverancia y fe.

A mis hermanas Laura y Raquel, porque siempre confiaron en mí y me motivaron con su fuerza y valentía a seguir adelante.

A mis maestros por todas sus enseñanzas y el tiempo que nos dedicaron.

A mis asesores, maestros y amigos, Dr. Esteban Flores Méndez y Dr. Héctor Aureliano Sánchez Sánchez, porque sin su valiosa ayuda no hubiera sido posible la terminación de este trabajo, pero por sobre todo saber que se tiene un amigo en su persona.

A mis amigos y compañeros por sus consejos y apoyo incondicional.

Un agradecimiento en especial al Cap. 1/o I. C. Carlos Albarrán Sam, por su valioso apoyo, sin el cual no estaríamos en estos instantes tan importantes.

## RESUMEN

La constante ocurrencia de sismos en nuestro territorio ha dejado enseñanza que debemos estudiar y analizar, y poder mitigar el riesgo sísmico al que están expuestas nuestras edificaciones. Una de las técnicas más utilizadas para lograrlo son las curvas de fragilidad.

En términos generales, las curvas de fragilidad proporcionan la probabilidad acumulada de sufrir o exceder un estado de respuesta máxima de la estructura, cuando se le somete a sismos de cierta intensidad.

En este trabajo se propone y aplica una metodología para la generación de las curvas de fragilidad de una edificación tipo. El procedimiento analítico se describe a continuación:

Se comienza definiendo la demanda sísmica a la que estará sujeta la estructura de estudio. Y teniendo en cuenta que en la mayoría de las ocasiones no se cuenta con los registros sísmicos suficientes como para poder representar el peligro o amenaza, en este trabajo se propone el empleo de técnicas de simulación sísmica, para lo cual se generaron 1,000 acelerogramas, para cada una de las intensidades que variaron de 7.1 a 8.4° en la escala de Richter, es decir se generaron en total 14,000 sismos sintético.

Posteriormente se define un modelo estructural para representar el comportamiento mecánico del edificio. Aquí se utilizó un modelo numérico construido a base elementos definidos como vigas-columnas. Así mismo se utilizó un modelo no lineal del material. Con estos modelos, se realizan análisis dinámicos no –lineales a partir de la demanda sísmica ya establecida, esto es para cada uno de los acelerogramas sintéticos.

Para analizar la respuesta del edificio, se establece un índice que determina la magnitud de los posibles daños de la estructura. Para el presente trabajo se empleó la distorsión de entrepiso, debido a que los elementos estructurales y algunos componentes no estructurales son sensibles a los desplazamientos relativos entre diferentes niveles producidos durante los sismos. Además, este parámetro se utiliza para controlar la respuesta de las estructuras en las diferentes normativas de diseño sismorresistente, lo cual facilita considerablemente la implementación de los resultados obtenidos.

Finalmente, la generación de las curvas de fragilidad se hace a partir del tratamiento estadístico y probabilístico de la información de las respuestas simuladas.

Las principal aportación derivada de este trabajo, fue la de proponer una metodología para genera curvas de fragilidad, a partir de métodos estadísticos y probabilísticos, de un edificio estructurado a base de marcos de concreto reforzado, sin embargo esta metodología puede ser mejorada, considerando las variaciones en la resistencia de los materiales.

## ABSTRACT

The continued occurrence of earthquakes in our country has left teaching that we must study and analyze, and to mitigate the seismic risk that our buildings are exposed. The fragility curves are one of the most recalled and useful techniques to perform such studies.

The fragility curves provides in a simple format the cumulative probability to experiment or to exceed a state of maximum response of the structure, when it is subjected to earthquakes of a certain intensity.

In this work, a methodology and its application for the generation of fragility curves is proposed for a typical building. The general procedure is described below:

First, it is important to know and to define the seismic demand schemes at which the structure will be subjected. In this work, by considering that in most cases there are no seismic records as available and enough as it is desired to represent the overall danger, it is proposed the use of seismic simulation techniques. For this purpose, around 1000 synthetic accelerograms were generated for each of the magnitudes between the thresholds of 7.1° to 8.4° based on the Richter scale. That means that 14,000 total synthetic earthquakes were generated.

Subsequently we define a structural model to represent the mechanical behavior of the building. Here we use a numerical model built with elements beam-column. A nonlinear material model It is also used to represent the reinforced concrete behavior. With these models, non-linear dynamic analysis were performed based on the seismic demand already established, andfor each one of the synthetic accelerograms.

To analyze the response of the building, an index that determines the level of possible damage to the structure is required. Because the structural and some nonstructural components are sensitive to relative movement between different levels produced during earthquakes, In the present work, the drift was established. In addition, this parameter is used to examine the response of structures in different seismic design standards, which greatly facilitates the implementation of the results.

Finally, the fragility curves can be generated from the information of the simulated responses through the statistical analysis and the application of probabilistic concepts.

The principal contribution of this paper, was propose a methodology for generate curves of fragility, from statistical methods and probabilistic, of a building of reinforced concrete, however, this methodology could be improved, by considering variations in the strength of materials.

# *DETERMINACIÓN DE CURVAS DE FRAGILIDAD DE UN EDIFICIO DE MARCOS DE CONCRETO REFORZADO, PARA DETERMINADAS EXCITACIONES SÍSMICAS*

## ÍNDICE

## CONTENIDO GENERAL

|  | <b>Pág.</b> |
|--|-------------|
| Agradecimientos  | i           |
| Resumen  | ii          |
| Abstract   | iii         |
| Índice   | iv          |
| Índice de figuras  | vi          |
| Índice de tablas   | viii        |
| Capítulo 1.Introducción.   | 1           |
| 1.1    Introducción  | 2           |
| 1.2    Estado del arte   | 2           |
| 1.2.1    Métodos basados en observaciones de campo                               | 3           |
| 1.2.2    Métodos experimentales  | 3           |
| 1.2.3    Métodos a partir de la opinión de expertos                              | 4           |
| 1.2.4    Métodos analíticos  | 4           |
| 1.3    Objetivo  | 15          |
| 1.4    Metas   | 15          |
| 1.5    Justificación   | 15          |
| 1.6    Contenido de la tesis.  | 16          |
| Capítulo 2.Generación de curvas de fragilidad.                                   | 17          |
| 2.1    Introducción  | 18          |
| 2.2    Metodología   | 18          |
| 2.3    Generación de acelerogramas sintéticos.                                   | 19          |
| 2.3.1    Simulación sísmica empleando el método de la función de Green empírica. | 19          |
| 2.4    Definición de los criterios para la identificación de los estados limite. | 26          |
| 2.5    Análisis dinámico no lineal   | 26          |
| 2.6    Funciones de distribución de probabilidad de daño.                        | 27          |
| 2.7    Curvas de fragilidad.   | 27          |

|  |    |
|--|----|
| Capítulo 3. Caso de estudio                                | 28 |
| 3.1 Introducción.  | 29 |
| 3.2 Consideraciones empleadas en el análisis               | 29 |
| 3.3 Descripción del edificio.                              | 29 |
| 3.4 Propiedades geométricas de los elementos estructurales | 29 |
| 3.4.1 Columnas   | 29 |
| 3.4.2 Trabes   | 31 |
| 3.5 Propiedades de los materiales                          | 31 |
| 3.6 Modelado de la estructura                              | 32 |
| 3.6.1 Modelado de los elementos                            | 32 |
| 3.7 Métodos de análisis                                    | 37 |
| 3.7.1 Respuesta estructural no lineal                      | 37 |
| 3.7.2 Modelo no lineal con un grado de libertad            | 38 |
| 3.7.3 Análisis paso a paso                                 | 39 |
| 3.8 Registros sísmicos simulados                           | 40 |
| Capítulo 4. Curvas de fragilidad                           | 43 |
| 4.1 Curvas de fragilidad                                   | 44 |
| Conclusiones y Recomendaciones                             | 48 |
| Bibliografía   | 51 |

## Índice de figuras

|   | <b>Pág.</b> |
|---|-------------|
| <b>Capítulo 2. Generación de curvas de fragilidad</b>   |             |
| Figura 2.1 Esquema de los pasos requeridos para la generación de curvas de fragilidad   | 18          |
| Figura 2.2 Descripción de las funciones de Green. Puntos individuales sobre la superficie de falla, se desplazan con funciones $\delta(t)$ de deslizamiento, como se indica en el gráfico.                      | 20          |
| Figura 2.3 Funciones de deslizamiento en varios puntos sobre una superficie de falla hipotética. Tanto la forma como la amplitud de las funciones de deslizamiento pueden variar irregularmente sobre la falla. | 21          |
| Figura 2.4 Ejemplo de curvas de fragilidad.   | 27          |
| <b>Capítulo 3. Caso de estudio</b>  |             |
| Figura 3.1 Planta del edificio  | 30          |
| Figura 3.2 Vista en alzado. Coordenadas de los nodos  | 30          |
| Figura 3.3 Sección y armado de las columnas   | 30          |
| Figura 3.4 Sección y armado de las trabes   | 31          |
| Figura 3.5 Diagrama de interacción obtenido de la columna central   | 33          |
| Figura 3.6 Diagrama de interacción obtenido de la columna de orilla   | 34          |
| Figura 3.7 Superficie de fluencia de las columnas   | 34          |
| Figura 3.8 Superficie de fluencia de las trabes   | 36          |
| Figura 3.9 Modelo mecánico bilineal de endurecimiento por deformación.  | 37          |
| Figura 3.10 Acelerograma semilla de magnitud 6.9  | 41          |
| Figura 3.11 Sismo semilla y sismos sintéticos   | 42          |
| Figura 3.14 Acelerograma semilla de magnitud 6.9  |             |
| <b>Capítulo 4. Curvas de Fragilidad</b>   |             |
| Figura 4.1 a) Histograma de la distorsión de entrepiso del 1er nivel en función de la magnitud. b) Histograma de la distorsión de entrepiso del 1er nivel para la magnitud 8.4.                                 | 45          |
| Figura 4.2 a) Histograma de la distorsión de entrepiso del 2o nivel en función de la magnitud. b) Histograma de la distorsión de entrepiso del 2o nivel para la magnitud 8.4.                                   | 45          |
| Figura 4.3 a) Histograma de la distorsión de entrepiso del 3er nivel en función de la magnitud. b) Histograma de la distorsión de entrepiso del 3er nivel para la magnitud 8.4.                                 | 45          |
| Figura 4.4 Comparación de los Histogramas de la distorsión de los entrepisos E1 (rojo), E2 (negro) y E3 (azul) del Marco en estudio para la magnitud 8.4.   | 46          |
| Figura 4.5 Curvas de fragilidad del primer nivel del Marco en estudio, correspondientes a distintos estados límite de distorsión de entrepiso.  | 46          |

|  |    |
|--|----|
| Figura 4.6 Curvas de fragilidad del segundo nivel del Marco en estudio,<br>correspondientes a distintos estados límite de distorsión de entrepiso. | 47 |
| Figura 4.7 Curvas de fragilidad del tercer nivel del Marco en estudio, correspondientes a<br>distintos estados límite de distorsión de entrepiso.  | 47 |

## Índice de tablas

|  | <b>Pág.</b> |
|--|-------------|
| <b>Capítulo 3. Caso de estudio</b>                 |             |
| Tabla 3.1 Propiedades mecánicas de los materiales. | 31          |

# Capítulo 1

## Introducción



CURVA DE FRAGILIDAD

### Resumen

El presente capítulo se plantea el estado del arte de los métodos para calcular parámetros indicadores, curvas de fragilidad. Se esboza la metodología que seguirá el actual trabajo.

## 1.1 INTRODUCCIÓN

Evaluar el impacto que tienen los sismos en las estructuras es una tarea importante por las pérdidas de vidas y económicas que ocasionan, por lo que es necesario contar con un método que cuantifique, confiable y eficazmente, la probabilidad de que una estructura incurra en cierto nivel de daño (estados límite) por estar sujeta a un sismo de intensidad dada, como puede ser agrietamiento, fluencia o colapso.

Una de las formas más utilizadas para representar o evaluar dicho impacto en una estructura son las curvas de fragilidad. Éstas representan la probabilidad de que la respuesta de una estructura exceda un determinado estado límite, en función de un parámetro que define la intensidad del movimiento del suelo. En otras palabras, puede decirse que son una medida de la vulnerabilidad sísmica de una estructura en términos probabilistas.

La construcción de estas curvas, requiere de un entendimiento completo de los mecanismos de respuesta del sistema estructural para diferentes niveles de la demanda sísmica, los cuales varían entre movimientos frecuentes de baja intensidad hasta movimientos fuertes poco frecuentes.

Las curvas de fragilidad son de gran utilidad para los ingenieros de diseño, investigadores, expertos en confiabilidad, expertos en compañías de seguros, entre otros, debido a que son un ingrediente esencial para los siguientes tipos de estudio:

- evaluación del riesgo sísmico de los sistemas estructurales
- análisis, evaluación y mejora del funcionamiento sísmico tanto de los sistemas estructurales como de los no estructurales
- identificación de diseños óptimos y estrategias de rehabilitación
- determinación de las probabilidades de los márgenes de seguridad de las estructuras para diferentes movimientos sísmicos, las cuales pueden servir para la toma de decisiones y elaboración de las normativas utilizadas por las entidades responsables de la seguridad de los sistemas y protección de los usuarios.

## 1.2 ESTADO DEL ARTE

La estimación del daño y la evaluación de edificios son campos de la ingeniería que avanzan rápidamente. La necesidad de una eficiente estimación de las pérdidas socio-económicas luego de un sismo fuerte ha impulsado en el mundo el desarrollo de nuevas metodologías para la evaluación de edificaciones existentes.

Los distintos métodos para la evaluación de edificios varían en precisión y esfuerzo dedicado para su aplicación. El tipo de método seleccionado depende entonces del objetivo de evaluación, de la disponibilidad de información del edificio y de la tecnología a la que se puede acceder.

A continuación se presentan los principales métodos utilizados para la generación de las curvas de fragilidad, los cuales difieren básicamente en los datos de entrada y en el método de obtención de las probabilidades asociadas en cada estado de daño.

### 1.2.1 Métodos basados en observaciones de campo

Los métodos utilizados para la generación de curvas de fragilidad a partir de los daños observados, son de gran utilidad para calibrar los resultados obtenidos con los métodos analíticos y/o ensayos de laboratorio. En este sentido, por ejemplo, los daños registrados durante los sismos de Marmara, en Turquía y Chi Chi, en Taiwán fueron de gran utilidad para el desarrollo de curvas de fragilidad (Shinozuka, et al., 2000).

Este tipo de métodos fue usado por primera vez en 1974. Están basados en matrices de probabilidad de daño para varios tipos de edificios.

Para aplicar éstos métodos, las estructuras existentes se clasifican por tipologías y para cada una de ellas, se definen varias clases de acuerdo a las principales características geométricas (altura, área en planta, número de niveles, etc.) y a los aspectos relacionados con el uso e importancia de las estructuras. En cuanto a la intensidad del movimiento, ésta se determina en cada una de las zonas donde se encuentran localizadas las estructuras analizadas. Así, a partir de los daños observados durante las inspecciones, después de ocurrido un sismo, es posible generar curvas de fragilidad.

Este tipo de métodos requieren de la participación de expertos en diseño, análisis y patología de estructuras para poder elaborar los formularios de inspección que permiten describir los daños observados. Generalmente, estos formularios se componen de una serie de preguntas, tipo test, las cuales pueden ser luego utilizadas para relacionar los daños observados con el grado de deterioro de la estructura.

Un ejemplo reciente de aplicación de este tipo de metodologías, son las curvas de fragilidad desarrolladas por Yagamuchi y Yamazaki (2000) para los edificios de Japón, a partir del informe realizado por el gobierno de la ciudad de Nishinomiya de los daños observados en diferentes estructuras después del sismo del 17 de enero de 1995 en Kobe, Japón.

Los métodos basados en las observaciones de campo, sólo deben ser utilizados para evaluar, de manera global, el comportamiento de las estructuras de una misma clase y no son recomendados para el análisis de una estructura en particular.

### 1.2.2 Métodos experimentales

El mismo procedimiento empleado para generar las curvas de fragilidad a partir de observaciones de daño, puede ser empleado para los datos obtenidos a partir de ensayos de laboratorio. En este caso, el rango de intensidades y el tipo de estructura puede ser controlado de acuerdo a los requerimientos previamente establecidos. Sin embargo, los ensayos pueden ser costosos y la cantidad de observaciones de daños está limitada al número de pruebas que se realicen.

Estos métodos implícitamente, requieren de una serie de simplificaciones impuestas por el modelo a escala que se construye para representar el comportamiento de la estructura y por los patrones de carga utilizados para modelar la acción sísmica. Sin embargo, debe intentarse que estas simplificaciones no alteren la respuesta esperada de la estructura ante determinados

movimientos sísmicos, para que, de esta forma, los resultados obtenidos puedan ser representativos del comportamiento global de la estructura.

En la actualidad, existen básicamente dos tipos de ensayo que pueden ser utilizados para construir estas curvas: ensayos de carga monotónicamente creciente mediante actuadores de carga o desplazamientos y ensayos sobre mesa vibratoria, utilizando historias temporales de aceleración.

### 1.2.3 Métodos a partir de la opinión de expertos

La estimación del porcentaje esperado de daño que puede sufrir un grupo de estructuras ante una intensidad sísmica dada, se determina también a partir de las respuestas de expertos en análisis, diseño y patología estructural, a una serie de preguntas relacionadas con el comportamiento de la estructura considerada. A partir de esta información se puede calcular un parámetro cuantificador del daño, que es función de la intensidad sísmica del movimiento. Una vez calculado este factor, para todas las estructuras correspondientes a una misma clase, se determinan los estadísticos de los resultados obtenidos y se ajusta una función de distribución de probabilidad. Posteriormente, se establecen los estados discretos de daño que se desean considerar y, para cada uno de estos, se define un intervalo de variación del parámetro cuantificador del daño. Las probabilidades para cada estado de daño se pueden determinar integrando la función de distribución elegida entre los límites de los respectivos intervalos. Las curvas de fragilidad se obtienen graficando estas probabilidades para cada valor de la intensidad sísmica.

Claramente la primera desventaja es lo subjetivo del método. Es decir, además de la incertidumbre en el comportamiento de los edificios ante los sismos se suma la incertidumbre de los expertos. Adicionalmente, las curvas de fragilidad obtenidas por este tipo de métodos, son también difíciles de calibrar o modificar para incorporar nuevos métodos o tecnologías.

### 1.2.4 Métodos analíticos

Estos métodos utilizan análisis numéricos y pueden ser empleados para zonas donde no se dispone de observaciones de daños debidos a sismos, ni de suficientes resultados de ensayos de laboratorio. También pueden ser útiles para el análisis de la vulnerabilidad sísmica de una estructura en particular, como por ejemplo, el caso de estructuras esenciales.

Los resultados obtenidos con este tipo de métodos, son muy sensibles a los modelos construidos para representar las estructuras y la acción sísmica, por lo tanto, deben utilizarse modelos que representen de la mejor forma posible tanto el comportamiento sísmico estructural como las principales características de los movimientos del terreno.

Una de las grandes ventajas de este tipo de métodos, es que constituyen una herramienta fundamental para los estudios de prevención y atención de desastres, debido a que pueden ser utilizados para comenzar a reducir la vulnerabilidad y, de este modo, a reducir el riesgo a que se encuentran expuestas las estructuras, sin que sea necesaria la ocurrencia de un evento sísmico.

Existen básicamente dos tipos de métodos analíticos los probabilistas y los deterministas.

#### 1.2.4.1 Método probabilista.

Los recientes avances en la ingeniería sísmica indican que los métodos probabilistas deben ser utilizados para proporcionar las bases para la mejora del diseño sismorresistente de estructuras y para establecer las condiciones de las metodologías de evaluación del daño. Las comparaciones realizadas entre los daños observados y los calculados, muestran que, a pesar de los recientes avances en el análisis dinámico no lineal y en el modelado de estructuras, hay fuertes limitaciones en utilizar métodos puramente deterministas para evaluar el daño en las estructuras después de ocurrido un sismo. Las incertidumbres tanto en los parámetros sísmicos como estructurales, pueden producir discrepancias significativas entre el comportamiento observado y el calculado. Por lo tanto, los métodos probabilistas son esenciales para proporcionar una perspectiva del comportamiento estructural ante la ocurrencia de un determinado sismo (Ellingwood, 2001).

Uno de los puntos más importantes para obtener las curvas de fragilidad utilizando métodos, consiste en definir adecuadamente el Parámetro indicador de Intensidad Sísmica (*PIS*) y el Parámetro Indicador del Daño (*PID*). En el caso de la acción sísmica, una solución ideal para este problema, sería contar con un amplio número de registros de sismos que hayan ocurrido en la zona de interés, que permitieran definir claramente la sismicidad de la zona y los efectos locales. “Desafortunadamente” son muy pocas las zonas que, aun con una actividad sísmica alta, disponen de una cantidad suficiente de registros. Una forma de superar esto, consiste en generar un grupo de acelerogramas sintéticos, a partir de la información existente, que reflejen tanto las variaciones de intensidad, duración, amplitud y contenido frecuencial, como las condiciones del suelo. En cuanto al indicador de la respuesta estructural, es necesario seleccionar un parámetro que permita cuantificar el daño y que puede relacionarse, a partir de ciertos criterios, con los estados discretos de daño, los cuales describen de manera cualitativa los efectos producidos por en el sismo en la estructura.

Una vez definidos los indicadores de la acción sísmica y la respuesta estructural, es necesario determinar la relación existente entre ambos parámetros desde el punto de vista probabilista. Lo anterior, implica llevar a cabo una serie de análisis dinámicos no lineales, que permitan cuantificar el efecto del grupo de acelerogramas sintéticos sobre el modelo estructural. Se obtienen de esta forma, para cada valor del indicador de la intensidad del movimiento, las curvas que relacionan la probabilidad acumulada de daño con el parámetro seleccionado para representar la respuesta estructural. Finalmente, teniendo en cuenta estas curvas y los límites de los estados discretos definidos previamente, se obtienen las curvas de fragilidad.

Como se menciono anteriormente, existen dos parámetros que son imprescindibles, para la generación de las curvas de fragilidad, el *PIS* y el *PID*, existen numerosos índices que han sido estudiados para ambos casos, los cuales se mencionan a continuación.

##### i. Parámetros indicadores de intensidad sísmica.

El tipo de modelo que se elige para la simulación sísmica, depende de las propiedades de la estructura que se vaya a analizar, de las condiciones del suelo donde esta se desplante y de la presencia de fuentes sísmicas cuya actividad pueda afectar a la estructura.

- Amplitud del movimiento del terreno.

Los parámetros utilizados para describir la amplitud del movimiento del terreno incluyen al desplazamiento pico del terreno PGD, a la velocidad pico del terreno PGV y a la aceleración pico PGA. Como las fuerzas de inercia que actúan sobre una estructura en un evento sísmico dependen de la aceleración del terreno, el más ampliamente usado de estos índices es la aceleración pico, sin embargo se ha comprobado que este indicador tiene una pobre correlación con el daño ya que sismos con el mismo PGA pueden ser muy diferentes en su contenido de frecuencia, duración y niveles de energía y tener por lo tanto distintos niveles de daño.

Mohraz, con el fin de mejorar este índice definió el cociente

$$\frac{PGV}{PGA} = \frac{v}{a} \quad (1.1)$$

y el cociente del producto:  $PGA * PGD / PGV^2 = av/d^2$ .

$$\frac{PGA * PGD}{PGV^2} = \frac{av}{d^2} \quad (1.2)$$

Mohraz concluye que  $v/a$  es sustancialmente menor para suelos rocosos que para suelos sedimentarios. Zhu et al, sugieren que el cociente  $a/v$  proporciona información sobre el contenido de frecuencia y duración del movimiento de fuerte del sismo. Muestran que para señales con alto contenido de frecuencias  $a/v$  es grande comparado con el cociente  $a/v$  que resulta de señales con bajas frecuencias. Así, como la atenuación de la velocidad con la distancia a la fuente es menor que la de la aceleración, el cociente  $a/v$  es grande para zonas cerca de la fuente sísmica y bajo para zonas que se encuentren lejos.

- Duración de movimiento fuerte.

Hay varias definiciones de la duración de tiempo fuerte en la literatura como son la de Bolt, la de Trifunac y Brady, de McCann y Shah, y la de Vanmarcke y Lai. La definición de Trifunac y Brady, a diferencia de las otras, se basa en la acumulación de energía y es el tiempo necesario para acumular el 90% de la energía del sismo. Si  $T_1$  es el tiempo en el que empieza el movimiento fuerte y  $T_2$  el tiempo en el que termina, las dos ecuaciones siguientes determinan la duración del movimiento fuerte:

$$\int_0^{T_1} a^2(t)dt = 0.05 \int_0^{T_d} a^2(t)dt, \quad \text{y} \quad \int_0^{T_2} a^2(t)dt = 0.95 \int_0^{T_d} a^2(t)dt, \quad (1.3)$$

donde:  $T_d$  es la duración total del sismo y  $a(t)$  la aceleración del terreno al tiempo  $t$ . La duración del tiempo fuerte entonces es:

$$T_s = T_2 - T_1. \quad (1.4)$$

- Intensidad espectral de Housner.

Housner, definió una medida de la intensidad sísmica en términos de las áreas debajo de los espectros de pseudovelocity y pseudoaceleración entre los períodos 0.1 y 2.5 segundos:

$$I_H = \int_{0.1}^{2.5} S_v(T, \xi) dT = \frac{1}{2\pi} \int_{0.1}^{2.5} S_a(T, \xi) T dT, \quad (1.5)$$

donde  $S_v(T, \xi)$  y  $S_a(T, \xi)$  son la pseudovelocity y pseudoaceleración, respectivamente, para un período sin amortiguar  $T$  y razón de amortiguamiento  $\xi$  dados.

La intensidad espectral de Housner es el primer momento del área de  $S_a(T, \xi)$  ( $0.1 \leq T \leq 2.5$  segundos) alrededor del eje  $S_a$ , lo que arroja como resultado que dicho índice sea mayor para sismos ricos en frecuencias bajas que para sismos donde prevalecen las frecuencias altas, entonces una intensidad espectral de Housner alta causaría más daño a estructuras altas.

- Intensidad de Arias.

Arias, define la intensidad sísmica  $I$  como la suma de la energía transferida a todos los osciladores de un grado de libertad con distinto período:

$$I = \int_0^{\infty} E d\omega, \quad (1.6)$$

donde  $E$  es igual a la energía sísmica por unidad de frecuencia transferida a un oscilador de un grado de libertad y  $\omega$  es la frecuencia del oscilador. Utilizando el teorema de Parseval se puede escribir en la forma:

$$I = \frac{\pi}{2g} \int_0^{T_d} a^2(t) dt, \quad (1.7)$$

donde  $I$  es la intensidad con amortiguamiento cero,  $a(t)$  la aceleración del terreno al tiempo  $t$ ,  $T_d$  la duración total del sismo y  $g$  la aceleración de la gravedad.

La intensidad de Arias proporciona una estimación de la energía total del sismo, pero no información sobre el contenido de frecuencias ni sobre la duración del movimiento fuerte.

- La raíz cuadrada de la aceleración media cuadrática.

La aceleración RMS incorpora el tiempo de duración fuerte y la intensidad total del sismo y se define:

$$\sigma_0 = \left[ \frac{1}{T_s} \int_{T_s} a^2(t) dt \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (1.8)$$

donde  $\sigma_0$  es la aceleración RMS del movimiento de terreno fuerte,  $T_s$  es la duración del movimiento fuerte y  $a(t)$  la aceleración del terreno al tiempo  $t$ .

La aceleración RMS es una medida de la velocidad de transferencia de energía del sismo a la estructura, pero no proporciona información sobre el contenido de frecuencias.

- El factor de potencia de destrucción.

Araya y Saragoni, propusieron el factor de potencial de destrucción  $P_D$ , que incorpora la intensidad de Arias y la frecuencia de cruzamientos por cero  $\nu_0$ , y se define:

$$P_D = \frac{I_A}{\nu_0^2}, \quad (1.9)$$

donde  $I_A$  es la intensidad de Arias y  $\nu_0$  la frecuencia de cruzamientos por cero.

El factor de potencia de destructividad considera la amplitud del movimiento del terreno, la duración del movimiento fuerte en la intensidad de Arias y el contenido de frecuencias en la frecuencia de cruzamientos por cero. Araya y Saragoni, demuestran que este índice correlaciona bien con el de la intensidad de Mercalli modificada MMI. Uno de los inconvenientes que presenta es su ambigüedad respecto a los valores que se introducen en  $I_A$  y  $\nu_0$ , ya que pueden existir registros sísmicos con los mismos factores de potencial de destructividad pero con valores muy diferentes de  $I_A$  y  $\nu_0$ . Por ejemplo, un registro sísmico con una frecuencia de cruzamientos por cero baja causará menos daño a una estructura de período corto que a una de período largo, aún cuando el factor de potencial de destructividad para las dos sea el mismo.

- Espectro de respuesta.

El espectro de respuesta lineal elástico es la aceleración máxima de la respuesta de un sistema de un grado de libertad, de período y coeficiente de amortiguamiento dados, a un registro sísmico; definiéndose de manera análoga los espectros de velocidad y desplazamiento relativos. La energía potencial elástica acumulada por una estructura sujeta a sismo se puede estimar a través de los espectros mencionados en la forma:

$$E = \frac{1}{2} k S_d^2(T, \xi) = \frac{1}{2} m S_v^2(T, \xi), \quad (1.10)$$

donde  $E$  es la máxima energía transmitida por el sismo a la estructura,  $m$  es la masa del sistema de un GDL,  $k$  es la rigidez del sistema de un GDL,  $\xi$  es la razón de amortiguamiento del sistema de un GDL,  $S_d$  es la ordenada del espectro de desplazamiento evaluada en el período natural del

sistema de un GDL y  $S_v$  es la ordenada del espectro de pseudovelocidad evaluada en el período natural del sistema de un GDL.

Para un sistema no lineal de un GDL, la energía sísmica transmitida por el movimiento del terreno se puede estimar integrando la ecuación de movimiento del sistema:

$$m\ddot{x}_t + c\dot{x} + f_s = 0, \quad (1.11)$$

donde  $m$ ,  $c$  y  $f_s$  son la masa, la viscosidad y la fuerza de restauración del sistema de un GDL, respectivamente,  $x_t$  es el desplazamiento absoluto de la masa igual a  $x + x_g$ ,  $x$  es el desplazamiento relativo de la masa con respecto al suelo y  $x_g$  es el desplazamiento del suelo debido al sismo. La fuerza de restauración para un sistema elástico se puede expresar en la forma  $kx$ , donde  $k$  es la rigidez del sistema de un GDL. Utilizando la definición de  $x_t$ , se lleva la ecuación (22) a la forma:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + f_s = -m\ddot{x}_g. \quad (1.12)$$

- Segmento de ruido blanco estacionario.

Este es el modelo más simple que conserva las grandes irregularidades de los sismos. Este es adecuado para sistemas lineales de un grado de libertad, si las ordenadas espectrales esperadas de la familia de sismos simulados varían suavemente en las cercanías del período natural de la estructura, con período no muy corto (para sismos en terreno firme, no menores que  $v/2\pi a$ , donde  $v$  y  $a$  son la velocidad y la aceleración máxima del terreno, respectivamente). Es también adecuado para sistemas de un grado de libertad, ligeramente no lineales si además, el espectro esperado de aceleraciones es casi plano considerablemente más allá del período natural de la estructura, Rosenblueth E. (1991).

- Segmento de proceso Gaussiano estacionario.

Con él se pueden generar una familia de movimientos simulados cuyas ordenadas espectrales sigan una ley específica. Tales movimientos de suelo son adecuados para el análisis de sistemas lineales de varios grados de libertad. Sin embargo, una limitación de éste es que si el movimiento del lecho de roca es Gaussiano, éste no puede permanecer Gaussiano después de haber sido filtrado a través de un suelo con comportamiento no lineal, Rosenblueth E. (1991).

- Proceso Gaussiano y una función determinística en el tiempo.

Esta última reproduce las fases de crecimiento de la energía, aproximadamente estacionaria, y de decaimiento de los sismos reales. Este modelo es más preciso que el anterior para sistemas lineales y puede también usarse para no lineales, siempre que la absorción de energía histerética sea suficientemente alta para que la dependencia del contenido de frecuencia con respecto al tiempo no tenga efectos significativos, Rosenblueth E. (1991).

- Respuesta de un oscilador armónico amortiguado a un segmento de ruido blanco o Gaussiano.

Cambia en su contenido de frecuencia con el tiempo de manera similar a la de los sismos reales. Su modulación de la amplitud se parece también a la de los sismos reales. Puede ser adecuado para analizar todo tipo de estructuras, incluso elásticas no lineales, cuyas respuestas son bastante sensibles a la dependencia del contenido de frecuencias con respecto al tiempo este aspecto no se controla en la simulación, Rosenblueth E. (1991).

- Generación de movimientos simulados según un modelo físico.

Se supone que se generan ondas P, S y superficiales en una serie de focos muy cercanos sobre una línea recta, simulando así la propagación de la falla. Cada onda generada se repite entonces varias veces con cambios de fase y amplitud aleatorios, simulando así el proceso natural. El modelo puede reproducir así efectos direccionales y tantos movimientos del terreno como se desee (incluidos rotacionales y traslacionales) siempre que el suelo real se comporte como en el modelo, Rosenblueth E. (1991).

- Método de simulación sísmica llamado Función de Green Empírica.

Este método es el que se empleará en el presente trabajo de investigación, el cual considera que el sismo que se registra en cierto lugar, debido al deslizamiento de una falla tectónica, se puede obtener considerando las contribuciones del movimiento del suelo, en el lugar dado, debido al deslizamiento de distintos puntos sobre dicha falla. Para hacer esto, primero hay que especificar cómo se desliza cada punto sobre la falla durante el sismo, y determinar para cada punto sobre la falla, como se mueve el suelo en el lugar donde se realiza el registro cuando uno sólo de estos puntos se desliza. Una vez que se conoce el movimiento del suelo en el lugar de registro debido al deslizamiento de cada punto sobre la falla, el movimiento “total” del suelo es la suma de todos los movimientos del suelo causados por el deslizamiento individual de los puntos sobre la falla. Una descripción más detallada del método se planteara en capítulos subsecuentes.

ii. Parámetros indicadores de daño.

- Índices de daño no acumulativo.

Los primeros índices de daño que fueron considerados sólo tomaban en cuenta la ductilidad y el desplazamiento de entrepiso. El índice de ductilidad se define para rotación, curvatura o desplazamiento de la forma:

$$\mu_{\theta} = \frac{\theta_m}{\theta_y} = 1 + \frac{\theta_m - \theta_y}{\theta_y}, \quad \mu_{\phi} = \frac{\phi_m}{\phi_y} = 1 + \frac{\phi_m - \phi_y}{\phi_y}, \quad (1.13)$$

$$\mu_{\delta} = \frac{\delta_m}{\delta_y} = 1 + \frac{\delta_m - \delta_y}{\delta_y},$$

respectivamente, donde para el caso del cálculo de  $\theta_y$ , Williams, et al, sugieren que se derive suponiendo que el miembro fluya a flexión antisimétrica. En todos los casos, el cociente se calcula para la sección más dañada a lo largo de la longitud de todo el miembro y no para el miembro como un todo. A pesar de sus limitaciones con respecto a las cargas cíclicas, la ductilidad continúa siendo un parámetro de diseño crítico y es ampliamente utilizada en la evaluación estructural, Mosalam, et al. El índice de daño de distorsión de entrepiso se define considerando primero:

$$\delta_s^{\max} = \left[ \Delta_r^{\max} \frac{\phi_s - \phi_{s-1}}{\phi_r} \right] / H_s \quad \left[ \frac{0}{0} \right], s = 1, \dots, r. \phi_0 = 0, \quad (1.14)$$

donde  $\Delta_r^{\max}$  es el desplazamiento máximo de la azotea,  $H_s$  es la altura del piso  $s$ , y  $\Phi_r$  y  $\Phi_s$  son las componentes de la primera forma modal correspondientes al piso número  $s$  y azotea respectivamente. El máximo de las distorsiones de entrepiso es el índice de daño<sup>(11)</sup>:

$$\delta_m^{\max} = \max(\delta_s^{\max}, s = 1, \dots, r). \quad (1.15)$$

- Índices de daño acumulativo.

El modelado del daño acumulado se realiza considerando la suma de las deformaciones plásticas relativas que resultan en la sección de máxima deformación de un miembro sujeto a cargas reversibles sísmicas, ó bien, tomando en cuenta la suma de la energía de histéresis disipada en cada ciclo por dicha sección ó con una combinación de ambas.

- Índices basados en la deformación.

Los primeros índices de daño acumulativo basados en la deformación buscaron extender el concepto de ductilidad para tomar en cuenta las cargas cíclicas. Williams et al, utilizaron una rotación acumulada normalizada:

$$NCR = \frac{\sum |\theta_m - \theta_y|}{\theta_y}, \quad (1.16)$$

esté índice fue evaluado para un amplio rango de pruebas con carga cíclica, dominadas fundamentalmente por la flexión con cargas axiales considerables, mostrando en general una buena correlación pero en el caso de falla el índice tenía una dispersión considerable.

- Índices basados en la energía.

Gosain et al, propusieron por primera vez la utilización de un índice de daño basado en la absorción de la energía:

$$D_e = \sum_i \frac{F_i \delta_i}{F_y \delta_y}, \quad (1.17)$$

sólo lasos de histéresis para los cuales  $0.75 \leq F_i/F_y$  se consideran en la suma, la suposición es que cuando la fuerza pico a caído 75% del valor de fluencia, la capacidad remanente del miembro es despreciable. Banon et al, utilizaron un índice similar para cuantificar el daño de 32 especímenes que se llevaron a la falla en laboratorio mostrando una alta dispersión de resultados. Otros autores han investigado formas similares para índices de daño que toman en cuenta distintos efectos: razón de cortante a claro y carga axial debido a Chung et al, arreglo de refuerzo debido a Darwin y Nmai. Filippou et al, encontraron que el índice de daño anterior correlaciona bien con el índice de la ecuación (3), también demostró que el índice es altamente dependiente de la resistencia del confinamiento y relativamente insensible a la historia de carga.

- Índices que consideran el daño por combinación de deformación y energía

El índice más conocido y ampliamente usado es el de Park y Ang, que consiste en una combinación lineal de deformación y absorción de energía normalizados:

$$D = \frac{\delta_m}{\delta_u} + \beta_e \frac{\int dE}{F_y \delta_u}, \quad (1.18)$$

el primer término considera el daño debido a deformación sin tomar en cuenta el daño acumulado que registra el segundo término. Este índice ha sido calibrado en un gran número de pruebas por Park, Ang y Wen, determinando para distintos intervalos de valores, el daño correspondiente del elemento:

|                     |   |
|---------------------|---|
| $D < 0.1$           | Ningún daño ó agrietamiento menor localizado.                   |
| $0.1 \leq D < 0.25$ | Daño menor ó agrietamiento menor extendido.                     |
| $0.25 \leq D < 0.4$ | Daño moderado ó agrietamiento severo, astillamiento localizado. |
| $0.4 \leq D < 1$    | Daño severo ó aplastamiento del concreto, refuerzo expuesto.    |
| $D \geq 1$          | Colapso.  |

Ang et al, sugirieron posteriormente utilizar  $D = 0.8$  para colapso.

- Índices de daño global.

Los índices de daño global proporcionan información del estado de daño total en el que se encuentra una estructura, estableciendo su intensidad y distribución. Hay diferentes formas de definirlos, una es con promedios ponderados de índices de daño local y otra es con parámetros que caracterizan el comportamiento global de la estructura como pueden ser sus formas modales.

- Índices de promedios ponderados.

Los índices de daño global utilizan normalmente dos sistemas de pesos, que se distinguen por la forma subjetiva que tienen de establecerse. El más ampliamente utilizado considera el promedio de los índices de daño local pesados con la energía local disipada, Park, Ang y Wen, Chung et al, y Kunnath et al. El índice de daño para el piso de una estructura se define:

$$D_{piso} = \frac{\sum D_i E_i}{\sum E_i}, \quad (1.19)$$

donde:  $D_i$  es igual al índice de daño local en el lugar  $i$ ,  $E_i$  es la energía absorbida en dicho lugar. El índice de daño estructural se puede calcular entonces de la misma forma. Como los lugares donde se tengan altos índices de daño serán también lugares de alta disipación de energía, los pesos deben ser mayores precisamente en los lugares de mayor daño. Entonces, en una primera aproximación, el índice refleja el estado de los elementos con mayor daño en la estructura, lo cual es adecuado pues una estructura con una parte muy dañada no debe cumplir con el estado límite de servicio, sin embargo se puede caer en una inadecuada estimación del daño global en la estructura.

- Índices basados en parámetros modales.

Un área de rápido crecimiento para la evaluación estructural consiste en la determinación de la configuración y tipo de daño a través del cambio de ciertos parámetros modales después de un evento sísmico, que pueden ser desde el cambio de los períodos de la estructura que brinda información sobre el estado de daño global de la estructura, hasta la localización del daño por medio del cambio de las formas modales.

- Índices de pérdida de rigidez.

Los índices de pérdida de rigidez buscan la relación que hay entre el daño recibido por una estructura debido a sismo y los cambios que estos ocasionan en su comportamiento modal. La degradación de rigidez que una estructura sufre ocasiona, por ejemplo, aumento de los períodos de vibración de las distintas formas modales, y distinta configuración geométrica de las mismas. Estos índices fueron incorporados a la teoría con el objetivo de evaluar rápidamente la condición en que una estructura se encuentra después de un impacto sísmico, ya que es fácil medir en campo el período y modo fundamental de una estructura.

El primer índice que se desarrolló en esta dirección se debe a Roufaiel y Meyer, quienes propusieron una relación entre un índice de daño global simple expresado en términos de desplazamiento de la azotea y los cambios correspondientes de la frecuencia fundamental de la forma:

$$D_{global} = \frac{\delta_m - \delta_y}{\delta_f - \delta_y} = \frac{14.2\delta_y (\sqrt{f_{sin}/f_{daño}} - 1)}{\delta_f - \delta_y}, \quad (1.20)$$

donde  $f_{sin}$  y  $f_{daño}$  son, respectivamente, las frecuencias fundamentales de la estructura antes y después de que se haya dañado.

Una aproximación distinta se debe a Cakmak y DiPasquale, quienes suponen que al dañarse la estructura el período fundamental cambia aún cuando la forma fundamental permanezca

inalterada; esta suposición la justifican utilizando una aproximación mecánica, en la que les es posible dividir la señal de respuesta en ventanas y definir un sistema lineal equivalente que ajuste su comportamiento dentro de cada ventana. Los cambios del período fundamental durante el sismo se pueden seguir como se muestra en la Figura 1.1.

Diferentes índices de pérdida de rigidez se han definido como son:

$$\text{pérdida de rigidez máxima:} \quad D_m = 1 - \frac{T_{\text{sin}}}{T_m}, \quad (1.21)$$

$$\text{pérdida de rigidez plástica:} \quad D_{pl} = 1 - \frac{T_{\text{daño}}^2}{T_m^2}, \quad (1.22)$$

$$\text{pérdida de rigidez final:} \quad D_F = 1 - \frac{T_{\text{sin}}^2}{T_{\text{daño}}^2}. \quad (1.23)$$

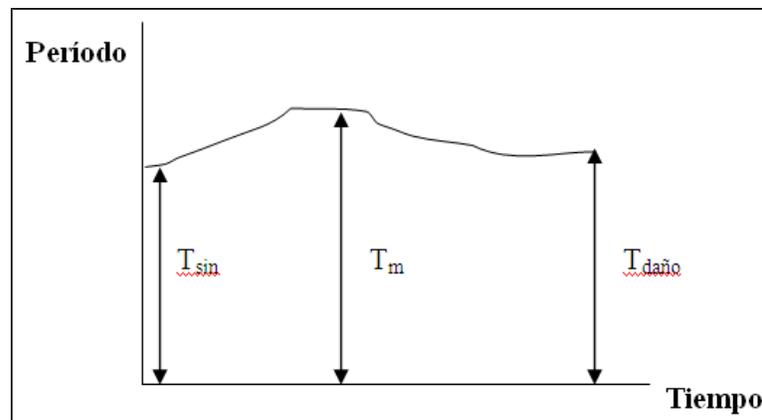


Figura 1.1. Variación del período fundamental de una estructura durante un sismo.

Rodríguez – Gómez y Cakmak, compararon el índice de pérdida de rigidez  $D_m$  con los índices locales definidos por Chung et al y por Park y Ang, encontrando que los índices tienen una buena correlación y que el índice  $D_m$ , además, es más confiable para predecir la supervivencia de la estructura a un segundo sismo.

Los índices de daño por pérdida de rigidez proporcionan poca información con respecto a la distribución del daño, un intento de mejorar esto se debe a Mork, quién definió los siguientes índices de daño para considerar, en la aproximación de pérdida de rigidez, el segundo modo de vibración:

$$D_1 = 1 - \sqrt{\frac{k_{1,m}}{k_{1,\text{sin}}}}, \quad \text{y} \quad D_2 = 1 - \sqrt{\frac{k_{2,m}}{k_{2,\text{sin}}}}, \quad (1.24)$$

donde los valores de  $k$ , son las rigideces de resorte de un sistema de dos grados de libertad con dos masas iguales y con los mismos primer y segundo períodos de la estructura dada. Así,  $k_1$  y  $D_1$ , representan la parte inferior de la estructura y  $k_2$  y  $D_2$  la parte superior. Esto permite establecer una distribución aproximada del daño.

#### 1.2.4.2 Método expedito

Los métodos analíticos para resolver problemas complejos, requieren por lo general, de una cantidad considerable de tiempo e investigación para recopilar y procesar toda la información detallada necesaria para generar las curvas de fragilidad. Adicionalmente, si se desea considerar las incertidumbres involucradas tanto en el comportamiento de la estructura como en la acción sísmica, es necesario utilizar técnicas de simulación que involucran un tiempo computacional grande y el uso de herramientas de cálculo avanzadas.

No hay duda, que existen muchos casos en los cuales no se dispone ni de información de las estructuras existentes ni mucho menos, de las características de la acción sísmica. Incluso en determinadas zonas, no se cuenta con suficientes recursos informáticos y mucho menos con el presupuesto necesario para recopilar y procesar toda la información. Por lo tanto, los métodos expeditos pueden ser una buena alternativa para superar estas limitaciones, debido a que estos involucran técnicas de análisis simples, que requieren de pocos cálculos.

### 1.3 OBJETIVO

El objetivo de esta tesis, es el de contar con una herramienta, que permita estimar el riesgo sísmico de un grupo de edificios con características estructurales similares o de una estructura esencial (puente, aeropuerto, líneas vitales, entre otras), apoyándose en un método analítico basado en la simulación estocástica del parámetro sísmico.

### 1.4 METAS

- Definir adecuadamente los parámetros de Intensidad sísmica y el parámetro indicador del daño.
- Generar 1,000 acelerogramas sintéticos, para cada una de las intensidades de 7.1 a 8.4° en la escala de Richter, es decir se generaran 14,000 sismos.
- Realizar análisis dinámico no-lineales.
- Obtención de las curvas de fragilidad.

### 1.5 JUSTIFICACIÓN

Debido a la uniformidad de las construcciones en diferentes dependencias del gobierno federal, estatal, municipal, e incluso en el sector privado, se encuentran edificios con características estructurales similares en diferentes partes de la República Mexicana. De aquí que la presente propuesta parta de la necesidad de cuantificar el riesgo sísmico de este grupo de edificaciones, de igual forma esta herramienta puede estimar el riesgo de estructuras particulares de vital importancia, como lo son hospitales, aeropuertos, puentes, entre otros.

## 1.6 CONTENIDO DE LA TESIS.

El presente trabajo está conformado por cuatro capítulos. En el primer capítulo, se presenta la introducción al tema, así como el estado del arte, además se presenta el objetivo, las metas a conseguir y la justificación del problema. En el segundo capítulo, se presenta la metodología propuesta para la generación de las curvas de fragilidad, además, se definirán los parámetros indicadores de daño y sísmico. En el tercer capítulo, se describirán las características de la estructura, necesarias para realizar el modelo del edificio en el programa DRAIN-2DX. En el cuarto capítulo, se analizan los resultados obtenidos del análisis dinámico no-lineal, para obtener las curvas de fragilidad.

## Capítulo 2

### Generación de curvas de fragilidad.

#### Resumen

El presente capítulo se presenta el procedimiento para la creación de las curvas de fragilidad.

## 2.1 INTRODUCCIÓN.

Evaluar el impacto que tienen los sismos en las estructuras de las edificaciones es una tarea importante por la cantidad de pormenores económicos y de vidas que ocasionan. Con el fin de prevenir el daño, o en caso de que suceda, contar con un plan de acción frente al desastre, es necesario determinar aquellos parámetros y sus relaciones que sensiblemente permitan establecer una medida del comportamiento de inmuebles sujetos a sismo, la cual de pie a criterios que se puedan aplicar. Debido a la complejidad del problema, aún cuando gran cantidad de trabajos se han realizado alrededor de este problema, la solución total está lejos de ser encontrada. Las soluciones que se han buscado tienen la desventaja de ser particulares para los casos de estudio y no se pueden aplicar de manera general, ejemplo de ello son los distintos tipos de fuentes sísmicas, sismos, suelos, sistemas constructivos, calidad de materiales que se presentan. Sin embargo, los autores que se han abocado al estudio del fenómeno coinciden en formas generales de aproximación al problema que ha derivado en la construcción de una teoría que se denomina fragilidad sísmica.

## 2.2 METODOLOGÍA

El método que se empleara en este trabajo es el método probabilista. El cual se describirá en los subsecuentes párrafos. La siguiente Figura esquematiza la metodología que seguirá este trabajo para generar curvas de fragilidad mediante un método analítico probabilista.

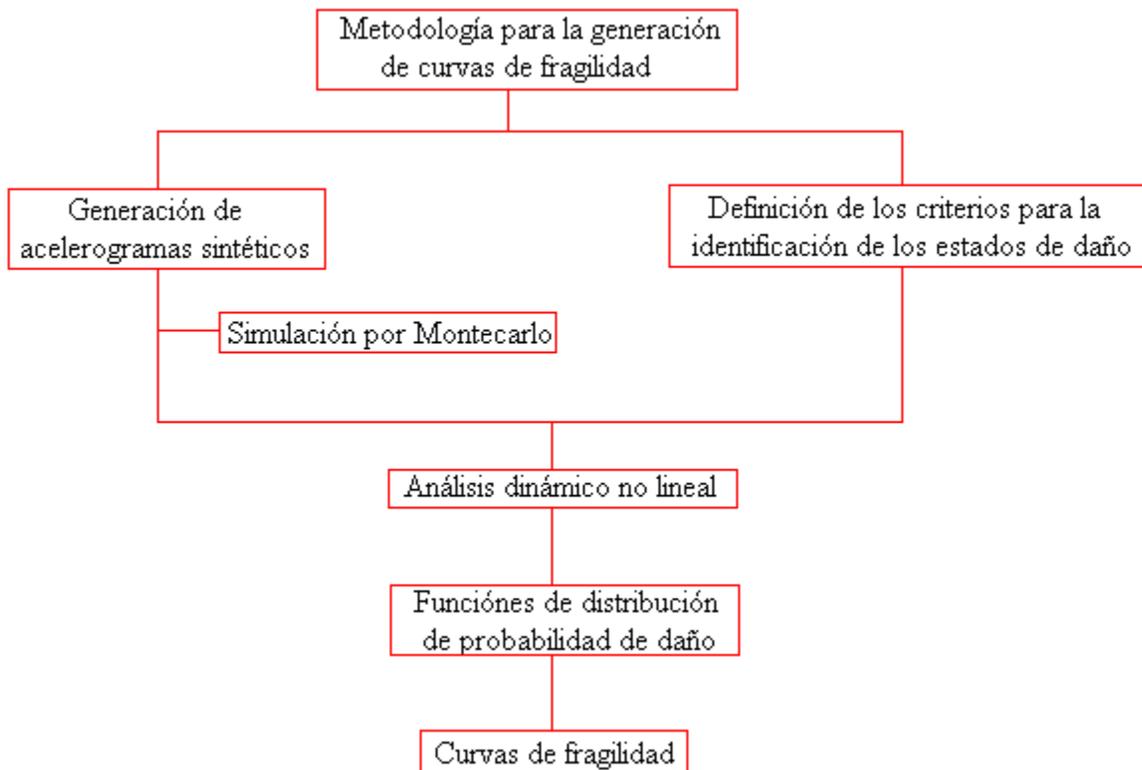


Figura 2.1. Esquema de los pasos requeridos para la generación de curvas de fragilidad.

## 2.3 GENERACION DE ACELEROGRAMAS SINTETICOS.

Para obtener curvas de fragilidad es necesario relacionar la respuesta de la estructura con un índice que caracterice el sismo de entrada, los sismos son fenómenos complejos y caracterizarlos con un índice puede resultar en una sobresimplificación, que pase por alto muchas de sus propiedades, entre las que se tiene: la amplitud de la señal, el contenido de frecuencia, la duración y el número de picos que excedan un valor dado de la amplitud. La amplitud de la señal se puede medir en términos de historias de desplazamiento, velocidad y aceleración. El contenido de frecuencias es útil para determinar la forma en que la energía de la señal se distribuye en ella y evaluar el comportamiento de la estructura que se estudie según la energía que le sea transmitida en un intervalo de frecuencias. La duración se puede referir al tiempo de movimiento fuerte de un sismo ó al tiempo total del mismo. El número de picos que exceden un valor dado de la amplitud es de gran utilidad tanto para la caracterización de la señal desde un punto de vista probabilístico, como para determinar las demandas de capacidad y de ductilidad que el sismo va a solicitar al modelo de estudio.

### 2.3.1 Simulación sísmica empleando el método de la función de Green empírica.

El método de simulación sísmica llamado de la función de Green empírica supone que el sismo que se registra en cierto lugar, debido al deslizamiento de una falla tectónica, se puede obtener considerando las contribuciones del movimiento del suelo, en el lugar dado, debidas al deslizamiento de distintos puntos sobre dicha falla. Para hacer esto, primero hay que especificar cómo se desliza cada punto sobre la falla durante el sismo, y determinar para cada punto sobre la misma, cómo se mueve el suelo en el lugar donde se realiza el registro cuando uno solo de estos puntos se desliza. Una vez que se conoce el movimiento del suelo en el lugar de registro debido al deslizamiento de cada punto sobre la falla, el movimiento “total” del suelo es la suma de todos los movimientos del suelo causados por el deslizamiento individual de todos los puntos sobre la falla (Méndez, 2005), ver Figura. 2.2.

Lo primero que es necesario hacer para simular sismos con el método de la función de Green empírica es la especificación de la fuente sísmica. La fuente sísmica se describe proporcionando la localización de la falla y la función de deslizamiento (la historia temporal del desplazamiento relativo entre los dos lados de la falla) en cada punto sobre la falla. Para crear un modelo de la fuente, se deben considerar las propiedades conocidas de ruptura sísmica, que han sido estudiadas por distintos autores, entre ellos Spudich y Hartzell (1984). Las funciones de deslizamiento que pueden caracterizar un sismo hipotético en diversos puntos sobre una falla se muestran en la Figura 2.3, donde se aprecian algunas de las características comunes que presentan dichas funciones: todas ellas son no decrecientes, comienzan de cero y terminan con un valor constante en el tiempo, consistente con el hecho de que los sismos resultan del deslizamiento relativo entre los lados de una falla. También se aprecia en la Figura 2.3, que el deslizamiento en los distintos puntos puede comenzar en diferentes momentos. La fuente sísmica se caracteriza completamente haciendo gráficas como estas para las tres componentes de deslizamiento para cada punto de la falla.

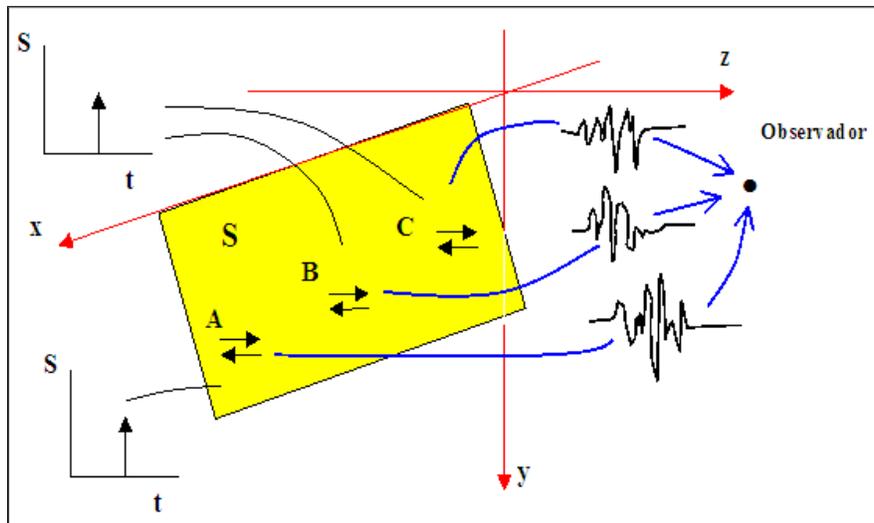


Figura 2.2. Descripción de las funciones de Green. Puntos individuales sobre la superficie de falla, se desplazan con funciones  $\delta(t)$  de deslizamiento, como se indica en el gráfico. El movimiento del terreno que ocurre en la posición del observador debido a una de las fuentes puntuales es la función de Green. Se indican las funciones de Green causadas por los puntos A, B y C.

La segunda parte del problema es la descripción de cómo se propagan y se alteran las ondas sísmicas que viajan desde la falla donde se producen, hasta el lugar de registro. Esta parte del problema se caracteriza por las funciones de Green. Para definir una función de Green, supóngase que un punto de la falla se desplaza mediante un deslizamiento caracterizado por  $\delta(t)$  (delta de Dirac), tal como se ilustra en el punto A de la Fig. 2.2. El movimiento del suelo en el lugar de registro (punto de observación), causado por esta fuente puntual individual, se denomina función de Green para la fuente puntual. La función de Green es en esencia la respuesta de la estructura geológica al impulso unitario. La razón para introducir funciones de Green es que una vez conocida dicha función para un punto de la falla, el movimiento del terreno, causado por una función de deslizamiento arbitraria de dicho punto, se puede conocer a través de realizar el producto de convolución de la historia temporal del deslizamiento del punto que se encuentra en la falla, con la función de Green. Por lo tanto, para determinar la contribución de cada punto de la falla en el lugar de registro, primero se determinan las funciones de Green para cada punto de ella, tal como los puntos A, B y C en la Fig. 2.2. Las funciones de Green para cada punto de la falla, en general, diferirán una de otra, ya que la distancia de la fuente al punto de observación y la estructura geológica a través de la cual las ondas viajarán son distintas. Después se realiza el producto de convolución de la función de Green con la función de desplazamiento del punto fuente de la falla para obtener la contribución puntual al movimiento del terreno en el lugar de observación.

Una vez conocida las contribuciones de cada punto de la falla, estas se suman sobre todos los puntos de la falla para obtener el movimiento total causado por la ruptura de la falla entera. Lo que se debe hacer matemáticamente, es una integral de área sobre toda la superficie de la falla, y el procedimiento de la suma de puntos descrito en el párrafo anterior es el método más simple posible para esta integral. En la práctica, se debe tomar una muestra suficientemente densa de puntos sobre la falla para alcanzar una aproximación apropiada en la integral.

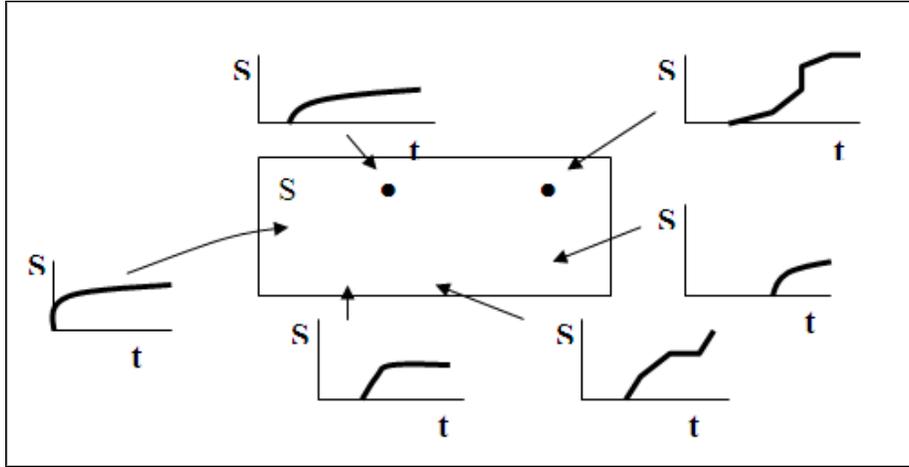


Figura 2.3. Funciones de desplazamiento en varios puntos sobre una superficie de falla hipotética. Tanto la forma como la amplitud de las funciones de desplazamiento pueden variar irregularmente sobre la falla.

El método de la función de Green, permite expresar al acelerograma generado por un sismo en la forma:

$$a_s(t) = Kf(t) * r(t) * l(t), \quad (2.1)$$

donde  $K$  es una constante,  $*$  es el producto de convolución,  $r(t)$  es un término que incluye las modificaciones que sufre la señal por efectos de trayecto,  $l(t)$  incluye los efectos de sitio y  $f(t)$  es la aceleración en la fuente sísmica. De acuerdo con el modelo  $\omega^2$  de Brune (1970), el espectro de  $f(t)$  está dado por:

$$F(\omega) = \frac{M_o \omega^2}{1 + (\omega^2 / \omega_c^2)}, \quad (2.2)$$

donde  $M_o$  es el momento sísmico y  $\omega_c$  es la llamada frecuencia de esquina, dada por (Brune, 1970):

$$\omega_c = 2\pi 4.9 \times 10^6 \beta (\Delta\sigma / M_o)^{1/3}, \quad (2.3)$$

donde  $\beta$  es la velocidad de propagación de las ondas de cortante en Km/s,  $M_o$  está en dinas-cm (1 Dina =  $10^{-5}$  N) y  $\Delta\sigma$  es la caída de esfuerzos en bares (1bar = 100 kilopascuales). Considerando dos eventos generados en la misma región y registrados en el mismo sitio, con los parámetros del sismo de mayor magnitud dados por:  $M_{os}$ ,  $\Delta\sigma_s$  y  $\omega_{cs}$ , y con los parámetros del sismo de menor magnitud dados por:  $M_{oe}$ ,  $\Delta\sigma_e$  y  $\omega_{ce}$ . Suponiendo que el espectro de fuente sigue la ley de Brune, el cociente entre los dos correspondientes espectros  $Q(\omega)$  será:

$$Q(\omega) = \frac{M_{os}}{M_{oe}} \frac{1 + (\omega / \omega_{ce})^2}{1 + (\omega / \omega_{cs})^2}. \quad (2.4)$$

Se observa que:

$$Q(0) = \frac{M_{os}}{M_{oe}}, \quad \text{y} \quad \lim_{\omega \rightarrow \infty} Q(\omega) = \frac{M_{os}}{M_{oe}} \left( \frac{\omega_{cs}}{\omega_{ce}} \right)^2. \quad (2.5)$$

El método de simulación sísmica que se utiliza en este trabajo se debe a Ordaz *et al.* (1995), quienes suponen que la falla es puntual y que emite una sola función de Green en tiempos aleatorios. La única función de Green utilizada es un registro sísmico en un sitio de interés. Los sismos que se simulan con este método tienen un contenido de frecuencias predicho por el modelo de fuente de Brune (Ordaz *et al.*, 1995). El método consiste en construir un sismo de magnitud dada con base en otro de menor magnitud registrado en cierto lugar de interés. Se requiere también conocer, las características de la falla y la velocidad de las ondas de cortante. Al sismo registrado se le denomina función de Green empírica  $a_e(\tilde{t})$ . Las características de la falla que se requieren son el momento sísmico y la caída de esfuerzos. Al momento sísmico de la falla que produce la función de Green se le denomina  $M_{oe}$  y a su caída de esfuerzos  $\Delta\sigma_e$ , al momento sísmico de la falla que produce la señal por simular  $M_{os}$  y a su caída de esfuerzos  $\Delta\sigma_s$ .

Considerando que el evento que produce el sismo por simular se genera en una superficie de falla dividida en  $N$  celdas concentradas en un punto, cada una de las cuales produce al tiempo  $\tau_i$  un sismo  $\xi a_e(t)$ , el sismo simulado resulta de la superposición escalada del sismo registrado y se expresa como:

$$a_s(t) = \xi \sum_{i=1}^N a_e(t - \tau_i), \quad (2.6)$$

donde las  $\tau_i$  son variables aleatorias, independientes e igualmente distribuidas con función de densidad de probabilidad (fdp)  $p(t)$ . Los coeficientes  $\xi$  y  $N$  están dados de forma tal que el cociente de espectros de la señal registrada a la señal simulada satisfaga las condiciones límite del cociente espectral dado por la ec. (2.5). Tomando la transformada de Fourier de la ec. (2.6) se obtiene:

$$F\{a_s(t)\} = A_s(\omega) = \xi A_e(\omega) \sum_{j=1}^N \exp(-i\omega\tau_j). \quad (2.7)$$

Se tiene que  $A_s(\omega)$  satisface:

$$E\left[|A_s(\omega)|^2\right] = \xi^2 |A_e(\omega)|^2 \left\{N + (N^2 - N)|P(\omega)|^2\right\}, \quad (2.8)$$

donde  $P(\omega)$ , es la transformada de Fourier de  $p(t)$ . El cociente entre los espectros de amplitudes de la señal simulada a la señal registrada se puede estimar entonces con:

$$R(\omega) = \xi \sqrt{N + (N^2 - N)|P(\omega)|^2}. \quad (2.9)$$

Como  $R(0) = \xi N$ , ya que  $P(0) = 1$ , y como  $\lim_{\omega \rightarrow \infty} P(\omega) = 0$ , se deduce que para que se satisfaga (2.5), es necesario que  $\xi N = M_{os}/M_{oe}$  y que  $\xi N^{1/2} = (M_{os}/M_{oe})^{1/3} (\Delta\sigma_s/\Delta\sigma_e)^{2/3}$ , de donde:

$$N = \left( \frac{M_{oe}}{M_{os}} \right)^{4/3} \left( \frac{\Delta\sigma_e}{\Delta\sigma_s} \right)^{-4/3}, \quad (2.10)$$

$$\xi = \left( \frac{M_{oe}}{M_{os}} \right)^{-1/3} \left( \frac{\Delta\sigma_e}{\Delta\sigma_s} \right)^{4/3} \quad (2.11)$$

Para la falla que produce la función de Green empírica la frecuencia de esquina es  $\omega_{ce}$  y para la falla que produce el sismo por simular la frecuencia de esquina es  $\omega_{cs}$ . De acuerdo con Ordaz *et al.* (1995), para diseñar un esquema de funciones de Green empíricas tal que, en promedio y para todas las frecuencias, se obtengan temblores con un contenido espectral congruente con el modelo de escalamiento  $\omega^2$ , es necesario que  $R(\omega) = Q(\omega)$ , para toda  $\omega$ , para lo cual además de satisfacerse las ecs. (2.10) y (2.11), es necesario que se satisfaga la siguiente relación:

$$|P(\omega)| = \frac{\sqrt{1 + a(\omega/\omega_{ce})^2}}{1 + (\omega/\omega_{ce})^2}, \quad \text{con} \quad a = \frac{2\omega_{ce}^2}{\omega_{ce}^2 + \omega_{cs}^2}. \quad (2.12)$$

Si además se impone la condición de que  $P(\omega)$  sea real para evitar cambios de fase en el proceso de suma, resulta que el esquema de suma en que los tiempos de ruptura de las celdas elementales tienen una fdp que es la anti transformada de Fourier de la ec. (2.12):

$$p(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sqrt{1 + a(\omega/\omega_{ce})^2}}{1 + (\omega/\omega_{ce})^2} e^{i\omega t} d\omega. \quad (2.13)$$

- Características estadísticas del método de simulación sísmica utilizado.

La media de la simulación está dada por:

$$E[a_s(t)] = \xi N \int_{-\infty}^{\infty} a_e(t-\tau) p(\tau) d\tau, \quad (2.14)$$

donde se aprecia que la media de la simulación no es cero, puesto que  $p(t)$  es una función picuda que tiende a infinito en  $t = 0$ , y aproximando  $p(t)$  con un delta de Dirac, la media que resulta es  $\xi N a_e(t)$ , cuyo valor no solo no es cero sino que depende de  $t$ . A pesar de este resultado, comúnmente se simulan sismos utilizando la hipótesis de media cero como lo hacen diversos autores (Kimura, 1994 y Hurtado, 1998).

La función de correlación  $R(t_1, t_2) = E[a_s(t_1)a_s(t_2)]$ , está dada por:

$$E[a_s(t_1)a_s(t_2)] = \xi^2 N \int_{-\infty}^{\infty} a_e(t_1 - \tau)a_e(t_2 - \tau)p(\tau)d\tau + \xi^2 N(N-1)E[a_e(t_1)]E[a_e(t_2)]. \quad (2.15)$$

Puesto que la condición que establece que un proceso estocástico sea evolutivo, es el hecho de que sus estadísticas dependan del tiempo, en las últimas dos ecuaciones se aprecia que el método de simulación sísmica dado por (2.6) produce esta clase de procesos estocásticos, (Soong y Grigoriu, 1993). Utilizando el marco teórico de Johnson y Kotz (1972), los resultados de un estudio estadístico llevado a cabo sobre una muestra de 1000 sismos y utilizando una prueba de Kolmogorov para un 0.05 de nivel de significancia se confirmó que las señales simuladas corresponden a un proceso estocástico Gaussiano no estacionario. Este resultado era de esperarse por el teorema central del límite (Papoulis, 1984), el cual establece que dado un conjunto de variables aleatorias independientes  $x_i$ , con

$$E[x_i] = \eta_i \quad \text{y} \quad \sigma_{x_i}^2 = \sigma_i^2,$$

entonces la suma  $x = \sum_{i=1}^N x_i$ , que tiene por media y varianza:

$$E[x] = \eta = \sum_{i=1}^N \eta_i \quad \text{y} \quad \sigma^2 = \sum_{i=1}^N \sigma_i^2,$$

y por fdp a:

$$f(x) = f_1(x) * f_2(x) * \dots * f_n(x),$$

satisface que bajo ciertas condiciones generales,  $f(x)$  se aproxima a una normal conforme  $n$  aumenta:

$$f(x) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x-\eta)^2}{2\sigma^2}\right).$$

La densidad espectral de potencia evolutiva (DEPE) de los sismos, se calculó utilizando el marco teórico de la función de Green empírica, partiendo de la transformada de Fourier de la ec. (2.6), definiendo:  $\tilde{A}_s(\omega) = F\{a_s(t) - E[a_s(t)]\}$ , y tomando la esperanza de la norma cuadrada de la ecuación anterior, se sigue del apéndice A que:

$$E\left[|A_s(\omega)|^2\right] = \xi^2 |A_e(\omega)|^2 \left[ N + (N^2 - N)|P(\omega)|^2 \right],$$

y

(2.16)

$$E\left[|\tilde{A}_s(\omega)|^2\right] = \xi^2 |A_e(\omega)|^2 \left[ N - N|P(\omega)|^2 \right].$$

Si la transformada de Fourier de  $a_s(t)$ , se aplica tomando ventanas temporales sobre la señal simulada, se puede demostrar que esta ecuación depende del tiempo en la forma:

$$E\left[|A_s(\omega, t)|^2\right] = \xi^2 |A_e(\omega, t)|^2 \left[ N + (N^2 - N)|P(\omega)|^2 \right],$$

y

(2.17)

$$E\left[|\tilde{A}_s(\omega, t)|^2\right] = \xi^2 |A_e(\omega, t)|^2 \left[ N - N|P(\omega)|^2 \right].$$

La dependencia temporal se discute con detalle en el Apéndice B. La DEPE se calcula usando, (Clough y Penzien, 1975):

$$S(\omega, t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{E\left[|A_s(\omega, t)|^2\right]}{2\pi T},$$

y

(2.18)

$$S_c(\omega, t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{E\left[|\tilde{A}_s(\omega, t)|^2\right]}{2\pi T}.$$

y dado que la señal es finita, la ec. (2.18) se aproxima como:

$$S^{te}(\omega, t) = \frac{E\left[|A_s(\omega, t)|^2\right]}{2\pi T},$$

y

(2.19)

$$S_c^{te}(\omega, t) = \frac{E\left[|\tilde{A}_s(\omega, t)|^2\right]}{2\pi T}$$

El superíndice “*te*” de *S* indica que la DEPE se calcula a través de la teoría de la función de Green empírica y el subíndice “*c*” indica que se trata de señales con media cero.

## 2.4 DEFINICIÓN DE LOS CRITERIOS PARA LA IDENTIFICACIÓN DE LOS ESTADOS LIMITE.

El comportamiento de una estructura en su conjunto depende del tipo de comportamiento que tengan los elementos que la componen, pero depende también en forma importante de la manera en que estos se encuentran integrados y conectados para formar la estructura en su conjunto.

Los estados límite de las estructuras, se pueden definir en términos de la distorsión de entrepiso, la cual representa un índice que se correlaciona muy bien con el daño experimentado por ellas en el caso de sismos, Reyes (1999); es decir, el incremento en el desplazamiento lateral entre un piso y el siguiente. Por lo que resulta conveniente el uso de un índice adimensional de esta medida de la respuesta, dividiendo el desplazamiento relativo del entrepiso entre la altura del mismo:

$$\gamma = \Delta/H \quad (2.20)$$

Este índice se denomina *distorsión de entrepiso*, y es el más empleado para cuantificar la respuesta de edificios, para comparar el comportamiento de diferentes sistemas y para estimar el grado de daño que puede presentarse, tanto en la estructura como en los elementos no estructurales.

Una medida global de la respuesta del conjunto es el desplazamiento máximo de la estructura, generalmente en la azotea. Este es la suma de los desplazamientos relativos a todos los entrepisos que constituyen la estructura.

## 2.5 ANÁLISIS DINÁMICO NO LINEAL

El nivel más sofisticado de análisis disponible, mediante el cual es posible predecir las fuerzas y los desplazamientos que se producen como consecuencia de un movimiento sísmico, es el análisis dinámico no lineal. Este involucra una solución paso a paso, en el dominio temporal, de ecuaciones del movimiento de sistemas de múltiples grados de libertad, las cuales representan la respuesta de una estructura. Para ello, se requiere de uno o más acelerogramas reales o simulados para representar la excitación (Paulay y Priestley, 1992). El análisis de la respuesta de la estructura a estos registros, considera la degradación de la rigidez y la pérdida de resistencia de los elementos del sistema estructural a través del tiempo.

En la actualidad existe una gran variedad de programas que realizan este tipo de análisis, entre ellos están; IDARC-2D (Kunnath et al, 1992), DRAIN-2DX (Prakah et al, 1993) y el RUAUMOKO-2D (Carr, 2000), entre otros. Todos ellos permiten modelar el comportamiento inelástico de diferentes miembros, que pueden exhibir degradación de rigidez, pérdida de resistencia y efectos de estrechamiento. Para este trabajo de tesis se eligió el programa DRAIN-2DX, debido a que se contaba con el programa fuente, al cual se le hicieron pequeñas modificaciones, y se disponía el conocimiento del funcionamiento del mismo.

## 2.6 FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN DE $f_{dp}$ DEL $PID$

Así pues, a partir de los resultados obtenidos del proceso de simulación, se obtienen las curvas que representan las funciones de distribución de probabilidad del parámetro indicador del daño ( $PID$ ) para cada nivel de intensidad sísmica ( $PIS_j$ ). Los puntos de estas curvas representan la probabilidad,  $f_{dp}$ , que el  $PID$ , no exceda un cierto valor para una determinada intensidad sísmica ( $PIS_j$ ), esto es:

$$f_{dp} = P[PID \leq PID_i | PIS = PIS_j] \quad (2.21)$$

## 2.7 CURVAS DE FRAGILIDAD

Las curvas de fragilidad, representan la probabilidad de excedencia de un estado limite de daño, como una función de un parámetro representativo de la severidad del movimiento o asociado a la respuesta estructural.

Las curvas de fragilidad representan relaciones movimiento-daño para diferentes tipos de edificaciones. Estas relaciones pueden derivarse a partir de la información discreta asociada a los parámetros que sirven para caracterizar el movimiento y el daño. Generalmente se expresan como la probabilidad acumulada de alcanzar o superar un determinado estado de daño, para una tipología de edificación dada, sujeta a diferentes niveles de severidad del movimiento sísmico. Así que, estas curvas describen, de manera continua la probabilidad de excedencia de los estados límites de daño. La figura 2.4 muestra un ejemplo de curvas de fragilidad.

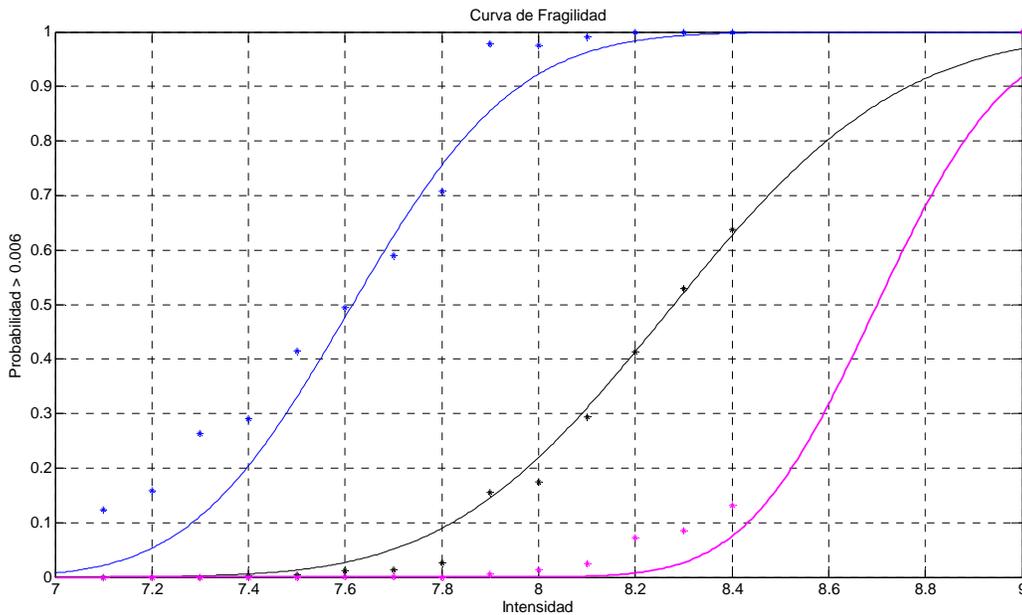
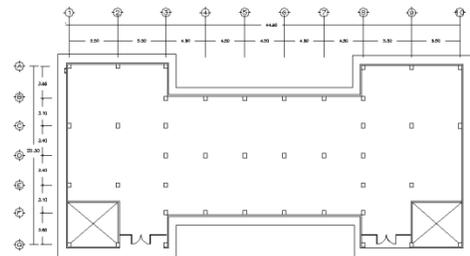


Figura 2.4. Ejemplo de curvas de fragilidad.

# Capítulo 3

## Caso de estudio



### Resumen

El presente capítulo se calculan todos los parámetros necesarios para modelar la estructura en el programa DRAIN 2DX.

### 3.1 Introducción.

El modelo analítico de la estructura debe representar todas las componentes que influyen sobre su masa, resistencia, rigidez y deformabilidad. Los elementos que no influyen significativamente sobre las principales propiedades de la estructura no necesitan ser modelados. Así, para representar adecuadamente una zona desde el punto de vista estructural, deben construirse modelos que consideren los diferentes tipos de materiales y características geométricas existentes.

### 3.2 Consideraciones empleadas en el análisis.

Para la realización del presente trabajo de tesis, se tomaron en cuenta los siguientes aspectos:

- Es una estructura real, que esta desplantada en la Cd. de México, por lo que para su análisis y revisión se emplea el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal y sus Normas Técnicas Complementarias.
- La estructura se clasificó como tipo A, debido a que es una edificación cuyo funcionamiento es esencial a raíz de una emergencia urbana.
- Se emplearon resistencias nominales, con el propósito de obtener la capacidad máxima de la respuesta dinámica de la estructura.
- Se considero un 5% de amortiguamiento.
- Los sismos considerados actúan al 100% en la dirección del eje del marco, con el objeto de evaluar el comportamiento en el plano.
- Se tomaron las cargas vivas especificadas en la Normas.

### 3.3 Descripción del edificio.

La estructura en estudio, se ubica en la parte norte del Distrito Federal, desplantada en un suelo tipo I (Lomas), de acuerdo con la zonificación geotécnica de la Ciudad de México, establecida en las Normas Técnicas. El edificio es ocupado, para llevar a cabo labores administrativas y es un inmueble de 3 niveles.

La estructuración del edificio, es a base de traveses y columnas de concreto reforzado, con diez crujeas en la dirección transversal y siete crujeas en la dirección longitudinal, además este edificio cuenta con traveses secundarios, en las figuras 3.1 y 3.2 se muestra al edificio en planta y en elevación el marco en estudio.

### 3.4 Propiedades geométricas de los elementos estructurales.

#### 3.4.1 Columnas

Las columnas son de concreto reforzado, que fueron coladas en el sitio. El elemento es de sección rectangular, de 0.40 x 0.50 m, el armado de las columnas de la orilla está conformado por 12 varillas del numero 6 y las columnas centrales cuentan con solo 10 varillas del numero 6. En la figura 3.3 se presentan las dimensiones y el armado de las columnas.

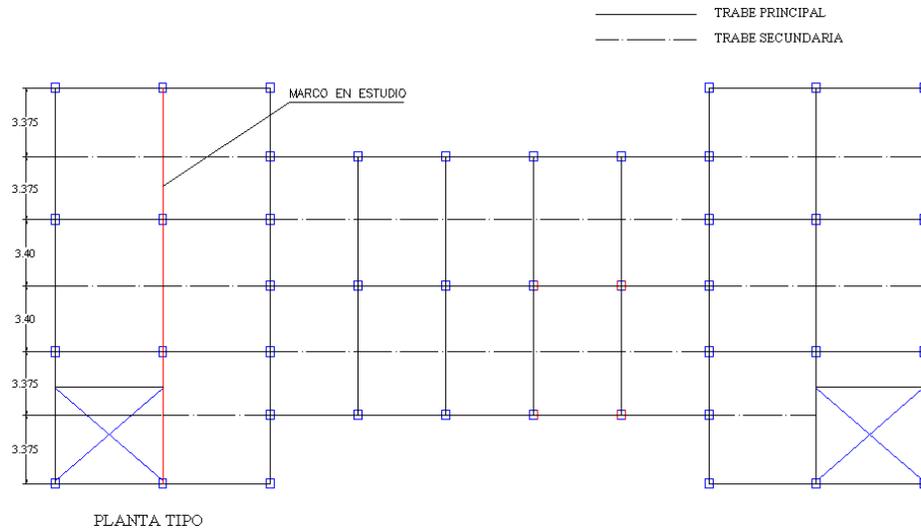


Figura 3.1. Planta del edificio.

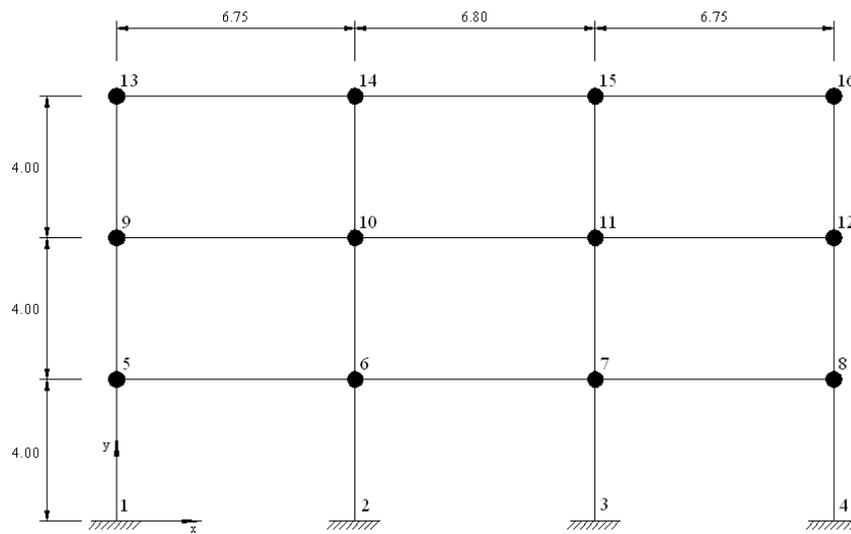


Figura 3.2. Vista en alzado. Coordenadas de los nodos.

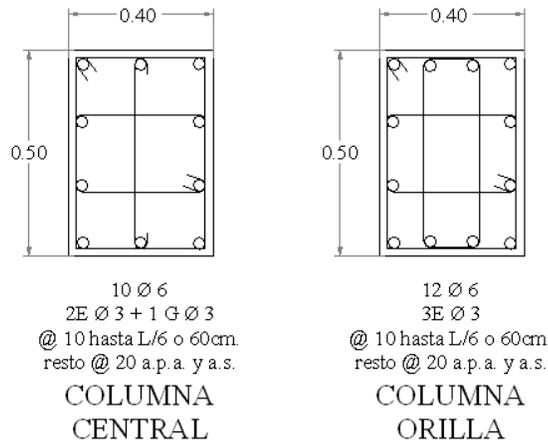


Figura 3.3. Sección y armado de las columnas.

### 3.4.2 Trabes

Las trabes son de concreto reforzado, que fueron coladas en el sitio. El elemento es de sección rectangular, de 0.25 x 0.50 m para todas las trabes del marco en estudio. Las trabes son doblemente armadas, en su lecho superior con 3 varillas del numero 6 y en el inferior con 4 varillas del numero 6. En la figura 3.4 se presentan las dimensiones y el armado de las trabes.

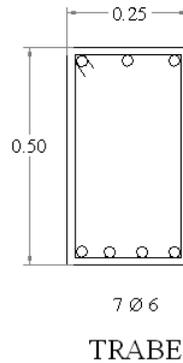


Figura 3.4. Sección y armado de las trabes.

### 3.5 Propiedades de los materiales.

Los marcos son de concreto reforzado y colado en sitio. En los elementos estructurales se empleó el concreto clase 1 ( $f'c \geq 250 \text{ kg/cm}^2$  y  $E_c = 14000\sqrt{f'c}$ ), el cual se elabora con agregados de alta calidad y tienen un peso volumétrico normal, de acuerdo a las Normas Técnicas Complementarias para el Diseño de Estructuras de Concreto del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal 2004.

En cuanto al acero de refuerzo, para todos los elementos estructurales, se empleó el acero grado A-36.

Las características de las propiedades de los materiales se presentan en la Tabla 3.1, las cuales fueron obtenidas de los planos estructurales del proyecto.

**Tabla 3.1 Propiedades mecánicas de los materiales.**

| Material          | Descripción               | Símbolo    | Unidad           | Cantidad  |
|-------------------|---------------------------|------------|------------------|-----------|
| Concreto          | Resistencia de columnas   | $f'c$      | $\text{kg/cm}^2$ | 250       |
|                   | Resistencia de trabes     | $f'c$      | $\text{kg/cm}^2$ | 250       |
|                   | Modulo de Elasticidad     | $E_c$      | $\text{kg/cm}^2$ | 221359    |
|                   | Modulo de Cortante        | $G_c$      | $\text{kg/cm}^2$ | 92233     |
|                   | Peso Volumétrico          | $\gamma_c$ | $\text{kg/m}^3$  | 2400      |
|                   | Relación de Poisson       | $\nu_c$    | -                | 0.20      |
| Acero de refuerzo | Resistencia de acero A-36 | $f_y$      | $\text{kg/cm}^2$ | 4200      |
|                   | Modulo de Elasticidad     | $E_s$      | $\text{kg/cm}^2$ | 2,100,000 |
|                   | Relación de Poisson       | $\nu_s$    | -                | 0.30      |

### 3.6 Modelado de la estructura.

El objetivo básico del modelado en el análisis sísmico de edificios, es proporcionar una simple formulación matemática del comportamiento real de estos, el cual satisface un requerimiento particular de revisión o de diseño para la determinación de una respuesta cuantitativa. Considerando que existen apropiadas herramientas analíticas para proporcionar la cuantificación numérica, el modelo debe representar las interacciones físicas y mecánicas de la contribución del sismo y de la respuesta estructural, (Priestley, et al., 1996).

El modelo analítico describe la geometría, la masa, la conexión entre nodos, las condiciones límite ó de frontera y las cargas en la estructura tan cercana como sea posible facilitar la interpretación de los valores numéricos de respuesta (Cruz, 2008).

El marco de la estructura en estudio, se modelo como un ensamble de elementos bidimensionales, los cuales están conectados por nodos, que representan los grados de libertad de la estructura (dos traslaciones X y Y, y una rotación alrededor del eje Z), en donde es posible determinar los desplazamientos (Priestley, et al., 1996).

Los nodos están localizados en las intersecciones entre traveses y columnas y en los apoyos, las masas de la estructura están concentradas en estos nodos.

Se consideró que los nodos 1, 2, 3 y 4, se han restringido en los tres grados de libertad (dos traslaciones y una rotación), el resto de los nodos no tienen restricción en ninguna dirección, ver figura 3.2.

#### 3.4.1 Modelado de los elementos.

Para modelar el marco se utilizaron elementos individuales para describir las características del comportamiento físico de los elementos ubicados entre los nodos. El elemento empleado en este trabajo es el tipo viga-columna, el cual es caracterizado por su representación geométrica en una dimensión, además puede ser orientado arbitrariamente y puede tomar la forma de un elemento a flexión, tal como viga ó columna, conectado en sus extremos para formar el marco (Cruz, 2008). En los extremos de los elementos, una variedad de formulaciones de elementos a flexión son posibles, dependiendo de las características de los elementos (Priestley et al., 1996).

Los elementos empleados en el modelo estructural, que están conectados en los nodos, son compatibles en esos puntos con la respuesta modal y las deformaciones en nodos, en la forma de desplazamientos ó grados de libertad. Las características y propiedades de los elementos estructurales (traveses y columnas), se determinan en el extremo del elemento modelado, para representar las características del comportamiento de los mismos. Se calculó la resistencia nominal de los elementos y las constantes de rigidez a flexión, además se determino la característica no lineal del elemento, mediante un modelo mecánico bilineal.

Para obtener la resistencia de los elementos estructurales, se realizaron análisis de compatibilidad de deformaciones, en donde se consideran las deformaciones y esfuerzos, en el concreto y en el acero. Se construyeron diagramas de interacción para las columnas y superficies de fluencia para las traveses.

## Columnas

El diagrama de interacción fue obtenido a partir de las siguientes hipótesis:

- La distribución de deformaciones unitarias en la sección transversal de un elemento es plana.
- Se conoce la distribución de esfuerzos en la zona de compresión del elemento.
- No existen corrimientos relativos de consideración entre el acero y el concreto que lo rodea.
- El concreto no resiste esfuerzos de tensión longitudinales.
- El elemento alcanza su resistencia a una cierta deformación unitaria máxima útil del concreto,  $\epsilon_{cu}$ .

Se usaron las hipótesis simplificadoras, antes descritas, sobre la forma del diagrama de esfuerzos de compresión en el concreto y sobre la deformación unitaria máxima útil del concreto.

El diagrama de interacción se obtiene determinando varios puntos que lo definan. El procedimiento para encontrar un punto cualesquiera es, esencialmente, el mismo usado en flexión para calcular las fuerzas de compresión y de tensión, una vez supuesta la profundidad del eje neutro. Sin embargo, no es necesario hacer varios tanteos hasta igualar ambas fuerzas, ya que su diferencia representa la fuerza normal  $P$ , y el momento con respecto al eje geométrico representa el momento flexionante,  $M$ , que corresponden al estado de deformaciones determinado por la profundidad supuesta del eje neutro. Por lo tanto, para cada estado de deformaciones se obtiene un valor de  $P$  y uno de  $M$ , que definen un punto del diagrama de interacción. En las figuras 3.5 y 3.6, se muestran los diagramas obtenidos de las columnas.

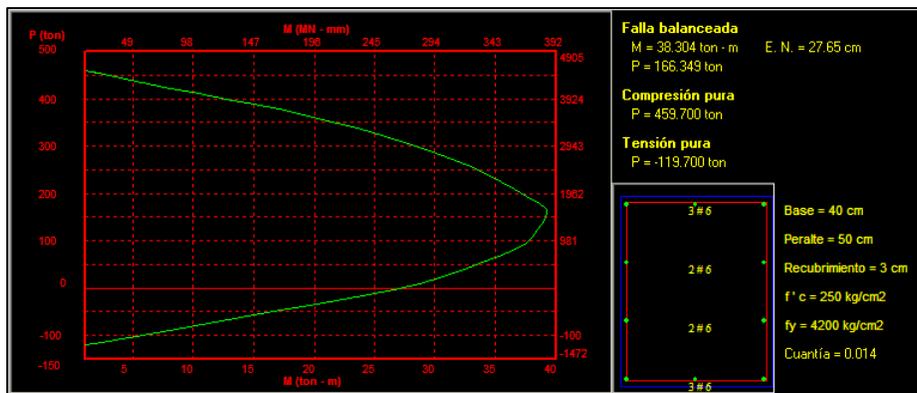


Figura 3.5. Diagrama de interacción obtenido de la columna central.

Del diagrama de interacción se obtuvieron los valores de  $P_{yc}$ ,  $P_{yt}$  y  $M_{y+}$ . Los valores de  $A$  y  $B$  se obtuvieron de la siguiente forma.

Para el punto  $A$ :

$$M/M_{y+} \tag{3.1}$$

$$P/P_{yc} \tag{3.2}$$

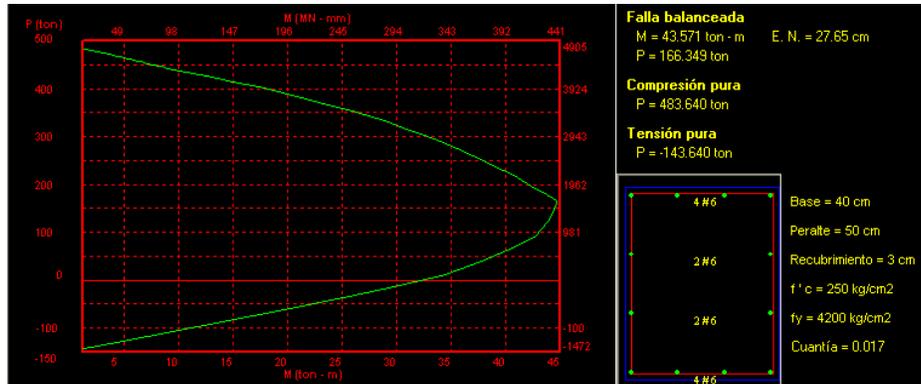


Figura 3.6. Diagrama de interacción obtenido de la columna de orilla.

En la siguiente figura se muestra, la superficie de fluencia para las columnas, obtenida a partir de los diagramas de interacción.

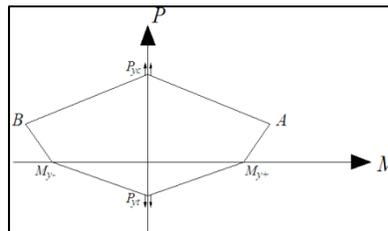


Figura 3.7. Superficie de fluencia de las columnas.

### Trabes

Para determinar las superficies de fluencia de las trabes, es necesario obtener los momentos resistentes nominales. A continuación se describe detalladamente el procedimiento para su cálculo.

Al tratarse de un elemento estructural rectangular y con acero en tensión y a compresión, la ecuación para calcular el momento resistente de un elemento de este tipo, de acuerdo a las NTC del RCDF 2004, es la siguiente:

$$M_R = F_R \left[ (A_s - A'_s) f_y \left[ d - \frac{a}{2} \right] + A'_s f_y (d - d') \right] \tag{3.3}$$

donde:

$$a = \frac{(A_s - A'_s)f_y}{f_c'' b} \quad (3.4)$$

$a$  = profundidad del bloque equivalente de esfuerzos;  
 $A_s$  = área del acero en tensión;  
 $A'_s$  = área del acero en compresión; y  
 $d'$  = distancia entre el centroide del acero a compresión y la fibra extrema a compresión.

La ec. 3.3 sólo es válida si el acero a compresión fluye cuando se alcanza la resistencia de la sección. Esto se cumple si:

$$\rho - \rho' \geq \frac{6000\beta_1}{6000 - f_y} \frac{d' f_c''}{d f_y} \quad (3.5)$$

donde

$$\rho' = \frac{A'_s}{bd}$$

$$\beta_1 = 0.85; \quad \text{si } f^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$$

por lo que

$$A_s = 11.56 \text{ cm}^2$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = 0.00966$$

$$A'_s = 8.52 \text{ cm}^2$$

$$\rho' = \frac{A'_s}{bd} = 0.00725$$

Sustituyendo valores en la ecuación 3.5, se tiene:

$$0.00966 - 0.00725 \leq (2.8333)(0.08414)(0.04047)$$

$$0.00241 \leq 0.00964$$

Como no se cumple la condición de la ecuación 3.5, de acuerdo a las NTC del RCDF, el momento resistente de la trabe se determinara con un análisis de la sección basado en el equilibrio y las hipótesis fundamentales para el diseño de concreto: o bien se calculará aproximadamente con la ecuación para secciones rectangulares sin acero de compresión ec. 3.4. En todos estos casos habrá que revisar que el acero de tensión no exceda la cuantía máxima prescrita por la ec. 3.7

$$M_R = F_R b d^2 f_c'' q (1 - 0.5q) \quad (3.6)$$

donde

$$q = \frac{\rho f_y}{f_c}; \quad y$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd}$$

$b$  ancho de la sección;  
 $d$  peralte efectivo;  
 $f_c''$  esfuerzo uniforme de compresión y  
 $A_s$  área de refuerzo de tensión.

$$\rho_{max} = \frac{f_c''}{f_y} \frac{6000\beta_1}{f_y + 6000} \quad (3.7)$$

Antes de calcular el momento resistente, se revisará en primera instancia que el área de acero no rebase la cuantía máxima, empleando la ecuación 3.7, sustituyendo obtenemos:

$$\rho_{max} = \frac{170}{4200} \frac{5100}{10200}$$

$$\rho_{max} = 0.020235$$

por lo tanto,

$$0.00966 \leq 0.02023$$

Una vez comprobado lo anterior, se calcula el momento resistente empleando la ecuación 3.6, obteniendo.

$$M_R = (0.9)(25)(47)^2(170)0.2386(1 - 0.5(0.2386))$$

$$M_R = 1,775,520.09 \text{ kg} - \text{cm} = 17.75 \text{ ton} - \text{m}$$

La superficie de fluencia que se empleó en el programa DRAIN-2DX para las traveses es como se muestra en la fig. 3.10.

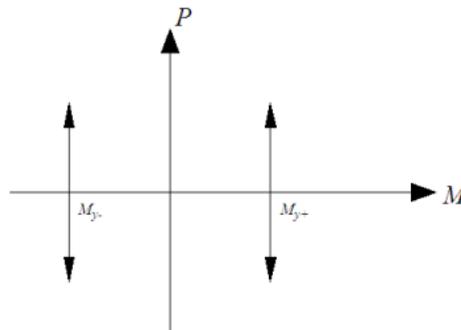


Figura 3.9. Superficie de fluencia de las traveses.

El valor de  $\sigma_y$  y  $\epsilon_y$ , corresponden al valor de  $\sigma_{yk}$  y  $\epsilon_{yk}$ , obtenidos en párrafos anteriores.

Modelo mecánico bilineal.

La caracterización de elementos no-lineales, con relaciones fuerza-desplazamiento, es definida con un elemento viga, el cual incorpora degradación tangencial de rigidez por modificación de la matriz de rigidez del elemento en cada etapa.

El comportamiento no-lineal del elemento viga está representado mediante modelos bilineales de esfuerzo deformación. En los análisis se emplea un modelo mecánico bilineal de endurecimiento por deformación del material. En este modelo la pendiente de la primera rama es el módulo de elasticidad  $E$ , y la pendiente de la segunda está controlada por el parámetro  $\gamma$ , como una función del módulo de elasticidad  $E$ , que varía del 0 al 10%.

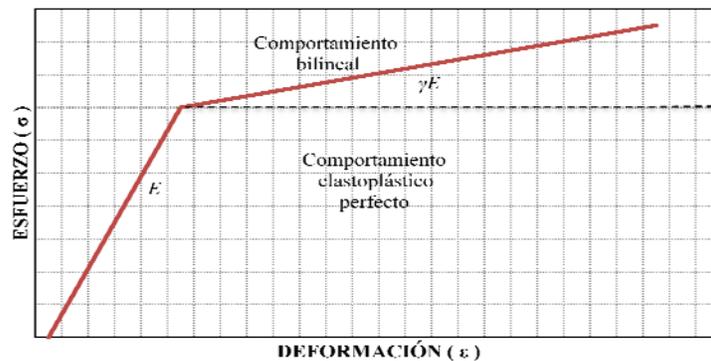


Figura 3.10. Modelo mecánico bilineal de endurecimiento por deformación.

### 3.7 Métodos de análisis.

#### 3.7.1 Respuesta estructural no lineal.

Las herramientas de análisis proporcionan el proceso numérico matemático para extraer la cuantificación de la respuesta desde el modelo. Para estudiar el modelo de la estructura en estudio se realizan análisis de historias en el tiempo, que utilizan registros sísmicos para obtener respuestas estructurales de cada sismo empleado (Cruz, 2008).

En el comportamiento dinámico de sistemas con un grado de libertad se supone que, en el modelo que representa la estructura, la fuerza elástica es proporcional al desplazamiento. También se supone que la disipación de energía es a través de un mecanismo viscoso, en el cual la fuerza de amortiguación es proporcional a la velocidad. Además, en el modelo, se considera a la masa constante en el tiempo. Como consecuencia de estas suposiciones, las ecuaciones del movimiento para tal sistema resulto ser una ecuación diferencial ordinaria, lineal, de segundo orden, con coeficientes constantes, a saber:

$$(3.7)$$

También se sabe que, ciertas funciones de la excitación, por ejemplo para las fuerzas armónicas, resolver esta ecuación es relativamente simple y que una solución general siempre es posible en función de la integral de Duhamel. La ecuación 3.7, por lo tanto, representa el comportamiento dinámico de muchas estructuras modeladas como sistemas con un solo grado de libertad. Hay sin embargo, casos físicos en los cuales este modelo lineal no representa adecuadamente las características dinámicas de la estructura. El análisis de estos casos requiere la introducción de un modelo en el cual la fuerza en el resorte, o la fuerza en el elemento de amortiguación, no son proporcionales, respectivamente, al desplazamiento o a la velocidad. Consecuentemente, la ecuación de movimiento que resulta en este caso ya no es lineal y su solución matemática, en general, es de una complejidad mucho mayor, que a menudo requiere un procedimiento numérico para su integración.

### 3.7.2 Modelo no lineal con un grado de libertad.

El equilibrio dinámico en este sistema se establece igualando a cero la suma de fuerza de inercia  $F_I(t)$ , la fuerza de amortiguación  $F_D(t)$ , la fuerza del resorte  $F_S(t)$ , y la fuerza exterior  $F(t)$ . Por lo tanto, en el instante  $t_i$  el equilibrio de estas fuerzas se expresa como

$$F_I(t_i) + F_D(t_i) + F_S(t_i) = F(t_i) \quad (3.8)$$

Restando de la ecuación 3.8 de la 3.7, resulta la siguiente ecuación diferencial en función de los incrementos:

$$\Delta F_I + \Delta F_D + \Delta F_S = \Delta F_i \quad (3.9)$$

donde las fuerzas incrementales de esta ecuación se definen como sigue:

$$\begin{aligned} \Delta F_I &= F_I(t_i + \Delta t) - F_I(t_i) \\ \Delta F_D &= F_D(t_i + \Delta t) - F_D(t_i) \\ \Delta F_S &= F_S(t_i + \Delta t) - F_S(t_i) \\ \Delta F_i &= F(t_i + \Delta t) - F(t_i) \end{aligned} \quad (3.10)$$

Si suponemos que la fuerza de amortiguación es función de la velocidad y que la fuerza en el resorte es función del desplazamiento, mientras que la fuerza de inercia permanece proporcional a la aceleración, podemos entonces expresar las fuerzas incrementales de la ecuación 3.10 como:

$$\begin{aligned} \Delta F_I &= m\Delta\ddot{y}_i \\ \Delta F_D &= c_i\Delta\dot{y}_i \\ \Delta F_S &= k_i\Delta y_i \end{aligned} \quad (3.11)$$

donde el desplazamiento incremental  $\Delta y$ , la velocidad incremental  $\Delta\dot{y}$  y la aceleración incremental  $\Delta\ddot{y}$  están dados por:

$$\begin{aligned} \Delta y_i &= y(t_i + \Delta t) - y(t_i) \\ \Delta\dot{y}_i &= \dot{y}(t_i + \Delta t) - \dot{y}(t_i) \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$\Delta\ddot{y}_i = \ddot{y}(t_i + \Delta t) - \ddot{y}(t_i)$$

El coeficiente  $k_i$  de las ecuaciones 3.11 se define como la derivada, con respecto al desplazamiento, de la fuerza del resorte calculada al tiempo presente,  $t_i$ , esto es

$$k_i = \left( \frac{dF_s}{dy} \right)_{y=y_i} \quad (3.13)$$

Similarmente, el coeficiente  $c_i$  se define como la derivada, con respecto a la velocidad, de la fuerza de amortiguación acumulada al tiempo presente,  $t_i$ , esto es

$$c_i = \left( \frac{dF_D}{d\dot{y}} \right)_{\dot{y}=\dot{y}_i} \quad (3.14)$$

La sustitución de las ecuaciones 3.11 en la ecuación 3.9, da por resultado una forma conveniente para la ecuación incremental, a saber

$$m\Delta\ddot{y}_i + c_i\Delta\dot{y}_i + k_i\Delta y_i = \Delta F_i \quad (3.15)$$

Donde los coeficientes  $c_i$  y  $k_i$ , son calculados para valores de la velocidad y el desplazamiento en el instante  $t_i$  y son considerados constantes durante el incremento de tiempo  $\Delta t$ . Puesto que, en general, estos dos coeficientes no permanecen constantes durante este incremento de tiempo, la ecuación 3.14 es una ecuación aproximada.

### 3.7.3 Análisis paso a paso.

Entre los varios métodos existentes para resolver la ecuación no lineal del movimiento, probablemente uno de los más efectivos es el método de integración paso a paso. En este método, la respuesta se calcula para sucesivos incrementos de tiempo  $\Delta t$ , usualmente de la misma duración, por conveniencia de cálculo. Al comienzo de cada intervalo se establecen las condiciones de equilibrio dinámico y a continuación se calcula aproximadamente la respuesta para un incremento de tiempo  $\Delta t$ , suponiendo que los coeficientes  $k(y)$  y  $c(\dot{y})$  permanecen constantes durante el intervalo de tiempo  $\Delta t$ . Las características no lineales de estos coeficientes se consideran en el análisis mediante su recálculo al comienzo de cada intervalo de tiempo. La respuesta, por lo tanto, se obtiene utilizando el desplazamiento y la velocidad calculados al final del intervalo de tiempo precedente como condiciones iniciales del intervalo de tiempo siguiente. (PAZ, 1992)

Como hemos visto, en cada intervalo de tiempo el coeficiente de rigidez  $k(y)$  y el coeficiente de amortiguación  $c(\dot{y})$ , se calculan al inicio de cada paso, y se suponen constantes hasta el paso siguiente. De esta manera el comportamiento no lineal del sistema es aproximado por una secuencia de sucesivos sistemas lineales.

En el análisis de historias en el tiempo, es necesario definir una matriz de amortiguamiento viscoso  $[C]$ . La matriz de amortiguamiento viscoso es proporcional a la rigidez de los elementos

y a las masas de los nodos. El amortiguamiento proporcional o amortiguamiento de Rayleigh es empleado en el programa DRAIN-2DX, y tiene la forma:

$$c = a_0 m + a_1 k \quad (3.16)$$

donde  $m$  es la matriz de masas, y  $k$  es la matriz de rigidez.

La relación de amortiguamiento para el  $n$ -ésimo modo es:

$$\zeta_n = \frac{a_0}{2} \frac{1}{\omega_n} + \frac{a_1}{2} \omega_n \quad (3.17)$$

Los coeficientes  $a_0$  y  $a_1$  pueden ser determinados para relaciones específicas de amortiguamiento  $\zeta_i$  y  $\zeta_j$ , para los  $i$ -ésimos y  $j$ -ésimos modos, respectivamente. Expresando la ecuación 3.17 para estos dos modos en forma matricial, tenemos que:

$$\begin{Bmatrix} \zeta_i \\ \zeta_j \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1/\omega_i & \omega_i \\ 1/\omega_j & \omega_j \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{Bmatrix} \quad (3.18)$$

Estas dos ecuaciones algebraicas pueden ser resueltas al determinar los coeficientes  $a_0$  y  $a_1$ . Si se considera que ambos modos tienen la misma relación de amortiguamiento  $\zeta$ , lo cual es razonable basado en datos experimentales (Chopra, 1995), entonces

$$a_0 = \zeta \frac{2\omega_i\omega_j}{\omega_i + \omega_j} \quad a_1 = \zeta \frac{2}{\omega_i + \omega_j} \quad (3.19)$$

Para realizar este análisis, se empleó el programa DRAIN-2DX, mediante el cual se logró realizar análisis no lineales, tomando en cuenta la rigidez y resistencias de los elementos estructurales, con un modelo de histéresis bilineal.

### 3.8 Registros sísmicos simulados.

Para la generación de los sismos, es necesario tener un registro acelerográfico denominado semilla, del lugar donde está desplantada la estructura, debido a que no se encontró un registro de la zona en estudio, se emplearon datos de una estación que tuviera un entorno similar, eligiendo la siguiente:

|                        |  |
|------------------------|--|
| Nombre de la estación: | LA UNIÓN   |
| Localización:          | Escuela Secundaria Técnica No. 37, La Unión, Guerrero. |
| Tipo de Suelo:         | Roca.  |
| Intervalo de muestreo: | 0.005 seg.   |
| Magnitud sísmica:      | 6.9  |

El acelerograma se muestra en la figura 3.11

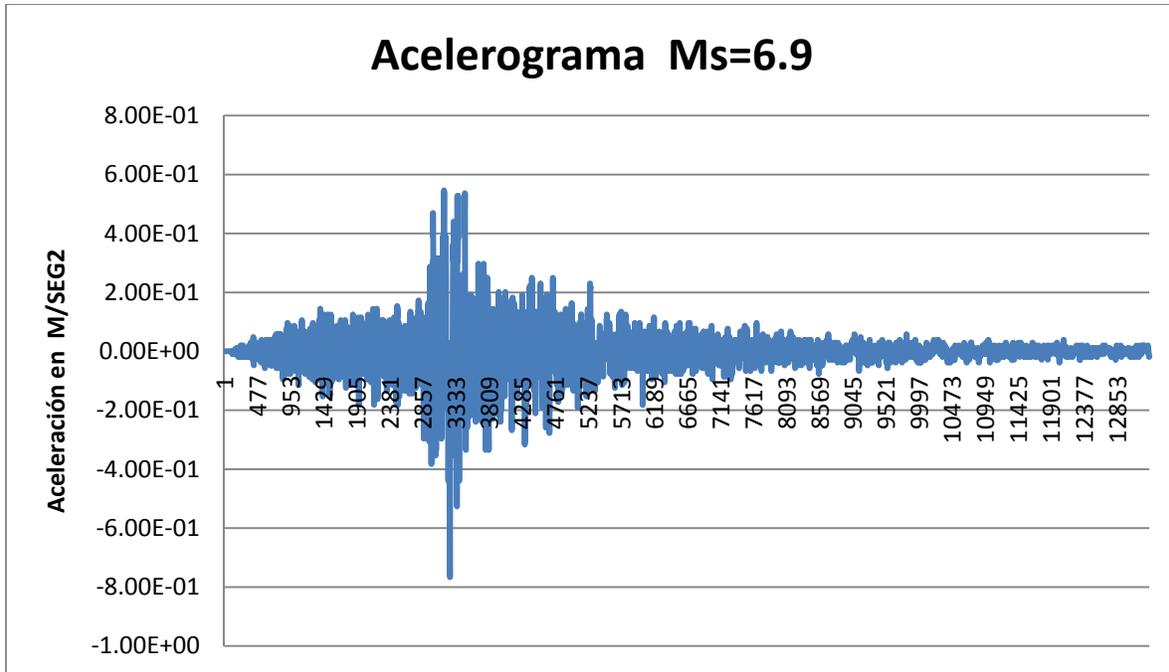


Figura 3.11. Acelerograma semilla de magnitud 6.9

Una vez seleccionado el registro acelerográfico (semilla), se emplearon dos algoritmos desarrollados por M. Ordaz, para la simulación de sismos. El primero de ellos, es el generador de una tabla de números aleatorios, que están en función de los momentos sísmicos de las magnitudes semilla y simulada, así como de la caída de esfuerzos de la fuente, empleado una  $\Delta\sigma = 150$  bares, los momentos sísmicos para las magnitudes correspondientes fueron calculados de la siguiente forma:

$$M = \frac{2(\log M_o)}{3} - 10.7 \tag{3.20}$$

despejando  $M_o$  tenemos:

$$M_o = 10^{\frac{(M+10.7)*3}{2}} \tag{3.21}$$

donde  $M$  es la magnitud del momento sísmico y  $M_o$  es el momento sísmico.

El otro algoritmo, es el encargado de simular el sismo que se desee, dicho algoritmo está basado en la función de Green empírica descrita en capítulos anteriores. Para la ejecución de dicho algoritmo es necesario, un archivo de entrada, donde se establecen los parámetros requeridos por el programa.

En la figura 3.17 se muestra el sismo semilla y de dos sismos simulados para una magnitud de 7.1 y 8.4 respectivamente.

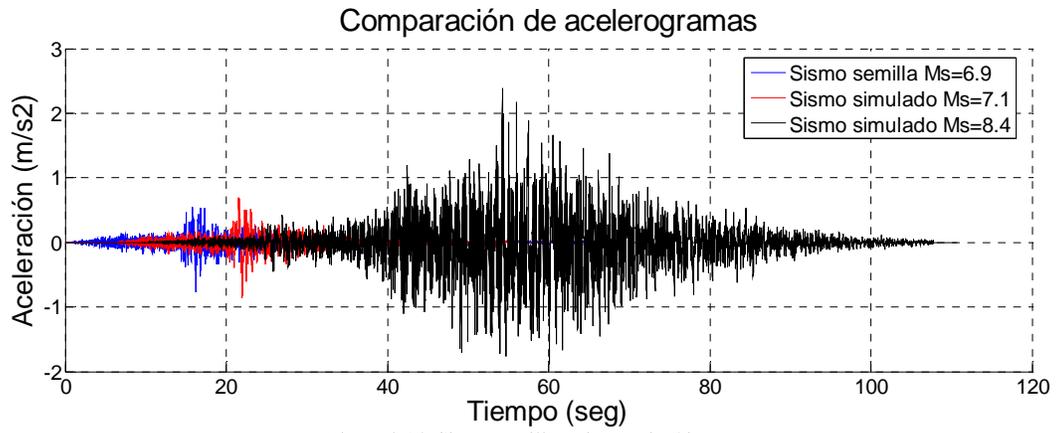


Figura 3.14. Sismo semilla y sismos sintéticos.

# Capítulo 4

## Curvas de fragilidad



### Resumen

En el presente capítulo se construyen las curvas de fragilidad de los entrepisos de la estructura en estudio.

#### 4.1 CURVAS DE FRAGILIDAD.

Evaluar el impacto que tienen los sismos en las estructuras es una tarea importante por las pérdidas de vidas y económicas que ocasionan, por lo que es necesario contar con un método que cuantifique, confiable y eficazmente, la probabilidad de que una estructura incurra en cierto nivel de daño (estados límite) por estar sujeta a un sismo de intensidad dada, como puede ser agrietamiento, fluencia o colapso.

La fragilidad sísmica de una estructura, se define como la probabilidad condicional de que su respuesta exceda un estado límite dado, cuando se le somete a sismos de cierta intensidad. La fragilidad se expresa por una función entre dos conjuntos: el dominio y el contradominio de dicha función, en la que el dominio de la función (abscisas), es una medida de intensidad sísmica y el contradominio (ordenadas), la probabilidad condicional de que la respuesta de la estructura exceda un estado límite cuando se le sujeta a sismos de intensidad dada.

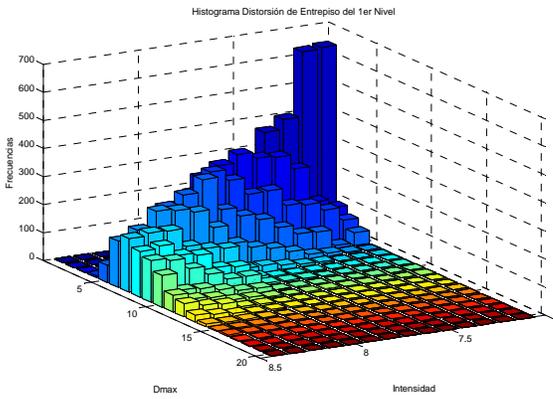
Los estados límite de las estructuras, se pueden definir en términos de la distorsión de entrepiso, la cual representa un índice que se correlaciona muy bien con el daño experimentado por ellas en el caso de sismos (Reyes, 1999). La distorsión de entrepiso para el caso de estructuras a base de marcos, se define como la diferencia de desplazamientos entre dos niveles consecutivos dividida por la altura del entrepiso.

Para determinar las curvas de fragilidad sísmica de la estructura con base a la respuesta del sistema sujeto a un proceso estocástico, es necesario determinar el ó los estados límite que se desean estudiar y dependiendo de ellos, identificar las fuentes y las magnitudes sísmicas para las cuales es necesario determinar la probabilidad de que el sistema equivalente exceda el estado límite deseado.

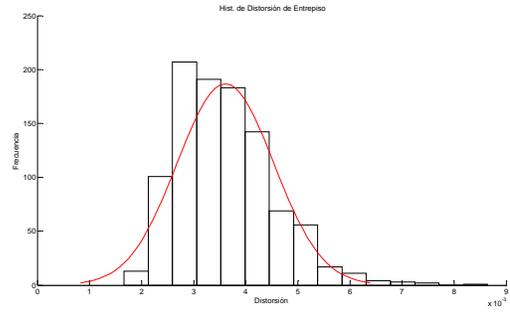
Para ello, en primera instancia, fue necesario generar 1000 sismos simulados para cada magnitud desde 7.1 a 8.4, obteniendo con ello 14000 sismos sintéticos estadísticamente congruentes.

Una vez obtenidos los sismos, mediante el programa DRAIN-2DX, se realizó un análisis dinámico no lineal de la estructura sometiéndola a cada uno de los sismos calculados, obteniendo la respuesta de la estructura para cada evento.

Con las respuestas de la estructura, se calcularon las distorsiones máximas para cada entrepiso del marco en estudio, ver las siguientes figuras.

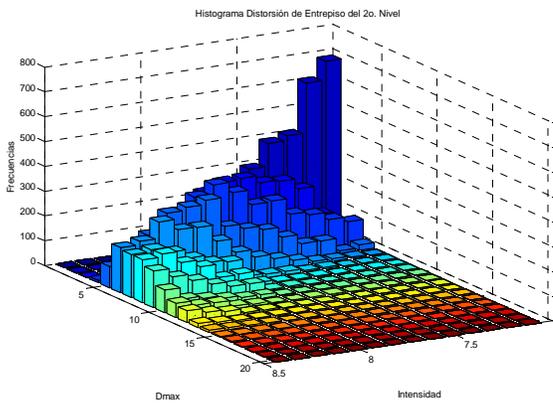


a)

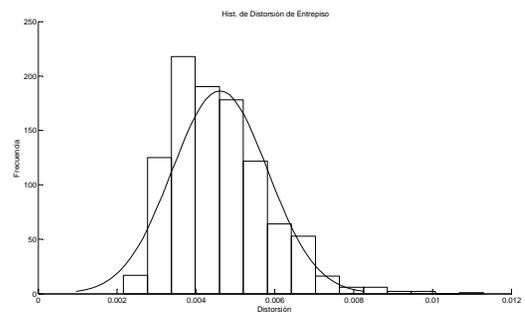


b)

Figura 4.1 a) Histograma de la distorsión de entrepiso del 1er nivel en función de la magnitud.  
b) Histograma de la distorsión de entrepiso del 1er nivel para la magnitud 8.4.

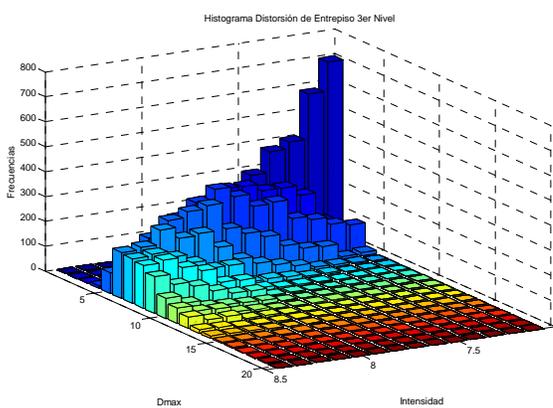


a)

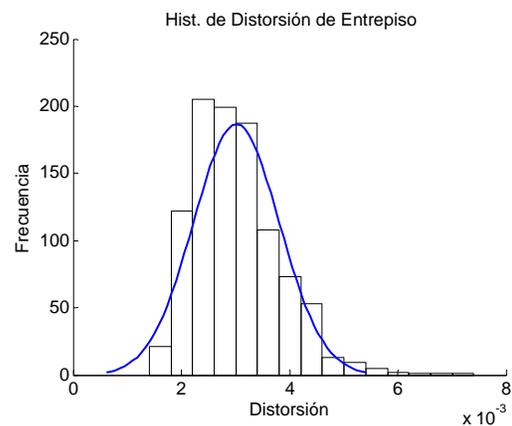


b)

Figura 4.2 a) Histograma de la distorsión de entrepiso del 2o nivel en función de la magnitud.  
b) Histograma de la distorsión de entrepiso del 2o nivel para la magnitud 8.4.



a)



b)

Figura 4.3 a) Histograma de la distorsión de entrepiso del 3er nivel en función de la magnitud.  
b) Histograma de la distorsión de entrepiso del 3er nivel para la magnitud 8.4.

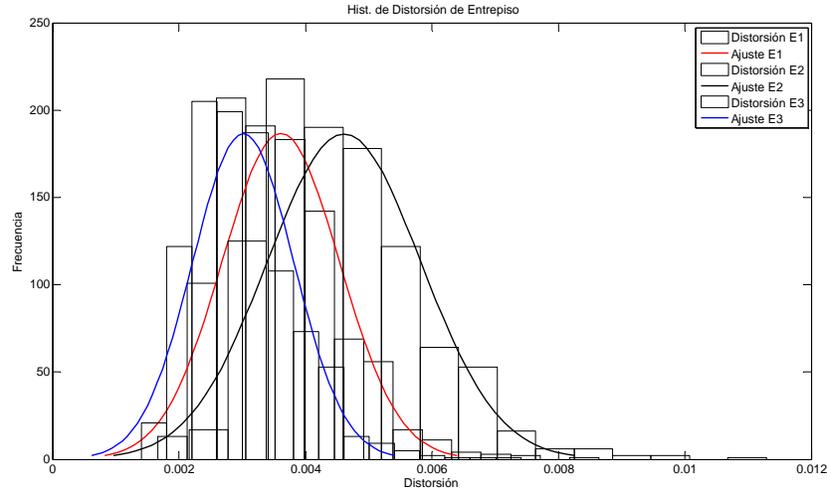


Figura 4.4 Comparación de los Histogramas de la distorsión de los entrepisos E1 (rojo), E2 (negro) y E3 (azul) del Marco en estudio para la magnitud 8.4.

Para determinar la probabilidad de que el sistema equivalente exceda el estado límite deseado, se verificó, que las distorsiones máximas excedieran, la distorsión de colapso, para una magnitud dada. Matemáticamente esto último se define como se indica:

$$FD = P[d \geq d^* | I]$$

En las figuras 4.5, 4.6 y 4.7, se presentan las curvas de fragilidad del Marco en estudio, correspondiente a distintos estados límite, donde se muestra que la probabilidad de exceder un estado límite inferior a otro es mayor.

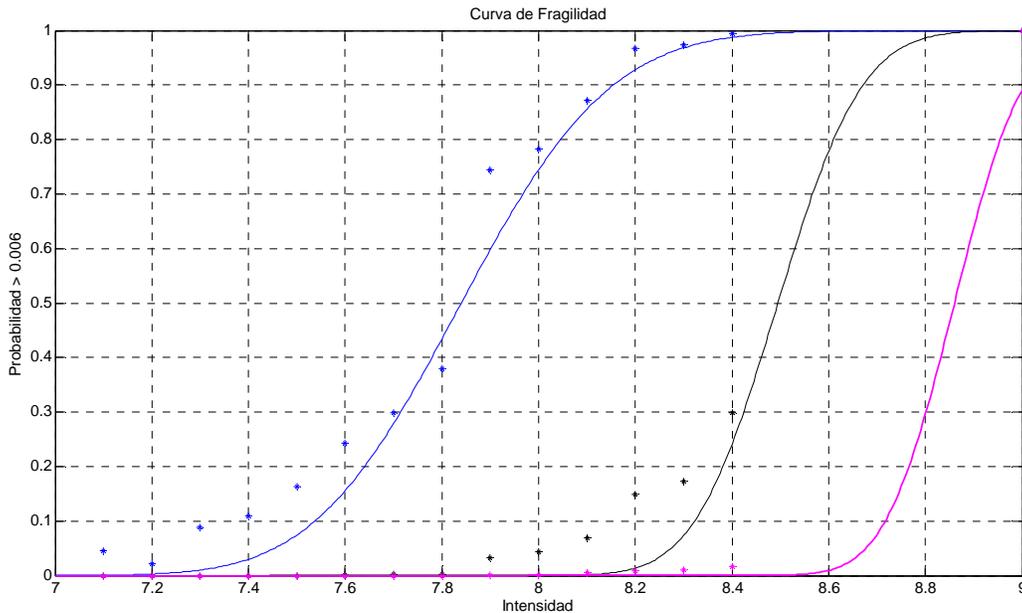


Figura 4.5 Curvas de fragilidad del primer nivel del Marco en estudio, correspondientes a distintos estados límite de distorsión de entrepiso.

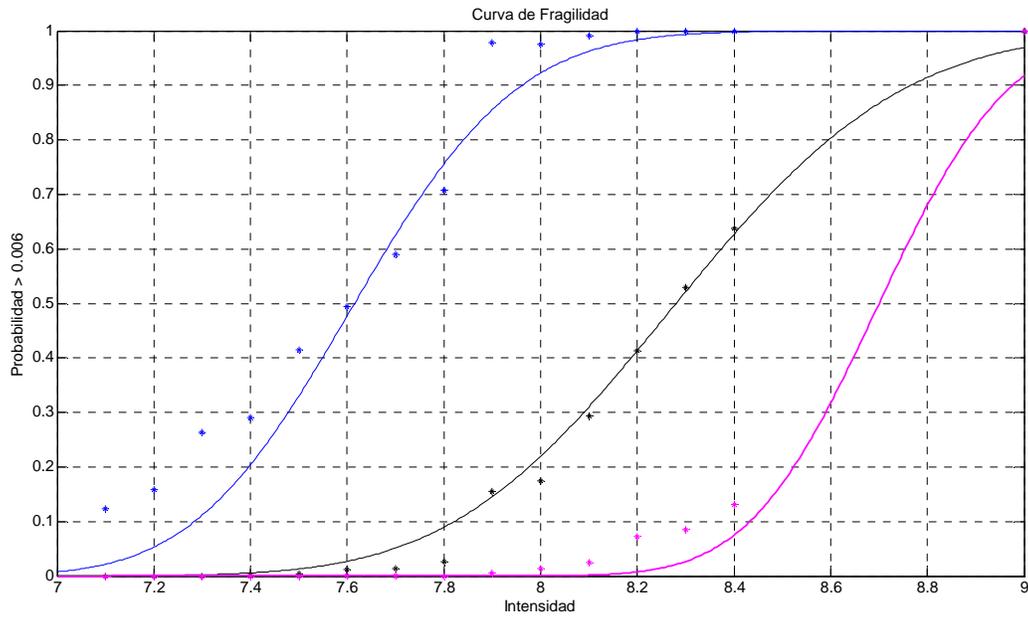


Figura 4.6 Curvas de fragilidad del segundo nivel del Marco en estudio, correspondientes a distintos estados límite de distorsión de entrepiso.

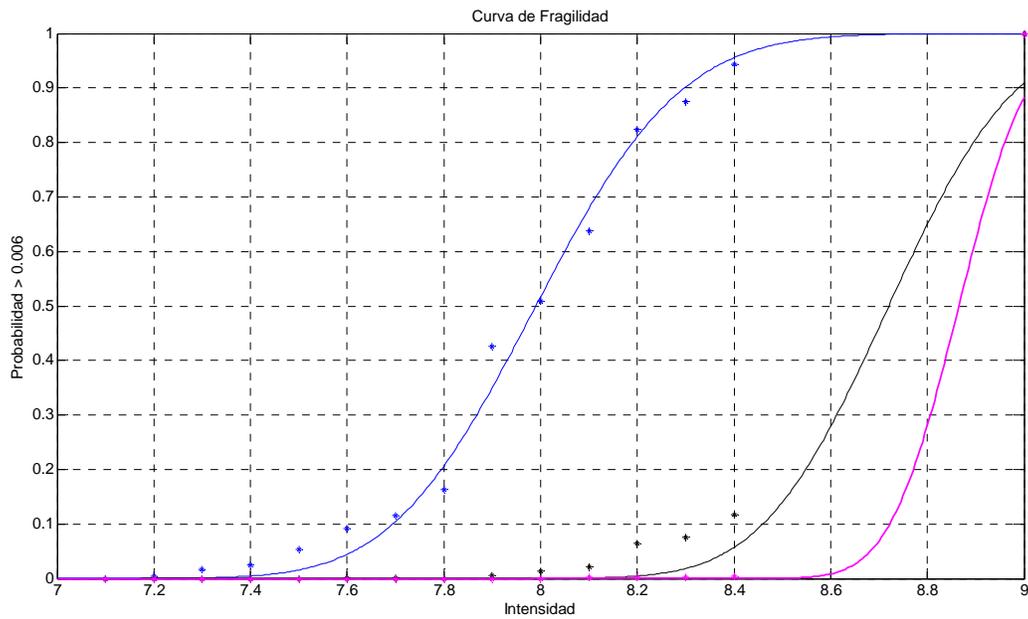
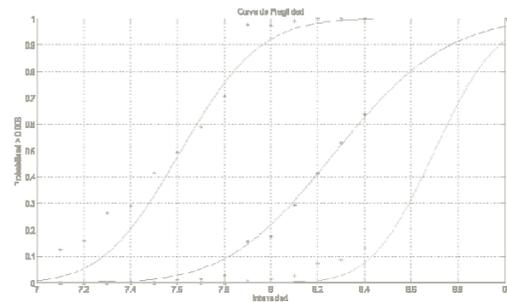


Figura 4.7 Curvas de fragilidad del tercer nivel del Marco en estudio, correspondientes a distintos estados límite de distorsión de entrepiso.

## Conclusiones y Recomendaciones



## **CONCLUSIONES.**

Se observa que el entrepiso dos es el que rebasa la distorsión permisible establecida por el reglamento, sin embargo la probabilidad de que esto suceda es de tan solo un 10% y para un sismo de magnitud 8.4 en la escala de Richter.

Para los otros dos entrepisos, la probabilidad de que la distorsión permisible alcance un valor mayor de 0.006, es nula.

Las curvas de fragilidad obtenidas proporcionan información, del probable estado de operación de la estructura después de un sismo. Para este edificio en particular, es conveniente verificar los elementos estructurales, una vez ocurrido un sismo de magnitud mayor a 8.0 en la escala de Richter, ya que existe la probabilidad de que exista algún daño, de sus elementos estructurales como de los no estructurales.

Así mismo, las curvas de fragilidad, proporcionan la información de que entrepiso es el que tiene mayor probabilidad de tener algún daño estructural o no estructural.

Este trabajo demuestra que las curvas de fragilidad permiten estimar razonablemente bien las pérdidas materiales debidas a un sismo.

Debido a que se trata de una herramienta probabilística, su aplicación resulta más efectiva cuando se aplica masivamente a grupos de edificios de similares características estructurales.

El algoritmo para generar las curvas de fragilidad ha sido planteado teniendo en cuenta una metodología general en las que muchas variables que participan en el comportamiento sísmico. Sin embargo, en este estudio solo se ha considerado las más variables más importantes, a fin de minimizar el esfuerzo de cálculo.

## **RECOMENDACIONES**

La metodología propuesta tiene muchas simplificaciones, como la de no tomar en cuenta la incertidumbre de los parámetros estructurales, o la incertidumbre de la resistencia a compresión del concreto y la resistencia de fluencia del acero. En un trabajo futuro la metodología podría refinarse para generar curvas de fragilidad más precisas.

Debido a que existe una cantidad importante de edificios tanto en el sector privado con el público, con similares características estructurales, esta metodología puede aplicarse para evaluar el riesgo sísmico (costos de reparación) de estas edificaciones ante diversos escenarios de sismos. También se pueden proponer algunos sistemas de refuerzo y evaluar su desempeño mediante sus curvas de fragilidad.

La metodología se puede aplicar a gran escala para evaluar el riesgo sísmico de grandes grupos de edificios. Estos grupos de edificios podrían estar constituidos por tipologías estructurales similares dentro de una misma ciudad. Debido a que la metodología integra información de peligro y vulnerabilidad, se puede generar un mapa de riesgo sísmico. En este mapa se pueden

identificar las zonas que requieren de especial atención por ser las más vulnerables. De esta manera podrían implementarse un plan de refuerzo de las edificaciones potencialmente vulnerables.

# BIBLIOGRAFÍA

---

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aguiar, Roberto y Bobadilla, Carlos, 2006, “Curvas de Fragilidad para Estructuras de Hormigón Armado y Comparación con Hazus”, *Paper, Rev. Int. de Desastres Naturales, Accidentes E Infraestructura Civil, Vol. 6(1)*.

Barbat, Alex, Bonnet Ricardo y Pujades, Lluís, 2004, “Curvas de Fragilidad Sísmica Para Edificios Tradicionales de Mampostería no Reforzada de Barcelona, España”, *Memorias del 6º Congreso Nacional de Sismología e Ingeniería Sísmica*, 429 – 444, pp., Cataluña, España.

Blondet, Marcial, Muñoz, Alejandro, Velásquez, José y León, Henry, 2005, “Estimación de Perdidas Sísmicas en Edificaciones Educativas Peruanas”, *Congreso Chileno de Sismología e Ingeniería Antisísmica IX Jornadas*, 1 – 10 pp., Concepción, Chile, Noviembre.

Bonett, Ricardo (2003), “Vulnerabilidad y Riesgo Sísmico de Edificios, Aplicación a Entornos Urbanos en Zona de Amenaza Alta y Moderada”, *Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Cataluña*.

Brune J. N. (1970). Tectonic stress and the spectra of seismic shear waves from earthquakes. *Journal of Geophys Res.* Vol. 75, pp. 4997 – 5009.

Clough R. W. y Penzien J. (1993). “Dynamics of Structures”. Mc Graw-Hill International Editions. Nueva York, N. Y.

Cruz Gonzalez, Marcelino (2008), “Comportamiento no-lineal de marcos estructurales de concreto de puentes urbanos ubicados en zonas sísmicas”, Tesis de Maestría, Instituto Politécnico Nacional.

CENAPRED, 2004, “Guía Básica para la Elaboración de Atlas Estatales y Municipales de Peligro y Riesgos”. Centro Nacional de Prevención de Desastres.

Filliben, J.J., 2002, “Fragility Curves, Damage Matrices, and Wind Induced Loss Estimation”, National Institute of Standards and Technology, USA.

Flores Méndez, Esteban (2005), “Obtención de curvas de fragilidad sísmica de edificios en el Valle de México”, *Tesis Doctoral, Universidad Nacional Autónoma de México*.

Gomez, Maria (2002), “Riesgo Sísmico de Puentes de Hormigón Armado de Sección Cajón y Vanos Múltiples”, *Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Cataluña*.

Hurtado J. E. (1998). "Stochastic Dynamics of Hysteretic Structures". Monograph Series in Earthquake Engineering. Editado por A. H. Barbat. Monograph CIMNE IS-25, Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona.

Cano, J. y González, Oscar, (2004), "DID, Programa de cómputo para diagramas de interacción de columnas de concreto", Universidad Autónoma Metropolitana.

Johnson, L. N. y Kotz, S. (1972). "Distribution in statistics: Continuous Multivariate Distribution". John Wiley & Sons, Inc., Nueva York, N.Y., Capítulo 35, pp. 59.

Kimura K., Yasumuro, H. y Sakata M. (1994). "Non Gaussian Equivalent Linearization for Nonstationary Random Vibration of Hysteretic System." Probabilistic Engineering Mechanics, Vol. 9, pp. 15- 22.

Lutes L. D. y Sarkani S. (1997). "Stochastic Analysis of Structural and Mechanical Vibrations". Prentice- Hall, Upper Saddle River. N.J.

Mena, Ulises (2002), "Evaluación del Riesgo Sísmico en Zonas Urbanas", *Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Cataluña*.

Mosalam, K. M., Ayala G., White R. N. y Roth Ch., "Seismic fragility of LRC frames with and without masonry infill walls".

Ordaz M., Arboleda J., y Singh S. K. (1995). "A Scheme of Random Summations of an Empirical Green's Function to Estimate Ground Motions from Future Large Earthquakes". Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 85, No. 6, pp. 1635-1647.

Papoulis A. (1978). "Sistemas Digitales y Analógicos Transformadas de Fourier, Estimación Espectral". Marcombo Boixerau Editores. Barcelona – 7. España.

Prakah, V., Powel, G. H. y Campbell, S. (1993). DRAIN-2DX. University of California, Berkeley.

Reyes S. J. (1999). El Estado Límite de Servicio en el Diseño Sísmico de Edificios. Tesis de Doctorado, División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería de la UNAM.

Rosenblueth E. (1991). "Diseño de estructuras resistentes a sismos", Ed. Noriega Limusa, México, D.F.

Scawthorn Ch. (1986), "Techniques for rapid assesment of seismic vulnerability", American Society of Civil Engineers 345, East 47<sup>th</sup> Street New York, New York, 10017 – 2398.

Singhal A. y Kiremidjian A S. (1997). A method for earthquake motion-damage relationships with application to reinforced concrete frames. Technical Report NCEER-97-0008.

SLAC (2000). Specification for Seismic Design of Buildings, Structures, Equipment and Systems at the Stanford Linear Accelerator Center. SLAC-I-720-0A24E-002.

Soong T. T. y Grigoriou M. (1993). "Random Vibration of Mechanical and Structural Systems". P T R Prentice - Hall, Upper Saddle River, N. J.

Spudich P. y Hartzell S. (1984), "Prediction of ground motion time histories, in Earth Quake Hazards of the Los Angeles region: U.S.", Geological Survey Professional Paper. Ed. J. Ziony.

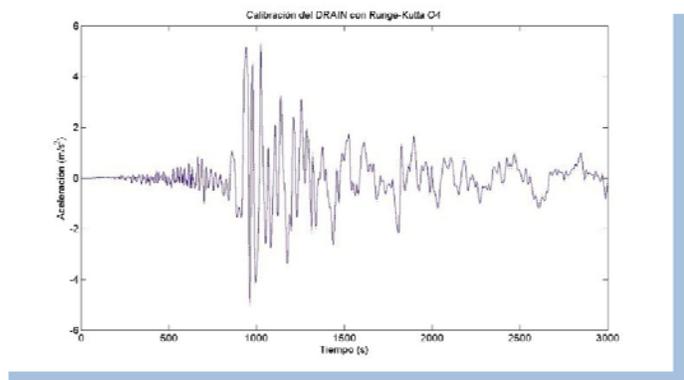
Sundararajan R. "Probabilistic Structural Mechanics Handbook. Chapman & Hall.

Williams M. S. y Sexsmith R. G. (1994), "Review of methods of assessing seismic damage in concrete structures", University of British Columbia Department of Civil Engineering. Earthquake Engineering Research Facility Technical Report 94-02.

# ANEXOS

# Anexo A.

## Modelo de 1 gdl. DRAIN-2DX vs Matlab.



## A. SISTEMA DE UN GRADO DE LIBERTAD.

Para poder estimar la respuesta sísmica de una estructura, se recurre a un modelo matemático cuyas propiedades mecánicas y dinámicas se procura sean las mismas que posee la estructura. Uno de los modelos más simples y más empleados para estimar la respuesta sísmica de edificios es el *Sistema de un grado de libertad*. Este modelo se caracteriza por ser un sistema dinámico en el que la masa está concentrada en un solo punto (es decir, solo existe una masa).

El sistema de un grado de libertad está representado como una estructura de un sólo piso como el mostrado en la Fig. A1 en el que las columnas no tienen masa y están empotradas en su base. Toda la masa se encuentra concentrada en el techo de la estructura el cual se considera rígido (el techo en sí no se deforma sólo las columnas).

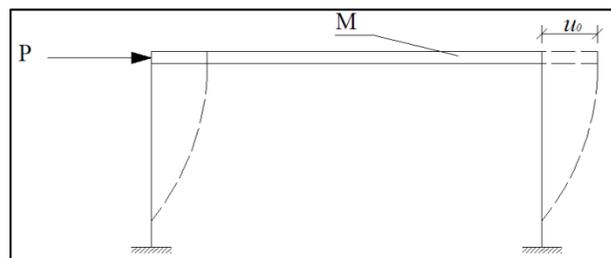


Fig. A1. Sistema de un grado de libertad sin amortiguamiento.

Si a esta estructura se le aplicará una fuerza lateral  $P$  que produjera en el techo un desplazamiento  $u_0$  y luego se le quitará en forma repentina, ésta oscilaría de un lado al otro de su posición de equilibrio en un movimiento que se le conoce como vibración libre. Esta oscilación continuaría siempre con una amplitud igual a  $u_0$  como se muestra en la Fig. A2.

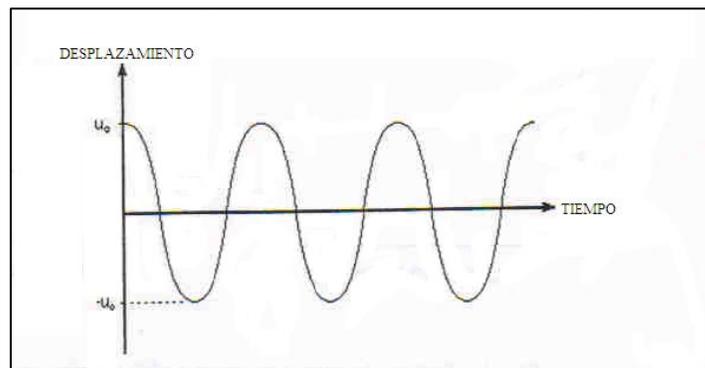


Fig. A2. Vibración libre de un sistema de un grado de libertad sin amortiguamiento.

Este tipo de respuesta, desde luego no es realista, ya que, intuitivamente uno espera que la amplitud de las oscilaciones disminuya poco a poco hasta detenerse por completo. Con el objeto de introducir este fenómeno al sistema de un grado de libertad se le agrega un elemento que disipe energía. Normalmente el tipo de elemento que se considera es un amortiguador de tipo viscoso (con amortiguamiento de Coulomb). Así pues los elementos que forman el sistema de un grado de libertad son los siguientes: una masa  $M$ , una estructura de un piso con rigidez lateral  $K$  y un amortiguamiento de tipo viscoso con un coeficiente de amortiguamiento  $C$ . El sistema dinámico completo puede verse en la figura A3.

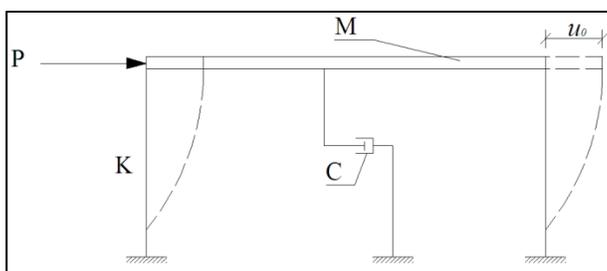


Fig. A3. Sistema de un grado de libertad con amortiguamiento.

Se identificarán cada uno de los componentes del sistema de un grado de libertad amortiguado. La masa es directamente proporcional al peso. Usando la segunda ley de Newton puede verse que la masa está dada por:

$$M = \frac{W}{g} \quad (1)$$

donde  $W$  es el peso del techo y  $g$  es la aceleración de la gravedad.

La rigidez lateral del sistema está dada por el cociente de la fuerza lateral aplicada entre el desplazamiento producido por ésta, esto es:

$$K = \frac{P}{u_0} \quad (2)$$

Se dice que el sistema de un grado de libertad es *lineal* cuando la rigidez permanece constante, o sea que el desplazamiento lateral siempre es directamente proporcional a la fuerza lateral.

Gráficamente, la rigidez lateral del sistema es la pendiente en un gráfica de fuerza lateral contra desplazamiento lateral figura. En el amortiguador viscoso se producen fuerzas laterales que son directamente proporcionales a la velocidad relativa de la masa con respecto a la velocidad del terreno, en este caso la pendiente corresponde al coeficiente de amortiguamiento.

### A.1 ECUACION DEL MOVIMIENTO.

El movimiento de la estructura idealizada de un piso (sistema de un grado de libertad) cuando es sometido a cargas dinámicas se rige por una ecuación diferencial. Esta ecuación diferencial, es conocida con el nombre de *ecuación del movimiento* y es función de cargas dinámicas: cargas externas y movimientos sísmicos.

### A.2 BAJO EXCITACIÓN SISMICA.

En el caso de un sismo no existe una fuerza externa que está aplicada a la masa del sistema, sino que la única sollicitación al sistema es debida al movimiento del terreno sobre el cual se desplanta

la estructura. Como resultado de esta excitación la base de la estructura tiene un movimiento igual al del terreno  $u_g(t)$  y a su vez la estructura se deforma (desplazamiento del techo con respecto a la base) una cantidad  $u(t)$ . Así pues, el desplazamiento total del techo  $u_t(t)$  durante un sismo es igual a:

$$u_t(t) = u(t) + u_g(t) \quad (3)$$

El equilibrio dinámico en este caso está dado por:

$$F_I + F_A + F_E = 0 \quad (4)$$

donde

$$F_I = M\ddot{u}(t) \quad (5)$$

$$F_A = c\dot{u}(t) \quad (6)$$

$$F_E = Ku(t) \quad (7)$$

Sustituyendo las ecuaciones 5, 6 y 7 en la ecuación 4 se tiene:

$$M\ddot{u}_t(t) + C\dot{u}(t) + Ku(t) = 0 \quad (8)$$

En este caso la fuerza de inercia puede escribirse como:

$$F_I = M[\ddot{u}_g(t) + \ddot{u}(t)] \quad (9)$$

Expresión que cuando se sustituye en la ecuación del equilibrio dinámico (ec. 8) resulta en:

$$M\ddot{u}_t(t) + C\dot{u}(t) + Ku(t) = -M\ddot{u}_g(t) \quad (10)$$

Esta es la ecuación del movimiento que gobierna la respuesta del sistema de un grado de libertad amortiguado sujeta a un movimiento del terreno.

## B. MODELO EN MATLAB.

El modelo realizado en Matlab, resuelve la ecuación diferencial de movimiento que gobierna la respuesta de un sistema de un grado de libertad, bajo una excitación sísmica, mediante métodos numéricos.

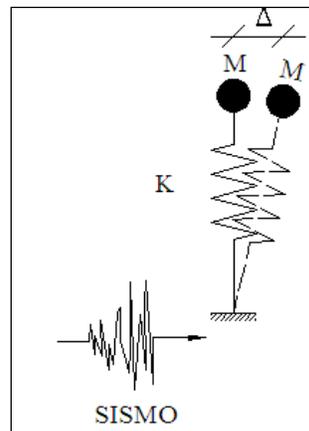


Fig. A4. Modelo de un grado de libertad.

```

Editor - C:\Documents and Settings\JUAN EDMUNDO MAYORGA\Mis documento...
File Edit Text Cell Tools Debug Desktop Window Help
1  %Respuesta de un sistema a un sismo
2
3  clear
4  global wa xi sis At
5
6  %Datos de sistema no lineal de entrada
7  At=0.005;
8  T=2;           % periodo
9  wa=2*pi/T;    % frecuencia natural
10 xi=0.05;      % Coef. de amortiguamiento
11 m=1;          % Masa unitaria
12
13 load MayC.dat
14 acM=MayC;
15 load GILROY.dat
16 sis=GILROY;
17 lon=length(sis);
18 tspan = (0:lon-2)*At;
19
20 y = [0.0, 0.0];
21 [t, w] = ode23('resbil1',tspan,y);
22 ac=diff(w(:,2))/At;
23 figure
24 axes ('FontSize',14);
25 plot(ac*9.81,'LineWidth',1);
26 hold on
27 plot(acM,'r','LineWidth',1)
28 title ('Calibración del DRAIN con Runge-Kutta O4','FontSize',14);
script Ln 1 Col 1 OVR

```

Fig. A5. Programa en Matlab que calcula la respuesta del modelo de 1GDL.

```

| MARCO DE 1 NIVEL
|
*STARTXX
  marco          0 2 0 0          MATLAB CHECK
*NODECOORDS
| NODOS DE PISOS 0 Y 1
C      1      0.0      0.0
C      2      2.0      0.0
C      3      0.0      1.0
C      4      2.0      1.0
*RESTRAINTS
S 111      1      2
S 011      3      4
|
*SLAVING
S 100      3      4
|
*MASSES      !MASAS EN LAS DIRECCIONES X.Y Y ROTACIONAL
S 100      0.50      3      4      1      1
|
*ELEMENTGROUP
2      0      1      0.05      MARCO
1      1      1.00      1      0.411      4      4      2
1      2      1.00      9999      9999      4      4      2
1      1      99999      99999
|
!GENERACION DE COLUMNAS
1      1      3      2      1      0      1      1
2      2      4      2      1      0      1      1
|
!GENERACION DE VIGAS
3      3      4      1      2      0      1      1
|
*RESULTS
NSA      001      3      3      0
*ACCNREC
LOMA      GILROY.DAT      * ACELEROGRAMA LOMA PRIETA
3000      1      0      2      1.0      9.81      0.005      0.000 !VERIFICAR FACTOR DE ACEL.
|
*PARAMETERS
OD      1      0.005
*ACCN
1      15      3000      1      0.005
1      LOMA      1.0      1.0
|
*STOP
  
```

Fig. A6. Archivo de entrada para DRAIN2DX, de un modelo de 1GDL.

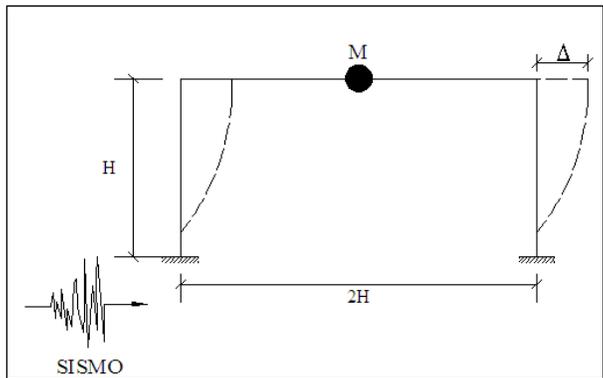


Fig. A7. Marco modelado en DRAIN 2DX.

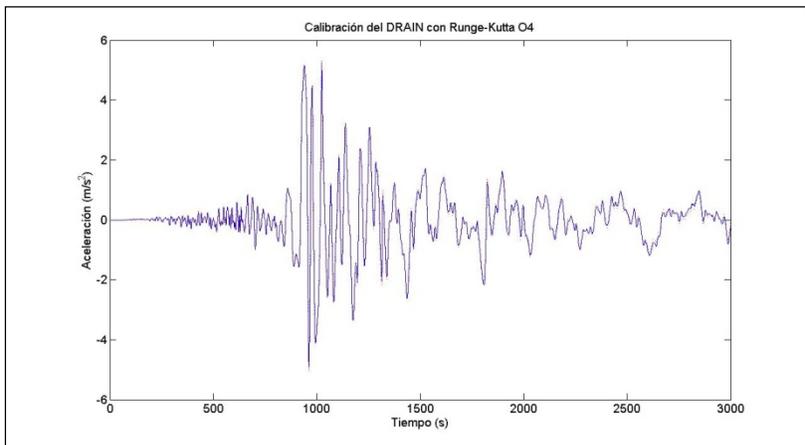
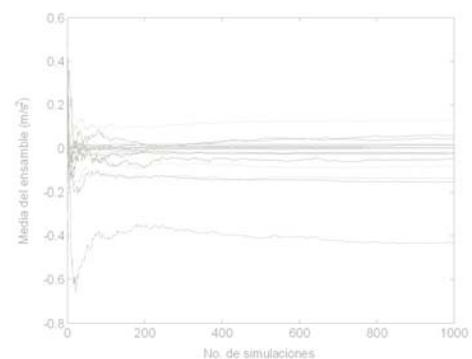


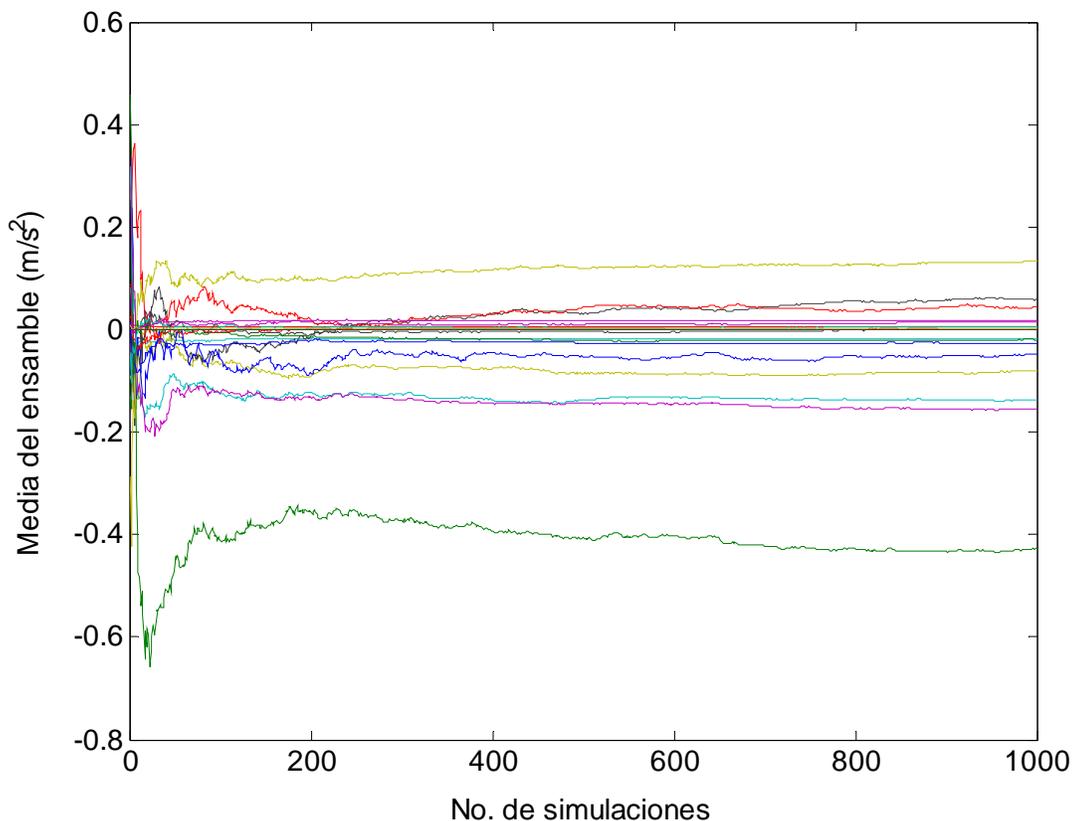
Fig. A8. Comparación de respuestas del DRAIN 2DX, y del modelo en Matlab.

## Anexo B.

*Cálculo del número de simulaciones necesarias para que las estadísticas estimadas usando Monte Carlo sean significativas.*



Para determinar el número de simulaciones necesarias para estimar la media y la DEPE se siguieron dos caminos; en el primero, se buscó que la media del ensamble en cada instante del tiempo como función del número de sismos fuera prácticamente constante, y se buscó también que su coeficiente de variación fuera pequeño, de forma tal que al incrementar el número de sismos considerados la media del ensamble no tuviera variaciones importantes. Fue necesario considerar distintos tiempos puesto que cada una de las señales del ensamble que se buscaba obtener, era una realización de un proceso estocástico evolutivo. En la Figura 3.7 se presentan curvas de distintos colores, cada color representa la media de las señales consideradas del ensamble para un tiempo dado, la media se calcula en función del número de sismos del ensamble. Lo mismo se hizo con los picos de la DEPEs. En la Figura 3.7, se muestra la dependencia de las medias para distinto número de sismos; se aprecia la estabilización de las medias alrededor de un valor conforme aumenta el número de sismos.



*Figura B.1. Comportamiento de la media en función del número de simulaciones, cada línea continua corresponde a un valor de la media del proceso estocástico para un tiempo dado.*

El segundo camino que se buscó para determinar si el número de elementos del ensamble era estadísticamente significativo fue utilizando la desigualdad de Tchebycheff (Papoulis, 1984):

$$P\{|X - E[X]| \geq \varepsilon\} \leq \frac{E[|X - E[X]|^2]}{\varepsilon^2}, \quad (B.1)$$

donde  $P\{A\}$  es la probabilidad del evento  $A$ . En el caso que nos compete, se aplica la desigualdad de Tchebycheff al promedio de la respuesta  $a_s(t)$  para un  $t$  dado, y puesto que  $a_s(t)$  para un  $t$  dado es normal, también lo es su promedio. El promedio es el mejor estimador de la media del proceso estocástico para ese tiempo  $\eta(t)$ , teniendo la siguiente ecuación:

$$P\{|\bar{a}_s(t_i) - \eta| \geq \varepsilon\} \leq \frac{\sigma^2}{n \varepsilon^2}, \quad (B.2)$$

la  $n$  en el denominador aparece puesto que la varianza del promedio muestral es igual a la varianza de la variable aleatoria considerada dividida entre el número de elementos de la muestra. Dividiendo la desigualdad entre  $\sigma/n^{1/2}$ , con el fin de obtener una variable aleatoria estándar se obtiene:

$$P\left\{\frac{|\bar{a}_s(t_i) - \eta|}{\sigma / \sqrt{n}} \geq \frac{\varepsilon}{\sigma / \sqrt{n}} = \varepsilon_1\right\} \leq \frac{\sigma^2}{n \varepsilon_1^2}, \quad (B.3)$$

que se reduce a:

$$P\{z \geq \varepsilon_1\} \leq \frac{\sigma^2}{n \varepsilon_1^2}, \quad (B.4)$$

y considerando un nivel de significancia de  $\gamma = 0.001$  ( $z_\gamma = 4$ ), se determina el caso más crítico para la  $n$ :

$$\gamma = P\{z \geq z_\gamma\} \leq \frac{\sigma^2}{n z_\gamma^2},$$

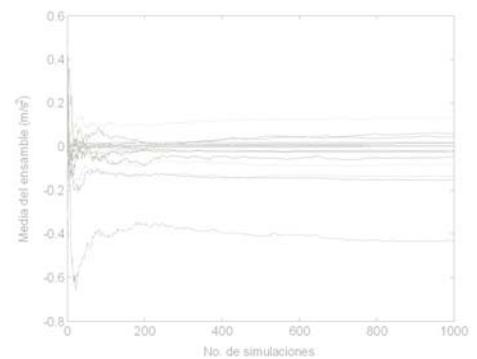
de donde:

$$n^* = \frac{\sigma^2}{\gamma z_\gamma} . \quad (B.5)$$

De acuerdo con los resultados obtenidos para el valor máximo de la varianza del ensamble  $\sigma^2 = 0.4005 \text{ (m/s}^2\text{)}^2$ , y sustituyendo los datos en la ec. (B.5) se obtiene  $n^* = 1000$ .

## Anexo C.

### Registros sísmicos simulados.



---

|                 |  |
|-----------------|--|
| MAGNITUD : 7.1° |  |
|                 |  |
|                 |  |
|                 |  |
|                 |  |
|                 |  |
|                 |  |
|                 |  |