



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

ESCUELA SUPERIOR DE ECONOMÍA

SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

***ESTIMACIÓN Y EVALUACIÓN DE MODELOS SERIES
DE TIEMPO DEL COMPORTAMIENTO TIPO DE
CAMBIO PESO-DÓLAR EN EL PERÍODO 2000-2010.***

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN CIENCIAS ECONÓMICAS

(ECONOMÍA FINANCIERA)

P R E S E N T A

HECTOR FRANCISCO SALAZAR NUÑEZ



MÉXICO D. F.,

JUNIO DE 2011



**INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO**

ACTA DE REVISIÓN DE TESIS

En la Ciudad de México D.F., siendo las 13:30 horas del día 20 del mes de mayo del año 2011 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de Tesis, designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de la SEPI ESE-IPN para examinar la tesis titulada: Estimación y evaluación de modelos series de tiempo del comportamiento del tipo de cambio peso-dólar en el periodo 2000-2010.

Presentada por el alumno:

Salazar

Apellido paterno

Núñez

Apellido materno

Héctor Francisco

Nombre(s)

Con registro:

A	0	9	0	0	4	0
---	---	---	---	---	---	---

aspirante de:

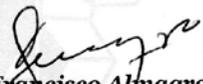
Maestría en Ciencias Económicas.

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **APROBAR LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISIÓN REVISORA

Directores de tesis


Dr. Miguel Flores Ortega
(Director de tesis)


Dr. Francisco Almagro Vázquez
(Director de tesis)


Dr. Humberto Ríos Bolívar


M.en C. José Luis Romero Espejel



S.E.P.
INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
E.S.E.
SECCION DE ESTUDIOS DE
POSGRADO E INVESTIGACION


M.en C. Héctor Allier Campuzano

PRESIDENTE DEL COLEGIO DE PROFESORES


Dr. Gerardo Angeles Castro



INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL

SECRETARIA DE INVESTIGACION Y POSGRADO

CARTA CESION DE DERECHOS

En México D. F., siendo las 13:30 horas del día viernes 20 del mes de mayo del año 2011, el (la) que suscribe HÉCTOR FRANCISCO SALAZAR NUÑEZ alumno (a) del Programa de Maestría en Ciencias Económicas con número de registro A090040 adscrito a la SEPI ESE-IPN, manifiesta que es autor (a) intelectual del presente trabajo de tesis bajo la dirección del Dr. Miguel Flores Ortega y el Dr. Francisco Almagro Vázquez y cede los derechos del trabajo intitulado Estimación y evaluación de modelos series de tiempo del comportamiento del tipo de cambio peso-dólar en el periodo 2000-2010, al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección Pajarera # 44. Colonia Benito Juárez. Nezahualcoyotl, Estado de México (C.P. 67000). Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

M.EN C. © HÉCTOR FRANCISCO SALZAR NUÑEZ

Nombre y firma

ÍNDICE

ÍNDICE DE GRÁFICAS Y TABLAS.	III
RESUMEN.	V
ABSTRAC.	VI
INTRODUCCIÓN.	VII
Capítulo 1.Efectos económicos del tipo de cambio.	
1.1 Conceptos fundamentales del tipo de cambio.	1
1.1.1Las modalidades del tipo de cambio.	1
1.1.2 Argumentos sobre el tipo de cambio.	2
1.1.3 Actores en el mercado de Divisas.	5
1.2 Regímenes del tipo de cambio en México en el periodo de 1954-2010.	5
1.3Teorías desarrolladas para explicar los movimientos del tipo de cambio.	6
1.3.1 Paridad del poder de compra absoluta.	7
1.3.1.2Paridad del poder de compra relativa.	9
1.3.2 Teoría de la paridad del interés.	11
1.3.2.1 La paridad cubierta del interés.	11
1.3.2.2 La paridad no cubierta del interés.	12
1.3.3 Modelos de corto plazo.	13
1.3.3.1 Enfoque monetario del tipo de cambio.	13
1.3.3.2 Enfoque monetario de balanza de pagos.	15
1.3.3.3 Modelo de portafolio equilibrado.	17
1.3.4 Modelos Dinámicos.	19
1.3.4.1 Sobré reacción del tipo de cambio.	19
1.3.4.2 Burbujas especulativas.	20
1.3.5 Modelos de largo plazo.	21
1.3.5.1 Modelo BEER.	21
1.3.5.2 Modelo tradicional de flujos.	24
Capítulo 2. Modelos series de tiempo para pronosticar el tipo de cambio.	
2.1 Metodología del modelo ARIMA.	27
2.1.2 Las etapas del modelado Box-Jenkins son las siguientes.	28
2.1.2.1 ¿Cómo saber que una variable cualquiera es estacionaria y que hacer en el caso de que no sea estacionaria?	29
2.2 Metodología del modelo GARCH.	32
2.2.1Características de los modelos GARCH.	33
2.3 Metodología del modelo ARFIMA.	37
2.3.1 Etapas del modelo ARFIMA o FARIMA.	38

2.4 Metodología del modelo FIGARCH.	42
2.4.1 Definición y pruebas de memoria larga para el Establecimiento de los modelos FIGARCH.	44
2.5 Evaluación del pronóstico.	47
Capítulo III. Regresión y evaluación del tipo de cambio.	
3.1 Regresión y resultados del modelo ARIMA.	49
3.1.1 Detección de la estacionariedad de la serie tipo de cambio.	51
3.1.2 Métodos para buscar el orden de integración de la serie tipo de cambio.	52
3.2 Regresión y resultados del modelo GARCH.	56
3.3 Regresión y resultados del modelo ARFIMA o FARIMA	59
3.3.1 Pruebas de memoria larga.	59
3.4 Regresión y resultados del modelo FIGARCH.	62
3.4.1 Pruebas de memoria larga.	62
3.5 Evaluación del pronóstico.	66
Conclusiones	68
Bibliografía.	70

ÍNDICE DE GRÁFICAS Y TABLAS

Gráfica 1.1	Tipo de cambio en México 1954-2011.	6
Gráfica 1.2.	Variable real, estimada y residuos del tipo de cambio, según PPA absoluta.	9
Gráfica1.3	Paridad del poder adquisitivo en forma relativa contra el tipo de cambio nominal.	10
Gráfica 1.4	Variable real, estimada y residuos del tipo de cambio, según PPA relativa.	10
Gráfica 1.5	Variable real, estimada y residuos del tipo de cambio, según enfoque monetario del tipo de cambio.	15
Gráfica1.6	Variable real, estimada y residuos del tipo de cambio, según enfoque monetario de balanza de pagos.	17
Gráfica1.7	Variable real, estimada y residuos del tipo de cambio, según el modelo BEER.	23
Gráfica1.8	Variable real, estimada y residuos del tipo de cambio, según el modelo tradicional de flujos.	26
Gráfica3.1	Evolución del tipo de cambio.	49
Gráfica 3.2	Histograma de frecuencias.	50
Gráfica3.3	El tipo de cambio, suavizada y periodos de estacionalidad.	50
Gráfica 3.4	El tipo de cambio y sus tendencias.	51
Gráfica3.5	El tipo de cambio, varianza y media.	51
Gráfica3.6	El correlograma del tipo de cambio.	52
Gráfica3.7	El correlograma del tipo de cambio, en diferentes formas de integración.	53
Gráfica3.8	Correlaciones del tipo de cambio en diferentes grados de integración.	53
Gráfica 3.9	El tipo de cambio y diferentes tipos de integración.	55
Gráfica 3.10	Histograma y estadísticos principales de los residuos.	56
Gráfica 3.11	Correlaciones al cuadrado de los residuos.	57
Gráfica 3.12	Correlaciones de los modelos ARIMA y GARCH.	58
Gráfica 3.13	Varianza condicional.	58
Gráfica 3.14	Correlaciones del tipo de cambio.	59
Gráfica 3.15	Densidad espectral.	59
Gráfica 3.16	Rango reescalado del tipo de cambio.	60
Gráfica 3.17	Diferentes grados de integración de la serie tipo de Cambio.	60
Gráfica 3.18	Correlograma donde $d = .4898$.	61
Gráfica 3.19	Varianza condicional de la serie tipo de cambio.	62
Gráfica 3.20	Correlograma de los residuos al cuadrado.	63
Gráfica 3.21	Espectro de los residuo de al cuadrado.	63
Gráfica 3.22	Rango reescalado de los residuos al cuadrado.	64
Gráfica 3.23	Residuos al cuadrado con diferentes tipos de integración.	65
Gráfica 3.24	Series con diferentes órdenes de integración.	65

Gráfica 3.25	Varianza condicional del modelo FIGARCH.	66
Gráfica 3.26	Pronóstico del tipo de cambio de los modelos ARIMA GARCH, ARFIMA Y FIGARCH.	67
Tabla 1.1	Ventajas y desventajas del tipo de cambio fijo.	2
Tabla 1.2	Ventajas y desventajas del tipo de cambio flotante.	3
Tabla 1.3	Diferentes tipos de cambio y su descripción.	3
Tabla 1.4	Tipos de cambio en México.	5
Tabla 3.1	Estadísticos principales del tipo de cambio.	49
Tabla 3.2	El tipo de cambio, aplicando regresiones en función del tiempo.	52
Tabla 3.3	Prueba ADF.	54
Tabla 3.4	Prueba PP.	54
Tabla 3.5	Prueba KPSS.	54
Tabla 3.6	Diferentes tipos de modelos de regresión.	55
Tabla 3.7	Pruebas del fenómeno ARCH.	56
Tabla 3.8	Diferentes modelos GARCH.	57
Tabla 3.9	Diferentes modelos ARFIMA.	61
Tabla 3.10	Orden de integración.	64
Tabla 3.11	Resultado de las regresiones.	65
Tabla 3.12	Resultado del pronóstico.	66

RESUMEN

En el presente trabajo se estudia la variable tipo de cambio, a través de modelos series de tiempo, de memoria corta y memoria larga, comparando los resultados derivados de la regresión para determinar cuál es la mejor alternativa.

Se estudian por medio del análisis de regresiones las teorías que tratan de explicar los movimientos del tipo de cambio, como son: paridad del poder de compra, enfoque monetario del tipo de cambio, enfoque monetario de la balanza de pagos, modelos de portafolio equilibrado, modelo BEER y el modelo tradicional de flujos (FEER). En el trabajo se presenta un análisis detallado de cada modelo y presentan las pruebas que validan la calidad de los resultados, en la investigación se concluye que los modelos de corte monetario y neo keynesiano presentan problemas de autocorrelación y heterocedasticidad, que desde el punto de vista econométrico invalida cualquier estudio e inferencia que se haga a partir de los mismos, por lo que no son útiles para el explicar el comportamiento del tipo de cambio peso dólar en el periodo seleccionado.

El análisis de la serie de tiempo del comportamiento del tipo de cambio partió de la metodología Box-Jenkins, que corresponde a los modelos de memoria corta ARIMA que fueron dados a conocer por Box y Jenkins (1976) y Tim Bollerslev contribuyo con el modelo GARCH(1986). El estudio se extendió para probar los modelos de memoria larga dados a conocer por Granger (1980) y Hosking (1981) son ARFIMA o FARIMA y FIGARCH, este ultimo por Ballie, Bollerslev y Mikkelsen (1996) y se encontraron resultados interesantes que se ilustran a detalle.

Para los modelos de memoria larga se utilizan pruebas de detección de la misma, que generalmente son aceptadas como son el coeficiente de Hurst (1956), Geweke y Porte-Hudak (1982) tradicionalmente llamada prueba GPH y por último la prueba del estimador puntual de Whittle.

Los resultados arrojados de las regresiones de los modelos sugieren que el tipo de cambio está mejor explicado por modelos que aceptan la varianza no constante en el tiempo, siendo estos los modelos GARCH y FIGARCH. El mejor resultado obtenido fue dado por el modelo fraccionalmente integrado, cumpliendo este con todos los supuestos y restricciones de la metodología.

ABSTRACT

In this work the exchange rate variable through time series models, short-term memory and long memory, is comparing the results from the regression to determine which the best alternative is.

Are studied through regression analysis theories that attempt to explain exchange rate movements, such as: purchasing power parity, the monetary approach to exchange rate, monetary approach to the balance of payments, balanced portfolio models, BEER model and the traditional model of flows (FEER). The paper presents a detailed analysis of each model and presented evidence that validate the quality of the results, the investigation concluded that cutting models Keynesian monetary and present problems of autocorrelation and heteroscedasticity, which from the econometric point of view invalidates any study and inference is made from them, so they are not useful for explaining the behavior of the peso dollar exchange rate in the selected period.

The analysis of time series behavior of the exchange rate was based on the Box-Jenkins methodology, which corresponds to short memory ARIMA models that were released by Box and Jenkins (1976) and contributed to Tim Bollerslev GARCH (1986). The study was extended to test the long memory models released by Granger (1980) and Hosking (1981) are ARFIMA or FARIMA and FIGARCH, the latter by Ballie, Bollerslev and Mikkelsen (1996) and found interesting results are illustrated in detail.

For long memory models are used tests for the same, which are generally accepted as the coefficient of Hurst (1956), Geweke and Porte-Hudak (1982) traditionally called GPH test and last testlocal Whittle likelihood estimators.

The results obtained in the regression models suggest that the exchange rate is better explained by models that accept the variance is not constant over time, these being the GARCH models and FIGARCH. The best result was given by the fractionally integrated model, provided that all assumptions and constraints of the methodology.

INTRODUCCIÓN

El tipo de cambio es una de las variables que más fluctúan cuando hay condiciones de cambio en la economía interna o externa, provocando pérdidas económicas en el lugar donde se lleva a cabo este fenómeno. Este trabajo se centrará en estudiar estas variaciones, por medio de modelos series de tiempo que puedan captar la memoria de corto y largo plazo, dentro de los primeros se tiene a los modelos ARIMA y GARCH, los segundos a los ARFIMA y FIGARCH.

Con la globalización económica, un país no puede aislarse de realizar transacciones con el exterior, dado que la mayoría carece de toda clase de factores (movimientos de capitales, préstamos entre países, mercancías, servicios de toda clase, etc.) que requiere para producir bienes o servicios, el medio para realizar estas transacciones, es una moneda que todos los países acepten como unidad de cambio, lo cual sucede con el dólar de los Estados Unidos de América. México como una variedad de países realiza transacciones con el exterior por medio de esta moneda.

Estas transacciones adquieren cierto grado de incertidumbre o riesgo que por lo general este es mayor en países del tercer mundo, por inestabilidades políticas, económicas y sociales, en México se han dado estos tres fenómenos causando desastres económicos y financieros, en las pasadas tres décadas, siendo las más fuertes a inicios de los ochenta y mediados de los noventa.

De lo anterior, se desprende el hecho de porque estudiar a tipo de cambio, para lo cual en este trabajo se abordará de la siguiente manera:

En el primer capítulo se desarrollará los conceptos fundamentales del tipo de cambio, argumentos a favor y en contra del mismo, además se retomará la tradicional definición de tipo de cambio real, se mencionará los diferentes tipos de cambio que ha tenido México desde 1954 hasta el 2010 y por último se verán algunas de las más importantes teorías que tratan de explicar los movimientos del tipo de cambio, a las cuales se aplicarán modelos de regresión para demostrar su eficacia en la explicación.

En el capítulo dos se abordarán los modelos series de tiempo propuestos inicialmente por Box- Jenkins en 1976 y en honor a ellos se le conoce como metodología Box-Jenkins los cuales son usados para obtener un pronóstico óptimo de valores futuros de la serie, ver la naturaleza del sistema generador serie de tiempo y representación de relaciones dinámicas entre series de tiempo.

En este mismo sentido surgieron los modelos ARCH de Robert F. Engle en 1982 revolucionando el estudio de los modelos de volatilidad ampliando al campo de las estructuras cuadráticas basados en gran parte en los modelos ARIMA.

La diferencia fundamental entre los modelos ARIMA y ARCH, es que los primeros son homocedásticos, lineales y los segundos se caracterizan por tratar de modelar precisamente la heterocedasticidad de la serie.

El hecho es que a la par de la evolución de la metodología de series de tiempo, han surgido problemas que los economistas tratan de explicar, uno de estos es porque muchas variables de corte financiero y en nuestro caso el tipo de cambio peso-dólar, son difíciles de modelar y por ende de pronosticar, por su posible sensibilidad a condiciones iniciales. Esta condición medida por diferentes técnicas surgidas de la teoría del caos y en particular al hidrólogo Hurst H.E., que con su trabajo de 1951 revolucionó la forma de estudiar los modelos serie de tiempo, a través de suponer que la serie tiene memoria de largo plazo, esto es, supuso que las condiciones iniciales de la serie afecta no solo al dato posterior inmediato, sino que la afección inicial es persistente durante toda la serie, es decir son series caóticas, más tarde esta idea fue retomada por Hosking en 1981, Granger y Joyeux en el año de 1980, dado así a conocer la versión discreta del Movimiento Browniano Fraccional y que actualmente se conoce como modelos ARFIMA o FARIMA, la característica principal es que la serie es transformada de acuerdo al valor de d , el cual es un número contenido en los números reales.

De la idea anterior surgió también el modelo FIGARCH, propuesto inicialmente por Bollerslev, Baillie y Mikkelsen en 1996, Granger y Ding en 1996 y Chung en 1999, se basa en el hecho de pensar que los residuos al cuadrado poseen memoria larga y por lo tanto que estos impactan en la varianza condicional, siendo esta persistente y mucho mayor que el modelo ARFIMA.

Para probar el fenómeno de memoria larga en los modelos serie de tiempo y como consecuencia obtener el orden de integración de la misma se recurrirá a pruebas básicas como son el coeficiente de Hurst, el estimador local de Whittle y la prueba Geweke y Porter-Hudak o GPH.

En el tercer y último capítulo se llevará a cabo el análisis de los modelos propuestos en el segundo capítulo y se darán las conclusiones de los mismos, sugiriendo que los mejores modelos que permiten ver el movimiento del tipo de cambio son los que manejan la volatilidad.

Este trabajo se utilizará las metodologías series de tiempo en conjunto con las técnicas de detección de caos, para realizar la estimación y evaluación del tipo de cambio de peso-dólar en una situación de volatilidad, característica principal de series financieras.

Capítulo 1. Efectos económicos del tipo de cambio.

Este capítulo se dedica al análisis del tipo de cambio en economías a partir de conceptos básicos, como son: el tipo de cambio (fijo, flexible, nominal, real), la apreciación y depreciación (sobre valorado y devaluado), a partir de las definiciones y conceptos se estudia la evolución de los tipo de cambio que han prevalecido en México desde el 19 de abril de 1954 hasta 2010, el comportamiento se relaciona con las teorías para explicar los movimientos del tipo de cambio (fijo y flexible) las cuales se caracterizan por ser de corto y largo plazo (las primeras de corte monetarista, las segunda se basan en la economía real).

1.1 Conceptos fundamentales del tipo de cambio.

De acuerdo a Ricardo Torres Gaitán (1985), el tipo de cambio tiene su origen en las operaciones comerciales y financieras efectuadas entre la economías que funcionan con relativa independencia y con sistemas monetarios propios, las operaciones que para materializarse requieren de una base común entre las monedas, circunstancia que origina no solo el tipo de cambio sino también un mercado especial el de cambios que se rige por un mecanismo de pagos.

El tipo de cambio es el precio al que se valúa la moneda nacional con relación a una moneda extranjera y resulta de importancia práctica para aquellos que están relacionada con transacciones comerciales entre dos economías, ya sea por comercio o por la inversión. También ocupa una posición central en la política monetaria, en la que sirve como objetivo, un instrumento o simplemente un indicador (dependiendo del marco de referencia de la política monetaria que se haya escogido).

1.1.1 Las modalidades del tipo de cambio.

Tipo de cambio fijo, es el que determina la autoridad monetaria llámese Banco Central u otra institución, puede combinarse tanto con demanda libre y oferta parcialmente libre, como con restricciones cambiarias y control de cambios.

Dado la eliminación del patrón oro de 1973, la alternativa de la flotación del tipo de cambio es la fijación del precio por la autoridad. La volatilidad del tipo de cambio se interpreta en sentido restringido como en el caso del patrón oro, o en sentido amplio, como en régimen de patrón de cambio y de papel moneda inconvertible.

El un sistema de tipo de cambio flexible, responde al mercado de divisas y el precio se sustenta por la oferta y la demanda. El banco central no se compromete a mantener un valor determinado del precio de la divisa. Por el contrario, todas las fluctuaciones del mercado de la moneda extranjera se traducen en variaciones en su precio. Bajo este modelo, el objetivo que fija el banco central es de nivel de oferta monetaria y permite fluctuaciones del tipo de cambio en respuesta a las

perturbaciones económicas. Se dice que si el banco central no interviene en absoluto en el mercado cambiario, la flotación es limpia. Por el contrario, si se realizan operaciones con el fin de influir sobre el valor de la divisa, se denomina flotación sucia.

1.1.2 Argumentos sobre el tipo de cambio.

El tipo de cambio fijo se obtiene al utilizar el tipo de cambio como ancla para la disciplina monetaria (a condición de que la moneda ancla sea fuerte) y se prefiere un tipo fijo a cualquier forma de flotación regulada, porque el tipo de cambio no está considerado como un instrumento útil independiente de política a largo plazo como lo señala Tony Latter (1997). En la tabla 1.1 se enumeran los argumentos que ofrece el tipo de cambio fijo.

Tabla 1.1. Ventajas y desventajas del tipo de cambio fijo.

A favor	En contra
Un tipo fijo si es duradero, provee negocios con una base segura para la planeación y la fijación de precios.	Un tipo fijo, si carece por completo de credibilidad, puede ser vulnerable al ataque especulativo.
La tasa fija impone una restricción sobre la política monetaria interna.	El sostenimiento de un tipo fijo requiere que el banco central se mantenga preparado para intervenir en el mercado.
Un tipo fijo hace frente del mejor modo a los disturbios monetarios internacionales.	Se requiere una cantidad alta de reservas.

Fuente: Manual N° 2 de la serie Handbooks in Central Banking, páginas 7-8.

Los partidarios de la libre flotación cambiaria argumentan que el mercado cambiario es un mercado transparente y eficiente, y que las fuerzas del mercado no deben ser obstruidas, entonces la política monetaria se debe establecer de forma autónoma, como se considere apropiado en el contexto interno (por ejemplo, para lograr estabilidad en el nivel de precios), y deberá permitir que el tipo de cambio siga cualquier trayectoria que sea consistente con el valor real, de ahí se argumenta la validez de la tabla 1.2.

Tabla 1.2. Ventajas y desventajas del tipo de cambio flotante.

A favor	En contra
Los mercados son eficientes en la asignación de recursos y el financiamiento.	Los mercados rara vez son eficientes.
No hay oportunidad a la especulación.	La trayectoria futura del tipo de cambio

	es incierta y existe la necesidad de cubrirse al riesgo.
La banca central no tiene la obligación, ni la necesidad de intervenir en el mercado de cambios.	La banca central podría artificialmente depreciar la moneda.

Fuente: Manual N° 2 de la serie Handbooks in Central Banking, página 6.

Existen otras modalidades del tipo de cambio, ya que la elección del régimen no es una elección estricta entre una flotación completamente libre y una fijación permanente.

Tabla 1.3. Diferentes tipos de cambio y su descripción.

Tipo de Cambio	Descripción
Flotación libre.	Libertad completa para las fuerzas del mercado.
Flotación regulada.	Los bancos centrales intervienen, pero usualmente sólo como intento para suavizar las fluctuaciones.
Paridad de deslizamiento.	El banco central interviene para lograr el objetivo específico del ajuste controlado del tipo, a veces de forma continua.
Fijo con margen o zona objetivo.	Se le permite fluctuar dentro del margen, pero el banco central interviene para evitar que el tipo se mueva más allá del margen.
Fijo pero ajustable.	Fijo, con ayuda del banco central si es necesario por periodos extensos, quizás dentro de márgenes muy estrechos, pero ajustado si está en desequilibrio.
Fijo por banco central.	Una versión más estricta de fijo pero ajustable.
Fijo por el consejo monetario o patrón oro.	Base monetaria debe estar completamente respaldada por moneda extranjera u oro a tipo fijo.
Moneda unificada.	Se abandona la moneda independiente y se adopta alguna otra moneda.

Fuente: Manual N° 2, de la serie Handbooks in Central Banking, páginas 9-12.

El tipo de cambio flexible en términos nominales se define como el número de unidades de moneda nacional que se debe entregar para obtener una unidad de moneda extranjera, o de manera similar, el número de unidades de moneda nacional que se obtiene al vender una unidad de moneda extranjera como lo señala Krugman y Obsfield (2006).

Una apreciación de la moneda nacional significa que sube su precio en relación con la moneda extranjera. Ahora para obtener la misma cantidad de moneda extranjera que obtenía antes, necesito menos moneda nacional, es lo mismo decir que el tipo de cambio bajó. Una depreciación es una subida del tipo de cambio, significa que se necesita más moneda nacional para obtener la misma cantidad de moneda extranjera.

Apreciación moneda local → baja el tipo de cambio.
Depreciación moneda local → sube el tipo de cambio.

En la definición del tipo de cambio real no existe un conceso generalizado, como existe con el tipo de cambio nominal donde los economistas lo observan como un fenómeno monetario.

La definición más usada para calcular el tipo de cambio reales la siguiente: La relación entre divisas se da entre dos economías que pueden representar a un país o un grupo de países es el tipo de cambio real, es el precio relativo de los bienes del país extranjero expresados en términos del precio local.

El tipo de cambio real está dado por la ecuación 1.1.

$$e = \frac{TCN(CPI)}{INPC} \quad (1.1)$$

Donde:

e – El tipo de cambio real.
 TCN – Tipo de cambio nominal.
 IPC – El índice de precios al consumidor externo.
 $INPC$ – El índice de precio al consumidor interno.

De esta forma, las variaciones del tipo de cambio real dependen de los movimientos del tipo de cambio nominal, así como de los movimientos de los precios relativos.

Cuando se da una apreciación real de la moneda, los bienes nacionales se hacen más caros en relación a los bienes extranjeros, por lo tanto disminuye el tipo de cambio real. Cuando se origina una depreciación real, los bienes nacionales se hacen más baratos, aumentan los precios de los bienes extranjeros expresado en bienes nacionales, es decir aumenta el tipo de cambio real.

Apreciación real de la moneda local → baja el tipo de cambio.
Depreciación real de la moneda local → sube el tipo de cambio.

1.1.3 Actores en el mercado de divisas

Como refiere Appleyard y Field (1997), el mercado de divisas está conformado por entidades que manejan el cambio de moneda extranjera en el cual las transacciones actuales para entrega inmediata se realizan en el mercado de contado y los contratos para comprar o vender moneda para entregas futuras se realizan en el mercado de futuros o por adelantado.

Desde el punto de vista de la oferta de divisas, se origina en las transacciones activas o créditos de la balanza de pagos, tales como: exportación de bienes y servicios, ingresos sobre inversiones del país en el extranjero, donaciones y remesas recibidas por residentes o importación de capital no monetario. El componente más estable de la oferta es el que se origina en la exportación de bienes y servicios.

Del lado de la demanda de divisas se origina en las transacciones pasivas o débitos de la balanza: importación de bienes y servicios, pagos por rendimientos de la inversión extranjera en el país, donaciones y remesas enviadas por residentes y exportación de capital no monetario; el componente más estable de la demanda es el referido a la importación de bienes y servicios. Los movimientos de capital son los componentes menos estables, más dinámicos del mercado de divisas

1.2 Regímenes del tipo de cambio en México en el periodo de 1954-2010.

México ha adoptado diversos regímenes cambiarios a lo largo del periodo de análisis, como: El tipo de cambio fijo, flexible o flotante, flotación manejada, deslizamiento y flotación libre. En la tabla 1.4, se enumera los regímenes cambiarios que ha experimentado México desde 1954 hasta el 2011, tal como lo publicó Banxico en 2009.

Tabla 1.4. Tipos de cambio en México.

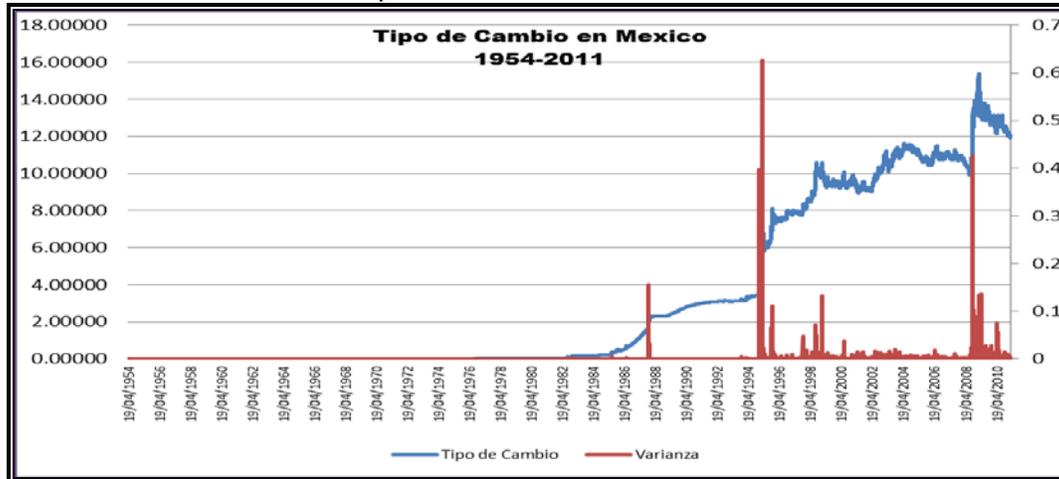
Régimen	Fecha de Inicio-Termino.
Régimen de paridad fija.	19 de abril de 1954 – 31 de agosto de 1976.
Sistema de flotación controlada.	1° de septiembre de 1976 – 5 de agosto de 1982.
Sistema cambiario múltiple.	6 de agosto de 1982 – 31 de agosto de 1982.
Control generalizado de cambios.	1° de septiembre de 1982 – 19 de diciembre de 1982.
Control de cambios.	20 de diciembre de 1982 – 4 de agosto de 1985.
Flotación regulada.	5 de agosto de 1985 – 10 de noviembre de 1991.

Régimen de bandas cambiarias con desliz controlado.	11 de noviembre de 1991 – 21 de diciembre de 1994.
Libre flotación.	22 de diciembre de 1994 – 2011.

Fuente: Estudio de Banxico 2009.

En la tabla 1.4 se destacan los periodos con mayor cambio, el régimen que se adoptó a finales de la década de los setentas y principios de los ochentas, que coincide con los periodos de crisis de deuda.

Gráfica 1.1 Tipo de cambio en México 1954-2011.



Fuente: Elaboración propia con información de Banxico.

En la gráfica 1.1 se observa que la varianza cambio a partir de 1994, esto representa una mayor volatilidad, como resultado de la adopción de un tipo de cambio flexible, de ahí que anterior a esta época solo se tuvo un cambio drástico en cuanto a la variabilidad del mismo, esto es en el año de 1988, se observa una gran diferencia entre tener un tipo de cambio fijo a un tipo de cambio flexible. La gráfica 1, muestra que los años de crisis para el tipo de cambio en México, corresponden a 1994 y 2009.

1.3 Teorías que explican los movimientos del tipo de cambio.

Las teorías que explican el comportamiento del tipo de cambio, se dividen en dos grupos: el primero explica el comportamiento a corto plazo y el segundo a largo plazo. Para la determinación del tipo de cambio a largo plazo, el marco teórico se basa en los determinantes fundamentales de la economía: flujos comerciales, en la paridad del poder de compra, PIB. En el corto plazo, la teoría moderna resalta la importancia de los mercados de capital y los flujos de capital a nivel internacional.

1.3.1 La teoría de la paridad del poder compra.

Esta teoría fue desarrollada por David Hume y David Ricardo hacia el año 1817, y posteriormente retomada por Gustav Cassel en 1917, la relación fue explicada por Gonzales Pilar (1998), para expresar el valor de equilibrio del tipo de cambio libre y se basa en la ley del único precio, esta ley solo se cumple si los mercados están integrados económicamente. Esta teoría cuenta con dos variantes. La teoría de la paridad del poder de compra (PPC) absoluto y la PPC relativo.

1.3.1.1 Paridad del poder de compra absoluto.

Esta versión postula que el tipo de cambio entre dos monedas es la relación entre el nivel general de precios de dos países. Es decir, que el tipo de cambio iguala el precio de los bienes (idénticos) producidos en el extranjero y producidos de forma interna, conocidas también como la ley de un precio como lo menciona Krugman y Obsfield (2006) y F. Ossa, F (2001). A partir de estos conceptos se obtiene la ecuación 1.2.

$$TCN = \frac{CPI}{INPC} \quad (1.2)$$

Donde TCN es el tipo de cambio nominal, medido en unidades de la moneda emitida en México por unidades de la moneda emitida en Estados Unidos; INPC es el nivel de precios en México, CPI (Consumer Price Index) que es el índice de precios utilizado en Estados Unidos.

La hipótesis de la PPC sostiene que el tipo de cambio muestra una relación constante y proporcional a la relación de los niveles de precios nacionales, entre ambos países:

$$TCN = K \frac{CPI}{INPC} \quad (1.3)$$

Donde k es un parámetro constante. Las transformaciones logarítmicas de la ecuación se presentan en la ecuación 1.4.

$$\ln TCN = \alpha + \ln INPC - \ln CPI \quad (1.4)$$

Donde se aplicó el logaritmo natural a las variables del modelo y $\alpha=0$ bajo la PPC absoluto. Tanto cuando la variable es igual a cero o toma otro valor se presenta un cambio que es proporcional al nivel de precios que de igual forma modifica el tipo de cambio como lo expresa la ecuación 1.5.

$$\Delta \ln TCN = \Delta \ln INPC - \Delta \ln CPI \quad (1.5)$$

Donde Δ , expresa el cambio en las variables, otra forma de expresar la ecuación 1.5 es la expresión 1.6.

$$TCN = \alpha_0 + \alpha_1 INPC - \alpha_2 CPI \quad (1.6)$$

Si se toma en consideración que la información del nivel de precios está disponible en forma de índice de precios y no en términos absolutos, la PPC absoluta no es una hipótesis útil. Más aún, esta teoría es incapaz de establecer un tipo de cambio que equilibre el comercio en bienes y servicios a causa de la existencia de bienes comerciables y no comerciables. Ya que el nivel general de precios en cada país incluye ambos bienes; comerciables y no comerciables, y los precios de los segundos no son igualados por el comercio internacional, la teoría de la PPC absoluta definitivamente no conduce hacia el establecimiento del tipo de cambio que equilibra el comercio. Además, esta versión considera que no existen tarifas comerciales, costos de transporte ni obstáculos al flujo comercial; que todos los bienes se comercian internacionalmente y que no existen cambios estructurales en ningún país.

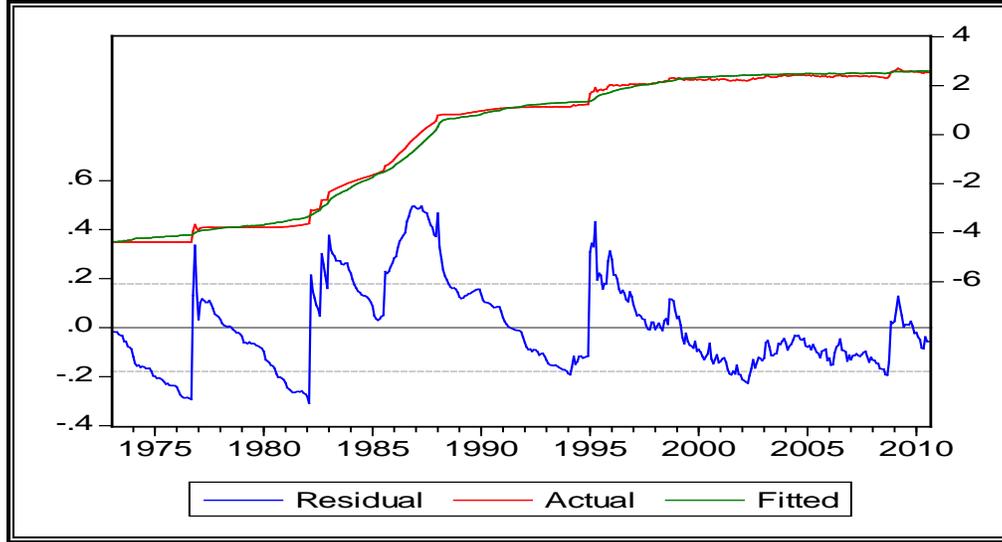
Debido a la presencia inminente de los factores antes descritos, la versión de la PPC absoluta no se considerada como una teoría que explique el comportamiento del tipo de cambio.

En la regresión se observa que las variables mantienen una relación directa, pero que el tipo de cambio aumenta más que de forma proporcional, por cada punto que aumenta teóricamente la paridad. La representación es la siguiente:

$$LTCN = 2.118210207 + 0.9915053336 * LINPC - 0.9222579401 * LCPI$$

El periodo de estudio de enero 1973 a julio del 2010, con una base de precio 2003 para datos mensuales se utilizó para aplicar la ecuación de la regresión, los resultados muestran que las variaciones en el tipo de cambio nominal de peso-dólar, está relacionado positivamente con la inflación mexicana y negativamente con la inflación de los Estados Unidos. Esto significa que conforme aumenta la inflación en México el tipo de cambio aumenta y se genera una depreciación de la moneda, y lo contrario ocurre con la inflación norteamericana. El coeficiente de determinación (tanto el normal, como el ajustado) es del 99.5 %, que es alto y genera problemas porque se presenta auto correlación por lo menos de primer orden, esto se confirma al analizar el indicador Durbin-Watson que tiene un valor de 0.082215.

Gráfica 1.2. Variable real, estimada y residuos del tipo de Cambio, según PPA absoluto.



Fuente: Elaboración propia.

1.3.1.2 Paridad del poder de compra relativo.

En la literatura empírica revisada se relaciona el índice de precios para examinar la validez de la teoría de la PPC, y se asume de forma indirecta la hipótesis de la PPC relativa, como lo indica la ecuación 1.7.

$$PPA_{RELATIVA} = TCN_X \left(\frac{CPI_Y}{INPC_Y} \right) \quad (1.7)$$

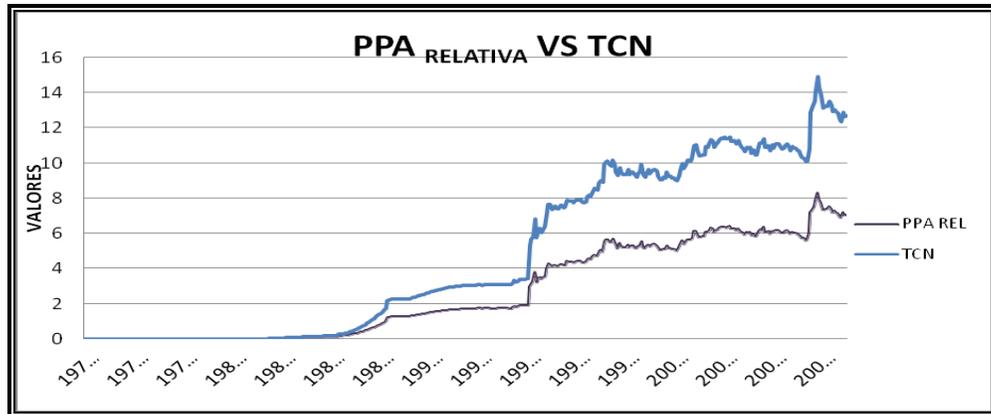
Donde TCN es el tipo de cambio nominal, CPI e INPC es el índice de precios de Estados Unidos y México.

La versión de la PPC relativa, es potencialmente más útil, porque considera que el cambio en el tipo de cambio es proporcional a la variación en el nivel de precios entre los dos países, siempre y cuando no existan cambios en los costos de transporte, obstrucciones al comercio y no se presenten cambios estructurales en ningún país. Como se puede ver en la versión de la PPC relativa implica que el comportamiento del tipo de cambio está determinado por las tasas de inflación relativas y no por la inflación mundial.

Si los bienes no comerciales se ajustan de manera más lenta, la PPC es más aproximada en el largo plazo que en el corto plazo, debido a que en el corto plazo las perturbaciones son únicamente de carácter monetario. Se ha comprobado que en el corto plazo, el tipo de cambio se desvía ampliamente de las predicciones hechas por la teoría de la PPC como lo menciona Krugman y Obsfield (2006) y Appleyard y Field (1997). Por otra parte, la PPC no toma en cuenta los flujos de

capitales, ni el cambio tecnológico, la demanda de la producción, factores de acumulación y la estructura del mercado.

Gráfica 1.3. Paridad del poder adquisitivo en forma relativa contra tipo de cambio nominal.



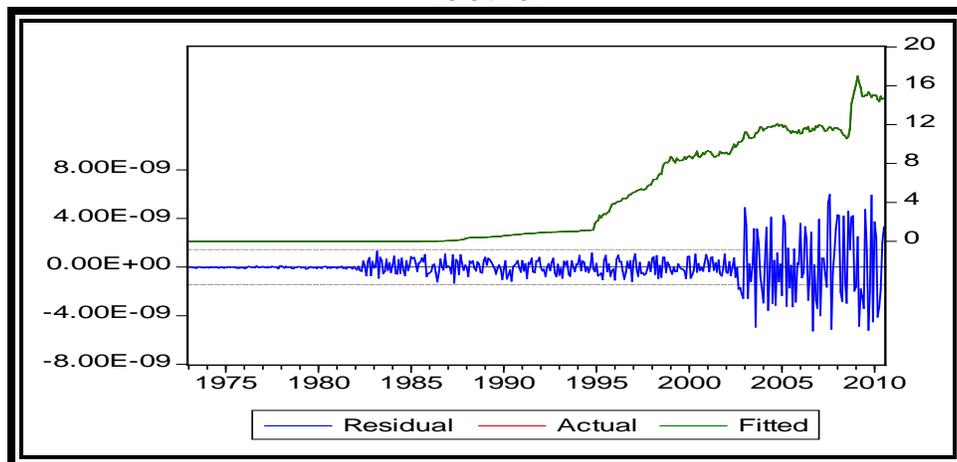
Fuente: Elaboración propia con información de Banxico.

La regresión muestra que se mantiene una relación positiva entre el tipo de cambio real y la teoría de la PPA relativa, que origina la relación siguiente.

$$TCR = 3.627398865e-011 + 1.794722663*PPAREL$$

El coeficiente de determinación es de 100%, lo cual muestra que las variaciones del tipo de cambio están dadas por las variaciones de la teoría, lo cual se observa en la siguiente gráfica.

Gráfica 1.4. Variable real, estimada y residuos del tipo de cambio, según PPA relativa.



Fuente: Elaboración propia.

1.3.2 Teoría de la paridad del interés.

En una economía con mercados financieros abiertos los inversionistas deben decidir la distribución de su riqueza financiera al relacionar en activos del país y los extranjeros. La decisión dependerá de la rentabilidad esperada de cada activo, el riesgo de la inversión y la posibilidad de obtener ganancia cambiaria, puesto que los activos domésticos y los internacionales no se cotizan en la misma moneda de acuerdo a F. Ossa (1997) y Paz Rico (2001). Las teorías que tratan de explicar el equilibrio del mercado de divisas son: La teoría de la paridad cubierta de intereses y la teoría de la paridad no cubierta de intereses.

1.3.2.1 La paridad cubierta del interés.

Se asume que los activos domésticos y los internacionales son de similares características, pero pagan diferentes tasas de interés r y r^* , respectivamente. Además los activos se cotizan en monedas distintas, por lo que el rendimiento del activo externo se ve afectada por una ganancia (o pérdida) cambiaria. Si un inversionista del país desea invertir en un activo extranjero primero deberá convertir su dinero a dólares, a un determinado tipo de cambio, para luego adquirir el activo. Pero, en el momento en que culmina su inversión y recibe los intereses, efectuará la operación inversa, convirtiendo sus dólares en alguna otra moneda. Si en esta operación el tipo de cambio es menor que el vigente en el momento de la primera operación, el inversionista habrá perdido capital por efecto de la fluctuación cambiaria.

Si el inversionista desea cubrirse del riesgo cambiario tendría que contratar, en el mercado de futuros, el tipo de cambio forward, es decir, el tipo de cambio que se cree prevalecerá en el momento en que se paga la inversión. Si el tipo de cambio efectivo es menor que el tipo de cambio forward, el inversionista habrá obtenido un prima a plazo, pero si es mayor habrá perdido capital a plazo. Para expresar la relación de paridad en términos formales, supongamos que el activo doméstico tiene un rendimiento $(1 + r)$ por unidad monetaria, mientras que el rendimiento del activo extranjero es:

$$\frac{e^f}{e}(1 + r^*) \tag{1.8}$$

Dónde:

e^f — Es el tipo de cambio spot.

e — Es el tipo de cambio forward.

Si se elimina el arbitraje internacional se consigue que se igualen el rendimiento externo e interno y se llega a la expresión 1.9.

$$(1 + r) = \frac{e^f(1 + r^*)}{e} \quad (1.9)$$

Al simplificar, la paridad cubierta del interés se la expresa por la ecuación 1.10.

$$r = \frac{e^f - e + r^*}{e} \quad (1.10)$$

Esta relación indica que la tasa de interés doméstica debe ser igual a la tasa de interés internacional, más el premio (o descuento) a plazo que se obtiene por la diferencia cambiaria.

1.3.2.2 La paridad no cubierta del interés.

El mercado de divisas solamente se halla en equilibrio si se cumple la condición de paridad de tasas de interés, o se igualan todas las tasas de rentabilidad, es decir, esto es que se cumpla la paridad de tasas de interés, no existirá exceso de oferta ni de demanda, en ese momento puede afirmar que el mercado se encuentra en equilibrio.

Para formalizar la condición de paridad de tasas de interés entre dos depósitos que se denominan en dos monedas diferentes, las tasas de rendimientos esperados serán iguales si cumple la ecuación 1.11.

$$(1 + r) = \frac{e^E(1 + r^*)}{e} \quad (1.11)$$

Dónde:

e^E – Es el tipo de cambio esperado entre las dos monedas.

e – Es el tipo de cambio spot.

r – Es la tasa de interés interna o doméstica.

r^* – Es la tasa de interés extranjera.

La condición de la paridad de tasas de interés descrita sostiene que si los agentes económicos esperan que se cumpla la PPC relativa, la diferencia entre las tasas de interés ofrecidas por los depósitos en las dos monedas será igual a la diferencia entre las tasas de inflación esperada a lo largo del horizonte temporal relevante en los países, por lo que la inflación quedaría definida por la ecuación 1.12.

$$\pi = \frac{(P^E - P)}{P} \quad (1.12)$$

Entonces, si los agentes económicos esperan que se cumpla la PPC relativa:

$$\frac{(e^E - e)}{e} = \pi^E - \pi^{*E} \quad (1.13)$$

Finalmente, se obtiene que la diferencia en los tipos de interés de dos países será igual a la diferencia entre las tasas de inflación esperadas de cada país.

$$r - r^* = \pi^E - \pi^{*E} \quad (1.14)$$

Si como la PPC afirma que la depreciación de la divisa compensa el diferencial de inflación, es decir la depreciación esperada de moneda es igual a la diferencia de las inflaciones entre los países y las tasas de interés deben coincidir con el diferencial de inflación esperada.

La influencia que ejercen las variaciones del tipo de cambio sobre las tasas de rendimiento esperada es importante por los efectos que tiene sobre otras variables económicas; dado que un incremento en el tipo de cambio actual, reduce la rentabilidad de la moneda extranjera en nuestro país y al revés, una apreciación aumentaría la rentabilidad interna.

1.3.3 Modelos de corto plazo.

- El enfoque monetario del tipo de cambio.
- El enfoque monetario de la balanza de pagos.
- El modelo de portafolio.
- Los modelos dinámicos.

1.3.3.1 Enfoque monetario del tipo de cambio.

Como lo refiere Krugman y Maurice Obsfield (2006), la teoría monetaria resulta de la paridad del poder de compra, complementada por la determinación del equilibrio monetario. Es decir, que el tipo de cambio es determinado en el proceso de equilibrio o de ajuste de la demanda total y la oferta de la moneda nacional en cada país.

La teoría monetaria se divide en dos periodos, el primero desarrolla el modelo monetario con precios flexibles quien considera que el tipo de cambio real se ajusta por movimientos en el nivel de precios, es decir, que el TCR no varía por definición. La segunda generación rechaza este último supuesto y considera que el TCR no es estático.

El modelo monetario con precios flexibles, se basa en la teoría de la PPC en su forma absoluta.

$$TCN = \frac{CPI}{INPC} \quad (1.15)$$

Si se aplican logaritmos a ambos lados se obtiene:

$$\text{LnTCN} = \text{LnINPC} - \text{LnCPI} \quad (1.16)$$

Esta teoría considera que el tipo de cambio se determina para equilibrar la oferta y demanda monetaria de ambos países, y de acuerdo a la teoría cuantitativa del dinero en ambos países se tiene.

Equilibrio del mercado doméstico.

$$M_d = M_s \quad (1.17)$$

$$M_d = p - r + y$$

Equilibrio del mercado extranjero.

$$M_d^* = M_s^* \quad (1.18)$$

$$M_d = P^* - r^* + y^*$$

La despejar ambas ecuaciones del nivel de precios se obtiene:

$$\text{INPC} = M_d + r - y \quad (1.19)$$

$$\text{CPI} = M_d^* + r^* - y^*$$

A estas ecuaciones se aplican logaritmos y se sustituye en la teoría de PPA absoluta y obtenemos:

$$\text{LnTCN} = \text{Ln}(M_d + r - y) - \text{Ln}(M_d^* + r^* - y^*) \quad (1.20)$$

$$\text{LnTCN} = \text{Ln}(M_d - M_d^*) + \text{Ln}(r - r^*) - \text{Ln}(y - y^*)$$

Supuestos del modelo:

- El mercado de divisas es un mercado eficiente.
- Movilidad perfecta de capitales.
- Sustitución perfecta de activos (cumplimiento de la paridad no cubierta de intereses).
- Cumplimiento de la PPA a largo plazo (modelos de precios rígidos y flexibles) y a corto (solo en modelos de precios flexibles).

Este modelo realiza las siguientes predicciones:

- Un aumento de la oferta monetaria interna relativa produce una depreciación de la moneda (el aumento de M_s genera un aumento de todos los precios; por la PPA, aumenta TCN).

- Un aumento de la ingreso interna relativo genera un exceso de demanda de dinero. Si los precios son flexibles, el tipo de interés no varía porque caerán los precios para mantener el equilibrio en el mercado de dinero interno. La reducción de precios, por la PPA, produce una apreciación de la moneda.
- Un aumento del tipo de interés interno, reduce la cantidad demandada de dinero, los precios aumentan para alcanzar el equilibrio. El aumento de precios, por la PPA, produce una depreciación de la moneda.

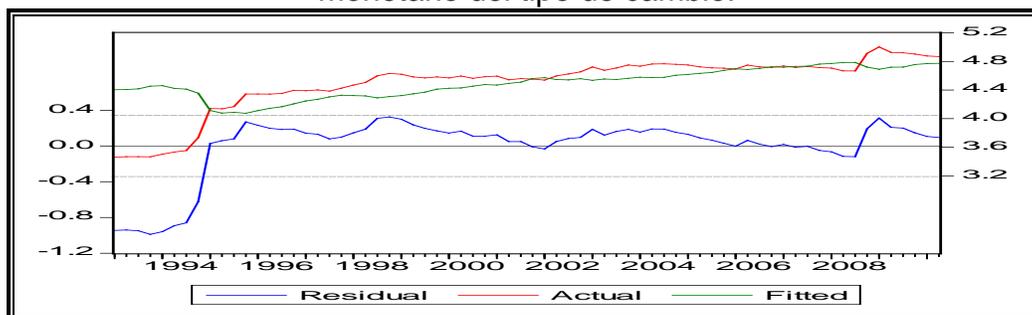
La teoría monetaria del tipo de cambio ha sido reemplazada, ya que no ha servido para explicar las fluctuaciones del tipo de cambio durante el régimen de flotación presentadas a partir de 1973. El modelo monetario sobre estima el papel del dinero y subestima el papel del comercio como un determinante importante del tipo de cambio, especialmente al largo plazo.

De la regresión se obtiene la siguiente ecuación:

$$\text{LNTCN} = 3.820309992 - 5.924114182e-005 \cdot \text{LDIFIN} + 2.516954359 \cdot \text{LDIFM1} - 0.3490102269 \cdot \text{LDIFY}$$

El periodo de estudio utilizado corresponde del primer trimestre del 1993 al primer trimestre del 2011, con una base de 2003. La ecuación anterior muestra que se mantiene una relación inversa entre la tasa de interés y el diferencial de los ingresos, no así con la oferta monetaria. Teóricamente se observa lo mismo que en la práctica, pero la única variable que paso la prueba t fue la oferta monetaria, en el estudio se realizo de nuevo la regresión solo con la M_s y el coeficiente de determinación fue del 24.96%. (Se presentaron problemas relacionados con los supuestos del modelo MCO)

Gráfica 1.5. Variable real, estimada y residuos del tipo de cambio, según enfoque monetario del tipo de cambio.



Fuente: Elaboración propia.

1.3.3.2 Enfoque monetario de balanza de pagos

La relación que existe entre la balanza de pagos de un país y su oferta monetaria, sugiere que las variaciones de las reservas del banco central pueden ser

interpretadas como el resultado de los cambios en el mercado de dinero. El enfoque monetario fue desarrollado en los años cincuenta y sesenta por el FMI, por Jacques J. Polack, Harri G. Johnson y Robert A. Mundell, y sus alumnos de la universidad de Chicago como lo menciona F. Ossa (2000).

El mercado de dinero se encuentra en equilibrio cuando la oferta monetaria en términos reales es igual a la demanda de dinero en términos reales, como lo expresa la ecuación 1.21.

$$\frac{M_s}{P} = L(i, Y) \quad (1.21)$$

Sea R_s^* el valor de la moneda nacional de los activos externos del banco central y A el de los activos internos, equivalente al crédito interno, si μ es el multiplicador monetario, que relaciona el total de los activos del banco central ($R_s^* + A$) con la oferta monetaria se llega a la expresión 1.22.

$$M_s = \mu(R_s^* + A) \quad (1.22)$$

La variación de las reservas externas, a lo largo de un periodo de tiempo determinado. ΔR_s^* , en el caso de un país cuya moneda no sea la reserva, es igual al saldo de la balanza de pagos. Si combinamos las dos ecuaciones anteriores tenemos que se llega a la expresión 1.23.

$$\frac{\mu(R_s^* + A)}{P} = L(i, Y) \quad (1.23)$$

Al despejar F^* de la ecuación.

$$R_s^* = \left(\frac{1}{\mu}\right) PL(i, Y) - A \quad (1.24)$$

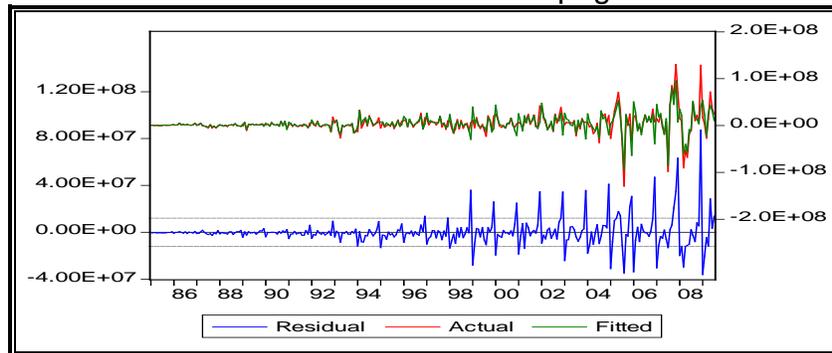
Si suponemos que μ es constante, el superávit de la balanza de pagos es:

$$\Delta R_s^* = \left(\frac{1}{\mu}\right) \Delta PL(i, Y) - \Delta A \quad (1.25)$$

Esta ecuación resume el enfoque monetario, el primer término de la derecha refleja las variaciones de la demanda nominal del dinero, y establecen que si lo demás permanece constante, un aumento de M_d , produciría un superávit en la Balanza de Pagos, así como un aumento de la M_s , que mantendría al mercado en equilibrio. El segundo término de la ecuación, refleja factores de la oferta en el mercado de dinero, si todo lo demás permanece constante un aumento del crédito interno, aumenta la M_s en relación a la demanda de dinero, por lo que la balanza de pagos debe registrar un déficit, para reducir la M_s y restablecer el equilibrio monetario.

El periodo de estudio abarca del primer trimestre del 1993 al primer trimestre del 2011 con una base del 2003. Uno de los resultados importantes de este enfoque, resulta de haber abordado los desequilibrios de balanza de pagos como resultado de problemas del mercado monetario, por lo tanto una solución sería a través de una política monetaria.

Gráfica 1.6. Variable real, estimada y residuos del tipo de cambio, según enfoque monetario de balanza de pagos.



Fuente: Elaboración propia.

La ecuación estimada es la siguiente:

$$\Delta RS = 436160.1908 - 0.8005214761 \cdot \Delta DC + 0.007463079101 \cdot \pi M1$$

Se observa que coincide con los signos de la parte teórica, además el coeficiente de determinación es de 70.72%, y se observa que todas las variables pasan las pruebas de significancia individual y conjunta (t-student, F-Fisher) y no presenta auto correlación. El modelo presenta algunos problemas por falta de información.

1.3.3.3 Modelo de portafolio equilibrado.

El modelo de equilibrio de portafolio se basa, a diferencia de los modelos monetarios, en el supuesto de que los activos nacionales y extranjeros no son sustitutos perfectos y que, por lo tanto, la estructura de tasas de interés podría no ser la misma como lo estudia Appleyard y Field (2007) y Sosvilla y Rivero (1992).

Entre los factores que podrían originar esta sustitución imperfecta destacamos los siguientes:

- La existencia de riesgo cambiario.
- La diferente valoración del riesgo político.
- La solvencia asociado con los activos financieros denominados en distintas monedas.
- La presencia de controles de capital, o la existencia de información imperfecta acerca de los activos extranjeros.

En el modelo básico de equilibrio de cartera, involucra un país pequeño donde los residentes domésticos pueden poseer bonos extranjeros, mientras los extranjeros no mantienen bonos domésticos.

Bajo estas circunstancias la riqueza nominal consistió en:

$$W = M + B + eF \quad (1.26)$$

Donde la W es la riqueza neta financiera del sector privado, M es la oferta de dinero, la B es el valor de los bonos domésticos, F es el valor en divisa extranjera de la tenencia doméstica de bonos extranjeros, e es el tipo de cambio (unidades monetarias domésticas por unidad de divisas). Las demandas de cada componente de riqueza doméstica se define por:

$$\begin{aligned} M &= m(r(-), r^* (-)) \\ B &= b(r(+), r^* (-)) \\ eF &= f(r(-), r^* (+)) \end{aligned} \quad (1.27)$$

Donde r es la tasa de rendimiento sobre los bonos domésticos y r^* es el rendimiento de los bonos extranjeros. Los signos bajo cada determinante muestran el impacto sobre la variable dependiente.

Las relaciones funcionales representan, las condiciones de equilibrio en los mercados de dinero, de bonos nacionales y de bonos extranjeros. En dichas ecuaciones las fracciones deseadas de riqueza que se mantiene en dinero, bonos nacionales y bonos extranjeros se indican por m , b y f , respectivamente. Se supone que las demandas de activos responden positivamente a su propio rendimiento y negativamente a los rendimientos de activos alternativos.

La relajación del supuesto de sustitución perfecta, el tipo de interés extranjero aparece en la ecuación de demanda de dinero nacional. Puesto que el conjunto de activos se suponen dados para el modelo que tiene tres incógnitas: los dos tipos de interés y el tipo de cambio, pero debido a la identidad de la riqueza nominal, sólo dos de las ecuaciones la de dinero nacional y la de bonos extranjeros denominados en moneda nacional son independientes. Si se supone adicionalmente que la economía estudiada es pequeña en el sentido de que el tipo de interés extranjero es exógeno, tendremos entonces dos ecuaciones independientes y dos incógnitas.

Al despejar del sistema de ecuaciones de la riqueza nacional a la de los bonos extranjeros en moneda nacional, se obtiene una forma reducida para el tipo de cambio que se presenta en la ecuación 1.28.

$$e = E(M, B, F, i^*) \quad (1.28)$$

De acuerdo al modelo el tipo de cambio permite la depreciación (apreciación) con un incremento (disminución) en el masa de dinero, una disminución (incremento) en el conjunto de bonos extranjeros en manos de residentes y un aumento (disminución) en el tipo de interés extranjero. El efecto de un incremento (disminución) en el stock de bonos nacionales sobre el tipo de cambio es ambiguo, ya que entrarían en juego dos efectos contrapuestos (de sustitución y de renta), siendo el resultado neto una depreciación (apreciación) cuando los bonos nacionales y el dinero son mejores sustitutos entre sí en el portafolio de activos de los inversionistas de bonos nacionales y de bonos extranjeros.

Se determino que el balance de portafolio no toma en cuenta adecuadamente las características del mercado internacional de capital que opera en la actualidad, a diferencia del modelo monetario, el enfoque de balance de portafolio permite desequilibrios comerciales y excesos de la tasa de cambio, y por lo tanto alguna medida de la volatilidad.

1.3.4 Modelos dinámicos.

En la década de los setentas y ochentas, aparecen los modelos dinámicos, unos basados en el trabajo de Dornbusch de 1976, llamado "Expectations and Exchange rate dynamics" y los segundos toman en cuenta la teoría de las expectativas.

1.3.4.1 Sobrerreacción del tipo de cambio.

El modelo de Dornbusch de 1976, también conocido como de overshooting, plantea la idea general de que ante un cambio no anticipado en la cantidad de dinero, el tipo de cambio nominal produce una sobrerreacción por encima de su nivel de largo plazo, debido a las diferentes velocidades de ajuste de los mercados como lo estudia Appleyard y Field (1997) y F.Ossa, F (2001). Esta diferencia de velocidades crea una expectativa futura de apreciación del tipo de cambio (ya que los ajustes son diferentes entre el mercado de activos y el de mercancías).

Los supuestos del modelo son:

- Economía pequeña, por lo tanto, las variables externas son exógenas al país.
- El mercado monetario siempre está equilibrado, se cumple la paridad no cubierta del interés.
- En el mercado de bienes, los precios no responden automáticamente a los desequilibrios. En el largo plazo se cumple la paridad del poder de compra.
- Hay sustitución perfecta entre activos financieros nominados en diferentes monedas.

- Ajuste de precios lento frente a los desequilibrios de demanda y oferta de bienes.
- Hay previsión perfecta en la variación esperada del tipo de cambio en los agentes económicos.

Ante un aumento no anticipado en la cantidad de dinero, el tipo de cambio aumenta en forma instantánea en mayor proporción que en el largo plazo, tendiendo luego a una apreciación que en el largo plazo lo conducirá a su nuevo valor de equilibrio.

Durante el ajuste, los precios internos crecen mientras la moneda nacional se aprecia, por lo que la PPC no se mantienen durante este período, alterándose el tipo de cambio real. El ajuste gradual hará que en el largo plazo la cantidad real de dinero retorne a su nivel inicial, al depreciar la moneda nacional en una proporción igual a la expansión monetaria y el nivel de precios.

$$\text{LnTCN} = \text{Ln}(r - r^*) + \Delta \text{LnP} - \Delta \text{LnP}^* \quad (1.29)$$

1.3.4.2 Burbujas especulativas.

Una explicación adicional de la volatilidad en los mercados de cambios se basa en la posible existencia de burbujas especulativas a una situación en la que una determinada variable se desvía progresivamente de su valor de largo plazo o de equilibrio establecido por sus determinantes fundamentales o económicos.

El proceso de la burbuja es el siguiente: La mayor parte de los operadores o cambistas anticipan la apreciación de la moneda sin tomar en cuenta los fundamentos; el resultado es un excedente de la demanda a favor de la moneda, de aquí que el tipo de cambio se aprecie y se aleje de su valor económico fundamental. Pero como la fuerza de los rumores la atraen en los cálculos racionales, las anticipaciones se revierten y la burbuja termina por romperse.

1.3.5 Modelos de largo plazo

Los modelos que tratan de explicar el comportamiento del tipo de cambio en el largo plazo, son diferentes de las anteriores teoría estudiadas ya que en ellas, la variable más importante era las variables de corte monetario y se estudiaba en general el tipo de cambio nominal, ahora las variables más importantes son las reales, de aquí que sea el tipo de cambio real en el centro del análisis.

El tipo de cambio real de equilibrio es aquel que permite que simultáneamente se alcancen los equilibrios interno y externo de la economía dados determinados

valores de otras variables que puedan influir sobre esos objetivos. El equilibrio externo se refiere a un flujo de capital externo sostenible, que le permita financiar el déficit en la cuenta corriente de la balanza de pagos, y por equilibrio interno se refiere a un mercado de bienes no transables en equilibrio sostenible.

Existen diversas formas de realizar la estimación del tipo de cambio real de equilibrio como son:

- La paridad de poder de compra.
- La paridad de poder de compra ajustado por diferenciales de productividad.
- El enfoque de balance macroeconómico.
- El enfoque de los diferenciales en la competitividad del sector de bienes transables.
- Los modelos de ecuaciones de comportamiento del tipo de cambio real (BEER).
- Los modelos de equilibrio general (FEER).

Existen diferentes definiciones del tipo de cambio real como observamos en su momento, cada una de ellas representaría a un modelo diferente. En el desarrollo de los modelos del tipo de cambio de largo plazo, solo se desarrollara los más populares como son el BEER (Behavior Equilibrium Exchange Rate), FEER (Fundamental Equilibrium Exchange Rate) y el modelo de flujos tradicionales.

1.3.5.1 Modelo BEER.

Este modelo proviene de las estimaciones del tipo de cambio real de equilibrio basadas en la PPC, como esta teoría no se cumplía por efecto de otros factores que no habían sido incluidos o que no se tomaron en cuenta en los precios relativos. Estos factores se asociaban a variables importantes en la determinación del equilibrio de la economía y que afectan el tipo de cambio real, como lo indica Caputo y Valdés (2007) y Andrea Reppeto (1992).

Los Modelos BEER parten de dos supuestos:

- El TCR es función de un conjunto de variables macroeconómicas que son llamadas fundamentos del TCR.
- El valor observado del TCR converge a través del tiempo a su valor de equilibrio.

Los fundamentos usualmente son los términos de intercambio, crecimiento del producto (o diferencial de productividad), apertura del país al comercio internacional, tarifas a las importaciones y gasto de gobierno.

Fundamentos del modelo.

La productividad es una variable que refleja el uso de los recursos disponibles que pueden ser, intensivos en capital o intensivo en mano de obra entre los sectores de bienes transables y no transables de un país. Un incremento en la productividad del sector transable tendería a apreciar el tipo de cambio real (efecto Balassa-Samuelson). En un modelo de dos sectores transables y no transables, para un precio dado del bien producido por el sector transable, si tiene lugar un aumento de la productividad en ese sector se producirá un aumento de la remuneración del trabajo en ese sector, el cual se trasladará a los salarios en el sector no transable debido a la condición de equilibrio. Esto producirá un aumento de precios en este último sector se aprecia, en consecuencia el TCRE.

Las variaciones en los términos de intercambio tienen un efecto en el tipo de cambio real. Un caída en los términos de intercambio tiende a depreciar al tipo de cambio real, lo cual ocurre de diferentes formas, a través de la caída del ingreso de los agentes, cual genera un menor consumo de toda clase de bienes (bienes transables y no transables), se genera una depreciación real de equilibrio o en una elevación del costo de la canasta de consumo en el presente, que motiva el traslado de consumo al futuro, se genera una depreciación real en el presente a cambio de una apreciación real en el futuro.

El efecto del gasto de gobierno sobre la trayectoria del tipo de cambio real de equilibrio depende de dos factores la composición del gasto en bienes transables y no transables, así como del financiamiento del gasto de gobierno que modifica la disponibilidad de recursos del sector privado. Un incremento del gasto de gobierno en bienes no transables tiene dos efectos inmediatos sobre el tipo de cambio real de equilibrio.

- a- Un efecto directo de una mayor demanda en el mercado de bienes domésticos origina una apreciación real de equilibrio.
- b- Un efecto indirecto de reducción de la riqueza privada, así como de su consumo de no transables.

Los países que posean más activos externos netos con relación al tamaño de su economía tienden a tener en el largo plazo un tipo de cambio más apreciado. Uno de los mecanismos por los que esto puede pasar es que economías con un nivel importante de activos externos netos tienen una mayor posibilidad de financiar déficit en cuenta corriente, en otras palabras de tener un tipo de cambio real apreciado, este medido por el diferencial de interés.

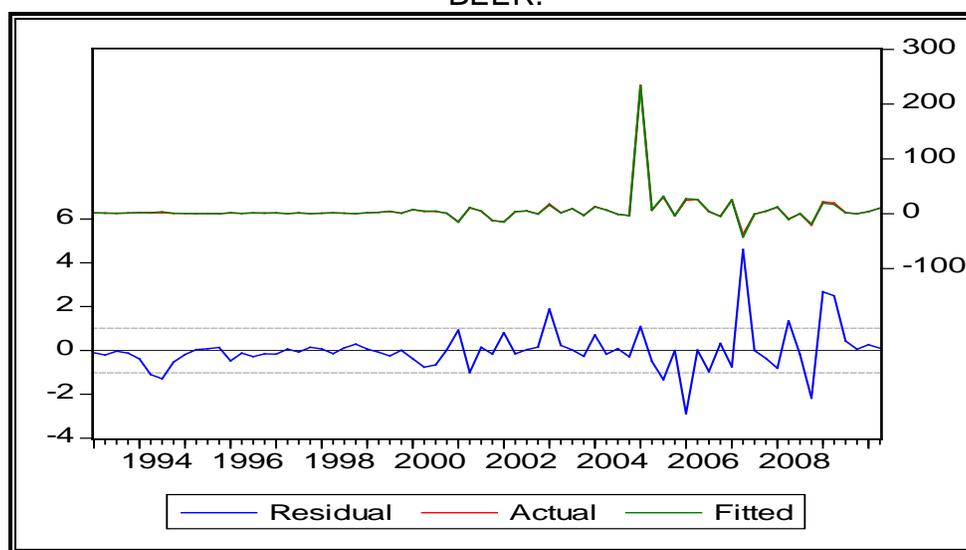
Si la política comercial adoptada por algún gobierno es restringida, hacia al comercio internacional en el largo plazo tienden a apreciar el tipo de cambio real. Por el contrario economías en las que existan mayores libertades tienen a tener en el largo plazo un tipo de cambio más depreciado.

$$TCR = tcr \left(TIT, g, \frac{FK}{Y}, (r-r^*), g_N \right) \quad (1.30)$$

El estudio abarca del primer trimestre del 1993 al segundo trimestre del 2010, con una base de 2003 y de acuerdo a la regresión que se realizó, las variables exógenas ITI, y la constante C no pasaron las pruebas T-student, el modelo muestra que la productividad, el diferencial de intereses y gasto gubernamental mantiene una relación inversa con el tipo de cambio. En general quiere decir que conforme aumenta la productividad y el Gasto de Gobierno y el diferencial de interés, el tipo de cambio se aprecia el tipo de cambio, lo contrario sucede si aumenta la apertura comercial, ya que esta tiene signo positivo. El coeficiente de determinación es de 99.88% y no existe auto correlación de primer orden, siendo esta de 2.0.

$$TCR = -1.217308443 - 56.99945049 * CORRIENTES - 0.424091453 * DIFI - 0.449573719 * G + 0.01172756059 * ITI + 283.1761692 * APERTURA.$$

Gráfica 1.7. Variable real, estimada y residuos del tipo de cambio, según el modelo BEER.



Fuente: Elaboración propia.

1.3.5.2 Modelo tradicional de flujos.

Los primeros análisis teóricos acerca de la determinación del tipo de cambio en el contexto de un modelo macroeconómico para una economía abierta adoptaron un enfoque flujo como lo estudia Andrea Reppeto (1992), según el cual la variación de los tipos de cambio tenía por objeto equilibrar la oferta y la demanda de divisas, las cuales se originaban a su vez en los flujos internacionales de bienes y servicios (exportaciones e importaciones), y donde la condición Marshall-Lerner

(esto es, que la suma de las elasticidades-precio de las demandas de exportaciones e importaciones debería ser mayor que la unidad) aseguraba la estabilidad del mercado de divisas. Así pues, según este enfoque, la condición de equilibrio en el mercado de cambios vendría dada por el equilibrio de los pagos exteriores):

$$BP = BC \left(Y, Y^*, \frac{eP^*}{P} \right) \quad (1.31)$$

Donde BP es el saldo de la balanza de pagos, que en este caso coincide con la balanza comercial BC, e Y e Y* son los niveles de ingreso nacional y del resto del mundo, respectivamente.

A partir de la pasada relación funcional se obtiene, la función del tipo de cambio:

$$e = E \left(\frac{P^*}{P}, Y, Y^* \right) \quad (1.32)$$

De manera que una \downarrow (\uparrow) de $P^* < P$, \uparrow (\downarrow) Y o \downarrow (\uparrow) Y* dan lugar a una depreciación (apreciación) del tipo de cambio.

En estas teorías, las transacciones internacionales estaban constituidas fundamentalmente por exportaciones e importaciones de mercancías, siendo escasos los movimientos de capital entre países.

La introducción de los movimientos de capital en la determinación del tipo de cambio se llevó a cabo por Fleming y Mundell. Estos autores incorporaron el análisis del tipo de cambio en un contexto macroeconómico en el que aquél se determinaba junto al tipo de interés y el nivel de producción, da lugar al modelo de Mundell-Fleming. Dicho modelo no es sino la extensión del modelo IS-LM a una economía abierta pequeña, en la que los precios se suponen fijos. En su versión más sencilla, el modelo consta de las siguientes ecuaciones:

$$Y = A(Y, i, G) + T \left(\frac{eP^*}{P}, Y, Y^* \right) \quad (1.33)$$

$$\frac{M}{P} = L(Y, i,) \quad (1.34)$$

$$BP = BC \left(\frac{eP^*}{P}, Y, Y^* \right) + K(i - i^*) = 0 \quad (1.35)$$

Donde los símbolos representan G , M , i e i^* son, respectivamente, el nivel de gasto público, la oferta monetaria y los tipos de interés nacional y extranjero.

La ecuación representa el equilibrio en el mercado de bienes, donde el gasto interno (A) más la balanza comercial (BC) iguala la oferta. A su vez la ecuación representa el equilibrio en el mercado monetario, donde la demanda de saldos reales (L) iguala a la oferta en términos reales (M/P). Por último, la ecuación muestra el equilibrio de la balanza de pagos que, a diferencia de la primera relación funcional, incluye la balanza de capitales (BK).

El sistema formado por las ecuaciones del modelo Fleming y Mundell contiene tres variables endógenas: Y , i , y e . al despejar esta última se obtiene la ecuación 1.36.

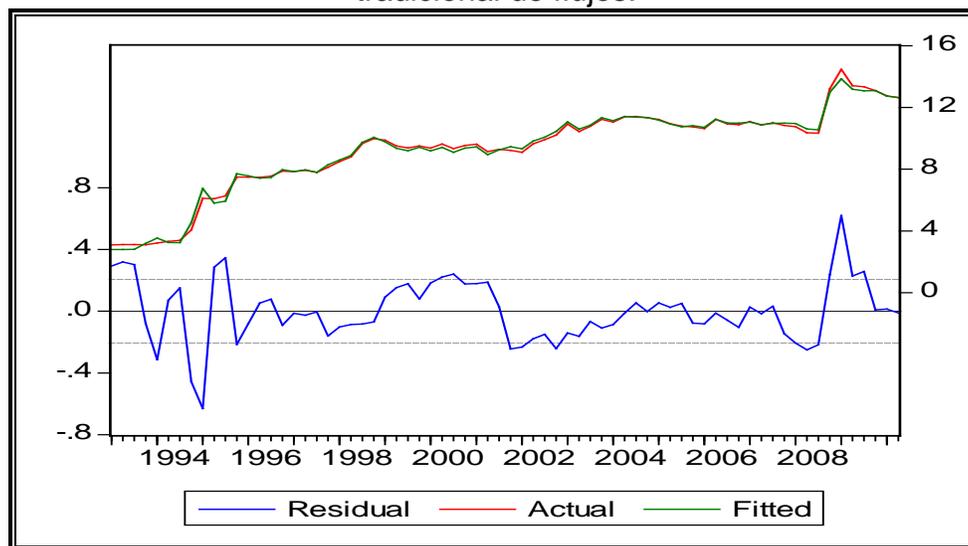
$$e = E \left(G, i^*, \frac{P^*}{P}, Y^*, \frac{M}{P} \right) \quad (1.36)$$

La principal crítica a estos modelos radica en sus implicaciones para el de activos. El modelo predeciría que el tipo de cambio podría estar en equilibrio aun en el caso en que el país registrase un déficit persistente por cuenta corriente, siempre y cuando el tipo de interés nacional fuese lo suficientemente elevado como para mantener unas entradas netas de capital. Ello tendría como consecuencia un endeudamiento potencialmente infinito frente a los no residentes, una situación que no podría mantenerse indefinidamente.

El estudio abarca un periodo del primer trimestre del 1993 al segundo trimestre del 2010, con una base del 2003 y de acuerdo a la regresión realizada, se observa que conforme aumenta el gasto gubernamental, el tipo de cambio aumenta (se deprecia), la tasa de interés extranjera mantiene una relación inversa con el tipo de cambio, al igual que con el ingreso extranjero, por otro lado se observa que tanto PPA, como los saldos monetarios reales mantienen una relación positiva, lo cual quiere decir que conforme estos aumentan, el tipo de cambio aumenta. Las variables son estadísticamente significativas tanto individual (t-student), como en lo general (F-Fisher). El coeficiente de determinación es del 99%, lo cual tiene un gran ajuste, pero no sirve de mucho ya que mantiene auto correlación por lo menos de primer orden, ya que es D-W de 1.02 (el estadístico debe ser cercano a 2).

$$\text{TCN} = -16.68494216 + 11.79633101 \cdot G - 0.04457791973 \cdot \text{IEX} + 0.4031224383 \cdot \text{PPA} + 38.9196524 \cdot \text{SALREAL} - 3.281740243 \cdot 10^{-7} \cdot \text{YUSA}$$

Gráfica 1.8. Variable real, estimada y residuos del tipo de cambio, según el modelo tradicional de flujos.



Fuente: Elaboración propia.

En el capítulo se estudio diversos conceptos relacionados con el tipo de cambio, su evolución en México en un periodo de 1954 hasta 2010 y diversas teorías que explican sus movimientos.

Existe un conceso con la definición de tipo de cambio nominal no así con la definición del tipo de cambio real, ya que cada autor propone una de acuerdo a la corriente económica que sigue, lo cual es reflejado en la teoría que propone y como consecuencia el modelo.

Las teorías que explican los movimientos del tipo de cambio, tienen diversos problemas en las relaciones funcionales que proponen, cuando se enfrentan a la realidad, dado que en general presentaron problemas auto correlación y heterocedasticidad y como consecuencia generando relaciones espurias entre las variables.

Capítulo 2. Modelos series de tiempo para pronosticar el tipo de cambio.

En este capítulo se analizan los modelos de series de tiempo, la mayoría de estos modelos, tiene su origen en el trabajo de George Box y Gwilym Jenkins de la década de los setentas cuando publicaron el libro “Análisis series de tiempo, Pronóstico y Control”. Se observara que los modelos GARCH, ARFIMA y FIGARCH, son secuencia lógica de los modelos ARIMA pero tiene como diferencia en el objetivo que busca cada metodología.

2.1 Metodología del modelo ARIMA.

Los modelos ARIMA fueron popularizados en los años 70 por George Box y Gwilym Jenkins, y sus nombres se utilizan, frecuentemente, como sinónimos de la metodología ARIMA que se aplica al análisis y predicción de series de tiempo. Esta familia de modelos se ha utilizado ampliamente a partir de los 80, debido a los avances de recursos de cálculo y de optimización.

La principal ventaja de esta metodología es que proporciona predicciones óptimas en el plazo inmediato. Esto se debe a que la metodología Box-Jenkins permite elegir de entre distintos modelos, el que represente mejor el comportamiento de los datos. El sentido de predicciones óptimas significa que ningún modelo invariante ofrece mejores predicciones que un modelo de tipo estructural multivariada. Otra ventaja con la que cuentan estos modelos es que ahorra tiempo, de búsqueda que no basa en teorías de comportamiento, ya que solo depende de su pasado.

La principal desventaja de la metodología, es que para encontrar el modelo que mejor se ajuste a la serie de datos original, se requiere tener conocimientos sobre esta metodología y contar con un programa de cómputo adecuado. Otra desventaja es que no se pueden realizar análisis económicos como en los modelos estructurales, ya que solo sirven para pronosticar e indirectamente para observar la varianza.

El modelo ARIMA (p, d, q) de forma general es el siguiente:

$$Y_t^{(d)} = C + \theta_1 Y_{t-1}^{(d)} + \dots + \theta_p Y_{t-p}^{(d)} + \varphi_1 \epsilon_{t-1}^{(d)} + \dots + \varphi_p \epsilon_{t-p}^{(d)} + \epsilon_t^{(d)} \quad (2.1)$$

Dónde:

- $Y_t^{(d)}$ → es la variable endógena al momento t.
- (d) → es grado de diferenciación de la variable, está definida dentro de los números naturales.
- C → es la constante del modelo

- $\theta_1 Y_{t-1}^{(d)} + \dots + \theta_p Y_{t-p}^{(d)} \rightarrow$ representa a los componentes AR (p).
- $\varphi_1 \epsilon_{t-1}^{(d)} + \dots + \varphi_p \epsilon_{t-p}^{(d)} + \epsilon_t^{(d)} \rightarrow$ representa los componentes MA (q).

Esto también se expresa en forma matricial como lo muestra la ecuación 2.2.

$$\phi_p(L)(1-L)^d Y_t = \varphi_q(L)u_t \quad (2.2)$$

2.1.2 Las etapas del modelado Box-Jenkins son las siguientes.

- Identificación del modelo.
- Modelo de estimación.
- Validación del modelo.
- Predicción.

Las series de tiempo con que trabaja la metodología Box-Jenkins, debe de tener la característica de ser estacionarias, este concepto es un punto clave del modelado. El concepto de estacionariedad se divide en sentido estricto y sentido débil, este último es el más utilizado de ahí que se requiera analizar lo siguiente:

Las esperanzas matemáticas del valor de las variables aleatorias no dependen del tiempo, por lo tanto son constantes:

$$E[Y_t] = E[Y_{t+m}] \forall m \quad (2.3)$$

La dispersión alrededor de la media que es constante a lo largo del tiempo también es constante, es decir, los valores de las variables del proceso de difusión tienen la misma varianza como lo expresa la ecuación 2.4.

$$Var[Y_t] = Var[Y_{t+m}] \neq \infty \forall m \quad (2.4)$$

Las covarianzas entre dos variables aleatorias del proceso correspondientes a períodos distintos de tiempo (distintos valores de t) solamente dependen del lapso de tiempo transcurrido entre ellas:

$$Cov(Y_t, Y_s) = Cov[Y_{t+m}, Y_{s+m}] \forall m \quad (2.5)$$

De esta última condición se desprende que si un fenómeno es estacionario, sus variables pueden estar relacionadas linealmente entre sí, pero de forma que la relación entre dos variables sólo depende de la distancia temporal transcurrida entre ellas. La estacionariedad en sentido estricto garantiza la estacionariedad en sentido amplio pero no al revés.

2.1.2.1 ¿Cómo saber que una variable cualquiera es estacionaria y que hacer en el caso de que no sea estacionaria?

Existen diferentes formas de saber si una variable es estacionaria las siguientes son las más comunes:

- A partir de graficar la serie de tiempo en función del tiempo, que busca una posible tendencia, la cual puede ser lineal, cuadrática, exponencial o poseer otra forma.

$$\begin{aligned} Y_t &= T \\ Y_t &= T^2 \\ \text{Ln}Y_t &= T \end{aligned}$$

- La serie de tiempo se divide en periodos iguales, se tiene la media, la varianza y se grafican los resultados. A partir de esto se compara con la teoría y dar una opinión acerca del cumplimiento de la misma.

$$\text{Media } \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (2.6)$$

$$\text{Varianza } s_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \quad (2.7)$$

- Otra forma de observar si una serie es estacionaria es a través de la observación del correlograma. Esta muestra si la serie es estrictamente un proceso AR o MA o ambos, todo depende como se comporte el mismo.
- La realización de pruebas de existencia de raíces unitaria también permite dar una idea de estacionariedad de las más comunes son DF (Dickey-Fuller), ADF (Ampliada de Dickey-Fuller), PP (Phillips-Perron) y KPSS (Kwiatkowski, Phillips, Schmidt y Shin).

Con estas cuatro formas de observar si una serie es o no estacionaria, se determina cuál forma es la mejor, desgraciadamente solo tres sirven para este propósito (observar el grado de integración) y este valor está dentro del conjunto de numero naturales (1, 2, 3, ..., N).

El grado de integración para volver a una serie estacionarias, se observa a través de (La variable regular, la transformada por logaritmos o en variaciones u otra forma):

1.- El correlograma da un buen indicio del grado de integración, ya que este observa a la variable en términos de nivel, de primera y segunda diferencia, y dependiendo como se comporte este, será el grado de integración de la variable, como por ejemplo una variable en términos de nivel se puede salir de las bandas del PAC y AC en unos cuantos (es muy común que cuando la variable no es

estacionaria, los primeros datos en el correlograma se salgan de las bandas y no persistan en toda la serie) y la misma variable, le es aplicado el correlograma en primera diferencia, la serie se meta casi en la totalidad de las bandas, entonces el resultado es que se tiene una variable estacionaria.

$$Q^* = T(T-2) \sum_{k=1}^m (T-k)^{-1} r_k^2 \overrightarrow{H_0} x_{m-p-k}^2 \quad (2.8)$$

- $H_0: \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_m = 0$
- $H_1: \rho_1 \neq \rho_2 \neq \dots \neq \rho_m \neq 0$ Donde $m < \frac{1}{3}T$

2.- Otra forma de encontrar el grado de integración de una serie de tiempo es con ayuda de las pruebas como PP, ADF, KPSS y DF, con estas pruebas se puede obtener un buen indicio del grado de integración, ya que ellas en sí, permiten la realización en forma de nivel, primera y segunda diferencia. Las pruebas permiten obtener tendencia y aplicar restricciones a la serie. Las pruebas en general indican que el valor obtenido por la prueba debe de estar contenido dentro de los estadísticos de MacKinnon, que están en 1%, 5% y 10%.

La prueba ADF se representa en general por la ecuación 2.9.

$$Y_t = \alpha_0 D_t + \alpha_1 Y_{t-1} + \sum_{j=1}^n \alpha_j \Delta Y_{t-j} + u_t \quad (2.9)$$

- $H_0: \alpha_1 = 0$ (raiz unitaria)
- $H_1: \alpha_1 \neq 0$

La prueba PP sería como sigue:

$$Y_t = \alpha_0 D_t + \alpha_1 Y_{t-1} + u_t \quad (2.10)$$

- $u_t \sim I(0)$

La prueba KPSS en general es:

$$Y_t = \alpha_0 D_t + \mu_t + u_t, u_t \sim I(0) \quad (2.11)$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim WN(0, \sigma_\varepsilon^2)$$

$D_t =$ componente determinístico.

- $H_0: \sigma_\varepsilon^2 = 0 \rightarrow y_t \sim I(0)$
- $H_1: \sigma_\varepsilon^2 > 0 \rightarrow y_t \sim I(1)$

La prueba ADF se puede observar por partes, estopara tener una idea de cómo funciona, en este caso se aplica la prueba en forma de nivel, entonces obtenemos:

- Sin constante y tendencia → $\Delta Y_t = \alpha Y_{t-1} + u_t$
- Solo con una constante → $\Delta Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1} + u_t$
- Con constante y tendencia → $\Delta Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 T + \alpha_2 Y_{t-1} + u_t$

También se le aplica a cada una de las pruebas anteriores la diferenciación con respecto a la variable endógena.

3.- La siguiente forma de saber si una variable es o no estacionaria es a través de realizar regresiones de la variable en función del tiempo, este último puede estar en términos lineales, cuadráticos o la variable transformada en logaritmos. Lo que se debe de observar es en primera instancia es que pasen las pruebas t-student y posteriormente el coeficiente de determinación, el modelo que obtenga el mayor coeficiente de determinación será el grado de integración de la variable. Las ecuaciones de las regresiones serian:

- Si se trata de una función lineal → $Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 T$
- Si se trata de una cuadrática → $Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 T + \alpha_2 T^2$
- Si se trata de una función logarítmica → $\ln Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 T$

4.- Además de las pruebas descritas, se puede observar en forma gráfica, por medio de diferencias que corresponden a la variable de nivel.

Si sabemos que la variable de la serie de tiempo es estacionaria por lo menos en sentido débil, empezamos con la estrategia de introducir los términos AR (p) y MA (q), el método más usado es MCO (Mínimos Cuadrados Ordinarios), aunque el método que utiliza el programa es el MV (Máximo Verosímil). Lo observado hasta este momento da una idea de cómo empezar la introducción de los términos, dado que se observó el correlograma. Al empezarla introducción de términos debemos de tener en cuenta que pase las pruebas individuales T-student, sumar los coeficientes de ARMA, tanto un término como el otro (sumarlos por separado AR con AR y MA con MA), deberán ser menores a la unidad o ver la estructura ARMA y ver que los puntos asociados estén dentro del círculo unitario en su forma gráfica. Después de esto, irse al correlograma para ver que si se necesita la introducción de más términos ARMA (teniendo en cuenta que el AR afecta al PAC y el MA afecta al AC), además que los impactos AR (p) afectan a toda la serie, ósea a la variable dependiente y que los MA (q) afectan a los residuos de esta variable. Que tanto limpiar el correlograma, unos econométristas dicen que todo el correlograma, otros que solo los primeros salidas del correlograma, ya que el método es de pronóstico de corto plazo, así que es cuestión de cada uno.

Este proceso, se realiza tantas veces como sea necesario hasta obtener la precisión buscada, los resultados por lo general son diferentes de caso en caso y se encuentran con ayuda de los criterios Akaike y Schwatz.

2.2 Metodología del modelo GARCH.

Los modelos GARCH fueron basados en el documento de trabajo de Robert Engle de 1982, "Autoregressive Conditional Heterocedasticity with estimates of the variance of the U.K. inflation" donde expone las bases del modelo ARCH. Robert Engle propone el modelo que llama preferible:

$$y_t = \varepsilon_t \left(h_t^{\frac{1}{2}} \right), h_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2 \quad (2.12)$$

El modelo ARCH de forma general seria:

$$y_t : \varphi_{t-1} \sim N(x_t \beta, h_t), \quad (2.13)$$

$$h_t = h(\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots, \varepsilon_{t-p}, \alpha),$$

$$\varepsilon_t = y_t - x_t \beta.$$

Donde $x_t \beta$, se considera la media, de tal manera que x_t es el matriz de variables exógenas y rezagos de variable endógena que se incluye en el conjunto de información φ_{t-1} y β es el vector de parámetros desconocidos, bajo los supuestos que la media de la variable y_t es cero y auto correlación cero o estacionaria.

Donde la restricción es que c y β_i , sean positivas, la primera estrictamente positiva y la segunda débilmente positiva, para que se cumpla el hecho de que la varianza es positiva. Además de lo anterior se requiere que $\sum_{i=1}^m \alpha_i \leq 1$, para que la varianza sea convergente (para que sea estacionario).

En el año de 1986, Tim Bollerslev, generalizó los resultados obtenidos por Engle, dado que con frecuencia se necesitaba una estructura de rezagos muy larga de la varianza condicional para modelarla memoria de los datos. En su trabajo denominado "Generalized autorregressive condicional heterocedasticity" o GARCH (p, q) propuso un modelo que permite capturar la memoria larga y poseer una estructura de rezagos más flexible. La ecuación de la varianza condicional es la siguiente:

$$\varepsilon_t : \varphi_{t-1} \sim N(0, h_t),$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i}, \quad (2.14)$$

Donde la restricción es que α_0 , α_i y β_i , sean positivos, la primera estrictamente positivo, el segundo y tercero débilmente positivos, que asegura una varianza

condicional sea positiva. Además se requiere que $\sum_{i=1}^p \alpha_i$ más $\sum_{j=1}^q \beta_j$, sean menores a la unidad para que la varianza sea convergente o estacionaria. Si $p=0$, entonces el proceso es un ARCH (q), de tal manera que la varianza condicional es una función lineal de su pasado, esto muy similar al proceso AR (p). Si $p = q = 0$, entonces se trata de un modelo ARIMA (p, d, q) o es un proceso ruido blanco.

La metodología de los modelos GARCH es muy similar a los modelos ARIMA, ya que se utiliza el mismo procedimiento.

- Clase de modelos.
- Identificación del modelo.
- Estimación de parámetros.
- Validación del modelo.
- Obtención del pronóstico.

Aunque la metodología de estos modelos es similar a los modelos ARIMA, no necesariamente este último da origen al primero, ya que tanto Bollerslev y Engle propusieron un modelo estacionario pero con rezagos de la variable endógena [véase ambos trabajos] y algunas otras variables explicativas. Varios autores han escrito sobre el tema como ejemplo D'Aleman y Sánchez (2009), Bollerslev (1987) Bollerslev, Engle y Nelson (1993 y 1994), Li, Ling y McAleer (2002) trabajaron estos modelos como modelos como una secuencia lógica de los modelos ARIMA, dado que el comportamiento de la varianza estos es muy errático.

2.2.1 Características de los modelos GARCH.

En el punto número uno lo que se busca es analizar la serie que se quiere modelar, ósea obtener sus características principales como son:

La media marginal.

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N} \tag{2.15}$$

La desviación estándar, la cual es una medida de dispersión y indica los errores de la muestra.

$$s = \sqrt{\left(\frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}{N - 1} \right)} \tag{2.16}$$

Coefficiente de Sesgo, este se mueve alrededor de la media, y su valor debería ser igual a cero, si su distribución fuera normal. Si el sesgo es positivo, la distribución

tiene una cola derecha larga, si es negativo la distribución tiene una cola izquierda larga y su fórmula es la siguiente:

$$s = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{y_i - \bar{y}}{\hat{\sigma}} \right)^3 \quad (2.17)$$

$$\text{Donde } \rightarrow \hat{\sigma} = s \sqrt{\frac{(N-1)}{N}}$$

Coeficiente de kurtosis, mide el apuntalamiento de la serie (la forma de la campana). Si $K = 3$, entonces la campana tiene una distribución normal, si $K > 3$, entonces la distribución no es normal y se trata de una leptocurtica (la forma de la campana es muy puntiaguda), si $K < 3$, entonces la forma de la campana de Gauss será una platicurtica.

$$K = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{y_i - \bar{y}}{\hat{\sigma}} \right)^4 \quad (2.18)$$

Prueba de normalidad o Jarque-Bera, es una prueba estadística para probar si la serie tiene una distribución normal, mide la diferencia entre el coeficiente de simetría y Kurtosis, con los de una normal. Se distribuye con una X^2 con 2 grados de libertad.

$$\text{Jarque - Bera} = \frac{N}{6} \left(S^2 + \frac{(K-3)^2}{4} \right) \quad (2.19)$$

- $H_0 = \text{normal.}$
- $H_i = \text{no normal}$

Una de las características principales de estos modelos es que la campana es de tipo leptocurtica, como lo muestra el Histograma.

En este punto también se analiza si la variable es estacionaria o no, en dado caso que la respuesta sea negativa, por lo general se busca su estacionariedad siguiendo los mismos pasos que en la metodología Box-Jenkins (al aplicar test de raíz unitaria, el correlograma etc.). Después de obtener la estacionariedad por medio de transformaciones a la variable y diferenciándola, se propone el modelo ARIMA y se estima el sistema propuesto por MCO.

$$\phi_p(L)(1-L)^d Y_t = \varphi_q(L)u_t \quad (2.20)$$

Donde u_t^2 es de la forma descrita que en la ecuación 2 y 3. Ósea en esta parte se realizar toda la metodología Box-Jenkins.

Muchos de los econométricos no están de acuerdo, en cómo realizar una estimación con componentes ARCH (q) o GARCH (p, q), sin que se utilicen componentes MA (q), ya que estos intervienen en el proceso, aunque este sea en términos lineales.

Después de haber estimado el modelo ARIMA (p, d, q), lo que deviene es la parte donde se lleva a cabo la identificación del modelo a estimar, ósea el modelo GARCH (p, q) propiamente, para lo cual se lleva a cabo un análisis del correlograma pero ahora en su versión cuadrática, esto para darnos una idea de que términos vamos a introducir primero ARCH (q) o un GARCH (p). Un símil del proceso sería de cierta manera que ARCH (q) equivale a un AR (p) y un GARCH (q) equivale a un MA (p), entonces el primero afectaría directamente al PAC y el segundo al AC.

Alternativamente se aplica la prueba ARCH, cuando se utiliza la metodología ARIMA (p, d, q). Esta prueba da una idea, aunque solo sea del término ARCH.

$$e_t^2 = \beta_0 + \left(\sum_{s=1}^q \beta_s e_{t-s}^2 \right) + v_t \quad (2.21)$$

- $H_0 = \text{no existe ARCH}$
- $H_i = \text{existe ARCH}$

En la etapa de estimación del modelo GARCH, el método para realizar la regresión es el máxima verosímil.

$$h_t = c + \sum_{i=1}^p \alpha_i h_{t-i} + \sum_{i=1}^q \beta_i u_{t-i}^2 \quad (2.22)$$

Aunque existe una controversia de que método utilizar para la estimación de u_t , dado el supuesto de distribución normal. Desde que apareció el modelo propuesto por Engle en 1982, se han propuesto diversos métodos para la estimación de este como son:

Bollerslev y Wooldrige en 1992 propusieron una estimación Quasi-maximum likelihood (QML) y demostraron que una clase de modelos dinámicos cuando se parametrizan los primeros y segundos momentos, el estimador es asintóticamente normal, aunque la verdadera función de distribución no sea normal. La estimación se utiliza cuando se sospecha que los residuos del modelo especificado no se distribuyen normalmente y se han estimado bajo este supuesto. Aunque los parámetros estimados son consistentes, la matriz de covarianza estimada no lo será, de esta manera los estadísticos de prueba para rechazar la significancia de los parámetros no estarán bien contruidos y deberán corregirse mediante la

proposición de estos autores. De esta manera, los parámetros estimados serán consistentes y los probabilidad de error (p-valores) asociados a la muestran la verdadera probabilidad para rechazar o aceptar la significancia de los parámetros (Se deberá de trabajar con muestras suficientemente grandes).

La usual distribución normal o distribución de Gauss.

$$l_t = -\frac{1}{2}\log(2\pi) - \frac{1}{2}\log\sigma_t^2 - \frac{1}{2}\frac{(y_t - X_t'\theta)^2}{\sigma_t^2} \quad (2.23)$$

Dónde la varianza es definida como la ecuación (2) y (3).

La estimación de una función GED. La distribución es muy flexible que puede obtener varias formas dependiendo de sus parámetros. Si el parámetro $v = 2$ entonces el GED es igual a la normal, si $v > 2$ entonces tiene colas más pesadas.

$$l_t = -\frac{1}{2}\log\left(\frac{\Gamma\left(\frac{1}{r}\right)^3}{\Gamma\left(\frac{3}{r}\right)\left(\frac{r}{2}\right)^2}\right) - \frac{1}{2}\log\sigma_t^2 - \left(\frac{\Gamma\left(\frac{3}{r}\right)(y_t - X_t'\theta)^2}{\sigma_t^2\Gamma\left(\frac{1}{r}\right)}\right) \quad (2.24)$$

La distribución t-student

$$l_t = -\frac{1}{2}\log\left(\frac{\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)^2 \pi(v-2)}{\Gamma\left(\frac{v+1}{2}\right)^2}\right) - \frac{1}{2}\log\sigma_t^2 - \frac{(v+1)}{2}\log\left(1 + \frac{(y_t - X_t'\theta)^2}{\sigma_t^2(v-2)}\right) \quad (2.25)$$

Donde $v > 2$ y la distribución t-student se aproxima al normal, cuando $v \rightarrow \infty$.

Existen otras formas de suponer la distribución de u_t , pero estas son básicamente las más utilizadas.

Validación del modelo. En este paso, es donde se realizan las pruebas de hipótesis estadísticas al modelo, para validarlos supuestos del GARCH.

- Se debe tener presente que pasen las pruebas (t-student, Normal o cualquier otra) a los coeficientes asociados.
- Que los coeficientes sean positivos, c, α_i y β_i sean positivos.

$$c > 0, \text{ y } \alpha_i, \beta_i \geq 0$$

- Que la suma de los coeficientes sea menor a la unidad.

$$\sum_{i=1}^p \alpha_i + \sum_{i=1}^q \beta_i < 1$$

- Si se quiere saber si el modelo necesita más coeficientes ARCH (q) o GARCH (p, q), se debe de revisar el correlograma, pero esta vez en su forma cuadrática, de modo que el PAC² es modificado con la introducción de ARCH y el AC² es modificado con la introducción del GARCH.
- Si estimamos varios modelos de este tipo, entonces escogeremos aquel que obtenga el R² más alto, al igual que tenga los criterios de Akaike y de Schwarz lo más cercano a cero

$$\text{Akaike Info Criterion (AIC)} = -2 \left(\frac{l}{T} \right) + 2 \left(\frac{k}{T} \right) \quad (2.26)$$

$$\text{Schwarz Criterion (SC)} = -2 \left(\frac{l}{T} \right) + \frac{k \log T}{T} \quad (2.27)$$

Donde l es el valor de la función de máxima verosimilitud con k parámetros estimados y T el número de observación.

La etapa del pronóstico comienza a partir que el modelo ARIMA (p, d, q)-GARCH (p, q) ya fue estimado y por lo tanto se obtuvo el mejor modelo GARCH.

$$\begin{aligned} \phi_p(L)(1-L)^d Y_t &= \varphi_q(L)u_t \\ h_t &= c + \sum_{i=1}^p \alpha_i h_{t-i} + \sum_{i=1}^q \beta_i u_{t-i}^2 \end{aligned} \quad (2.28)$$

2.3 Metodología del modelo ARFIMA.

Durante las últimas décadas se han hecho avances para comprender porque algunas series económicas y financieras no se pueden modelar correctamente, después de que el sistema de tipos de cambio paso de uno fijo a uno flexible en la década de los setentas. A inicios de los ochentas se propuso un nuevo tipo de modelos que servían para modelar series económicas y financieras que poseían memoria larga estos fueron denominados “Modelos fraccionalmente integrados”, los autores de estos modelos fueron J. R. M. Hosking (1981) y Granger y Joyeux (1980).

En este apartado se ocupa de los modelos ARFIMA (modelo auto regresivo fraccionalmente integrado de medias móviles), los cuales se representan:

$$\phi_p(L)(1-L)^d Y_t = \varphi_q(L)u_t \quad (2.29)$$

Dónde:

- $u_t \sim N(0, \sigma^2)$
- L es el operador rezago
- $\phi_p(L) = 1 - \phi_1 L - \dots - \phi_p L^p$, parte AR (p).
- $\varphi_q(L) = 1 + \varphi_1 L + \dots + \varphi_q L^q$, parte MA (q).
- $(1 - L)^d$ es el operador de la diferenciación fraccional $d \in R$

La diferencia entre los modelos tradicionales ARIMA y estos modelos es que el orden de integración (d) asume valores fraccionales, de hecho esta coeficiente es el que muestra si la serie es persistente o anti persistente. El fenómeno de persistencia en la serie representa la memoria larga, en otras palabras, muestra que tanto los impactos de hoy pueden cambiar el futuro y la sensibilidad de este. Varios autores mencionan que este tipo de fenómenos es común en la naturaleza, en mercados financieros y en la economía. El estudio de los modelos ARFIMA se centra en como calcular el valor de (d), el cual permitirá diferenciar la serie económica. También cabe que los parámetros AR (p) y MA (q), son los que permiten observar la memoria corta, así indicado por Baillie y Bollerslev (1996).

Una de las diferencias más notables entre los modelos ARIMA y ARFIMA, es que los parámetros que se utilizan para captar la memoria corta en el primero son demasiados, como por ejemplo mientras el primero toma valores de AR (40), MA (36) e integrado 1, el segundo a lo mucho necesita un AR (3), MA (3) y un $d < .5$, de este modo, el modelo ARFIMA cumple mejor con el principio de parsimonia en econometría.

2.3.1 Etapas del modelo ARFIMA o FARIMA.

- Pruebas de memoria larga y Estimación del parámetro d
- Metodología Box-Jenkins.

Pruebas de memoria larga y Estimación del parámetro (d).

Existen diversas formas para ver si una serie tiene memoria larga, entre las cuales son, aunque la primera se refiere a definiciones de memoria larga que pueden verse al analizar la serie, como en el trabajo que realizo Granger y Hyung (2004) y la segundas estrictamente a pruebas.

- A través de observar el correlograma, el cual tiene una caída lenta en las auto correlaciones, lo cual llevaría a introducir en el modelo demasiados parámetros AR o MA, esto es, las auto correlaciones tienen un caída hiperbólica a diferencia del modelo ARIMA que su caída es exponencial.

$$\rho(k) \rightarrow C_p k^{-\alpha} \text{ cuando } k \rightarrow \infty \quad (2.30)$$

Donde C_p es una constante positiva y $0 < \alpha < 1$ tal que $\alpha \in \mathbb{R}$.

- Y la densidad espectral tiene frecuencias infinitas que caen rápidamente y cercanas a cero esto es son de baja frecuencia.

$$f(\omega) \rightarrow C_f \omega^{\alpha-1} \text{ cuando } \omega \rightarrow 0 \quad (2.31)$$

Donde C_f es una constante positiva (vease a James D. Hamilton 1994) .

- Otra forma de observar si la serie posee memoria larga escon ayuda de pruebas de memoria larga. En este punto se afirma que las pruebas tradicionales como las vistas en los modelos ARIMA (ADF, PP y KPSS), no sirven o comodescribe Yin-Wong Cheung en su escrito long memory in foreing-exchange rates de 1993, estas pruebas no pueden rechazan la hipotesis nula de raiz unitaria. Por otro lado existen pruebas de memoria larga como son prueba R/S, desarrolladas y explicadas ampliamente por Erfani y Jarafi (2009) y Edgars E. Peters (1994), Geweke y Porter-Hudako GPH (1983), estimado puntual de Whistle Robinson (1994), propuso dos pruebas mas, Frequency domain score test y Time domain score Test, aunque en este trabajo no se tomaran en cuenta estas ultimas pueden ver aplicaciones de las mismas en Sadique y Silvapulle (2001).

La prueba R/S se define como:

$$Q_N = \frac{1}{s_N} \left[\max_{0 \leq k \leq N} \sum_{j=1}^k (y_j - \bar{y}) - \min_{0 \leq k \leq N} \sum_{j=1}^k (y_j - \bar{y}) \right] \quad (2.32)$$

Donde \bar{y} es la media y s_N es la desviacion estandar, con la hipotesis nula deno existe memoria larga. Es esta prueba según Edgars E. Peters (1994), menciona que no es concluyente para la obtencion de memoria larga, dado que esta prueba no distingue un ruido fraccional gaussiano de uno ruido fraccional no gaussiano.

La segunda prueba utilizada es la propuesta por Geweke y Porter-Hudak (1983), la cual es una prueba de aproximacion seminoparametrica, para la obtencion de la memoria larga.

$$\text{Ln} \left(I(\omega_j) \right) = c - d \text{Ln} \left(4 \text{sen}^2 \left(\frac{\omega_j}{2} \right) \right) + \varepsilon_j \text{ tal que } j = 1, \dots, n \quad (2.33)$$

Donde $\omega_j = \frac{2\pi j}{N}$ tal que $j = 1, \dots, N-1$, $n = g(N) \ll N$ y el diagrama de periodos de la variable estudiada se define como:

$$I(\omega) = \frac{1}{2\pi N} \left| \sum_{t=1}^N e^{it\omega} (X_t - \bar{X}) \right|^2 \quad (2.34)$$

Donde la hipótesis nula es de no existencia de memoria larga.

Estimación del parámetro (d) como se mencionó anteriormente, este es el más importante de toda la metodología ya que demuestra si existe o no memoria larga en una serie. Para su estimación existen tres formas diferentes:

- Método de Coeficiente de Hurst.
- Método del Periodograma (GPH).
- Método de Whittle.

El primer método proporciona la siguiente ecuación que se estima por mínimos cuadrados ordinarios (MCO) o Máximo Verosímil (MV).

$$\ln \frac{R}{S_N} = c + H \ln N \quad (2.35)$$

Los valores de H se encuentran entre cero y uno, esto es $0 \leq H \leq 1$, de tal manera que se pueden presentar los siguientes resultados a partir del coeficiente de Hurst:

1. Cuando $0 < H < .5$, se le conoce como ruido rosa y la serie es antipersistente, a menudo se le conoce como modelos donde la media regresa a su condición inicial, es una serie, donde por ejemplo si en el período anterior aumentó se esperaría que en el siguiente bajara y viceversa si bajó en el siguiente aumentaría y mientras más cercana a cero más volátil es la serie. También se relaciona con el análisis espectral, donde $2 < b \leq 4$, definida por la siguiente ecuación $b = 2(H) + 1$.
2. Cuando $.5 < H < 1$, se le conoce como ruido negro y la serie es persistente, este tipo de serie posee memoria larga y en nuestro caso es el estudiado. Esta serie se caracteriza por que si por ejemplo en el período pasado aumentó en el siguiente seguirá aumentando todavía más en el próximo período y lo contrario pasaría si disminuyera. Mientras más cercano a uno es más explosiva la serie. Al igual que en el anterior ruido el valor del exponente espectral es $1 \geq b > 2$.
3. Cuando $H = .5$ se le considera como una serie aleatoria, donde los eventos presentes no influyen en el futuro, el exponente espectral es 2 la función de densidad es una normal.

La manera de obtener el parámetro d es:

$$d = H - .5 \quad (2.36)$$

El periodo del periodograma o GPH, el parametro (d) se oibtiene de la estimacion de la siguiente ecuacion por MCO o MV.

$$\text{Ln} \left(I(\omega_j) \right) = c - d \text{Ln} \left(4 \text{sen}^2 \left(\frac{\omega_j}{2} \right) \right) + \varepsilon_j \quad (2.37)$$

$$\text{➤ } \hat{d} = H - .5.$$

El metodo de Whittle, se fundamenta en el campo de frecuencias con estimacion de maxima verosimil, con parametros desconocidos.

$$Q(\theta) = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{I(\omega)}{f(\theta; \omega)} d\omega \quad (2.38)$$

$$\text{➤ } \hat{d} = H - 5.$$

Donde θ , es el vector de parámetros desconocidos, incluyendo el parámetro de diferenciación fraccional d, $I(\omega)$ es el periodo grama de la variable a estudiar y $f(\theta, \omega)$ es la densidad espectral teórica.

Después de haber obtenido el orden de integración, entonces se deberá de transformar la variable y la representación el modelo de regresión será la siguiente:

$$\phi_p(L)(1-L)^d Y_t = \varphi_q(L)u_t \quad (2.39)$$

Donde todas las variables se definen de acuerdo a lo mencionado en un principio. La profundizar en el operador de la diferenciación fraccional que se define por medio del teorema del binomio de Newton, se expande infinitamente la expresión $(1-L)^d \forall d \in \mathfrak{R} \text{ y } d > -1$. Su expresión la describe la ecuación 2.40.

$$\Delta^d = (1-L)^d = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{d}{k} (-L)^k \quad (2.40)$$

Donde el coeficiente del binomio $\binom{d}{k}$ se define de la siguiente manera:

$$\binom{d}{k} = \frac{d(d-1)(d-2)\dots(d-k+1)}{k!}. \quad (2.41)$$

Donde $k!$ es el factorial y se parte que el factorial de $0! = 1$, y se reescribe en la ecuación 2.42.

$$(1 - L)^d = 1 - dL + \frac{d(d-1)}{2!} L^2 - \frac{d(d-1)(d-2)}{3!} L^3 + \dots \quad (2.42)$$

Para la integral de d , el coeficiente es cero cuando $k > d$ y la serie no es infinita. Varios escritores sobre este tema también la diferenciación fraccional la definen por medio de la función Gamma:

$$(1 - L)^d = \frac{\sum_{k=0}^{\infty} \Gamma(k-d)L^k}{\Gamma(k+1)\Gamma(-d)}, \quad (2.43)$$

Otra forma de derivar esta relación funcional se encuentra con James D. Hamilton 1994.

Ahora se dan las características de la siguiente expresión $-.5 < d < .5$, aunque con anterioridad se mencionó pero con respecto al coeficiente de Hurst.

Hosking menciona en su artículo de 1981 (en su artículo pueden ver pruebas de los siguientes enunciados), las siguientes características, si Y_t es un modelo o ARIMA (p, d, q), entonces:

- Y_t es estacionario si $d < \frac{1}{2}$ y todas las raíces de la ecuación $\phi_p = 0$ están fuera del círculo unitario.
- Y_t es invertible si $d > -\frac{1}{2}$ y todas las raíces de la ecuación $\varphi_q = 0$ están fuera del círculo unitario.

→ Si Y_t es estacionaria e invertible, con densidad espectral $f(\omega)$ y función de correlación ρ_k , entonces:

- $\lim_{\omega \rightarrow 0} \omega^{2d} f(\omega)$ existe, cuando $\omega \rightarrow 0$ y es finita.
- $\lim_{k \rightarrow \infty} k^{1-2d} \rho_k$ existe, cuando $k \rightarrow \infty$ y es finita.

Con las formulas antes mencionadas se deberá transformar la serie en una fraccional que por obvias razones ya es estacionaria.

Por último cabe mencionar que el procedimiento que continúa es la metodología Box-Jenkins, el cual consisten forma general en introducción de parámetros AR (p) y MA (q), para limpiar el correlograma si se toma en cuenta las restricciones mencionadas en la primera parte de este capítulo y escogiendo al final el mejor modelo que tenga ambos criterios bajos o cercanos a cero.

2.4 Metodología del modelo FIGARCH.

El modelo FIGARCH fue propuesto por Baillie, Bollerslev y Mikkelsen en su artículo *Fractionally Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* de 1996, aunque también Ding y Granger en 1996 propusieron un modelo similar en su artículo "Modelling volatility persistence of speculative returns: a new approach" aunque en general, para los supuestos y restricciones la mayoría de los artículos publicados se remontan al trabajo seminal del primero.

El modelo FIGARCH es un punto intermedio entre el modelo IGARCH (véase Engle y Bollerslev 1986) y el modelo GARCH, ya que el orden de integración está entre I (0) y I (1), en este modelo es común ver que existe la persistencia en la en la varianza, esto notado en la suma de los coeficientes relacionados al ARCH y GARCH los cuales se aproximan a la unidad ($\alpha + \beta \approx 1$), Granger y Ding en su artículo de 1996, mencionan que en realidad si el parámetro β toma valores cercanos a la unidad, el modelo GARCH se encuentra con un problema de memoria larga en la varianza.

Este modelo se estima de la misma manera que los modelos GARCH e IGARCH, por medio del método de Quasi-MLE (véase a Andrew A. Weiss 1986), lo cual sucede después de haber estimado un modelo, llámese ARIMA, estructural o cualquier otro, de tal manera que solo debe de ser estacionario.

Aunque el modelo FIGARCH es muy similar en su metodología con el modelo ARFIMA, con la diferencia que el primero la varianza es persistente, esto es, el parámetro d es de tipo fraccional y se le aplican todas las pruebas de memoria larga vistas en el pasado tema, en este caso el parámetro d varía en un conjunto cerrado de 0 a 1 siendo este más persistente que el modelo ARFIMA ya que variaba de $-\frac{1}{2}$ a $\frac{1}{2}$, además este modelo deberá de cumplir con los supuestos del modelo GARCH y con un conjunto de desigualdades que más adelante se mencionaran.

El modelo FIGARCH (p, d, q) se define como:

$$[1 - \beta(L)]\sigma_t^2 = w + [1 - \beta(L) - \alpha(L)(1 - L)^d]\varepsilon_t^2, \quad (2.44)$$

Dónde:

- $0 < d < 1$, este supuesto indica el supuesto de estacionariedad.
- Las raíces de $\alpha(L)$ y $[1 - \beta(L)]$, están fuera del círculo unitario.

Aunque más común es encontrar al modelo definido de la siguiente manera:

$$\theta(L)(1 - L)^d \varepsilon_t^2 = w + [1 - \beta(L)]v_t, \quad (2.45)$$

Dónde:

- $0 < d < 1$, para que el proceso sea estacionario.
- Las raíces de $\alpha(L)$ y $[1 - \beta(L)]$, están fuera del círculo unitario.
- $v_t = \varepsilon_t^2 - \sigma_t^2$, es de media cero y sin correlación.

Los contrastes de desigualdad que tienen cada modelo que se estima, son diferentes como por ejemplo para un modelo FIGARCH (1, d, 0), no son las mismas que un modelo FIGARCH (1, d, 1), el primero solo debe de cumplir con:

- $w > 0$,
- $0 \leq \beta_1 < d \leq 1$

Y el segundo modelo con:

- $w > 0$,
- $\beta_1 - d \leq \theta_1 \leq \frac{2-d}{3}$,
- $d \left(\theta_1 - \frac{1-d}{2} \right) \leq \beta_1 (d - \beta_1 + \theta_1)$

Para compararlas restricciones que debe de tener en detalle cada modelo se recomienda el estudio de Nelson y Cao (1992).

Chung, Chang-Fan (1999) propone una variante del modelo al modificar las restricciones e introducir una varianza adicional constante que se les resta a los residuos al cuadrado del modelo original que describe la ecuación 2.46.

$$[1 - \alpha(L) - \beta(L)](\varepsilon_t^2 - \sigma^2) = [1 - \beta(L)]v_t. \quad (2.46)$$

Donde σ^2 , es la varianza incondicional de los residuos y $v_t = \varepsilon_t^2 - \sigma_t^2$ y donde el contraste desigualdad suficiente es $0 \leq \alpha_1 \leq \beta_1 \leq d \leq 1$.

2.4.1 Definición y pruebas de memoria larga para el establecimiento de los modelos FIGARCH.

Al igual que el modelo ARFIMA (p, d, q), al modelo FIGARCH se le aplican pruebas de memoria larga. Por definición la memoria larga en los modelo fraccionalmente integrados, como son ARFIMA y FIGARCH, es la misma y existen 3 diferentes, una relacionada con el auto correlación, densidad espectral y otra relacionada con la tasa de crecimiento de la suma parcial de la varianza, a continuación se reproducirán:

1.- Definición de memoria larga para un proceso de covarianza estacionaria, o la caída de las auto correlaciones son a una tasa hiperbólica.

$$\rho(k) \rightarrow C_p k^{-\alpha} \text{ cuando } k \rightarrow \infty, \quad (2.47)$$

Donde C_p es una constante positiva y $0 < \alpha < 1$ tal que $\alpha \in \mathbb{R}$.

2.- Definición de memoria larga para la densidad espectral, la cual tiene frecuencias infinitas que caen rápidamente y cercanas a cero esto es son de baja frecuencia.

$$f(\omega) \rightarrow C_f \omega^{\alpha-1} \text{ cuando } \omega \rightarrow 0 \quad (2.48)$$

Donde C_f es una constante positiva (vease a James D. Hamilton 1994) .

3.- Definición de memoria larga para la tasa de crecimiento de la suma parcial de la varianza o si se observa una tasa de caída hiperbólica en el auto correlación al cuadrado, esto es una caída lenta como lo desarrolla Diebold e Inoue (2001).

$$\text{var}(S_t) = O(t^{2d+1}), \quad (2.49)$$

Donde $S_t = \sum_{i=1}^t y_t$

Las pruebas y métodos para detectar memoria larga en los modelos FIGARCH, son las siguientes:

1. El parámetro β , asociado al GARCH es cercano a la unidad, esto lo confirma el trabajo de Ding y Granger(1996), en donde se demuestra que $\alpha + \beta \cong 1$, no se cumple la afirmación inicial que:

$$\beta \cong 1$$

2. Caída lenta de los autos correlaciones al cuadrado, principalmente se debe de observar una tasa de caída hiperbólica en las mismas, a diferencia del modelo GARCH que es una tasa de caída exponencial o rápida.
3. A los residuos al cuadrado se les aplica pruebas de memoria larga, dado que es el parámetro a diferenciar fraccionalmente, esto visto en la ecuación que define su movimiento, estas serán como las vistas en el pasado tema:
 - Prueba R/S o prueba de Hurst (ver Erfani y Jarafi 2009).
 - Geweke y Porter-Hudako GPH(1983).
 - Estimador local de Whittle (vease Hurvich y Moulines 2005).

La primera prueba ofrece un resultado donde la parte más importante es el coeficiente H, el cual solo menciona si la serie es o no de integración fraccional,

además un hecho importante es que tanto el modelo FIGARCH, como el coeficiente de Hurst, los dos están entre los valores 0 y 1 ($0 \leq H \leq 1$ y $0 < d < 1$) y por tanto para obtener, se debe de aplicar $d = H - .5$, si consideramos este hecho entonces sería difícil de encontrar un valor de(d) mayor de .5, lo cual en sí mismo es una contradicción con lo mencionado en el pasado tema, por desgracia estos modelos son de los menos desarrollados.

La prueba de Geweke y Porter-Hudak , brinda una prueba y un coeficiente de integracion, la primeramenciona si aceptas o rechazas la prueba de integracion, esto es si la serie posee memoria larga o memoria corta.

- $H_0 = \text{no existencia de memoria larga}$
- $H_1 = \text{existencia de memoria larga}$

El coeficiente de integracion se obtienede la misma manera que en el pasado temad $d = H - .5$, y resultado obtenido se aplica a la serie.

La tercera pruebaes el estimador local de Whittle, es muy parecida a la pasada prueba, ya que brinda un estadistico de cosntraste de memoria corta, frente al de memoria larga :

- $H_0 = \text{memoria corta}$
- $H_1 = \text{memoria larga}$

Esta test tambien ofrece un un coeficiente de integracion, que al igual que el anterior se obtiene de $d = H - .5$ y donde nopocas veces este es superior al anterior, en cuanto al orden de integracion.

Despues de haber encontrado el orden de integracion de la serie esta se debe aplicar a la serie estudiada, en este caso particular se le aplica a los residuos al cuadrado, en este caso ε^2 . Para obtener a la serie de integracion fraccional se tiene el siguiente metodo, el cual es el mismo que el modelo ARFIMA.

Para un escalar L, se define la funcion:

$$f(L) = (1 - L)^{-d}, \tag{2.50}$$

Esta funcion tiene la siguientes derivadas:

$$\frac{\partial f}{\partial L} = d(1 - L)^{-d-1}; \quad \frac{\partial^2 f}{\partial L^2} = d(d + 1)(1 - L)^{-d-2} \dots$$

$$\frac{\partial^j f}{\partial L^j} = (d + j - 1)(d + j - 2) \dots (d + 1)d(1 - L)^{-d-j}$$

Expandiendo la función en potencia para $f(L)$ y L esta alrededor de cero es entonces dada por:

$$(1 - L)^{-d} = f(0) + \frac{\partial f}{\partial L} \Big|_{L=0} L + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 f}{\partial L^2} \Big|_{L=0} L^2 + \frac{1}{3!} \frac{\partial^3 f}{\partial L^3} \Big|_{L=0} L^3 \dots = 1 - dL + \frac{d(d-1)}{2!} L^2 - \frac{d(d-1)(d-2)}{3!} L^3 + \dots$$

(2.51)

Este último resultado es el mismo al encontrado en el pasado tema y con la diferencia, de que el método aquí es por medio de derivadas como lo desarrolla Hamilton (1994).

Además de la anterior ecuación, una serie cualquiera se modifica o integra fraccionalmente a través de la aplicación de la siguiente ecuación, donde Γ , es la función Gamma:

$$(1 - L)^d = \frac{\sum_{k=0}^{\infty} \Gamma(k-d) L^k}{\Gamma(k+1) \Gamma(-d)}, \quad (2.52)$$

Después de haber modificado la serie económica, entonces la misma se introduce al modelo y se aplica el método de estimación escogido en nuestro caso el método Quasi-MLE y se introduce las partes FIGARCH (P) y GARCH (q), de tal manera que el modelo cumpla con las restricciones mencionadas en un principio y además el modelo que se deberá escoger será el que tenga los criterios de AIC y BIC (Akaike info criterion y Schwarz criterion).

2.5 Evaluación del pronóstico.

Para poder evaluar al pronóstico, primero se debería de pronosticar los datos conocidos y con eso suponer que el pronóstico no conocido se comportara de la misma manera. Por ejemplo, si conocemos la variable hasta el momento Y_t , podemos realizar el pronóstico desde Y_{t-10} , hasta Y_t , valorarlo y suponer que se comporta de la misma manera en Y_{t+10} .

Existen diferentes formas de valorar un pronóstico las más comunes son:

- A través de observar si la variable pronosticada simula bien a la variable original.
- A través de obtener porcentajes de error del pronóstico, con respecto al original.

En el primer punto, lo que se busca es que si el pronóstico simula bien a la variable original, esto es que si la variable original sube el pronóstico también lo hace no importa el grado de desajuste del mismo. En este punto se rescata el

hecho de que no importa que tan bueno sea un pronóstico, siempre existe la incertidumbre sobre el futuro.

En el segundo lo que se desea es minimizar el error del pronóstico, es decir que los errores del pronóstico tiendan a cero. En el punto dos, se obtiene porcentaje de error medio absoluto del pronóstico con respecto a la variable original, la cual se define a través de:

$$MAPE = 100 \sum_{n=N+1}^{N+j} \frac{|\hat{y}_t - y_t|}{y_t} \cdot \frac{1}{j} \quad (2.53)$$

Donde j , es el número de periodos a pronosticar, \hat{y}_t la variable estimada, y_t la variable original.

Al final se requiere que sea del 2 % \pm del 100% y en ocasiones se requiere que sea 1 \pm del 100%.

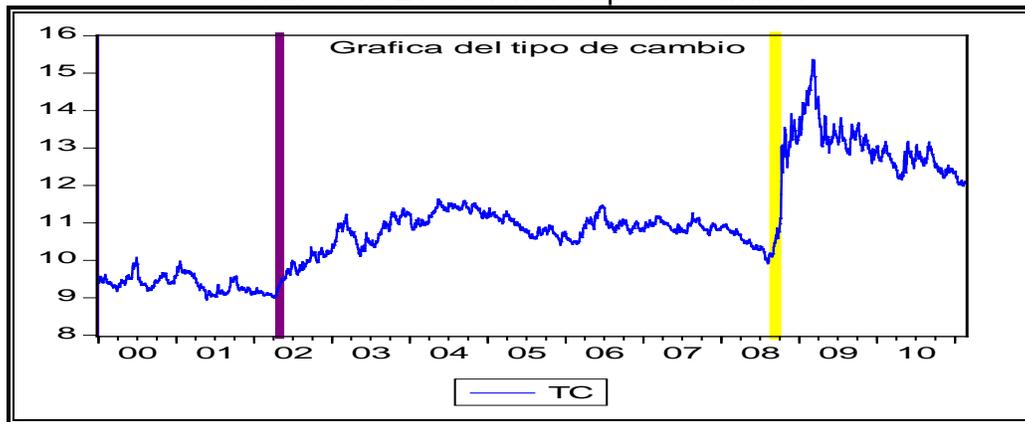
Capítulo 3.Regresión y evaluación del tipo de cambio.

En este capítulo se aplican los conceptos teóricos para analizar la serie de tiempo que corresponde al tipo de cambio, se parte de datos diarios para el periodo que comprende 01-01-2000 al 18-02-2011. El análisis es progresivo y parte de la aplicación de la metodología Box-Jenkins o modelos ARIMA, en segundo lugar los modelos GARCH, para seleccionar el mejor modelo ARIMA. En el tercero y cuarto apartado se tratan los modelos fraccionalmente integrados, el modelo FIGARCH, y el ARFIMA.

3.1Regresión y resultados del modelo ARIMA.

La serie de tiempo tipo de cambio que comprende el periodo de 01-01-2000 al 18-02-2011, cuenta con 4067 observaciones posee la siguiente forma:

Gráfica3.1 Evolución del tipo de cambio.



Fuente: Elaboración propia con datos de Banxico.

En la gráfica3.1 se observa que ha tenido dos grandes saltos uno en el 2002, y otro a mediados del 2008, por lo cual se dice que tanto la media como la varianza no son constantes en este periodos, aunque del 2008 en adelante es donde se registra los cambios más notables en la serie. Los estadísticos que a continuación se presentan lo confirman.

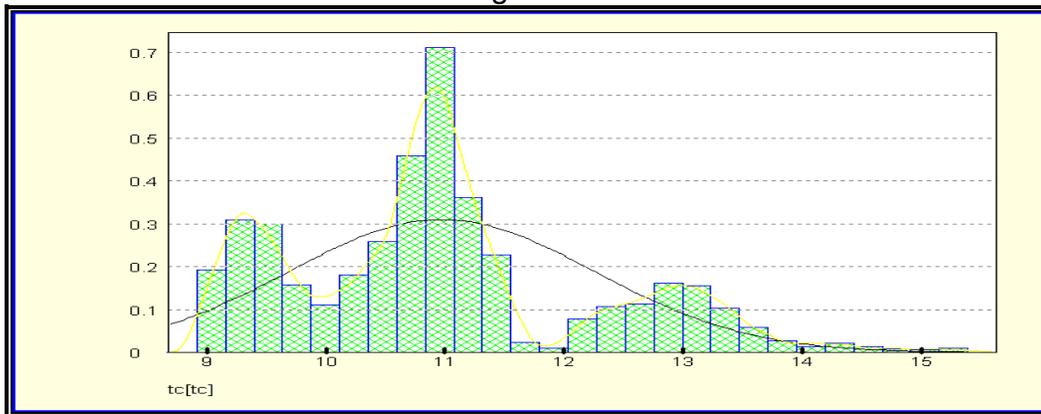
Tabla 3.1 Estadísticos principales del Tipo de cambio.

Estadísticos		M	SD	S	K	Sum	Sum Sq. Dev.	N
TC		10.97	1.29	0.66	2.99	44623.09	6763.26	4067.00
Puebas de	J-P	P	D-H	P	S-W	P	Lilliefort	P
Normalidad	291.33	0.00	531.16	0.00	0.94	0.00	0.13	0.00

Dónde: M-Media, SD-Desviación estándar, S-sesgo, K-Kurtosis, J-P-Jarque-Bera, D-H-Doornik-Hansen, S-W- Shapiro-Wilk.

La tabla 3.1 muestra que el tipo de cambio, posee un sesgo positivo de .66 aproximado, cuando este debiera ser cero, una Kurtosis de casi una normal siendo esta de 2.99, pero las pruebas de normalidad no las paso, siendo la más común la Jarque-Bera con un valor estadístico de 291.329, lo cual hace pensar que estamos frente a una serie de cola pesadas, lo cual es confirmado con el Histograma de Frecuencias (gráfica3.2) que a continuación se presenta:

Gráfica 3.2 Histograma de frecuencias.

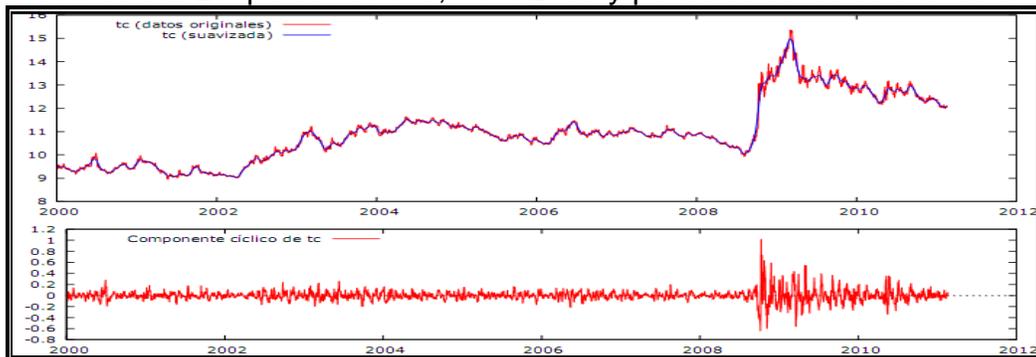


Fuente: Elaboración propia por medio del software Matrixer.

Donde la curva de color negro es la curva normal, la amarilla es el Kernel Gaussiano, y las barras son la distribución de frecuencias.

En la gráfica 3.3 muestra que también existe un componente estacional en la serie, corroborando los gráficos anteriores, el cual se dio a mediados del 2008, lo cual hace suponer que al momento de realizar las regresiones del modelo es muy posible que se necesite utilizar parámetros de suavización en nuestro caso SAR (p) o SMA (q) o ambos.

Gráfica 3.3 El tipo de cambio, suavizada y periodos de estacionalidad.



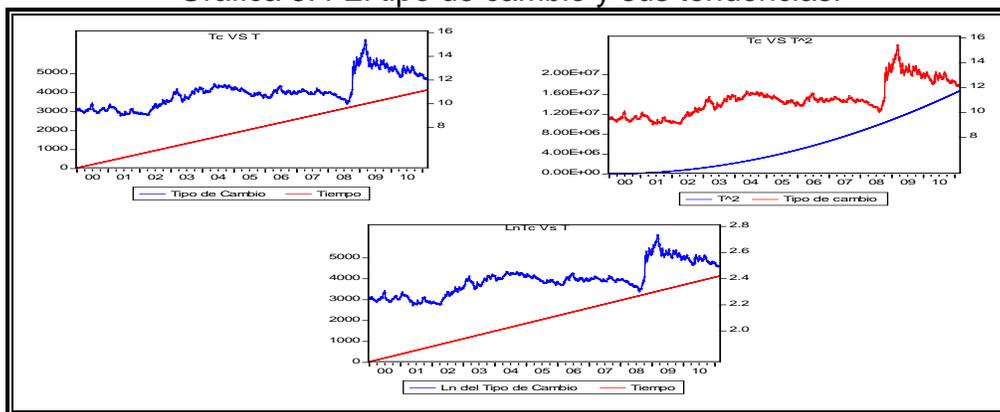
Fuente: Elaboración propia por medio del software Gletl.

3.1.1 Detección de la estacionariedad de la serie tipo de cambio.

Para este punto se menciono varios procedimientos para la detección de estacionariedad de una serie en el capítulo anterior que a continuación se desarrollaran.

La gráfica de la serie tipo de cambio con respecto al tiempo 3.4, que se muestra a continuación, lo cual indica que es muy probable que la serie siga una tendencia lineal o una logarítmica, ya que se muestra más ajustada en estas dos gráficas, tanto en la media como en los errores de la misma, no pudiéndose ver lo mismo cuando el tipo de cambio se gráfica con el tiempo al cuadrado ya que indica que en periodos de cambio existe un menor ajuste de la serie, lo cual no llevaría a subvalorar o sobrevalorar el error de la serie. Por lo tanto significa que la serie no es estacionaria.

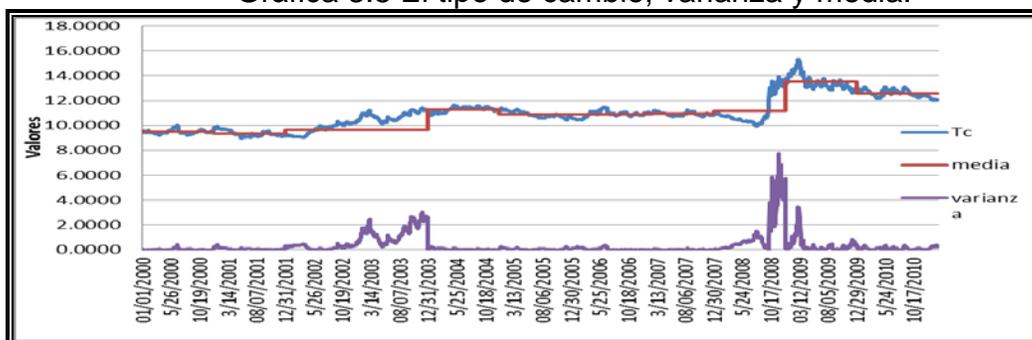
Gráfica 3.4 El tipo de cambio y sus tendencias.



Fuente: Elaboracion propia.

Los supuestos de modelo ARIMA mencionan que la estacionalidad débil es cuando la media y la varianza son constantes en el tiempo.

Gráfica 3.5 El tipo de cambio, varianza y media.



Fuente: Elaboración propia y datos del banco de México.

La gráfica cuatro muestra que tanto la media, como la varianza que se obtuvo por cada año no es constante en el tiempo, por lo tanto se rompe el supuesto de estacionariedad en la serie.

Queriendo decir que los dos métodos tanto la búsqueda de tendencia, como el de varianza y media constante dicen que es posible que la serie no sea estacionaria en nivel, lo cual hace buscar una manera de encontrar el grado de integración de la serie, para lo cual a continuación se aplican los métodos generales en los modelos serie de tiempo.

3.2.1 Métodos para buscar el orden de integración de la serie tipo de cambio.

El primer método que se menciona es el de realizar regresiones de la serie ha estudiar con respecto al tiempo para lo cual se obtuvo los siguientes resultados:

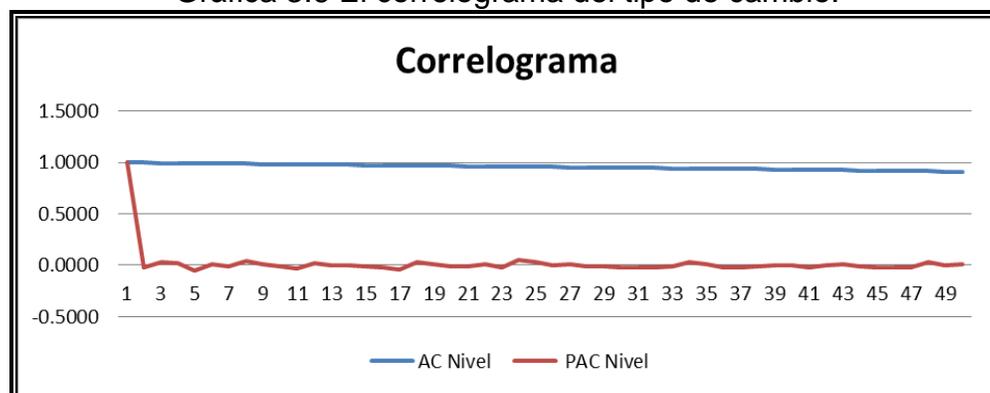
Tabla 3.2 El tipo de cambio, aplicando regresiones en función del tiempo.

Modelo	R
$TC = 9.136693657 + 0.0009027533645 * T$	67.55%
$TC = 9.273649115 + 4.971674309e-008 * T^1 + 0.0007006050871 * T$	67.78%
$LTC = 2.222879096 + 8.154823763e-005 * T$	69.63%

Los modelos de regresión nos muestran que es posible que el mejor modelo que pueda proponer es el de tipo logarítmico dado que el coeficiente de determinación es el mayor de los tres con un 69.63 %. Por lo tanto es de I (1), con la serie transformada en logaritmos.

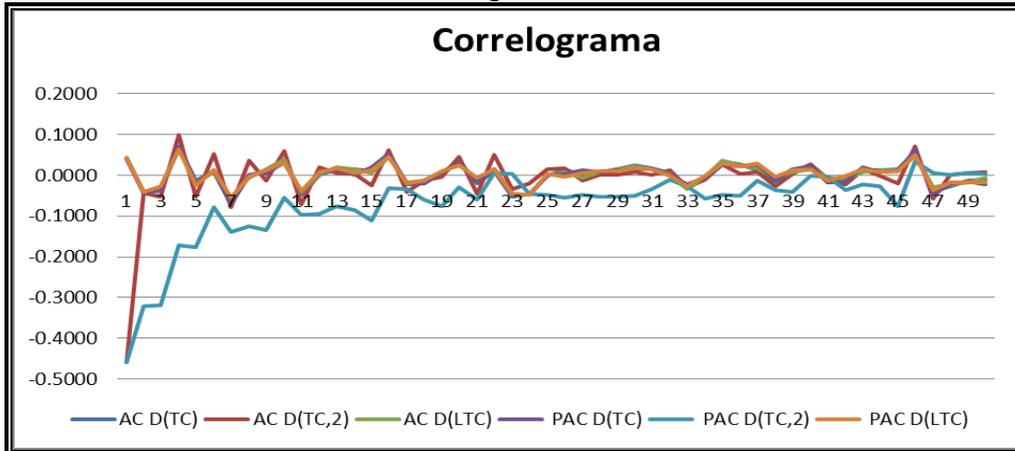
El correlograma que se presenta a continuación en gráfica 3.6 y 3.7 (la primera nos muestra la variable de nivel y el segundo las diferencias aplicadas a la variable, incluyendo la transformación logarítmica) nos muestra que la variable podría ser estacionaria, aplicándole la primera diferencia a la variable de nivel la primera diferencia en términos logarítmicos.

Gráfica 3.6 El correlograma del tipo de cambio.



Fuente: Elaboración propia con datos del Banco de México.

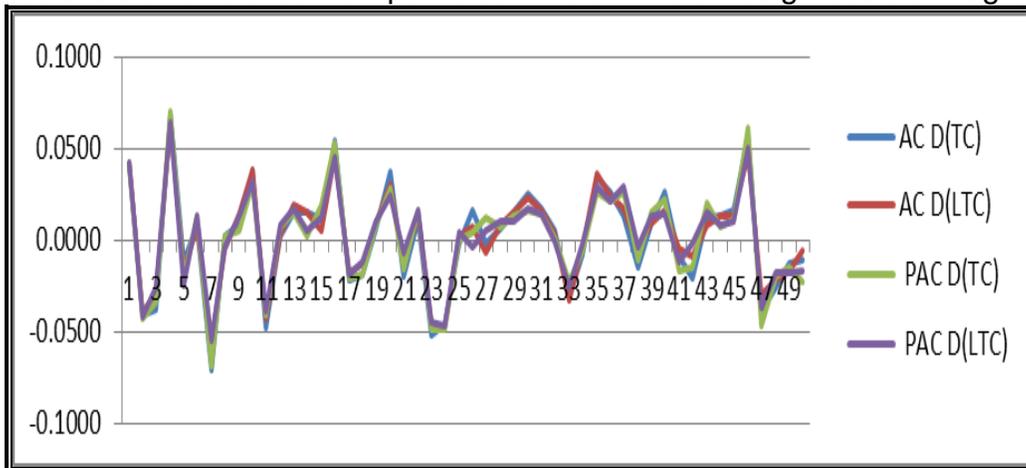
Gráfica 3.7 El correlograma del tipo de cambio, en diferentes formas de integración.



Fuente: Elaboracion propia con datos del Banco de México.

Se observa mejor la estacionariedad en la gráfica 3.8, donde se nota que son muy similares tanto la variable en primera diferencia como en términos logarítmicos.

Gráfica 3.8 Correlaciones del tipo de cambio en diferentes grados de integración.



Fuente: Elaboracion propia con datos del Banco de México.

Pruebas de estacionariedad en el caso de ADF que se presenta en la tabla 3.3, nos dice que la variable pasa las pruebas de orden de integración en sus tres formas pero la que mejor se comporta es en el orden de primera diferencia y primera diferencia logarítmica.

Tabla 3.3 Prueba ADF.

Prueba	T-Statistics	1%	5%	10%	probabilidad
ADF		-3.431775	-2.862055	-2.567087	
Nivel	-1.683184				0.4398
D(tc)	-30.85731				0
D(tc, 2)	-24.38599				0
D(Ltc)	-30.62148				0

La prueba PP de la tabla 3.4 se corrobora con la prueba ADF, siendo la mejor se comportaron la primera diferencia a la variable y su transformación logarítmica, ya que la segunda diferencia de la variable se nota muy explosiva, siguiendo con lo ocurrido con el correlograma.

Tabla 3.4 Prueba PP.

Prueba	T-Statistics	1%	5%	10%	probabilidad
PP		-3.431774	-2.862054	-2.567087	
Nivel	-1.584752				0.4903
D(tc)	-61.19837				0.0001
D(tc, 2)	-251.0071				0.0001
D(Ltc)	-60.72673				0.0001

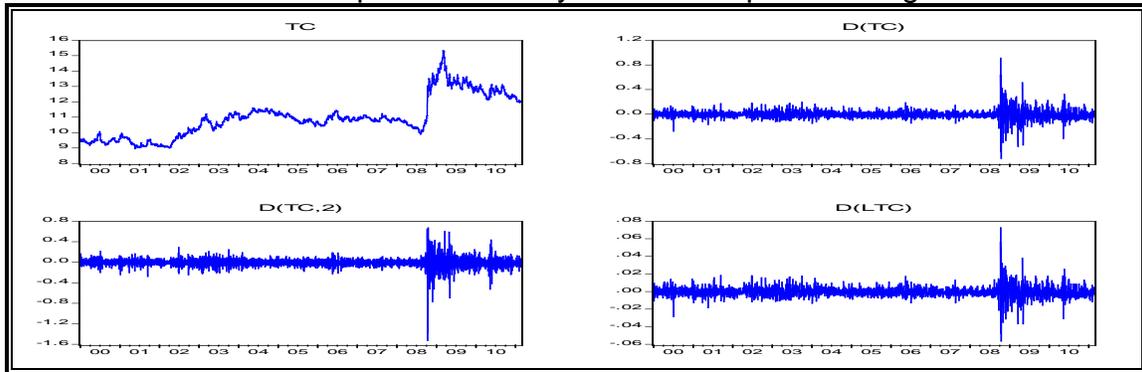
La prueba KPSS de estacionariedad que es mostrada en la tabla 3.5, menciona que la serie no es estacional en su forma de nivel y que por lo tanto se necesitaría diferenciar o transformar la serie, en este caso no da un orden de integración de la serie solo muestra que la serie no es estacionaria.

Tabla 3.5 Prueba KPSS.

Prueba	T-Statistics	1%	5%	10%
KPSS		0.739	0.463	0.347
Nivel	5.378722			
D(tc)	0.044852			
D(tc, 2)	0.001293			
D(Ltc)	0.041807			

Otra manera de observar el grado de integración que debe de tener una serie, es por medio de la gráfica de los niveles de diferenciación, lo cual se presenta en la gráfica 3.9.

Gráfica 3.9 El tipo de cambio y diferentes tipos de integración.



Fuente: Elaboración propia por medio del software Gletl

La gráfica anterior nos muestra que tanto la primera diferencia como la de tipo de logarítmica son las que mejor simulan la estacionalidad, pero en este caso la primera diferencia es la mejor ya que supone menos variaciones en el tiempo (menos explosividad de la serie).

Así y en temimos generales se dice que la serie tiene un mejor comportamiento y es estacionaria en con la primera diferencia, de tal modo que el modelo que se regresara es:

$$LS D(Tc) c AR(p) MA(q)$$

Las diferentes modelos que se realizaron se presentan a continuación:

Tabla3. 6 Diferentes tipos de modelos de regresión.

Modelo	AR	I	MA	Akaike Info criterion	Schwarz criterion	SAR	SMA
1	4	1	7	-2.76126	-2.74404	24	46
2	1	1	4	-2.76613	-2.74742	23	46
3	4	1	3	-2.76630	-2.74758	23	46
4	3	1	2	-2.76582	-2.74710	23	46
5	7	1	1	-2.76207	-2.74647	24	23
6	2	1	7	-2.76114	-2.7439	46	24

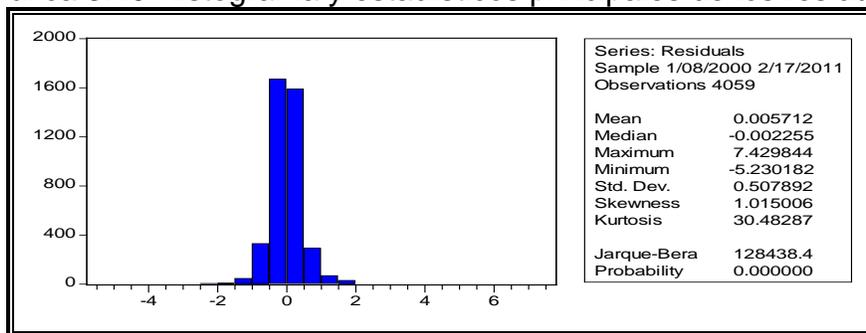
Según lo mencionado en el capítulo anterior, el mejor modelo que se debería escoger es el que tuviera el menor coeficiente en ambos criterios, en nuestro caso sería el modelo 6, aunque no se deja de mencionar que dado el análisis de la serie realizado en un principio (ver gráfica 3.3) se introdujeron varios parámetros de suavización o estacionales en todos los modelos.

3.2 Regresión y resultados del modelo GARCH.

En un principio se mencionó que el modelo que se iba a utilizar era el mejor modelo de la metodología Box-Jenkins, en nuestro caso fue el modelo 6. Para realizar la regresión del modelo GARCH, se toma en cuenta todo lo establecido en el capítulo anterior, por lo cual suponemos que el modelo es estacionario en media pero no en varianza, esto viola uno de los supuestos básicos de la metodología Box-Jenkins, cuando no se toma en cuenta la estacionalidad fuerte.

El modelo numero 6 presentó los siguientes estadísticos en los residuos de la regresión.

Gráfica 3.10 Histograma y estadísticos principales de los residuos.



Fuente: Elaboracion propia

La Gráfica 3.10, nos muestra que los residuos de la regresión no siguen una distribución normal ya que la forma de la de tipo leptocúrtica, es decir una kurtosis con un valor de 30.48, aunado a esto posee un sesgo positivo de 1.01, y por lo tanto no sigue una distribución normal, esto dado por la prueba de normalidad el cual cae en la alternativa.

A los residuos de la regresión se le aplico la prueba de existencia de ARCH, hasta en un rezago 10 y los resultados se presentan en la tabla 3.7.

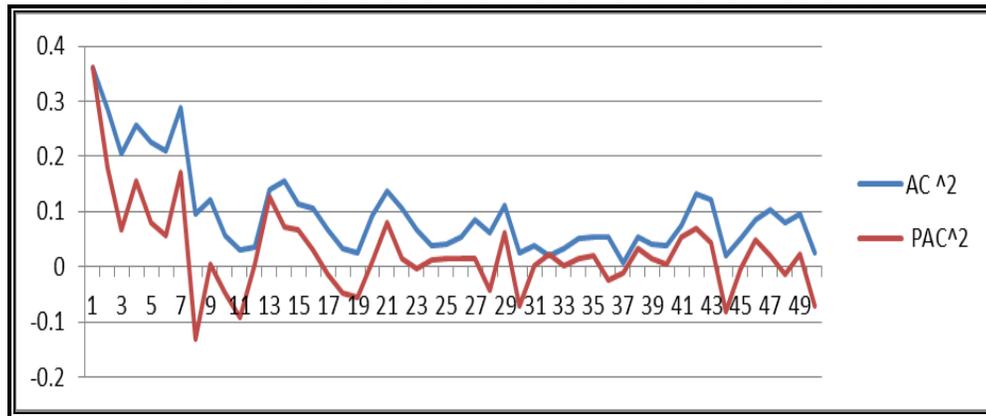
Tabla 3.7 Pruebas del fenómeno ARCH

ARCH Test:		
Rezagos	Valor	Probabilidad
1	606.0023	0
2	380.9416	0
3	261.1136	0
4	225.4384	0
5	186.4596	0
6	158.0093	0

7	156.7900	0
8	148.4847	0
9	131.9353	0
10	119.8616	0

La tabla 3.7 nos muestra la existencia de comportamiento ARCH, o en otras palabras la existencia de una relación entre los residuos al cuadrado y por lo tanto la varianza no es estable en todo el periodo de estudio, esto se observa en el correlograma de la gráfica 3.11.

Gráfica 3.11 Correlaciones al cuadrado de los residuos.



Fuente: Elaboracion propia con datos del Banco de México.

La gráfica 3.11 nos muestra el correlograma de los residuos llevados al cuadrado hasta un rezago 50, lo cuales no se observan estables en los primeros 15 rezago, aunque posteriormente se mantiene más o menos estables. Lo anterior es claro indicio de que la serie tipo de cambio debe ser trabajada como un modelo GARCH, para el cual se utilizó el método Quasi-maximum likelihood estimator (QMLE), con una distribución normal, por lo tanto el modelo a estimar será:

$$Ls d(Tc) ar(2) : QMLE C ARCH(p)GARCH(q)$$

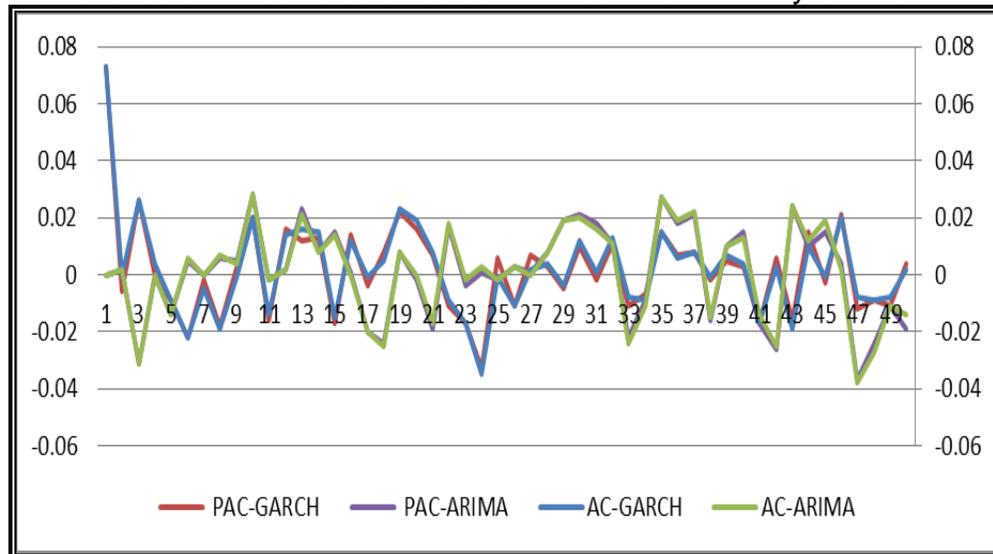
Tabla 3.8 Diferentes modelos GARCH.

Modelo	ARCH	GARCH	AIC	SC	$\alpha+\beta$	Constante
1	1	0	1.2764	1.2810	0.3901	0.1593
2	2	0	1.2626	1.2688	0.3930	0.1511
3	1	1	1.0596	1.0659	0.9898	0.0023

Se realizaron 16 regresiones de las cuales la mayoría violaba los supuestos básicos del modelo GARCH, por lo tanto solo se tomaron en cuenta los modelos establecidos en la tabla 3.8. En el momento de realizar las regresiones, todos los parámetros MA (q), SAR (p) y SMA (q), fueron rechazados por el modelo y por lo tanto estos fueron eliminados, de tal manera que solo el parámetro AR (2)

sobrevivió del proceso de estimación ARIMA(p, d, q), para comprobar que el modelo no fuera afectado por esta situación se presenta a continuación el correlograma de los residuos lineales del modelo original (ARIMA) y el modelo estimado (GARCH).

Gráfica 3.12 Correlaciones de los modelos ARIMA y GARCH.

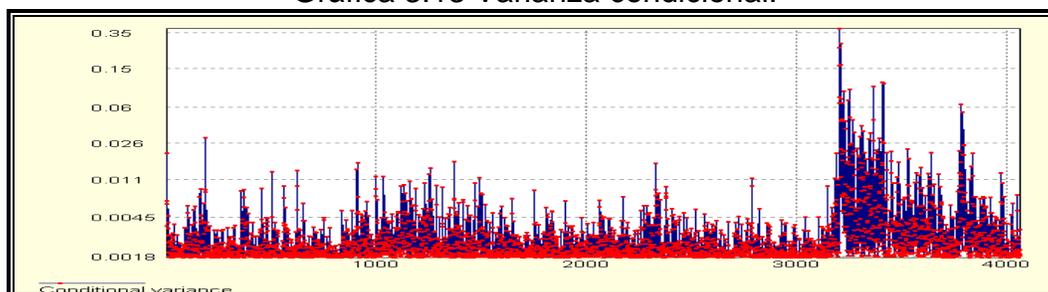


Fuente: Elaboracion propia con datos del Banco de México.

Como se observa en la tabla 3.8, el mejor modelo obtenido de la regresión, fue el modelo GARCH (1, 1), el cual muestra que tanto el criterio Akaike y Schwarz, fueron menores y además cumplieron con los supuestos del modelo

Aunque se obtuvo un modelo GARCH (1, 1) que satisface todos los criterios del modelo mismo, desgraciadamente la varianza condicionales muy cambiante principalmente desde que se adoptó un régimen de tipo de cambio de libre flotación como se observa en la gráfica3.13.

Gráfica 3.13 Varianza condicional.



Fuente: Elaboración propia por medio del software Matrixer.

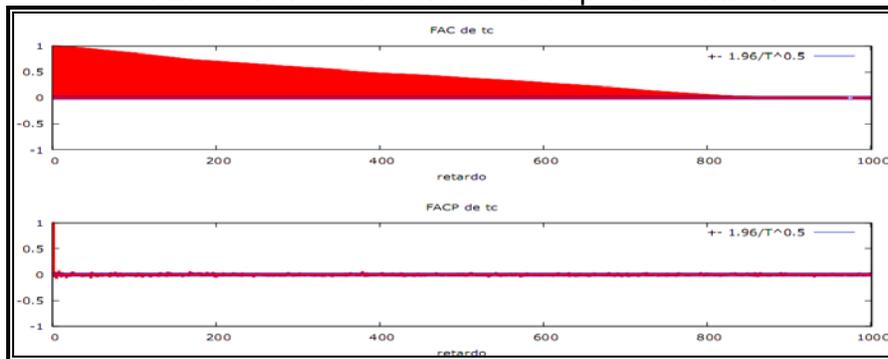
3.3 Regresión y resultados del modelo ARFIMA o FARIMA.

Después de haber realizado la regresión del modelo ARIMA, se observó que el número de parámetros era muy grande (ver regresiones del modelo ARIMA) de acuerdo a diferentes econométricos por lo cual en este apartado se realizara la regresión del modelo fraccionalmente integrado ARMA.

3.3.1 Pruebas de memoria larga.

En la gráfica 3.14 del correlograma se observa que la caída del AC y PAC es muy lento, parecida a una tasa de caída hiperbólica, dado que esta cae a cero aproximadamente en el rezago número 800, no así el PAC que es estable en toda la serie, lo cual supondría la existencia de memoria larga.

Gráfica 3.14 Correlaciones del tipo de cambio.



Fuente: Elaboración propia por medio del software Gletl.

El segundo supuesto es que la densidad espectral cae rápidamente a cero y se mantiene en toda la serie, lo cual se observa en el gráfico 3.15.

Gráfica 3.15 Densidad espectral.



Fuente: Elaboración propia por medio del software Matrixer.

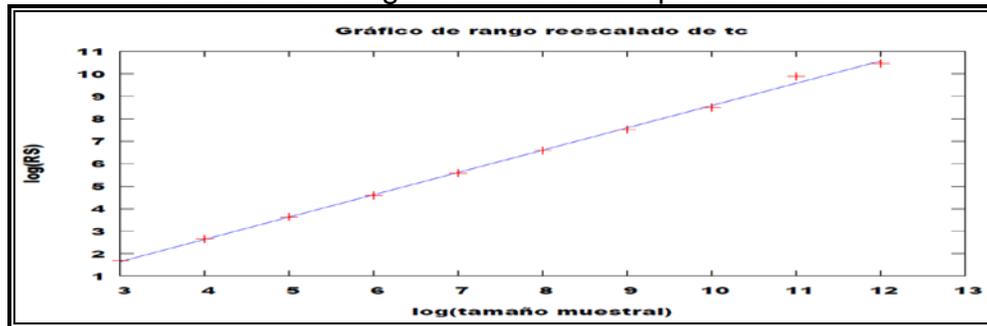
Las pruebas de memoria larga como R/S, GPH y Whittle se presentan a continuación:

Exponente de Hurst

$$\ln\left(\frac{R}{S_N}\right) = -1.3392 + .98987 \ln(N).$$

Donde el exponente de Hurst estimado es: $.98987 < 1$

Gráfica3.16 Rango reescalado del tipo de cambio.



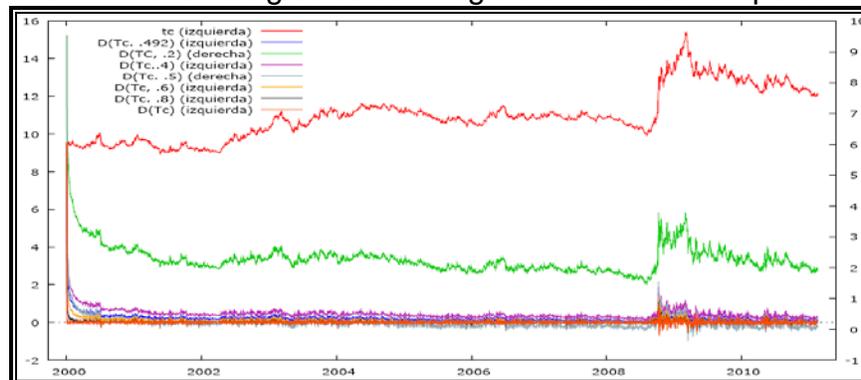
Fuente: Elaboración propia por medio del software Gletl.

Se observa que el coeficiente de Hurst es menor que la unidad, lo cual da razones suficientes para pensar que la serie posee memoria larga. Esta prueba a diferencia de las que siguen, ha sido estudiada durante más tiempo y como consecuencia más aplicada al estudio de series económicas de memoria larga.

La prueba de Geweke y Porter-Hudak o GPH, da un resultado estadístico de 18.5439 con una probabilidad de 0% , lo cual indica que la serie esta ser fraccionalmente integrada, además arroja un posible orden de integración de 1.05071 .

La prueba del estimador local de Whittle, arroja un estadístico con valor de 24.7214 , con una probabilidad del 0% , esto indica que la serie muestra memoria larga y arroja un orden de integración de 1.0265 .

Gráfica 3.17 Diferentes grados de integración de la serie tipo de cambio.

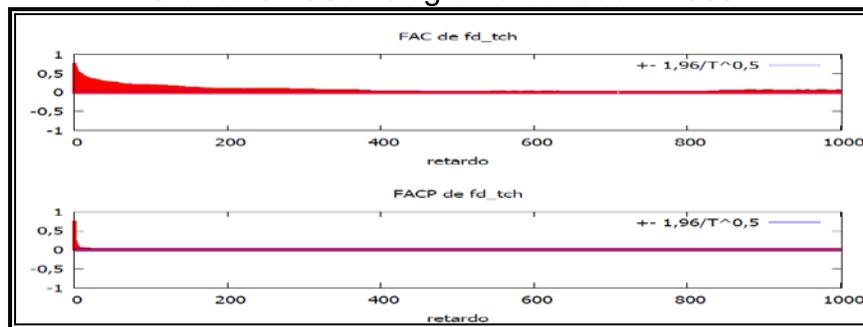


Fuente: Elaboración propia por medio del software Gletl.

Como se observa en la gráfica 3.16, se nota una gran diferencia entre la serie de integración fraccional y la serie de integración $I(1)$, por lo tanto debe tener un mejor comportamiento la primera representación cuando se aplique la metodología Box-Jenkins.

Cuando se aplicó el correlograma al tipo de cambio los resultados se presentan en la gráfica 3.18, se observa que los resultados son similares a los de una serie estacionaria, porque la caída del AC y FAC es muy rápida lo que indica que la serie es estacionaria, por lo tanto el modelo necesitará incorporar una estructura ARMA.

Gráfica 3.18 Correlograma donde $d = 0.4898$



Fuente: Elaboración propia por medio del software Gletl.

Después de haber encontrado memoria larga en la serie tipo de cambio, saber el grado de integración, entonces es factible realizar la regresión del modelo de acuerdo con el método MV o MCO presentados en el pasado capítulo, los resultados son los siguientes:

Tabla 3.9 Diferentes modelos ARFIMA.

Modelo	AR	FI	MA	AIC	SC
1	1	0.4848	0	-2.6715	-2.6684
2	3	0.4848	2	-2.8443	-2.8365
3	3	0.4848	3	-2.8510	-2.8401
4	1	0.4848	2	-2.8356	-2.8278
5	1	0.4848	1	-2.8448	-2.8339
6	2	0.4848	2	-2.8356	-2.8278

En la tabla 3.9 se puso una muestra de 16 modelos diferentes, de los cuales solo 6 pasaron las restricciones previstas en el pasado capítulo. El modelo que se deberá elegir está entre el modelo 1 al 6, pero como se mencionó antes, el mejor modelo es aquel que contenga los menores valores en los criterios de información, por lo tanto será el modelo 1, el cual será utilizado para evaluar el pronóstico.

3.4 Regresión y resultados del modelo FIGARCH.

Después de haber realizado la regresión del modelo GARCH, se encontró con problemas en los parámetros los cuales eran muy cercanos a la unidad, esto del modelo que se escogió. La propuesta ahora es realizar la regresión del modelo FIGARCH con la información vista en el pasado capítulo, aunque aquí presentamos la forma de la varianza condicional mostrada en la gráfica 3.1.

Gráfica 3.19 Varianza condicional de la serie tipo de cambio.



Fuente: elaboración propia.

La gráfica 3.19 nos muestra que la varianza es más o menos constante en toda la serie, al menos hasta el 2008, donde presentó grandes incrementos, esto debido a la crisis económica mundial vivida en esos años, la cual duro aproximadamente un año, esto es desde mediados del 2008, hasta mediados del 2009.

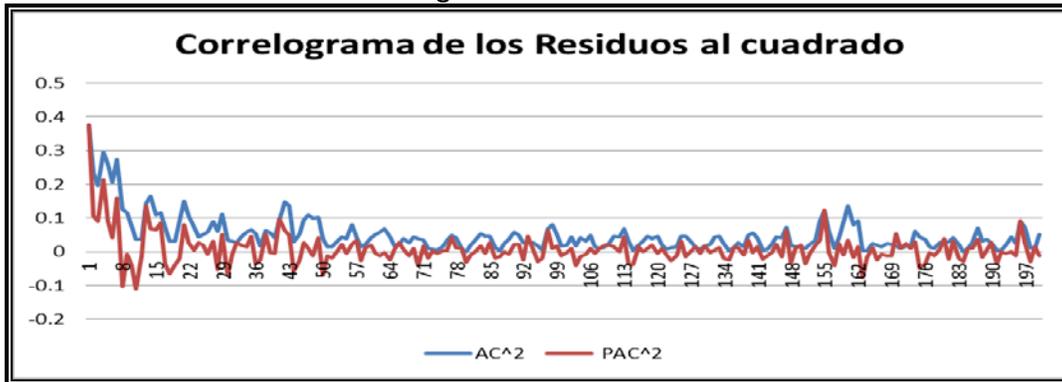
3.4.1 Pruebas de memoria larga

Como se mencionó en el pasado capítulo las pruebas son las siguientes:

Después de haber realizado la regresión del modelo GARCH se observó que:

- La suma de los parámetros del modelo es $\alpha + \beta = 0.9898$, lo cual es indicio de memoria larga, aunque en el mismo modelo se detectó que $\beta = .93$, lo cual según los autores antes mencionados son un indicio de memoria larga.
- El correlograma de los residuos al cuadrado se presenta en el grafico 3.20, el cual nos muestra ciertamente que posee una lenta caída y similar a lo observado en los trabajos revisados, además nos muestra además que esta es estable alrededor del rezago 50, teniendo un nuevo pico en el rezago 150.

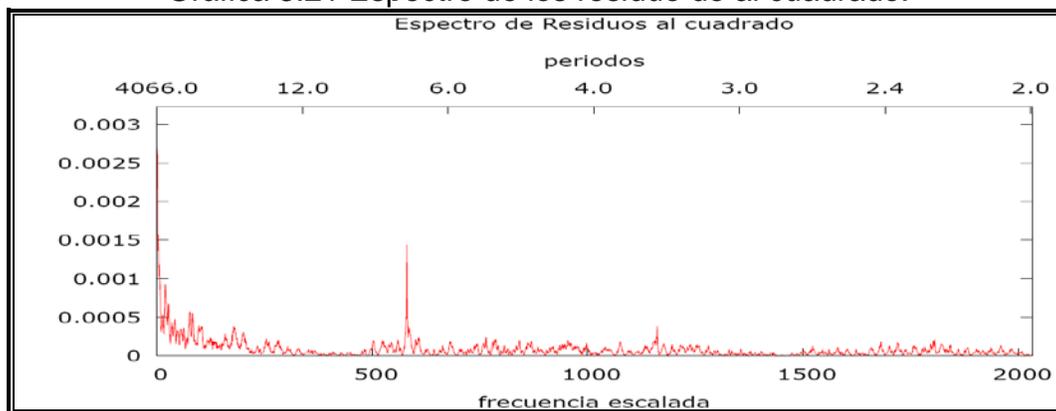
Gráfica 3.20 Correlograma de los residuos al cuadrado.



Fuente: Elaboración propia con datos del Banco de México.

La gráfica 3.20 presenta el espectro de los residuos al cuadrado, muestra una caída rápida lo que confirma la parte teórica, adicionalmente muestra indicios de cambios bruscos en los rezagos 600, 1200 y 1800, que confirman que la serie tiene un comportamiento estacionario.

Gráfica 3.21 Espectro de los residuo de al cuadrado.



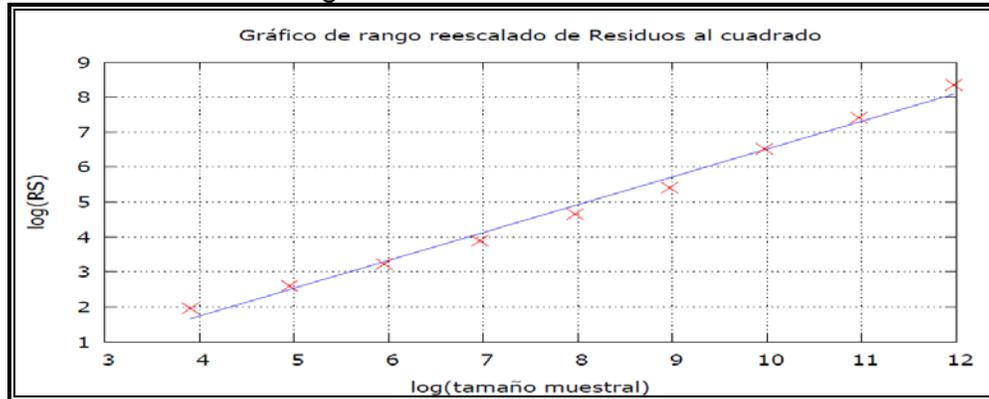
Fuente: Elaboración propia por medio del software Gletl.

El coeficiente de Hurst arroja la siguiente ecuación.

$$\frac{R}{s} = -1.409 + 0.7966 N$$

Donde el exponente de Hurst estimado es 0.7966, si se aplica la formula $d = H - .5$, se obtiene el orden de integración de 0.2966, esto indica que se tiene memoria larga, la cual es persistente dado que cumple con la restricción del fenómeno, además la gráfica 3.22 muestra que la variables está en función del tiempo, los puntos cruzados corresponden al valor de la variable y la línea azul el tiempo, cuando coinciden se asume memoria larga.

Gráfica 3.22 Rango reescalado de los residuos al cuadrado.



Fuente: Elaboración propia por medio del software Gletl.

De la prueba GPH, se obtuvo un estadístico con un valor de 13.8816, con una probabilidad de error del 0 %, por lo cual se acepta que la serie tiene memoria larga, además da un orden de integración de 0.265698, el cual es muy similar al obtenido en el coeficiente de Hurst.

La prueba del estimador local de Whittle, arroja un estadístico de contraste de valor de 6.26868, con una probabilidad de error siendo cierta de 0 %, de lo cual se infiere que la variable tiene memoria larga o es de integración fraccional. Esta prueba además arroja un orden de integración con un valor de 0.261195.

De las tres pruebas de memoria largase obtuvieron órdenes de integración muy similares los cuales se presentan en la siguiente tabla.

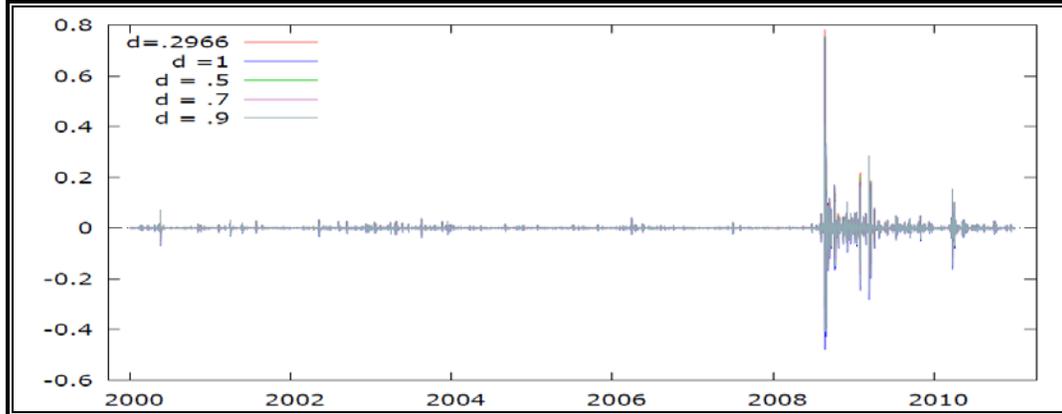
Tabla 3.10 Orden de integración.

Método	d
Coeficiente de Hurst	0.2966
GPH	0.2612
Estimador local de Whittle	0.2657

Por lo regular y además la prueba más estudiada es la del coeficiente de Hurst, aunque varios autores últimamente se han fijado más en las otras dos pruebas por ejemplo en los trabajos Yin-Wong Chung y Jurgen A. Doornik, entre otros.

Después de saber el orden de integración de la variable estudiada en este caso los residuos al cuadrado, esta se deberá transformar por la formula mencionada en el capítulo anterior.

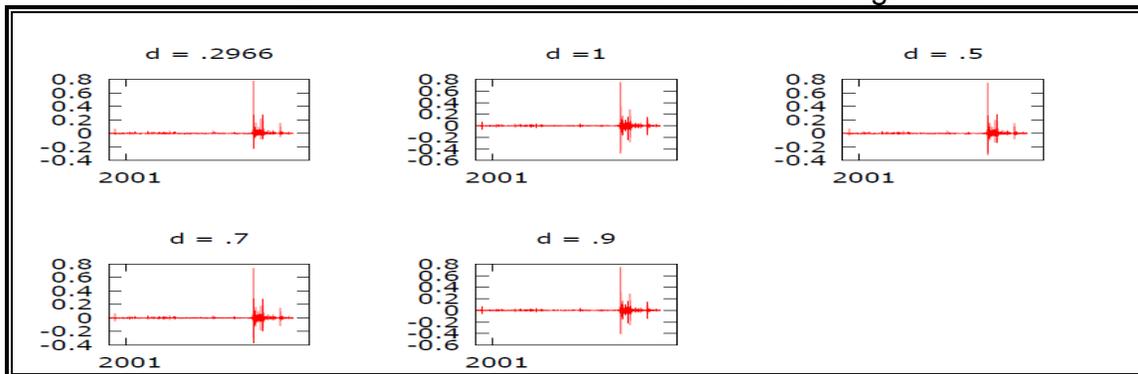
Gráfica 3.23 Residuos al cuadrado con diferentes tipos de integración.



Fuente: Elaboración propia por medio del software Gletl.

Desafortunadamente la gráfica 3.22 no muestra una diferencia entre la diferenciación fraccional y los demás órdenes de integración, así que es mejor presentada en la gráfica 3.23, la cual muestra que en general la variación de la misma serie es mejor en general con la diferenciación fraccional propuesta, esto es de .2966, la cual varía de .8 a -.2.

Gráfica 3.24 Series con diferentes órdenes de integración.



Fuente: Elaboración propia por medio del software Gletl.

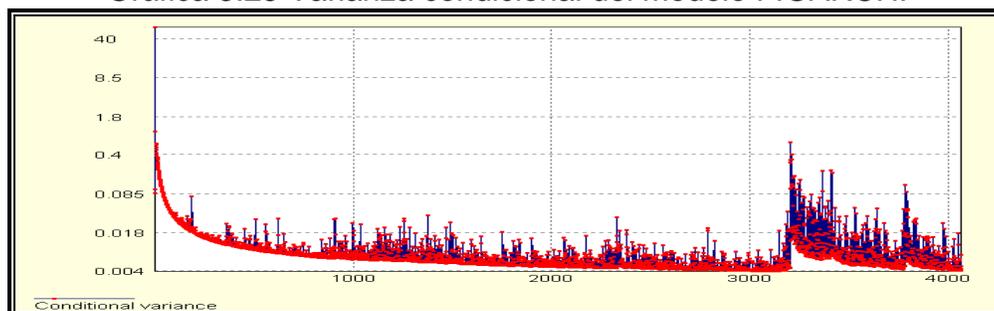
Al obtener el orden de integración y transformar la variable, solo falta realizar la regresión del modelo, seleccionado con anterioridad que corresponde al modelo 6 de la metodología ARIMA. A este modelo se le aplica el método de Quasi-MLE a los residuos al cuadrado.

Tabla 3.11 Resultado de las regresiones.

Modelo	GARCH	d	FIGARCH	AIC	BIC
1	1	0.2966	1	-3.27533	-3.26601
2	0	0.2966	1	-3.2179	-3.27403
3	0	0.2966	0	-3.29978	-3.29668

Después de haber realizado las regresiones correspondientes se encontró que solo tres modelos pasaron las restricciones puestas en la tabla 3.11, de los cuales de acuerdo a los criterios manejados en el documento se deberá escoger el modelo 2, dado que mantiene los criterios de información más bajos.

Gráfica 3.25 Varianza condicional del modelo FIGARCH.



Fuente: Elaboración propia por medio del software Matrixer.

La gráfica 3.24 nos muestra que a pesar de haber ocupado el modelo FIGARCH, la varianza condicional no se mantiene estable, dado el pico observado después de los tres mil datos, siendo esta gráfica muy similar a la obtenida a la gráfica 4, del modelo GARCH.

3.4 Evaluación del pronóstico.

Después de haber realizado las estimaciones de los siguientes modelos:

- Modelo ARIMA.
- Modelo GARCH.
- Modelo FARIMA o ARFIMA.
- Modelo FIGARCH.

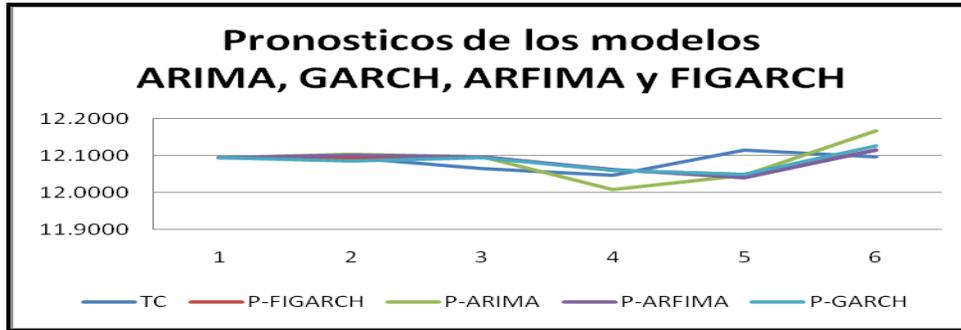
El estadístico de MAPE se presenta a continuación en la tabla 3.12, para cada modelo, siendo el que presentó un menor error el modelo GARCH con un .001 % de error, siguiendo el modelo FARIMA con un .01 después el FIGARCH con -.02% y por último el ARIMA con un .08%

Tabla 3.12 Resultado del pronóstico.

	Tipo de cambio	MAPE-ARIMA	MAPE-GARCH	MAPE-ARFIMA	MAPE-FIGARCH
2/14/2011	12, 09370	0, 08517	-0, 07359	0, 06863	-0, 01406
2/15/2011	12, 06350	0, 27107	0, 25034	0, 26941	0, 26112
2/16/2011	12, 04610	-0, 30632	0, 11373	0, 13199	0, 11539
2/17/2011	12, 11400	-0, 54813	-0, 53657	-0, 61086	-0, 54482
2/18/2011	12, 09570	0, 58285	0, 24720	0, 15625	0, 15295
Error medio total		0, 08464	0, 00111	0, 01542	-0, 02943

Se encontró que el modelo que mejor simulo a la variable real fue el FIGARCH, junto con el GARCH esto visto en la gráfica 3.25.

Gráfica 3.26 Pronóstico del tipo de cambio de los modelos ARIMA GARCH, ARFIMA Y FIGARCH.



Fuente: Elaboración propia por medio del software Matrixer y Gletl.

Conclusiones.

Después de haber estudiado al tipo de cambio en el periodo comprendido de 2000-2011, con datos diarios, obtenidos del Banco de México, se determino lo siguiente:

Las teorías que tratan de explicar al tipo de cambio, en términos nominales y reales como las vistas en el primer capítulo, no están lo suficientemente completas, ya que como se demostró la mayoría de ellas presenta los dos de los tres problemas comunes en los modelos econométricos, como son la auto correlación y la heterocedasticidad, el primero relacionado con la covarianza y el segundo con la varianza, dicho lo anterior no se puede validar un modelo que presente estos problemas debido a que tanto el análisis como el pronóstico sería erróneo.

Los modelos serie de tiempo presentados en este trabajo fueron ARIMA, GARCH, ARFIMA Y FIGARCH. La metodología que se utilizo fue la de Box-Jenkins dada a conocer en los años setentas, como respuesta a lo erróneo del pronóstico obtenido de los modelos estructurales, los cuales se basaron en las teorías económicas existentes en ese momento.

El modelo ARIMA requirió de un gran número de parámetros AR (p) o MA (q), a pesar que se estableció el hecho de estacionariedad en la serie, por consiguiente se perdió información, además de lo anterior presentó efectos ARCH de orden 10, lo que supone que el modelo no está bien especificado, y por lo tanto el pronóstico se pone en duda, esta condición corresponde al modelo que presentó un menor ajuste.

El modelo GARCH, como continuación del anterior modelo tubo el mejor ajuste de los cuatro modelos, pero tenía el problema que la sumatoria de los parámetros era muy cercana a la unidad, lo cual llevo a pensar dos cosas, primero que tal vez sería mejor estimado a través de un IGARCH, lo cual se realizó pero no se introdujo en la tesis, y se observó que tenía los mismo problemas, en el segundo caso se pensó en la posibilidad de memoria larga en los errores al cuadrado, siendo esta última aceptada.

El modelo ARIMA fue el modelo que más tuvo problemas y se buscaron soluciones a través de desarrollos posteriores del mismo en 1981 con el trabajo de Hosking, el cual revoluciono a los modelos antes mencionados se empezó a pensar en la posibilidad de que algunas variables financieras tuvieran memoria larga, esto es que la serie fuera persistente en el sentido de lo que paso ayer repercutirá en toda la serie posterior o en términos de ecuaciones diferenciales, hay sensibilidad a las condiciones iniciales y surgió el modelo ARFIMA.

Para establecer el modelo ARFIMA, se tuvo que recurrir a pruebas de memoria larga, como son el coeficiente de Hurst, la prueba de Whittle y la GPH, ya que las pruebas tradicionales como PP, ADF o KPSS, en un principio indicaron que el orden de integración debiera ser uno o cero de ahí que fuera rechazado por las primeras pruebas mencionadas. En este caso particular se encontró que el orden de integración fue de .4848, el cual es muy cercano al máximo permitido, que es .5, lo cual significó una alta persistencia de la variable estudiada. El modelo ARFIMA en comparación con el modelo ARIMA, tuvo un mejor pronóstico y simulación gráfica, además de la utilización de un menor número de parámetros.

El modelo FIGARCH, como punto intermedio de los modelos GARCH e IGARCH, dado su orden de integración que se encuentra en un conjunto cerrado $[0, 1]$, surgió en la década de los noventas, como respuesta a la alta persistencia en la varianza. Las pruebas de memoria larga fueron las mismas que se le aplicaron al modelo ARFIMA, como resultado se encontró un orden de integración de 0.2966.

Este modelo tuvo mejores resultados que el modelo GARCH en el sentido de la simulación de la variable tipo de cambio y fue el segundo en cuanto al error de ajuste de pronóstico. No presentó problemas en cuanto a las restricciones impuestas por Baillie, Bollerslev y Mikkelsen.

La comparación de los modelos entre sí, nos ofrece como resultado un mejor ajuste de los modelos que modelan la varianza, esto es, GARCH y FIGARCH, los cuales dieron como resultado un mejor ajuste del pronóstico y una mejor simulación de la variable tipo de cambio.

En conclusión los modelos GARCH y FIGARCH son mejores para modelar a la variable tipo de cambio.

Bibliografía

Appleyad D. R. y Field J. A. (1997). International economics Ed .McGraw-Hill-

Baillie R, Bollerslev T, Mikkelsen HO. (1996). Fractionally integrated generalized autoregressive conditional heteroscedasticity. Journal of Econometrics 74: 30–43.

Baillie, R. T. (1996), “Long memory processes and fractional integration in econometrics”, Journal of Econometrics 73, 5–60

Banco de México e INEGI obtención de variables económicas.

Banco de México (2009). “Regímenes cambiarios a partir de 1954”

Bajo, Oscar y Sosvilla (1993). “Teorías del tipo de cambio: una panorámica” Revista de Economía Aplicada A Número 2 (vol. I), 1993, p4gs. 175 a 205.

Beran, Jan. (1992). “Statistical methods for data with long-range dependence”, Statistical Science 7, 404–416.

Bollerslev, Tim (1986). Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. Journal of Econometrics 31, 307-27.

Bollerslev, T., Engle, R.F. and Nelson, D.B. (1994). GARCH Models, in: Engle, R.F., and McFadden, D.L. (eds.) Handbook of Econometrics, Vol. 4, Elsevier, Amsterdam, 2961-3038.

Bollerslev, Tim & Engle, Robert F, (1993). "Common Persistence in Conditional Variances" Econometrica, Econometric Society, vol. 61(1), pages 167-86, January.

Bollerslev, T. and J.M. Wooldridge, (1992). Quasi-maximum likelihood estimation and inference in dynamic models with time-varying covariance, Econometric Reviews, 11, 143-173.

BOX, G. E. P.; Jenkins, G. M. and Reinsel, G. C. (1994). Time series analysis: forecasting and control, 3rd ed. Prentice Hall, Englewood Cliffs, N. J.

Caputo, R. y R. Valdés (2007). “Análisis del Tipo de Cambio en la Práctica”, mimeo, Banco Central de Chile.

Cheung Y-W. (1993). Long memory in foreign exchange rates. Journal of Business and Economic Statistics 11: 93–101.

Chung, C.F. (1999). Estimating the fractionally integrated GARCH model, National University Taiwan, Working Paper

Diebold FX, Rudebusch GD. (1989). Long memory and persistence in aggregate output. *Journal of Monetary Economics* 24: 189–209.

Diebold, F. X., and A. Inoue (2001): “Long memory and regime switching, ” *Journal of Econometrics*, 105(1), 131–159.

Dickey, D. and Fuller, W. (1981) Likelihood ratio statistics for autoregressive time series with a unit root, *Econometrica*, 49, 1057±72.

Ding Z, Granger C, Engle RF. (1993). A long memory property of stock market returns and a new model. *Journal of Empirical Finance* 1: 83–106

Ding, Zhuanxin & Granger, Clive W. J. (1996). "Modeling volatility persistence of speculative returns: A new approach, " *Journal of Econometrics* vol. 73(1), pages 185-215, July.

Doornik, Jurgen y Ooms, Marius (2004) “Inference and Forecasting for ARFIMA Models with an Application to US and UK Inflation” *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics* vol 8 issue 2 art 14.

Engle RF. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of UK inflation. *Econometrica* 50: 987–1008.

Geweke J, Porter-Hudak S. (1983). The estimation and application of long memory time series models. *Journal of Time Series Analysis* 4: 221–238.

Gonzales, Pilar (1998) “La paridad del poder adquisitivo, concepto y evolución histórica” *estudios de economía aplicada* #9, pag 79- 102.

Granger, CWJ, Joyeux R. (1980). An introduction to long-memory time models and fractional differencing. *Journal of Time Series Analysis* 1: 15–29.

Granger, Clive W. J. & Hyung, N. (2004). "Occasional structural breaks and long memory with an application to the S&P 500 absolute stock returns, " *Journal of Empirical Finance, Elsevier*, vol. 11(3), pages 399-421, June.

Hamilton, James D. (1994). *Time Series Analysis*, Princeton: Princeton University Press.

Hosking, J. R. M. (1981), “Fractional differencing”, *Biometrika* 68, 165–176.

Hromcova, Jana (2009) “Modelo de sobre-reacción del tipo de cambio” *Revista de innovación educación issn1989-3477*

Hurst H.E. (1951): Long-term storage capacity of reservoirs. Transactions of the American Society of Civil Engineers, vol. 116, p. 770-799.

Krugman P y Maurice Obsfield (2006) "Economía Internacional teoría y política" Ed. McGrawhill 2da edición.

Kwiatkowski, D., Phillips, P. C. B., Schmidt, P. and Shin, Y. (1992) Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root: how sure are we that economic time series have a unit root? Journal of Econometrics, 54, 159±78.

Larrain, Felipe y Arellano (1996) "Tipo de cambio real y gasto público un modelo econométrico para Chile", Cuadernos de economía aplicada #98, pp. 47-75

Latter, Tony (1997). "La elección del régimen de tipo de cambio", en Ensayos, número 57, CEMLA, México. Versión electrónica en <http://www.cemla.org/ensayos.htm>.

Li, W. K., S. Ling and M. McAleer, (2002) recent theoretical results for time series models with GARCH errors, Journal of Economic Surveys, 16, 245-269.

Nelson, D. B. and Cao, C. Q. (1992). Inequality constraints in the univariate GARCH model. Journal of Business & Economic Statistics, 10, 229-235.

Ossa, F. (1997), Economía Monetaria Internacional, segunda edición, Ediciones Universidad Católica de Chile, Santiago.

Ossa, F (2000) "El Mecanismo Automático de Ajuste Internacional: Orígenes y Desarrollo en la Teoría Económica." Documento de trabajo 191, ISSN (edición electrónica) 0717-7593. Diciembre

Ossa, F (2001) "La Teoría de la Paridad del Poder de Compra de las Monedas y el Tipo de Cambio Flexible." Documento de trabajo 19, 4 ISSN (edición electrónica) 0717-7593 Abril

Peters, E.E., (1994). Fractal market analysis- John Wiley and Son Inc New York.

Phillips, P.C.B and P. Perron (1988), "Testing for a Unit Root in Time Series Regression", Biometrika, 75, 335–346

Repetto, Andrea (1992). "Determinantes de Largo Plazo del Tipo de Cambio Real: Una aplicación al caso chileno 1960-1990." Colección Estudios CIEPLAN N° 36 pp. 67-98. Diciembre.

Rico, Paz (2001) "El efecto Fisher y la paridad del interés real" Revista española de financiación y contabilidad Vol. xxx #109 pp. 691-722.

Robinson, P. M. (1992) Semi parametric analysis of long-memory time series, *Annals of Statistics*, 22, 515±39.

Sosvilla-Rivero, S. (1992). “Estimación de un modelo de equilibrio de cartera para el tipo de cambio peseta-dólar”, *Cuadernos de Economía*, 20, págs. 415-436.

Sowell F. (1990). Maximum likelihood estimation of stationary univariate fractionally integrated time series models. *Journal of Econometrics* 53: 165–188.

Sowell, F. (1992). Modelling long-run behaviour with the fractional ARIMA model. *Journal of Monetary Economics* 29, 277–302.