



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

**CENTRO DE INVESTIGACIONES ECONÓMICAS,
ADMINISTRATIVAS Y SOCIALES**



**PROPUESTA METODOLÓGICA SOBRE CÓMO APRENDER
CONCEPTOS ALGEBRAICOS: EGRESADOS DE SECUNDARIA.**

T E S I S

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS
EN METODOLOGÍA DE LA CIENCIA**

P R E S E N T A :

JOSÉ LUIS GUADARRAMA GUTIÉRREZ

Directores:

DR. ONOFRE ROJO ASENJO

DRA. ESPERANZA LOZOYA MEZA.

MÉXICO D.F. ENERO 2012



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

ACTA DE REVISIÓN DE TESIS

En la Ciudad de México, D.F. siendo las 11:00 horas del día 8 del mes de diciembre del 2011 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de la Tesis, designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de CIECAS para examinar la tesis titulada:

"Propuesta metodológica sobre cómo aprender conceptos algebraicos: egresados de secundaria"

Presentada por el alumno:

Guadarrama
Apellido paterno

Gutiérrez
Apellido materno

José Luis
Nombre(s)

Con registro:

B	0	9	1	1	4	5
---	---	---	---	---	---	---

aspirante de:

Maestría en Ciencias en Metodología de la Ciencia

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **APROBAR LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISIÓN REVISORA

Directores de tesis

Dra. Esperanza Lozoya Meza

Dr. Onofre Rojo Asenjo

Dr. Rolando Vladem Jiménez Domínguez

Dra. María del Pilar Longar Blanco

M. en C. Silverio Gerardo Armijo Mena



PRESIDENTE DEL COLEGIO DE PROFESORES

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA
INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
CENTRO DE INVESTIGACIONES
ECONÓMICAS ADMINISTRATIVAS Y SOCIALES
Dr. Zacarías Torres Hernández



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

CARTA CESIÓN DE DERECHOS

En la Ciudad de México el día 9 del mes enero del año 2012, el que suscribe José Luis Guadarrama Gutiérrez alumno del Programa de Maestría en Metodología de la Ciencia con número de registro B091145, adscrito a CIECAS-IPN, manifiesta que es autor intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección de Dr. Onofre Rojo Asenjo y Dra. Esperanza Lozoya Meza y cede los derechos del trabajo intitulado **PROPUESTA METODOLÓGICA SOBRE CÓMO APRENDER CONCEPTOS ALGEBRAICOS: EGRESADOS DE SECUNDARIA**, al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección luis_ipn51@yahoo.com.mx. Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.



JOSÉ LUIS GUADARRAMA GUTIÉRREZ

AGRADECIMIENTOS.

Al Instituto Politécnico Nacional por la oportunidad de permitirme estudiar, primeramente Ingeniería Mecánica y después la Maestría en Metodología de la Ciencia, prácticamente sin costo alguno, que de otra forma se me habría difícil realizar; ya que fue creado con esa ideología, de que el pueblo de México pudiera tener acceso a los estudios, que anteriormente sólo se tenía acceso a las personas con ingresos considerables.

Al personal docente y administrativo del Centro de Investigaciones Económicas, Administrativas y Sociales (CIECAS) por su profesionalismo y sus finas atenciones de que fui honrado.

A mis asesores de tesis:

Dr. Onofre Rojo Asenjo

Dra. Esperanza Lozoya Meza

Por sus valiosas aportaciones e indicaciones para este trabajo.

Al **M. en C. Silverio Gerardo Armijo Mena** por sus atenciones, paciencia y motivaciones que me permitió terminar este trabajo; además de sus grandes aportaciones en el campo de aplicación de este trabajo.

A todos mis compañeros de grupo que con su amistad permitieron la superación de los conflictos que hubo durante el transcurso de los estudios de esta maestría

DEDICATORIA

A mi esposa Gloria Eugenia Nava Gómez, que con su valentía para enfrentar las situaciones difíciles que le ha tocado vivir, ha logrado, con su ejemplo, inspirarme para enfrentar las mías y seguir luchando por mi prójimo.

CONTENIDO

Índice de figuras, tablas y gráficas.....	9
Siglas	13
Glosario.....	14
Resumen.....	16
Abstract.....	17
Introducción.....	18
Capítulo 1.- Condiciones generales de los egresados de Secundaria.....	20
1.1. Prueba ENLACE.....	21
1.1.1. Estructura de la prueba.....	22
1.1.2. Niveles de calificación.....	24
1.1.3. Resultados.....	24
1.2. Examen del CENEVAL.....	26
1.2.1. Estructura del examen EXANI –I 2009 y actual.....	26
1.2.2. Escala de calificaciones.....	29
1.2.3. Resultados.....	30
1.2.4. Comparación de resultados.....	40
1.3. PRUEBA PISA.....	42
1.3.1. ¿Qué es PISA?.....	42
1.3.2. ¿Cuál es su propósito?.....	42
1.3.3. Los ciclos de aplicación.....	43
1.3.4. Población objetivo.....	43
1.3.5. Descripción genérica de los niveles.....	48
1.3.6. LA COMPETENCIA MATEMÁTICA (de acuerdo a PISA).....	49
1.3.7. Niveles de desempeño obtenidos.....	50

Capítulo 2.- Algunas teorías de aprendizaje.....	53
2.1. El Constructivismo.....	54
2.1.1. Conceptos Básicos de la Teoría de Jean Piaget.....	55
2.1.2. Teoría APOE.....	57
2.1.3. Conceptos Básicos de la Teoría de Lev Semiónovich Vygotsky.....	65
2.1.4. Conceptos Básicos de la Teoría de David Ausubel.....	68
2.2. Lenguaje Egocentrista.....	70
2.3. Diferencias psicológicas individuales.....	71
2.4. La matemática en el contexto de las ciencias.....	73
Capítulo 3.- Propuesta Metodológica.....	77
3.1. Presentación de un problema real.....	79
3.2. Los conocimientos previos necesarios.....	80
3.3. Que los alumnos propongan soluciones.....	81
3.4. Exponer la teoría que se va aplicar por medio de un experto.....	81
3.5. Resolver el problema.....	82
3.6. Evaluar el aprendizaje.....	87
3.7. Conclusiones por parte de los alumnos.....	88
3.8. Enriquecimiento con la conclusión del experto.....	88
Conclusiones y recomendaciones.....	91
Bibliografía.....	94
Anexo 1.....	96
Anexo 2.....	98
Anexo 3.....	101

INDICE DE FIGURAS, TABLAS Y GRÁFICAS.

NOMBRE	DESCRIPCIÓN	PÁGINA
Tabla No. 1	Distribución de reactivos de Matemáticas por temas y subtemas del tercer año de Secundaria.	22
Gráfica No. 1	ENLACE Básica Resultados Históricos 2006-2008.	24
Tabla No. 2	Estructura del EXANI-I 2009	27
Tabla No. 3	EXANI-I 2009 Examen de selección	27
Tabla No. 4	EXANI-I 2009 Examen de diagnóstico	28
Tabla No. 5	NOMENCLATURA EXANI-I	29
Tabla No. 6	RESULTADOS DEL EXAMEN NACIONAL DE INGRESO A LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR (EXANI-I®) EN EL AÑO 2010 RESULTADOS NACIONALES.	31
Tabla No. 7	CLASIFICACIÓN DE REGIONES	32
Tabla No. 8	RESULTADOS DEL EXAMEN NACIONAL DE INGRESO A LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR (EXANI-I®) EN EL AÑO 2010 RESULTADO DE LA REGIÓN NOROESTE	33
Tabla No. 9	RESULTADOS DEL EXAMEN NACIONAL DE INGRESO A LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR (EXANI-I®) EN EL AÑO 2010 RESULTADOS DE LA REGIÓN NORESTE	34

NOMBRE	DESCRIPCIÓN	PÁGINA
Tabla No. 10	RESULTADOS DEL EXAMEN NACIONAL DE INGRESO A LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR (EXANI-I®) EN EL AÑO 2010 RESULTADOS DE LA REGIÓN CENTRO-OCCIDENTE	35
Tabla No. 11	RESULTADOS DEL EXAMEN NACIONAL DE INGRESO A LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR (EXANI-I®) EN EL AÑO 2010 RESULTADOS CENTRO-SUR	36
Tabla No. 12	RESULTADOS DEL EXAMEN NACIONAL DE INGRESO A LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR (EXANI-I®) EN EL AÑO 2010 RESULTADOS SUR-SURESTE	37
Tabla No. 13	RESULTADOS DEL EXAMEN NACIONAL DE INGRESO A LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR (EXANI-I®) EN EL AÑO 2010 RESULTADOS ZONA METROPOLITANA	38
TABLA No. 14	<i>Comparación del índice RAZONAMIENTO MATEMÁTICO</i> CENEVAL LÓGICO-	39
GRAFICA No. 2	<i>Comparación del índice RAZONAMIENTO MATEMÁTICO.</i> CENEVAL LÓGICO-	39

NOMBRE	DESCRIPCIÓN	PÁGINA
TABLA No. 15.-	<i>Comparación del índice CENEVAL MATEMÁTICAS.</i>	40
GRAFICA No. 3	<i>Comparación del índice CENEVAL MATEMÁTICAS.</i>	40
Tabla No. 16	Cantidad de escuelas y estudiantes en los ciclos de PISA.	43
Tabla No. 17	Tasas de participación requerida y obtenida, PISA 2009	44
Tabla No. 18	Número de escuelas y estudiantes y tasas de participación por entidad, PISA	45
Tabla No. 19	Estudiantes participantes por nivel y modalidad de servicio educativo, PISA 2009.	46
Tabla No. 20	Estudiantes participantes según el grado escolar, PISA 2009	46
Tabla No. 21	Estudiantes participantes según el sostenimiento de las escuelas, PISA 2009	47
Tabla No. 22	Estudiantes participantes según el tipo de localidad, PISA 2009	47
Tabla No. 23	Descripción genérica de los niveles de desempeño	48
Tabla No. 24	Los niveles de desempeño de la escala global de Matemáticas, PISA 2009	50
Figura 2.1.	<i>Diagrama APOE.</i>	63
Tabla No. 25	TIPOS DE PERSONAS	71
FIGURA No. 2.1.8.1	<i>Relación de las teorías expuestas</i>	73

NOMBRE	DESCRIPCIÓN	PÁGINA
Figura No. 3.1	<i>Diagrama del problema</i>	78
Figura No. 3.2	Representación algebraica	79
Figura No. 3.3	Gráfica del rectángulo de oro	84
Figura No. 3.4	Gráfica del ejemplo	85

SIGLAS

ENLACE	Evaluación Nacional de Logros Académicos en Centros Escolares
CENEVAL	Centro Nacional de Evaluación para la Educación Superior, A. C.
OCDE	Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos
PISA	El Informe del Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes o Informe por sus siglas en inglés (<i>Programme for International Student Assessment</i>).
APOE	Acción, Proceso, Objeto y Esquema

GLOSARIO

Matemáticas	Ciencia deductiva que estudia las propiedades de los entes abstractos, como números, figuras geométricas o símbolos y sus relaciones.
Prueba	Examen que se hace para demostrar o comprobar los conocimientos o aptitudes de alguien
Examen	Prueba que se hace de la idoneidad de una persona para el ejercicio y profesión de una facultad, oficio o ministerio, o para comprobar o demostrar el aprovechamiento en los estudios.
Álgebra	Parte de las matemáticas en la cual las operaciones aritméticas son generalizadas empleando números, letras y signos. Cada letra o signo representa simbólicamente un número u otra entidad matemática. Cuando alguno de los signos representa un valor desconocido se llama incógnita.
Teoría	Es un sistema lógico compuesto de observaciones, axiomas y postulados, que tienen como objetivo declarar bajo qué condiciones se desarrollarán ciertos supuestos.
Proceso	Conjunto de las fases sucesivas de un fenómeno natural o de una operación artificial
Contexto	Entorno lingüístico del cual depende el

	sentido y el valor de una palabra, frase o fragmento considerados.
Problema	Planteamiento de una situación cuya respuesta desconocida debe obtenerse a través de métodos científicos.
Conclusión	Resolución que se ha tomado sobre una materia después de haberla ventilado

RESUMEN

El estado de conocimiento y habilidades de los alumnos egresados del nivel de secundaria en la asignatura de Matemáticas, en especial Álgebra, pareciera ser débil o deficiente, de acuerdo a las prueba ENLACE, examen CENEVAL y prueba PISA, que se describen y analizan en este trabajo.

Los resultados de estos tres instrumentos se presentan mediante gráficas y cuadros. Con el objeto de remediar esta situación, previa al ingreso a la educación del Nivel Medio Superior, al declararse como obligatoria, se propone una serie de actividades basadas en diferentes teorías de aprendizaje (Piaget, Ausubel, Vigotsky), las diferencias psicológicas individuales y las Matemáticas en el contexto.

Se presenta una propuesta metodológica para refuerzo de los conceptos del Álgebra Elemental, con la finalidad de que los egresados de secundaria puedan tener comprendidos estos conceptos y les permitan aplicarlos a los nuevos conocimientos que se solicitan en el Nivel Medio Superior.

Finalmente se expone la propuesta metodológica, con un ejemplo y de acuerdo a las teorías de aprendizaje (Piaget, Ausubel, Vigotsky), las diferencias psicológicas individuales y las Matemáticas en el contexto, con la finalidad de que quede más claro la propuesta.

Se hace la aclaración que este estudio no es un curso de regularización, por lo que no se expone un temario específico.

ABSTRACT

The State of knowledge and skills of the graduates of secondary level in the course of Mathematics, including Algebra, seems to be weak or poor, according to test ENLACE, exam CENEVAL and test PISA, that are described and analyzed in this work.

The results of these three instruments are presented through graphs and tables. To remedy this situation, prior to entering to the Higher Middle Level education (high school), declared as mandatory, it is proposed a series of activities based on different theories of learning (Piaget, Ausubel, Vygotsky), individual psychological differences and Mathematics in the context.

It presents a methodological proposal for reinforcement of the concepts of the Elementary Algebra, for the purpose of that graduates of secondary level may to cover these concepts and apply them to new knowledge required in higher medium level (high school).

Finally it is exposed the methodological proposal, with an example and according to the theories of learning (Ausubel, Piaget, Vygotsky), individual psychological differences and mathematics in the context, in order to make clear it.

It becomes the clarification that this study is not a course of regularization, so it does not expose a specific agenda.

INTRODUCCIÓN

No es nuevo que el aprendizaje de las Matemáticas siga siendo un problema en la actualidad, lo que se puede observar en las escuelas del Nivel Medio Superior, donde la planta docente se enfrenta a la debilidad de los alumnos de nuevo ingreso en su preparación en esta materia y que sirve de herramienta para otras áreas. Es por esto que se requiere una atención especial en el proceso enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas, en particular con el Álgebra, para poder lograr los objetivos que se plantean en este nivel.

En esta investigación, en el capítulo 1, se presentan los resultados de tres instrumentos de reconocimiento nacional en nuestro país, la prueba ENLACE, el examen CENEVAL y la prueba PISA, en donde solo se está tomando en cuenta el tercer año de secundaria, que es el inmediato anterior al Nivel Medio Superior. Estos resultados no son satisfactorios para la población nacional y demuestra una gran debilidad en la preparación de Matemáticas, por parte de los estudiantes del Nivel Básico, indicando un serio problema.

En el capítulo 2 se expone una breve presentación de las bases de algunas teorías del aprendizaje, como son:

1. Constructivismo.
2. Lenguaje egocentrista.
3. Diferencias psicológicas individuales.
4. La matemática en el contexto de las ciencias

No se están presentando teorías anteriores, como el conductismo, que sigue estando vigente, optándose por corrientes más actuales y que su aplicación está realizándose en nuestro sistema educativo. En la práctica del proceso enseñanza-aprendizaje, tanto alumnos como docentes no siguen una teoría específica, siendo todavía un misterio la forma en como aprende el ser humano, por lo que solo se exponen estas teorías como base para la propuesta metodológica en cuestión.

En el capítulo 3 se presenta la propuesta de como podrían aprender los conceptos algebraicos, enlistando los pasos importantes e indicando en cada uno de ellos las bases de las teorías de aprendizaje involucradas. No se está desarrollando un temario, ni los objetivos generales y particulares; pues no se trata de un curso.

Tampoco se está estableciendo los recursos didácticos, porque no se trata de uniformizar el aprendizaje o la enseñanza, sino se quiere dejar en libertad al experto para que emplee su creatividad, además ya existen programas específicos en la educación formal y con demasiados detalles que en la práctica no se llevan en su totalidad, como es el ejemplo de la Maestría en Metodología de la Ciencia, donde existen diferentes tipos de enseñanza entre los diferentes docentes; así como diferentes recursos didácticos empleados; pero esta variedad da mayor riqueza que una uniformidad en el sistema de enseñanza. Por otro lado, sólo se quiere destacar la importancia del conocimiento en aprender y no desviarse en otros aspectos. Esta propuesta no ha sido llevada a cabo, por lo que está en su etapa inicial, es propósito de llevarla a la práctica y se espera que los resultados se reflejen en el mejor aprovechamiento de los alumnos en su vida académica y productiva.

Se tienen las conclusiones a que se ha llegado, con el propósito de lograr ciertos criterios, que en lugar de ser determinativos, representan otros retos de investigación; así como las recomendaciones que se sugieren.

CAPÍTULO 1.

En este capítulo se presentan los resultados de tres instrumentos de aplicación nacional, la prueba ENLACE, el examen CENEVAL y la prueba PISA, la primera y la tercera son de diagnóstico, el segundo como instrumento de selección a los alumnos egresados de Secundaria y que desean continuar sus estudios al Nivel Medio Superior. Se hace énfasis en el tercer año de secundaria y en la materia de Matemáticas, que es el tema de esta investigación.

Se expone la construcción de estos tres instrumentos, su forma de aplicación, su escala de calificación y los resultados de la población que participó en su aplicación.

Con estos tres instrumentos se determina la debilidad o deficiencia en los conocimientos necesarios de Matemáticas que tienen los egresados de secundaria y que es un gran problema para que continúen sus estudios del Nivel Medio Superior, tanto en la continuación de las Matemáticas como en las otras áreas, donde es una herramienta indispensable para comprender y aplicar sus conocimientos.

Condiciones generales de los egresados de secundaria.

No es nuevo que los alumnos de cualquier nivel de estudios tengan problemas con el aprendizaje de las Matemáticas, en especial con los conceptos algebraicos y su aplicación. Un caso especial son los egresados de secundaria que tienen grandes deficiencias en los conceptos de Álgebra, lo que se puede determinar con los resultados de tres instrumentos que se aplican en la República Mexicana:

1. La prueba ENLACE, aplicada durante se estancia en secundaria.
2. El examen CENEVAL, realizado en la selección al Nivel Medio Superior.
3. La prueba PISA, aplicada para la comparación internacional.

Se eligieron estos instrumentos, por ser a nivel nacional y que abarca un abanico suficientemente amplio de diferentes tipos de escuelas, población, nivel

socioeconómico, costumbres, etc., además de que tienen una gran difusión y sus características y resultados son bastantes conocidos y son aplicadas por instituciones de gran reconocimiento.

1.1. PRUEBA ENLACE.

Uno de los instrumentos que tiene una difusión nacional y que sirve de medición de los objetivos planteados en el nivel básico (Primaria y Secundaria) y del Nivel Medio Superior es la prueba ENLACE, que a continuación se presenta sus características importantes y su resultado de los años 2006 al 2010.

La Evaluación Nacional de Logros Académicos en Centros Escolares (ENLACE), donde los integrantes de su consejo se pueden conocer en el Anexo 1, se encarga de aplicar una prueba al Sistema Educativo Nacional, tanto a planteles públicos y privados, para obtener información diagnóstica de los alumnos de Primaria hasta el Nivel Medio Superior, sobre los contenidos de los programas de estudios correspondientes y sus características son las siguientes

- Es una prueba objetiva y estandarizada, de aplicación masiva y controlada.
- Emplea una metodología de calificación precisa, que proporciona referencias de comparación nacional.
- Ofrece un diagnóstico de los estudiantes a nivel individual.
- Es una prueba centrada en el conocimiento; evalúa el resultado del trabajo escolar contenido en los planes y programas oficiales.
- La prueba consta de un cuadernillo de preguntas y de una hoja de respuestas.
- Está conformada por reactivos de opción múltiple, 50 como mínimo y 70 como máximo para cada asignatura.
- Cada reactivo sólo puede tener una respuesta correcta.

Una vez planteadas las características queda entonces el poder identificar cual es la estructura de esta prueba

1.1.1. Estructura de la prueba

En Educación Básica, ENLACE evalúa los conocimientos y las habilidades de los estudiantes en las asignaturas de Matemáticas y Español. Además, para lograr una evaluación integral, a partir de 2008 en cada aplicación también se incluye una tercera asignatura que se va rotando cada año, de acuerdo a la siguiente programación: Ciencias (2008), Formación cívica y ética (2009), Historia (2010) y Geografía (2011).

Para este trabajo sólo se presentan los contenidos y resultados del 3° grado de instrucción secundaria, que es el antecedente inmediato al Nivel Medio Superior, ver **Tabla 1**.

Distribución de reactivos de Matemáticas por temas y subtemas Tercer Grado de Secundaria		
TEMA	SUBTEMA	Reactivos
Significado y uso de las operaciones	Operaciones combinadas	4
Significado y uso de las literales	Patrones y fórmulas	2
	Ecuaciones	11
	Relación funcional	2
Formas geométricas	Figuras planas	1
	Rectas y ángulos	4
	Semejanza	5
	Cuerpos geométricos	5
Medida	Estimar, medir y calcular	9
	Justificación de fórmulas	1
Transformaciones	Movimientos en el plano	2
Análisis de la información	Porcentaje	1
	Noción de probabilidad	1
Representación de la información	Gráficas	10
	Medidas de tendencia central y de dispersión	4
Total		62

Fuente: ENLACE en Educación Básica. 2011

Tabla No. 1.- Distribución de reactivos (contenidos)

En la **Tabla No. 1** se encuentra una distribución de los reactivos de Matemáticas, por tema y subtema y el número de reactivos contenidos en la prueba. En el **ANEXO 2** se presentan 5 preguntas tipo de la prueba del año 2011, con la finalidad de observar su formato y como ejemplo del tipo de preguntas que se enfrentará el sustentante¹. El propósito de la prueba ENLACE es generar una sola

¹ Para conocer todos los reactivos debe consultarse:
http://enlace.sep.gob.mx/ba/estructura_de_la_prueba/descarga_las_pruebas_aplicadas/.

escala de carácter nacional que proporcione información comparable de los conocimientos y habilidades que tienen los estudiantes.

1.1.2. Niveles de calificación.

Los resultados se expresan en cuatro niveles:

INSUFICIENTE.- Necesita adquirir los conocimientos y desarrollar las habilidades de la asignatura evaluada.

ELEMENTAL.- Requiere fortalecer la mayoría de los conocimientos y desarrollar las habilidades de la asignatura.

BUENO.- Muestra un nivel de dominio adecuado de los conocimientos y posee las habilidades de la asignatura adecuada.

EXCELENTE.- Posee un alto nivel de dominio de los conocimientos y habilidades de la asignatura evaluada.

1.1.3. Resultados.

A continuación se presenta los resultados de Matemáticas, a través de una gráfica de resultados históricos que abarca los años 2006 a 2010, del tercer año de Secundaria, donde se aprecia los niveles alcanzados de esta materia. Se tienen resultados de otras materias como Español; pero para esta investigación no es relevante.

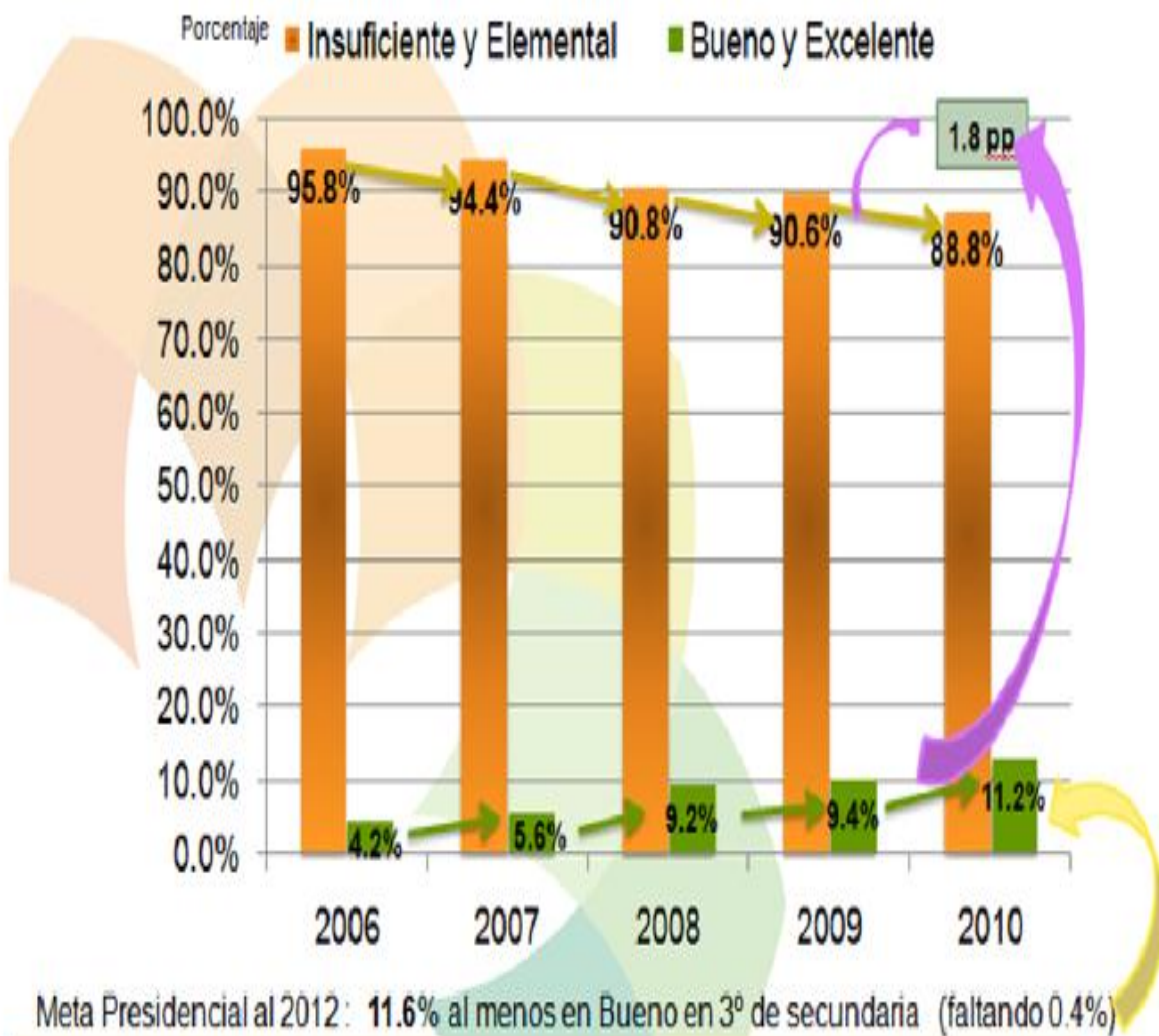
ENLACE Básica Resultados Históricos 2006-2010



SEP

Porcentaje de alumnos de 3º grado de SECUNDARIA
por nivel de logro en MATEMÁTICAS

Avance histórico 2006-2010: 7.0 puntos porcentuales (pp)



Fuente: SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA (año de publicación 2010).

Gráfica No. 1.- Resultados históricos prueba ENLACE 3º Grado de Secundaria 2006-2010.

En esta gráfica se observa que predomina el nivel insuficiente y elemental, aunque se tiene una mejora del año 2006 al 2010; pero no es suficiente, por lo que se requiere atender esta debilidad en los conocimientos de Matemáticas.

1.2. EXAMEN DEL CENEVAL.

Otro de los instrumentos de difusión nacional es el examen del CENEVAL, que se aplica a los egresados de Secundaria y que desean continuar sus estudios en el Nivel Medio Superior en toda la República Mexicana.

El Centro Nacional de Evaluación para la Educación Superior, A. C. (CENEVAL), desde hace 15 años promueve la mejora de la calidad de la educación, mediante evaluaciones validas, confiables y pertinentes de los aprendizajes que contribuyan a la toma de decisiones fundamentales. Para lograrlo, se ha valido del conocimiento y experiencia de los mejores especialistas en diferentes áreas y de los instrumentos que proveen las disciplinas científicas y las tecnológicas (de acuerdo a su apreciación).

1.2.1. Estructura del examen EXANI –I 2009 y actual.

Este centro es el encargado de llevar a cabo el examen de selección para ingreso al Nivel Medio Superior Nacional, a través de un instrumento, llamado EXANI-1, que está conformado con pruebas de:

- a) **Selección**, que es una herramienta de aptitud académica útil para proveer información relativa a la medida en que los sustentantes han desarrollado las habilidades intelectuales básicas indispensables para cursar los estudios de educación media superior.
- b) **Diagnóstico**, que indica el nivel de adquisición de un conjunto de conocimientos disciplinarios durante la educación secundaria, los cuales

son requisito previo para la integración de los nuevos contenidos en los estudios académicos del nivel medio superior.

La estructura del examen permite observar los temas que son tomados en cuenta y que se basan en los antecedentes; es decir, los conocimientos enseñados en la secundaria, los cuales son requisitos necesarios para los temas que se enseñan en el Nivel Medio Superior.

En los quince años que se ha efectuado este examen, se ha modificado; pero es de interés su estructura del año 2009, que es el que se está empleando hasta la fecha. Se tienen preguntas para calificar y de prueba que no intervienen en el resultado. También ilustra las áreas de conocimiento y número de preguntas de cada una de ellas; así como los contenidos de la parte de selección y la parte de diagnóstico. Se considera la parte de Inglés, siendo optativa y cada institución determinará si se incluye o no.

A continuación se presenta la estructura del **EXANI-I (tablas 2, 3 y 4)**, que desde el año 2009 a la fecha es el mismo, incluye tanto la parte de selección como el de diagnóstico, número de reactivos para calificar y pilotos, duración de cada parte; así como el descanso y el tiempo total de duración del examen, áreas de conocimiento, tanto de la parte de selección como el de diagnóstico. Esto es con la finalidad de tener conocimiento de lo que incluye este tipo de examen.

Estructura del EXANI-I 2009					
Exámenes	Tipo de contenido	Reactivos para calificar	Reactivos piloto	Total Reactivos	Tiempo (h/min)
De selección	Habilidades de razonamiento	80	8	88	2.00
Descanso entre exámenes				15 minutos	
De diagnóstico	Por materias de la educación secundaria	120	12	132	3.00
Total		200	20	220	5.15
Optativo	Inglés	20	2	22	0.30
Total con inglés		220	22	242	5.45
Todos los reactivos tienen cuatro opciones de respuesta y solo una es la correcta					

Fuente: Centro Nacional de Evaluación para la Educación Superior, A. C. (CENEVAL). Año de publicación 2009

Tabla No. 2

EXANI-I 2009 Examen de selección			
Áreas	Reactivos para calificar	Reactivos piloto	Total
Razonamiento lógico-matemático	20	2	22
Matemáticas	20	2	22
Razonamiento verbal	20	2	22
Español	20	2	22
Total	80	8	88
Tiempo máximo para la resolución de este examen: 2 horas			

Fuente: Centro Nacional de Evaluación para la Educación Superior, A. C. (CENEVAL). Año de publicación 2009

Tabla No. 3

EXANI-I 2009 Examen de diagnóstico				
Módulos	Materias	Reactivos para calificar	Reactivos piloto	Total
Ciencias naturales	Biología	20	2	22
	Física	20	2	22
	Química	20	2	22
Tiempo para la resolución del módulo de Ciencias naturales: 1 hora 30 minutos				
Ciencias sociales	Historia	20	2	22
	Geografía	20	2	22
	Formación cívica y ética	20	2	22
Tiempo para la resolución del módulo de Ciencias sociales: 1 hora 30 minutos				
Total		120	12	132
Módulo de Inglés (optativo)		20	2	22
Total con Inglés		140	14	154
Tiempo para la resolución del módulo de Inglés: 30 minutos				

Fuente: Centro Nacional de Evaluación para la Educación Superior, A. C. (CENEVAL). Año de publicación 2009

Tabla. No. 4

1.2.2. Escala de calificaciones.

Las calificaciones emitidas por el CENEVAL se expresan en una escala especial llamada “Índice CENEVAL” (ICNE). Dicha escala fluctúa entre los 700 (calificación más baja) y los 1300 puntos (calificación más alta). En el caso del EXANI-I se

establece una media técnica de 1000 puntos la cual representa un 50% de aciertos.

Al igual que la prueba ENLACE, el examen del CENEVAL está conformado con preguntas de opción múltiple con cuatro posibles soluciones, donde no se evalúa el procedimiento de solución, ni las operaciones involucradas, solo se toma el resultado final. En el Anexo 3 se presentan 5 preguntas tipo de este examen.

1.2.3. Resultados.

En la tabla siguiente se tiene una nomenclatura específica usada en los resultados.

NOMENCLATURA EXANI-I	
N	Población total que sustentó el examen a nivel nacional
% Nac.	Porcentaje de la población total que sustentó el examen a nivel nacional
% Edo.	Porcentaje de la población que sustentó el examen en la entidad
DS	Desviación estándar
ICNE	Índice Ceneval Global
IRLM	Índice Ceneval en Razonamiento lógico-matemático
IMAT	Índice Ceneval en Matemáticas
IRV	Índice Ceneval en Razonamiento verbal
IESP	Índice Ceneval en Español
RNV	Respuestas no válidas

Fuente: Centro Nacional de Evaluación para la Educación Superior, A. C. (CENEVAL). Año de publicación 2009

Tabla No. 5.- NOMENCLATURA EXANI-I

Como este examen es aplicado a toda la población de egresados de secundaria que desean ingresar al Nivel Medio Superior, se tienen resultados nacionales, por regiones y por cada estado, dando como resultado un cúmulo de datos que pueden generalizar la situación real de los objetivos alcanzados por estos

egresados en todas la materias que abarca el examen. Para este estudio se centrará en los resultados de Razonamiento lógico-matemático y Matemáticas.

DATOS NACIONALES		N	% Nal.	ICNE		IRLM		IMAT		IRV		IESP	
				Media	DS	Media	DS	Media	DS	Media	DS	Media	DS
Resultados Nacionales		494,547	100.00	997	94	1,005	118	999	112	996	124	987	112
SEXO	RNV	50,297	10.17	982	91	984	119	986	111	981	119	976	110
	Hombres	223,524	45.20	1,001	95	1,021	119	1,010	114	995	125	978	111
	Mujeres	220,726	44.63	995	92	993	115	991	109	999	123	998	113
RÉGIMEN	RNV	39,522	7.99	983	90	984	121	988	112	982	119	977	110
	Pública	427,258	86.39	993	91	1,002	116	995	110	991	122	983	110
	Privada	27,767	5.61	1,074	99	1,077	118	1,064	116	1,087	125	1,067	121
MODALIDAD	RNV	39,793	8.05	985	91	986	121	990	112	984	119	979	110
	Sec. General	250,976	50.75	1,006	95	1,013	118	1,006	113	1,007	125	997	113
	Sec. Técnica	141,552	28.62	994	92	1,004	116	994	110	993	122	984	110
	Telesecundaria	52,808	10.68	973	89	984	116	991	111	961	117	956	109
	Sec. abierta	3,906	0.79	964	84	977	111	963	104	961	115	955	106
	Para adultos o INEA	4,608	0.93	981	86	995	111	970	102	989	124	968	112
	Para trabajadores	904	0.18	960	86	966	112	958	102	956	117	961	107
PROMEDIO	RNV	47,724	9.65	984	90	987	119	988	111	983	119	978	111
	6.0-6.9	55,076	11.14	977	88	983	118	980	109	974	116	970	109
	7.0-7.9	114,854	23.22	969	84	980	111	968	101	967	117	961	104
	8.0-8.9	172,271	34.83	993	89	1,002	114	994	107	992	122	984	109
	9.0-9.9	102,686	20.76	1,048	94	1,057	115	1,054	112	1,050	124	1,032	114
	10.0	1,936	0.39	1,084	101	1,095	121	1,092	122	1,090	126	1,059	113

Fuente: Centro Nacional de Evaluación para la Educación Superior, A. C. (CENEVAL).). Año de publicación 2011

Tabla No. 6.- RESULTADOS DEL EXAMEN NACIONAL DE INGRESO A LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR (EXANI-^{II}) EN EL AÑO 2010 (NACIONALES).

REGIONES	ESTADOS
NOROESTE	BAJA CALIFORNIA, BAJA CALIFORNIA SUR, CHIHUAHUA, SINALOA, SONORA.
NORESTE	COAHUILA, DURANGO, NUEVO LEÓN, SAN LUIS POTOSÍ, TAMAULIPAS, ZACATECAS.
CENTRO-OCCIDENTE	AGUASCALIENTES, COLIMA, GUANAJUATO, JALISCO, MICHOACÁN, NAYARIT.
CENTRO-SUR	GUERRERO, HIDALGO, MÉXICO, MORELOS, PUEBLA, QUERÉTARO, TLAXCALA.
SUR-SURESTE	CAMPECHE, CHIAPAS, OAXACA, QUINTANA ROO, TABASCO, VERACRUZ, YUCATÁN.
METROPOLITANA	DISTRITO FEDERAL

Fuente: Centro Nacional de Evaluación para la Educación Superior, A. C. (CENEVAL).). Año de publicación 2011

TABLA No. 7.- CLASIFICACIÓN DE REGIONES

REGIÓN		N	% Nal.	% Edo.	ICNE		IRLM		IMAT		IRV		IESP	
					Media	DS	Media	DS	Media	DS	Media	DS	Media	DS
Región Noroeste		102630	20.75	100.00	990	92	1,011	118	994	108	983	126	972	108
SEXO	RNV	7613	1.54	7.42	970	87	981	117	976	106	968	117	956	109
	Hombres	47672	9.64	46.45	992	94	1,025	120	1,004	111	979	128	961	106
	Mujeres	47345	9.57	46.13	991	91	1,001	115	987	105	989	125	986	109
RÉGIMEN	RNV	6104	1.23	5.95	966	86	978	117	973	105	961	117	951	109
	Pública	91264	18.45	88.93	988	90	1,009	117	992	106	979	124	969	106
	Privada	5262	1.06	5.13	1,061	101	1,075	121	1,056	116	1,064	129	1,048	122
MODALIDAD	RNV	6306	1.28	6.14	967	86	978	117	973	105	963	118	953	109
	Sec. General	52962	10.71	51.60	996	94	1,016	119	1,000	110	990	127	979	110
	Sec. Técnica	36298	7.34	35.37	990	90	1,012	116	992	106	982	125	972	106
	Telesecundaria	5543	1.12	5.40	970	87	998	117	993	106	949	122	939	99
	Sec. abierta	827	0.17	0.81	956	85	973	113	955	102	953	120	942	104
	Para adultos o INEA	596	0.12	0.58	954	79	976	113	947	91	958	118	935	101
	Para trabajadores	98	0.02	0.10	940	73	946	105	942	92	932	112	938	98
PROMEDIO	RNV	6672	1.35	6.50	967	87	979	118	974	105	964	117	953	109
	6.0-6.9	7914	1.60	7.71	971	88	987	118	976	108	964	118	957	106
	7.0-7.9	22132	4.48	21.56	957	79	974	107	960	96	948	115	944	97
	8.0-8.9	36872	7.46	35.93	982	86	1,003	113	986	102	973	122	966	105
	9.0-9.9	28182	5.70	27.46	1,034	93	1,061	115	1,039	109	1,029	128	1,009	111
	10.0	858	0.17	0.84	1,086	99	1,114	118	1,096	119	1,088	126	1,047	112

Fuente: Centro Nacional de Evaluación para la Educación Superior, A. C. (CENEVAL).). Año de publicación 2011

Tabla No. 8.- RESULTADOS DEL EXAMEN NACIONAL DE INGRESO A LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR (EXANI-1®) EN EL AÑO 2010 (REGIÓN NOROESTE).

REGIÓN		N	% Nal.	% Edo.	ICNE		IRLM		IMAT		IRV		IESP	
					Media	DS	Media	DS	Media	DS	Media	DS	Media	DS
Región Noreste		65838	13.31	100.00	997	95	1,000	117	993	112	1,004	122	992	113
SEXO	RNV	6287	1.27	9.55	966	87	965	115	962	103	971	115	966	107
	Hombres	30127	6.09	45.76	1,002	96	1,017	118	1,004	115	1,004	122	983	111
	Mujeres	29424	5.95	44.69	999	93	991	114	989	110	1,011	122	1,006	113
RÉGIMEN	RNV	4447	0.90	6.75	963	86	961	116	960	102	966	113	963	106
	Pública	57616	11.65	87.51	996	93	999	115	992	111	1,002	120	990	111
	Privada	3775	0.76	5.73	1,063	103	1,064	118	1,055	118	1,077	128	1,055	124
MODALIDAD	RNV	4396	0.89	6.68	965	86	963	117	962	102	969	113	965	107
	Sec. General	32039	6.48	48.66	1,008	95	1,010	116	1,002	113	1,018	122	1,003	112
	Sec. Técnica	23486	4.75	35.67	998	94	1,002	116	993	112	1,004	120	993	111
	Telesecundaria	4753	0.96	7.22	958	88	966	116	974	110	949	113	940	111
	Sec. abierta	483	0.10	0.73	967	87	979	110	958	102	977	120	955	108
	Para adultos o INEA	610	0.12	0.93	975	86	986	111	960	101	985	121	966	113
	Para trabajadores	71	0.01	0.11	972	88	971	101	971	99	969	119	978	112
PROMEDIO	RNV	5951	1.20	9.04	967	86	968	115	964	102	972	113	966	108
	6.0-6.9	9975	2.02	15.15	974	88	978	117	975	108	973	113	969	109
	7.0-7.9	14563	2.94	22.12	972	86	979	110	967	104	977	116	965	105
	8.0-8.9	22107	4.47	33.58	1,000	90	1,002	114	993	109	1,008	119	994	109
	9.0-9.9	13009	2.63	19.76	1,053	94	1,052	114	1,050	113	1,063	120	1,045	112
	10.0	233	0.05	0.35	1,085	100	1,079	116	1,080	122	1,102	122	1,078	112

Fuente: Centro Nacional de Evaluación para la Educación Superior, A. C. (CENEVAL).). Año de publicación 2011

Tabla No. 9.- RESULTADOS DEL EXAMEN NACIONAL DE INGRESO A LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR (EXANI-®) EN EL AÑO 2010 (REGIÓN NORESTE)

REGIÓN		N	% Nal.	% Edo.	ICNE		IRLM		IMAT		IRV		IESP	
					Media	DS	Media	DS	Media	DS	Media	DS	Media	DS
Región Centro - Occidente		60039	12.14	100.00	1,005	97	1,011	122	1,007	115	1,007	125	994	119
SEXO	RNV	8354	1.69	13.91	981	92	981	121	984	110	985	121	974	119
	Hombres	27442	5.55	45.71	1,013	97	1,031	122	1,020	117	1,011	125	990	116
	Mujeres	24243	4.90	40.38	1,004	96	998	119	999	113	1,010	125	1,006	121
RÉGIMEN	RNV	7461	1.51	12.43	978	90	976	120	982	108	983	119	972	117
	Pública	49610	10.03	82.63	1,003	95	1,011	121	1,006	115	1,005	123	992	117
	Privada	2968	0.60	4.94	1,092	94	1,092	115	1,081	114	1,110	116	1,088	114
MODALIDAD	RNV	7490	1.51	12.48	980	91	978	120	983	108	984	120	973	118
	Sec. General	27316	5.52	45.50	1,017	98	1,023	122	1,017	116	1,022	126	1,006	121
	Sec. Técnica	18481	3.74	30.78	1,003	95	1,010	121	1,003	115	1,005	123	992	117
	Telesecundaria	5399	1.09	8.99	991	92	1,000	121	1,009	114	979	119	977	110
	Sec. abierta	542	0.11	0.90	972	88	990	116	969	112	971	117	957	115
	Para adultos o INEA	703	0.14	1.17	989	90	1,005	117	982	108	1,000	129	969	121
	Para trabajadores	108	0.02	0.18	959	89	951	116	956	108	965	111	963	110
PROMEDIO	RNV	7924	1.60	13.20	979	91	978	120	982	108	984	120	973	118
	6.0-6.9	17212	3.48	28.67	982	88	984	121	990	110	980	116	976	113
	7.0-7.9	10498	2.12	17.49	985	88	999	116	978	104	989	120	973	112
	8.0-8.9	14901	3.01	24.82	1,013	93	1,023	116	1,010	112	1,017	124	1,001	117
	9.0-9.9	9413	1.90	15.68	1,076	93	1,081	112	1,082	113	1,082	119	1,059	116
	10.0	91	0.02	0.15	1,122	96	1,117	117	1,143	110	1,136	122	1,093	111

Fuente: Centro Nacional de Evaluación para la Educación Superior, A. C. (CENEVAL).). Año de publicación 2011

Tabla No. 10.- RESULTADOS DEL EXAMEN NACIONAL DE INGRESO A LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR (EXANI-^{II}) EN EL AÑO 2010 (REGIÓN CENTRO-OCCIDENTE)

REGIÓN		N	% Nal.	% Edo.	ICNE		IRLM		IMAT		IRV		IESP	
					Media	DS	Media	DS	Media	DS	Media	DS	Media	DS
Región Centro - Sur		184265	37.26	100.00	992	91	997	117	995	110	990	120	987	108
SEXO	RNV	15638	3.16	8.49	980	87	983	116	982	107	977	116	978	104
	Hombres	85005	17.19	46.13	997	93	1,013	117	1,005	112	990	121	978	107
	Mujeres	83622	16.91	45.38	991	90	984	114	988	108	994	120	997	109
RÉGIMEN	RNV	10467	2.12	5.68	986	88	988	118	988	108	984	116	984	105
	Pública	165368	33.44	89.74	989	89	994	115	993	109	986	118	983	107
	Privada	8430	1.70	4.57	1,068	98	1,069	118	1,059	115	1,083	125	1,061	117
MODALIDAD	RNV	10464	2.12	5.68	990	88	992	118	991	108	988	116	987	104
	Sec. General	99555	20.13	54.03	1,001	92	1,004	117	1,001	111	1,001	121	996	109
	Sec. Técnica	42539	8.60	23.09	990	89	995	115	990	108	988	119	985	105
	Telesecundaria	27943	5.65	15.16	971	89	978	116	989	110	959	116	958	109
	Sec. abierta	1634	0.33	0.89	962	80	972	108	965	102	954	106	958	99
	Para adultos o INEA	1956	0.40	1.06	989	85	1,003	108	976	100	998	122	978	109
	Para trabajadores	174	0.04	0.09	974	90	980	120	972	102	971	122	970	110
PROMEDIO	RNV	15091	3.05	8.19	987	87	991	116	989	106	984	116	983	105
	6.0-6.9	14630	2.96	7.94	970	85	978	113	969	105	966	113	967	103
	7.0-7.9	48622	9.83	26.39	966	82	974	111	966	101	963	113	960	101
	8.0-8.9	67923	13.73	36.86	988	87	992	114	991	105	986	117	983	105
	9.0-9.9	37435	7.57	20.32	1,045	92	1,046	116	1,052	111	1,046	120	1,035	111
	10.0	564	0.11	0.31	1,084	95	1,078	118	1,093	118	1,091	120	1,074	106

Fuente: Centro Nacional de Evaluación para la Educación Superior, A. C. (CENEVAL).). Año de publicación 2011

Tabla No. 11.- RESULTADOS DEL EXAMEN NACIONAL DE INGRESO A LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR (EXANI-^{II}) EN EL AÑO 2010 (REGIÓN CENTRO-SUR)

REGIÓN		N	% Nal.	% Edo.	ICNE		IRLM		IMAT		IRV		IESP	
					Media	DS	Media	DS	Media	DS	Media	DS	Media	DS
Región Sur - Sureste		70401	14.24	100.00	1,004	94	1,010	114	1,008	115	1,003	124	994	114
SEXO	RNV	11321	2.29	16.08	1,001	93	998	124	1,012	121	998	121	995	109
	Hombres	28514	5.77	40.50	1,009	95	1,026	113	1,021	116	1,004	125	986	114
	Mujeres	30566	6.18	43.42	999	93	999	110	994	111	1,004	124	1,000	116
RÉGIMEN	RNV	10263	2.08	14.58	1,004	92	1,000	125	1,016	121	1,000	120	998	108
	Pública	56328	11.39	80.01	999	92	1,008	111	1,003	113	997	123	987	113
	Privada	3810	0.77	5.41	1,076	97	1,068	114	1,066	115	1,093	120	1,078	120
MODALIDAD	RNV	10253	2.07	14.56	1,004	92	1,000	125	1,016	121	1,001	120	999	108
	Sec. General	32548	6.58	46.23	1,015	95	1,020	113	1,015	115	1,017	125	1,007	115
	Sec. Técnica	18537	3.75	26.33	996	92	1,006	112	999	112	996	123	985	114
	Telesecundaria	7725	1.56	10.97	980	86	998	108	996	113	966	117	957	109
	Sec. abierta	329	0.07	0.47	969	81	976	102	966	102	965	109	969	108
	Para adultos o INEA	589	0.12	0.84	978	84	988	105	969	101	984	119	969	116
	Para trabajadores	420	0.08	0.60	954	81	963	107	953	102	947	113	955	103
PROMEDIO	RNV	11000	2.22	15.62	1,002	92	1,000	124	1,014	120	999	120	996	108
	6.0-6.9	4627	0.94	6.57	987	87	991	117	989	117	985	118	981	107
	7.0-7.9	16071	3.25	22.83	975	84	984	106	975	104	974	117	968	106
	8.0-8.9	25942	5.25	36.85	999	90	1,007	109	1,000	109	998	122	989	114
	9.0-9.9	12581	2.54	17.87	1,057	94	1,064	108	1,066	115	1,060	124	1,039	119
	10.0	180	0.04	0.26	1,054	116	1,067	134	1,064	140	1,051	140	1,033	127

Fuente: Centro Nacional de Evaluación para la Educación Superior, A. C. (CENEVAL).). Año de publicación 2011

Tabla No. 12.- RESULTADOS DEL EXAMEN NACIONAL DE INGRESO A LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR (EXANI-^{II}) EN EL AÑO 2010 (REGIÓN SUR-SURESTE)

REGIÓN		N	% Nal.	% Edo.	ICNE		IRLM		IMAT		IRV		IESP	
					Media	DS	Media	DS	Media	DS	Media	DS	Media	DS
Zona Metropolitana		8373	1.69	100.00	1,044	109	1,058	127	1,036	118	1,058	141	1,025	137
SEXO	RNV	540	0.11	6.45	1,024	113	1,038	132	1,009	124	1,039	149	1,007	129
	Hombres	3642	0.74	43.50	1,058	108	1,085	125	1,056	119	1,068	139	1,025	132
	Mujeres	4191	0.85	50.05	1,035	108	1,038	124	1,023	114	1,052	141	1,027	142
RÉGIMEN	RNV	311	0.06	3.71	992	102	1,001	121	978	114	1,012	145	979	124
	Pública	4729	0.96	56.48	1,006	99	1,024	124	1,007	111	1,015	138	979	127
	Privada	3333	0.67	39.81	1,104	95	1,113	111	1,084	112	1,123	119	1,094	122
MODALIDAD	RNV	407	0.08	4.86	1,010	107	1,023	127	998	123	1,025	144	994	121
	Sec. General	5500	1.11	65.69	1,073	103	1,086	120	1,058	115	1,090	130	1,057	131
	Sec. Técnica	1113	0.23	13.29	1,001	93	1,021	117	999	108	1,009	135	974	119
	Telesecundaria	1149	0.23	13.72	971	97	981	121	992	112	970	137	941	130
	Secundaria Abierta	66	0.01	0.79	1,009	110	1,032	115	997	106	1,023	168	984	134
	Para adultos o INEA	113	0.02	1.35	979	103	1,002	121	965	113	993	149	956	129
	Para Trabajadores	25	0.01	0.30	1,037	105	1,065	130	996	99	1,031	154	1,055	126
PROMEDIO	RNV	537	0.11	6.41	1,036	111	1,045	128	1,023	121	1,054	144	1,024	135
	6.0-6.9	617	0.12	7.37	1,022	96	1,043	115	998	104	1,043	135	1,001	122
	7.0-7.9	2220	0.45	26.51	1,015	103	1,033	125	1,009	112	1,024	138	995	130
	8.0-8.9	3466	0.70	41.39	1,043	108	1,054	127	1,036	116	1,056	141	1,025	139
	9.0-9.9	1527	0.31	18.24	1,103	101	1,115	115	1,096	114	1,120	128	1,080	131
	10.0	6	0.00	0.07	1,078	171	1,020	207	1,015	244	1,185	105	1,090	152

Fuente: Centro Nacional de Evaluación para la Educación Superior, A. C. (CENEVAL).). Año de publicación 2011

Tabla No. 13.- RESULTADOS DEL EXAMEN NACIONAL DE INGRESO A LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR (EXANI-^{II}) EN EL AÑO 2010 (ZONA METROPOLITANA)

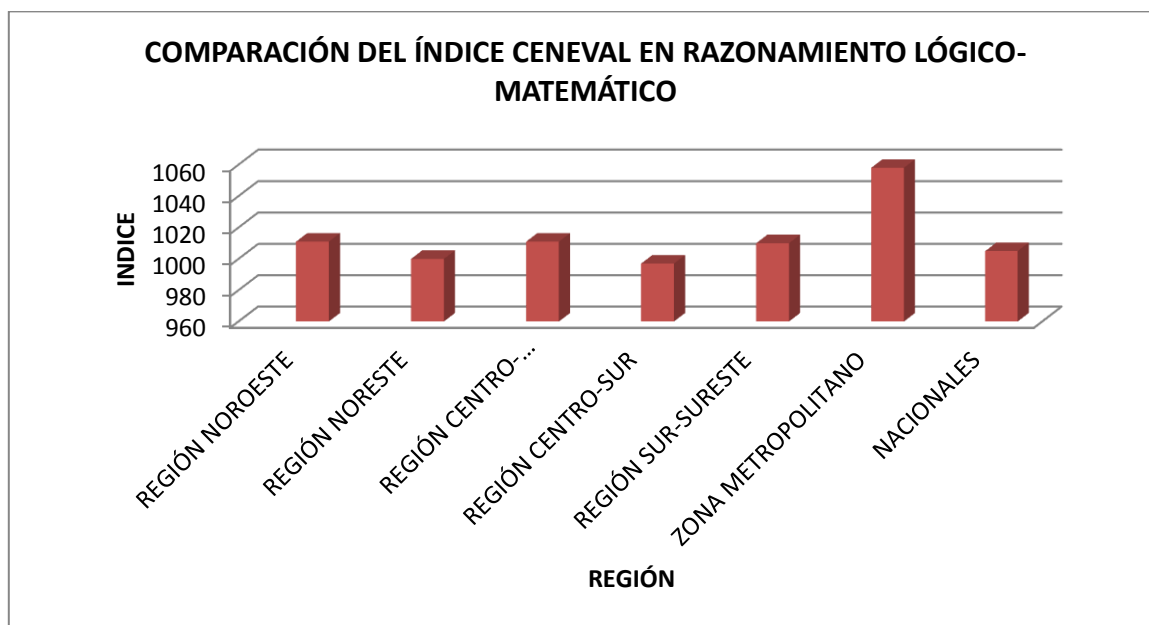
1.2.4. Comparación de resultados.

Con el propósito de tener una relación entre las regiones en que se dividió en territorio, están se compararan en el Razonamiento Matemático y en Matemáticas, con su representación gráfica.

DATOS	IRLM
	MEDIA
REGIÓN NOROESTE	1011
REGIÓN NORESTE	1000
REGIÓN CENTRO-OCCIDENTE	1011
REGIÓN CENTRO-SUR	997
REGIÓN SUR-SURESTE	1010
ZONA METROPOLITANO	1058
NACIONALES	1005

Fuente: Creación propia año 2011.

TABLA No. 14.- Comparación del índice CENEVAL RAZONAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO



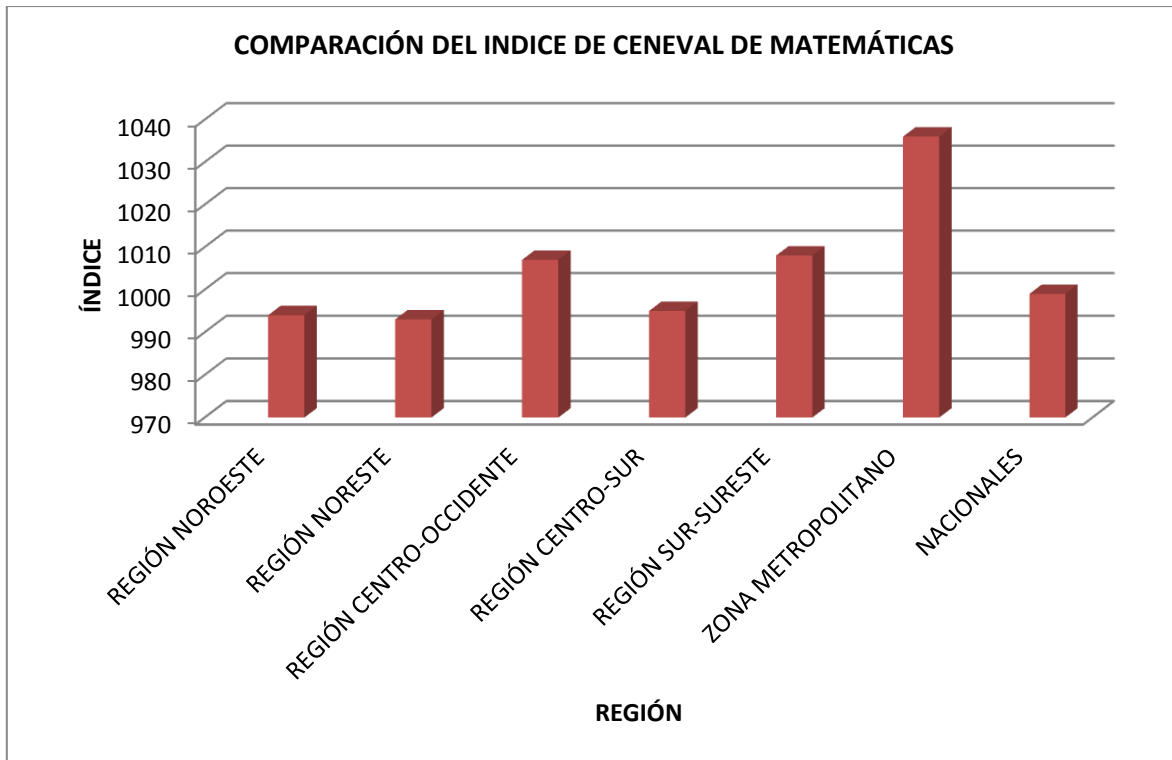
Fuente: Creación propia año 2011

GRAFICA No. 2.- Comparación del índice CENEVAL RAZONAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO.

DATOS	IMAT
	MEDIA
REGIÓN NOROESTE	994
REGIÓN NORESTE	993
REGIÓN CENTRO-OCCIDENTE	1007
REGIÓN CENTRO-SUR	995
REGIÓN SUR-SURESTE	1008
ZONA METROPOLITANO	1036
NACIONALES	999

Fuente: Creación propia año 2011

TABLA No. 15.- Comparación del índice CENEVAL MATEMÁTICAS .



Fuente: Creación propia año 2011

GRAFICA No. 3.- Comparación del índice CENEVAL MATEMÁTICAS.

En las tablas 14 y 15, con su representación gráfica, indica la comparación de los índices CENEVAL en Razonamiento Lógico-Matemático (IRLM) y Matemáticas (IMAT), entre los resultados obtenidos por cada región y la nacional. Se observa

que la zona metropolitana, que incluye solo el Distrito Federal, tiene mejores resultados en estos dos campos; pero no llegan a ser satisfactorios, **por lo que se requiere reafirmar los temas que involucran.**

Los resultados del examen CENEVAL, también indican una debilidad en los conocimientos de Matemáticas, en especial en Álgebra, en los egresados de secundaria.

1.3. PRUEBA PISA.

Finalmente se presentará la prueba PISA, la información completa está en el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación². A continuación se presentará lo más significativo de esta prueba, de manera textual para no desvirtuar su propósito.

1.3.1. ¿Qué es PISA?

Es un estudio periódico y comparativo, promovido y organizado por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE), en el cual participan los países miembros y no miembros de la organización (asociados).

1.3.2. ¿Cuál es su propósito?

Su propósito principal es determinar en qué medida los estudiantes de 15 años, que están por concluir o han concluido su educación obligatoria, han adquirido los conocimientos y habilidades relevantes para participar activa y plenamente en la sociedad moderna.

PISA se centra en la capacidad de los estudiantes para usar los conocimientos y habilidades y no en saber hasta qué punto dominan un plan de estudios o currículo escolar.

² <http://www.inee.edu.mx/index.php>

Por ello, no mide qué tanto pueden reproducir lo que han aprendido, sino que indaga lo que en PISA se denomina competencia (*literacy*); es decir, la capacidad de extrapolar lo que se ha aprendido a lo largo de la vida y su aplicación en situaciones del mundo real, así como la capacidad de analizar, razonar y comunicar con eficacia al plantear, interpretar y resolver problemas en una amplia variedad de situaciones.

México participa como miembro de la OCDE.

1.3.3. Los ciclos de aplicación.

Una característica importante de PISA es la periodicidad de su aplicación. El estudio está organizado para ser aplicado cada tres años y en cada ciclo se enfatiza un área o dominio diferente. En el año 2000 el énfasis fue Lectura, en 2003 Matemáticas y en 2006 Ciencias.

PISA completa ahora su cuarto ciclo de evaluaciones. Regresa a Lectura como área principal al igual que en 2000, pero con la diferencia que en 2009 se incluyó el uso de textos digitales, como podrá advertirse más adelante.

1.3.4. Población objetivo

El estudio de PISA se enfoca a los estudiantes que al momento de la aplicación se ubiquen en el rango de edad que va de los 15 años tres meses a 16 años dos meses (OECD, 2008). Además deben estar inscritos en una institución educativa a partir del séptimo grado (UNESCO, 2006), que en México corresponde al primer año de secundaria y se excluye a los alumnos que se encuentren en sexto grado o por debajo de éste.

Esta definición de población objetivo tiene el propósito de garantizar que los resultados sean comparables entre países, dadas sus diferencias en cuanto a la naturaleza y alcance de la educación preescolar, la edad de ingreso a la

enseñanza obligatoria y, en general, la estructura de los sistemas educativos. Todo lo anterior conduce a que los grados escolares no sean comparables en el contexto internacional.

En consecuencia, para poder comparar válidamente los resultados educativos de unos países con otros, se opta por definir la población objetivo con referencia a una edad determinada.

Esta investigación no trata de analizar a fondo esta prueba, solo las partes importantes y los resultados obtenidos en Matemáticas.

La coordinación de la administración de PISA en México ha sido responsabilidad del INEE desde abril de 2003. De esta forma el Instituto, a través de la Dirección de Proyectos Internacionales y Especiales (DPIE), ha sido el Centro Nacional que coordina y administra las distintas etapas de los ciclos de este estudio.

Ciclo	Escuelas	Estudiantes
2000	183	5,276
2003	1,124	29,983
2006	1,140	33,706
2009	1,535	38,250

Fuente: INSTITUTO NACIONAL PARA LA EVALUACIÓN DE LA EDUCACIÓN. Elaboración con las bases de datos de PISA 2000, 2003, 2006 y 2009.

Tabla No. 16.- Cantidad de escuelas y estudiantes en los ciclos de PISA

	Requerida por PISA	Obtenida por México
Estudiantes	80%	95%
Escuelas	85%	98%

Fuente: Westat (2010).

Tabla No. 17.- Tasas de participación requerida y obtenida, PISA 2009

Entidad	Escuelas participantes	Estudiantes participantes	Tasa de participación	
			Escuelas	Estudiantes
Aguascalientes	49	1,181	100	96
Baja California	43	1,096	100	97
Baja California Sur	45	1,163	100	93
Campeche	50	1,213	98	92
Coahuila	45	1,202	100	96
Colima	50	1,319	100	98
Chiapas	51	1,238	98	94
Chihuahua	44	1,097	98	99
Distrito Federal	42	1,123	95	89
Durango	48	1,073	98	95
Guanajuato	53	1,271	100	96
Guerrero	50	1,256	100	95
Hidalgo	50	1,218	100	98
Jalisco	47	1,146	100	96
México	50	1,245	100	97
Michoacán	47	1,045	85	91
Morelos	44	1,114	96	93
Nayarit	53	1,233	100	94
Nuevo León	46	1,170	100	93
Oaxaca	41	1,041	79	97
Puebla	52	1,343	100	96
Querétaro	49	1,313	100	97
Quintana Roo	46	1,174	100	94
San Luis Potosí	51	1,229	98	97
Sinaloa	46	1,194	100	96
Sonora	46	1,149	100	94
Tabasco	49	1,216	100	92
Tamaulipas	45	1,163	100	96
Tlaxcala	47	1,250	100	96
Veracruz	53	1,324	100	99
Yucatán	51	1,282	100	96
Zacatecas	52	1,169	100	97
Nacional	1535	38,250	98	95

Fuente: INSTITUTO NACIONAL PARA LA EVALUACIÓN DE LA EDUCACIÓN. Elaboración con datos de Westat (2010).

TABLA 18.- *Número de escuelas y estudiantes y tasas de participación por entidad, PISA 2009.*

Género

A nivel nacional, de los 38,250 estudiantes que participaron en este ciclo, 52% fueron mujeres y 48% hombres.

Modalidad de servicio educativo	Estudiantes	Porcentaje
Secundaria General	5,061	13.2
Secundaria Técnica	3,381	8.8
Telesecundaria	2,026	5.3
Subtotal secundaria	10,468	27.4
Bachillerato General	15,653	40.9
Bachillerato Tecnológico	10,264	26.8
Profesional Técnico	1,865	4.9
Subtotal EMS	27,782	72.6
Total	38,250	100

Fuente: INSTITUTO NACIONAL PARA LA EVALUACIÓN DE LA EDUCACIÓN Elaboración con la base de datos de PISA 2009

Tabla No. 19.- *Estudiantes participantes por nivel y modalidad de servicio educativo, PISA 2009.*

Grado Escolar	Secundaria			Educación Media Superior			Total
	1°	2°	3°	1°	2°	3°	
Grado CINE*	7	8	9	10	11	12	
Estudiantes	409	1,738	8,321	27,494	283	5	38,250
Porcentaje	1.1	4.5	21.8	71.9	0.7	0	100

Fuente: INSTITUTO NACIONAL PARA LA EVALUACIÓN DE LA EDUCACIÓN. Elaboración con la base de datos de PISA 2009.

*CINE: Clasificación Internacional Normalizada de Educación. UNESCO, 2006.

Tabla No. 20.- *Estudiantes participantes según el grado escolar, PISA 2009*

Sostenimiento	Estudiantes	Porcentaje
Privado	4,080	10.7
Público	34,170	89.3
Total	38,250	100

Fuente: INSTITUTO NACIONAL PARA LA EVALUACIÓN DE LA EDUCACIÓN. Elaboración con la base de datos de PISA 2009.

Tabla No. 21.- Estudiantes participantes según el sostenimiento de las escuelas, PISA 2009

Tipo de Localidad	Estudiantes	Porcentaje
Rural	4,981	13
Urbano	33,269	87
Total	38,250	100

Fuente: INSTITUTO NACIONAL PARA LA EVALUACIÓN DE LA EDUCACIÓN. Elaboración con la base de datos de PISA 2009.

Tabla No. 22.- Estudiantes participantes según el tipo de localidad, PISA 2009

1.3.5. Descripción genérica de los niveles.

A continuación se presenta las descripciones genéricas de desarrollo de los niveles que las autoridades de PISA establecen de acuerdo a los resultados obtenidos, indicando que se tienen 8 niveles (0, 1b, 1a, 2, 3, 4, 5 y 6) y su interpretación.

Niveles	Descripción genérica
Nivel 6	Situarse en uno de los niveles más altos significa que un alumno tiene potencial para realizar actividades de alta complejidad cognitiva, científicas u otras.
Nivel 5	
Nivel 4	
Nivel 3	Por arriba del mínimo necesario y, por ello, bastante bueno, aunque no del nivel deseable para la realización de las actividades cognitivas más complejas.
Nivel 2	Identifica el mínimo adecuado para desempeñarse en la sociedad contemporánea
Nivel 1a	Insuficiente (en especial el 0) para acceder a estudios superiores y desarrollar las actividades que exige la vida en la sociedad del conocimiento.
Nivel 1b	
Nivel 0	

Fuente: INSTITUTO NACIONAL PARA LA EVALUACIÓN DE LA EDUCACIÓN. Elaboración con la base de datos de PISA 2009.

Tabla No. 23.- Descripción genérica de los niveles de desempeño

1.3.6. LA COMPETENCIA MATEMÁTICA (de acuerdo a PISA).

Definición:

PISA define la competencia matemática como:

La capacidad de un individuo para analizar, razonar y comunicar de forma eficaz a la vez de plantear, resolver, e interpretar problemas matemáticos en una variedad de situaciones que incluyen conceptos matemáticos cuantitativos, espaciales, de probabilidad o de otro tipo. Además, esta competencia tiene que ver con la capacidad para identificar y entender la función que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios fundados y, utilizar y relacionarse con las matemáticas de forma que pueda satisfacer las necesidades de la vida diaria de un ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo (OECD, 2010).

1.3.7. Niveles de desempeño obtenidos.

La Tabla siguiente presenta las descripciones de la clase de tareas que los estudiantes deben ser capaces de realizar para ubicarse en cada uno de los seis niveles de desempeño de la escala global de Matemáticas. También se exponen los porcentajes de estudiantes que alcanzan cada uno de los seis niveles; en particular, los porcentajes para el promedio OCDE, para el promedio de América Latina (AL) y para México.

Nivel/Puntaje	Porcentajes	Tareas
6 Más de 669.30	OCDE: 3.1 AL: 0.1 México: 0.0	Los estudiantes que alcanzan este nivel saben formar conceptos, generalizar y utilizar información basada en investigaciones y modelos de situaciones de problemas complejos. Pueden relacionar diferentes fuentes de información y representaciones, y traducirlas de una manera flexible. Poseen un pensamiento y razonamiento matemático avanzado. Pueden aplicar su entendimiento y comprensión, así como su dominio de las operaciones y relaciones matemáticas formales y simbólicas, y desarrollar nuevos enfoques y estrategias para abordar situaciones nuevas. Pueden formular y comunicar con exactitud sus acciones y reflexiones relativas a sus hallazgos, argumentos y a su adecuación a las situaciones originales.
5 606.99 a menos de 669.30	OCDE: 9.6 AL: 0.8 México: 0.7	Los estudiantes saben desarrollar modelos y trabajar con ellos en situaciones complejas, identificando las condicionantes y especificando los supuestos. Pueden seleccionar, comparar y evaluar estrategias adecuadas de solución de problemas para abordar problemas complejos relativos a estos modelos. Pueden trabajar de manera estratégica al usar habilidades de pensamiento y razonamiento bien desarrolladas; así como representaciones adecuadamente relacionadas, caracterizaciones simbólicas y formales, e intuiciones relativas a estas situaciones. Pueden reflexionar sobre sus acciones y formular y comunicar sus interpretaciones y razonamientos.
4 544.68 a menos de 606.99	OCDE: 18.9 AL: 3.8 México: 4.7	Los estudiantes son capaces de trabajar con eficacia con modelos explícitos en situaciones complejas y concretas que pueden conllevar condicionantes o exigir la formulación de supuestos. Pueden seleccionar e integrar diferentes representaciones, incluyendo las simbólicas, asociándolas directamente a situaciones del mundo real. Saben usar habilidades bien desarrolladas y razonar con flexibilidad y con cierta perspicacia en estos contextos. Pueden elaborar y comunicar explicaciones y argumentos basados en sus interpretaciones y acciones.
3 482.38 a menos de 544.68	OCDE: 24.3 AL: 10.8 México: 15.6	Los estudiantes saben ejecutar procedimientos descritos con claridad, incluyendo aquellos que requieren decisiones secuenciales. Pueden seleccionar y aplicar estrategias de solución de problemas sencillos. Saben interpretar y usar representaciones basadas en diferentes fuentes de información y razonar directamente a partir de ellas. Pueden elaborar escritos breves exponiendo sus interpretaciones, resultados y razonamientos.
2 420.07 a menos de 482.38	OCDE: 22.0 AL: 21.4 México: 28.3	Los estudiantes pueden interpretar y reconocer situaciones en contextos que sólo requieren una inferencia directa. Saben extraer información relevante de una sola fuente y hacer uso de un único modelo de representación. Pueden utilizar algoritmos, fórmulas, convenciones o procedimientos elementales. Son capaces de efectuar razonamientos directos e interpretaciones literales de los resultados.
1 357.77 a menos de 420.07	OCDE: 14.0 AL: 28.1 México: 28.9	Los estudiantes saben responder a preguntas relacionadas con contextos familiares, en los que está presente toda la información relevante y las preguntas están claramente definidas. Son capaces de identificar la información y llevar a cabo procedimientos rutinarios siguiendo instrucciones directas en situaciones explícitas. Pueden realizar acciones obvias que se deducen inmediatamente de los estímulos presentados.

Fuente: OECD (2010).

Tabla No. 24.- Los niveles de desempeño de la escala global de Matemáticas, PISA 2009

Se puede observar en esta última tabla, que México está por debajo del promedio y que los niveles 5 y 6, que son de los más altos, el porcentaje obtenido por los alumnos, apenas es del 0.7 %, en cambio en los niveles 3,2 y 1, se tiene la mayor concentración de estudiantes que obtuvieron estos niveles.

CAPÍTULO 2.

En este capítulo se expone, en forma breve, algunas teorías de aprendizaje, iniciando con el constructivismo y con solo tres autores representativo: Jean Piaget, Lev Semiónovich Vygotsky y David Ausubel.

Dentro de Jean Piaget, se desarrolla, también en forma breve, la Teoría APOE, desarrollada por Dr. Ed Dubinsky, que es la que encuadra la propuesta metodológica que se plantea en le siguiente capítulo.

Se plantea la importancia del lenguaje egocentrista, que es cuando el individuo, en su etapa infantil, sólo existe su punto de vista y que posteriormente con cierta maduración puede aceptar puntos de vista diferentes al de él. Se determina, para este trabajo, que este lenguaje egocentrista nunca se pierde en su totalidad y que forma parte de su personalidad y autodefensa, siendo la causa de lo difícil que es en la comunicación en el proceso enseñanza-aprendizaje.

También se presenta, en forma breve, las diferencias psicológicas individuales, donde se destaca la importancia de como los individuos aprenden de forma diferentes (activo, reflexivo, kinestésico, intuitivo, visual, verbal, secuencial y global). Esto se puede aplicar a los docentes, donde se justifica las diferentes formas de presentar los conocimientos a los alumnos.

Finalmente se expone la teoría de la Dra. Patricia Camarena sobre las Matemáticas en contexto de las ciencias, la cual reflexiona acerca de la vinculación que debe existir entre la Matemática y las ciencias que la requieren, indicando que:

- La matemática es una herramienta de apoyo y disciplina formativa.
- La matemática tiene una función específica en el nivel universitario.
- Los conocimientos nacen integrados.

Destacando que:

“las Matemáticas deben tener una aplicación práctica en la vida del alumno y del egresado de cualquier nivel y no solo quedarse como un mero conocimiento más”.

ALGUNAS TEORÍAS DE APRENDIZAJE.

Con los resultados de los instrumentos presentados en el capítulo 1 (prueba ENACE, examen CENEVAL y la prueba PISA), se observa una debilidad o deficiencia en Matemáticas, en especial en Álgebra, de parte de los egresados de secundaria, que les dificulta el aprendizaje de los conocimientos establecidos en el Nivel Medio Superior, tanto en las asignaturas de Matemáticas como en las asignaturas donde esta es una herramienta. A continuación se presenta una síntesis de las teorías de aprendizaje, que se tomarán en cuenta para la propuesta de este trabajo.

Teorías del aprendizaje que se están tomando en cuenta:

5. Constructivismo.
6. Lenguaje egocentrista.
7. Diferencias psicológicas individuales.
8. La matemática en el contexto de las ciencias

2.1. EL CONSTRUCTIVISMO.

Es el modelo que toma en cuenta los aspectos cognitivo, social, cultural y afectivo del comportamiento humano. Está centrado en la persona, en sus experiencias previas para la construcción de nuevos conocimientos, considerando:

- a) Que el sujeto interactúa con el objeto de conocimiento (Piaget).
- b) Que el sujeto actúe, procese, objetívese y esquematice (APOE)
- c) Que el sujeto interactúa con otra persona (Vigotsky).
- d) Cuando es significativo para el sujeto (Ausubel).

2.1.1. CONCEPTOS BÁSICOS DE LA TEORÍA DE JEAN PIAGET (GRACE J. CRAIG 2001).

Esta teoría toma en cuenta, primeramente, las estructuras, al principio estas son comportamientos reflejos, que posteriormente se convierten en voluntarias, hasta convertirse en operaciones del pensamiento. Con el desarrollo de nuevos conocimientos, se tiene un desequilibrio que para compensarlo son asimilados o acomodados, para volver al equilibrio, modificando las estructuras existentes.

Estructuras.- El conjunto de respuestas que tienen lugar luego de que el sujeto de conocimiento ha adquirido ciertos elementos del exterior.

Asimilación.- Consiste en la *interiorización* o *internalización* de un objeto o un evento a una estructura comportamental y cognitiva preestablecida.

Acomodación.- Consiste en la **modificación** de la estructura cognitiva o del esquema comportamental para acoger nuevos objetos y eventos que hasta el momento eran desconocidos.

Para Piaget, el proceso de equilibración entre asimilación y acomodación se establece en tres niveles sucesivamente más complejos:

1. El equilibrio se establece entre los esquemas del sujeto y los acontecimientos externos.
2. El equilibrio se establece entre los propios esquemas del sujeto.
3. El equilibrio se traduce en una integración jerárquica de esquemas diferenciados.

En sus estudios Piaget notó que existen periodos o estadios de desarrollo. En algunos prevalece la asimilación, en otros la acomodación.

Estadio sensorio-motor

Desde el nacimiento hasta aproximadamente un año y medio a dos años. En tal estadio el niño usa sus sentidos (que están en pleno desarrollo) y las habilidades motrices para conocer aquello que le circunda, confiándose inicialmente en sus **reflejos** y, más adelante, en la combinatoria de sus capacidades sensoriales y motrices. Así, se prepara para luego poder pensar con imágenes y conceptos.

Estadio preoperatorio

El estadio preoperatorio es el segundo de los cuatro estados. Sigue al estado sensorio motor y tiene lugar aproximadamente entre los 2 y los 7 años de edad.

Este estadio se caracteriza por la interiorización de las reacciones de la etapa anterior dando lugar a acciones mentales que aún no son categorizables como operaciones por su vaguedad, inadecuación y/o falta de reversibilidad.

Son procesos característicos de esta etapa: el juego simbólico, la centración, la intuición, el animismo, el egocentrismo, la yuxtaposición y la reversibilidad.

Estadio de las operaciones concretas

De 7 a 11 años de edad. Cuando se habla aquí de operaciones se hace referencia a las operaciones lógicas usadas para la resolución de problemas. El niño en esta fase o estadio ya no sólo usa el símbolo, es capaz de usar los símbolos de un modo lógico y, a través de la capacidad de conservar, llegar a generalizaciones atinadas.

Estadio de las operaciones formales.

Es desde los 12 años en adelante cuando el cerebro humano está potencialmente capacitado (desde la expresión de los genes), para formular pensamientos realmente abstractos, o un pensamiento de tipo hipotético deductivo.

Supuestamente los egresados de secundaria, aproximadamente de 15 a 18 años, ya pasaron estas etapas, la pregunta es: ¿Por qué no logran comprender los conceptos de Aritmética y Álgebra?

2.1.2. TEORÍA APOE

Durante los últimos 20 años se han publicado varios estudios que toman como marco de referencia a la teoría APOE (Acción-Proceso-Objeto-Esquema), las siglas en inglés son APOS ((**A**cción, **P**roceso, **O**bjeto, **S**chemma), desarrollada por el Dr. Ed Dubinsky y sus fundamentos están en la propuesta de Jean Piaget

Las matemáticas, formada por diversas ramas³, da como resultado un proceso mental ordenado, lógico y secuencial, donde un elemento fundamental y común es el número, que según Piaget (1964), es solidario con una estructura operatoria de conjunto mediante la cual, el sujeto cognoscente puede relacionar cantidades con objetos del universo material. *“... el número resulta ante todo de una abstracción de las cualidades diferenciales, que tiene por resultado hacer cada elemento individual equivalente a cada uno de los otros.”* (Piaget, 1969/2007; p. 107). A estos símbolos que previamente han sido creados en el universo empírico de la imaginación (Armijo, 2010), se les ha dado el nombre de números.

En el proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, se ha hecho necesario innovar maneras y métodos cada vez más efectivos y eficientes para lograr los objetivos planteados en los programas de estudios.

Debido a la naturaleza abstracta del álgebra lineal y las dificultades que afrontan los estudiantes cuando intentan construir conceptos como los mencionados, hemos encontrado en la teoría APOE una herramienta potente para explicar el porqué de esos problemas, mediante la aplicación de su ciclo de investigación (Asiala, Brown, DeVries, Dubinsky, Mathews & Thomas, 1996). Los antecedentes

³ Números, Aritmética, Álgebra, Trigonometría, Cálculo diferencial, Integral, etc.

necesarios para el Álgebra Lineal; así como otras áreas como el Cálculo Diferencial e Integral es el Álgebra Elemental.

La teoría APOE es un método sistemático de trabajo y de acuerdo a Kirk (2003, p.97) es una teoría acerca de las construcciones mentales que realiza el sujeto cuando está aprendiendo. Según Weller (2003), esta teoría parte de la hipótesis: “el conocimiento matemático del individuo se refiere en su tendencia a enfrentar situaciones matemáticas elaborando acciones mentales, procesos y objetos, organizándolos en esquemas dándole sentido a la situación que está presente”.

Cada uno de los trabajos hechos con la teoría APOE la está fortaleciendo y enriqueciendo, en la medida en que los análisis reflejan un mejor entendimiento sobre las construcciones y mecanismos usados por dicho marco de referencia para explicar la construcción del conocimiento matemático. Las investigaciones publicadas generalmente proponen una descomposición genética terminada y, en algunos casos, muestran cómo se refinó según los datos empíricos, pero no hay estudios que muestren de manera explícita el camino que se puede seguir en su construcción, aunque mencionan que el análisis se basa en la experiencia y resultados anteriores.

Las interrelaciones que un individuo establece entre un nuevo concepto y sus construcciones previas (estructuras adquiridas), con lo cual genera un proceso de asimilación o construcción del nuevo objeto y las nuevas relaciones que puede instaurar (estructuras a adquirir). Con lo anterior, se pueden formar esquemas que permiten relacionar los conocimientos previos con los nuevos.

Para Piaget (1969/2007), el concepto de esquemas es el conjunto de secuencias, definidas a partir de las acciones, en las cuales el individuo acomoda internamente los datos que captura por medio de sus sentidos a través de la interacción con el medio ambiente que lo rodea. Estos esquemas quedan representados por tres funciones, la asimilación, acomodación y adaptación, dando como resultado una equilibración cognitiva, que generan las estructuras mentales del sujeto.

Cuando se logra la asimilación y la acomodación, se ejecuta la función de la adaptación y ésta es la capacidad que poseen los seres humanos para adecuarse a las exigencias de su entorno, es en este momento que se alcanza el estado mental denominado, de equilibrio.

Con referencia al proceso de equilibración-desequilibración Batanero (2001, p. 57) dice

“Para reaccionar a este desequilibrio se requiere un proceso de “equilibración” que consiste en los pasos de asimilación y acomodación. La asimilación es la incorporación (aceptación por parte del sujeto de los datos nuevos La acomodación es el cambio o reestructuración de los ya existentes. El aprendizaje se concibe como un proceso que progresa lentamente con puntos conflictivos que el alumno debe superar mediante el proceso descrito. Conocer es un proceso de adaptación que organiza el propio mundo experiencial”.

Los instrumentos más importantes en la construcción de conocimientos, la abstracción reflexiva, planteada por Piaget (1978/1998) para describir la construcción de las estructuras lógico-matemáticas del individuo durante el curso de su desarrollo cognitivo. La abstracción reflexiva de conocimiento es descrito a partir de la abstracción empírica, que se refiere a la extracción de información externa al sujeto, como es la que proporcionan los objetos, información que es internalizada, por medio de acciones en y por el sujeto.

La abstracción reflexiva se tiene lugar desde edades tempranas en coordinación con las estructuras sensorio motoras (Beth & Piaget, 1966, pp. 203 – 208); ésta abstracción continua aumentando mediante la matemática superior y es por medio de esta que es posible describir la construcción de las estructuras lógico matemáticas que realiza un individuo durante el curso de su desarrollo cognitivo.

Un individuo construye su conocimiento matemático por medio de un proceso de abstracción. Piaget caracterizó tres tipos de abstracción:

1. *Empírica*
2. *Pseudoempírica*
3. *Reflexiva.*

La abstracción reflexiva depende de la empírica y la pseudoempírica, ya que la abstracción empírica le permite al individuo abstraer propiedades comunes de varios objetos y realizar acciones sobre ellos, a través de la interiorización y coordinación de las acciones en nuevas y crear nuevos objetos (Dubinsky, 1991).

Cuando un individuo enfrenta una situación matemática debe recurrir a sus ideas sobre los conceptos involucrados en ella, haciendo una reconstrucción de su conocimiento como resultado de la reflexión sobre las condiciones del problema planteado, de esta forma puede reestructurar su conocimiento mediante una reorganización de las estructuras en un nivel más elevado, donde el nuevo conocimiento es asimilado.

Las estructuras que un individuo posee de manera previa determinarán su construcción del nuevo concepto, por lo que una meta clara dentro de este marco teórico es ayudar a los estudiantes a que construyan las estructuras apropiadas para cada nuevo concepto, estableciendo las conexiones adecuadas con las estructuras previas. De esta manera las estructuras, denominadas *acciones*, *procesos*, *objetos* y *esquemas*, están relacionadas de tal modo que sus conexiones determinan el conocimiento matemático de un individuo.

Esta teoría apoya la explicación de cómo el estudiante construye su conocimiento matemático, en el caso particular de esta investigación, ¿cómo el egresado de secundaria, puede construir conceptos algebraicos?, “*Un individuo construye su*

*conocimiento matemático por medio de un proceso de abstracción*⁴” (Roa, 2010; p.92)

De acuerdo con Jean Piaget tomado de Bastian (2010):

- Conocer un objeto no significa copiarlo sino actuar sobre él.
- Es asimilar la realidad dentro de sistemas de transformaciones.
- Es transformar la realidad para comprender cómo un cierto estado de cosas se ha originado.
- Significa construir sistemas de transformación que puedan ser llevados a efecto en o con el objeto, en correspondencia, más o menos, adecuada a la realidad.
- El conocimiento, por tanto, es un sistema de transformaciones que resulta progresivamente adecuado.

En el mundo real, un niño puede percibir los diferentes tamaños que tienen dos objetos en sus manos y este conocimiento es abstraído de los objetos mismos (abstracción simple); sin embargo, si el niño que juega con un determinado número de objetos y estos son colocados en forma lineal, circular o cualquier otra, al cambiarlos de posición, siempre y cuando haya secuencia entre ellos, puede lograr descubrir la conmutatividad, no como una propiedad de los objetos usados, sino como una propiedad matemática. El resultado de éste conocimiento no fue derivado de los objetos *per se*, sino de las acciones que el niño efectuó sobre ellos (abstracción reflexiva).

La abstracción reflexiva surge cuando el individuo es capaz de disociar las propiedades de un objeto, o bien es capaz de separar la forma del contenido.

⁴ Separar por medio de una operación intelectual las cualidades de un objeto para considerarlas aisladamente o para considerar el mismo objeto en su pura esencia o noción. (Real Academia Española, 2010).

Los procesos de construcción descritos en la teoría de Piaget y García (1984), en el marco de las construcciones mentales de las acciones, procesos, esquemas y objetos, se consideran cinco formas de construcción (denominadas aspectos constructivos de la abstracción reflexiva) determinadas por las observaciones a estudiantes (Dubinsky, 1991), que son:

- Uso del lenguaje simbólico, pictórico o de imágenes mentales.
- Coordinación de dos o más procesos para construir otro nuevo, esto es, se considera el acto cognitivo de tomar dos o más procesos para construir un nuevo proceso, lo cual puede ser realizado por simple concatenación o bien por medio de procesos organizados en lazos, dicho en otras palabras, es una operación binaria y significa actuar sobre dos objetos para formar un tercero.
- Encapsulación: es la conversión de un proceso dinámico en uno estático. ... la construcción de nuevas formas que influyen en las formas anteriores e incluyen como contenidos
- Generalización: cuando el sujeto es capaz de aplicar un esquema a una colección amplia de situaciones. (Dubinsky, 1991: p. 101)
- Reversibilidad: cuando el sujeto es capaz de interiorizar un proceso encapsulándolo para después desencapsularlo; en otras palabras, la reversibilidad se presenta cuando el sujeto es capaz de recorrer en sentido inverso un proceso que ya ha interiorizado.

Por lo tanto, para Dubinsky, el conocimiento matemático lo define:

“El conocimiento matemático de un individuo es su tendencia a responder ante situaciones matemáticas problemáticas, reflexionando sobre ellas en un contexto social, construyendo y reconstruyendo acciones, procesos y objetos matemáticos y organizándolos en esquemas con el fin de manejar las situaciones” (Dubinsky, 1996, pp. 32-33)

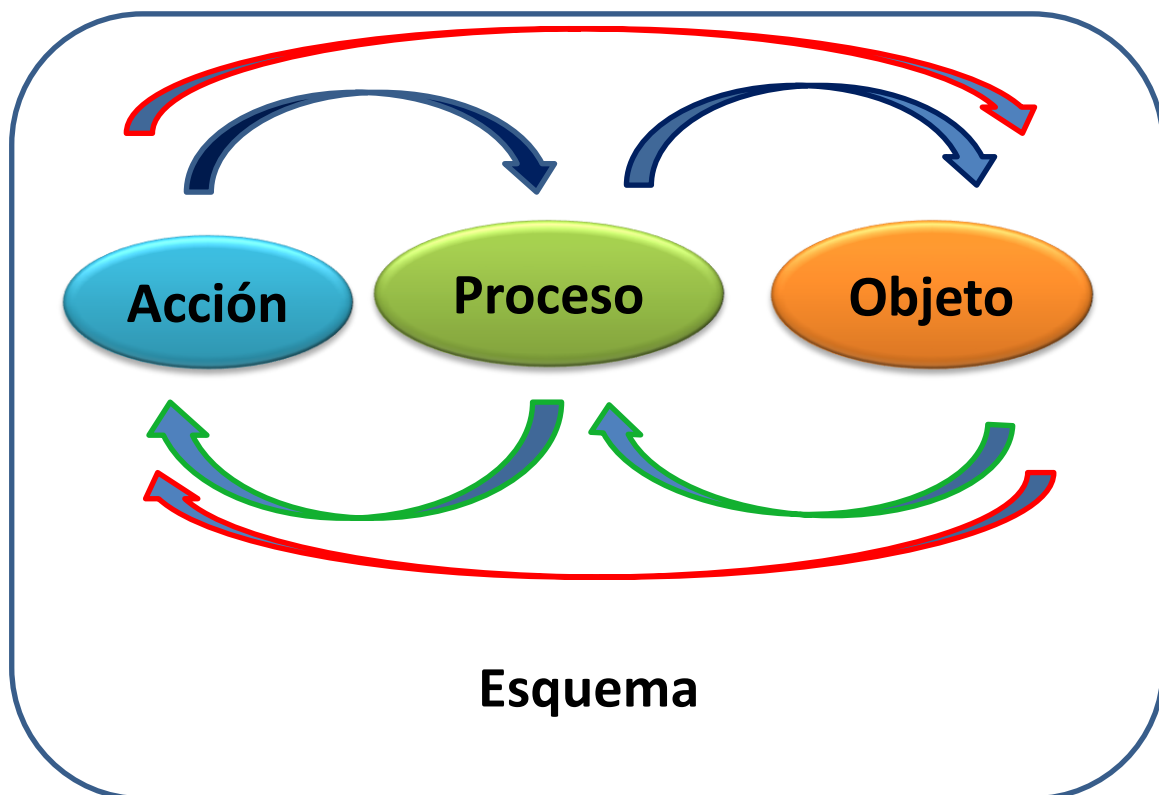
La abstracción reflexiva difiere de la empírica en que esta última trata con objetos, mientras que la primera lo hace con ideas. Por otra parte, la pseudo empírica trata con las correlaciones entre las acciones, llamadas “Coordinaciones generales” Piaget (1976; p. 300) y su herramienta de trabajo o análisis para describir cómo el individuo construye su conocimiento, se apoya en la descomposición genética.

Finalmente, para Dubinsky, Acción, Proceso, Objeto y Esquema, los interpreta como:

- ACCIÓN.- Es todo tipo de transformación de cualquier objeto (físico o mental) que permite obtener un nuevo objeto. “Transformaciones de objetos que son percibidos por el individuo como algo que, en cierta medida, es externo” (Asiala et al. 1996, p.9).
- PROCESOS.- “Construcciones internas que realizan la misma acción, pero que ahora no necesariamente están dirigidas por estímulos externos”. Los procesos en unión con las acciones ejercidas permiten la creación del objeto, este puede ser material o mental.
- OBJETO.- “Cuando un individuo piensa en operaciones aplicadas a un proceso particular, llega a ser consciente del proceso en su totalidad, se da cuenta de que las transformaciones (acciones o procesos) pueden actuar sobre el mismo (proceso), y es capaz de construir realmente tales transformaciones, entonces está pensando este proceso como un objeto, en otras palabras, lo “ve” como un todo o una unidad. En este caso, se dice que los procesos se han encapsulado a un objeto” Ibíd. (p. 11).
- ESQUEMA.- “La tendencia de un sujeto para recurrir a un esquema para entender, manejar, organizar o dar sentido a una situación problemática que se percibe, es su conocimiento de un concepto individual en matemáticas.” (Dubinsky 1991; p. 102).

A esto último Piaget (1969/2007; p.20) dice, “Un esquema es la estructura o la organización de las acciones, tales como se transfieren o se generalizan con motivo de la repetición de una acción determinada en circunstancias iguales o análogas”, mientras que para Dubinsky, (1991; p. 102) “... es una más o menos coherente colección de objetos y procesos”.

Para APOE, el desarrollo del aprendizaje se inicia con la manipulación de objetos mentales, previamente contruidos o adquiridos por el sujeto, para formar acciones, las acciones, los procesos y los objetos pueden ser organizados en esquemas (Asiala et al., 1996, p. 8). A continuación se presenta un diagrama de esta teoría.



Fuente: Creación propia 2011.
Figura 2.1. Diagrama APOE.

Se considera de gran relevancia el hacer énfasis en que esta teoría es tan solo una propuesta de cómo pudiera ser el aprendizaje de las matemáticas mediante la construcción de conceptos.

2.1.3. CONCEPTOS BÁSICOS DE LA TEORÍA DE LEV SEMIÓNOVICH VYGOTSKY (VIGOTSKY, L., S 1996)

Vygotsky consideraba que el medio social es esencial para el aprendizaje, que produce la integración de los factores social y personal. El fenómeno de la actividad social explica los cambios en la conciencia y fundamenta una teoría psicológica que unifica el comportamiento y la mente. El entorno social influye en la cognición por medio de: **sus instrumentos, su lenguaje e instituciones sociales.** El cambio cognoscitivo es el resultado de utilizar los instrumentos culturales en las interrelaciones sociales y de internalizarlas y transformarlas mentalmente. La postura de Vygotsky es un ejemplo del constructivismo dialéctico, porque recalca la interacción de los individuos y su entorno.

En Vygotsky, cinco conceptos son fundamentales: las funciones mentales, las habilidades psicológicas, la zona de desarrollo próximo, las herramientas psicológicas y la mediación.

Funciones mentales.

Existen dos tipos, las inferiores y las superiores.

- a) Las funciones mentales inferiores son aquellas con que se nace y el comportamiento derivado es limitado, porque se actúa por reacción al medio ambiente.
- b) Las funciones mentales superiores se adquieren a través de la interacción social y cultural y son determinadas por cada sociedad. El comportamiento derivado está abierta a mayores posibilidades de superación.

De acuerdo con lo anterior, el ser humano es un ser social y cultural, lo que lo diferencia de otro tipo de seres vivientes, incluyendo los primates.

Habilidades mentales o funciones mentales superiores.

Tienen lugar en un ámbito social, primeramente, y después en el individual; es decir, primero es interpsicológica y después intrapsicológica, el paso de una a otra se le llama interiorización y es cuando el individuo hace suyo el conocimiento.

Zona de desarrollo próximo.

Es la posibilidad de los individuos de aprender en el ambiente social, en la interacción con los demás. También se conoce como la distancia entre el nivel de desarrollo efectivo del alumno (aquellos que es capaz de hacer por sí solo) y el nivel de desarrollo potencial (aquellos que sería capaz de hacer con la ayuda de un adulto o un compañero más capaz). Esta es la aportación más importante de Vygotsky al proceso enseñanza-aprendizaje.

Ley de doble formación.

En el desarrollo cultural del niño, toda función aparece dos veces, primero a nivel social (interpsicológica) y luego a nivel individual (intrapsicológica). Esto puede aplicarse igualmente a la atención voluntaria, a la memoria lógica y a la formación de conceptos. Todas las funciones psicológicas se originan como relaciones entre seres humanos.

Herramientas psicológicas.

Son el puente entre las funciones mentales inferiores y las funciones mentales superiores. También son el puente entre las habilidades interpsicológicas (sociales) y las intrapsicológicas (personales). Dentro de estas herramientas está: el lenguaje, el pensamiento y la mediación.

Lenguaje.

El lenguaje humano se basa en la capacidad de los seres humanos para comunicarse por medio de signos.

Pensamiento.

Acción de imaginar asociado a conceptos, consecuencia de la abstracción y la generalización.

Vygotsky sostiene que en los niños el pensamiento surge al comienzo, independientemente del lenguaje. Hacia los 2 años de edad las dos curvas del pensamiento y del lenguaje, que han estado separadas, se juntan para volverse a separar, esta vez con una forma de comportamiento: el pensamiento se hace más verbal y el habla más racional.

Vygotsky distingue 2 planos dentro del habla: el interno (semántica) y el externo (fonología), también, marca una fase prelingüística en el desarrollo del pensamiento y una fase preintelectual en el desarrollo del habla, destacando que los procesos mentales son:

- Pensamiento no verbal,
- Habla interna y habla social (se requiere el pensamiento),
- Habla no intelectual (no se requiere el pensamiento).

Vygotsky explica que el pensamiento y el lenguaje se desarrollan en una interrelación dialéctica, aunque considera que las estructuras del habla se convierten en estructuras básicas del pensamiento, así como que la conciencia del individuo es primordialmente lingüística, debido al significado que tiene el lenguaje o la actividad lingüística en la realización de las funciones psíquicas superiores del hombre.

La mediación.

Son los medios para adquirir el conocimiento, a través de las herramientas psicológicas (mediadores simples, como los recursos materiales y de "signos" mediadores más sofisticados, siendo el lenguaje el signo principal), de que

dispone y el conocimiento se adquiere, se construye a través de la interacción con los demás mediada por la cultura, desarrollada histórica y socialmente.

2.1.4. CONCEPTOS BÁSICOS DE LA TEORÍA DE DAVID AUSUBEL. (AUSUBEL, DAVID 1976)

Ausubel diferencia dos tipos de aprendizajes que pueden ocurrir en el salón de clases:

1. La que se refiere al modo en que se adquiere el conocimiento.
2. La relativa a la forma en que el conocimiento es subsecuentemente incorporado en la estructura de conocimientos o estructura cognitiva del alumno.

Plantea que el aprendizaje del alumno depende de la estructura cognitiva previa que se relaciona con la nueva información, debe entenderse por "estructura cognitiva", al conjunto de conceptos, ideas que un individuo posee en un determinado campo del conocimiento, así como su organización.

Aprendizaje significativo.

Cuando los nuevos conocimientos se incorporan en forma sustantiva en la estructura cognitiva del alumno. Esto se logra cuando el estudiante relaciona los nuevos conocimientos con los anteriormente adquiridos y los hace suyos.

Ventajas del Aprendizaje Significativo.

- Produce una retención más duradera de la información.
- Facilita el adquirir nuevos conocimientos relacionados con los anteriormente adquiridos de forma significativa, ya que al estar claros en la estructura cognitiva se facilita la retención del nuevo contenido.

- La nueva información al ser relacionada con la anterior, es guardada en la memoria a largo plazo.
- Es activo, pues depende de la asimilación de las actividades de aprendizaje por parte del alumno.
- Es personal, ya que la significación de aprendizaje depende los recursos cognitivos del estudiante.

Tipos de Aprendizaje Significativo.

- Aprendizaje de representaciones: es cuando el niño adquiere el vocabulario. Primero aprende palabras que representan objetos reales que tienen significado para él. Sin embargo no los identifica como categorías.
- Aprendizaje de conceptos: el niño, a partir de experiencias concretas, comprende que la palabra "mamá" puede usarse también por otras personas refiriéndose a sus madres. También se presenta cuando los niños en edad preescolar se someten a contextos de aprendizaje por recepción o por descubrimiento y comprenden conceptos abstractos como "gobierno", "país", "mamífero"
- Aprendizaje de proposiciones: cuando conoce el significado de los conceptos, puede formar frases que contengan dos o más conceptos en donde afirme o niegue algo. Así, un concepto nuevo es asimilado al integrarlo en su estructura cognitiva con los conocimientos previos. Esta asimilación se da en los siguientes pasos:
 - a) Por diferenciación progresiva: cuando el concepto nuevo se subordina a conceptos más inclusores que el alumno ya conocía.
 - b) Por reconciliación integradora: cuando el concepto nuevo es de mayor grado de inclusión que los conceptos que el alumno ya conocía.
 - c) Por combinación: cuando el concepto nuevo tiene la misma jerarquía que los conocidos.

Ausubel concibe los conocimientos previos del alumno en términos de esquemas de conocimiento, los cuales consisten en la representación que posee una persona en un momento determinado de su historia sobre una parcela de la realidad. Estos esquemas incluyen varios tipos de conocimiento sobre la realidad, como son: los hechos, sucesos, experiencias, anécdotas personales, actitudes, normas, etc.

2.1.5. LENGUAJE EGOCENTRISTA.

De acuerdo a Jean Piaget **(Craig 2001)**.

La incapacidad para tomar el lugar de otro para imaginar el punto de vista de otra persona, característico de la etapa preoperatoria (entre los dos y los siete años).

De acuerdo a Lev Semiónovich Vygotsky **(Craig 2001)**.

Un paso para que se produzca el lenguaje interiorizado, que resultará esencial en etapas posteriores. La función del lenguaje egocéntrico se encuentra relacionada con la importancia de los procesos de aprendizaje en la medida en que es un instrumento que cumple una clara función en la mejora del desarrollo cognitivo del alumno desde los primeros años. El lenguaje egocéntrico se transforma en lenguaje interiorizado.

El lenguaje egocéntrico nunca desaparece, con lo que es más aplicable la idea de Vygotsky que la de Piaget. Es por eso que existen discusiones, controversias entre los individuos, porque tienen diferentes puntos de vista, aunque se trate de la misma teoría, actividad o conocimiento. Esto ocasiona, que en el proceso enseñanza aprendizaje se complique; porque aunque el docente se quiera poner en el lugar del alumno, siempre es imposible lograrlo. Como ejemplo, el docente creé que ya explicó en forma clara un concepto, cuando solicita la opinión del alumno, se da cuenta que no fue comprendido.

De lo anterior, se desprende la importancia del lenguaje en el proceso enseñanza-aprendizaje, pues en ocasiones, por una o más palabras empleadas por el docente y que no entienda el alumno, ocasiona que el aprendizaje no se verifique. Por ejemplo, cuando se le solicita al alumno que obtenga los múltiplos y

submúltiplos de la unidad de longitud del metro, sino sabe que significa múltiplo y submúltiplo, no podrá contestar adecuadamente, aunque conozca que existe el centímetro, el milímetro, el kilómetro, etc.

2.1.6. DIFERENCIAS PSICOLÓGICAS INDIVIDUALES (PERIPLOS EN RED 2008)

Para los docentes siempre ha sido importante nutrir el proceso didáctico que generan con las herramientas que la investigación les a proveído desde diferentes disciplinas relacionadas con la educación, especialmente cuando su contacto con la pedagogía y la psicología les hace saber, con prestancia, qué herramientas deben utilizar con sus estudiantes y en qué momento resulta más conveniente hacerlo; con relación a los estilos de aprendizaje, una sugerencia específica para los docentes sería practicar en clase la variación de estímulos, es decir, enseñar haciendo uso de varios estímulos a lo largo del curso: visuales, auditivos, táctiles, etc., pues lo más usual es que los docentes hablen todo el tiempo durante la clase, lo que para sus estudiantes verbales no está mal, lo cual quizá no resulte tan conveniente para el resto de sus compañeros, quienes también se beneficiarían si el docente (además de hablar) utilizara otros recursos: videos, fotografías, realización de proyectos, etc.

Con el inventario de Richard Felder y Bárbara Soloman, se revisa a continuación la descripción de las cuatro categorías que proponen, estos autores, para identificar y caracterizar los estilos de aprendizaje, tomando en cuenta que cada uno de ellos está compuesto por dos tipos opuestos, ubicándose la mayoría de las personas en algún punto a lo largo del continuum entre ambos, pudiéndose dar el caso de que algunas personas quedaran fuera de la influencia de uno u otro tipo, manifestando un equilibrio entre éstos.

TIPOS DE PERSONAS

TIPOS	DESCRIPCIÓN
Activo	Retiene y comprende mejor la información después de realizar algo en el mundo exterior con ella, prefiriendo aplicar la información al mundo real o experimentarla en acciones propias.
Reflexivo	Retiene y comprende mejor la información después de que se toma un tiempo para pensar en ella.
Sensorial (Kinestésico)	Prefiere los hechos, datos específicos y concretos, así como la experimentación detallada. Gusta de resolver problemas con métodos estándar, respondiendo mal ante las sorpresas o complicaciones únicas que cambian el procedimiento normal.
Intuitivo	Prefiere la innovación y las teorías. Es hábil para captar conceptos nuevos e ideas amplias. Le desagradan la repetición y el aprendizaje basado en hechos. Gusta de los símbolos y las abstracciones, relacionándolos frecuentemente con conocimientos y experiencias previas.
Visual	Recuerda mejor lo que ve. Tiende a olvidar las palabras e ideas que sólo se hablan. Aprende más fácilmente las claves visuales que no incluyen palabras.
Verbal	Recuerda gran parte de lo que escucha y repite. Prefiere la explicación verbal a la demostración visual y aprende con efectividad al explicar los conceptos a otras personas. Aprende con eficacia mediante la lectura.
Secuencial	Aprende más fácilmente cuando los contenidos se presentan de acuerdo a una progresión lógica y ordenada, y cuando estos van del tema más fácil al más complejo o difícil.
Global	Aprende de forma general, es decir, es probable que se sienta perdido mientras estudia el material que otros estudiantes parecen aprender fácilmente, pero una vez que comprende puede ver claramente el panorama general.

Fuente PERIPLOS EN RED, 2008

Tabla No. 25

2.1.7. La matemática en el contexto de las ciencias (Camarena 2009)

La Matemática en Contexto de las Ciencias es una teoría que nace desde 1982, la cual reflexiona acerca de la vinculación que debe existir entre la matemática y las ciencias que la requieren (Camarena, 1984, 1987, 1995, 2001a, 2005a, 2007), y se fundamenta en los siguientes paradigmas:

- La matemática es una herramienta de apoyo y disciplina formativa.
- La matemática tiene una función específica en el nivel universitario.
- Los conocimientos nacen integrados.

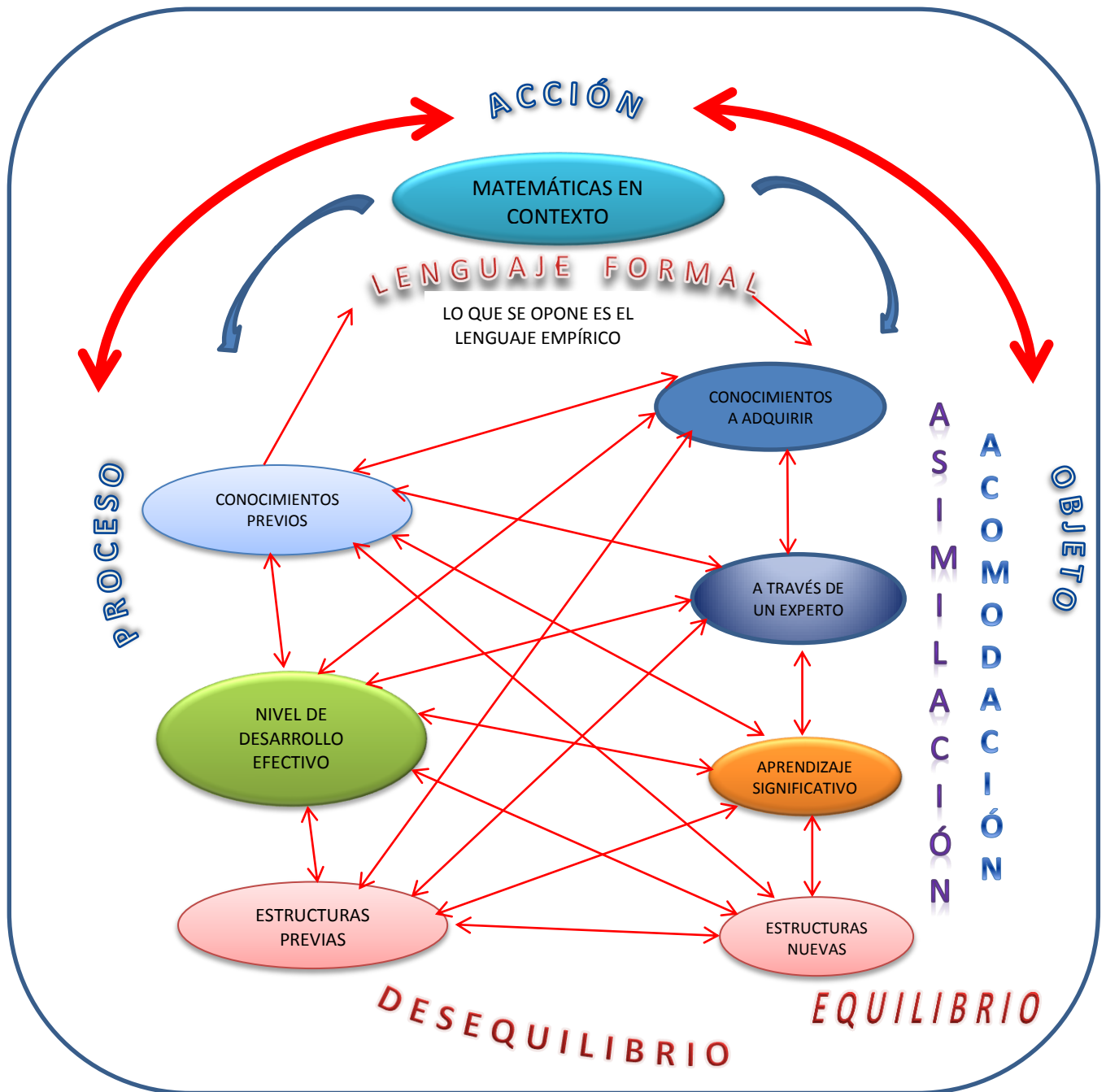
El supuesto filosófico educativo de esta teoría es que el estudiante esté capacitado para hacer la transferencia del conocimiento de la matemática a las áreas que la requieren y con ello las competencias profesionales y laborales se vean favorecidas.

La Dra. Patricia Camarena Gallardo es egresada de la licenciatura en Física y Matemáticas de la Escuela Superior de Física y Matemáticas del Instituto Politécnico Nacional (IPN) en México, donde fue la primera mujer que recibió dicho título. Destaca la importancia de que las Matemáticas deben tener una aplicación práctica en la vida del alumno y del egresado de cualquier nivel y no solo quedarse como un mero conocimiento más.

Esta última afirmación se justifica, cuando se observa que el aprendizaje es significativo cuando se tiene una aplicación práctica en el alumno.

2.1.8. Relación de las teorías de aprendizaje expuestas.

Con la finalidad de relacionar las teorías de aprendizaje expuestas, se presenta el siguiente diagrama.



NOTA: CADA ALUMNO ESTRUCTURA EN FORMA DIFERENTE POR LAS DIFERENCIAS PSICOLÓGICAS INDIVIDUALES

ESQUEMA

Fuente: Creación propia 2011.
FIGURA No. 2.1.8.1 *Relación de las teorías expuestas.*

Como se observa en el diagrama, existe una relación entre las teorías de aprendizaje expuestas, por ejemplo las estructuras previas son prácticamente el nivel de desarrollo efectivo, al igual que los conocimientos previos. Así como para llegar a la zona de desarrollo próxima se requiere un experto, o para logra el aprendizaje significativo se requiere las bases anteriores, o que cuando se presente un desequilibrio entre los conocimientos previos y los nuevos, se requiere la asimilación y la acomodación para formar una nueva estructura.

En todo lo anterior, se requiere una acción, produciéndose un proceso, que lo que se pretende es llegar a que el alumno construya un objeto cognoscitivo y formar un esquema, donde se aplica la teoría APOE.

Ahora bien, ¿será indispensable que todo docente este preparado en estas teorías de aprendizaje para realizar la propuesta metodológica que se presenta en el siguiente capítulo?

Lo anterior sería deseable; pero resultaría difícil llevarla a cabo, por lo que es necesario, pero no indispensable, por las siguientes razones:

- La gama tan amplia de docentes con diferentes preparaciones e intereses.
- Se generaría una rigidez en el proceso enseñanza-aprendizaje.
- Se bloquearía la creatividad del docente.
- Existen otras teorías de aprendizaje importantes para cada docente.
- Se llevaría mucho tiempo para la preparación y es necesario atacar el problema en forma inmediata.

Así como el método científico, donde se indica los pasos a seguir; pero se deja en libertad al investigador para realizar cada etapa en la forma que el desee y también ir de un paso a otro en la forma que quiera; sólo importando el resultado que es el objetivo del mencionado método, haciéndolo de esta forma más flexible y no tan rígido. Al igual se pretende indicar los pasos a seguir en esta propuesta,

dejando en libertad a los facilitadores como llevar a cabo cada etapa y solo importando el resultado final, que es que el alumno construya los conceptos algebraico.

CAPÍTULO 3.

Este es el capítulo medular de esta investigación; ya que es la propuesta metodológica de como pueden aprender los conceptos algebraicos los egresados de secundaria.

Se inicia con la definición de Álgebra, para después indicar los pasos de la propuesta metodológica, que se presenta con un ejemplo práctico, indicando los elementos teóricos vistos en el capítulo 2, en cada paso.

Se desarrolla paso a paso para comprender la propuesta metodológica, que no es una panacea; pero si una alternativa viable que puede llevarse a cabo en cualquier lugar, no importando los recursos físicos; pues se deja al facilitador la iniciativa de la creatividad para el emplear los recursos didácticos con que se cuenta.

Finalmente, se presenta las conclusiones y las expectativas que se persigue con esta propuesta.

PROPUESTA METODOLÓGICA.

En el proceso de la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas se ha experimentado una infinidad de diferentes formas de realizarlo, pero a la fecha no se ha obtenido resultados favorables; pues se observa una debilidad de conocimientos de los conceptos de esta materia en los egresados de secundaria, siendo la base fundamental el Álgebra.

Lo que se pretende, en esta investigación, es una propuesta de cómo se puede aprender los conceptos algebraicos, sin que sea una panacea; sino sólo otra alternativa más y basada en las teorías de aprendizaje del Capítulos 2.

Definición de Álgebra:

Álgebra es la rama de las Matemáticas que estudia las cantidades consideradas del modo más general posible (Baldor 1995). Tiene su sintaxis y semántica, por lo que es indispensable comprender sus bases fundamentales, donde se originan.

De acuerdo a la Matemática en el contexto de la ciencia (Camarena 2009), la enseñanza debe estar orientada a una aplicación práctica, de lo contrario sería muy difícil que el alumno la asimilara, de donde se desprende que se debe iniciar con un problema a resolver, partiendo de los conocimientos previos e ir integrando los nuevos, de tal manera, que el conocimiento se convierta en significativo (Ausubel 1976), que sea dirigido por un experto de acuerdo a la zona de desarrollo próxima (Vygotsky 1996) y de acuerdo al desequilibrio, para la asimilación y acomodación (Craig 2001).

La propuesta metodológica que se propone, para el aprendizaje de los conceptos algebraicos contiene los siguientes pasos:

1. Presentar un problema real.
2. Los conocimientos previos necesarios.
3. Que los alumnos propongan soluciones.
4. Exponer la teoría que se va aplicar por medio de un experto.
5. Resolver el problema.
6. Evaluar el aprendizaje.
7. Conclusiones por parte de los alumnos.
8. Enriquecimiento con la conclusión del experto.

Para ejemplificar esta propuesta metodológica, se realizará un ejercicio completo con estos pasos y con las aplicaciones de las teorías de aprendizaje expuestas en el capítulo 2.

3.1. Presentación de un problema real. (Contexto de los conceptos algebraicos de acuerdo a Camarena 2009, se está aplicando al considerar un problema real)

Problema.- Se tienen la necesidad de representar en forma general el rectángulo áureo, conocido también como el rectángulo de oro, para que pueda ser empleado por estudiantes de pintura, con la finalidad que lo apliquen en sus trabajos y que, de acuerdo a las dimensiones que deseen, debe mantenerse la proporción entre el largo y el ancho. El rectángulo de oro se representa con el siguiente diagrama:

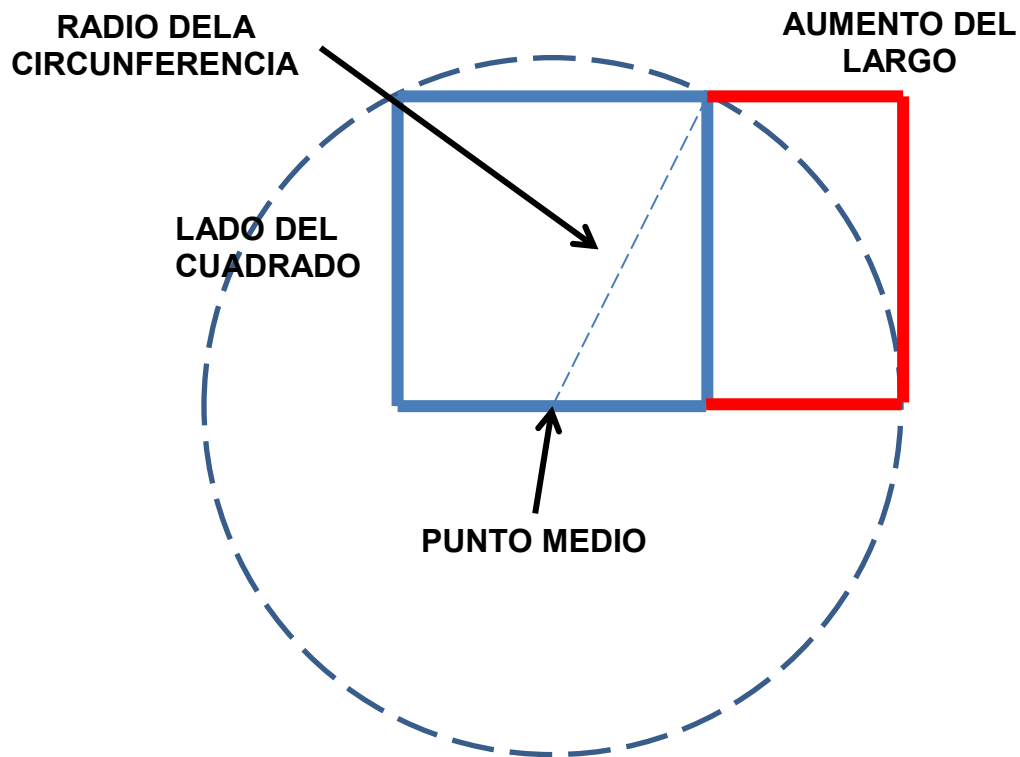


Fig. No. 3.1 *Diagrama del problema*
Creación propia 2011

En la figura No. 3.1, representa, en lenguaje normal, un diagrama del rectángulo de oro.

3.2. Conocimientos previos (Conceptos básicos de la teoría de Jean Piaget.

Se está considerando la solución del problema como una estructura, que consiste en conocimientos previos enlazados con los que se quieren dar a conocer. Existe un desequilibrio de los conocimientos anteriores con los nuevos. Al existir un desequilibrio, el alumno trata de asimilar o acomodar, o ambas, con los conocimientos nuevos. Supuestamente, por la edad de los alumnos, se trata del estadio de las operaciones formales).

- Representación algebraica. Para esta representación es necesario emplear literales con referencia a la figura (**aplicación de un lenguaje formal**).
 - a) Los vértices del cuadrado con letras mayúsculas: A, B, C y D.
 - b) Los lados son representados por: AB, BC, CD y DA.
 - c) El punto medio se representa: M.
 - d) Los vértices del aumento: E y F.
 - e) El radio de la circunferencia: MC

La figura quedaría:

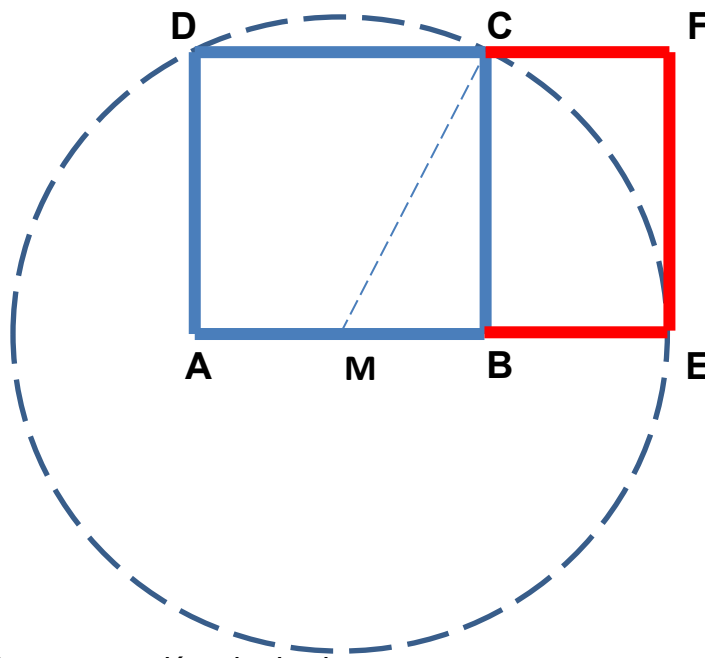


Fig. No. 3.2 Representación algebraica
Creación propia 2011

Representación algebraica

De esta manera, se podrá trabajar mejor el problema a resolver.

- **Teorema de Pitágoras.** Como se observa en la Fig. No. 3.2, se tiene un triángulo rectángulo MBC, que será necesario conocer, comprender y aplicar el teorema de Pitágoras. Punto medio. Este concepto también es necesario para obtener el punto M.
- **Trazo de circunferencia.** Este conocimiento es necesario para trazar la circunferencia con centro en el punto M.
- **Resumen de los conocimientos previos.**

(Zona de desarrollo efectiva y/o conocimientos previos para el aprendizaje significativo),

3.3. Que los alumnos propongan soluciones. (Acción realizado por los alumnos).

En este punto, hacer grupos de 4 integrantes, dar un tiempo de 10 minutos, para después cada grupo exponga las conclusiones a que llegaron.

3.4. Exponer la teoría que se va aplicar por medio de un experto. (Conceptos básicos de la teoría de Lev Semiónovich Vygotsky. El tipo de conocimiento es de las funciones mentales superiores; pues se tiene un alto grado de abstracción. La Zona de Desarrollo Próxima (ZDP) es marcada con los antecedentes y el nuevo conocimiento, donde el alumno será guiado por un experto, que en este caso será el docente o facilitador. La ley de la doble formación se cumple, la etapa interpsicológica es cuando el docente o facilitador guía al alumno; mientras que la etapa intrapsicológica es cuando el alumno hace suyo el conocimiento. Las herramientas psicológicas son las que emplea el docente o guía para mostrar al alumno los conocimientos, tanto los de requisito como los nuevos; es decir, los materiales didácticos. El lenguaje a emplear debe ser el adecuado para que

el alumno comprenda el nuevo conocimiento y se enlace con el que posee. Pensamiento no verbal, Habla interna y habla social se maneja conjuntamente al exponer el conocimiento y en la evaluación. La mediación se lleva a cabo con el empleo de las herramientas psicológicas por parte del docente o facilitador, en el momento de presentar el conocimiento).

Este es un punto primordial de la metodología, en donde el experto entrena a los alumnos, iniciando con la nueva teoría y terminando con la solución del problema por parte de ambos, alumnos y experto.

3.5. Resolver el problema. (Proceso realizado por el experto o facilitador junto con el alumno)

La resolución debe realizarse conjuntamente, alumnos y experto.

Solución propuesta:

Primeramente se obtendrá el punto M:

$$M = AB/2$$

Aplicando el teorema de Pitágoras, el valor de la longitud MC:

$$MC = \sqrt{(AB/2)^2 + (BC)^2}$$

MC representa la longitud del radio de la circunferencia.

Pero: BC = AB

y queda:

$$MC = \sqrt{(AB/2)^2 + (AB)^2}$$

Y su resultado parcial es:

$$MC = \sqrt{AB^2 (1/4 + 1)}$$

y el resultado final:

$$MC = (\sqrt{5} / 2) AB$$

Finalmente se observa que el ancho se mantiene y que el largo estará en función de este, donde:

$$AE = AB/2 + (\sqrt{5} / 2) AB$$

$$AE = AB (1 + \sqrt{5}) / 2$$

Al número $(1 + \sqrt{5}) / 2$, se le llama número de oro y se representa con la letra griega fi mayúscula (Φ) y su valor aproximado es:

$$\Phi = 1.61803398874989.....$$

Si se desea representar este número con 3 decimales:

$$\Phi = 1.618$$

El resultado anterior se puede expresar en una función, haciendo las siguientes adecuaciones:

AD = Ancho del rectángulo = x = variable independiente.

AE = largo del rectángulo = y = variable dependiente.

Entonces la función quedaría:

$$y = f(x) = 1.618x$$

La función anterior representa cualquier rectángulo de oro, en función de su ancho. Por ejemplo:

Obtener un rectángulo de oro, que tenga 1.5 m de ancho.

Solución: aplicando la función:

$$y = f(x) = 1.618x$$

En donde $x = 1.5 \text{ m}$

$$y = f(x) = 1.618 (1.5 \text{ m}) = 2.427 \text{ m}$$

Lo anterior, daría un rectángulo de (1.5 x 2.427) m de dimensión.

La representación gráfica de esta función, representaría toda la gama de rectángulos de oro, con lo que se tendría la información más completa y la toma de decisiones sería mejor fundamentada.

Para la gráfica de esta función puede realizarse con la tabulación, lo que se necesitaría una infinidad de valores para la variable x ; pero afortunadamente se tienen un gran número de software que realiza esta graficación y permite analizar el comportamiento de los datos en forma integral.

A continuación se presentará esta gráfica, donde se empleó el software MAPLE, versión 15.

Función : $y = f(x) = 1.618x$

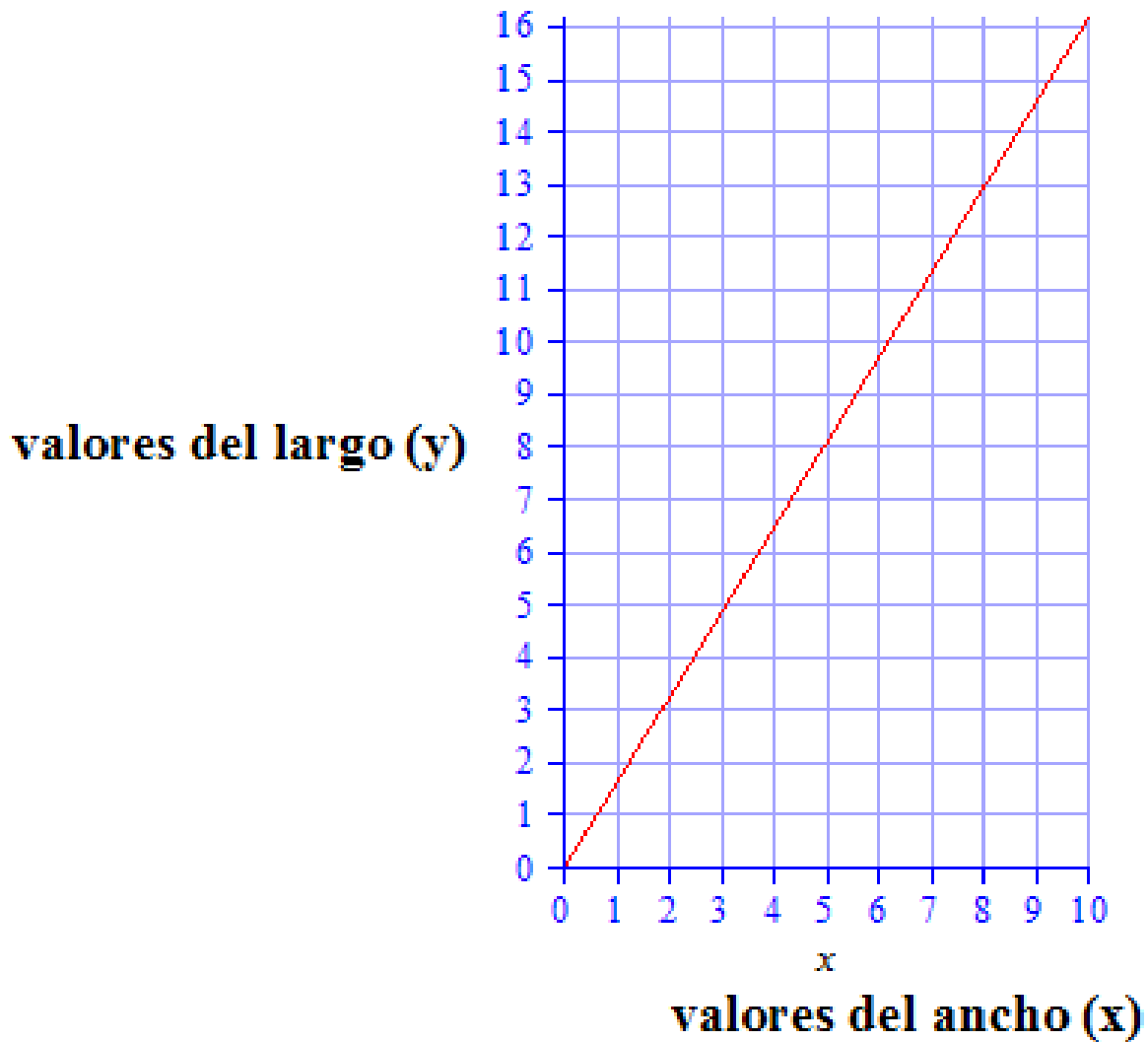


Fig. 3.3 Gráfica del rectángulo de oro.
Creación propia 2011

Con esta gráfica se tienen representados todos los rectángulos de oro, desde un ancho de 0 hasta 10 unidades. Por ejemplo: si se desea un rectángulo de oro de 2 unidades de ancho, su largo será de 3.3 unidades.

Función : $y = f(x) = 1.618x$

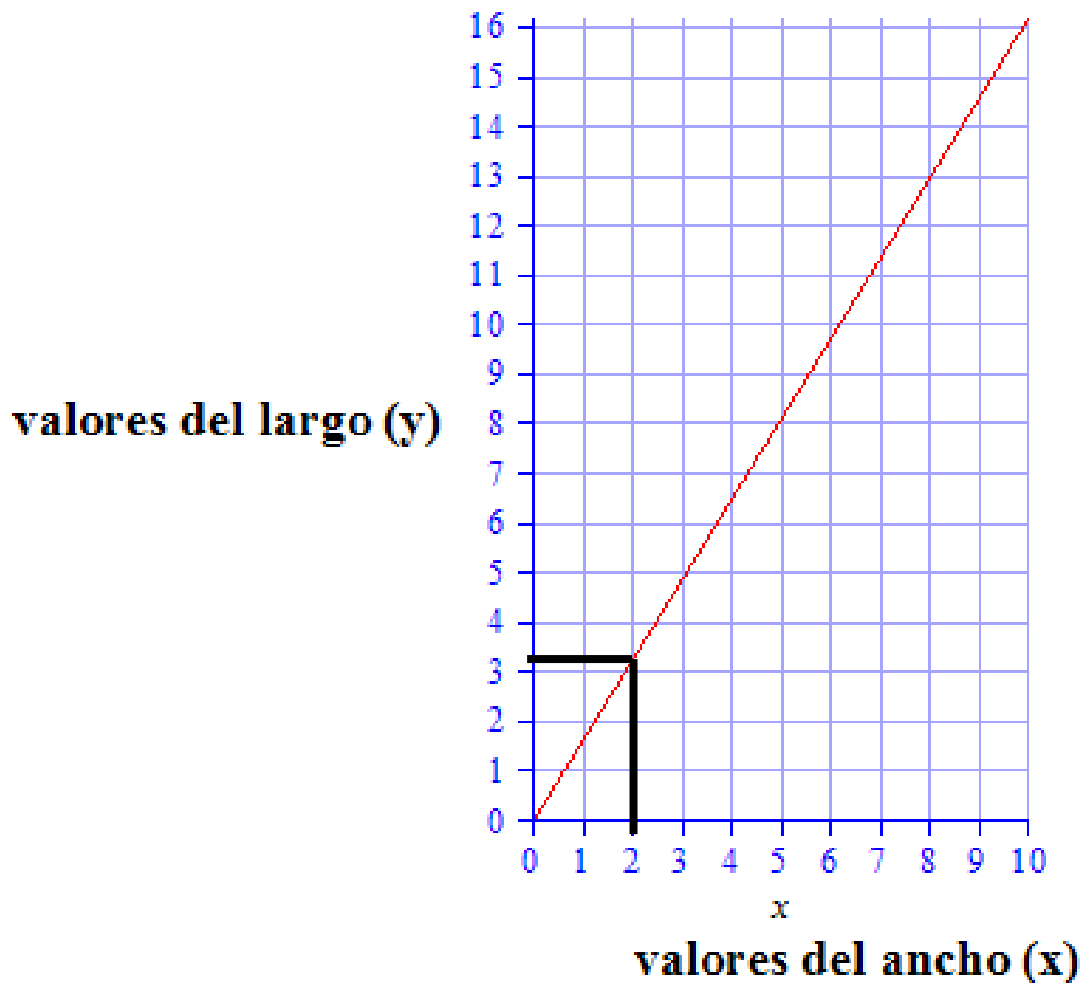


Fig. 3.4 Gráfica del ejemplo
Creación propia 2011

Se observa que, si el conocimiento de los conceptos algebraicos se presenta como solución de un problema y con la secuencia requerida, estos conceptos se fijaran mejor en los alumnos (**Conceptos básicos de la teoría de David Ausubel. El Aprendizaje Significativo se da cuando el conocimiento nuevo se basa en conocimiento existente**).

3.6. Evaluar el aprendizaje (El lenguaje egocentrista nunca se pierde totalmente, por lo que se tendrá que hacer dinámicas grupales que permitan comprobar que todos los alumnos comprendieron y aprendieron. Las diferencias psicológicas individuales de los alumnos es otro reto que hay que tomar en cuenta; pues no todos los alumnos aprenden de la misma forma. Lo que se recomienda es hacer uso de los recursos didácticos para considerar a los diferentes tipos de alumnos: Activo, Reflexivo, Sensorial (Kinestésico), Intuitivo, Visual, Verbal, Secuencial y Global).

Este concepto es el más difícil de manejar y esto se comprueba cuando el docente o facilitador pregunta que si se entendió el tema o si existen dudas, la respuestas automáticas son: que si se entendió el tema o que no existen dudas; pero al aplicar la evaluación, esta arroja que realmente no se ha entendido el tema y que existen un buen número de dudas, por lo que se tendrá que ser muy cuidadoso para logra el objetivo deseado.

Hay que diferenciar entre medir y evaluar (Santibáñez 2008).

Medición es la acción de recabar informaciones y ordenarlas considerando sus características cuantitativas numéricas.

Evaluación es un procedimiento intencionado, funcional, sistemático, continuo e integral, destinado a obtener informaciones sobre los diversos aspectos de los fenómenos educativos con el fin de valorar la calidad y adecuación de estos con respecto a los objetivos planteados, para que, con base en los antecedentes juzgados, puedan tomarse decisiones tendientes a mejorar o aumentar la eficacia de los procedimientos educativos.

Las diferencias psicológicas individuales se pueden tomar en cuenta con el empleo de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC'S), que permiten una gran versatilidad en la presentación del material, donde predomina el aspecto audiovisual. Dentro de las TIC'S, lo más común es el empleo de los:

sistema de cómputo y de los proyectores; así como la utilización de software para construir la presentación.

El software más empleado es el PowerPoint, del paquete de Office; pero no debe limitarse a este, pues existen infinidad de otros software que pueden emplearse. Por ejemplo, la gráfica del rectángulo de oro fue realizada con el software MAPLE, versión 15.

El problema de emplear los medios digitales es que, aparte de conocer y dominar la materia, debe incursionarse en los ambientes del software, lo que ocasiona un doble esfuerzo; pero a la vez una gran oportunidad para actualizarse e incorporarse en los adelantos tecnológicos, teniendo más alternativas para la presentación de los conocimientos para hacerlos más atractivos.

3.7. Conclusiones por parte de los alumnos. Esta parte es medular, pues representa la opinión de la parte más importante del proceso enseñanza-aprendizaje que son los alumnos, por lo que debe establecerse un vínculo de confianza con el facilitador.

En esta parte, se puede decir, que cuando un alumno recurre a un experto con la finalidad de preparar un examen que lo va a presentar con otra persona, el experto desarrolla una preparación que tiene como objetivo lo deseado por el alumno, enseñándole hasta las mañan para realizar dicho examen y si lo aprueba, el objetivo ha sido cumplido.

Por lo anterior, se puede proponer otro paradigma del docente, que en lugar de ser juez y parte, se convierta en un entrenador del alumno y que no sea el que evalúe el aprendizaje, sino que sea otro colegiado el que lo haga o que en algún sistema de cómputo sea empleado.

3.8. Enriquecimiento con la conclusión del experto. Es otra parte medular del proceso enseñanza-aprendizaje, en donde el experto tiene la

oportunidad de evaluar su actuación en relación a los objetivos alcanzados por sus alumnos.

Ahora bien, ¿será necesario que los expertos en Matemáticas dominen todas las teorías de aprendizaje? Se debe considerar que no; pues en la práctica del proceso enseñanza-aprendizaje, desde el preescolar hasta el doctorado, quizás el 10% de los docentes dominen estas teorías y no garantizan un éxito total en el proceso. En la historia se tienen presente, que antes de que aparecieran estas teorías hubo grandes profesores, algunos sin ostentar este título, pues fueron filósofos (Platón, Aristóteles, Sócrates, etc.), lograron introducir y revolucionar los conocimientos de su época y los transmitían empleado su sistema, que posiblemente lo obtuvieron en forma empírica.

Actualmente se tiene una serie de improvisaciones de las teorías del aprendizaje, en el sistema educativo de nuestro país, que se cambian cada sexenio y que solo han burocratizado el proceso enseñanza aprendizaje, enfocándose a una serie de formatos que tienen que ser llenados por los docentes, donde se invierte una gran cantidad de horas, que bien se podrían emplear en más ejercicios realizados por los alumnos. Los docentes que tienen experiencia de algunos sexenios, se han enfrentado a este dilema y en muchas ocasiones ignoran las indicaciones y siguen impartiendo sus clase en forma acostumbrada.

En esta propuesta no se está estableciendo los medios didácticos, porque en muchas ocasiones no se tienen a la mano. Además se deja en libertad a los expertos para que empleen su creatividad, de acuerdo a los medios con que cuenten, por lo que es viable en cualquier escuela. Ahora bien, si cuenta con los adelantos tecnológicos debe esperarse mejores resultados.

La teoría APOE se aplica durante todo el ejercicio, porque se presenta en todo momento la **A**cción de los alumnos, el **P**roceso en todas estas acciones, la construcción del **O**bjeto cognitivo, cuando el alumno hace suyo el conocimiento y el **E**squema cuando estructura los conocimientos. Lo más destacable y deseable

es cuando el alumno encapsula el conocimiento, a través de la abstracción reflexiva y puede aplicarlo sin realizar todos los pasos; sino que de alguna forma abrevia y hace útil su empleo en su vida de estudiante como en su vida profesional o práctica, en donde lo más destacable es la extrapolación del conocimiento a todas las áreas que se le presenten.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

La primera conclusión está basada en los resultados de los tres instrumentos presentados en el capítulo 1.

La segunda conclusión toma lo más importante de las teorías de aprendizaje del capítulo 2.

La tercera conclusión es lo que se espera de la propuesta metodológica.

Finalmente se presentan las recomendaciones que tiende a aportar mejoras en nuestro sistema educativo, con la finalidad de que se cambie lo que a la fecha no ha sido satisfactorio y que a pesar de que se cuenta con un gran bagaje en teorías del proceso enseñanza-aprendizaje, no ha dado frutos como se quisiera, existiendo un verdadero reto por mejorar los resultados nacionales en aprovechamiento, no sólo en Matemáticas, sino en todas las áreas del conocimiento.

1. LOS RESULTADOS DE QUE HAN ARROJADO LA PRUEBA ENLACE, EL EXAMEN CENEVAL Y LA PRUEBA PISA, SE DETERMINA UNA GRAN DEBILIDAD DE LOS CONOCIMIENTOS DE MATEMATICAS, EN ESPECIAL EN ÁLGEBRA, EN LOS EGRESADOS DE SECUNDARIA, SIENDO UN PROBLEMA PARA QUE CONTINUEN SUS ESTUDIOS.
2. SE TIENEN TEORÍAS DE APRENDIZAJE SUFICIENTES PARA TRATAR DE REMEDIAR ESTE PROBLEMA; PERO ACTUALMENTE NO HAN DADO RESULTADOS SATISFACTORIOS, SIENDO NECESARIO OTRO ESTUDIO PARA OBTENER LAS EVALUACIONES QUE PUEDAN SER EMPLEADAS PARA MEJORAR EL PROCESO ENSEÑANZA-APRENDIZAJE. LO QUE SE PUEDE, POR EL MOMENTE, CONTRIBUIR A PROPONER QUE SE TOMEN EN CUENTA LAS DIFERENCIAS

PSICOLÓGICAS INDIVIDUALES, TANTO DE ALUMNOS COMO DE EXPERTOS, PARA NO CONDICIONAR EL PROCESO ENSEÑANZA-APRENDIZAJE Y DEJAR LIBRE LA CREATIVIDAD DE LOS ACTORES QUE PARTICIPAN.

3. LA PROPUESTA METODOLÓGICA, NO PRETENDE SER UNA PANACEA, SINO OTRA ALTERNATIVA MÁS, QUE SE BASA EN:

- a) CONSTRUCTIVISMO.
- b) LENGUAJE EGOCENTRISTA.
- c) DIFERENCIAS PSICOLÓGICAS INDIVIDUALES.
- d) LA MATEMÁTICA EN EL CONTEXTO DE LAS CIENCIAS

ADEMÁS, NO SE ESTA ESPECIFICANDO UN MATERIAL DIDÁCTICO, PARA DEJAR EN LIBERTAD LA CREATIVIDAD DE EXPERTOS Y ALUMNOS Y QUE SE PUEDA EMPLEAR EN CUALQUIER TIPO DE ESCUELA Y EN CUALQUIER LUGAR, ES POR ESO QUE SOLO SE ESTÁN MARCANDO LOS PASOS A SEGUIR.

COMO PRIMERA RECOMENDACIÓN, SE PROPONE QUE CAMBIE EL PARADIGMA DEL DOCENTE, PARA CONVERTIRSE EN FACILITADOR, ENTRENADOR Y COACH QUE NO SEA JUEZ Y PARTE, ADEMÁS DE QUE DEFIENDA A SUS ALUMNOS CUANDO SEA EVALUADO ERRONEAMENTE POR EL COLEGIADO O SISTEMA DE CÓMPUTO QUE LA REALICE.

COMO SEGUNDA RECOMENDACIÓN, SE PROPONE QUE CADA EXPERTO EMPLEE SU INGENIO PARA SELECCIONAR EL MATERIAL DIDÁCTICO Y QUE LO IMPORTANTE SON LOS RESULTADOS, QUE SON ESTABLECIDOS POR LAS ORGANIZACIÓN QUE ESTABLE LA SOCIEDAD PARA REGIR LA EDUCACIÓN, COMO EJEMPLOS EN NUESTRO PAÍS:

- LA SECRETARIA DE EDUCACIÓN PÚBLICA.
- EL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL.
- LA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MÉXICO.

COMO ÚLTIMA RECOMENDACIÓN, SE SUGIERE QUE SE SIGA EVALUANDO EL PROCESO ENSEÑANZA-APRENDIZAJE, COMO SE ESTÁ HACIENDO CON LA PRUEBA ENLACE, QUE NO TIENE VALOR CURRICULAR; PERO QUE REPRESENTA UNA FORMA DE CONTROL DE CALIDAD. ASÍ MISMO, ES NECESARIO QUE SE EVALÚE A LA PLANTA DOCENTE, A LOS CONTENIDOS, A LAS ESTRUCTURAS FÍSICAS, A LOS MATERIALES DIDÁCTICOS Y A LOS DIRECTIVOS, PARA COMPLEMENTAR A TODOS LOS ACTORES DE ESTE IMPORTANTÍSIMO PROCESO. ESTAS EVALUACIONES DEBEN CONTENER TODOS LOS PUNTOS DE VISTA DE LOS ACTORES; PUES ACTUALMENTE SE PROTEGE, DE ALGUNA MANERA A LOS DIRECTIVOS, TANTO DE LA PARTE AUTORIDAD COMO DE LOS SINDICATOS.

BIBLIOGRAFÍA.

Ausubel, David P. y Otros "Psicología Educativa". México DF. Editorial Trillas S.A. 1976

Baldor A (1995), *Álgebra*, México, D. F., Publicaciones Cultural.

Baker, B., Dubinsky, E., Hawks, J. y Nichols, D.(1992). Development of the process conception of function. *Educational Studies in Mathematics*, 23(39), 247 - 285.

Eysenck, H. y Eysenck, M. (1987). *Personalidad y diferencias individuales*. Madrid: Pirámide.

Dubinsky, E. (1991). Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. *Advanced mathematical thinking*. Tall, David. Ed. Science Education Department, University of Warwick.

Dubinsky, E. (1994). A theory and practice of learning college mathematics. In A. Schoenfel (Ed.), *Advanced mathematical thinking and problem solving (pp.221-247)*. Hillsdale, NJ: Earlbaum.

Piaget, Jean. Szeminska, Alina. (1964). Génesis del número en el niño. Biblioteca pedagógica, Editorial Guadalupe. Mansilla, Buenos Aires, Argentina.

Piaget, J. (1972). *The Principles of Genetic Epistemology*. (W. Mays. Trans.). Routledge & Kegan Paul, London. (original published 1970).

Piaget, J. (1978/1998). *La equilibración de las estructuras cognitivas problema central del desarrollo*. Siglo XXI editores. México

Piaget, Jean. Inhelder, B. (1969/2007). *Psicología del Niño*. Ediciones Morata, S.L. Madrid, España.

Vigotsky, L., S, "La imaginación y el arte en la infancia", Ensayo Psicológico, Fontamara S.A., México 1996.

Santibáñez J (2008). Manual para la evaluación del aprendizaje estudiantil. México: Trillas

Weller, Kirk; Clark, M. Julie; Dubinsky, Ed.; Loch, Sergio.; Mc Donald, A. Michel.; and Merkovsky, R. Robert. 2003. Student Performance and Attitudes in Courses Base on APOS Theory and ACE teaching Cycle. Selden Annie; Dubinsky, Ed; Hartel, Guershon; Hitt, Fernando. Research in Collegiate Mathematics Education. V. *Conference Board of the mathematical Sciences Issues in Mathematics Education Vol. 12.*

PÁGINAS WEB CONSULTADAS

http://enlace.sep.gob.mx/ba/docs/boletin_enlaceba2010.pdf

<http://www.ceneval.edu.mx/ceneval-web/content.do?page=2768>

<http://www.inee.edu.mx/index.php>

<http://periplosenred.blogspot.com/2008/11/estilos-de-aprendizaje.html>

ANEXO 1

Consejo Técnico de la Evaluación Nacional de Logros Académicos en Centros Escolares (ENLACE)

Coordinadora:

- **Lic. Ana Ma. Aceves Estrada**, Directora General de Evaluación de Políticas, SEP

Integrantes:

- **Mtro. Andrés Sánchez**, Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación
- **Dr. Arturo Sáenz Ferral**, Consejo Nacional de Fomento Educativo, SEP
- **Dr. Bernardo Naranjo Piñeira**, Proyecto Educativo, S. C.
- **Lic. Carlos Goñi Carmona**, Dirección General de Evaluación de Políticas, SEP
- **Lic. Consuelo Mendoza García**, Unión Nacional de Padres de Familia
- **Mtro. David Calderón**, Mexicanos Primero
- **Dr. David Stofenmacher**, Instituto de Investigación de Tecnología Educativa
- **Profr. Edgar Yesid Sierra**, Dirección General de Educación Indígena, SEP
- **Lic. Eduardo Bohórquez**, Transparencia Mexicana
- **Dr. Fernando Brambila Paz**, Sociedad Mexicana Matemática
- **Mtro. Fernando Mejía Botero**, Centro de Estudios Educativos
- **Lic. Francisco López Díaz**, Suma por la Educación
- **Lic. Francisco Mendoza Trejo**, Instituto de Fomento e Investigación Educativa, A. C.
- **Biol. Francisco Tamés Millán**, Consejo Nacional de Fomento Educativo, SEP
- **Dr. Francisco Valdés Ugalde**, Facultad Latinoamericana de Ciencias Sociales

- **Profra. Graciela Ochoa Buenrostro**, Sindicato Nacional de Trabajadores de la Educación
- **Lic. Hugo Franco Zesati**, Instituto Latinoamericano de la Comunicación Educativa
- **Dr. José Luis Gaviria Soto**, Universidad Complutense de Madrid
- **Lic. José Molina Luna**, Dirección General de Evaluación de Políticas, SEP
- **Mtro. Leopoldo F. Rodríguez Gutiérrez**, Dirección General de Desarrollo Curricular, SEP

- **Lic. Leopoldo García López**, Federación Nacional de Asociaciones de Padres de Familia de Escuela Públicas
- **Dra. Lucrecia Santibáñez**, Fundación IDEA, A.C.
- **Lic. Luis Barba**, Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos
- **Lic. Luis Carbajal**, Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos
- **Mtra. Marcela Santillán Nieto**, Dirección General de Educación Superior para Profesionales de la Educación, SEP
- **Dra. Margarita M. Zorrilla Fierro**, Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación
- **Lic. Miguel Agustín Limón Macías**, Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos
- **Dra. Patricia Ganem Alarcón**, Consejo Nacional de Participación Social en la Educación, SEP
- **Ing. Proceso Silva Flores**, Dirección General de Evaluación de Políticas, SEP
- **Mtro. Roberto Peña Reséndiz**, Dirección General de Evaluación de Políticas, SEP
- **Mtra. Rosalinda Morales Garza**, Dirección General de Educación Indígena, SEP
- **Mtra. Silvia Schmelkes**, Universidad Iberoamericana

Grupo asesor:

En 2009

- **Dr. Martín Carnoy**, Profesor de Stanford University
- **Mtro. Pedro Ravela**, Ministerio de Educación de Uruguay
- **Dr. Henry Levin**, Profesor de Columbia University
- **Dr. Jeffrey Puryear**, Director de PREAL

En 2010

- **Dr. Martín Carnoy**, Profesor de Stanford University
- **Mtro. Pedro Ravela**, Ministerio de Educación de Uruguay

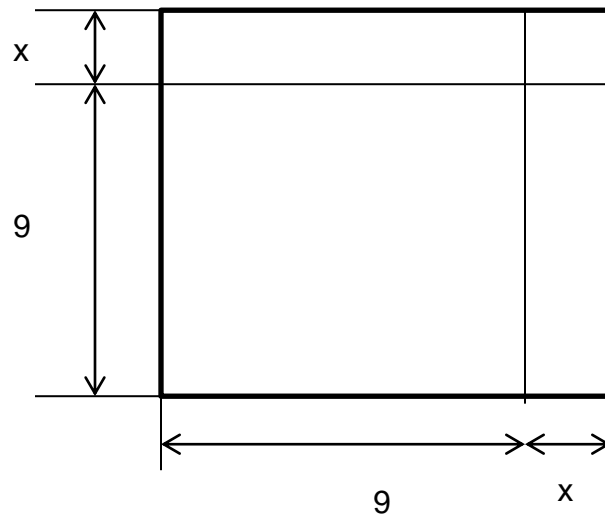
En 2011

- **Dr. José Luis Gaviria Soto**, Universidad Complutense de Madrid

ANEXO 2

Preguntas tipo de la prueba ENLACE (se dejó el mismo número de pregunta que está en la prueba).

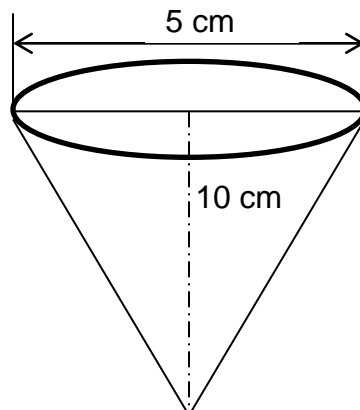
12. Observa la siguiente figura:



Indica cuál de las siguientes opciones representa el área de esa figura:

- A) $(9+x)(9-x)$ B) $x^2-18x+81$
C) $(9+x)^2$ D) x^2+81

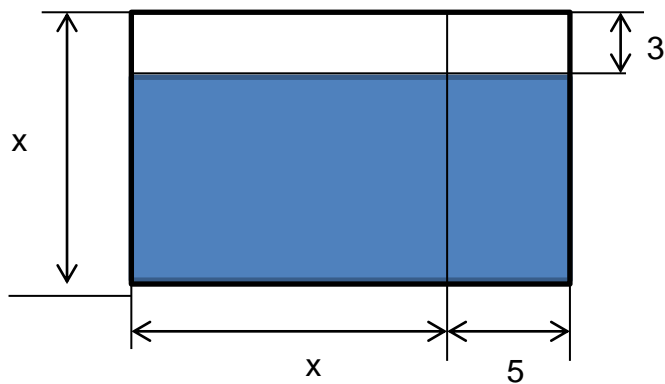
19. Observa la siguiente figura que representa un cono para helado:



¿Cuánto helado puede contener el cono sin que sobrepase el borde si sabemos que $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ ml}$?

- A) 196.34 ml
- B) 78.53 ml
- C) 65.44 ml
- D) 52.35 ml

23. Observa la siguiente figura:



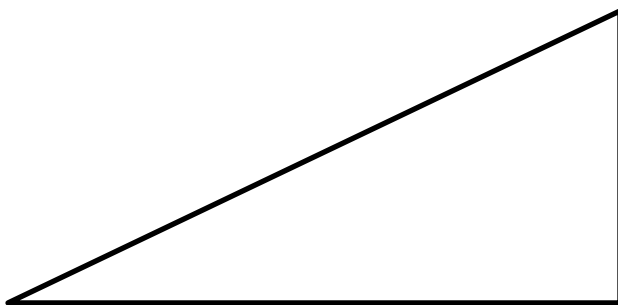
¿Cuál es el área de la región sombreada?

- A) $x^2 + 2x - 15$
- B) $x^2 - 2x + 15$
- C) $x^2 + 7x + 15$
- D) $x^2 + 7x - 15$

24. ¿Cuál es el valor de x en la ecuación $7x^2 - x = 168$?

- A) 6
- B) 7
- C) 12
- D) 24

29. Observa el siguiente dibujo que representa una resbaladilla:



Si Juan sube a la resbaladilla que tiene 3 m de altura y el extremo está a 4 m de distancia de la base a la escalera de la resbaladilla. ¿Cuál es la distancia que recorrió Juan?

- A) 25 m
- B) 14 m
- C) 5 m
- D) 4 m

ANEXO 3

Preguntas tipo del examen CENEVAL (se dejó el mismo número de pregunta que está en la prueba).

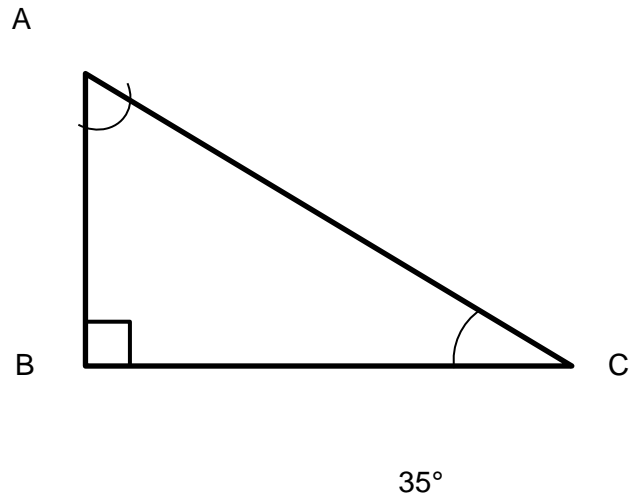
8. Ángel puede pintar una habitación en 6 horas; Gerardo la puede pintar en 3 horas. ¿Cuántas horas tardarían en pintar la habitación si ambos trabajaran juntos?

- A) 1 hora
- B) 2 horas
- C) 3 horas
- D) 6 horas

11. Soluciona la siguiente ecuación: $3x - 1 = x + 3$

- A) $x = \frac{4}{5}$
- B) $x = \frac{4}{7}$
- C) $x = 2$
- D) $x = 5$

12. Si el ángulo **C** mide 35° y el ángulo **B** es recto, entonces el ángulo **A** mide:



- A) 45°
- B) 55°
- C) 65°
- D) 75°

13. El máximo común divisor de 28, 60 y 76 es:

- A) 2
- B) 4
- C) 13
- D) 17

18. ¿Cuál es el resultado del siguiente producto notable?

$$\left(2x - \frac{1}{3}\right)\left(2x + \frac{1}{3}\right)$$

A) $\left(2x^2 - \frac{1}{9}\right)$

B) $\left(4x^2 - \frac{1}{9}\right)$

C) $2x^2 - 9$

D) $4x^2 + 9$