

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN CIENCIA APLICADA Y TECNOLOGÍA AVANZADA

**EL LENGUAJE Y EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS. UN ESTUDIO DESDE
LA TEORÍA DE CHOMSKY.**

**Tesis que para obtener el grado de Doctor en Ciencias en Matemática Educativa
presenta Ernesto Filio López.**

Directora de tesis: Dra. Patricia Camarena Gallardo



México D. F. febrero de 2005



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN CIENCIA APLICADA Y TECNOLOGÍA AVANZADA



**EL LENGUAJE Y EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS. UN ESTUDIO DESDE
LA TEORÍA DE CHOMSKY.**

ERNESTO FILIO LÓPEZ



CGPI-14

INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL
COORDINACION GENERAL DE POSGRADO E INVESTIGACION

ACTA DE REVISION DE TESIS

En la Ciudad de México siendo las 12:00 horas del día 16 del mes de febrero del 2005 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de Tesis designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de CICATA LEGARIA para examinar la tesis de grado titulada:

"El lenguaje y el aprendizaje de las matemáticas. Un estudio desde la teoría de Chomsky"

Presentada por el alumno:

<u>Filio</u>	<u>López</u>	<u>Ernesto</u>							
Apellido paterno	materno	nombre(s)							
Con registro:									
<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20px; text-align: center;">A</td> <td style="width: 20px; text-align: center;">0</td> <td style="width: 20px; text-align: center;">1</td> <td style="width: 20px; text-align: center;">0</td> <td style="width: 20px; text-align: center;">6</td> <td style="width: 20px; text-align: center;">4</td> <td style="width: 20px; text-align: center;">1</td> </tr> </table>			A	0	1	0	6	4	1
A	0	1	0	6	4	1			

aspirante al grado de:

Doctor en Ciencias en Matemática Educativa

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **SU APROBACION DE LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISION REVISORA

Director de tesis

Dra. Patricia Camarena Gallardo

Dr. Ramón Sebastián Salat Figols



CICAIA IPN
Centro de Investigación en Ciencia
Aplicada y Tecnología Avanzada
del Instituto Politécnico Nacional

Dr. Javier Lezama Andalón

Dr. Apolo Castañeda Alonso

Dra. Alicia Avila Storer

EL PRESIDENTE DEL COLEGIO

Dr. José Antonio Iran Díaz Góngora



INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL
COORDINACION GENERAL DE POSGRADO E INVESTIGACION

CARTA DE CESION DE DERECHOS

En la ciudad de México, D.F. el día 7 del mes marzo del año 2005, el (la) que suscribe Ernesto Filio López alumno (a) del Programa de Doctorado En Ciencias en Matemáticas Educativas con número de registro A010641 adscrito al Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, manifiesta que es autor (a) intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección de Dra. Patricia Camarena G. y cede los derechos del trabajo intitulado El Lenguaje y el Aprendizaje de las Matemáticas Un Estudio desde la Teoría de Chomsky al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la dirección efilio@prodigy.net.mx. Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.



Ernesto Filio López

“Mantuve correspondencia con un profesor que trató de explicar mis trabajos mediante fórmulas complejas. No entendí una sola palabra”

Maurits Cornelis Escher.
El zopenco que resultó genio
The world of M. C. Escher. Meulenhoff. International. Amsterdam, Holanda.

CONTENIDO

	Pág.
Glosario	8
Resumen	12
1.0 Introducción	13
1.1 Preliminares	21
2.0 Antecedentes	26
2.1 El texto de Hilgard	26
2.2 El debate en la Abadía de Royaumont	32
3.0 El problema	35
3.1 Las Matemáticas como lenguaje	35
3.2 Función del lenguaje en el aprendizaje de las Matemáticas	35
3.3 Validez de la teoría de Chomsky en el lenguaje de las Matemáticas	36
4.0 Marco Teórico	37
4.1 El lenguaje	37
4.2 Piaget y el lenguaje	48
4.2.1 Construcción activa	48
4.2.2 Forma de representación	49
4.2.3 Representación de una representación	50
4.2.4 Relación lógica-lenguaje	52
4.3 Chomsky y el lenguaje	57
4.3.1 Los Módulos de Chomsky	62
4.3.2 La Gramática Universal	63
4.3.3 El Innatismo	66
4.3.4 Estructuras Superficial y Profunda	68
4.4 El aprendizaje	73
4.4.1 El aprendizaje de las Matemáticas	76
4.4.2 Postura de Piaget	77
4.4.3 Postura de Chomsky	82
4.5 El pensamiento matemático	90
4.5.1 El pensamiento.	90
4.5.2 El pensamiento y el lenguaje	94
4.5.3 El lenguaje y pensamiento matemáticos.	97
4.6 El lenguaje y las Neurociencias	101

4.6.1 Anatomía y funciones del cerebro	103
4.6.2 Ubicación del lenguaje como función cerebral	113
4.6.3 La organización del lenguaje.	122
4.6.4 La memoria	125
4.6.5 Actividad cerebral: neuroimágenes	129
4.7 El debate Chomsky-Piaget	141
4.7.1 El documento de Piaget: La psicogénesis del conocimiento y su significado epistemológico.	142
4.7.2 El documento de Chomsky: A propósito de las estructuras cognoscitivas y su desarrollo.	153
5.0 Las hipótesis	174
5.1 Existencia del lenguaje como órgano	174
5.2 Identificación de las Matemáticas como Estructura Superficial y de la Matemática como Estructura Profunda	175
5.3 Manifestaciones en niños	176
6.0 Los objetivos	177
7.0 La metodología	179
7.1 Evidencias neurofuncionales de la existencia matemática en el cerebro	179
7.2 Análisis de las argumentaciones en el debate Chomsky - Piaget	202
7.3 Diseño de actividades matemáticas	206
8.0 Conclusiones	245

GLOSARIO

- **Actividad Cerebral.** Es importante hacer una distinción entre actividad cerebral como conducta o actividad cerebral como el trabajo que realiza el cerebro para producir esa conducta. A ésta última, a la actividad que podríamos llamar biológica, es a la que, en este trabajo, se identifica como actividad cerebral.
- **Adecuación Descriptiva.** Una gramática también debe tener capacidad generativa fuerte, es decir, debe proporcionar reglas que señalen descripciones estructurales correctas para las oraciones que genera.
- **Adecuación Explicativa.** Una gramática debe señalar descripciones estructurales que estén de acuerdo con una teoría de universales lingüísticos.
- **Adecuación Observacional.** Una gramática debe tener capacidad generativa débil, es decir, debe proporcionar reglas formuladas con precisión que generen el conjunto infinito de posibles oraciones
- **Atención.** El foco mental que es nuestro nivel más alto de procesamiento.
- **Axón.** Brazo que sale de una neurona.
- **Células Gliales.** Células de soporte del cerebro.
- **Cerebelo.** Lóbulo grande en forma de flauta que cuelga de la parte posterior de la base del cerebro.
- **Componente Fonológico.** Abarca las reglas fonológicas.
- **Componente Semántico.** Abarca las entradas del diccionario para cada palabra y las reglas de proyección para combinar a estas últimas de acuerdo con la estructura sintáctica de la oración.
- **Componente Sintáctico.** Abarca las reglas básicas y las reglas transformacionales. El léxico contiene rasgos sintácticos, fonológicos y semánticos de palabras tomadas individualmente.
- **Conciencia.** Estado de alerta subjetivo. Varía en grado, desde un estado muy lúcido de la atención hasta uno más suave, relacionado con el procesamiento de sensaciones y la ejecución de hábitos o con el procesamiento de sensaciones periféricas del momento.
- **Corteza Cerebral.** La superficie arrugada de los hemisferios cerebrales. A pesar de que sólo tiene unos cuantos milímetros de profundidad, contiene una

masa de conexiones de materia blanca y está dividida en cientos de zonas de procesamiento.

- **Corteza Visual Primaria.** Es el primer punto de entrada de señales visuales la ojo. Es la región más grande de una sola hoja de corteza. La mayoría se encuentra enterrada en una ranura del lóbulo occipital.
- **Dendrita.** Es el brazo de entrada de una neurona.
- **Ejecución.** Quiere decir las expresiones realmente habladas por quienes emplean la lengua.
- **Estructura Profunda.** Componente sintáctico que es producto de las reglas básicas (relaciones sintácticas básicas y rasgos semánticos lexicales) e insumo del componente semántico.
- **Estructura Superficial.** Componente sintáctico que es producto de las reglas transformacionales (orden final de las palabras y rasgos fonológicos lexicales) e insumo del componente fonológico.
- **Gramática.** Serie finita de reglas que genera el conjunto infinito de oraciones gramaticales.
- **Hemisferios Cerebrales.** Nombre general que se le da al *cerebrum*, que es la parte alta del cerebro. Esta formado por un par de lóbulos simétricos que se encuentran unidos por una gruesa banda de nervios conocidos como el *habes callosum*.
- **Hipocampo.** Estructura del cerebro de gran importancia para los recuerdos. Está compuesta por un rollo de materia gris adentro del lóbulo temporal.
- **Innato.** Facultad intrínseca del ser humano. Una de las observaciones más llamativas de Chomsky es que no hay razón para suponer que la determinación genética de nuestros sistemas mentales sea diferente en principio de la determinación genética de estos complejos sistemas físicos. Se considera que una gran parte de la naturaleza humana, incluida la facultad del lenguaje, son innatos.
- **Lenguaje.** Conjunto infinito de oraciones gramaticales
- **Lóbulo Frontal.** Mitad del frente de los dos hemisferios cerebrales. Contiene corteza prefrontal y corteza motriz. La parte trasera de los hemisferios cerebrales hace mapa de las sensaciones y luego los lóbulos frontales organizan la respuesta.

- **Lóbulo Occipital.** Lóbulo que se encuentra en la parte trasera de los hemisferios cerebrales y se encarga de la vista.
- **Lóbulo Parietal.** Región de la corteza cerebral que se encuentra en medio de los lóbulos frontales y occipitales. Se encarga de las sensaciones del tacto y de los movimientos, y de las relaciones de espacio.
- **Lóbulo Prefrontal.** Región de la corteza que se encuentra justo detrás de la frente. Contiene al menos doce áreas que son necesarias para planeación de alto nivel y de toma de decisiones.
- **Lóbulo Temporal.** Lóbulo del hemisferio cerebral que forma una curva hacia delante dirigiéndose hacia el cachete. Se encarga del sentido del oído, de aspectos como la vista, y de reconocer los objetos. También incluye otras estructuras como el hipocampo.
- **Matemática.** Componente semántico asociado a la Estructura Profunda.
- **Matemáticas.** Componente fonológico asociado a la Estructura Superficial.
- **Memoria.** Cambios en las conexiones del cerebro que alteran conductas futuras.
- **Mente.** Es un término más general que el de conciencia, ya que incluye lo consciente, lo inconsciente y los aspectos intelectuales.
- **Neurona.** Es una célula nerviosa en el cerebro. Son de diferentes tamaños y formas pero todas operan de la misma forma, sumado cargas de entrada a sus dendritas y cuerpos celulares y luego disparan un pico (señal nerviosa) por el axón una vez que el umbral de la polaridad se ha roto.
- **Neurotransmisor.** Mensajeros químicos que transportan señales entre las neuronas. El cerebro usa moléculas orgánicas de aminoácidos como el glutamato o la dopamina.
- **Pensamiento Matemático.** Sustantivo producto del pensar matemático.
- **Pensar Matemático.** Acción que identifica la actividad cerebral caracterizada por la intuición, la lógica, la estructuración y la jerarquización.
- **Reglas de Estructura de Frase.** Reescriben símbolos individuales, de manera que producen cadenas representadas por diagramas jerárquicos arbóreos.
- **Reglas Morfofonémicas.** Convierten las cadenas producidas por las reglas transformacionales en los sonidos reales de una oración.

- **Reglas Transformacionales.** Operan en todas las estructuras de cadenas de estructura de frase, de manera que producen cadenas que sustentan oraciones en su forma Terminal.
- **Semántica.** Ciencia que estudia las significaciones.
- **Semiótica.** Teoría de los signos en lógica formal.
- **Sinápsis.** Unión entre dos neuronas. Cuando la despolarización de una membrana causa la liberación de moléculas neurotransmisoras de un lado de la unión, éstas fluyen provocando a los receptores y ocasionando cambios en la polaridad de la membrana del otro lado.
- **Sistema nervioso central.** Es el cerebro, la médula espinal y la retina.
- **Sistema nervioso periférico.** Nervios del cuerpo que conectan los músculos y otros órganos al sistema nerviosos central.
- **Tallo Central.** Primer engrosamiento de la Médula Espinal al entrar al cerebro.
- **Tomografía por Emisión de Positrones (PET).** Se basa en el hecho de que como consecuencia del aumento de flujo sanguíneo local se producirá el aumento local de de una serie de sustancias o moléculas portadoras de sangre, como la glucosa. Este aumento de sustancias se puede rastrear si introducimos en el torrente sanguíneo de una persona alguna de esas sustancias marcadas radiactivamente y posteriormente se miden con un detector especial.

RESUMEN

Tal vez la Epistemología Genética de Jean Piaget nunca fue tan cuestionada como en el encuentro con Noam Chomsky en la Abadía de Royaumont celebrada en 1975. La teoría de la Gramática Generativa y las ideas innatas incorporaron un elemento que la Epistemología Genética no contempla con detalle: el lenguaje.

Para Piaget, el lenguaje sólo es un instrumento de representación, por lo que su función en el aprendizaje se limita a eso. Chomsky, por el contrario, supone que el lenguaje tiene una función creadora que se relaciona con el entendimiento, proponiendo la existencia de dos estructuras: la Superficial y la Profunda.

En este estudio, se retoman estas estructuras y se asocian a la Gramática Generativa y las ideas innatas con el propósito de indagar su influencia en el aprendizaje de las Matemáticas. Para esto, se buscan evidencias del innatismo en las funciones cerebrales y en el actuar matemático de los niños, buscando demostrar que el ser humano posee estructuras matemáticas profundas que no coinciden con las estructuras superficiales.

ABSTRACT

Perhaps the Genetic Epistemology of Jean Piaget never so was questioned as in the encounter with Noam Chomsky in the debate in the Abbey of Royaumont celebrated in 1975. The innate theory of the generative Grammar and ideas incorporated an element that the Genetic Epistemology does not contemplate with detail: the language.

For Piaget the language is only a representation instrument, reason why its function in the learning is limited that. Chomsky, on the contrary, supposes that the language has a creative function that is related to the understanding, proposing the existence of two structures: Superficial and the Deep one.

In this study these structures are retaken and the Generative Grammar and the innate ideas are associated to in order to investigate their influence in the learning of the Mathematics. For this, evidences of the innate in the cerebral functions and mathematical acting of the children look for, looking for to demonstrate that the human being has deep mathematical structures that do not agree with the superficial structures

1.0 INTRODUCCIÓN

Es muy conocido el hecho de que muchos individuos de inteligencia normal en todos los actos de su vida y que tienen grandes logros en muchas disciplinas, fracasan al enfrentar situaciones que tienen asociados temas de Matemáticas. A veces esto es atribuible a un desinterés inherente a componentes emocionales, afectivos, sociales o pedagógicos. Pero hay niños y adolescentes que se interesan por aprender Matemáticas por lo que se esfuerzan y las intentan logrando triunfos parciales pero, después de un cierto periodo, fracasan en la materia como si se toparan con obstáculos infranqueables a pesar de que en el estudio de otras áreas del conocimiento alcanzan éxitos significativos.

Hay, por otro lado, individuos con habilidades matemáticas tales, que parecen no enterarse de la existencia de los obstáculos que plantea el aprendizaje de éstas y, aun estando conscientes de ellos los rebasan con relativa facilidad: ¿Significa esto que hay una élite intelectual relacionada con las Matemáticas?, si es así ¿Qué caracteriza a esta élite? ¿Tendría que diseñarse una enseñanza matemática profunda para la élite y conformarse con dar rudimentos a los demás?; los que no están en esta élite ¿Tendrían que ver cerrarse ante ellos sectores para los cuales tiene gusto y aptitudes solo porque la matematización de los contenidos es cada vez mayor? Con la respuesta afirmativa a estas cuestiones, las matemáticas se convertirían en un instrumento de selección por el fracaso que corre el riesgo de volver inoperante la manifestación de otras aptitudes no menos importantes para las actividades del sujeto y de igual importancia para la sociedad. Pero de todas las posibles preguntas asociadas a las dificultades de aprendizaje de esta disciplina tradicionalmente difícil, tal vez la más interesante es: ¿cuáles son los principales obstáculos que se presentan en el aprendizaje de las Matemáticas y cuál es su naturaleza?

A finales de los años cuarenta los físicos norteamericanos Feynman y Scheringer y el japonés Tomonaga, obtuvieron el premio Nobel de Física por sus trabajos en Electrodinámica Cuántica, la teoría de la interacción entre la materia y la radiación que es considerada como la más precisa de la Física actual. Los cálculos matemáticos fueron de tal espectacularidad que permitieron determinar el momento de coincidencia de una partícula alfa con el núcleo de un átomo y con esto lograr su desintegración. Este fenómeno es aceptablemente comparable con el de golpear con la cabeza, una pelota de fútbol que ha sido lanzada desde una esquina de la cancha; ¿cómo realizó los cálculos el futbolista para hacer coincidir su cabeza con el balón en el momento exacto? Los procesos inherentes a este fenómeno ocurren indudablemente en el cerebro. Es ahí

donde se calcula la velocidad del balón, los efectos aerodinámicos a que éste está sujeto, la trayectoria que describirá y la posible posición que tendrá en un momento determinado, la elevación que ha de tener el jugador, la magnitud de la fuerza que ha de aplicar al balón y la dirección que ha de tener éste para llegar a su objetivo. Pero una jugada de fútbol no es el único ejemplo de cálculos espontáneos que ejecuta el cerebro. La vida diaria está plagada de hechos donde están presentes este tipo de fenómenos donde el cerebro ordena y organiza los sentidos y áreas motrices, con el fin de ejecutar diferentes y precisas tareas, esto es: el ser humano realiza cálculos matemáticos todos los días de un modo sistemático e inconsciente, sólo que no se escriben ni aparecen plasmados en símbolos y signos complejos y extraños. Pero eso no es todo; el cerebro también posee una conducta matemática más allá de los cálculos. Ante cada situación que enfrenta, el cerebro analiza la información disponible, intuye posibles consecuencias, organiza los datos de una manera lógica y jerarquizada y todo esto le permite tomar una decisión. Si el pensamiento matemático se caracteriza por la intuición, la lógica, la jerarquización y la estructuración, entonces el pensamiento matemático forma parte de la naturaleza humana, luego entonces ¿cuál es el obstáculo en el aprendizaje de las matemáticas?

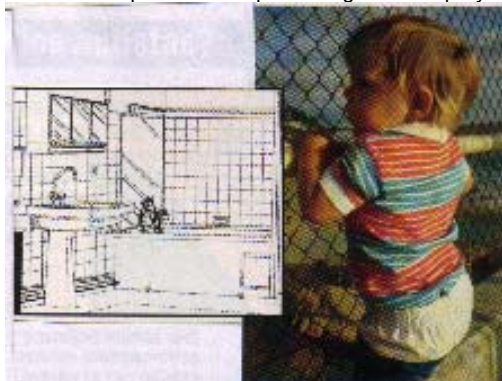
En la historia del conocimiento humano se registran casos de niños prodigio en disciplinas abstractas como las Artes, la Música y las Matemáticas, pero no así en las Ciencias Sociales. No se conoce, por ejemplo, un niño experto en Teoría del Estado o en Teoría Económica, y sí se tienen referencias fidedignas de un Gauss, un Velásquez o un Mozart. En Hou, C. et al. *“Artistic Savants” Neuropsychiatry, Neuropsychology, and Behavioral Neurology 13* se reportan casos de autistas que, sin tener antecedentes escolares, son capaces de ejecutar cálculos asombrosos o precisos trazos sin que haya explicación lógica posible.



Fig. 1

Nadia, una niña autista de 3 años, es famosa por su capacidad para bosquejar caballos y jinetes. Los savants como Nadia muestran capacidad de ilustración o cálculo antes de los 6 años.

Fig. 2 Niño Autista que dibujó un cuarto de baño sin el uso de instrumentos de dibujo. Nótese el paralelismo de los mosaicos y la sensación de profundidad que da la geometría proyectiva.



Estos casos son indicadores de que los seres humanos tienen un potencial oculto en el cerebro y que en algunos se manifiesta de un modo casi instantáneo, pero esto no sucede con el resto. Una situación curiosa que se observa en los cursos de Cálculo de varias Variables, es la dificultad que algunos estudiantes tienen para graficar funciones que requieren de tres dimensiones y parecen aceptar con más facilidad las de dos dimensiones: ¿por qué sucede esto si se supone que el hombre “vive” en tercera dimensión? La respuesta parece estar en cómo el cerebro obtiene la forma tridimensional de un objeto: la luz crea un patrón de sombras sobre aquél, y es interpretando las sombras como el cerebro define su forma. Cuando se observa un balón ¿por qué se ve como una esfera y no como un círculo? La razón es que el cerebro infiere la forma de las sutiles sombras en la superficie de la pelota. Cada cerebro posee esta capacidad innata, pero parece que sólo los artistas pueden hacer lo contrario; usar las sombras para mostrar el volumen.

La posibilidad de que el pensar matemático resida de un modo natural en el cerebro, conlleva la sospecha de que hay un componente externo al ser humano que actúa como un fuerte obstáculo en el aprendizaje de las Matemáticas. Si este componente es externo entonces es producto de la cultura y por lo tanto es ésta la que fabrica el obstáculo, y es, aparentemente, la ristra de símbolos y signos diseñados y las reglas que los relacionan para evidenciar el pensamiento matemático, la principal sospechosa de provocarlo. Para ser más específico, considérense un par de ejemplos: Nadie puede negar que exista un gusto por la Música aún sin tener educación musical formal. Si un niño decide estudiar Música y en sus clases solo aparecen símbolos y signos plasmados en un pentagrama como el siguiente, sin un sonido que tenga alguna asociación con lo que él identifica como Música, su aprendizaje se dificultará a pesar del gusto original por ésta y de las aptitudes naturales o cualidades innatas residentes en su cerebro.



Fig. 3 Lenguaje de la Música

El conjunto de grafías que se presenta al niño no es, evidentemente, Música, pero su dominio es una condición si desea ser músico, ya que es el lenguaje de la Música. Pero el

aprendizaje de este lenguaje no es fácil y más si no se le ve sentido, por lo que la única manera de lograrlo es asociándolo con el conjunto de sonidos que él espera oír. Esto no sólo le dará significado a los signos y símbolos relacionados con ciertos criterios sino que además servirá como motivación para su aprendizaje. Del mismo modo, existe de un modo innato un pensamiento matemático, pero al intentar estudiar Matemáticas de un modo formal lo que se presenta es un conjunto de símbolos y signos, que obedece ciertas reglas como el que sigue:

$$H(x) = -\frac{1}{c} S_n Q_n - \int_x \left[\frac{1}{2} \frac{\partial^2 Q(x-x')}{\partial x^2} + \eta_n \eta_n \frac{\partial^2 Q(x-x')}{\partial x^2} \right] \cdot \left[\frac{1}{c^2} S_n(x) S_n(x') \right] dx' - \frac{1}{c} \eta_n S_n \eta_n \frac{\partial}{\partial x} (A - x')$$

Fig. 4 Lenguaje de la Matemática

Esto no es, evidentemente, la Matemática sino su lenguaje, sin embargo el aprendizaje de las Matemáticas se condiciona por el dominio de este lenguaje. Pero, a diferencia del caso de la Música, la enseñanza se queda en el puro estudio del lenguaje al margen de lo que éste significa, lo cual dificulta su aprendizaje y fabrica una gran desmotivación para su estudio.

La Música y la Matemática son algo más que organizaciones de signos normados por reglas. Sin embargo la enseñanza de las Matemáticas se concentra en la búsqueda del aprendizaje de estas organizaciones de signos, y es el dominio de éstos donde se apoyan los dictámenes de si se sabe o no Matemáticas. Hay una terrible confusión entre lo que se entiende por “aprender Matemática” con “aprender signos y símbolos matemáticos con ciertas reglas”, confusión comparable a la de las partituras con la Música. En realidad, del mismo modo que una partitura contiene signos destinados a ejecutar Música, los símbolos matemáticos deberían conducir a ejecutar matemáticas o a manifestar un pensamiento matemático. En general es posible encontrar un gran número de casos donde se evidencia un pensamiento matemático sin que se dependa de la ristra de signos y símbolos, como es el caso de analfabetas que son extraordinarios jugadores de dominó o de notables jugadores de ajedrez que muestran conductas jerarquizadas por la intuición, la lógica y la estructuración, conductas que son propias del pensar matemático y, a pesar de estos y otros ejemplos resultantes del conocimiento llamado contextual, se insiste en la enseñanza de reglas al margen de los significados.

En este trabajo se afirma y se intenta demostrar que las conductas matemáticas son una cualidad innata tan natural como para las arañas es tejer sus telarañas o a los pájaros hacer sus nidos, que el pensamiento matemático no es una creación cultural sino que responde a una arquitectura especial del cerebro y que el problema fundamental reside en el llamado lenguaje de las matemáticas. Pero esta demostración tiene varios requisitos como es el de aceptar que aprender el lenguaje mismo es un instinto. El conocimiento que hoy se tiene de las capacidades lingüísticas presenta unas implicaciones revolucionarias para entender lo que es el lenguaje, el papel que desempeña en los asuntos humanos y nuestro concepto de inteligencia. Cualquier persona con una mediana educación tiene opiniones formadas acerca del lenguaje. Sabe que es la invención cultural más importante que ha hecho el hombre, el ejemplo paradigmático de su capacidad de emplear símbolos y un hito biológico sin precedentes que le distingue irrevocablemente de otros animales. También sabe que el lenguaje moldea el pensamiento, que las diversas lenguas hacen que sus hablantes se formen conceptos distintos de la realidad y, asimismo, es consciente de que los niños aprenden a hablar a base de imitar a los adultos que les rodean. Pero en este estudio se hacen afirmaciones que no coinciden con estas creencias, partiendo de una razón muy sencilla: El lenguaje no es un artefacto cultural que se aprende del mismo modo que se aprende a leer la hora en un reloj. Más bien, el lenguaje es una pieza singular de la maquinaria biológica de nuestro cerebro. El lenguaje es una habilidad compleja y especializada que se desarrolla de forma instantánea en el niño, sin esfuerzo consciente o instrucción formal, se despliega sin que se tenga conciencia de la lógica que subyace a él, es cualitativamente igual en todos los individuos, y es muy distinto de las habilidades más generales que tenemos de tratar información o de comportarnos inteligentemente. Por estos motivos, algunos científicos cognitivos han definido el lenguaje como una facultad psicológica, un órgano mental, un sistema neural y un módulo computacional. Sin embargo, aquí se usará un término más pintoresco como es el “*instinto*” y, más específicamente, *facultad innata*, de acuerdo a las posturas teóricas de Noam Chomsky, ya que esta palabra transmite la idea de que las personas saben hablar en el mismo sentido en que las arañas saben tejer sus telas sin que alguien les haya enseñado.

La concepción del lenguaje como un instinto o facultad innata contradice a la sabiduría popular transmitida durante siglos como axioma de las humanidades y las ciencias sociales. El lenguaje no es más una invención cultural que la postura erecta. Tampoco es la manifestación de la capacidad general de usar símbolos; como se verá más adelante,

un niño de tres años es un genio en materia de gramática y sin embargo un incompetente en casos de currículum semiótico. Luego, si en la teoría chomskiana la gramática se concibe como la descripción total de una lengua, en donde la sintaxis es uno de los componentes principales, es de esperar que todos los niños extiendan su genialidad al lenguaje matemático, puesto que éste posee una sintaxis y por ende una gramática.

Una vez que se empiece a contemplar el lenguaje no como la inefable esencia de la singularidad humana sino como una adaptación biológica para comunicar información, se eliminará la tentación de definir el lenguaje como el insidioso escultor del pensamiento. De hecho, a lo largo de este trabajo, se mostrará que no lo es, y que la complejidad del lenguaje desde el punto de vista científico, es parte de nuestro patrimonio biológico; no es algo que los padres enseñen a sus hijos o que se imparta en las escuelas y, de la insistencia de que las matemáticas son un lenguaje, se pretende extender estas afirmaciones hasta ellas. El pensamiento matemático es parte del pensamiento humano y es precisamente la naturaleza instintiva de éste lo que hace difícil comprender que se trata de una facultad innata. Esta dificultad hace de la enseñanza de las matemáticas en las escuelas un acto perverso de convertir lo natural en algo completamente extraño.

El funcionamiento del lenguaje está tan apartado de la conciencia como la lógica de la incubación de huevos lo está de la conciencia de una gallina. En el ser humano, el pensamiento fluye de una manera tan natural que es capaz de burlar la censura de la mente y el resultado de este estudio habrá alcanzado su objetivo si se logra sembrar la sospecha del porqué y cómo es que hay capacidades que nos son tan familiares.

En este siglo, la argumentación más conocida de que el lenguaje es un instinto se debe a Noam Chomsky, el primer lingüista que develó la complejidad del sistema y tal vez la persona a la que cabe una mayor responsabilidad en la moderna revolución del lenguaje y de la ciencia cognitiva, y es su teoría la que guía este trabajo que intenta extender sus ideas al lenguaje de las matemáticas. Para esto se definen y distinguen algunos términos que no aparecen en la literatura especializada o que aparecen definidos de un modo distinto, y que son de la estricta responsabilidad del autor de este estudio. Sin embargo cabe señalar que la definición de estos términos fueron influidos por las posturas teóricas de Noam Chomsky relacionadas con el lenguaje. Es de esperar que el aventurarse a definir algunos términos conlleve algunas dificultades de tipo teórico, sobre todo al confrontarlas con el sentido que se les da en otras teorías, pero los trabajos de Noam Chomsky no están orientados específicamente al lenguaje matemático, por lo que al intentar extender los estudios chomskianos del lenguaje en esta dirección es inevitable

establecer algunas analogías. De estas, quizá la más importante sea la distinción que se hace de *las Matemáticas* con *la Matemática* que, en el marco chomskiano, estarían ubicadas en las *Estructura Superficial* la primera y, en la *Estructura Profunda* la segunda, pero, de nuevo, de esta afirmación no hay que responsabilizar a Chomsky.

La distinción entre Matemáticas y Matemática no es la única adecuación que aquí se hace de la teoría de Chomsky. Los términos: *Noción*, *Concepto* y *Definición* también se interpretan de otra manera con el fin de dar cabida a la teoría pero, por supuesto, nada de esto tiene sentido si no se acepta que las Matemáticas sean un lenguaje, lo cual es un problema adicional, sobre todo al preguntarse sus funciones en términos de comunicación y expresión.

Es claro que considerar a las Matemáticas como un lenguaje, plantea la posibilidad de pensar en una teoría del aprendizaje de las Matemáticas en donde el hilo conductor de todas las premisas sea el estudio del lenguaje mismo. Esta consideración nace del análisis de la memoria (que, por cierto, motivó el presente estudio) donde se describe el debate entre Noam Chomsky y Jean Piaget, organizado del 10 al 13 de octubre de 1975 por el Centre Royaumont pour une Science de l'homme¹, en donde ambos teóricos confrontaron dos posturas conceptuales: *Las estructuras cognoscitivas y su desarrollo*, por parte de Chomsky, y *La psicogénesis del conocimiento y su significación epistemológica*, por parte de Piaget, y en donde el eje fundamental del debate fue el lenguaje.

En el debate se involucraron psicólogos (Jerry Fodor y Bárber Inhelder), lingüistas (Jacques Mehler y Massimo Piatelli-Palmarini), neurólogos (Jacques Monod y Jean-Pierre Changeux), matemáticos (René Thom y Jean Petitot), antropólogos (Thomas de Zengotita y Dan Sperber), genetistas (Francois Jacob y Dieter Dütting), filósofos (Stephen Toulmin y Hilary Putnam) y sociólogos (Anthony Wilden y Maurice Godelier), además de otros especialistas en diferentes disciplinas científicas, quienes confrontaron los resultados de sus investigaciones con el constructivismo piagetiano y el innatismo chomskiano ampliando el ámbito del debate y elaborando una síntesis de gran valor para el conocimiento del hombre. De estas confrontaciones se han derivado una gran cantidad de trabajos científicos que pretenden salvar muchas de las aparentes brechas entre ambos sistemas conceptuales. Este trabajo es un estudio que se posiciona en las tesis de Chomsky, principalmente las relacionadas con las *Estructuras Superficial y Profunda*, *el Innatismo* y *la Gramática Universal* con la pretensión de encontrar evidencias de su validez en las Matemáticas. Para esto se empieza con la concepción de lenguaje, según

¹ Chomsky N, Piaget J. Théories du Langage, Théories de L'apprentissage. Editions du Seuil, París. 1983

Piaget y Chomsky, y después se analiza sí, en estos contextos, las Matemáticas son un lenguaje. Al aceptarse esto se plantea la dificultad de atribuir las principales funciones del lenguaje, la comunicación y la expresión, a las Matemáticas y de aquí surge la parte más difícil del estudio: la acomodación de las tesis de innatismo chomskiano y las Estructuras Superficial y Profunda a las Matemáticas como lenguaje.

Para sustentar la validez de las propuestas en relación con el innatismo y las Estructuras Superficial y Profunda se muestran algunas evidencias neurofuncionales y lingüísticas para concluir con algunos experimentos de tipo matemático aplicados a niños en edad preescolar y a estudiantes del primer año de ingeniería. Si los experimentos corroboran las tesis de Chomsky, entonces se fortalecería la posibilidad de proponer una teoría del aprendizaje de las Matemáticas con el lenguaje como columna vertebral.

Aquí es pertinente hacer algunas acotaciones que ilustran el porqué se privilegia la teoría de Chomsky en el estudio que aquí se presenta. El concurso a la Abadía de Royaumont de diferentes exponentes en disciplinas científicas que no aparentan tener relación directa con la Lingüística como ciencia, y menos con las teorías del aprendizaje, no sólo se debió al interés de presenciar el debate personal entre Noam Chomsky y Jean Piaget, debate comparable al sostenido por Albert Einstein y Niels Bohr en la conferencia Solvay, sino porque por primera vez se analizaron las consecuencias de ambas teorías en términos antropológicos, psicológicos, sociológicos, matemáticos y neurológicos y que incidían directamente en el lenguaje. Con los actuales avances en Neurología y técnicas de registro de actividad cerebral las afirmaciones de Chomsky empezaron a cobrar una fuerza que no se percibió en el momento del debate y que orillaron a realizar este estudio. La memoria del debate se publicó con el título *Chomsky N, Piaget J. Théories du Langage, Théories de L'apprentissage* y es de llamar la atención que en todo el documento se hace muy poca alusión a la posibilidad de establecer las bases para una teoría del aprendizaje y, aunque se hacen algunas escaramuzas intelectuales en relación con el aprendizaje de las Matemáticas, las conclusiones son muy pocas en este sentido. Esta curiosa situación llama la atención porque los psicólogos insisten mucho en las dificultades de aprendizaje en tres disciplinas específicas: El Lenguaje, la Lectoescritura y las Matemáticas².

Las dificultades de aprendizaje³ se centran en casi todos los procesos implicados en el lenguaje y en los rendimientos académicos independientemente de la edad de las

² García, N. Manual de Dificultades de Aprendizaje. Narcea. Madrid. 1998.

³ Kirk, S. A; McCarthy, j. j and Kirk, W. D. The Illinois test of psycholinguistic Abilities (ITPA) University of Illinois Press. 1989

personas y cuya causa sería una disfunción cerebral o bien una alteración emocional–conductual. Desde este punto de vista, las ideas generales relacionadas con el aprendizaje de las Matemáticas deberían reorientarse hacia las peculiaridades del lenguaje, pero esta nueva orientación será inútil sin considerar los detalles neurológicos que cada vez más dan cuenta de su naturaleza y función en el cerebro. En este estudio se pretende tomar en cuenta todas estas consideraciones.

Una aclaración que es pertinente hacer en relación con este trabajo es que, dado que es de características básicamente teóricas, con frecuencia aparecen textos casi íntegros de los autores, por lo que se han cuidado las citas correspondientes en los pies de página, con la intención de respetar en lo posible las propuestas originales de los teóricos. La parte experimental, tanto el diseño de los experimentos como la interpretación de éstos, que es a final de cuentas lo que se considera la aportación de la investigación, es responsabilidad exclusiva del autor de este estudio.

1.1 Preliminares

A lo largo de este trabajo se utilizarán algunos términos que es importante convenir, particularmente el de ciencia, lenguaje, matematización y otros, sin embargo de estas convenciones sólo debe esperarse una plausibilidad mínima.

Por Ciencia, se entenderá aquí una configuración discursiva que tomó forma con Galileo y que no ha perdido validez desde entonces. De Koyré⁴ en adelante, se la caracteriza por la combinación de dos rasgos:

1. La matematización de lo empírico
2. El establecimiento de una relación con la técnica.

De este modo la física matemática debería llamarse física matematizada y la técnica se definiría como la ciencia aplicada. Así, la Ciencia se definiría como la teoría de la técnica y, de ahí, el término Ciencia Fundamental.

Estos dos rasgos extrínsecos se combinan con un rasgo intrínseco: para pertenecer a la ciencia, una configuración discursiva debe emitir proposiciones falsables. Esta caracterización, debida a Popper⁵, es necesaria pero no suficiente, porque la ciencia no tiene el monopolio de las proposiciones falsables; es distinta e independiente de la que precede, siendo, por lo tanto, perfectamente compatible con ella.

⁴ Koyré, A. Estudios Galileanos y del Mundo Cerrado al Universo Infinito. Siglo XXI editores. 6ª edición. 1984. México

⁵ Popper, K. El Desarrollo del Conocimiento Científico. Conjeturas y Refutaciones. Paidós. 1979.

Por configuración discursiva, se entenderá un conjunto de proposiciones. De este modo, una ciencia en particular está constituida por proposiciones, entre las cuales el mayor número posible de ellas reunirá tres características:

1. Estar matematizadas
2. Mantener una relación con lo empírico
3. Ser falsables

Si la Lingüística es una ciencia, sus proposiciones deben presentar las tres características requeridas.

Por matematización se entenderá que no se trata de la cuantificación, sino de lo que se puede llamar el carácter literal de la matemática⁶: el que usen símbolos que se pueden y deben tomar literalmente, sin prestar atención a lo que eventualmente designen; el que se use de estos símbolos sólo en virtud de sus reglas propias: suele entonces hablarse de funcionamiento ciego. Este carácter ciego y sólo él asegura la transmisibilidad integral, apoyada en el hecho de que cualquiera, informado de las reglas de manejo de las letras, las utilizará de la misma manera: esto es lo que podemos llamar reproducibilidad de las demostraciones. De esta manera se marca una separación del criterio ampliamente aceptado de que sólo hay ciencia de lo cuantificable. A cambio de esto se afirma que sólo hay ciencia de lo matematizable, y hay matematización desde el momento en que hay literalización y funcionamiento ciego. Es evidente que los formalismos de la lógica matemática ilustran en el más alto grado una matematización de este estilo, diferenciada de lo cuantificable. Por lo demás, esto no agota el campo de las matematizaciones posibles más de cuanto lo hacen los cálculos de medición. Puede suceder que los conceptos y proposiciones así explicitados, vistos desde el ángulo de la matemática, en el sentido estricto de la palabra, resulten elementales, pero esto no afecta lo esencial.

Los conceptos y proposiciones matemáticos que rigen la literalidad de una ciencia dada son siempre, en rigor, explicitables; es posible que, por razones contingentes, de hecho no estén explícitamente presentes en la mente de todos los practicantes de una ciencia dada. Esto tampoco afecta lo esencial, pero contribuye a determinar la situación de una ciencia. Deberá plantearse una cuestión con respecto a la lingüística: ¿En qué sus proposiciones son matematizadas? ¿En qué son literales? ¿En qué su funcionamiento es ciego? ¿En qué medida sus proposiciones matematizadas son explícitas?

⁶ Milner, J. C. Introducción a una Ciencia del Lenguaje. Manantial. Buenos Aires. 2000

Por empírico se entenderá el conjunto de lo que es representable en el espacio y en el tiempo así que por proposición empírica se entenderá, una proposición cuyo referente es directamente representable en el espacio y en el tiempo. Por proposición falsable, se entenderá una proposición tal que se pueda construir a priori una conjunción finita de proposiciones empíricas que la contradigan. Así una ciencia es empírica en la exacta medida que en que emita proposiciones falsables. De manera recíproca, una proposición falsable de la ciencia tendrá dos características:

1. La posibilidad de enumerar aquellas condiciones que la harían falsa. Así una proposición de la ciencia es tal que su negación no resulta contradictoria.
2. Las condiciones que harían falsa a esta proposición deben, en rigor, poder ser construidas en el espacio y en el tiempo como configuraciones materiales observables.

Así, esta construcción no puede darse sino a priori ya que, por hipótesis, todavía no se sabe si las circunstancias falsables se encuentran realizadas o no. Resulta comprensible que a este respecto se pueda hablar de *predicción*.⁷

La construcción de una configuración semejante constituye un *test*. Establecer si las configuraciones falsables construidas a priori se encuentran efectivamente realizadas es lo que permite elegir entre una proposición y su negación. Por otra parte, se suele llamar *experimentación* a una manipulación activa de los datos que hace posible justamente tal elección. Una experimentación es, entonces, en esencia un test. En cambio, no todo test es necesariamente una experimentación. La ciencia en la que hay test por experimentación es una ciencia experimental.

Ahora bien, no hay experimentación bruta, sólo hay experimentaciones construidas. Toda construcción de experimentación supone una teoría mínima previa; de ahí que la falsación sea más bien una *refutación*, es decir, una demostración *construida* de la falsedad.⁸

Por realidad empírica se entenderá lo empírico en cuanto funciona en una ciencia. Lo empírico no funciona en relación con las proposiciones de una ciencia dada sino bajo la forma de la falsación; la realidad empírica es pues, una función de falsación, cuyos funtores revelan pertenecer a un conjunto material representable, espacio temporal. De modo recíproco, la función de falsación en una ciencia empírica toma exclusivamente la forma de realidad empírica.

⁷ Popper, K. El Desarrollo del Conocimiento Científico. Conjeturas y Refutaciones. Paidós. 1979.

⁸ Lakatos, I. Falsification and the methodology of scientific research programmes. En Lakatos y Musgrave: Criticism and the Growth of knowledge. Londres, Cambridge University Press. 1970.

Los funtores de falsación tienen que poder hacerse al menos localmente independientes de las proposiciones sometidas a falsación. Puesto que son representables en el espacio – tiempo e independientes de las proposiciones testadas, se dirá que tienen una *sustancia*.

Sea cual fuere el nombre que se de al objeto de la lingüística (determinar este nombre no es trivial) convendrá examinar si tiene una realidad empírica y si tiene una sustancia: ahora se comprende en qué condiciones tiene sentido. Muchas cosas se han dicho sobre este punto en el que entrechocan los términos *lenguaje, lengua, órgano, código genético*, etc. Ahora se demuestra que en la mayoría de los casos esas manifestaciones no tiene ningún sentido, pues descuidan el hecho de que realidad empírica y sustancia no tiene significación sino por efectos de falsación.

Convendrá reevaluar tales términos y plantear lo más claramente posible la cuestión de la sustancia del objeto de la lingüística. Dicho de otra manera, tendremos que examinar si la ciencia del lenguaje admite una interpretación realista o si está condenada al convencionalismo.

Por *proposición* se entiende una aserción completa y autonomizable captable en la oposición entre lo verdadero y falso. Una aserción que no sea bipolar no será una proposición. Por ser bipolar, pero en tanto no se ha elegido entre lo verdadero y lo falso, la proposición es una *hipótesis*. Ahora bien, la elección entre lo verdadero y lo falso se cumple en términos de refutación empírica; por lo mismo que permite, en rigor, elegir entre lo verdadero y lo falso de una hipótesis o de una combinación de hipótesis, pero por lo mismo que la elección no fue efectuada todavía, la configuración empírica no fue efectuada todavía, la configuración empírica constituye un *problema*.

Así pues, una proposición separada no es otra cosa que una molécula autonomizable de refutabilidad. Aun siendo autonomizable, puede ser compleja a la vez y analizarse en subsistemas de refutabilidad. En forma tal que, idealmente, se llegue a sistemas mínimos; dicho de otra manera, a átomos de refutabilidad. Se entenderá por *concepto* de la ciencia un tal átomo de refutabilidad.

Como una ciencia se expresa en lengua natural, cabe esperar que las formas de expresión de la ciencia tornen lo más manifiesta posible su estructura epistemológica. En particular, cabe esperar que las unidades de refutabilidad adopten la forma de unidades de lengua; así las proposiciones de la ciencia serán proposiciones de lengua (frases); los problemas tomarán la forma de frases interrogativas; los átomos de refutabilidad serán átomos de lengua: es decir, partes del discurso y, de hecho, en esencia sustantivos. Sin

embargo, la realización no es necesariamente biunívoca: hay conceptos que se disimulan bajo la apariencia de un adjetivo anodino; hay frases teóricas que no significan ninguna proposición; hay problemas que adoptan la forma de una afirmación, etc.

De manera más general, para entender bien un concepto en una ciencia conviene remitirlo sistemáticamente a la proposición refutable que lo constituye; además, para evaluar correctamente este concepto, es preciso que esta proposición sea examinada como si pudiera ser falsa; dicho en otros términos es preciso que sea examinada como una hipótesis; por último, es preciso que sea examinada en relación con las configuraciones empíricas que la refutan o no; dicho en otros términos, es preciso que sea puesta en correlación con distintiva con problemas. Se puede expresar esto al decir que todo concepto debe ser remitido a la frase interrogativa que lo constituye.

Desde este punto de vista, en la ciencia del lenguaje todo está por hacerse; el propio nombre *lenguaje* debe ser remitido a una o varias interrogaciones, ninguna de las cuales llama a una respuesta absolutamente evidente. A fortiori, los nombres *gramática* y *lingüística*, lo mismo que todos aquellos términos, más o menos familiares o más o menos técnicos, que pudieron ser desarrollados a lo largo de los tiempos.

2.0 ANTECEDENTES

Hay dos lecturas que fueron el germen de este trabajo: el texto de Hilgard y la memoria del debate Piaget-Chomsky en la Abadía de Royaumont. El primero porque da cuenta de las teorías del aprendizaje dominantes hasta el momento de su publicación y el segundo porque fue la motivación para leer los escritos de Noam Chomsky en relación con el lenguaje. Sin estas lecturas sería difícil justificar porqué se eligió el fundamento teórico y la metodología para enfrentar el fenómeno del lenguaje matemático. Esta es la razón por la que se toman como punto de partida de un trabajo que, se espera, invite a la reflexión.

2.1 El texto de Hilgard

En su libro, editado en 1964, *Theories of Learning and Instruction*⁹, E. Hilgard predijo que las opiniones de Jean Piaget en relación con el aprendizaje, que habían pasado inadvertidas durante veinte años, estaban destinadas a alcanzar su esplendor en un futuro próximo, lo cual ocurrió, pero ¿por qué la teoría del aprendizaje de Piaget pasó inadvertida durante tanto tiempo y qué estaba ocurriendo en los años sesenta que provocó que se empezara a tomar en cuenta? Las principales teorías que aparecieron en el libro de Hilgard y que dominaron la psicología del aprendizaje durante decenios fueron de tal naturaleza, que efectivamente descartaron cualquier consideración seria de las ideas que Piaget había enunciado. Por ejemplo, se había dedicado una gran cantidad de tiempo a analizar la naturaleza del *reforzamiento* y su función en el aprendizaje. Iván Pavlov, había demostrado en 1927 que era posible, usando técnicas experimentales simples, enseñar a un animal a aprender *nuevas respuestas a nuevos estímulos*. Por ejemplo, al enseñarle comida, un perro con hambre salivará de un modo natural. Normalmente, un estímulo ajeno a sus necesidades, como el sonido de un timbre, no tendrá ese efecto en el animal. Sin embargo, si tras varias ocasiones el timbre se hace sonar justo antes de que se le presente la comida, el solo sonido producirá la misma respuesta de salivación. Partiendo de observaciones similares a esta, se desarrollaron varias teorías cerca del aprendizaje. Los investigadores en psicología se dedicaron a buscar *leyes generales*, búsqueda cuyo propósito sería el planteamiento de una teoría científica del aprendizaje. Tal teoría se conoce como **E-R** (Estímulo–Respuesta). Las demostraciones experimentales de Pavlov en relación con el aprendizaje de los animales fueron repetidas miles de veces con diferentes especies, centrándose en una amplia variedad de respuestas conductuales que fueron condicionadas a muchos tipos de estímulos y *reforzadas* de muchas maneras.

⁹ Hilgard, E. R. *Theories of Learning and Instruction*. Chicago Ill. University of Chicago Press. 1964

Aunque surgieron otras opciones teóricas a la teoría de Pavlov, la mayoría compartía la idea de formular leyes por medio de las cuales, independientemente de los estímulos, respuestas y reforzamientos utilizados, las relaciones entre las *condiciones* de aprendizaje y los *resultados* del aprendizaje podían ser predichas. Un ejemplo: B. F. Skinner demostró en muchos experimentos que el mejor modo de asegurar que un animal aprenda a dar una respuesta particular a un estímulo, es *no* darle reforzamiento cada vez que realiza la respuesta. El secreto para un aprendizaje rápido y perdurable es que lo que Skinner llamaba “*programa intermitente de reforzamiento*”. Sus experimentos mostraron que la clave de la enseñanza efectiva (conducta reformadora) entraña únicamente el reforzamiento ocasional de la respuesta deseada. Así, por ejemplo, si a una rata hambrienta se le enseña a oprimir una palanca, solamente uno de los toques debería soltar una bola de comida. El fin del experimentador también tendría que ser retirar el reforzamiento tan rápidamente como sea posible.

Básicamente, lo que Skinner ha mostrado es que conformar la conducta de un animal para asegurarse de que mantendrá la respuesta, entraña una relación específica y bastante compleja entre respuesta y reforzamiento. No se trata de un simple caso de conducta recompensada cada vez que ocurre. Cuando Skinner aplicó sus descubrimientos sobre aprendizaje animal a la enseñanza de niños, ello lo llevó a criticar a los maestros por no “*emplear programas de reforzamiento*” eficaces en el aula. En 1968, Skinner afirma que la educación formal se basa en términos generales en un “*control aversivo*”.¹⁰ La enseñanza descansa en el castigo y en el ridículo como consecuencia de una conducta inapropiada, más que en un mostrar interés en la conformación y en el reforzamiento de respuestas que deben aprenderse. También afirmó que lecciones y exámenes están ideados para revelar qué no conocen los niños y qué no pueden hacer, en vez de exponer y construir sobre lo que conocen y pueden aprender. Así, argumentó, los maestros fallan en “*conformar*” eficazmente la conducta de sus niños, y llevan a un aprendizaje inapropiado o bien a respuestas aprendidas que se olvidan rápidamente. Skinner prosigue diseñando los primeros “*programas de aprendizaje*” para usarse en máquinas de enseñanza en un intento por aplicar su teoría a la educación.

Las observaciones de Skinner llevaron a una amplia tecnología de estudios experimentales sobre aprendizaje, se idearon muchos programas diferentes de reforzamiento, y los efectos sobre la rapidez del aprendizaje y sobre la retención de lo aprendido fueron sometidos a prueba. Estas investigaciones de aprendizaje así como los

¹⁰ Skinner, B. F. *The Technology of Teaching*, New York Appleton – Century – Crofts. 1968.

argumentos sobre la naturaleza del reforzamiento, estuvieron en el centro mismo de la teoría y de la investigación en el periodo entre el trabajo precursor de Pavlov y la revisión de Hilgard sobre el terreno a mediados de los años sesenta.

Estos enfoques al estudio del aprendizaje planteaban la formulación de teorías que se ocupaban únicamente de fenómenos *observables y manipulables* directamente. Creando situaciones que se ocupaban solamente de relaciones “*objetivas*” entre condiciones de aprendizaje y respuestas observables, se tuvo la esperanza de que se pudiera construir una ciencia de la conducta que no necesitara recurrir a estados mentales “*subjetivos*” tales como “*interés*” o “*curiosidad*”.

En la obra de Hilgard se llega a la conclusión de que este enfoque general al estudio del aprendizaje, y debido a los muchos problemas aparentemente inmanejables que enfrentaba, había dejado de ser productivo o provechoso. Las razones del auge de su escepticismo y la búsqueda de nuevos conceptos y métodos abundaron, y fueron variadas y complicadas, lo que explica por qué el territorio psicológico dominante en esa época, fue terreno fértil para las ideas de Piaget.

En uno de los capítulos del libro de Hilgard, Pribram, un psicólogo norteamericano, hace una referencia favorable a la teoría de Piaget y trata de integrar algunos de sus conceptos a sus propias ideas. Pribram había emprendido un buen número de estudios de investigación en el terreno del aprendizaje animal. Cita observaciones que le ayudaron a convencerse de que el reforzamiento externo *no* es una condición necesaria del aprendizaje, con lo cual puso en duda los fundamentos de las teorías del aprendizaje e instrucción que eran dominantes. En un estudio, por ejemplo, a un mono se le había condicionado para operar la pieza de una maquinaria de modo que al tirar de una palanca, entregaba un cacahuete de reforzamiento de un modo intermitente. Al animal se le dejó en libertad para que operara la máquina tanto como “quisiera”. Cuando se presentaba un reforzador, el mono con frecuencia lo “guardaba” en su bolsa de comida (ubicada dentro de su boca). Por lo tanto, no siempre se comía el cacahuete después de una respuesta “reforzada”. Ocasionalmente, cuando no aparecía ningún cacahuete después de tirar de una palanca, el animal tomaría un cacahuete de su bolsa y lo comería. Al hacerlo así, se reforzaba a sí mismo después de un episodio supuestamente no-reforzador. Así se derrotaba en parte el intento del psicólogo de ponerlo en un programa específico determinado. Conforme el experimento proseguía, llegaba al punto en que la bolsa de comida del animal estaba llena y su boca desbordaba cacahuates. A pesar de estar saciado y, por consiguiente, con muy pocas probabilidades de aprovechar posteriores

“reforzamientos” siguió operando la palanca. Con manos y patas llenas de cacahuates, el mono empezó a sacar nueces de la jaula pero siguió operando la palanca para ganar más.

Estas observaciones llevaron a Pribram y a muchos otros psicólogos a cuestionar el supuesto de que un reforzamiento externo, como el contenido en algunas teorías de aprendizaje, era una condición necesaria para que ocurriera el aprendizaje. Se podía especular de diferentes modos en cuanto a la conducta del mono de Pribram. Probablemente el animal seguía operando el equipo no para obtener ganancia de alimentos, sino más bien por el “placer” de jugar con él. ¿Estaba tratando de “engañar” al aparato, como un jugador, haciendo que las reglas trabajaran a su favor? Sea cual fuere la razón, Pribram vio con claridad que la *actividad* en sí tenía algún *interés intrínseco* para el animal.

La teoría de Piaget sitúa la *acción* y la *resolución* de problemas autodirigida en el corazón mismo del aprendizaje y del desarrollo. Actuando sobre el mundo, el que aprende acaba por descubrir cómo controlarlo. En los humanos, el aprender cómo actuar en el mundo así como descubrir las consecuencias de la acción constituyen la piedra angular del pensamiento. Conforme los psicólogos que estudiaban el aprendizaje empezaron a abrigar ideas sobre motivación intrínseca y sobre la importancia de la actividad y del dominio por sí, la teoría de Piaget proporcionó un enfoque compatible y ya bien desarrollado para el estudio del aprendizaje y del desarrollo.

Al parecer la teoría de Piaget proporcionó también respuestas a otros problemas difíciles. Por ejemplo, en Hilgard se encuentran muchas referencias al fenómeno de los “períodos críticos” del aprendizaje. Si bien es cierto que los animales y humanos pueden aprender algunas cosas con poco esfuerzo en ciertos momentos de su ciclo vital, parecen incapaces de aprender las mismas cosas en otros momentos. Así por ejemplo, aprender a caminar y a hablar al parecer sigue una escala de tiempo natural. Los esfuerzos para enseñar a niños muy pequeños a hablar, por ejemplo, fracasan. Sin embargo, en cuanto están “listos”, parecen aprender a hablar “naturalmente” y sin enseñanza deliberada o consciente por parte de los adultos. Si, por ejemplo, la exposición a un idioma se deja para más tarde, digamos en la pubertad, la naturaleza de cualquier aprendizaje que ocurre es de una clase diferente. Aprender una segunda lengua entraña procesos psicológicamente diferentes de los que se necesitan para la adquisición de la lengua materna. La teoría de Piaget, ofrece una exposición detallada y específica de *etapas universales* en el desarrollo humano que proporcionan una explicación posible respecto a

cuándo y cómo el niño está listo para aprender o desarrollar formas específicas de conocimiento y comprensión.¹¹ Los esfuerzos hechos para enseñar los productos de una etapa posterior antes de haber pasado por las etapas anteriores no pueden facilitar el desarrollo, ni tampoco propician su entendimiento. De este modo, la teoría de Piaget ofrecía una explicación “hecha” para periodos críticos en el desarrollo de la inteligencia humana. Aunque Hilgard anticipó el surgimiento del interés en la teoría de Piaget, no estaba en posición de prever las direcciones que tomarían los debates y argumentos.



Fig. 5 Los periodos críticos.

¹¹ Piaget J. Seis Estudios de Psicología. Obras Maestras del Pensamiento Contemporáneo. Editorial Planeta.

Ciertamente, muchos de los problemas específicos que se han presentado alrededor de la teoría no se mencionan en la bibliografía o en el índice de Hilgard. Aun cuando la “conducta verbal” está incluida en el índice de Hilgard, el término “lenguaje”, y las palabras relacionadas como “hablar” y “escuchar”, no se mencionan, lo cual fue un signo de los tiempos. Los psicólogos interesados en aprender tuvieron, al parecer, que leer o enterarse de los primeros trabajos de Noam Chomsky, los cuales empezaron a aparecer ya impresos a fines del decenio de los cincuenta. Estos trabajos inflingieron un serio golpe, que algunos calificarían de letal, a la teoría del aprendizaje basada en **E-R** y a los relatos de cómo los niños aprenden su “conducta verbal”. En efecto, la teoría de Chomsky llevó a algunos estudiantes del desarrollo del lenguaje a rechazar la idea de que a los niños se les *enseña* a hablar.

Piaget y Chomsky se unieron en su rechazo a la opinión de que el aprendizaje humano se puede entender en términos del reforzamiento de conexiones entre estímulos y respuestas, si bien, ofrece perspectivas muy diferentes en cuanto a la naturaleza del idioma y su desarrollo. En particular, la teoría de Piaget lleva a la pretensión de que la habilidad de un niño para entender lo que se le dice y, a su vez, su habilidad para usar el lenguaje informativamente, depende del adelanto de su desarrollo intelectual. Esta opinión lleva a una serie de predicciones *explícitas* sobre en qué momento los niños *pueden* aprender a hablar, y cuándo ya lo hacen, qué entenderán de lo que dicen y oyen. La comprensión de los niños de expresiones tales como “*si...entonces*”, “*tanto como*”, “*lo mismo que*”, “*más que*”, y “*porque*”, por ejemplo, difieren del significado atribuido a ellas por niños de más edad y por adultos. En un nivel más profundo, la teoría predice también que los niños en ciertas etapas de su desarrollo son teóricamente incapaces de *expresar* ideas que implican la habilidad para entender al mundo desde el punto de vista de otra persona. Lo que pueden decir está circunscrito por su estado de desarrollo. Los teóricos chomskianos, por otra parte, afirman que el curso del desarrollo específicamente *lingüístico*, como el uso y comprensión de la *gramática* del niño, no se pueden entender simplemente en términos de etapas de desarrollo intelectual ni en términos de aptitudes de comunicación. Según este punto de vista, el niño posee una capacidad natural para descubrir cómo está estructurado el lenguaje. El desarrollo del lenguaje es un problema “especial” y no puede ser explicado en términos del conocimiento general del niño sobre el mundo. Este razonamiento, al parecer remoto y académico, tiene implicaciones importantes en cuanto a la forma en que se ven las aptitudes de los niños para pensar, aprender y entender.

2.2 El debate en la Abadía de Royaumont

Dadas las posturas de Piaget y Chomsky y su existencia sincrónica es impensable que no tuvieran al menos una entrevista, cosa que aconteció en octubre de 1975 en la abadía de Royaumont. Ahí ocurrió el único encuentro personal entre el fundador de la Epistemología Genética y el de la Lingüística Generativa, dos sistemas conceptuales que no cesan de inspirar desde su primera formulación innumerables trabajos científicos en todo el mundo. Para situar el debate en su contexto, basta con tomar como punto de partida un hecho simple pero rico en consecuencias: por una parte, la Teoría del Desarrollo Cognoscitivo elaborada por Piaget en sus trabajos sobre la psicología del niño, y la Teoría de las Gramáticas Generativas elaborada por Chomsky igualmente conocidos acerca de los universales lingüísticos, se comparaban con frecuencia en las conferencias, en las discusiones epistemológicas y en las revistas especializadas, tanto en términos de oposición como en términos de complementariedad; además, si se revisan los trabajos de Piaget y Chomsky, se descubre que las referencias recíprocas son escasas y poco sistemáticas. Los análisis de las tesis de Piaget en términos chomskianos o los análisis de las tesis de Chomsky en términos piagetianos, únicamente aparecen sugeridos, sobre todo en el planteamiento de la cuestión de las relaciones entre lo innato y lo adquirido, entre estructuras biológicas y estructuras cognoscitivas.

Para el coloquio, Piaget escribió un breve texto: *La Psicogénesis del Conocimiento y su Significación Epistemológica*. Chomsky, por su parte, propuso un documento respuesta: *Las Estructuras Cognoscitivas y su Desarrollo*. Estos documentos se usaron para identificar en conjunto los puntos cruciales del debate y aparecen íntegros en la memoria del coloquio¹², pero cabe decir que dicho debate está muy lejos de considerarse resuelto, sobre todo considerando los avances actuales en las neurociencias que han aportado nuevas luces al estudio y concepción de lo que entendemos por lenguaje. Esto, naturalmente, ha confirmado para algunos las tesis de Piaget y otros por el contrario sostienen que hay evidencias que dan la razón a Chomsky, pero también hay posturas, como la de Toulmin que afirma:...”*He de suponer, en contra de lo que sostiene Piaget, que la capacidad de aprender el lenguaje depende del hecho de que niño pequeño posee capacidades altamente específicas que son innatas, es decir instaladas en el sistema nervioso central. Evidentemente, existen pruebas neurológicas independientes de la existencia de dichas capacidades innatas. Pero las capacidades particulares que Chomsky atribuye al niño son aparentemente demasiado específicas para ser ciertas, sin*

¹² Ibidem 1

*tener en cuenta que resulta difícil concebir cuáles podrían ser sus contrapartidas neurológicas”.*¹³

La pretensión en este estudio no es, por supuesto, resolver el debate, ni ponerse deliberadamente a favor de Chomsky. Se eligió la postura teórica del lingüista por existir actualmente estudios neurofisiológicos y técnicas tan avanzadas y sofisticadas como la Tomografía por Emisión de Positrones (**TEP**), la Imagen por Resonancia Magnética Funcional (**IRMf**), o la Magnetoencefalografía (**MEG**), que están aportando impresionantes avances en el terreno de la denominada Neurociencia Cognitiva¹⁴, la cual por cierto no es un mero conocimiento acerca de cuáles son las partes del cerebro que subyacen a los procesos cognitivos sino, precisamente cuáles son estos procesos cognitivos, y que pueden aportar evidencias que validen algunas de las afirmaciones de la teoría de Chomsky, sin que esto quiera decir que Piaget estaba del todo equivocado. A fin de cuentas es probable que ambas posturas teóricas sean correctas¹⁵, sin que los resultados del debate lo muestren.¹⁶ En este trabajo se muestran estas evidencias neurológicas de la existencia del innatismo y se extienden al ámbito del aprendizaje de las matemáticas desde el enfoque del lenguaje. Por supuesto, esto sugiere que las Matemáticas sean realmente un lenguaje, por lo que se analiza en qué contexto se afirma que así es, particularmente en los marcos de la comunicación, expresión, representación y de una gramática. Después se intenta la búsqueda de evidencias en el aprendizaje de las matemáticas que sugieran la existencia de Estructuras Profundas y Superficiales, según Chomsky, aunque estas ya no formen parte de su actual sistema minimalista.¹⁷

Durante todo el documento se hace frecuente referencia a Piaget, por una parte porque esto permite ubicar la importancia del marco conceptual de Chomsky, y por otra parte porque se muestran las diferentes explicaciones desde ambos sistemas conceptuales. Además se utilizan algunos de los experimentos diseñados por Piaget y se intenta una explicación en términos chomskianos y, por último, se muestra la dificultad que tiene encontrar justificaciones de las evidencias neurológicas desde las tesis de Piaget y sin las consideraciones innatistas de Chomsky.

Aquí es importante hacer una aclaración que tiene que ver con el psicólogo ruso L. S. Vygotsky quien de un modo diferente a Piaget, colocó la *instrucción* en el centro mismo

¹³ Ibidem 1

¹⁴ Martín Loeches M. Qué es la Actividad Cerebral. Biblioteca Nueva Edit. Madrid 2001.

¹⁵ “Perhaps Chomsky and Piaget are both right” en Cromer, R. F. The development of language and cognition: the cognition hypothesis. Foss ed. New perspectives in child development. Penguin Books, Nueva York. 1988.

¹⁶ “It is Chomsky work that is making possible the study of language acquisition within a Piagetian framework”. En Sinclair, A. et others. Young children’s comprehension and production of passive sentences. Arch. De Psych. No 41. 1981.

¹⁷ Chomsky, N. El programa Minimalista. Madrid, Alianza. 1999

del desarrollo humano y definió la inteligencia como la capacidad de *aprender* por medio de la instrucción. Las opiniones de Vygotsky no fueron mencionadas en la obra de Hilgard; ciertamente, la asimilación de su pensamiento en la psicología occidental ha sido muy lenta. Con unas cuantas excepciones, como Bruner¹⁸ y Piaget, los estudiosos dedicados al aprendizaje y al pensamiento humano hicieron una referencia muy pequeña a sus ideas. Durante los últimos diez años, sin embargo, su influencia en el pensamiento psicológico en todo el mundo ha sido considerable. Las ideas de Vygotsky sobre el desarrollo no se resumen en unas cuantas palabras. Vygotsky pone el lenguaje y la comunicación (y, por consiguiente, la instrucción) en el centro del desarrollo intelectual y personal.¹⁹ Lo que es único en la exposición de Vygotsky es su alcance y sus fundamentos filosóficos. A diferencia de Piaget, con experiencia en Biología y en Ciencias Naturales, el interés primario de Vygotsky se centra en entender la naturaleza, la evolución y la transmisión de la cultura humana. Su trabajo inicial incluyó el estudio y el análisis de la “representación” en arte y literatura. Su perspectiva en psicología reflejó sus opiniones sobre los orígenes *históricos y culturales* de la forma en que individuos provenientes de diferentes sociedades actúan, construyen y representan al mundo. Así las cosas, mientras Piaget buscaba unificar la Biología, las Ciencias Naturales y la Psicología, Vygotsky buscaba integrar la Psicología con un análisis de Historia, Arte, Literatura, Sociología, y actividad cultural. Buscó nada menos que una teoría coherente de las humanidades y de las Ciencias Sociales. Estas diferentes orientaciones teóricas, además de su escasa mención a las neurociencias fueron la razón por la que no se consideraron sus tesis en este estudio.

Aquí es pertinente insistir en la aclaración antes hecha: dado que este trabajo dista mucho de ser pragmático, depende en gran parte de la teoría. De aquí que algunos párrafos se hayan tomado íntegros de los textos especializados, cuidando en todo momento respetar los créditos de los autores. Sin embargo, insistiendo otra vez, las partes experimentales y las interpretaciones de las posturas teóricas son responsabilidad única del autor de este estudio.

¹⁸ Bruner, J. S., Goodnow, J. J. y Austin, G. A. A Study of thinking. New York. John Wiley.

¹⁹ Vygotsky, L. Pensamiento y Lenguaje. Ediciones Quinto Sol. México, D. F. 1997

3.0 EL PROBLEMA

La estructura general de este estudio gira alrededor de una pregunta básica ¿Es posible extender las ideas de Noam Chomsky en relación con el lenguaje al lenguaje matemático? Responder a esta pregunta implica no sólo consideraciones falsables sino búsquedas teóricas y experimentales que sirvan como evidencias para la validación de términos tan polémicos como el del Innatismo y las Estructuras Superficial y Profunda, particularmente para el caso del pensamiento matemático. Dada la dificultad de encontrar en las publicaciones de literatura especializada una explicación estructurada al aprendizaje de las Matemáticas, el problema que se enfrenta es el de encontrar un marco explicativo desde el enfoque del lenguaje, concretamente desde un punto de vista Chomskiano. Para esto se plantean tres preguntas subyacentes a la pregunta principal: ¿Cuál es la función del lenguaje en el aprendizaje de las Matemáticas? ¿En qué sentido se dice que las Matemáticas son un lenguaje? ¿Cuáles son las evidencias teórico-experimentales que dan validez a la Teoría de Chomsky en relación con el lenguaje matemático?

3.1 Función del lenguaje en el aprendizaje de las Matemáticas

Por medio del lenguaje escrito es posible conocer el pensamiento de una persona, aunque ésta esté lejos o muerta, y es este el principal atributo del lenguaje: el de la comunicación. Sin embargo esta no es su única función. También se usa como un medio de expresión y representación. Pero ¿cuál es el rol de las Matemáticas como lenguaje? Al intentar responder esta pregunta aparecen distintas dificultades de tipo teórico que en este estudio pretenden salvarse apoyándose en algunos resultados experimentales cuyo fundamento conceptual está en las posturas chomskianas. Por ejemplo ¿cuál es la influencia del lenguaje en la solución de problemas, modelado de fenómenos específicos, representación gráfica y cálculos numéricos?

3.2 Las Matemáticas como lenguaje.

Si las matemáticas son un lenguaje ¿qué es lo que comunican, expresan o representan? La respuesta a esta pregunta se ha intentado desde la óptica del pensamiento. Esto ha llevado al debate que aún actualmente perdura: la relación lenguaje – pensamiento. En este sentido es necesario ubicarse en una postura seria de qué es el pensamiento y, específicamente, qué es el pensamiento matemático. En este estudio se intenta la precisión de ambos conceptos desde el enfoque neurológico-lingüístico. Este enfoque

permitirá dar sentido a la identificación de las Matemáticas como lenguaje y con esto darle cabida en el marco chomskiano.

3.3 Validez de la teoría de Chomsky

Superados los dos aspectos anteriores, el resto del estudio se concentrará en la búsqueda de evidencias de la validez de de la teoría de Noam Chomsky en relación con el lenguaje matemático con lo cual, se espera, se responderá la principal pregunta de investigación que se planteó en este estudio. Estas evidencias se concentran en dos disciplinas fundamentales que fueron el eje principal en la discusión llevada a cabo en la abadía de Royaumont: la lingüística y las neurociencias. Los conceptos más difíciles de acoplar y evidenciar son los de la Estructura Superficial y Estructura Profunda, así como los del innatismo.

4.0 MARCO TEÓRICO

Del propósito de este estudio se desprende de un modo natural el marco teórico: la teoría de Noam Chomsky relacionada con el lenguaje. Sin embargo no es esta postura conceptual la única que aquí se expondrá. También se mencionará la postura de Jean Piaget en relación con el lenguaje, y esto se debe a que en el debate en la abadía de Royaumont estos dos científicos fueron los dos principales protagonistas.

Durante todo el debate, las nociones de innatismo, estructuras superficial y profunda, pensamiento matemático y etapas de desarrollo se mencionan frecuentemente por lo que en este estudio se precisará lo que se entenderá por cada uno de éstas, pero es importante aclarar que algunas de estas precisiones no se hacen directamente de las teorías expuestas, sino que son producto de las reflexiones del autor de este trabajo con el afán de hacerlas congruentes con el marco explicativo. También se expone la estructura funcional del cerebro, las técnicas de registro del cerebro en acción y, concretamente, las zonas cerebrales donde se registran algunas funciones matemáticas inherentes que podrían dar argumentos de la existencia innata de un cierto tipo de pensamiento matemático.

4.1 El lenguaje

El hombre, con su privilegiado y muy desarrollado cerebro, tiene la facultad del lenguaje y, gracias a él, posee posibilidades de aprendizaje que les son negadas a otros animales. Las palabras, símbolos de lo visible y lo invisible que se le ocurre pensar, surgen de su cerebro para permitirle comunicar lo que está pensando, esto es, se ven como una fuente inagotable de comunicación. Se pueden escribir, por lo que pueden sustituir a la memoria y son instrumentos fundamentales para el pensamiento. Sin ellas disminuye toda actividad intelectual.

Adquirir un lenguaje es el primer paso de una cultura. El hombre inicia este proceso a una edad muy temprana para ser un animal que madura tan lentamente. Un niño de tres meses puede articular todos los sonidos que necesitará, y hacia los dos años empieza a emplear palabras con significación. A los seis años, ya se encuentra en condiciones de ir a la escuela para iniciar un aprendizaje formal que acabe por incorporarlo al medio social y a la cultura en que está inmerso. En los humanos, el lenguaje está muy ligado a los conceptos y a su formación. La discontinuidad más evidente entre el hombre y los animales estriba en el uso del lenguaje. Nuestra capacidad de verbalizar nos permite hablar sobre un concepto, describir sus atributos y propiedades. También es posible usar

otros para describirlo. Ello implica que al elegir una palabra al azar, se encuentra que el concepto que la palabra denomina o el significado de la palabra, no es un objeto específico o una experiencia, sino una clase.

Es importante establecer la diferencia entre el nombre de las cosas y las cosas mismas, y no considerar el nombre como una etiqueta que se pega. Se debe tomar en cuenta, además, que cada nombre, cada morfema, “representa” a la realidad. Todo nombre o acción se expresa a través de la palabra o signo verbal, el cual está compuesto por un significante sonoro que contiene un significado obtenido sobre la base de su acción.

Sin el lenguaje, cada individuo debería formar sus propios conceptos directamente sobre el entorno y, sin él, estos conceptos primarios, llamados nociones, no podrían reunirse para formar conceptos de orden más elevado. Mediante el lenguaje, en cambio, los conceptos primarios se relacionan más eficientemente y se hace posible formar conceptos más abstractos. El lenguaje también permite que los conceptos del pasado, trabajosamente abstraídos y acumulados de manera sucesiva por generaciones anteriores, se aprovechen para ayudar a que cada nuevo individuo forme su propio sistema conceptual.

Las verbalizaciones de los niños son indicadores que permiten evaluar sus aprendizajes; sin embargo, ellas no necesariamente reflejan todo el alcance de la comprensión de las relaciones establecidas. Los defensores de los medios concretos para la enseñanza de las matemáticas parecen estar de acuerdo en que los niños pueden “saber” más de lo que son capaces de explicar con palabras²⁰. Sin embargo, aun cuando el lenguaje no es el pensamiento mismo, es una buena manera de expresar el pensamiento. Es un instrumento o medio de comunicación entre organismos o miembros de una especie.

Los progresos del lenguaje permiten consecuentemente progresos en el razonamiento y repercuten en el desarrollo de las relaciones y pensamiento que expresan. Constituyen la primera etapa hacia la realización del potencial que su mayor inteligencia proporciona al niño.

La inteligencia hace posible el lenguaje, pero el habla, que ha de aprenderse, es esencial para la formación y uso de conceptos de orden superior que, en conjunto, forman nuestra herencia científica y cultural. Sin un lenguaje apropiado, gran parte de la inteligencia humana queda sin desarrollarse.

Una lengua es un conjunto de signos regidos por reglas que se relacionan con los hechos; para generar correctamente esos signos, el que habla debe tener un conocimiento

²⁰ Rencoret, C. *Iniciación Matemática. Un Modelo de Jerarquía de Enseñanza*. Editorial Andrés Bello. Santiago de Chile. 1999.

implícito de la gramática y de los significados de la gramática codificada. Por su parte, el oyente debe tener un conocimiento parecido para decodificar los signos. De esta forma, desarrollar una lengua no es sólo desarrollar un aspecto lingüístico, sino varios, y coordinarlos de forma apropiada.

Una lengua, en primer lugar, se compone de sonidos que al juntarse forman palabras, las que a su vez se unen en frases. Esto significa que el lenguaje tiene un sistema sintáctico que rige el modo en que un signo se relaciona con otro y tiene un significado o sistema semántico, que regula la relación entre los signos y sus significados. Un niño debe aprender las reglas fonológicas, sintácticas y semánticas para desarrollar el proceso de la adquisición del lenguaje, y en este sentido hay algunas teorías que, al intentar explicar la adquisición del lenguaje, se ocupan principalmente del desarrollo de la sintaxis. Los conductistas, seguidores de Skinner, sostienen que el niño aprende el lenguaje en respuesta al estímulo de los adultos²¹. Por otro lado, los partidarios de la teoría biológica encabezada por Linnenberg, sostienen que no es científicamente provechoso buscar una “causa” del desarrollo del lenguaje, sino más bien pensar en la maduración, incluyendo crecimiento y desarrollo de ciertas conductas, tales como el lenguaje, como recorridos de estados muy inestables, que finalmente llegarían a una relativa estabilidad en la madurez²².

Otra que vale la pena mencionar es la Teoría del Significado, atribuida a Halliday²³, en la que se sugiere que la adquisición del lenguaje es un desarrollo de la “función” o del “uso” del lenguaje de tal modo que cada una tenga asociado un “significado potencial” y, para esto supone tres fases:

1. Un período de adquisición de funciones básicas del lenguaje.
2. Un período de avances en uso de vocabulario y desarrollo de nuevos grupos estructurales.
3. Un período de acercamiento al lenguaje del adulto.

Otra teoría digna de mencionarse es la Estructural. La Teoría Estructural, con su insistencia en los métodos objetivos de verificación y en las técnicas selectivas especificadas con precisión, con su negativa a aceptar algún tipo de discusión sobre los significados o las entidades mentales o las características no observables, deriva de la metodología que las “ciencias del comportamiento” utilizan para el estudio del hombre y es también consecuencia en gran medida de las implicaciones filosóficas del positivismo

²¹ Diccionario de las Ciencias de la Educación. Santillana. España. 1997

²² Diccionario de las Ciencias de la Educación. Santillana. España. 1997

²³ Diccionario de las Ciencias de la Educación. Santillana. España. 1997

lógico. Chomsky se formó dentro de esa tradición en la Universidad de Pennsylvania como discípulo del lingüista Zellig Harris, y del filósofo Nelson Goodman²⁴. La obra de Chomsky es interesante en gran parte porque, al mismo tiempo que constituye un ataque contra la concepción del hombre implícita en las ciencias del comportamiento, dicho ataque se realiza dentro de la propia tradición de rigor y precisión científicos a las que las ciencias del comportamiento aspiraban. Su ataque contra la concepción de que se puede describir la psicología humana poniendo en correlación *estímulo y respuesta* no es un argumento conceptual a priori, menos aun es la propuesta de un humanista angustiado que se resiente de verse tratado como una máquina o como un animal. Más bien es la afirmación de que un análisis riguroso muestra que dichos métodos, cuando se aplican al lenguaje, lo único que producen son falsedades o trivialidades, que sus cultivadores simplemente imitaban “las características superficiales de la ciencia”, sin poseer sus “contenidos intelectuales significativos”. Cuando se licenció en Pennsylvania, Chomsky intentó aplicar los métodos convencionales de la Lingüística Estructural al estudio de la sintaxis, pero descubrió que los métodos que aparentemente habían dado tan buen resultado con los fonemas y los morfemas, no funcionaban muy bien en el caso de las oraciones. Cada lengua tiene un número finito de fonemas y un número finito, aunque más amplio, de morfemas. Se puede obtener una lista de cada uno de ellos; pero el número de oraciones en cualquier lengua natural es, hablando propiamente, infinito. Más aun, los métodos estructuralistas no parecen capaces de explicar todas las relaciones internas dentro de las oraciones o las relaciones mutuas que existen entre oraciones diferentes.

La teoría de Chomsky tiene una importancia central en este trabajo por lo que se detallará posteriormente pero puede adelantarse que, en ésta, se supone una especie de idea innata de lo que se debe buscar, de modo que pone más atención a un tipo de expresiones que a otro. Sugiere que cada niño tiene un dispositivo de adquisición del lenguaje que le permite atender y abstraer lo que es necesario de las conversaciones que escucha en su entorno, procesar lo que escucha y producir su propia competencia gramatical. Para Chomsky, el comportamiento lingüístico real, *la ejecución lingüística*, es solamente la cúspide de un enorme iceberg de *competencia lingüística*, deformada por muchos factores que carecen de importancia desde el punto de vista lingüístico. De hecho una vez señaló que la propia expresión “ciencias del comportamiento” sugiere una confusión fundamental entre prueba y tema de estudio. La psicología, por ejemplo, es la ciencia de la mente; llamar a la psicología ciencia del comportamiento es equivalente a

²⁴ Searle, J. Chomsky's Revolution in Linguistics. The New York Review of Books. New York 1982

llamar a la Física ciencia de las medidas. Se usa el comportamiento humano como una prueba para las leyes de las operaciones de la mente, pero suponer que dichas leyes deben ser leyes de comportamiento equivale a suponer que la prueba debe ser el tema de estudio.

En la oposición entre la metodología de la investigación limitada a los hechos observables y la que usa los hechos observables como claves para leyes subyacentes, y ocultas, la revolución de Chomsky es doblemente interesante: en primer lugar, en el dominio de la lingüística, ha precipitado un conflicto, que es ejemplo de un conflicto más amplio; y en segundo lugar, Chomsky ha usado sus resultados sobre el lenguaje para intentar desarrollar conclusiones generales anticonductistas y antiempiristas sobre la naturaleza de la mente humana, cuyo alcance supera los límites del de la lingüística. La revolución de Chomsky ha seguido exactamente el modelo general descrito por Kuhn²⁵ ; la obra de Chomsky ha confrontado el modelo aceptado, o paradigma, de la lingüística con una cantidad cada vez mayor de datos recalcitrantes que el paradigma no podía explicar. Posteriormente los contraejemplos condujeron a Chomsky a romper el antiguo modelo y a crear otro completamente nuevo, y dada la importancia que este modelo tiene en este estudio de acoplamiento al lenguaje matemático, se discutirá más adelante con sumo cuidado.

Ya que el modo simbólico de representación es considerado como el más avanzado, y puesto que el lenguaje es la forma más usual de simbolizar, Bruner lo considera importante y determinante en el desarrollo cognitivo. Bruner describió el lenguaje y la Matemática como “un cálculo de pensamiento”, y son sus sistemas simbólicos los que se lo permiten. Argumentó que si la persona puede usar el lenguaje para codificar estímulos, “lo libera del mundo de la apariencia y da mayor estabilidad a su cognición, con tal que los niveles lingüísticos sean apropiados a la tarea y ofrezcan un modo de codificar información relevante”²⁶. El lenguaje, además de ser un sistema para nominar las cosas, está organizado jerárquicamente. Tiene palabras “súper ordenadas”, como color y forma. Ellas pueden facilitar el desarrollo de los conceptos que encierran. El hecho de ser capaz de usar símbolos libera al usuario del aquí y del ahora, es decir, de un contexto actual. Por eso, el lenguaje es un importante aspecto de la cultura.

En el momento en que el preescolar descubre por sí mismo que así como se pueden dibujar objetos se pueden dibujar palabras, está preparado para escribir. El secreto de la

²⁵ Kuhn, T. S. La Estructura de las Revoluciones Científicas. Breviarios. Fondo de Cultura Económica. México 1982.

²⁶ Bruner, J. S., Goodnow, J. J. y Austin, G. A. A Study of thinking. New York. John Wiley.

enseñanza del lenguaje escrito es la preparación y organización adecuada de esa transición natural. Una vez realizada, el niño domina el principio del lenguaje escrito y tan sólo le resta perfeccionar esa etapa.

Existe sin duda un aspecto innato en la escritura, pero una gran parte de ella ha de ser adquirida a través del ensayo y de la experiencia. La escritura debe ser importante para la vida, y de igual manera se necesita una Matemática vivida. No se debe esperar que los niños experimenten dificultades en el aprendizaje para empezar a preocuparse de buscar buenas estrategias didácticas y diseñar actividades instruccionales apropiadas para la enseñanza. Es conveniente analizar de antemano los procesos mentales del niño e identificar sus estados de desarrollo, para que así pueda superar sus dificultades, comprender los símbolos y procesos, y aplicar sus conocimientos con éxito para resolver operaciones y situaciones problemáticas.

Es necesario que el niño actúe, para que así su pensamiento se traduzca en acción, y piense en la acción. Sus acciones, como juego, le llevan a resolver en forma concreta situaciones que, posteriormente, son objeto de problemas escolares, porque éstos, finalmente, no son sino conexiones entre una actividad determinada, real o imaginaria, y un lenguaje específico que utiliza signos y fórmulas propias²⁷.

Si se desea que más adelante el niño llegue a representar acciones indicadas en una operación aritmética, es preciso que previamente haga y rehaga, en forma concreta, las operaciones que representará más tarde. La operación concreta o acción manual debe preceder siempre a la operación aritmética. Superada esta primera etapa, la acción sola se torna insuficiente y el lenguaje debe acompañarla, ya que la acción y el lenguaje se apoyan mutuamente. Ello permite que el niño aprenda el vocabulario elemental del lenguaje matemático, simplemente describiendo las acciones que realiza. Cada expresión verbal toma su verdadero sentido asociada a una acción real y las diferentes acciones ejecutadas con materiales distintos comienzan a agruparse, pues se expresan de manera similar.

Así, la comprensión matemática se traduce en la posibilidad de establecer relaciones entre ciertas acciones concretas y su expresión lingüística, en un lenguaje similar al que tiene el mismo niño en otras áreas. Posteriormente el niño podrá recordar y contar las diferentes acciones que ha ejecutado sin hacerlas en forma manual.

Las descripciones de la etapa pueden ser enriquecidas y llevadas al plano de la representación y del pensamiento matemático, surgiendo la posibilidad de una forma de

²⁷ Gálvez, G. Matemática en la Escuela: aprender un lenguaje imprescindible. Cuadernos de Educación CIDE. Chile 1979.

abstracción representativa de la situación mediante un dibujo o situación gráfica. Las acciones concretas empiezan a perder su contingencia, y las análogas parecen más evidentes al aparecer el uso de un material idéntico en todas las situaciones.

Cuando las etapas descritas están logradas, es posible pasar a la traducción simbólica de la operación, por ejemplo: $3 + 4 = 7$. Se presenta así un resumen sorprendente: la acción viva y concreta anterior se reduce a una expresión por medio de signos separados por ciertos símbolos numéricos. Aparece un claro nivel de abstracción en tránsito desde un plano real a otro plano de la realidad. Estas secuencias de actividades son adecuadas para asegurar la relación y transferencia entre operaciones aritméticas y favorecen el desarrollo del pensamiento.

Definir el lenguaje es tan complejo como explicar su naturaleza y la búsqueda de una definición ha sido una ardua tarea para lingüistas y filósofos, porque la idea de ubicarlo como una actividad humana de comunicación trae serios problemas, sobre todo al concebir a las Matemáticas como un lenguaje. No se trata de una mera cuestión terminológica, por cuanto, según qué palabras se admitan y qué palabras no se admitan. La opinión corriente dispone aquí de algunas palabras usuales y en particular de la palabra *lenguaje*: la cuestión de si esta palabra denomina adecuadamente el objeto de la ciencia lingüística no puede ser tenida por anodina ni trivial. De hecho, la mayoría de los lingüistas se han interrogado sobre este punto y han avanzado respuestas. Saussure, por ejemplo, inauguró su discurso proponiendo como objeto de la lingüística no el lenguaje, sino la *lengua*; de modo comparable, la Escuela de Cambridge prefirió referirse a la noción de Gramática.

Todavía se necesita saber lo que las palabras quieren decir. De nada sirve discutir la palabra *lenguaje* si no se restituye el conjunto de proposiciones que esta palabra resume: sobreentendiéndose que una palabra puede ser multívoca y resumir varios conjuntos de proposiciones distintos, cuando no incompatibles. Lo mismo con la palabra *lengua*, lo mismo con la palabra *gramática*, etc. Dicho de otra manera, no se trata de decir, como afirma Saussure²⁸, que más que palabras se definen cosas, sino que se definen conjuntos de proposiciones, asertivas unas, interrogativas otras, y que las palabras son el estenograma de estas proposiciones.

Cuando se trata de palabras tan primitivas como pueden serlo para la lingüística las de lenguaje o lengua, no se puede sino decir que la lingüística no puede dejar de encontrarse con las proposiciones resumidas por esas palabras; éstas tocan puntos que le son

²⁸ Saussure, F. Curso de Lingüística General. Editorial Crítica. México. 1973

esenciales, hasta el extremo de que no puede cuestionarlas sin disolverse ella misma. Sean lo que puedan ser en sí mismas estas proposiciones, funcionan entonces como irreductibles, más acá de las cuales no se puede ir, y sus significaciones funcionan como hechos primitivos. Esto no significa en absoluto que tales hechos no puedan ser cuestionados; al contrario dicho cuestionamiento solo les está permitido a discursos distintos de la lingüística. El primero de estos hechos es que hay seres hablantes, que producen formaciones de lenguaje. A esto se le llama *factum loquendi*. Supone ya la posibilidad de distinguir una producción del lenguaje de lo que no lo es. Intervienen al respecto nociones muy generales y, para decirlo todo, bastante groseras: unión de un sonido y un sentido, organización sintáctica, léxica etc.

El nombre corriente de este hecho bruto es el *lenguaje*. Se observará que supone una sola cosa: que haya seres hablantes. En este sentido hablar del lenguaje es solo hablar del hecho de que existen seres hablantes. Sin embargo, para hablar de él de una manera que tenga interés es necesario poder cuestionar esta existencia; esto es justamente lo que la lingüística no puede hacer: para ella, esa existencia no puede ser deducida ni explicada en general. Se comprende en qué sentido la lingüística no tiene por objeto el lenguaje; lo toma por axioma.

Esto no significa que no se pueda considerar dicha existencia por sí misma e interrogarse sobre sus condiciones de posibilidad. Lo que se encuentra entonces es una pregunta del tipo: “¿porqué hay lenguaje en vez de no haber lenguaje absoluto?”. Es decir una pregunta puramente metafísica. Lo que con toda corrección, se llama Filosofía del Lenguaje no tiene por lo general otro objeto. Dicha filosofía responde de manera diversa. Puesto que la cuestión que plantea, referida a la existencia del lenguaje como tal, pasa de manera necesaria por la posibilidad lógica de que esa existencia sea dejada en suspenso, se comprende que el examen de los seres sin lenguaje sea para ella más que valioso: se trate de seres reales –animales, sordomudos, etc.- o ficticios. Pues a menudo la ficción parece de el único medio para salvar los límites de lo dado; de ahí que el lenguaje tenga que ver frecuentemente con la ficción, y, como ésta debe concernir al límite entre lo que es y lo que no es, lo más fácil es imaginar esta ficción en términos cronológicos: de aquí nace el tema del origen del lenguaje; no siendo el origen más que la forma ficticia, presentada como un pasaje, del límite entre “el lenguaje no existe” y “el lenguaje existe”. Lo que supuestamente aparecerá en este pasaje ficticio son propiedades definitorias y esenciales: aquellas propiedades sin las cuales no se puede decir que exista el lenguaje. Dicho de otra manera, responder a la cuestión del origen del lenguaje es, en realidad,

responder a una cuestión sobre la esencia del lenguaje. Se sabe que las respuestas han variado: ninguna es en verdad empírica, por cuanto la pregunta misma, por estructura, excedía los límites de lo empírico; pero todas se parecen a proposiciones empíricas ya que, como todas las ficciones, describen configuraciones espacio-temporales: un héroe dador de nombres, un grupo de hombres transido por la necesidad, o por las pasiones, etc.

Se puede concebir que estas cuestiones no interesen a la lingüística, lo cual es la posición más corriente. Se tradujo en particular en el abandono de la cuestión del origen del lenguaje, y se justifica de manera infinitamente más general: la ciencia lingüística no problematiza las cuestiones de existencia, sino sólo la cuestión de las propiedades de objetos cuya existencia se admite como un dato. Se comprende que el término *lenguaje*, suponiendo que designe solamente el *factum loquendi*, se vea expulsado al exterior del objeto de la lingüística: entonces, sea lo que sea la ciencia lingüística, no podría ser llamada “ciencia del lenguaje”. En rigor, la cuestión del origen del lenguaje aparece de manera recurrente en todas las proposiciones biologizantes que se han sostenido en lo referente al lenguaje; sea por los lingüistas, por las ciencias de la vida o por las ciencias de la conducta.

Es posible razonar en *extensión* o en *comprensión*. Sin conferir a estos términos un valor técnico preciso, se dice que razonar en extensión es, fundamentalmente, suponer que la lista de propiedades definitorias de una formación de lenguaje cualquiera, sólo puede ser confeccionada tras un examen exhaustivo de lenguas particulares.

Razonar en comprensión es considerar que la ciencia razona más en términos de propiedades que en términos de clases; es sobre todo, considerar que, para establecer estas propiedades, puede uno dispensarse de confeccionar la lista exhaustiva a las lenguas. Un significado razonable es: las lenguas sólo tienen en común un conjunto muy pobre de propiedades, a las que no se puede considerar como las propiedades mínimas que permiten distinguir una lengua de lo que no es una lengua.

Pero esto no es nada más ni nada menos que un recurso de la comprensión. El procedimiento puede ser descrito a partir de Frege: las lenguas poseen propiedades (tener una forma fónica, ser articuladas, etc.); estas propiedades **A**, **B**, **C**, etc, pueden estar combinadas en un concepto único **Z**, del que pasarán a ser los rasgos distintivos; este concepto combinado **Z** no es otra cosa que el concepto *lenguaje*. Todo el problema es saber entonces si las propiedades **A**, **B**, **C**, etc, son pobres en contenido y poco numerosas o si, como sostiene la escuela de Cambridge, estas propiedades comunes son

bastante numerosas y, en cualquier caso, muy especificadas. El problema de la “*Gramática Universal*” tiene la misma base; se ve que, en verdad, la mayoría de los lingüistas admiten una gramática universal. Difieren solamente en cuanto a saber si esta “gramática” es mínima y se limita a propiedades extremadamente generales (del tipo “el lenguaje tiene una forma fónica”, “es articulado”, etc.) o si puede ser más rica.

Sea como fuere, el concepto lenguaje, así definido, ya no es en absoluto sinónimo del hecho bruto al que se hizo referencia anteriormente, en donde el lenguaje resumía una cuestión de existencia; ahora resume una cuestión de propiedades. Todas estas cuestiones pueden resumirse: el lenguaje, ¿es un objeto?, ¿tiene propiedades que el sólo posee?

No es posible prejuzgar sobre las respuestas, pero al menos el programa está relativamente bien definido. Es este programa lo que se presenta, de manera a veces mal explicado, cuando se habla de *Gramática Universal*. La hipótesis de que existen caracteres universales está de hecho contenida analíticamente en el uso más corriente de la *lengua*, pues este uso supone la posibilidad de distinguir siempre una lengua de una no-lengua, una formación de lenguaje posible de aquello que no lo es. En una teoría que da el nombre de *Gramática* a toda descripción teorizada de las propiedades de una lengua, es natural que la descripción teorizada de sus caracteres universales constituya una gramática universal. A partir del momento en que no se considera imposible distinguir en general entre una lengua y una no-lengua, se adopta este programa; y en cuanto a saber si se habla en este caso de gramática universal, hay aquí una simple cuestión terminológica. En realidad, todo el mundo estima que hay propiedades que distinguen universalmente una lengua de una no-lengua, ya que todo el mundo se cree autorizado a emplear la palabra lengua. Por lo tanto, todo el mundo cree, sin forzosamente saberlo, en la gramática universal; toda la cuestión es saber si ella tiene un contenido y cuál es su contenido. Dicho de otra manera, todo el problema es saber si es posible explicitar las propiedades pertinentes. Supóngase que se haya hecho. Definidas y organizadas las propiedades, una epistemología realista admitirá que se les suponga un soporte de realidad. Este soporte puede ser denominado específicamente *lenguaje*: si la elección es ésa, el lenguaje, será cabalmente un objeto sustancial, único en su género.

La escuela de Cambridge prefiere llamar *Gramática* a este correlato de realidad, apelando a una ambigüedad consciente y deliberada: la gramática es a la vez realidad sustancial y la representación teorizada de esta realidad . Es preferible distinguir: la gramática de acuerdo con la tradición, designa solamente a la representación, el *lenguaje* es el objeto

que la gramática teoriza. Esta ambigüedad se remonta de hecho al programa generativo stricto sensu. El mantenimiento del término gramática en su ambigüedad es sólo un sacrificio al mito de la continuidad de la escuela de Cambridge, mito que cumple con una función puramente sociológica.

Salta a la vista que todo descansa en estas propiedades. Para que la ciencia del lenguaje tenga el menor contenido, conviene que sean sintéticas. Dicho de otra manera, toda propiedad que esté analíticamente contenida en el concepto de lenguaje será inútil. Esta es la razón por la que no se puede partir de una definición general del lenguaje; a lo sumo se puede llegar a esta definición, partiendo de las propiedades comprobadas y por lógica no necesarias de las lenguas.

Los dos protagonistas del debate de Royauumont se ubican en una concepción de lenguaje para poder defender sus correspondientes posturas conceptuales, por lo que es importante exponer las ideas de cada uno, a pesar de que aquí sólo se investiga la validez de la propuesta de Chomsky. Sin embargo también vale la pena mencionar las ideas dominantes, antes del debate, acerca de la concepción de lenguaje para entender el porqué de lo revolucionario (en el sentido de Kuhn²⁹) de las posturas conceptuales de Chomsky. Un excelente representante de estas ideas dominantes es Edward Sapir.

Edward Sapir, lingüista de gran influencia teórica en el siglo XX, caracteriza la comunicación como el aspecto dinámico de la sociedad humana. No existe sociedad sin una "...red, intrincada en extremo, de comprensiones parciales o totales que se establecen entre los miembros de unidades organizadas de cualquier tamaño o complejidad"³⁰. De acuerdo con Sapir el lenguaje, el tipo más explícito de comportamiento comunicativo, sería el "proceso de comunicación por excelencia en toda sociedad conocida; y es extraordinariamente importante observar que, cualesquiera que sean las limitaciones de una sociedad primitiva vista desde la privilegiada perspectiva de la civilización, su lengua es tan exacta, completa y potencialmente creadora de simbolismos referenciales como la más alambicada de las lenguas que conozcamos". Pero al definir el lenguaje, Sapir sostiene la inexistencia de una actividad instintiva de éste, y afirma que el lenguaje es un método exclusivamente humano, y no instintivo, de comunicar ideas, emociones y deseos por medio de un sistema de símbolos producidos de manera deliberada. Estos símbolos son ante todo auditivos y son producidos por los llamados "órganos del habla". No hay en el habla humana, en cuanto tal, una base instintiva apreciable, si bien es cierto que las

²⁹ Kuhn, T. S. La Estructura de las Revoluciones Científicas. Breviarios. Fondo de Cultura Económica. México 1982.

³⁰ Sapir, E. El Lenguaje. Breviarios: Fondo de Cultura Económica. 1989.

expresiones instintivas y el ambiente natural pueden servir de estímulo para el desarrollo de tales o cuales elementos del habla, y que las tendencias instintivas, sean motoras o de otra especie, pueden dar a la expresión lingüística una extensión o un molde predeterminados.

4.2 Piaget y el lenguaje

Los puntos de vista piagetianos sobre el papel del lenguaje en el pensamiento son similares a los de la percepción visual. Para Piaget el lenguaje es un sistema de símbolos que sirve para representar el mundo como algo muy diferente de los actos y operaciones que constituyen los procesos de razonamiento. Así, por ejemplo, si se pregunta al niño de cinco años que juega con bloques “cuántos” tiene, no entenderá la pregunta (al menos en nuestros términos) porque carece de las operaciones que fundamentan preguntas como “¿cuántos?” con significado lógico. Si se le dice que tenía cinco bloques, que se le enseña a contarlos y se logra que conteste “cinco” cuando se le pregunta cuántos bloques tiene; en este caso, ¿entiende el niño qué se le dijo y qué se hizo? No, según Piaget –al menos, no en el sentido de que el niño comparta nuestra comprensión de las cosas. No es que ahora entienda y que se le haya “enseñado” el concepto de número. Lo que el niño ha aprendido es simplemente un procedimiento (hacer ciertos sonidos) en respuesta a una pregunta (“¿cuántos?”). No se ha desarrollado una comprensión conceptual del número. Esta concepción exige que el niño alcance a darse cuenta de que muchos actos que cambian las apariencias no tienen efecto en lo abstracto en la propiedad invariable que llamamos número. Él no entenderá estos conceptos abstractos hasta que haya alcanzado el pensamiento operacional.

4.2.1 Construcción Activa

El niño muestra un buen dominio del lenguaje hablado a la edad de cinco años, independientemente de una educación formal. Este desarrollo del lenguaje se refleja no solamente en el vocabulario creciente del niño sino también en la aplicación de muchas reglas del lenguaje. Para Piaget la imitación juega un papel importante en la adquisición del lenguaje en un niño. Sin embargo, su habla no tiene una relación simple directa con los modelos adultos que el niño oye. Sin la enseñanza formal del lenguaje el niño está expuesto a casos aislados de aplicación verbal. De esa exposición él gana una noción intuitiva de las reglas en un sistema invisible de lenguaje. En la adquisición gradual de la estructura gramatical de su lenguaje hablado, el niño muestra evidencia de una

construcción activa dentro de los límites del lenguaje. El uso de “rompido”, “escribido”, “el perro está morido”, y otras expresiones sugieren una conducta gobernada por las reglas. La búsqueda activa de una regla se demuestra además por el descontento infantil con la forma plural, por ejemplo, de la palabra *pie*, el ágil intento de generar otras posibilidades viables y finalmente su aceptación de *pies* como una excepción a su regla. El ciclo se refleja en el probable patrón de uso que iría así: *pie*, *pieses*, *pieseses*, *pies*. El niño experimenta libremente con palabras en una búsqueda febril de modelos de lenguaje del adulto.³¹ Un ejemplo de construcción activa infantil se puede encontrar en los primeros intentos por construir frases. El niño no sólo intenta imitar como perico, sino que es selectivo aun en la formación de expresiones que no ha oído. En la adquisición gradual de una estructura gramatical, el niño tiende a reducir la oración adulta a un mínimo de información necesaria para transmitir un conocimiento. “mi papá está arreglando el carro”, se reduce a “papá carro”. Al expresar sus propios pensamientos, el niño expresa relaciones deseadas por el orden que da a las palabras. En este contexto, “muñeco caja” tiene el significado deseado de que “el muñeco está en la caja”. Las oraciones abreviadas infantiles sugieren que el niño está creando reglas que se relacionan con los modelos gramaticales de los adultos. Está creando ideas con un orden para presentar palabras selectas. Además de la experimentación activa y la elaboración de reglas dentro de un sistema particular de lenguaje el niño enriquece también ese lenguaje inventando nuevas palabras.³²

4.2.2 Forma de representación.

Un logro importante, según Piaget, del desarrollo infantil en el inicio del periodo preoperacional es la habilidad del niño para separar su pensamiento de la acción física. El niño es ahora cada vez más capaz de representar objetos, acciones y eventos por sí mismo mediante imágenes mentales y palabras. La adquisición infantil del lenguaje está íntimamente ligada a otras formas de representación – imitación, juego simbólico y fantasía infantil que emergen simultáneamente en su desarrollo.³³

A medida que el niño avanza en el periodo preoperacional se vuelve cada vez más apto para representar objetos y eventos en una gran variedad de formas. Puede representar tanto los objetos como existentes como los ausentes. También puede comunicar sus

³¹ Hermine Sinclair. Epistemology and the study of Language. En B. Inhelder y H. Chipman edits. Piaget and his school: A reader in development psychology, New York. Springer – Verlag, 1976.

³² Irving Rigel, Rodney Cocking. Cognitive Development from Childhood to Adolescent: A Constructivist Perspective, New York: Holt, Rinehart & Winston. 1977.

³³ Piaget J, Inhelder Barbel. The Psychology of the Child. New York, Basic Books 1969

representaciones mentales a otros a través del lenguaje y del dibujo. Aunque este proceso de representaciones se inicia en la transición al periodo preoperacional, continúa desarrollándose gradualmente a través de todas las etapas posteriores.³⁴

Para Piaget, estos modelos de representación varían en complejidad y abstracción. El lenguaje es el modo de representación más complejo y abstracto. Donde otras formas de representación llevan algún parecido con los objetos o eventos que simbolizan, el lenguaje se expresa en símbolos que no tiene ningún parecido. Distinto a otras formas de representación que son creaciones personales, el lenguaje se adquiere dentro de los límites de un sistema socialmente definido. Aunque el lenguaje a menudo acompaña otras formas de representación y la mayoría de las reglas del lenguaje se han elaborado a la edad de 5 años, el dominio infantil de reglas más complejas y el total significado de las palabras es gradual.³⁵

Piaget identifica tres niveles de representación, dos de los cuales son preverbales³⁶. Las clases de representación y su nivel aproximado de complejidad se ilustran en la tabla³⁷ que se anexa, donde la lectura de ésta se hace de abajo hacia arriba; desde el nivel más simple de representación: el índice.

4.2.3 Representación de una representación

El lenguaje escrito, dice Piaget, es una representación gráfica arbitraria del lenguaje hablado, el cual a su vez no es otra cosa que una representación igualmente arbitraria, aunque socialmente determinada. Habiendo sido dos veces abstraído de la realidad, el lenguaje escrito es la forma más abstracta de representación. Estas configuraciones arbitrarias con formas características y arreglos, llamadas palabras, no llevan parecido con los objetos y eventos que representan. Las letras que forman las palabras son marcos arbitrarios. Cada letra tiene un nombre, una forma característica y representa uno o más sonidos. Descifrar esas marcas en sonidos no hace automáticamente que la palabra tenga significado. En el contexto de una oración, el uso proporciona sólo claves para el significado deseado por el que escribe. Los significados no se construyen en palabras escritas; son creados por el lector, quien los interpreta a través de su red de ideas. No hay dos personas que sientan un poema o una historia de la misma forma, ya que su

³⁴ Ibidem 29




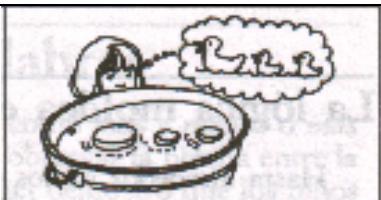

³⁵ Ibidem 30

³⁶ Piaget J. *Plays, Dreams and Imitation in Childhood*, New York. Norton 1968

³⁷ Sonquist H, Kamii C. *Applying Some Piagetian Concepts in the Classroom for the Disadvantaged*. J. Frost ed. *Early Childhood Education Rediscovered*, New York: Holt Rinehart & Winston, 1968.

conocimiento literario es personal y depende de la interpretación que den a los símbolos.³⁸ De la misma forma, las Matemáticas son un lenguaje con su propio conjunto de símbolos. Las relaciones de la Matemática no están elaboradas en esos símbolos, Las relaciones son formadas por la mente humana que les asigna luego símbolos.

Según Piaget, antes que tratar con problemas similares al nivel proposicional verbal los niños muestran su pensamiento lógico en problemas que conciernen a materiales físicos. La lógica puede preceder en varios años al lenguaje. Los niños pueden ordenar longitudes y colores aproximadamente cinco años antes de poder resolver problemas verbales de seriación.³⁹

NIVELES Y TIPOS DE REPRESENTACIÓN		
NIVEL	TIPO	EJEMPLO
<p>SIGNO. Una clase de símbolo sin parecido con al objeto real.</p>	<p>PALABRAS. Una palabra por si misma evoca imágenes mentales con significado basado en una variedad de interacciones con objetos y eventos. Las palabras sirven para recuperar ideas personales y expresarlas.</p>	
<p>SIMBOLO. Algún parecido con el objeto real aunque distinto del mismo</p>	<p>DIBUJOS. Los niños que tienen experiencias ricas con objetos y eventos pueden interpretar correctamente representaciones pictóricas en función de experiencias y nociones pasadas.</p>	
	<p>MODELOS FÍSICOS. El niño es capaz de representar un objeto físico con un modelo tridimensional hecho de barro o un dibujo plano, evocando una imagen del objeto real a partir de las representaciones.</p>	
	<p>JUEGO DE FINGIR. Los niños usan objetos para representar otros objetos. (Juego simbólico).</p>	
	<p>IMITACIÓN. El niño puede representar el objeto usando su cuerpo para representar el sonido y los movimientos del objeto. Los niños también representan situaciones comunes de su vida al actuarlas. (Juego dramático).</p>	

³⁸ Elkind, David. "We can teach reading better". Today's Education, Nov-Dec. 1977

³⁹ Piaget, J. The child and Reality: Problems of Genetic Psychology. New York Viking Press. 1977.


<p>INDICE. Parte del objeto real representa a todo el objeto.</p>	<p>PARTE DEL OBJETO. El niño es capaz de construir mentalmente la parte faltante y reorganizar el objeto. Elabora una imagen mental del objeto al ver algunas huellas o trazos causados por el mismo.</p>	
--	--	---

Fig. 6 El lenguaje se desarrolla como parte de un gran sistema de representación. Es solamente una forma de representar al mundo.

Piaget muestra un ejemplo de esta brecha entre lógica y lenguaje. El niño pequeño evidencia una inteligencia, una clase de “lógica de las acciones” en el periodo senso-motor previo al surgimiento del lenguaje observable. Piaget cree que el lenguaje tiene raíces en la coordinación infantil de movimientos, los cuales son más profundos que el lenguaje. Durante el periodo senso-motor, el niño descubre y coordina sus movimientos para lograr fines de creciente complejidad. Estos patrones de acción de grupo y los patrones generales de descubrimiento no solamente preceden, sino también, parecen sostener la adquisición del lenguaje infantil.

4.2.4 Relación Lógica-Lenguaje.

La laguna entre la lógica y el lenguaje continúa a través de las etapas, aún cuando el niño comience a adquirir el lenguaje. Piaget explica que los patrones de actividad efectivos para la acción inteligente a nivel físico necesitan ser estructurados antes de que sean encerrados en un nivel de representación; en otras palabras, no pueden ser trasladados inmediatamente al nivel del pensamiento sino hasta ser reaprendidos. Este es un proceso gradual que explica el retraso entre la noción física y la verbal.⁴⁰

Hasta alrededor de los siete años de edad existe una lógica de las acciones (periodo senso- motor) que prepara las bases para el surgimiento del lenguaje y de una semilógica (periodo preoperacional) que influye en la construcción del lenguaje infantil. Una vez que el niño entra en la etapa de operaciones concretas, por definición, el pensamiento infantil se convierte en operacional (lógico). Este surgimiento del pensamiento lógico influye aún más en el desarrollo del lenguaje y está acompañado de los cambios afines sucedidos en el uso del lenguaje.

Los colaboradores de Piaget han comparado el uso del lenguaje en grupos de niños con conservación y preconservación de cantidades.⁴¹ Se les pidió a los niños que compararan

⁴⁰ Piaget, J. *The child and Reality: Problems of Genetic Psychology*. New York Viking Press. 1977.

⁴¹ Sinclair, H. *Developmental Psycholinguistics*. B. Inhelder B. and Chipman H. eds. *Piaget and his School: A Reader in Development Psychology*. New York: Springer – Verlag 1976.

pares de objetos después de darle a cada uno dos muñecos: uno representando a una niña y el otro a un niño. Los preconservadores tienden a concentrarse en una variable cuando descubren las diferencias en los objetos. No fueron capaces de aplicar términos comparativos tales como más, más grande, más largo, que se asocian a problemas de comparación. Estos preconservadores estaban todavía en el periodo preoperacional y su falta de operaciones lógicas los limita al uso del lenguaje. Por contraste, los conservadores cuentan con la capacidad de llevar a cabo operaciones lógicas para considerar dos objetos y dos variables al mismo tiempo. Esta capacidad mental influyó en el uso del lenguaje.⁴²

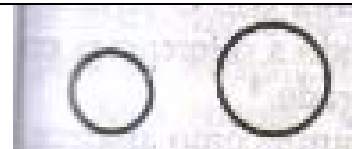
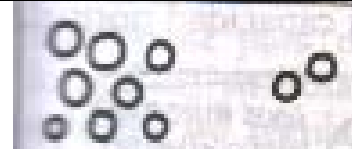
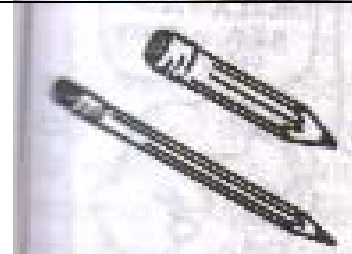
	PERIODO DE NOCIONES DE PRECONSERVACIÓN	PERIODO DE NOCIONES DE CONSERVACIÓN
	“El niño tiene la grande, la niña tiene la pequeña”.	“El niño tiene una más grande que la de la niña”.
	“La niña tiene un montón y el niño poquito”.	“La niña tiene más”.
	“Este lápiz es largo, ese otro es corto” (una variable). o “Este lápiz es largo, aquel es corto. Este es grueso, aquel es delgado” (dos variables).	“Este lápiz es largo (más largo) pero delgado (más delgado). El otro es corto pero grueso”

Fig. 7 Periodos de preconservación y conservación

Los niños parecen entender términos comparativos tales como *más* y *menos* o *más largo* y *más corto* en algunos contextos, pero no en otros. Al observar la brecha entre la conservación infantil de cantidad, área, peso y volumen, Piaget demostró que los niños de siete años de edad entienden “más” en función de cantidad, pero no en función del área, peso y volumen. Aunque tienen el vocabulario adecuado, éste puede estar limitado a aplicaciones específicas por su marco conceptual.⁴³

⁴² Sinclair, H. Developmental Psycholinguistics. B. Inhelder B. and Chipman H. eds. Piaget and his School: A Reader in Development Psychology. New York: Springer – Verlag 1976.

⁴³ Sigel I. The Piagetian System and the World of Education. David Elkind y Jim Flavell eds. Studies in Cognitive Development: Essays in Honor of Jean Piaget. New York: Oxford University Press 1969.



Fig. 8 El niño preoperacional

El término *hermano* es parte del vocabulario de la mayoría de los niños. El niño preoperacional no puede comprender la relación recíproca involucrada y, por tanto, no puede pensar en sí mismo como un hermano de Jaime y Álvaro. Un niño de operaciones concretas es probable que se cuente él mismo como un hermano y utilice el término correctamente en ese contexto. Hasta la edad de 9 o 10 años, sin embargo, este niño es probable que defina un hermano como un niño “que vive en mi casa”. Es en la etapa de operaciones formales cuando el niño tiene un completo dominio de la relación recíproca involucrada en las de parentesco. Aunque la mayoría cuenta con el término *hermano* en su vocabulario, su significado difiere drásticamente debido a diferencias en el grado en que su marco conceptual lo haya diferenciado y elaborado.⁴⁴

Padres y maestros son a menudo engañados al tomar el habla infantil como aparece. Dan crédito a los niños por un nivel de comprensión más allá de su capacidad normal. La mejor manera de entender la comprensión real de los niños es hablarles cuando interactúan con materiales.

Si el lenguaje fuese decisivo en el desarrollo del pensamiento lógico, los niños que fuesen privados de él se verían gravemente afectados en su pensamiento lógico. Los niños sordos que carecen de lenguaje desarrollan, sin embargo, conceptos concretos comparables de clase, serie ordenada y número, casi al mismo tiempo que los niños no sordos. Las formas de representación además del lenguaje deben jugar, por tanto, una parte integral en el desarrollo del pensamiento lógico. En otras palabras, *el lenguaje es sólo una manera de expresar el pensamiento; no es el pensamiento mismo*.

El lenguaje está lleno de expresiones, de relaciones lógicas. Si uno enseñara cuidadosamente tales expresiones lógicas a los niños ¿mejorarían por esto su habilidad su habilidad para pensar? Los colegas de Piaget enseñaron expresiones comparables como “*más que, más largo que*” y expresiones coordinadas como “*largo pero delgado*” a los niños del periodo de preconservación. Este entrenamiento los ayudó a enfocar más de

⁴⁴ Ibidem 40

una dimensión del problema; no obstante, fallaron en demostrar un marcado aumento en la habilidad para conservar la cantidad. La habilidad para usar el lenguaje comparativo preciso no mejoró su habilidad para las nociones de conservación de la cantidad – ellos continuaron pensando a su manera - . El pensamiento lógico no puede ser desarrollado solamente a través de la instrucción del lenguaje.⁴⁵

Los pensamientos no siempre se acompañan con palabras. Todos nosotros podemos recordar situaciones en las cuales buscábamos palabras para expresar nuestros pensamientos. Científicos y matemáticos trabajando en la frontera del pensamiento pueden cambiar la realidad o hacer descubrimientos en áreas más allá de nuestra realidad; regiones que no pueden ser expresadas sin la invención de una nueva terminología. Las palabras se inventan después que las ideas son reestructuradas en otro sistema simbólico. El lenguaje no tiene la capacidad de crear nuevo conocimiento; el descubrimiento de nuevo conocimiento necesita la invención de un nuevo lenguaje para su comunicación.

Aun cuando solo el lenguaje no explica o desarrolla el pensamiento lógico, permanece como una condición necesaria para su desarrollo. El lenguaje juega un papel importante para refinar estructuras del pensamiento, particularmente en el periodo formal de su desarrollo. Sin lenguaje, los marcos de referencia serían personales y carentes de regulación social mediante la interacción. En este sentido, el lenguaje extiende el pensamiento lógico a su nivel óptimo.

A menudo el pensamiento formal se expresa verbalmente, pero las múltiples relaciones posibles dentro de un sistema total unificado de conceptos van más allá de la capacidad del lenguaje natural. Nuestro lenguaje hablado nos limita al análisis lineal de la realidad, a contemplar sólo las partes, una tras una, en lugar de mirarlas todas al mismo tiempo. Sin embargo, y particularmente durante el periodo de las operaciones formales, somos capaces de pensar más allá de las limitaciones lineales impuestas por el lenguaje.⁴⁶

Una palabra por si misma no tiene significado. Oír una palabra evoca representaciones internas de nociones basadas en nuestras interacciones anteriores con el medio ambiente y con ideas afines. A menos que nuestro marco de referencia existente pueda darle significado a las palabras, existiría una secuencia de sonidos de poco o ningún sentido.

El usar el habla como método principal de enseñanza requiere que ambos, maestro y alumno, tengan referencias mutuas para hacer posible la comunicación. Esto significa que

⁴⁵ Ibidem 40

⁴⁶ Furth H. Piaget for Teachers. Englewood Cliffs. Prentice Hall 1970.

idealmente debería existir una correspondencia uno a uno entre las ideas que el maestro pretende y la red de ideas que del que aprende. Como la red de ideas del niño está floreciendo, las oportunidades para tal reconocimiento son limitadas.⁴⁷

Un niño puede pronunciar la palabra *fotosíntesis*, pero esto no refleja que tenga alguna noción del concepto que representa. Puede usar la palabra en el contexto correcto, o puede repetir una definición del libro de texto palabra por palabra y aun así comprender sólo una noción mínima del concepto. Sin embargo, los niños, y adultos, a veces son estimulados para vomitar definiciones ya hechas como índice de su aprendizaje. Esta práctica llevó a Piaget a comentar sobre la “proliferación de pseudo ideas enlazadas sin fuerza a un collar de palabras que carecen de significado real”.⁴⁸ La asimilación verdadera de nueva información implica su integración a una nueva red de conceptos. El grado en que el estudiante puede repetir la definición del concepto y retener su significado, o aplicar el concepto en un contexto diferente, es un índice confiable de su verdadera comprensión.⁴⁹

Piaget recomienda a los futuros maestros que dediquen un tiempo considerable a entrevistar niños individualmente, y cuestionarlos con el fin de estar en contacto con su pensamiento. Piaget piensa que esta experiencia es fundamental para la apreciación adulta del problema que significa darse a entender a los niños. Recomienda, además, que ese estudio del pensamiento infantil sea realizado con diferentes niños, utilizando la misma tarea. Esto daría experiencia al maestro sobre los enfoques requeridos para hacer contacto con el pensamiento infantil.

Dado que las palabras son nombres convenientes para llamar a los conceptos, los maestros, a veces, se engañan al creer que un niño ha comprendido un concepto por el sólo hecho de haber aprendido su nombre. Los conceptos no pueden ser transmitidos por medio del lenguaje solamente. Tan sólo un niño que tenga ya una rica variedad de experiencias e ideas afines podrá entender el lenguaje del maestro y atar los cabos sueltos que se necesiten. Aun así, el niño debe, en forma activa, hacer sus conexiones por sí mismo. Las palabras son sólo nombres para los conceptos; no son los conceptos mismos.⁵⁰

Piaget reconoce al lenguaje como un instrumento valioso de las personas involucradas en tareas académicas para expresar, organizar y debatir sus ideas. Sus experiencias nos dan

⁴⁷ Piaget J. *Science of Education and the Psychology of the child?* New York. Viking Press. 1974

⁴⁸ *Ibidem* 44

⁴⁹ Duckworth, F. *Language and Thought*. M Schwebel y J. Raph eds. *Piaget in the Classroom*, New York; basic books 1978.

⁵⁰ *Ibidem* 46

alguna comprensión de los conceptos que su lenguaje intelectual codifica. En el caso de los niños, cuyos conceptos están en formación, Piaget previene a los maestros sobre las limitaciones del lenguaje. También les da algunas ideas acerca de un problema que todos los maestros han experimentado: *lo que enseñamos no siempre es lo que los niños aprenden*.⁵¹ Piaget afirma: *Las palabras probablemente no son el camino más corto para un mejor entendimiento...El nivel de comprensión parece modificar el lenguaje que se usa y no viceversa...El lenguaje sirve principalmente para traducir lo que ya es entendido; o el lenguaje puede inclusive presentar un peligro si es usado para introducir una idea que no siempre es comprendida*⁵²

4.3 CHOMSKY Y EL LENGUAJE

Noam Chomsky se denomina a sí mismo como *lingüista cartesiano* por creer en la exclusividad del lenguaje para los seres humanos y su poder creativo⁵³. Rene Descartes seguía la antigua tradición filosófica racionalista de Platón, manteniendo que algunas de nuestras ideas son *innatas*. Por ejemplo, Descartes sostenía que la idea de Dios es innata porque se sabe de Dios sin haberle conocido. De igual forma, muchas verdades matemáticas se conocen sin estar basadas en la experiencia. Si $A = B$ y $B = C$, se sabe inmediatamente que $A = C$, y esto es una verdad abstracta no derivada de la experiencia. Es una verdad innata, no aprendida. Por supuesto, Descartes, como Platón antes que él, no pensaba que los lactantes puedan hacer operaciones matemáticas. Los racionalistas atribuyen un papel a la experiencia como activador de las ideas innatas, un concepto muy en línea con el pensamiento genético moderno.

A diferencia de Platón, Descartes (y Chomsky) asignaba un papel especial al lenguaje. Descartes sostenía que sólo los seres humanos piensan, tienen ideas que expresar; así pues, sólo los seres humanos tiene lenguaje, que es la expresión del pensamiento. Por consiguiente, el lenguaje es específico de la especie humana, porque los animales no piensan.

Si bien la propuesta de Chomsky de que el lenguaje es innato se encuadra en la tradición cartesiana, este lingüista considera al lenguaje como algo aún más especial de lo sugerido por Descartes.⁵⁴ Este último consideraba el lenguaje como la expresión de los procesos

⁵¹ Ibidem 46

⁵² Duckworth E. Piaget Rediscovered. R. Ripple y V. Rockcastle eds. Piaget Rediscovered, Ithaca: Cornell University 1964

⁵³ Chomsky, N. Lingüística Cartesiana: Un capítulo de la Historia del pensamiento racionalista. Madrid. Gredos 1984

⁵⁴ Chomsky, N. Resents Contributions to the Theory of Innate Ideas. Boston Studies in the Philosophy of Science. Vol. III. New York. The Humanity Press and Philosophy of Language. Oxford University Press 1971

cognitivos exclusivos de los seres humanos. Chomsky va más allá al proponer que el lenguaje tiene las propiedades generales de un órgano del cuerpo. Para Chomsky, pues, el lenguaje es algo de hecho muy especial (la función de una facultad de lenguaje humana) y no el resultado de otra cosa, del aprendizaje, o de la cognición, o el pensamiento. Para Chomsky, el lenguaje es un órgano evolucionado de la especie. ¿Qué argumentos y pruebas ofrece Chomsky para apoyar este punto de vista extremo?

La principal contribución de Chomsky a la lingüística es su poderoso análisis de la sintaxis, la Gramática Transformacional, donde aporta varias “insights” del estudio de la sintaxis que se refieren a la formulación del problema de la adquisición del lenguaje.

Para empezar, el lenguaje posee una estructura invisible – la sintaxis-, que no viene dada por las propias palabras habladas, sino que debe ser aplicada por el oyente. La estructura sintáctica oculta del lenguaje es importante de dos maneras para definir el problema de adquisición del lenguaje. En primer lugar, puesto que se utiliza la sintaxis cuando se es adulto para entender oraciones, se debe haber adquirido esas reglas cuando se era niño. En la sociedad, se tiende a pensar que se enseñaron directamente; la gente recuerda los ejercicios de gramática en la escuela y se corregían ciertos errores gramaticales. Sin embargo, en las culturas prelitterarias, la gramática no se enseña. Los nativos no saben las reglas de su propia lengua; un antropólogo tarda meses o años en elaborar las reglas. Además, incluso en la cultura occidental, los niños empiezan a formular oraciones antes de ir a la escuela y antes que nadie se preocupe por su gramática.

La segunda forma mediante la cual la sintaxis define el problema de la adquisición del lenguaje es más importante para la tesis de Chomsky, y es el hecho de que la estructura sintáctica de las oraciones que un niño oye no está en las propias palabras. La gramática es un organizador invisible de las palabras en oraciones y, de alguna manera, los niños deben descifrar la sintaxis de su lenguaje sin exposición directa a ella. Esto sugiere que los niños ya saben algo de gramática, lo que les proporciona una base para la construcción de las reglas de su gramática concreta.

Todo lo anteriormente expuesto se refiere únicamente a la Estructura Superficial de las oraciones. Pero debajo de la Estructura Superficial de cada oración reside su Estructura Profunda más remota, y esas reglas de Estructura Profunda también deben aprenderse. Dado que las reglas de Estructura Profunda están muy alejadas de las palabras que componen las oraciones, aprenderlas es una tarea especialmente difícil, lo que refuerza la idea de que el niño aporta a la tarea de la adquisición del lenguaje algo más que una mera

habilidad para hacer asociaciones: *debe poseer alguna facultad innata para construir reglas lingüísticas.*

Al emprender esta tarea, el niño se enfrenta a dos problemas adicionales a los que también se enfrenta un antropólogo que intenta descifrar un nuevo lenguaje. En primer lugar, suele ocurrir que, dado un conjunto finito de oraciones que un niño ha oído (o un antropólogo ha registrado) hasta un momento dado, se puede escribir más de una gramática para describir sus estructuras. El problema del antropólogo (y el del niño) es decidir qué gramática es correcta. Si existieran ciertas características universales de todos los idiomas humanos, esto ayudaría a descartar ciertas gramáticas como simplemente imposibles. De hecho, estos rasgos universales existen (por ejemplo la distinción agente-objeto) y Chomsky sostiene que reflejan las propiedades innatamente invariables de la facultad del lenguaje, que restringen las clases de gramáticas que el niño construirá. Dado que todos los hablantes de una misma lengua parecen haber aprendido las mismas reglas, aun cuando muchas puedan ser compatibles con los datos, Chomsky cree que actúa una facultad de lenguaje universal. En esta tesitura debe señalarse que Chomsky no cree que el niño chino venga preparado para aprender chino, el niño francés para aprender francés, y así sucesivamente. En cambio, Chomsky sostiene que los niños humanos vienen preparados para aprender un idioma humano, y la facultad del lenguaje sabe ya, en cierto sentido, a qué se parecen los lenguajes humanos, dejando fuera de los límites a otros sistemas sintácticos plausibles, pero no humanos.

El segundo problema compartido por antropólogos y niños es que dada el habla real, el que se puede escuchar y grabar, se ve influido por factores irrelevantes para la gramática del lenguaje. Puede hacerse una analogía con oír una sinfonía. Si un músico anota cada nota conforme la va tocando el intérprete, lo que anota no será la propia sinfonía. Los intérpretes pueden estar cansados, pueden no estar familiarizados con el director, pueden estar tocando de memoria o pueden tener grados variables de talento. Todos esos factores, que son irrelevantes para la sinfonía, inducirán errores, de modo que la interpretación no será una representación verdadera de la sinfonía, sino una distorsión de ella y los errores son inevitables.

En el lenguaje la situación es similar. Cualquiera que haya leído o escuchado cuidadosamente una habla no editada, sabe que el habla se ve influido por muchos factores extra lingüísticos: memoria, cambio en la puntualización que se quería hacer, comienzos falsos, vacilaciones, y así sucesivamente. Aunque los hablantes conocen las reglas de su lenguaje, su ejecución real (como el de los músicos) es una personificación

distorsionada de aquellas. Así pues, el antropólogo y el niño deben ignorar en cierto modo o corregir los errores. De hecho, primero deben descifrar lo que es error y lo que es sintaxis correcta antes de poder descifrar las estructuras superficial y profunda del lenguaje al que se están enfrentando. De nuevo, este aprendizaje se vería facilitado en gran medida por algún conocimiento preexistente del lenguaje humano que se aplicará a cada situación específica. Y el niño (que aprende la mayor parte de su sintaxis entre los 2 y los 5 años de edad) no tiene la preparación profesional del antropólogo, de manera que el conocimiento preexistente infantil debe ser innato.

Chomsky denomina a la diferencia entre el conocimiento que las personas tiene de su gramática y su uso real de ella la *distinción competencia / ejecución*, y se puede ahora formular el problema de la adquisición del lenguaje como lo ve Chomsky.

El problema consiste en explicar la adquisición de competencia lingüística por parte de un niño en su propia lengua nativa. La adquisición del lenguaje se basa en la exposición limitada a información lingüística primaria (input) imperfecta por deficiencias en la ejecución del adulto, de la cual un niño de edad comprendida entre los dos y cinco años debe no obstante abstraer correctamente las reglas de estructura superficial y profunda sin enseñanza directa. La magnitud del problema sugiere que los niños nacen con una facultad del lenguaje o, en términos más modernos, *un dispositivo de adquisición del lenguaje (DAL)*,⁵⁵ ricamente provisto con el conocimiento del lenguaje humano en general. Este DAL limita y hace manejable la tarea infantil. Los niños no empiezan a adquirir el lenguaje antes de los 15 meses más o menos, y la adquisición de un segundo lenguaje en la adolescencia o en la vida adulta es un proceso notablemente diferente y más difícil. Estos hechos indican que hay un periodo crucial en el que el DAL es activo y durante el cual debe tener lugar la adquisición del lenguaje. Todo esto se añade a la propuesta de que el lenguaje es una facultad humana específica de especie que tiene sus raíces en nuestra ascendencia biológica.⁵⁶

Las ideas generales que propone Chomsky convergen en lo que él llama Gramática Generativa, la cual es un conjunto de reglas, de instrucciones, cuya aplicación mecánica produce enunciados admisibles o gramaticales de esa lengua, y sólo esos enunciados. El carácter mecanizable, automatizable, de la gramática asegura que será explícita; para comprender una gramática, que es una especie de sistema formal (en el sentido de los lógicos), solo es preciso operar las manipulaciones, absolutamente elementales,

⁵⁵ Chomsky N. *New Horizons in the Study of Language and Mind*. Cambridge, University Press. 2000

⁵⁶ Crain, S. *Language acquisition in the absence of experience*. Behavioral and Brain Sciences and Lightfoot, D. *The Child's trigger experience: Degree – 0 learn ability*. Behavioral and Brain Sciences 1991.

prescritas por las reglas (esencialmente: reemplazar un símbolo por otro, suprimir, agregar). Precisamente porque no presupone en su usuario ningún conocimiento lingüístico, la gramática podrá considerarse como una descripción total de la lengua.

Para que una gramática sea adecuada deben satisfacerse dos exigencias:⁵⁷

- a) Que la gramática engendre efectivamente todos los enunciados de la lengua y sólo ellos, sin excepción. Cuando esta exigencia se cumple, se tiene un primer grado de adecuación llamada *descriptiva*. Según Chomsky esta adecuación es débil ya que una gran cantidad de gramáticas pueden llegar hasta ella en una misma lengua. Y será tanto más débil cuando aparezcan muchos enunciados que no sean absolutamente admisibles ni absolutamente inadmisibles y cuando haya que aceptar, por consiguiente, en ese mismo nivel, tanto las gramáticas que los engendren como los que los rechacen.
- b) Que pueda representarse en esa gramática el saber intuitivo de los sujetos hablantes sobre los enunciados de su lengua. En otros términos, ese saber debe traducirse en términos de mecanismos generativos. Así, la ambigüedad de un enunciado deberá tener una marca particular en el proceso según el cual es engendrado (Chomsky exige, por ejemplo, que cada enunciado ambiguo pueda ser engendrado de tantas maneras diferentes cuantos sentidos diferentes posea). O bien, si dos enunciados se sienten como sintácticamente próximos, su lectura servirá simplemente para comparar la manera en que son engendrados (Chomsky exige, por ejemplo, que los procesos que los engendren sean idénticos durante cierto tiempo). Una gramática que responda a esta exigencia se considerará *observacionalmente adecuada* (también se hablará de adecuación fuerte).

Exigir esta adecuación fuerte era, para Chomsky, abandonar la ambición distribucionista de establecer procedimientos mecanizables para el descubrimiento de las gramáticas, procedimientos que fabricarían gramáticas a partir del corpus. En efecto, es evidente que el tipo de datos que preside la adecuación fuerte –y que concierne a la intuición de los sujetos hablantes– no puede discernirse directamente mediante una máquina: la gramática sólo puede redescubrirse mediante el trabajo efectivo del gramático –cosa que no impide que, una vez descubierta, la gramática consista en un procedimiento automático de producción de frases.

Aunque esta gramática generativa sea una máquina (abstracta) productora de frases, Chomsky no supone que el sujeto hablante, al producir una frase, lo haga según el

⁵⁷ Duert, O., Todorov, T. Diccionario Enciclopédico de las Ciencias del Lenguaje. Siglo XXI editores. 2000

proceso que engendra la frase en la gramática generativa: la gramática generativa no es un *modelo de producción* de las frases en el discurso cotidiano que hace intervenir, sin duda, muchos otros factores. Sólo se trata - y Chomsky insiste sobre ese punto- de suministrar una *caracterización matemática* de una competencia poseída por los usuarios de una lengua determinada (y no un *modelo psicológico* de su actividad). Sin embargo, al exigir que las mismas reglas produzcan las frases y representen fenómenos tales como la ambigüedad, y aun más, al exigir que esta representación sea bastante “natural” (como la que da a una frase ambigua tantas generaciones como sentidos posee), Chomsky invitaba a la interpretación psicológica que asimila los procesos generativos definidos en la gramática a los mecanismos cerebrales ligados a la emisión de frases. Si, en efecto, se abandona esta interpretación, ¿por qué no escoger los modos de representación más arbitrarios?

4.3.1 Los Módulos de Chomsky

Cuando los científicos cognitivos utilizan la palabra *módulo*, generalmente se refieren a las estructuras mentales o a las componentes de la mente a los que se puede hacer referencia para explicar distintas capacidades cognitivas⁵⁸. Casi siempre se supone que los módulos son de dominio específico (o de funcionalidad específica), y no de dominio general, lo que significa que se dedican a resolver problemas restringidos que aparecen en los dominios únicos. Por ejemplo, la afirmación de que existe un módulo de visión implica que existen estructuras mentales que aparecen en el dominio del procesamiento visual y que no forman parte de otras tareas cognitivas. El término *Módulos* se utiliza para referirse a los tipos fundamentalmente distintos de estructuras mentales: Algunas veces se usa para hacer referencia a los sistemas de las representaciones mentales. En otras ocasiones, el término *Módulos* se emplea para referirse a un mecanismo computacional. Los módulos de la primera clase se reconocen como módulos de Chomsky, y los de la segunda clase como módulos computacionales.

Un módulo chomskiano es un cuerpo de dominio específico del conocimiento o la información representado de manera mental que explica la capacidad cognitiva. Como el nombre sugiere, la noción de *módulo chomskiano* se puede ubicar en el trabajo lingüístico de Chomsky, que afirma que nuestra competencia lingüística consiste en poseer una gramática, representada internamente, de nuestro lenguaje natural. Esta gramática es un ejemplo paradigmático de lo que significa referirse a los módulos de Chomsky pero, por

⁵⁸ Garfield, J. (ed), *Modularity in Knowledge Representation and Natural Language Understanding*, MIT Press, Cambridge, MA, 1987.

supuesto, este investigador no es el único teórico que postula la existencia de lo que se conoce como módulo de Chomsky. Los psicólogos del desarrollo⁵⁹ han argumentado que los niños pequeños tienen teorías de dominio específico representadas mentalmente (sistemas de principios) para la Física, la Psicología y las Matemáticas. Las estructuras parecidas a la teoría establecida por tales científicos son un tipo importante de módulos al estilo de Chomsky. No obstante, si se supone que la teoría de un sistema de representación de evaluación de verdad, es decir, un sistema que pueda preguntarse si las representaciones son verdaderas o falsas, entonces no todos los módulos de Chomsky deben ser teorías; también pueden existir otros que consistan en un sistema que evalúa la no-verdad. Por ejemplo, puede haber módulos de Chomsky que codifiquen el conocimiento del dominio específico sobre el desempeño de ciertas tareas como un juego de ajedrez, el razonamiento deductivo o cómo detectar el engaño en el intercambio social. La estructura mental del dominio específico está dedicada a la resolución de problemas de un dominio restringido. En el caso de los módulos de Chomsky casi siempre se supone que se dedican a una razón específica: el contenido de las representaciones que constituyen un módulo chomskiano representa sólo las propiedades y los objetos que pertenecen a un dominio específico; por tanto, si la Física es un dominio, entonces el módulo chomskiano para esta disciplina contendrá sólo información sobre las propiedades físicas y los objetos físicos. De la misma manera, si la geometría constituye un dominio, entonces el módulo de Chomsky para la Geometría contendrá sólo información sobre las propiedades y los objetos geométricos.

Para desarrollar una noción útil de estos módulos es necesario imponer dos restricciones adicionales: el carácter innato y las limitaciones en el flujo de información. Así que, de acuerdo con Chomsky, la gramática universal es un sistema innato de las representaciones mentales y la mayoría de la información que se encuentra en la gramática universal no tiene acceso a la conciencia.

4.3.2 La Gramática Universal.

La Gramática Universal **GU**, es un diseño básico común a todas las lenguas humanas. Hace referencia a los circuitos neurales del cerebro del bebé que le permiten aprender la gramática de la lengua de sus padres. Los niños aprenden su lengua materna a base de imitar a sus padres, pero cuando el niño dice *póneme el zapato o s'á rompido*, no puede tratarse de un acto de imitación.

⁵⁹ Carey, S., E. Spelke. Domain specific knowledge and conceptual change. Hirschfeld and Gelman. 1994.

La argumentación más seria de que el lenguaje es como un instinto se debe a Noam Chomsky, el primer lingüista que desveló la complejidad del sistema y tal vez la persona a la que cabe una mayor responsabilidad en la moderna revolución del lenguaje y de la ciencia cognitiva. Como se dijo en los antecedentes de este estudio, en los años cincuenta, las ciencias sociales estaban dominadas por el conductismo, una tradición de pensamiento popularizada por John Watson y B. F. Skinner. Términos mentales tales como *saber* y *pensar* recibieron el marchamo de científicos; palabras como *mente* e *innato* se consideraban inaceptables. La conducta se explicaba por medio de unas pocas leyes de aprendizaje por asociación de estímulos y respuestas que se podían estudiar observando ratas pulsar palancas y a los perros salivar al oír tonos. Sin embargo, Chomsky llamó la atención hacia dos hechos fundamentales del lenguaje. En primer lugar, prácticamente toda oración que una persona profiere o entiende es una combinación inédita de palabras que aparece por primera vez en la historia del universo. Por consiguiente, una lengua no puede ser un repertorio de respuestas; el cerebro debe tener una receta o un programa que le permita construir un conjunto ilimitado de oraciones a partir de una lista finita de palabras. A ese programa se le puede llamar gramática mental. El segundo hecho fundamental es que los niños desarrollan estas complejas gramáticas con gran rapidez y sin instrucción formal, hasta que son capaces de dar una interpretación consistente a frases con instrucciones nuevas que jamás han oído anteriormente. Así pues, razonaba Chomsky, los niños tienen que estar equipados de nacimiento con un plan común a las gramáticas de todas las lenguas, una Gramática Universal que les diga como destilar las pautas sintácticas del habla de sus padres. En sus propias palabras:

Es un hecho curioso de la historia intelectual de los últimos siglos que se hayan seguido caminos diferentes en el estudio del desarrollo físico y en el del desarrollo mental. Nadie se tomaría en serio la hipótesis de que el organismo humano aprende a través de la experiencia a tener brazos y no alas ni que la estructura básica de los órganos particulares es el resultado de una experiencia accidental. Por el contrario, se da por supuesto que la estructura física del organismo está genéticamente determinada, aunque, evidentemente, la magnitud de las variaciones tales como el tamaño, el grado del desarrollo y otras dependerán en parte de factores externos...

El desarrollo de la personalidad, los esquemas de conducta y las estructuras cognitivas en los organismos superiores, en cambio, a menudo han sido estudiados desde una perspectiva muy diferente. En general se presupone que en

este terreno el medio social es el factor dominante. Las estructuras del entendimiento que se desarrollan a lo largo del tiempo se consideran arbitrarias y accidentales; no existe ninguna “naturaleza humana” aparte de lo que se desarrolla como un producto histórico específico...

Sin embargo, los sistemas cognitivos humanos, cuando se investigan con seriedad, demuestran no ser menos maravillosos y complejos que las estructuras físicas que se desarrollan en la vida del organismo. ¿Por qué entonces no deberíamos estudiar la adquisición de una estructura cognitiva como el lenguaje más o menos de la misma manera como estudiamos un órgano corporal complejo? A primera vista, la propuesta puede parecer absurda, aunque sólo sea por la gran variedad de lenguas humanas, pero una consideración más detallada de los hechos disipa estas dudas. Aun conociendo muy poca cosa sustancial acerca de los universales lingüísticos, podemos estar bastante seguros de que la posible variedad de lenguas está bien delimitada...La lengua que cada persona adquiere es una construcción rica y compleja que mal podría estar determinada por los datos fragmentarios de que dispone (el niño)... Sin embargo, los individuos de una comunidad lingüística han desarrollado esencialmente la misma lengua. Este hecho sólo se puede explicar sobre el supuesto de que estos individuos emplean principios altamente restrictivos que guían la construcción de la gramática.⁶⁰

A base de arduos análisis técnicos de las oraciones que las personas normales aceptamos como parte de nuestra lengua materna, Chomsky y otros lingüistas desarrollaron teorías de las gramáticas mentales que subyacen en al conocimiento que los hablantes tiene de sus lenguas particulares y de la Gramática Universal que subyace a estas gramáticas particulares. Muy pronto el trabajo de Chomsky animó a otros científicos, entre los que figuran Eric Lenneberg⁶¹, George Miller⁶², Roger Brown⁶³, Morris Halle⁶⁴ y Alvin Liberman⁶⁵, a inaugurar nuevas áreas del estudio del lenguaje, desde el desarrollo infantil y la percepción del habla hasta la Neurología y la Genética.

⁶⁰ Chomsky, N. Reflexiones acerca del lenguaje. Adquisición de las estructuras cognoscitivas. Trillas. 1981. México.

⁶¹ Lenneberg, E. H. Fundamentos biológicos del lenguaje. Madrid. Alianza Editorial. 1982

⁶² Miller, G. A. y Chomsky, N. Handbook of Mathematical Psychology, Vol. 2 Wiley. New York.

⁶³ Brown, R. Derivational complexity and order of acquisition in child speech. En J. R. Hayes eds. Cognition and the development of language. Wiley. New York. 1970.

⁶⁴ Halle, M. On distinctive features and their articulators' implementation. Natural Language and Linguistic Theory. 1990.

⁶⁵ Liberman, P. The Biology and Evolution of Language. Cambridge, Massachusetts: Harvard, University Press. 1992

4.3.3 Innatismo

La parte más conocida de la teoría de Chomsky es la que corresponde a la afirmación de que una parte considerable de nuestra facultad del lenguaje está genéticamente determinada. La formulación más sencilla de esta afirmación, que recuerda el racionalismo de Descartes, y expresamente lo que yuxtapone con el empirismo de Quine, es que *el lenguaje es innato*. Esta afirmación es tan radical y paradójica, si se tiene en cuenta que en el mundo existen cerca de 10,000 lenguas diferentes, que es necesario resumir y evaluar los elementos en los que se basa y tratar de rebatir las diversas pruebas en contra que se han aducido. En varias ocasiones, Chomsky ha presentado distintas pruebas a favor de la idea de que el lenguaje está determinado genéticamente en gran parte. Entre sus argumentos figuran la rapidez con que se adquiere y el hecho de que esa adquisición está ligada a la edad; las coincidencias entre gramáticas, las analogías con la visión y otras habilidades modulares, la especificidad de la especie, la “hiperdeterminación” de la adquisición del lenguaje en los niños sordos o ciegos, o sordociegos, pero sobre todo (como ya se dijo antes) a la existencia de *universales*, por una parte, y de argumentos de *pobreza del estímulo*, por otra.

La idea fundamental de todos los argumentos de pobreza del estímulo es que terminamos sabiendo más de lo que nos han enseñado, incluso más de lo que podríamos haber aprendido, porque los datos de entrada están demasiado empobrecidos como para proporcionar la información que fundamenta el conocimiento o la habilidad que claramente tenemos. A Chomsky le gusta utilizar el ejemplo de que un embrión en desarrollo no elige que le nazcan brazos en lugar de alas, ni elige tener los ojos marrones en vez de azules; estas alternativas están ya decididas por su composición genética. Se supone que con el lenguaje ocurre algo semejante. Así, un niño no aprende, y desde luego nadie le enseña, que deba llegar a la pubertad a los doce años aproximadamente. Esto también está genéticamente determinado, aunque la intervención del medio es más evidente en este caso: una nutrición insuficiente retrasa la menarquia. Una vez más, se supone que con el lenguaje sucede lo mismo. Para adquirir un lenguaje la mente necesita aportaciones lingüísticas, al igual que para llegar a la pubertad el cuerpo necesita aportes nutricionales, pero, como se ha visto, la riqueza del conocimiento que tiene el niño al finalizar el proceso es mucho más amplia que esa aportación.

Aunque existen incontables lenguas en el mundo, es interesante observar que todas son igualmente complejas (o simples) y que un niño aprende cualquier lengua a la que está expuesto. No hay preferencias de una lengua sobre otra, ni en cuanto al tipo de lengua

(tonal, inflexional...), y al cabo de pocos años todos los niños dominan el sistema en el que están inmersos. Esto supone que todas las lenguas tienen que ser suficientemente similares como para permitir la adquisición por parte de cualquier organismo adecuado: básicamente, un bebé humano. No todos los bebés aprenden a jugar al ajedrez, a cazar pingüinos o a tocar el chelo, pero todos dominan su lengua materna, salvo en los casos patológicos. Es más: el hecho de no dominarla se considera una patología, mientras que no dominar el Álgebra no tiene las mismas implicaciones.

Dicho esto, cabría esperar que los idiomas compartieran propiedades comunes, lo cual sería una prueba a favor de la tesis universalista. Estos universales del lenguaje determinan la forma de la lengua que adquieren los niños: en efecto, es tanto lo que está predeterminado en el lenguaje que la adquisición en sentido habitual es innecesaria; el lenguaje simplemente se desarrolla a partir de determinados estímulos. Si efectivamente existen universales, se impone una explicación. La más sencilla es que las propiedades universales del lenguaje son innatas, lo cual respalda la teoría *nativista*.

Del nativismo se deduce que es fácil hallar pruebas de aprendizaje en el terreno lingüístico. Esta sorprendente observación quiere decir simplemente que el concepto estándar de aprendizaje no coincide con la adquisición del lenguaje. Generalmente se considera que el aprendizaje comporta la formación y la comprobación de hipótesis, procesos de asimilación y adaptación; condicionamiento, abstracción e inducción. Pero ninguno de estos procesos parece desempeñar un papel importante en la adquisición de la primera lengua.

Si el lenguaje no se aprende, ¿cómo se adquiere? Jerry Fodor defendió hace una generación que “para aprender una lengua es necesario conocer ya otra lengua”⁶⁶. Para aprender el significado de una nueva palabra se precisa de un sistema representacional suficientemente rico como para expresar los conceptos de “progresión” y “demacración”, que son elementos constitutivos del significado de la nueva palabra. Este argumento a favor de la existencia de un lenguaje del pensamiento determinado de manera innata, que sugiere que una gran parte de lo que sabemos se basa en antecedentes disponibles de antemano, es aplicable a la gramática. Más concretamente, parece que el proceso de adquisición del lenguaje es un proceso de selección y no de instrucción, como sucede en la inmunología. Como Chomsky afirma, “en el caso del lenguaje y el desarrollo conceptual,

⁶⁶ Fodor, J., T. Bever y M. Garret. *The Psychology of Language: An introduction to psycholinguistics and Generative Grammar*. Mc Graw Hill. New York. 1989

(el aprendizaje) parece tener poco espacio, o nada en absoluto”. La gramática, sencillamente, crece.

4.3.4 Las Estructuras Superficial y Profunda.

Una de las principales contribuciones de Chomsky a la ciencia son los conceptos de Estructura Profunda y Estructura Superficial y las Reglas Transformacionales que se emplean para acoplar ambas estructuras. Cuando Chomsky introdujo estos conceptos en el ambiente conductista entonces dominante en el panorama científico, la reacción fue espectacular. La estructura profunda vino a simbolizar todo lo oculto, profundo, universal y relacionado con el significado, y al poco tiempo ya se hablaba de la estructura profunda de la percepción visual, las narraciones, los mitos, los poemas, las pinturas, las composiciones musicales y, lo que se pretende en este trabajo, del pensamiento matemático. En realidad, la estructura profunda no es más que un artefacto técnico que se emplea en la teoría lingüística. No se trata del significado de la oración, ni de la estructura universal común a todas las lenguas humanas. Pese a que la gramática universal y las estructuras sintagmáticas abstractas son rasgos permanentes de las actuales teorías lingüísticas, muchos lingüistas (incluido el propio Chomsky en sus obras más recientes) piensan que se puede prescindir de la estructura profunda. De hecho, los lingüistas han abandonado esta denominación y utilizan actualmente el término mucho más neutral “estructura – d” (o “estructura –p”, en español). Este concepto es muy fácil de explicar.

Para que una oración esté bien formada, es preciso que el verbo satisfaga todas sus exigencias, es decir, que todos los papeles que figuran en la entrada léxica del verbo aparezcan en las posiciones que les corresponden. Sin embargo, hay oraciones en las que aparentemente el verbo no satisface todas sus demandas. Así, por ejemplo, aunque un verbo como *poner* requiere un sujeto, un objeto y un sintagma preposicional (razón por la cual *Él puso el coche* y *Él puso en el garaje* son frases incompletas), hay oraciones a las que les falta alguno de estos elementos y aun así son perfectamente válidas. Véanse algunos ejemplos:

El coche fue puesto en el garaje.

¿Qué puso Juan en el garaje?

¿Dónde puso Juan el coche?

En la primera oración, el verbo *poner* carece de objeto de la acción. Es más, si se le intentase añadir uno lo rechazaría: compruébese el carácter anómalo de una oración como “El coche fue puesto el Ford en el garaje. En la segunda oración, al verbo poner

también le falta el objeto, y en la tercera, lo que se hecha de menos es el sintagma preposicional obligatorio. ¿Hay que postular nuevas entradas de diccionario para este verbo, de manera que algunas veces pueda parecer sin objeto o sin sintagma preposicional? Está claro que no, pues de lo contrario habría que admitir que *Él puso el coche* y *Él puso en el garaje* son oraciones correctas.

En cierto sentido, podría decirse que los sintagmas que faltan están presentes, aunque no en la posición que cabría esperar. En la primera oración, de estructura pasiva, el SN *el coche*, que desempeña el papel de paciente normalmente asociado con el objeto directo, aparece en posición de sujeto. En la segunda oración, *una pregunta – cu* (es decir, una interrogativa que se construye con palabras como *quién, qué, dónde, cuándo y por qué*) el papel de paciente se expresa por medio de la palabra *qué* y se sitúa al comienzo de la oración. Y en la tercera oración, el papel de “lugar” aparece asimismo al principio, en lugar de situarse tras el objeto, como es lo habitual.

Al objeto de explicar de un modo sencillo estas variaciones estructurales, se puede postular que cada oración consta de dos estructuras sintagmáticas. La estructura que se ha venido examinando hasta aquí, y que viene definida por super-reglas es la estructura profunda. La estructura profunda es una representación de *interfaz* o contacto entre el diccionario mental y la estructura sintagmática. En ella, todos los participantes asociados al verbo (*poner*, en el ejemplo) aparecen en las posiciones apropiadas. Sin embargo, hay unas operaciones transformacionales que “mueven” los sintagmas hacia posiciones del árbol sintáctico que previamente no estaban ocupadas. Allí es donde se localizan los sintagmas desplazados en algunas oraciones. La configuración resultante es la estructura superficial (actualmente denominada “estructura –s”, ya que su antigua denominación de “superficial” no le hacía parecer demasiado respetable). El siguiente diagrama muestra el aspecto de las estructuras profunda y superficial de una oración pasiva:

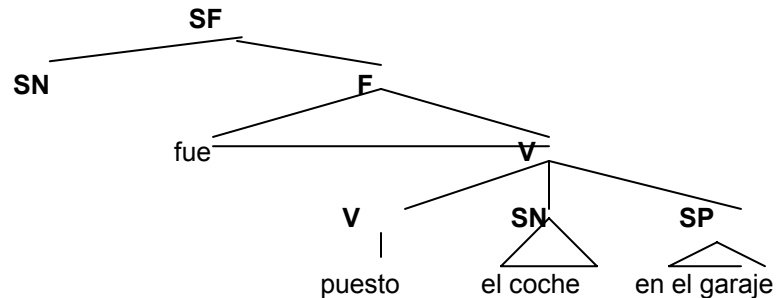


Fig. 9 Estructura Profunda de una oración pasiva

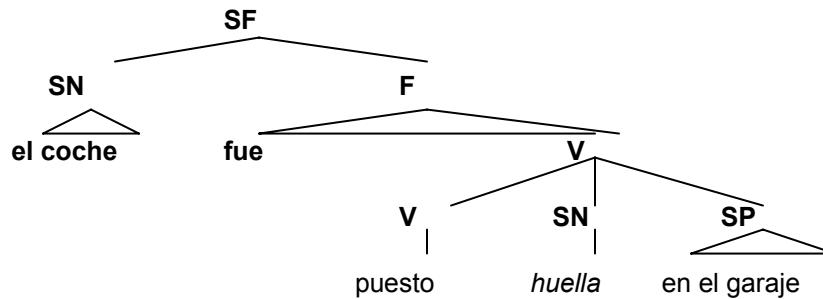


Fig. 10 Estructura superficial de una oración pasiva

En la estructura profunda que aparece arriba, el sintagma *el coche* se halla en la posición requerida por el verbo, mientras que en la estructura superficial, situada abajo, se encuentra en la posición en que lo leemos o escuchamos. En la estructura superficial, la posición que ocupaba originalmente ese SN contiene un símbolo inaudible, denominado “huella”, que ha quedado impresa tras aplicar la transformación de movimiento. La huella sirve como recordatorio del papel que desempeña el sintagma desplazado. Esa huella nos dice que para identificar el papel del coche en el suceso que se describe hemos de mirar la posición de objeto en la entrada del verbo *poner*, posición que corresponde al objeto de la acción. Gracias a esa huella, la estructura superficial retiene la información necesaria para recuperar el significado de la oración. En cambio, la estructura profunda, que solamente se empleaba para insertar las palabras apropiadas del léxico, ya no resulta necesaria.

¿Por qué motivo se tiene que duplicar las estructuras del lenguaje? Porque para conseguir oraciones útiles no basta con que el verbo vea satisfechas sus demandas en la estructura profunda. Muchas veces ocurre que un determinado concepto se ve obligado a desempeñar un papel definido por el verbo en el sintagma verbal mientras que desempeñar otro papel, independiente del que le asigna el verbo, que se define en otro nivel de la estructura. Pensemos en la diferencia que hay entre la oración *Los castores construyen diques* y su correspondencia pasiva *Los diques son contruidos por los castores*. Si contemplamos los sintagmas verbales de ambas oraciones, en los que se especifica quién hizo qué a quién, los nombres desempeñan los mismos papeles en ambos casos: los castores construyen y los diques son contruidos. Sin embargo, en el plano de la oración (esto es, del sintagma flexión), en el cual se establecen las relaciones entre sujeto y predicado que determinan el valor de verdad de lo que se predica en la oración, los nombres desempeñan papeles diferentes. La oración activa afirma algo de los castores en general y esa afirmación resulta ser verdadera. En cambio, la oración pasiva

afirma algo de los diques en general y esa afirmación es falsa, habida cuenta de que algunos diques, como por ejemplo los construidos en la costa holandesa del Mar del Norte, no han sido construidos por los castores. La estructura superficial, que es la que coloca el SN diques en posición de sujeto oracional y a la vez lo liga a la huella que ocupaba en su posición original dentro del SV, permite tener contento al verbo sin incurrir en falsas generalizaciones.

La posibilidad de mover sintagmas de un lado a otro manteniendo sus correspondientes papeles concede a los hablantes de las lenguas con un orden fijo de palabras (como el inglés) cierto margen de maniobra. Por ejemplo, los sintagmas que se hallan confinados en las profundidades de un SV se pueden desplazar hacia una posición más prominente de la oración y asociarse a la información que se encuentra más activada en la mente del oyente. Así, si un locutor deportivo está describiendo las evoluciones de Michael Jordan en un partido de baloncesto, podría decir algo como ¡Jordan ha driblado a Starks! Sin embargo, si es Starks el jugador del que se estaba hablando, sería más apropiado decir ¡Starks ha sido driblado por Jordan! Por ende, si se tiene en cuenta que la estructura de pasiva permite dejar sin especificar el papel de agente (que normalmente es el sujeto) en la estructura profunda de la oración, esta construcción resulta particularmente útil cuando el hablante decide omitir dicho papel, como ocurrió en la famosa evasiva de José López Portillo: *Se cometieron errores*.

La gramática es un instrumento enormemente versátil a la hora de asociar participantes con diferentes papeles en distintos escenarios. En una pregunta-cu como:

¿Qué pusiste (huella) en el garaje?

El sintagma nominal *qué* lleva una doble vida. Por un lado, en el plano del “*quién hizo qué a quién*”, que se especifica en el SV, la posición de la huella indica que la entidad aludida desempeña el papel de objeto. Por el contrario, en el plano de lo que la oración pretende predicar acerca del mundo, la palabra *qué* indica que el objetivo de la oración es pedir al oyente que informe de la identidad de un objeto. Si un lógico tuviera que expresar el significado de esta oración, lo haría con una oración como “para qué x, tú pusiste x en el garaje”. Cuando estas operaciones de movimiento se combinan con otras componentes de la sintaxis, para formar oraciones complejas del tipo de *Le fue dicho por Luis que debía ser examinada por un médico, ¿A quién decía Alberto que Ángel intentó convencer de que se fuera? O Susana es fácil de agradar por cualquiera que se proponga*, los componentes colaboran unos con otros en la búsqueda del significado de la oración formando unas

cadena deductivas que funcionan de un modo tan intrincado y preciso como la maquinaria de un reloj suizo.

Es importante apreciar la sintaxis como “*un órgano de extrema perfección y complejidad*”, tal y como Darwin calificó al lenguaje. La sintaxis es compleja, aunque su complejidad obedece a una razón, y esta razón es que aunque el pensamiento sea más complejo que el lenguaje, sólo se puede expresar a través de un medio limitado que produce palabras de una en una. La ciencia está empezando a descubrir este código de diseño intrincado y elegante que el cerebro utiliza para transmitir pensamientos complejos en forma de palabras organizadas en mensajes.

El funcionamiento de la sintaxis es importante por otro motivo. La gramática ofrece argumentos para refutar la doctrina empirista de que no existe nada en el intelecto que no haya pasado antes por los sentidos. La huellas sintácticas, los casos gramaticales, los sintagmas X-barra y toda la parafernalia de la sintaxis son incoloros, inodoros e insípidos, y sin embargo estas entidades, u otras de parecidas características, parecen formar parte de nuestra vida mental inconsciente. Semejante conclusión no les parecerá del todo sorprendente a los científicos de la computación. No hay modo de escribir un programa medianamente inteligente sin definir variables y estructuras de datos que no tienen correspondencia directa con datos que aparecen en la entrada o en la salida del programa. Por ejemplo, un programa de gráficos que tuviera que almacenar una imagen de un triángulo encerrado en un círculo no almacenaría las pulsaciones del teclado realizadas por el usuario para dibujar las dos figuras, ya que esas mismas figuras podrían ser realizadas en un orden distinto o mediante otros instrumentos, como un ratón o un lápiz luminoso. Tampoco almacenaría la matriz de puntos que tendrían que iluminarse para mostrar las figuras en la pantalla, ya que si el usuario quisiera mover una de las figuras dejando la otra en su sitio, o modificar el tamaño de alguna de ellas el programa no tendría forma de saber exactamente qué puntos pertenecen a cada una de las figuras. Por ello, las figuras tendrían que estar codificadas en un formato más abstracto (como por ejemplo, los puntos de un plano definido por dos ejes perpendiculares) que no tuvieran semejanza con las entradas o las salidas del programa y a la vez pudiera ser traducido a cualquiera de ellas cuando hiciera falta.

La gramática, entendida como una modalidad de programa mental, tiene que haber surgido a partir de unas necesidades de diseño similares. Aunque los psicólogos influidos por las doctrinas empiristas consideren que la gramática es un reflejo de las ordenes motoras que se imparten a la musculatura del tracto vocal, de la melodía de los sonidos

del habla o de unos guiones mentales que muestran el modo en que las personas y los objetos interactúan, creo que están equivocados. La gramática es un sistema que tiene que conectar al oído, la boca y la mente, tres clases de máquinas muy diferentes. Por eso no puede estar adaptada a ninguna de ellas en particular, sino que debe tener una lógica abstracta propia.

La idea de que la mente humana está diseñada para emplear variables y estructuras de datos abstractos ha sido, y sigue siendo para muchos, una hipótesis extravagante y descabellada, ya que tales estructuras no tienen cabida en la experiencia del niño. Parte de la organización de la gramática debería estar en la mente del niño desde el comienzo, formando parte del mecanismo de aprendizaje del lenguaje que le permite al niño dar sentido a los ruidos que oye pronunciar a sus padres. El caso de la sintaxis ocupa un lugar destacado en la historia de la psicología, toda vez que pone de manifiesto que la complejidad de la mente no es consecuencia de un proceso de aprendizaje; antes bien, el aprendizaje es consecuencia de la complejidad de la mente.

4.4 EL APRENDIZAJE

Cada momento que transcurre en la vida consciente del ser humano tiene experiencias nuevas que almacena en la memoria, para utilizarlas en el futuro. Las experiencias pasadas condicionan las reacciones posteriores de diversos modos. Este es el supuesto proceso de aprendizaje. Leer, escribir o el simple hecho de jugar son ejemplos de conductas aprendidas, como lo son también otras muchas formas de conducta que se dan como naturales. El aprendizaje influye en todos los aspectos de la existencia, gustos y aversiones, opiniones y creencias e incluso en el modelo de sociedad en que se vive.

Un intento para entender en qué consiste el aprendizaje, es estudiar la conducta y valorar los actos. Deben tenerse en cuenta factores como la fatiga, o como la ausencia o presencia de recompensa para una determinada conducta. A principios del siglo XX, los psicólogos empezaron a considerar el aprendizaje como una cuestión de asociación entre un estímulo y una respuesta, siendo “gratificada” la respuesta correcta con una recompensa. Un gato hambriento, por ejemplo, encerrado en una jaula provista de un dispositivo para abrirla desde su interior, se moverá de un lado a otro desesperadamente, y sólo por casualidad abrirá la puerta de la jaula para conseguir la comida que está a su vista en el exterior. Será preciso repetir varias veces el proceso antes de que cambie de conducta del gato y se haga intencionada. Una vez conseguido este cambio, el gato, en lugar de hacer movimientos fortuitos, dirigirá su atención hacia el movimiento

recompensado de “abrir la puerta usando el dispositivo”. El cambio gradual que experimenta la conducta del gato, sugiere que el aprendizaje consiste en la fijación de las respuestas que conllevan una recompensa y en un rechazo de las respuestas incorrectas o no recompensadas.

El científico ruso Iván Pavlov postuló que todo el aprendizaje se construía a partir de unidades básicas de comportamiento llamados “reflejos condicionados”. Un reflejo de este tipo se produce cuando se reemplaza por un estímulo neutro otro que ya había producido la respuesta deseada. Así, si un perro escucha un timbre instantes antes de recibir una pequeña descarga eléctrica que le hace levantar una pata, responderá con la misma acción al sonar un timbre aunque después no se produzca la descarga, todo ello, naturalmente, tras haber repetido varias veces la experiencia del timbre seguido de una descarga. Esto es una respuesta condicionada.

Posteriormente, otras teorías puntualizaron que las respuestas condicionadas eran únicamente una de las diversas formas de aprendizaje, y que existe un concepto fundamental ligado a cada actividad o trabajo llamado “impulso”.

Si se introduce una rata en un laberinto en forma de **T**, con una comida colocada como recompensa en uno sólo de los brazos de la **T**, la rata aprende rápidamente a dirigirse desde el pie de la **T**, por donde se introduce en el laberinto, hasta el brazo de la **T** que contiene la caja con comida, ignorando el otro brazo vacío de la **T**. La caja con la comida se convierte en un refuerzo que fortifica el hábito precedente: seleccionar el brazo (o ramal) correcto del laberinto. Cuando esta conducta ha sido establecida puede decirse que la rata ha aprendido a recorrer el laberinto.

Cuando se ha establecido este modelo de conducta, basado en la recompensa, la rata continuará eligiendo el pasillo del laberinto que recorría habitualmente, incluso aunque no haya recompensa de comida en él. No obstante, si continúa faltando la comida, la rata olvidará la conducta. A este fenómeno se le llama “extinción”. Un animal al que se le castiga con una sacudida eléctrica por realizar una acción o respuesta determinada, cesará temporalmente de realizarla, pero no aprenderá necesariamente otra respuesta sustitutiva. No es esto, en realidad un desaprendizaje, sino la supresión de un cierto hábito.

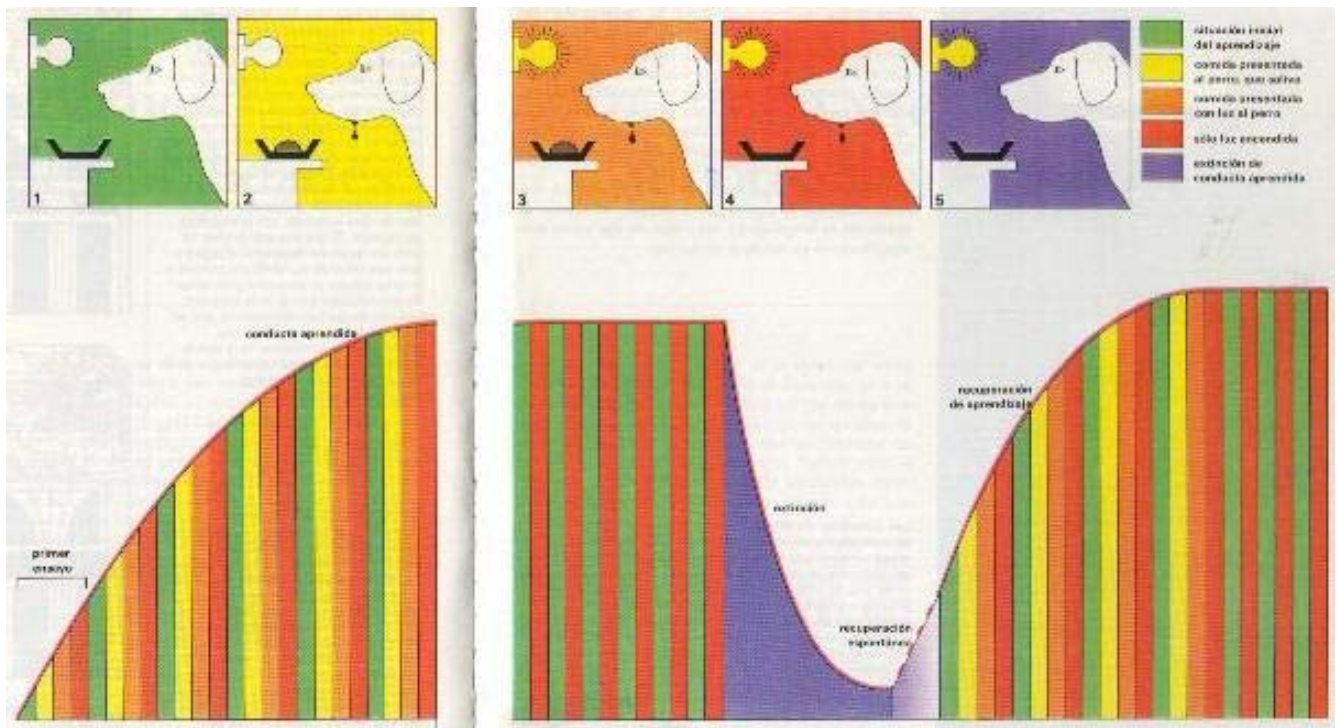


Fig. 11 Representación gráfica del método de Condicionamiento Clásico ejemplificado por el experimento de Pavlov con los perros. El principio en el que se basa el aprendizaje es hacer salivar el perro al encenderse la luz. Para que lo aprenda, el perro es sometido a ensayos: se le coloca en posición de adiestramiento (1) y se le presenta la comida (2), que es un estímulo incondicionado. La reacción del perro al insalivar es una respuesta incondicionada. Se le presenta luego comida a la vez que se enciende una luz (3). La luz es el estímulo condicionado. La comida es retirada y la luz sigue encendida para provocar la insalivación. Esta secuencia se repite varias veces hasta que el perro insaliva con el simple destello de luz (4); entonces la insalivación se convierte en respuesta condicionada. Pero como muestra el gráfico, la extinción de la conducta es rápida (5), y se produce al presentarle repetidamente el estímulo condicionado. El perro vuelve a habituarse más rápidamente después de la extinción.

En 1930, el psicólogo americano B. F. Skinner describió una forma de aprendizaje que denominó Condicionamiento Operante. Este difiere del condicionamiento clásico descrito por Pavlov en que se refiere a una modificación voluntaria de la conducta y no a una actividad refleja. Utilizando ratas a las que introducía en unas cajas provistas de unas palancas que podían ser presionadas en determinadas circunstancias para obtener comida, Skinner demostró que es posible modelar la conducta mediante un sistema de castigos y recompensas y explicó en qué consisten los efectos del "refuerzo". Normalmente la rata era llamada a presionar una palanca cuando se encendía una luz, o cuando sonaba una bocina, para obtener de este modo una pelotilla de comida. El premio era inmediato si la rata respondía al estímulo correctamente, y por esta razón, este tipo de respuestas dirigidas no eran fácilmente extinguibles. Después de aprender a presionar la palanca y obtener comida, la rata presionaba la palanca más de cincuenta veces aunque no apareciese comida. Esto es el Condicionamiento Operante.

Skinner trató de explicar el comportamiento humano en los mismos términos; el dinero, por ejemplo, puede ser considerado como un refuerzo en determinadas actividades. Pero la motivación del hombre para aprender no puede explicarse tan fácilmente. La

inteligencia del ser humano hace que el aprendizaje y la conducta sean algo más complejo que una simple cuestión de castigos y recompensas. El hecho de aprender por interés propio es una característica en el hombre, aunque no se da de un modo exclusivo en él. También existen animales cuya motivación al aprendizaje es la curiosidad.

La capacidad del hombre para aprender sobrepasa, con mucho, la de cualquier otro animal. El hecho de aprender el lenguaje ha sido uno de los pasos más significativos en la evolución del ser humano, y cuando éste aprende se identifica una anatomía del aprendizaje, motivada precisamente por el lenguaje. Cuando el hombre aprende algo, se establecen nuevas vías en la red nerviosa del cerebro. Entre las finas ramificaciones de las células nerviosas subyacentes se produce la sinapsis (1), que transmite la información. En la imagen ampliada (2) hay al principio pocas conexiones (rojo) entre las terminaciones dendríticas, pero durante el aprendizaje se forman otras, permitiendo la sinapsis (3) y creando así vías para la transmisión de información. La actividad cerebral se altera levemente (4). Las flechas indican el flujo de información en un solo sentido durante la sinapsis.

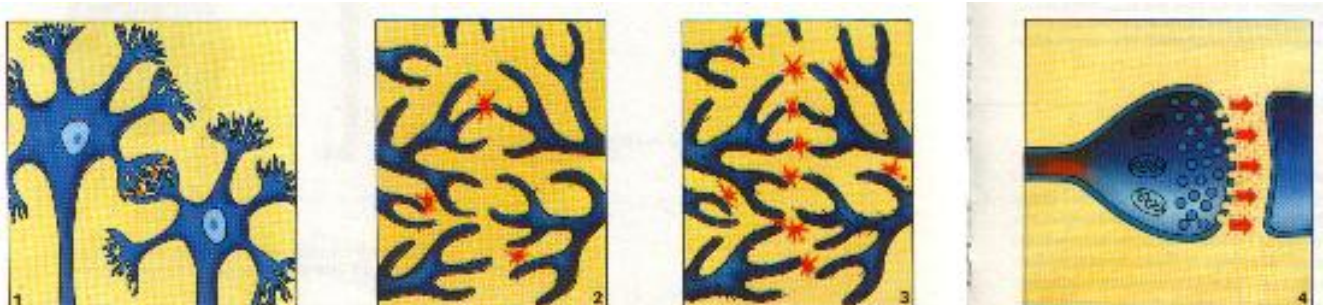


Fig. 12 Establecimiento de nuevas vías en la red nerviosa del cerebro, al establecerse el aprendizaje.

La idea de investigar el aprendizaje desde la óptica del lenguaje y sus efectos en el cerebro es relativamente nueva, y es la que se usa en este trabajo. Sin embargo ésta dista mucho de ser una teoría acabada y más aun, considerando los trabajos de Piaget y Chomsky que motivaron el debate en la abadía de Royaumont. Como este debate es la base teórica del presente estudio, describo a continuación las posturas teóricas de ambos autores con el fin de ubicar con precisión las bases de la discusión.

4.4.1 El aprendizaje de las matemáticas

El texto de Hilgard evidencia la dificultad de establecer una teoría, con la suficiente fuerza para usarla como marco explicativo del fenómeno del aprendizaje. Una de las

consecuencias más nefastas del escaso entendimiento de esta situación es la de considerar al aprendizaje como un proceso. La discusión profunda de esto se escapa de la intencionalidad de este trabajo, pero vale la pena mencionar que, en tanto no se reflexione en esta dirección, se seguirá en la búsqueda del proceso mágico que lleva al aprendizaje.

En el caso particular de las Matemáticas el asunto empeora. No se conoce una postura teórica que invada el terreno explicativo con una suficiente credibilidad y validación experimental, que permita afirmar a qué proceso se refiere y cómo se identifica. Sin embargo, vale la pena aventurarse en una búsqueda desde el enfoque del lenguaje, sin que esto quiera dar muestras de una arrogancia intelectual de mi parte que presuma de encontrar la ansiada teoría. Algunos estudiosos han propuesto algunas teorías, pero aquí se privilegian las de Piaget y Chomsky por ser las protagonistas del debate.

4.4.2 Postura de Piaget.

Se dice que a Piaget le gustaba relatar una anécdota acerca de un niño que se volvió consumado matemático⁶⁷. Un día el futuro matemático confrontó un conjunto de objetos que estaban frente a él y decidió contarlos. Concluyó que había diez objetos; luego señaló a cada uno de ellos, pero en orden distinto, y encontró -¡oh, sorpresa!- otra vez había diez; el niño repitió varias veces este procedimiento, cada vez más emocionado, al empezar a comprender –de una vez por todas- que el número 10 distaba mucho de ser un resultado arbitrario de este ejercicio repetitivo. El número se refería a la suma de elementos, sin importar cómo se reconociera en la secuencia, en tanto se tomara en cuenta a cada uno una vez y sólo una. Mediante este nombrar juguetero de un grupo de objetos, el pequeño llegó (como a todos nos ha sucedido tarde o temprano) a un discernimiento fundamental acerca de los números⁶⁸.

Según Piaget, todo el conocimiento – y en especial el entendimiento lógico matemático que constituyó su principal centro de atención- se deriva en primera instancia de las acciones propias sobre el mundo. Según esto, el estudio del pensamiento debiera comenzar en la guardería infantil. Allí puede observarse al infante explorando toda clase de objetos –chupones, sonajas, cosas móviles y tazas- y pronto comienza a formarse expectativas acerca de cómo se comportarán dichos objetos en diversas circunstancias. Durante muchos meses, el conocimiento que alcanza el infante de estos objetos y de las

⁶⁷ Piaget, J. Epistemología Genética. Editorial Ariel. México 1977.

⁶⁸ Piaget, J. The Child's Conception of Number. New York: W. W. Norton 1978.

sencillas conexiones causales que existen entre ellos está ligado por completo a la experiencia que adquiere de ellos de un momento a otro, y de esa manera, cuando desaparecen de su vista, ya no ocupan su conciencia. Sólo después de los primeros dieciocho meses de edad el infante aprecia de modo cabal que los objetos siguen existiendo incluso cuando son sacados de la estructura de tiempo y espacio de él. Este logro de un sentido de permanencia de objetos – que los objetos tienen existencia aparte de las acciones particulares personales en ellos en un momento dado-, constituye una piedra angular para el desarrollo mental posterior.

Luego de que el infante aprecia la permanencia de los objetos, puede pensar y referirse a ellos incluso en su ausencia. También puede apreciar las similitudes entre determinados objetos; por ejemplo: el hecho de que todos los vasos (a pesar de sus diferentes tamaños y color) pertenecen a la misma clase. De hecho, en cuestión de meses el infante puede hacer agrupamientos sobre esta base: puede reunir todos los camiones, todos los coches amarillos, todos los juguetes de bebé, aunque como niño que comienza a caminar, esto sólo lo hace caprichosamente y si tiene humor de cooperar.

La habilidad para agrupar los objetos sirve como “manifestación pública” al surgir el conocimiento infantil de que determinados objetos poseen propiedades específicas en común. Podría decirse que señala el reconocimiento de una *clase* o *conjunto*. Sin embargo, durante unos cuantos años este reconocimiento carece del aspecto cuantitativo. El infante se percata de que existen pilas mayores y menores, más o menos monedas o dulces; pero en el mejor de los casos estos entendimientos se mantienen aproximados. Es cierto que el infante puede dominar cantidades *muy pequeñas* –dos y tres objetos- que (como algunas aves y ciertos primates) puede reconocer mediante la mera inspección. Pero carece de entendimiento esencial de que existe un sistema numérico regular, en el que cada número significa uno más (+1) que el anterior, y que cualquier número de objetos tiene una sola cantidad definida. Esta capacidad para conservar el número se confirma con la fragilidad de las “cuentas” a la vista de señales que compiten entre sí. Por ejemplo, el infante que contempla dos arreglos de dulces, uno disperso en un espacio mayor que el otro, llegará probablemente a la conclusión de que la pila más dispersa contiene más dulces, incluso aunque de hecho la otra pila (más densa) sea la que tiene más. Excepto para cantidades muy pequeñas, todavía los cálculos cuantitativos puros son abrumados por señales sensiblemente seductoras, como la densidad o extensión espacial.

A menudo a esta edad, el infante puede contar, es decir, puede recitar la serie numérica de memoria. Pero hasta los cuatro o cinco años, este comportamiento de memoria –en lo esencial una manifestación de inteligencia lingüística- se mantiene separada de sus simples cálculos de pequeños conjuntos de objetos y de su habilidad para valorar la numerosidad de un conjunto mayor. Pero entonces ocurren acontecimientos fundamentales. El infante aprende que se puede transformar la serie numérica en arreglos de objetos: si dice un solo número después de señalar un solo objeto y repite este proceso con cada “numerología” sucesivo en la serie, puede hacer una evaluación exacta del número de objetos en un arreglo. El primer objeto tocado es el número 1, el segundo es el número 2, el tercero el número 3, y así sucesivamente. El infante de cuatro o cinco años finalmente se ha percatado de que el número final en esta recitación oral también es la totalidad (la cantidad cardinal) de los objetos en un arreglo.

Por último, hacia los seis o siete años, el infante ha llegado al nivel del futuro matemático de Piaget. Al confrontar dos conjuntos, el infante puede contar el número de entidades (dulces o canicas) en cada uno de los conjuntos, compara los totales y determina cuál (si lo hay) contiene la mayor cantidad. Ya no es probable que se equivoque, por ejemplo: confundiendo la extensión espacial con la cantidad, ni de obtener un total equivocado porque no coordine su señalamiento con su recitación numérica.

En efecto ha encontrado un método relativamente a prueba de fallas para evaluar la cantidad, y al mismo tiempo ha ganado una comprensión razonable de lo que significa cantidad.⁶⁹

Los procesos involucrados en el dominio de estas equivalencias tiene un importante papel en la forma como Piaget considera la inteligencia. Al igualar dos arreglos con base en el número, en efecto, el infante ha creado dos conjuntos mentales o imágenes mentales que contrastan el número en un conjunto con el número de otro, aunque los conjuntos no sean de idéntica apariencia e incluso, para el caso, si no están ambos disponibles para su inspección.

Una vez dominadas semejantes acciones de comparación, el infante puede comprender operaciones adicionales. Puede sumar el mismo número de elementos a ambos, y el resultado de estas dos operaciones de suma dará sumas idénticas. Puede restar cantidades iguales y de nuevo confirmará la equivalencia. Son posiblemente operaciones más complejas. Partiendo de cantidades no equivalentes, puede sumar a cada una la misma cantidad, en el conocimiento seguro de que se conservará la no equivalencia. Por

⁶⁹ Gelman, R., Gallistel, R. *The Child's Understanding of Number*. Cambridge, Mass. Harvard University Press. 1987.

su propia cuenta (o con ayuda), el infante puede evolucionar los entendimientos necesarios para la gama de operaciones numéricas básicas: suma, resta, multiplicación y división. Y de acuerdo con el mismo lineamiento, *deberá* poder servirse de estas operaciones para llevar a cabo las tareas de la vida cotidiana.

Las actividades descritas pueden ser realizadas –y al principio por lo regular así es- físicamente en el mundo material. En forma análoga, al principio también se manifiestan otras formas elementales de inteligencia lógica matemática mediante la observación y manipulación de los objetos físicos. En otras palabras, de acuerdo con este análisis, al principio la base de todas las formas lógico matemáticas de la inteligencia es inherente al manejo de los objetos.

Sin embargo, semejantes actividades también se pueden realizar en forma mental, dentro de la cabeza de uno. Y después de algún tiempo, las actividades de hecho se *internalizan*. El infante no necesita tocar los objetos; sencillamente puede hacer las comparaciones, sumas o restas requeridas “en su cabeza” y, de todas maneras, obtener la respuesta correcta. Más aun, estas operaciones mentales cada vez son más ciertas; el infante ya no sólo sospecha que dos órdenes distintos de contar darán diez objetos: ahora está seguro de que así será. La necesidad lógica asiste estas operaciones, puesto que ahora el infante se refiere a verdades necesarias, no solo descubrimientos empíricos. Las deducciones, tautologías, silogismos y demás son verdaderos, no sólo porque confirman un estado de cosas en el mundo, sino también porque deben aplicarse ciertas reglas de la lógica. Sin embargo, para el periodo en estudio (aproximadamente las edades de 7 10 años), estas actividades -físicas o mentales- siguen estando restringidas a objetos físicos, que al menos pueden ser manipulados en forma potencial. En consecuencia, Piaget las llama operaciones “concretas”.

El crecimiento cognoscitivo adicional es indispensable antes de que el infante llegue a la siguiente etapa –y para Piaget- final del desarrollo mental. Durante los primeros años de la adolescencia, al menos en las sociedades occidentales estudiadas por los piagetianos, el infante normal adquiere la capacidad de hacer operaciones mentales *formales*. Ahora no sólo puede operar con los objetos mismos, y no sólo con imágenes mentales o modelos de estos objetos, sino también con palabras, símbolos o series de símbolos (como ecuaciones) que representan objetos, y realizar actividades con objetos. Puede expresar un conjunto de hipótesis e inferir las consecuencias de cada una. En donde en una ocasión sus actividades físicas transformaron los objetos, ahora las operaciones mentales transforman conjuntos de símbolos. En donde antes el infante sumó canicas a cada

montón, y declaró confiado que los totales se mantienen iguales, ahora agrega símbolos a cada miembro de una ecuación algebraica, con el conocimiento seguro de que se ha conservado la equivalencia. Estas capacidades para manipular símbolos son “esenciales” en ramas superiores de las Matemáticas, en las que los símbolos representan objetos, relaciones, funciones u otras operaciones. Los símbolos que deben ser manipulados también pueden ser palabras, como en el caso del razonamiento silogístico, la formulación de hipótesis científicas y otros procedimientos formales.

Si bien todo el que recuerde las matemáticas escolares estará familiarizado con las operaciones que se efectúan sobre las ecuaciones, necesita distinguirse el uso del razonamiento lógico en la esfera verbal respecto del lenguaje retórico que se ha encontrado. Desde luego, se pueden hacer inferencias lógicas consistentes con el sentido común. Sin embargo, las mismas reglas del razonamiento pueden aplicarse de igual manera a declaraciones que en apariencia no están relacionadas. Así, dada la afirmación “si es invierno, me llamo Federico”, y el hecho “es invierno”, uno puede inferir que efectivamente se llama Federico. Pero el procedimiento no opera a la inversa. Saber que uno se llama Federico de ninguna manera justifica la inferencia de que es invierno. Esa inferencia sería válida sólo si a uno se le hubiera dado la afirmación “si me llamo Federico, es invierno”. Semejantes conjuntos de frases, que son la delicia de los lógicos casi en la medida en que irritan a la mayoría de nosotros, sirven como recordatorios de que se pueden realizar las operaciones de la lógica (y se hace en forma rutinaria) bastante separadas de las aplicaciones de sentido común del lenguaje común. En efecto, las inferencias correctas se obtienen sólo cuando se prueben los enunciados como elementos – u objetos – que se pueden manipular (más que como enunciados con significado que deben ponderarse).

Obsérvese que, en estos casos, han resurgido las clases de operación realizadas antes con los objetos mismos, con referencia a símbolos – números o palabras- que pueden sustituir los objetos y los eventos que se encuentran en la vida diaria. Incluso un infante de tres años puede apreciar que si se jala la palanca **A** ocurre en seguida el evento **B**; pero se necesitan varios años para evolucionar la inferencia paralela en el plano puramente simbólico. Semejantes operaciones “de un segundo nivel” y niveles superiores” sólo son posibles durante la adolescencia (y si se tienen suerte y las neuronas, también). Y a veces pueden lograr tal complejidad que incluso individuos que en otros casos son muy competentes no pueden seguir todos los procesos de razonamiento en la cadena.

La secuencia descrita aquí – la descripción de Piaget del paso de las actividades sensomotoras a las concretas a las operaciones formales- es la trayectoria de crecimiento que mejor ha salido en toda la psicología desarrollista. Si bien muchas de sus partes son susceptibles a la crítica, sigue siendo la descripción del desarrollo contra la cual se siguen juzgando las demás formulaciones. Las etapas fundamentales de Piaget del desarrollo son como gigantescas ondas cognoscitivas, que espontáneamente extienden sus principales maneras de conocimiento a través de todos los dominios importantes de la cognición. Para Piaget, el pensamiento lógico matemático es el aglutinamiento que unifica toda la cognición.

4.4.3 Postura de Chomsky

No existe de manera explícita un texto donde Chomsky manifieste su postura en relación con el aprendizaje de las Matemáticas. De hecho, esta inexistencia es lo que da origen a este trabajo, sin embargo en la serie de conferencias⁷⁰ que Chomsky dicta en la Universidad de California y que conforman la monografía *Language and mind*⁷¹, se insiste en la función del lenguaje en el pensamiento, el comportamiento y el aprendizaje. En parte, en la monografía se discuten las polémicas que han surgido de los problemas que presentan la naturaleza del conocimiento humano, las bases de su adquisición y las maneras de usarlo característicamente.

En los ensayos que expone, Chomsky intenta demostrar que el estudio de la estructura del lenguaje revela propiedades del entendimiento que están subyacentes en el ejercicio de las capacidades humanas en sus actividades normales, como por ejemplo el uso ordinario del lenguaje de una forma libre y creadora. En particular esta es la parte que más se adecua al aprendizaje de las Matemáticas: el aspecto creador del uso del lenguaje.

Se puede empezar viendo cómo se pueden adquirir el conocimiento humano y los sistemas de creencia. El caso del lenguaje es particularmente interesante porque juega un papel esencial en el pensamiento y en las interacciones humanas, y además porque en este caso se puede empezar a describir el sistema del conocimiento que se alcanza, así como formular algunas hipótesis plausibles sobre las cualidades específicamente humanas que hagan posible esta proeza. Estos indicios de comprensión son interesantes

⁷⁰ Chomsky, N. *The Beckman Lectures*. Berkeley University. 1967.

⁷¹ Chomsky, N. *El Lenguaje y el Entendimiento* Seix Barral. Barcelona España. 1986

de por sí y sugestivos para otros estudios, particularmente en el dominio del aprendizaje de las matemáticas.

Se puede estar seguro de que la investigación de las relaciones directas entre experiencia y acción, entre estímulos y respuestas resultará ser, en general, una vana investigación. En todos los casos, excepto los más elementales, lo que hace una persona depende en gran medida de lo que esta persona sabe, cree o espera. Un estudio del comportamiento humano que no esté basado por lo menos en una formulación provisional de los sistemas de conocimiento y creencia está predestinado a la trivialidad y a la irrelevancia. Sólo después de haber formulado algunas hipótesis tentativas referentes a lo que se aprende, es posible emprender un estudio del saber humano; solamente después de haber formulado algunas hipótesis tentativas referentes a lo que se ha aprendido – a lo que se sabe y a lo que se cree- es posible investigar seriamente la conducta. En el caso del lenguaje, es posible presentar algunas formulaciones provisionales, pero bastante detalladas y complejas, de lo que el hablante – oyente sabe y ha aprendido. Por eso Chomsky cree que el estudio del lenguaje tiene un interés especial para el estudio de la conducta y del aprendizaje humanos, y yo creo que es extensible al aprendizaje de las matemáticas si éstas se consideran un lenguaje.

El conocimiento del lenguaje se adquiere normalmente a través de una breve experiencia y el carácter del conocimiento adquirido puede estar condicionado de antemano. Se diría que el lenguaje humano debería reflejar directamente las características de las capacidades intelectuales humanas, que el lenguaje debería ser un “espejo directo del entendimiento” de manera que otros sistemas de conocimiento y creencia no pueden serlo: esto debe incluir al entendimiento de los objetos matemáticos y en este sentido, es importante considerar el problema de la adquisición del lenguaje matemático y sus implicaciones.

La manera de extender las ideas de Chomsky al aprendizaje de las Matemáticas, debe tener como punto de partida, a mi juicio, el uso de los términos *generativo* y *generatividad*⁷², en donde la lógica tiene un papel importante. La cuestión crucial es el problema de la decisión: ¿cómo distinguir entre una proposición verdadera y una falsa? Una respuesta tradicional es semántica: una proposición es verdadera o falsa según lo que designe. La lógica moderna ha elaborado una respuesta diferente: una proposición es verdadera en el sistema **S** si está bien formada en **S**; es falsa en el sistema **S** si está mal

⁷² Chomsky, N. Aspectos de la Teoría de la Sintaxis. Aguilar editores. Madrid 1985

formada en **S**. Para establecer si una proposición está bien formada en **S**, es preciso y suficiente aplicar las reglas propias de **S**.

De entrada se advierte la analogía que se establece entre la lógica y la gramática: la lógica se enfrenta con el problema de la decisión, que no es otro que un problema de demarcación. Ahora bien, la gramática se enfrenta siempre con un problema de demarcación entre frases correctas e incorrectas. Lo que es más, la gramática desarrollo un punto de vista según el cual esta demarcación podía estar establecida sin atención alguna a la significación. Así se llega a definir un programa para la lógica: tratar un sistema lógico como la gramática de una lengua natural trata una lengua.

Si se agrega que, en la tradición gramatical, se llama sintácticas a las propiedades que conciernen a la combinación de los elementos independientemente de su significación y de su materialidad fónica, se comprende que pueda hablarse en lógica de una concepción sintáctica de la verdad.

Como la gramática se expresa por reglas, la teoría lógica retomará los términos *regla*, *palabra*, *frase*, *lenguaje* etc. De aquí en más, el procedimiento de decisión se reducirá a lo siguiente: para establecer si una proposición es falsa o verdadera, basta con establecer si está bien o mal formada: para esto hay que considerarla únicamente como una sucesión de símbolos; para establecer si una sucesión está bien o mal formada, basta con hacer funcionar las reglas; hacer funcionar una regla es reemplazar un símbolo **S** por una sucesión de símbolos Ω ; si se procede de esta manera, a partir de un símbolo inicial y por sustituciones sucesivas y conformes a las reglas, se puede obtener la sucesión sometida a examen, se habrá generado esta sucesión; si existe una manera de aplicar las reglas tal que ella “genere” la sucesión considerada, entonces esta sucesión estará bien formada en el caso contrario.

Se habrá resuelto así el problema de la decisión sin tener para nada en cuenta el significado de las proposiciones. Los conjuntos de objetos que podrían constituir la “referencia” de un sistema semejante serán *interpretaciones* del sistema formal: tal vez esta situación es la más sugestiva al considerar el aprendizaje de las matemáticas en términos de la teoría de Chomsky⁷³. Por ejemplo, si un niño menciona la palabra “rompido”, la corrección del adulto no se deja esperar: “se dice roto, niño”. El asombro del niño es evidente porque el verbo es romper, pero más vale que se acostumbre, porque lo que para él es una regla natural del tiempo pasado del verbo, se reproduce en casos

⁷³ Scandura, J. A Theory of Mathematical Knowledge: Can Rules Account for Creative Behavior? Journal for Research in Mathematics Education. University of Pennsylvania. 1971.

como “escribido” y no “escrito” como le impone el adulto. Sin embargo un día observa en el periódico la frase “el gobierno se ha corrompido” sin que nadie le aclare por qué ahora si es válido, cuando el verbo es “corromper”. ¿Ocurrirá lo mismo con el aprendizaje de las matemáticas cuando se les atribuye las propiedades de un lenguaje y, por ende, una gramática?

El paradigma sintáctico de la lingüística teórica de Chomsky se centra sobre todo en la sintaxis de las formas simbólicas escritas, más que habladas. La teoría transformacional de la sintaxis de los lenguajes naturales de Chomsky consta de dos componentes: la gramática estructural de la frase y las transformaciones. Un modelo en Matemáticas basado en estos dos componentes, podría tratar de derivar una gramática de estructura de frase para distintas partes de las Matemáticas (con el álgebra y la aritmética como candidatos), intentando efectuar las operaciones de transformación sobre la salida. Se plantea, entonces, la cuestión de cuál debe ser el lenguaje que describa las transformación en ambos casos.

He aquí algunos ejemplos⁷⁴ de descripciones de transformación respecto a determinadas operaciones en aritmética.

En la frase matemática: $3 - 4 - 5$, se registra cierta ambigüedad, en la medida en que puede acotarse como $3 - (4 - 5)$ ó $(3 - 4) - 5$, con significados diferentes. Por ejemplo, las calculadoras que dispongan de lógicas internas diferentes evaluarán de distinto modo la cadena $3 - 4 - 5$. Las dos posibles estructuras:

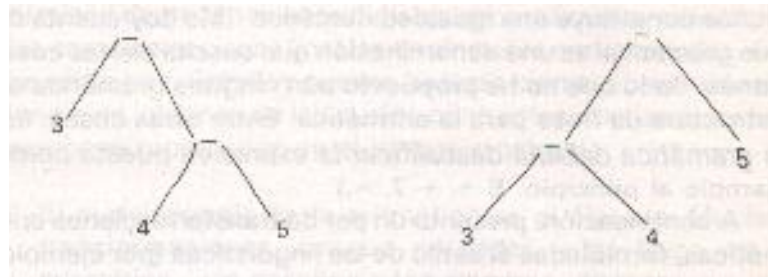


Fig. 13 Estructura 3-4+-+5

$3 - 4 + 5$ presenta una ambigüedad semejante; no así $3 + 4 + 5$, que da lugar a este sistema de transformaciones:

⁷⁴ Pimm, D. Speaking Mathematically. Communication in Mathematics Classrooms. Routledge & Kegan Paul Limited. 1987.



Fig. 14 Estructura 3+4+5

y viceversa. Puede reconocerse como equivalente del enunciado que manifiesta que la operación $\ll + \gg$ es asociativa. ¿Qué lenguaje debe emplearse para expresar esta transformación, dando por supuesto que se trate de un caso genérico? Un candidato obvio está constituido por el Álgebra Abstracta, y la Aritmética Generalizada es uno de los enfoques corrientes utilizados en las escuelas para introducir el Álgebra.

Así, una regla transformacional (opcional): $a * (b * c) \rightarrow (a * b) * c$ (y su inversa) junto con un marcador para la operación $\ll + \gg$ en el diccionario matemático explicará la sinonimia matemática de $3 + (4 + 5)$ y $(3 + 4) + 5$, de donde la falta de ambigüedad de la expresión $3 + 4 + 5$. Se ha utilizado de manera implícita la definición de que una expresión aritmética es una cadena finita, gramatical, de cifras y símbolos de operaciones, en donde la sinonimia entre expresiones constituye una igualdad numérica. Es claro que gramatical es una denominación que suscita ciertas cuestiones, dado que no se ha propuesto aún ninguna gramática de estructura de frase para la Aritmética. Entre otras cosas, esta gramática debería descalificar la expresión puesta como ejemplo al principio: $5 + + 7 -$.)

A continuación se presentan un par de transformaciones aritméticas, formuladas al estilo lingüístico⁷⁵. Se requiere una descripción de la forma general de una entrada aceptable (descripción estructural), con una descripción de la modificación llevada a cabo mediante la transformación (modificación estructural).

Simplificación (no signada) de fracciones: por ejemplo, simplificar:

$$\frac{16}{24} : \frac{16}{24} \rightarrow \frac{8}{12} \rightarrow \frac{4}{6} \rightarrow \frac{2}{3}$$

Descripción estructural: $\frac{p}{q}$, siendo p y q números enteros; $q \neq 0$.

Modificación estructural: $\frac{p}{q} \rightarrow \frac{r}{s}$ siendo r y s números enteros y:

$$p \times s = r \times q; 0 \leq r < p; 0 < s < q.$$

⁷⁵ Akmajian, A. y Heny, F. An Introduction to the Principles of Transformational Syntax, MIT Press, Cambridge, Mass. 1985.

Esto describe cualquier simplificación correcta de fracciones.

Notación ampliada del valor posicional:

Descripción estructural. Cualquier entero en notación del valor posicional, por ejemplo:

$x_n x_{n-1} \dots x_1$, siendo todo x_i una cifra entre 0 y 9, ambos inclusive.

Modificación estructural: $x_n \dots x_1 \rightarrow x_n \times 10^{n-1} + \dots + x_1$

De esta regla se deriva una forma superficial como: $23 \rightarrow 2 \times 10 + 3$. Como en el caso de las transformaciones lingüísticas, las descripciones estructurales se hacen en términos de cadenas superficiales generalizadas, consideradas como colecciones lineales de símbolos concatenados. Sobre estos tres ejemplos pueden hacerse ciertas observaciones generales, algunas de las cuales contrastan con las transformaciones producidas en el lenguaje natural.

- a) El metalenguaje de la Aritmética es el Álgebra. Muchas transformaciones, aunque no todas –las leyes de la Aritmética– se enseñan a los alumnos, de manera explícita, en el metalenguaje, o en forma de especializaciones aritméticas de las que los alumnos deberán extrapolar la forma general. Persiste la ambigüedad acerca de si se trata de las leyes de la Aritmética o del Álgebra.
- b) Con frecuencia, las transformaciones son reversibles, aunque sólo suelen aplicarse en sentido de izquierda a derecha y los pares inversos entre sí se perciben y describan de forma diferente. Por ejemplo, si la noción de expresión se amplía para incluir letras, pasando del contexto aritmético al algebraico.

Eliminación de paréntesis:

$$(x - a)(x + b) \rightarrow x^2 + ax + xb + ab \quad (\text{En Álgebra esta es la forma superficial}); \text{ y}$$

Factorización:

$$x^2 + (a + b)x + ab \rightarrow (x + a)(x + b),$$

se consideran como dos acciones independientes y, por tanto, transformaciones distintas. El lenguaje prevalente del profesor al describir estas transformaciones sólo se desenvuelve a menudo en términos de la estructura superficial, centrando, por tanto, la atención de los alumnos sobre la forma más que sobre el significado que da lugar a la transformación:

- Llevarlo al otro lado y cambiar el signo
- Multiplicar en diagonal
- Mover la coma
- Poner el de arriba abajo y el de abajo arriba y multiplicar

- Poner todas las x a un lado de la ecuación
- Hacer siempre arriba lo que se haga abajo
- Para multiplicar por la unidad seguida de ceros, añadir los ceros que siguen a la unidad.

Todas estas descripciones tienen que ver con las acciones que hay que llevar a cabo con los símbolos, con la forma de producir enunciados gramaticales a partir de otros. Dicen lo que hay que hacer, sin que inciten a examinarlos para averiguar *por qué* constituyen transformaciones útiles. Pueden dar lugar a cuestiones de interés matemático siempre que se desarrollen a ciegas.

Las reglas sintácticas matemáticas son normativas y se enseñan de manera consciente y deliberada, aprendiéndose y aplicándose en un nivel superficial. Hablando con un estudiante que había escrito: $\int e^{dx}$, me oí decir a mi mismo: <<nunca dx es un exponente>>. Me pregunto, entonces, por qué no le habían enseñado antes estas cosas. Mi suposición de que el significado orientaba la opción correcta parecía algo completamente nuevo para los estudiantes que consideraban que las matemáticas consistían en la formulación y manipulación de cadenas de símbolos de acuerdo a ciertas reglas.

Todas las transformaciones que se han venido exponiendo hasta ahora se llevan a cabo expresión a expresión y se denominan estructurales. Todo algoritmo de cálculo, como calcular 27×36 ó $349/17$, puede considerarse como una sucesión ordenada, finita de transformaciones estructurales. De modo más general, al aplicar ciertas transformaciones se dan ordenaciones parciales.

A continuación se presentan dos algoritmos diferentes relativos a la sustracción; para comprender por qué funcionan es preciso conocer transformaciones bastante complicadas.

Considérese la sustracción:

52

-37

- a) Se añade 10 y se cambia el 2 por un 12; se <<lleva>> 1 y se suma al 3, que se convierte 4. En otras palabras, este algoritmo resuelve la sustracción: $62 - 47$ (o bien cincuenta y doce menos cuarenta y siete), mediante el uso de la equivalencia: $a - c = (a + k) - (c + k)$, en un caso especial.

- b) El uso de una notación ampliada constituye una forma de hacer menos opaca la compacta notación lugar-valor de nuestro sistema de numeración decimal:

$$\begin{array}{r} 52 = 50 + 2 = 40 + 12 \\ -37 = 30 + 7 = 30 + 7 \\ \hline = 10 + 5 = 15 \end{array}$$

O sea, $(a + b) - (c + d) = (a - c) + (b - d)$.

Si el foco de atención está constituido por las expresiones algebraicas en sí, como en los casos expuestos respecto a la eliminación de paréntesis y factorización, el mismo metalenguaje se convierte en objeto de estudio, y las transformaciones algebraicas, las <<leyes>> del álgebra, se formulan en forma algebraica también. El álgebra es su propio metalenguaje. Por desgracia, hay casos en los que la forma de ciertas transformaciones algebraicas entra en conflicto con otras concretas transformaciones aritméticas, provocando nuevas dificultades de interpretación.

La interpretación del signo <<X>> proporciona un buen ejemplo. El más sencillo de transformación es: $a X b \rightarrow ab$. Se trata de una operación de limpieza superficial que permite también evitar la posibilidad real de confusión real entre la letra X y el símbolo de la multiplicación. Sin embargo, hay que tener cuidado si se trabaja después con símbolos aritméticos concretos, porque si $a = 2$ y $b = 3$ (tarea con reminiscencias de la inserción de elementos léxicos), $ab = 6$, y no 23, error cometido con frecuencia por los alumnos que están aprendiendo Álgebra. Otra dificultad que surge de la confusión del nivel y la formulación de la transformación proviene de la propiedad conmutativa de la multiplicación ($a X b = b X a$). Cuando se combina con las transformaciones aritméticas <<eliminación del signo X>> y <<notación ampliada>>, esta transformación lleva a:

$$\begin{array}{l} a X b = a b = 10a + b \\ b X a = b a = 10b + a \end{array}$$

Sin embargo, en general, $10b+a \neq 10a+ b$.

La yuxtaposición de símbolos tiene significados distintos en Aritmética y en Álgebra. Esto parece evidente respecto de una regla para la eliminación del signo <<+>>; por ejemplo $2+1/2 \rightarrow 2\frac{1}{2}$, $2+0.5 \rightarrow 2.5$ y también en cuanto al lugar-valor: $20+5 \rightarrow 25$. El fenómeno de sobregeneralización de la aplicabilidad de reglas puede explicar que muchos alumnos apliquen la eliminación del signo <<+>> en el nivel de transformaciones algebraicas, convirtiendo, por ejemplo, $3a+5b \rightarrow 8ab$.

En general, y quizá como resultado de las presiones para efectuar transformaciones algorítmicas (la simple escritura de $6 + 9$ puede percibirse como una poderosa invitación

para llevar a cabo la adición), parecen existir presiones para aplicar las transformaciones hasta haber eliminado todos los símbolos de operaciones (¿verbos?), efectuándolas. Hay un hecho curioso del cómo los alumnos calculan $j-3=g$. Aquí el orden alfabético les ofrece un contexto en el que cobra sentido la realización de la resta. Y esto también vale respecto a la observada falta de disposición para aceptar $2a+b$, o incluso $\sqrt{2}$, como resultado superficial final de una cadena de símbolos.

Es frecuente que los alumnos interioricen transformaciones incorrectas, aunque plausibles, por ejemplo $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ (quizá como aplicación de la norma “hacer lo mismo a ambos lados del igual”), ó $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$. Son incorrectas en el sentido de que no son transformaciones incondicionales (identidades), mientras que: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ si lo es. Un enfoque para combatir estos “errores”, que parecen muy resistentes a su modificación (en realidad, un ejemplo en contra es insuficiente para una satisfactoria disuasión), consiste en centrar la atención de forma explícita y sobre la transformación y plantear e investigar diversas preguntas sobre su alcance y validez.

4.5 EL PENSAMIENTO MATEMÁTICO

Definir el pensamiento matemático es una tarea difícil, sin embargo si se empieza por plantear una concepción del pensamiento mismo, la idea de pensamiento matemático se puede ver como un caso especial de pensamiento. Naturalmente, las características del pensamiento matemático son muy especiales pero, si el sustento es que el pensamiento no es más que un resultado de una actividad identificada como “el pensar”, entonces lo más sensato es tomar como punto de partida el “pensar matemático” para intentar un acercamiento a la concepción de “pensamiento matemático” .

4.5.1 El pensamiento

El conocimiento de la realidad objetiva empieza con las sensaciones y las percepciones, pero no termina, sin embargo, con ellas. De la sensación y de la percepción se pasa al pensamiento. Partiendo de lo dado en las sensaciones y percepciones, el pensamiento rebasa los límites de lo sensorial-intuitivo y amplía el campo del conocimiento. La ampliación del conocimiento la consigue el pensamiento gracias a su carácter mediato, que le permite descubrir mediatamente, es decir, por medio de conclusiones, lo que no está dado inmediatamente, o sea en la percepción. Al ampliar el pensamiento, el conocimiento también lo profundiza.

Sensaciones y percepciones reflejan algunos aspectos de los fenómenos, es decir, aspectos de la realidad, y ello en una más o menos casual conexión. El pensamiento pone en mutua relación los datos sensibles y perceptivos, los contrapone entre sí, los compara y distingue, descubriendo conexiones y mediaciones o intervenciones. Mediante las relaciones que existen entre las inmediatas cualidades sensibles dadas en las cosas y en los fenómenos, descubre en éstos nuevas cualidades abstractas no dadas por la sensibilidad inmediata. Halla recíprocas conexiones o relaciones, capta la realidad en estas conexiones y llega de esta manera a un más profundo conocimiento de su naturaleza. El pensamiento refleja el ser en sus conexiones y relaciones, así como en sus múltiples inferencias.

El descubrimiento de las relaciones y conexiones entre los objetos es una tarea esencial del pensamiento. Por medio de ello llega a un conocimiento cada vez más profundo del ser. Pero el pensamiento no solo refleja relaciones y conexiones sino también las cualidades y el carácter de los fenómenos; por otra parte, las relaciones no solamente se reflejan en el pensamiento.

Ya sólo la recepción es más que una simple suma de elementos aislados; ya en ella se hallan en cierta mutua relación, vinculación y conexión las diferentes cualidades y objetos de la realidad, y el pensamiento parte de ellas en el conocimiento de esta realidad. Por regla general percibimos las cosas en determinadas situaciones en las cuales se hallan en cualquier relación espacial, temporal, etc., con respecto a otras cosas. Las cosas se perciben como iguales o desiguales, más grandes o más pequeñas, como coordinadas en determinada forma, es decir, que se hallan en determinada mutua relación del orden o de la sucesión entre sí. Dejando aparte esto, también percibimos en cada cosa diferentes cualidades aisladas, no vinculadas entre sí, sino en determinadas relaciones características, vinculaciones y conexiones. Al percibir una cosa o un fenómeno, sus cualidades están dadas, sin embargo, en expresiones casuales, únicas e insignificantes, estando dichas cualidades unidas entre sí externamente. Están “reunidas”, pero no están “vinculadas”. En un elemento químico es insignificante, por ejemplo, su coloración. Las reacciones químicas o combinaciones que pueda efectuar no dependen de ello. Las cualidades esenciales y las intrascendentes, las vinculaciones casuales y necesarias o bien las que se producen en una determinada situación en el sentido de una mera contigüidad espacio-temporal, la simple coincidencia y las reales interdependencias, aparecen en la percepción como una unidad sincretizada no coordinada. La tarea del raciocinio consiste en relaciones esenciales y necesarias, que se basan en dependencias

reales, en hacerlas destacar y distinguir las en una situación determinada de una casual coincidencia espacial o temporal.

Al señalar el pensamiento coincidencias o conexiones necesarias y esenciales, es decir, al pasar de lo casual a lo necesario, pasa también al mismo tiempo de lo individual a lo general. Las vinculaciones, que se deben a la casual coincidencia de especiales circunstancias limitadas espacial y temporalmente, sólo pueden llevar el carácter de lo único o extraordinario. Pero lo que en carácter está vinculado entre sí se muestra necesariamente como de validez general, siendo, sin embargo, posibles diversos cambios de circunstancias intrascendentes. Al descubrir el pensamiento conexiones esenciales, las generaliza, por tanto.

Todo pensamiento se efectúa en la generalización. Siempre pasa de lo individual a lo general, y de lo general a lo individual. El raciocinio es el desarrollo de pensamientos, descubriendo la relación que conduce de lo especial a lo general y de lo general a lo especial. *Pensamiento es conocimiento mediato y generalizado de la objetiva realidad (a base del descubrimiento de conexiones, relaciones e intervenciones).*

El raciocinio pasa de las relaciones generales casuales a las esenciales, descubriendo las normas o leyes de la realidad. En la percepción solamente puedo comprobar que en un caso individual dado un fenómeno especial único discurrió así o de otro modo, pero sólo mediante una operación mental puedo concluir lo que es una norma general. El descubrimiento de las normas de cualidades y relaciones que aparecen en la percepción exige una actividad mental. El raciocinio va penetrando cada vez más en las normas de los fenómenos, comprendiendo cada vez más las cualidades esenciales, el verdadero carácter del mundo objetivo. Sólo el pensamiento facilita el adecuado conocimiento del ser que siempre se encuentra en el proceso de la formación, del cambio, del desarrollo, de la extinción de lo viejo, caduco, de la creación de lo nuevo, que impele hacia la luz. El raciocinio refleja el ser en sus múltiples relaciones y mediaciones dentro de las normas de su desarrollo movido por sus contrastes internos. Pero esto es pensamiento dialéctico.

Como actividad cognoscitiva y teórica, el pensamiento está estrechamente vinculado a la actuación. El ser humano reconoce la realidad al influir o actuar sobre ella. Comprende al mundo, modificándolo. El pensamiento no va acompañado simplemente de actuación, ni ésta de pensamiento; la actuación es más bien la forma primitiva de la forma existente del pensamiento. La forma primaria del pensamiento es el pensamiento en la actuación, y por medio de la actuación existe el pensamiento, que se produce en la acción y se manifiesta o expresa en ésta.

Todas las operaciones racionales (análisis, síntesis y otras) surgieron primitivamente como operaciones prácticas y sólo más tarde se convirtieron en operaciones del pensamiento teórico. El pensamiento se desarrolló en la actividad laboral como actividad práctica, como factor o como componente de la actividad práctica, y sólo entonces se desprendió para convertirse en una actividad teórica relativamente independiente o autónoma. En el pensamiento teórico se conserva la conexión con la práctica cambiando solamente el carácter de esta conexión. La práctica sigue siendo la base y el criterio decisivo para la exactitud del pensamiento; el pensamiento teórico sigue dependiendo en conjunto de la práctica, liberándose únicamente de su primitivo encadenamiento a cada caso parcial de la vida práctica. Mientras en la solución de un problema operemos sólo con el contenido intuitivo parcial, que nos es dado en la intuición inmediata, lo resolvemos únicamente para cada caso particular. En cada caso siguiente debemos resolver el problema de nuevo y la solución vale siempre solamente para aquel problema. La posibilidad de hallar una fórmula generalizada para la solución del problema cambia fundamentalmente la situación. El problema que se resuelve con esta fórmula generalizada no se resuelve solo prácticamente para un determinado caso individual, sino también teóricamente para todos los casos en principio iguales. La solución que se ha hallado para un caso particular va más allá de los límites de éste y obtiene un significado general. Esta solución se convierte en teoría o un componente de ésta. En lugar de seguir el camino, conducido por la práctica, de un caso especial al otro y resolver este o aquel problema especial, que nos plantea la práctica, el pensamiento teórico descubre en forma generalizada el principio para la solución del problema, anticipando ya la solución de aquellos problemas con los que la práctica topará sólo en el futuro. El pensamiento adopta la función del planeo o del proyecto. Se eleva hacia el nivel en el cual es factible la teoría que se anticipa a la práctica y que sirve de instrucción o línea de conducta para la actuación. El pensamiento se desarrolla sobre la acción, sirviendo finalmente a la organización de la acción y a su dirección.

Dado que el pensamiento teórico está vinculado a la actividad, es por sí mismo un proceso, un paso o una transición de lo individual a lo general y de lo general a lo individual, del fenómeno a la esencia y de la esencia al fenómeno. El pensamiento realmente existente es un desarrollo de ideas. Sólo se puede comprender como unidad de la actividad y de su resultado, del proceso y de su contenido, del pensar y del pensamiento.

El contenido específico del pensamiento es el concepto. Es el conocimiento mediato y general de objeto. Se forma por el hecho de captar las vinculaciones y relaciones más o menos esenciales y objetivas del objeto. El concepto descubre conexiones y relaciones; para ello pasa de los fenómenos al conocimiento generalizado de su carácter, ganado así un carácter abstracto, no intuitivo, pero se puede pensar o saber. Su determinación objetiva se descubre mediatamente y va más allá de los límites de la inmediata intuición. La forma, en la cual existe el concepto, es la palabra.

El contenido conceptual del pensamiento se despliega en el desarrollo histórico del conocimiento científico a base del desarrollo de la práctica social. Su desarrollo es un proceso histórico, que está sometido a leyes históricas.

4.5.2 El pensamiento y el lenguaje

El lenguaje humano, que en su conjunto está vinculado a la conciencia, se halla en determinadas relaciones recíprocas con todos los procesos psíquicos. Pero fundamental y determinante para el lenguaje es su relación con el pensamiento. En tanto que el lenguaje es la forma de existencia del pensamiento, ambos forman una unidad, pero no una identidad. Es decir, el lenguaje no se debe ver como una forma externa del pensamiento⁷⁶. El lenguaje se caracteriza porque posee una significación devenida consciente. Las palabras como imágenes intuitivas, acústicas y ópticas, todavía no son lenguaje. Los movimientos que producen sonidos no son ningún proceso autónomo, del cual resulta el lenguaje como producto secundario. La selección de aquellos movimientos que producen signos o sonidos del lenguaje escrito, es más, todo el proceso del lenguaje viene determinado y regulado por las relaciones lógicas entre las significaciones de las palabras. A veces se buscan palabras o expresiones para los pensamientos que ya se tienen, pero que todavía no se han formulado verbalmente, y no se pueden hallar. A menudo se siente que lo que se ha dicho no expresa bien lo que se quiere decir. Se desecha una palabra que no responde al pensamiento: el contenido de ideas del pensamiento regula su expresión verbal. Por ello el lenguaje no es simplemente un complejo de reacciones, que se produce por ensayo y error o de los reflejos condicionados. El lenguaje se constituye por operaciones intelectuales. El pensamiento no se reduce al lenguaje ni ambos fenómenos se consideran idénticos, pues el lenguaje existe sólo como tal gracias a su relación con el pensamiento.

⁷⁶ Rubinstein, S. L. Principios de Psicología General. Tratados y manuales Grijalbo. 1983

El lenguaje y el pensamiento no deben separarse. El lenguaje es sencillamente la envoltura externa del pensamiento, que éste se quita o se pone sin cambiar su naturaleza. El lenguaje, la palabra, no solamente sirven para expresar un pensamiento y hacer que éste aparezca externamente para transmitir a otros el pensamiento ya formulado, pero todavía no expresado. En el lenguaje se formula al pensamiento y, al formularlo, se forma. El lenguaje es algo más que instrumento externo del pensamiento. Está implicado en el proceso de pensamiento como forma vinculada a su contexto. Al crear el pensamiento se forma verbal se forma a sí mismo. Pensamiento y lenguaje, que no se pueden identificar, se unen en un proceso unitario.

En los casos en los que el pensamiento no se produce esencialmente en la forma de lenguaje, en el sentido específico de la palabra, sino en forma de imágenes, ésta cumple en el pensamiento esencialmente las funciones del lenguaje, con tal de que su contenido significativo actúe en el pensamiento como portador del sentido. Por eso también puede decirse que el pensamiento se imposible sin el lenguaje; su contenido tiene siempre un portador significativo, que por su contenido semántico se convierte más o menos. Pero esto no significa que el pensamiento aparezca siempre de golpe en una forma verbal ya acabada, asequible a los demás. Un pensamiento o una idea se forman, por regla general, a manera de tendencias, las cuales al principio poseen solamente algunos puntos de apoyo señalados, pero que todavía no están formados. De esta idea, que todavía es más bien una tendencia o un proceso que una estructura o forma definitivamente acabada, se produce en un modo complicado, a veces muy difícil, el paso del pensamiento que luego se formula verbalmente. En esta formación verbal del pensamiento se efectúa después el trabajo en la forma verbal del pensamiento o de la idea, de modo que ambos se compenetrán mutuamente. En el momento de surgir la idea, pesa más en la conciencia del individuo la vivencia de su sentido, que el formado conocimiento de su objetiva significación. Formular una idea o un pensamiento quiere decir expresarlo por medio de significaciones verbales generalizadas e impersonales; esto significa propiamente llevarlo a un ámbito nuevo del saber objetivo. Al relacionar el pensamiento personal individual con las formas de pensamiento social establecidas en el lenguaje, deviene consciente su significación objetivada.

Al igual que la forma y el contenido, también lenguaje y pensamiento están vinculados entre sí por medio de complicadas y a veces contradictorias relaciones recíprocas. El lenguaje tiene su estructura, la cual no coincide con la del pensamiento. La gramática expresa la estructura del lenguaje, la lógica expresa la del pensamiento. Ambas

estructuras no son idénticas. En tanto que en el lenguaje se fijan y determinan las formas del pensamiento de la época en que surgieron las correspondientes formas verbales, estas formas determinadas en el lenguaje difieren inevitablemente del pensamiento de la época siguiente. El lenguaje es más arcaico que el pensamiento. Incluso por esta razón no deben identificarse directamente pensamiento y sus formas con lenguaje, el cual conserva las formas arcaicas. El lenguaje posee por demás su propia "técnica". Esta "técnica" se relaciona con la lógica del pensamiento, pero no es idéntica a ella.

El carácter de la unidad del pensamiento y del lenguaje se muestra en el proceso de la reproducción. La reproducción de pensamientos abstractos se efectúa, por regla general, en la forma verbal, y ésta ejerce una fuerte influencia a veces positiva, otras veces inhibidora, en la configuración del pensamiento. Al mismo tiempo se ve, sin embargo, que la retención de una idea o pensamiento o de un significado es muy independiente de la forma verbal. Con experimentos se ha demostrado que la memoria retiene mejor los pensamientos o las ideas que las palabras, y muchas veces se retiene una idea o pensamiento, mientras que su forma verbal, en la cual aquella fue envuelta en principio, se olvida y se sustituye por otra.

Sin embargo, también se da el fenómeno inverso; se retiene la formulación verbal, mientras que su sentido parece perderse. Evidentemente, la forma verbal de por sí no es todavía pensamiento, aunque pueda contribuir a una reproducción. Estos hechos confirman por si solos, en el aspecto psicológico, que la unidad de pensamiento y lenguaje no debe considerarse identidad.

La tesis de que el pensamiento no debe reducirse al lenguaje no solo se refiere al lenguaje externo, sino también al interno. La identificación de pensamiento y lenguaje interno que se ha defendido mucho en los textos no es convincente. Al parecer, parte del hecho de que para el lenguaje se necesitan, a diferencia del pensamiento, datos o material fonético. Por eso, donde –como el lenguaje interno- falta la componente fonética del lenguaje, no se ve sino un componente ideológico. Más esto sólo es una teoría, pues el carácter del lenguaje no puede quedar reducido tan sólo a la existencia de material fonético. Este carácter del lenguaje existe ante todo en su estructura gramatical-sintética y estilística, en su específica técnica verbal. Tal técnica, es decir, una técnica y estructura especial, que refleja la estructura del lenguaje externo, audible, pero que, no obstante, difiere de éste, la posee también el lenguaje interno. Por esto tampoco puede quedar reducido al pensamiento, y éste no se puede reducir al lenguaje interno. Así, se puede decir que:

- a) El lenguaje y pensamiento no son ni idénticos ni separables entre sí, sino que forman una unidad.
- b) En la unidad del pensamiento y del lenguaje, el pensamiento es el rector y no el lenguaje.
- c) El lenguaje y el pensamiento surgen en el hombre en su unidad por medio de fenómenos sociales.

La unidad del lenguaje y el pensamiento se realiza concretamente en las formas que para los diferentes tipos de lenguaje son distintas.

Sobre el problema de las relaciones entre pensamiento y lenguaje pueden distinguirse, muy esquemáticamente las posiciones de Chomsky y Piaget. Para Chomsky, la posición es claramente innatista y afirma que el lenguaje constituye un sistema cognitivo independiente, regido por leyes propias. En cambio, para Piaget el lenguaje, como el pensamiento, se genera en la acción y en muchos aspectos el desarrollo del pensamiento antecede al del lenguaje. Sin embargo, parece posible (creo) encontrar una síntesis entre las posiciones chomskiana y piagetiana.

4.5.3 El lenguaje y el pensamiento matemáticos

No es posible negar que las matemáticas se hacen con el cerebro, pero ninguna máquina construida por el hombre ha sido capaz de reproducir las facultades de razonamiento y de invención de la máquina cerebral. Existen varias preguntas que no se responderán en este estudio pero que vale la pena mencionar por la relevancia del caso: ¿Cuál es la naturaleza de los objetos matemáticos? ¿Existen independientemente del cerebro del hombre, y éste los descubre? ¿O, por el contrario son producto de la actividad cerebral, y es ésta la que los construye? Los descubrimientos recientes de las neurociencias añaden nuevos documentos a un expediente instruido ya en los Diálogos de Platón.

No hay duda de que las Matemáticas describen con eficacia el mundo que nos rodea, pero, ¿no será esto simplemente el efecto de la fascinación que ejerce el objeto matemático creado sobre su creador?

Las respuestas a estas preguntas hay que buscarlas, sin duda, en la organización del cerebro y en su funcionamiento. Una red de neuronas de complejidad extrema, que debe sus propiedades excepcionales a principios de arquitecturas y de funciones elementales que anatomistas y fisiólogos se esfuerzan en analizar y que, llegado el momento, inspirarán al constructor de máquinas. Pero estas propiedades del cerebro se deben también a su naturaleza de sistema de evolución. La idea de que la construcción del

cerebro durante el desarrollo embrionario, y más tarde después del nacimiento, constituye una evolución durante la cual se efectúa una selección de las conexiones entre las células nerviosas. Esta evolución prosigue con otras evoluciones, a niveles de organización más elevados, que podrían explicar el desarrollo del pensamiento, el razonamiento matemático y la imaginación. Pero lo más interesante es comprender cómo el cerebro crea y utiliza los objetos matemáticos y cuáles son las relaciones entre las Matemáticas y el cerebro.

El funcionamiento del cerebro obedece a las leyes de la Física y es importante rebasar el terreno de la Biología y, para esto, las Matemáticas proporcionan un terreno mucho más propicio que otras disciplinas, puesto que son absolutas y, por lo tanto, independientes de cualquier influencia cultural. Las nociones que expresa cada lengua, al estar influidas por la cultura, dependen de datos mal definidos. Por el contrario, los objetos matemáticos, tienen una pureza mucho mayor, están libres de esta carga cultural y deben permitir comprobar mejor la comprensión del funcionamiento del cerebro y esto, evidentemente, sugiere una revisión de las teorías del aprendizaje sobre todo en relación con las Matemáticas.

Es común, y relativamente justificado, considerar a las Matemáticas como un lenguaje necesario para la formalización de casi cualquier ciencia, ya sea una formalización cuantitativa o cualitativa, se hará siempre a través de la Matemáticas. Pero un artículo de Física no se reduce a su expresión matemática. La Física utiliza hipótesis a menudo sin precisarlas y que tiene por origen lo que se llama <<la intuición>>que, en particular, permite despreciar ciertas cantidades o hacer aproximaciones que al matemático le costaría adivinar.

Es claro, o más bien parece serlo, que si las matemáticas son un lenguaje útil para la formalización de una ciencia, deben ser formales en sí. El lenguaje se ha concebido como la capacidad del ser humano para comunicarse mediante un sistema de signos, sin embargo el término se refiere a los lenguajes que los humanos utilizan para comunicarse, ya sea de un modo hablado o a base de signos: a este tipo de lenguaje se le ha llamado *natural*. El *lenguaje natural* incluye todas las comunicaciones animales, incluyendo el lenguaje humano.

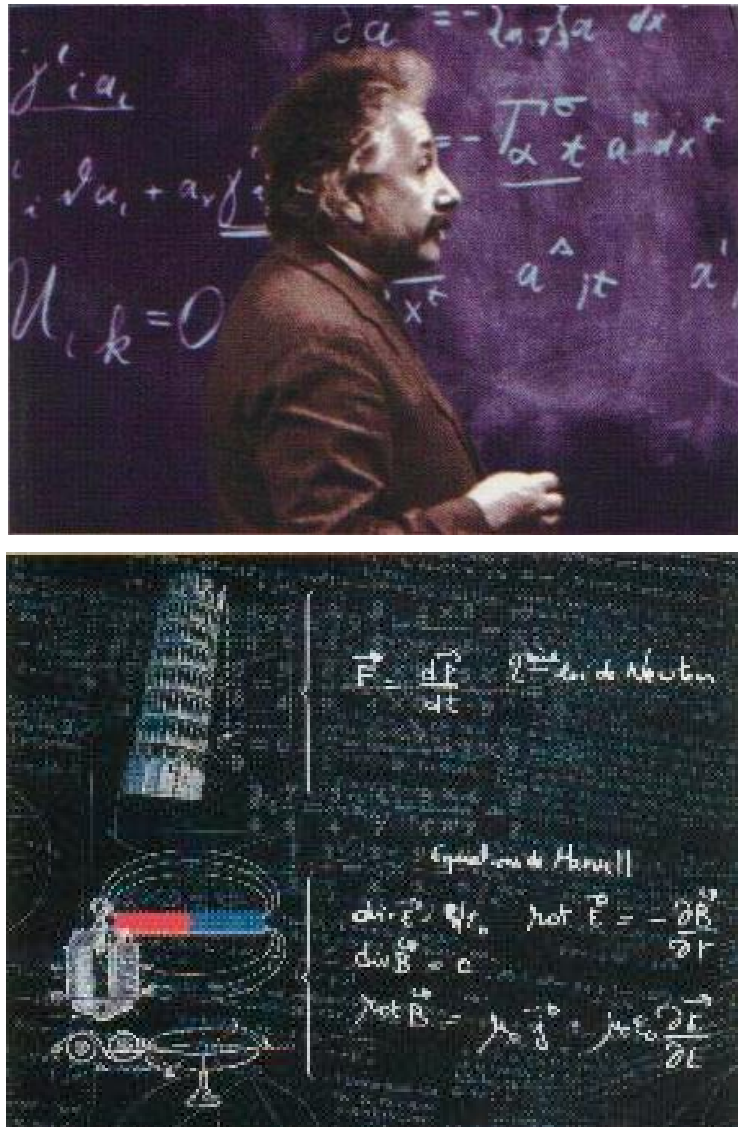


Fig. 15 El lenguaje matemático ha demostrado su eficacia para describir fenómenos naturales, pero en términos explicativos todavía es insuficiente.

A las Matemáticas, por el contrario, se les ha dado la categoría de *lenguaje artificial* y, más aún, se le identifica como un lenguaje formal. Así en Matemáticas un lenguaje formal es un conjunto finito de cadenas de símbolos lo cual, en la teoría de Chomsky, no serviría para analizar el lenguaje matemático en términos del innatismo, por lo que se prefiere la definición de lenguaje dado por Chomsky en la que éste se concibe como un conjunto infinito de oraciones gramaticales en el mismo. A la Gramática, entonces, se le ve como una serie finita de reglas que genera este conjunto infinito de oraciones gramaticales. En esta dirección la referencia al lenguaje matemático se hace en el sentido de que hay un conjunto finito de símbolos o caracteres gráficos que son utilizados en Matemáticas para su perfecta definición.

La idea que se aventura en este estudio es que esa cadena finita de símbolos y esa serie infinita de oraciones rígidamente construidas, se orientan hacia la manifestación del pensamiento matemático, visto este como una producción, no como una existencia en el cerebro humano.

Para precisar lo que aquí se concibe como pensamiento matemático, se recurre a algunas analogías. El pensamiento mágico, por ejemplo, se identifica como aquel que es producido por un sujeto cuya mentalidad es “ver todo con ojos místicos”; cada hecho lo ve sobrenatural y atribuible a seres míticos o divinos, cree en la existencia de un o unos seres que existen en alguna parte y que son la causa de todo lo que le ocurre. De este modo, un sujeto que encadena una serie de razonamientos que ocurren en su cerebro y los dirige hacia una explicación basada en estos supuestos, lo manifiesta por medio de un lenguaje que permite ser identificado por otras personas como un sujeto *con pensamiento mágico*.

Esta idea se puede aplicar a otros tipos de pensamiento, incluyendo el matemático. De esta manera, las Matemáticas se ven como *la forma* del pensamiento matemático y a éste último como *un contenido* alimentado por una cadena de razonamientos. Así, se diría que un sujeto tiene pensamiento matemático si su mentalidad se manifiesta con hechos que se identifican como actitudes matemáticas caracterizadas por la intuición, la lógica, la estructuración y la jerarquía que le permite calcular, geometrizar, modelar y representar situaciones mentales concretas y abstractas que no necesariamente se manifiestan de una modo sintácticamente rígido. La consecuencia inmediata de esto es que las Matemáticas se verían como una manifestación del pensamiento matemático, pero no son el pensamiento matemático.

El hecho de que un jugador experto de billar, intuya la geometría que hay en las predicciones de las trayectorias y aplique la fuerza necesaria para lograr la colisión de las bolas, es algo que manifiesta en si mismo un pensamiento matemático, aunque no haga Matemáticas previamente, lo cual muestra que aún sin el lenguaje formal, es capaz de tener este tipo de pensamiento sin que alguien se lo haya enseñado.

En definitiva, el trabajo matemático requiere facultades cerebrales de razonamiento, de lógica, ligadas directamente a la organización de nuestro cerebro, y que existían, al menos en parte, cuando el Homo Erectus desarrollaba sus utensilios de piedra. Estos “objetos matemáticos” se identifican con estados físicos de nuestro cerebro, de forma que en principio debieran poder ser observados desde el exterior gracias a los métodos de la

imaginaria cerebral. Su resolución es todavía demasiado insuficiente para poder conseguirlo efectivamente, pero la idea se mantiene.

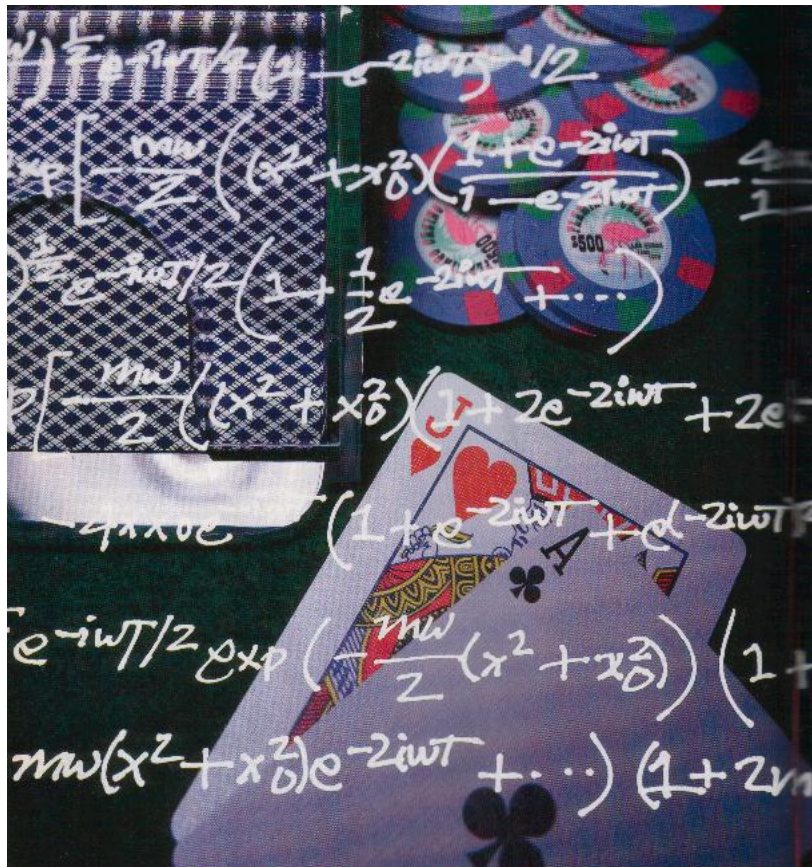


Fig. 16 Un aficionado a juegos de azar toma decisiones que implican cálculos inconscientes a los que les llama "corazonadas", que a un matemático experto le lleva un buen tiempo en modelar.

4.6 EL LENGUAJE Y LAS NEUROCIENCIAS

La Neurociencia cognitiva moderna procede de la combinación de la Neurofisiología, la Anatomía, la Embriología, La Biología Celular y Molecular, y la Psicología experimental. Esta disciplina combinada está aportando un nuevo apoyo a la idea de que el estudio apropiado de la mente ha de comenzar por el cerebro. Al igual que las conductas más sencillas, las funciones mentales superiores (aprendizaje, memoria y lenguaje) se han abordado tradicionalmente mediante la observación psicológica y a través de la fisiología experimental invasiva.

Aunque el análisis cuantitativo minucioso de los estímulos y las respuestas ha aportado importantes contribuciones al estudio de la conducta, al insistir en los actos observables los conductistas se centraron en el *conocimiento implícito* (en la pregunta: ¿qué puede hacer un organismo y cómo lo hace?). Sin embargo, los humanos – y otros animales superiores- también poseen un *conocimiento explícito* del mundo circundante y de los

acontecimientos pasados. Así pues, también cabe la pregunta: ¿Qué sabe el organismo acerca del mundo y cómo llega a saberlo?, ¿cómo se representa este conocimiento en el Encéfalo?, ¿es diferente la representación del conocimiento explícito de la del implícito?

El estudio del aprendizaje, la memoria y el lenguaje está procurando actualmente una valiosa información sobre como se distribuye el procesamiento de los conocimientos explícitos e implícitos en el Encéfalo. No obstante, la Neurociencia Cognitiva sólo ha comenzado a contribuir al análisis de la riqueza de las representaciones internas, a las que los psicólogos cognitivos reconocen como variables que median entre el estímulo y la respuesta. Por ejemplo, las Neurociencias no han llegado a explicar directamente, la conciencia subjetiva de individualidad, la voluntad y la intención, habituales en la experiencia humana.

En el pasado, atribuir una característica de comportamiento determinada a un proceso mental inobservable excluía, en principio, el problema de un estudio directo, porque la complejidad del encéfalo ponía una barrera a cualquier tipo de análisis biológico. Sin embargo, a medida que el sistema nervioso se va haciendo más accesible a la experimentación conductual, las representaciones internas de la experiencia pueden examinarse de modo controlado. Los progresos en este campo animan la creencia de que ahora la cognición puede examinarse directamente y ya no tiene que ser sólo deducida.

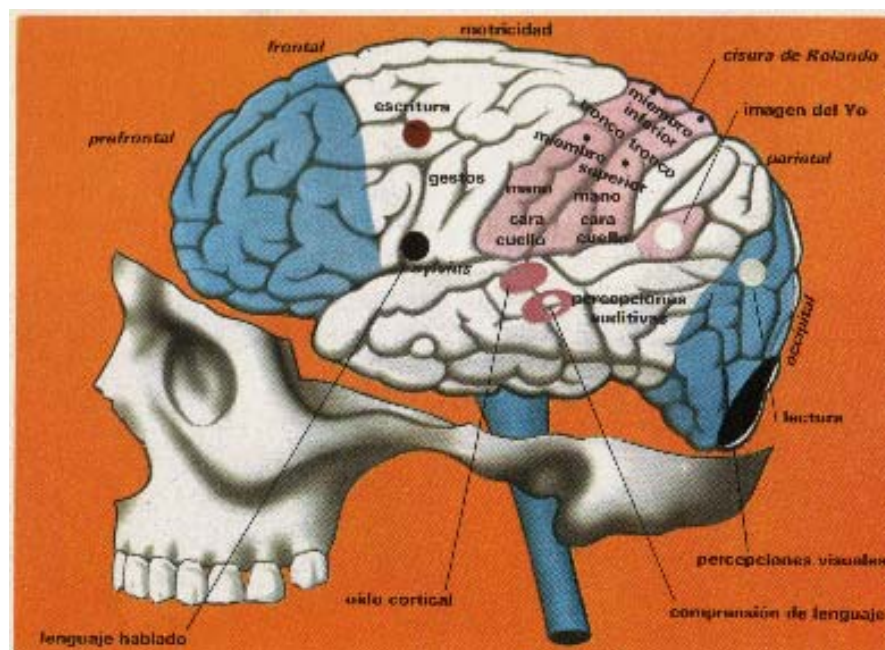


Fig. 17 Los distintos movimientos y funciones del individuo se activan en zonas específicas del cerebro

Como primer paso hacia el conocimiento de los mecanismos neurales de las funciones mentales superiores, los neurólogos clínicos pretendían descubrir dónde se localiza en el encéfalo una función concreta. Esta aproximación comenzó en 1861, cuando Pierre Broca convenció a la comunidad científica, probándolo con cerebros lesionados de pacientes afásicos, de que el lenguaje está controlado por un área específica del lóbulo frontal izquierdo. Pronto siguió a esto la localización en el encéfalo del centro de control del movimiento voluntario, y la demostración de que existen varios tipos de córtex sensorial primario (para la visión, la audición, la sensación somática y el gusto).

Aun cuando se ha llegado a disponer de una cantidad cada vez mayor de información acerca de la localización de las funciones, los psicólogos todavía piensan que esta información no podría aclarar suficientemente cómo se organizan las funciones mentales en el encéfalo. Sin embargo, desde finales de los años sesenta, principalmente debido a los estudios del lenguaje y del almacenamiento de la memoria, ha habido una aceptación general de la gran importancia de las representaciones internas localizables de las funciones mentales psicológicas. Así, incluso respecto a las capacidades cognitivas complejas, como el lenguaje, la cuestión principal ya no es si el estudio de la localización cerebral es útil para entender las funciones cognitivas, sino más bien cuáles son los mecanismos neuronales por los que pueden realizarse estas funciones.

4.6.1 Anatomía y Funciones del Cerebro

Resolver una ecuación, sentir hambre y respirar son procesos mediados por diferentes regiones del *Encéfalo*, porción del sistema nervioso central contenida dentro del cráneo⁷⁷. El Encéfalo del adulto está constituido por 100 mil millones de neuronas y un billón de células de la neuroglia; es uno de los órganos más grandes del cuerpo, con una masa de unos 1300 g. Es el centro donde se registran las sensaciones, se correlacionan unas con otras y con la información almacenada para tomar decisiones y emprender acciones. Asimismo es el centro del intelecto, las emociones, la conducta y la memoria. No obstante, el Encéfalo realiza muchas otras funciones: dirige las actitudes que tenemos hacia los demás, con ideas que emocionan, habilidades artísticas sorprendentes y capacidad retórica; los pensamientos y acciones de una persona pueden influir y moldear la vida de muchas otras. Diferentes regiones del Encéfalo están especializadas para efectuar distintas funciones y muchas partes de este órgano se combinan para desempeñar una función en particular.

⁷⁷ Tortora, G. Anatomía y Fisiología. Oxford. México 2002

En ocasiones se produce cierta confusión ante conceptos como Encéfalo, Cerebro, Sistema Nervioso Central, Córtex y términos similares. Cabe aclarar que cuando se habla de Encéfalo, se refiere al contenido neurológico que alberga la cavidad craneal. Es decir, el Encéfalo es más que el cerebro y menos que el sistema nervioso central. Por otra parte, el Córtex o corteza comprende la zona exterior del cerebro que, a modo de capa, rodea los hemisferios cerebrales. El Encéfalo comprende aquello que se denomina cerebro o hemisferios cerebrales, más el tronco del propio encéfalo, que incluye otras regiones denominadas Mesencéfalo y Romboencéfalo.

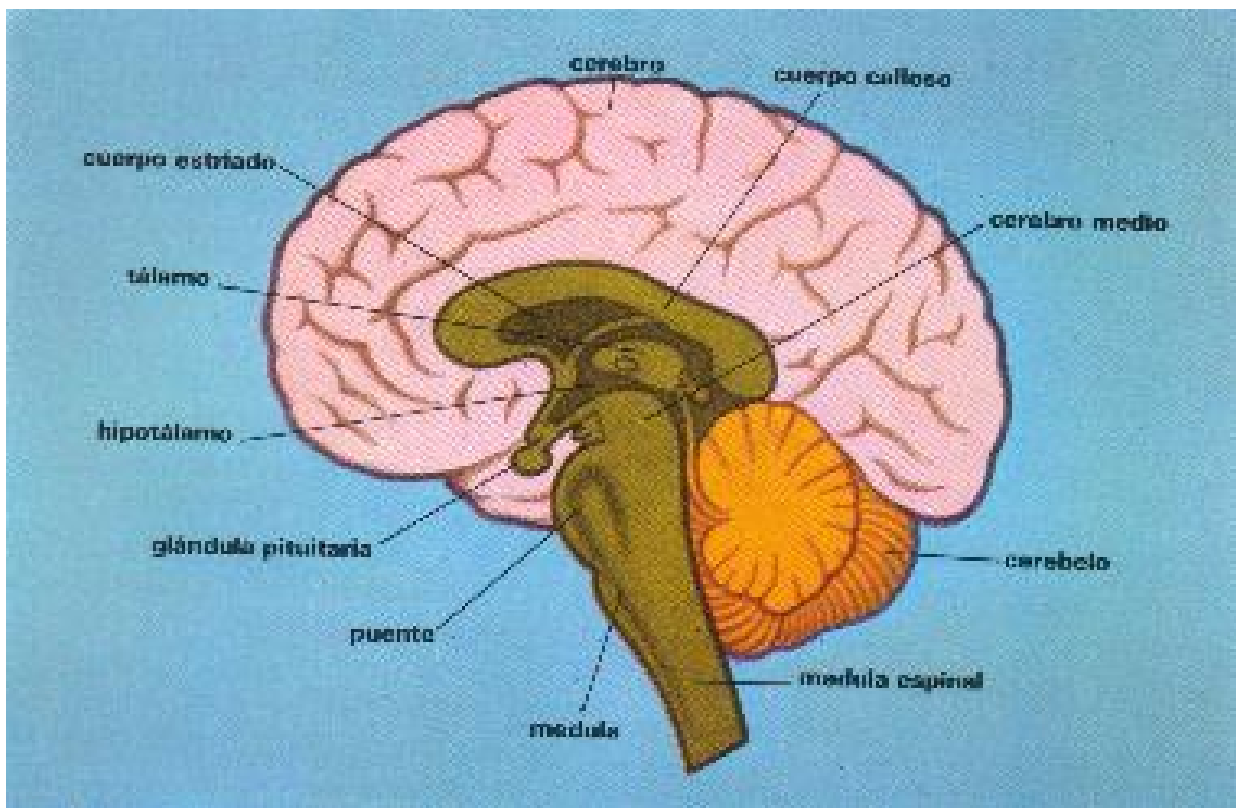


Fig.18 Desarrollo embriológico del sistema nervioso que muestra las diferentes subdivisiones troncoencefálicas y encefálicas superiores.

A primera vista, en el encéfalo se puede observar una zona externa de especiales características morfológicas de aspecto rugoso, como un pliegue que forma y delimita unas áreas que reciben el nombre de *Girus*, *Circunvoluciones* y *Lóbulos*. Este aspecto rugoso, además de ser una característica especial del cerebro humano, constituye naturalmente una necesidad estructural, ya que permite tener la mayor superficie funcional en el menor espacio posible.

La coloración es una de las características más evidentes en la observación visual del cerebro, ya que aparece de tonalidad grisácea, con tendencia rosada debido a la gran riqueza vascular. Si se observa una víscera cerebral *In Vitro*, es decir, sin aporte sanguíneo, la coloración es simplemente gris, tonalidad que deriva de la propia de la propia acumulación celular, de lo que se podría denominar cuerpos neuronales, que constituyen la envoltura o capa llamada corteza.

El *cerebro*, que se apoya en el Diencefalo y tronca encefálico, forma la mayor parte del encéfalo. La capa superficial de sustancia gris del cerebro se denomina *corteza cerebral*.

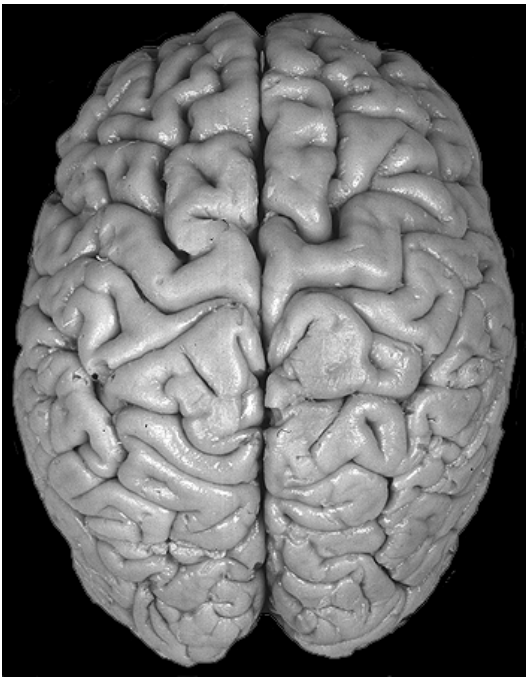


Fig. 19 Proyección superior del cerebro

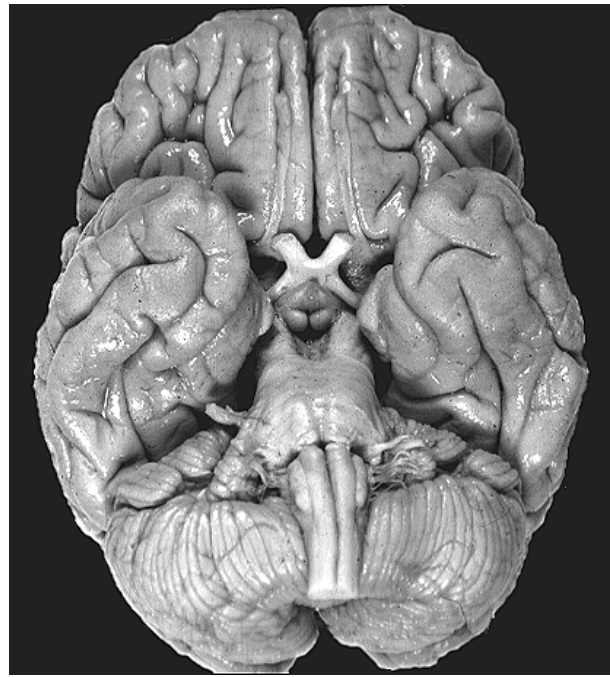


Fig. 20 Proyección inferior del cerebro

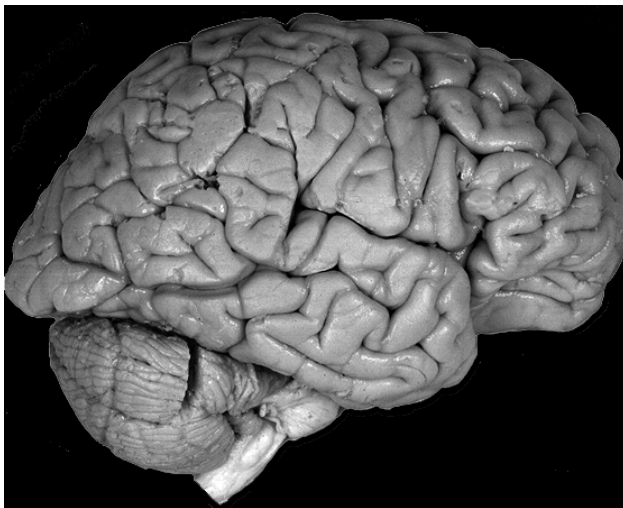


Fig. 21 Hemisferio derecho

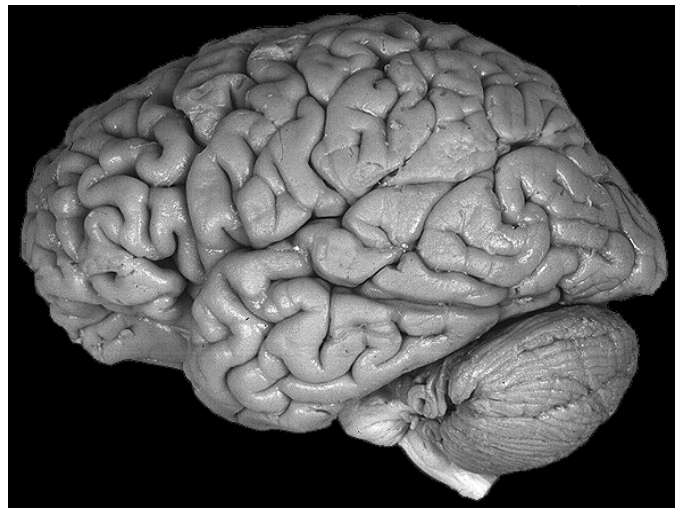


Fig. 22 Hemisferio izquierdo

De apenas de 2 a 4 Mm. de grosor, la corteza cerebral contiene miles de millones de neuronas: En plano profundo a ella, se sitúa la sustancia blanca: El cerebro es el “asiento

de la inteligencia”, que permite a los seres humanos leer, escribir, hablar, realizar cálculos, componer música, recordar el pasado, planear el futuro e imaginar lo que no ha existido. Durante el desarrollo embrionario, cuando el tamaño del encéfalo aumenta con rapidez, la sustancia gris cortical crece con rapidez mucho mayor que la sustancia blanca subyacente. En consecuencia, aparecen pliegues en la región cortical, los cuales reciben el nombre de *circunvoluciones*. Las depresiones más profundas entre los pliegues se denominan *cisuras*, y las menos profundas, *surcos*. La más prominente, la cisura perpendicular interna, separa al cerebro en mitades derecha e izquierda, los *hemisferios cerebrales*. A éstos los comunica internamente el cuerpo caloso, amplia banda de sustancia blanca cuyos axones se extienden entre los hemisferios cerebrales. Cada hemisferio cerebral se subdivide en cuatro lóbulos, que se denominan según los huesos que los envuelven: *frontal*, *parietal*, *temporal* y *occipital*. Una circunvolución importante, la *circunvolución prerrolándica*, localizada inmediatamente por delante del surco central, contiene el área motora primaria de la corteza cerebral. Otra no menos importante, la *circunvolución parietal ascendente*, localizada inmediatamente detrás del surco central del cerebro, contiene el área somatosensorial de la propia corteza. La *cisura de Silvio* divide el lóbulo frontal del lóbulo temporal. La cisura *parietooccipital* separa el lóbulo parietal del lóbulo occipital. Una quinta parte del cerebro, *la ínsula* (isla de Reil), no se aprecia en la superficie del encéfalo porque se sitúa dentro de la cisura de Silvio, en plano profundo a los lóbulos parietal, frontal y temporal.



Fig. 23 Ínsula

La sustancia blanca subyacente a la corteza cerebral incluye axones miélinicos y amielínicos organizados en fascículos, que constan de tres tipos principales de fibras:

1. *Fibras de asociación*, que transmiten impulsos entre circunvoluciones de un mismo hemisferio.
2. *Fibras comisurales*, que transmiten impulsos de las circunvoluciones de un hemisferio cerebral a las del otro hemisferio. Los tres grupos importante de fibras comisurales son: *cuerpo calloso*, *comisura cerebral anterior* y *comisura blanca posterior*.
3. *Fibras de proyección* de fascículos ascendentes y descendentes, que transmiten impulsos del cerebro y otras partes del encéfalo a la médula espinal, o viceversa. Un ejemplo es la cápsula interna, gruesa banda de fascículos motores y sensoriales que comunica la corteza cerebral con el tronco encefálico y la médula espinal.

El *sistema Límbico* se compone de un anillo de estructuras que rodea la parte superior del tronco encefálico y el cuerpo calloso en el borde interno del cerebro y el suelo del diencefalo. Entre ellas, están las estructuras siguientes:

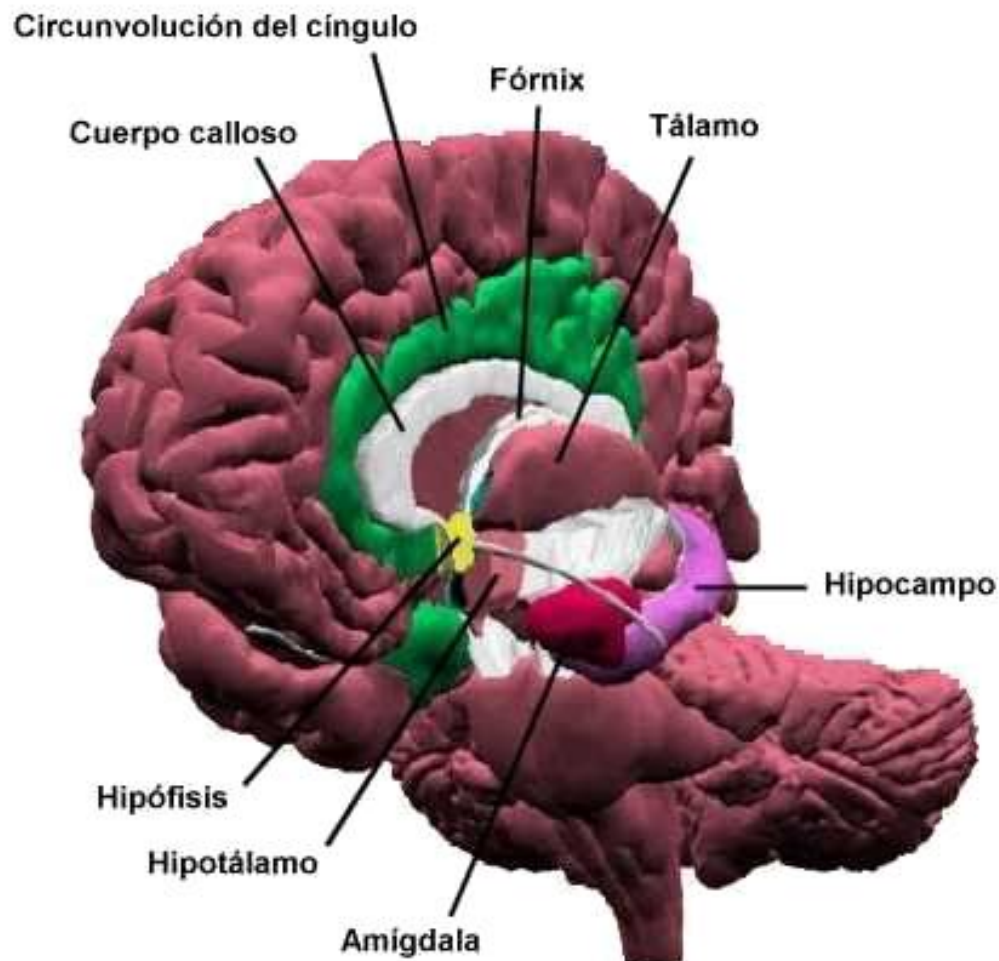


Fig. 24 El sistema Límbico

1. Las circunvoluciones *parahipocámpica* y *del cíngulo* o *callosa*, de ambos hemisferios cerebrales, así como el hipocampo, porción de la circunvolución parahipocámpica que se extiende hasta el suelo del ventrículo lateral, con lo que forma el *lóbulo Límbico*.
2. La *circunvolución dentada*, situada entre el hipocampo y la circunvolución parahipocámpica.
3. La *amígdala*, compuesta de varios grupos de neuronas dispuestos en el extremo del núcleo caudado.
4. Los *núcleos septales*, localizados en el área septal, que forman las regiones subyacentes al cuerpo calloso y a la circunvolución subcallosa.
5. Los cuerpos mamilares del hipotálamo, dos masas redondeadas cercanas a la línea media, junto a los *pedúnculos cerebrales*.
6. El *núcleo anterior del tálamo*, localizado en el suelo del ventrículo lateral.
7. Los *bulbos olfatorios*, cuerpos aplanados de la vía olfatoria que se apoyan en la lámina cribosa.
8. El *trígono cerebral*, *estría semicircular*, *estría habenular*, *fascículo medial del prosencéfalo* y *fascículo mamilotalámico*, unidos por haces de axones mielínicos que los conectan.

El sistema Límbico en ocasiones recibe el nombre “encéfalo emocional”, puesto que desempeña una función primordial en emociones como dolor, placer, docilidad, afecto e ira. En experimentos, se ha comprobado que la estimulación de diversas áreas de este sistema en animales provoca reacciones indicativas de que experimentan dolor o placer intensos.

El hipocampo participa con ciertas porciones del cerebro en la memoria. Las personas con daño en algunas estructuras del sistema Límbico olvidan los acontecimientos recientes y no pueden confiar nada a la memoria.

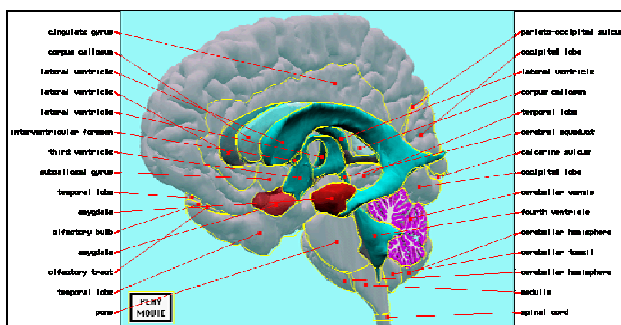


Fig. 25 amígdala

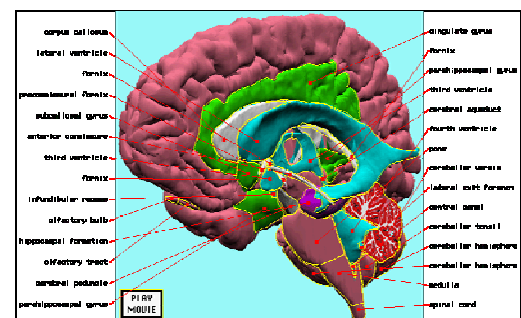


Fig. 26 hipocampo

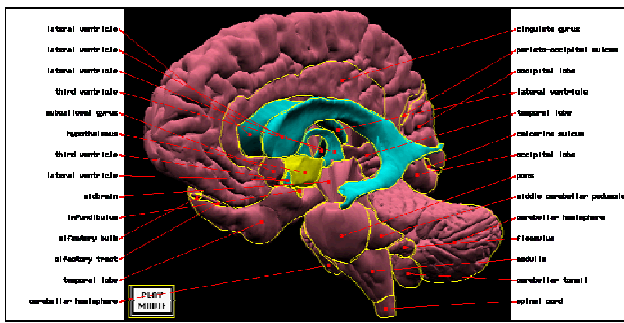


Fig. 27 hipotálamo

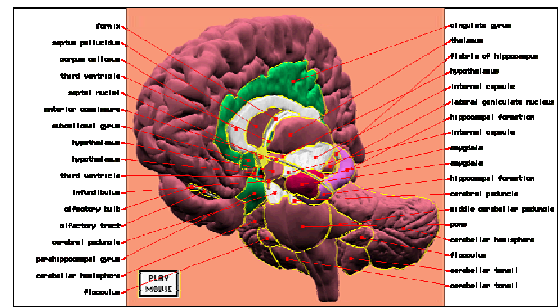


Fig. 28 Sistema Límbico

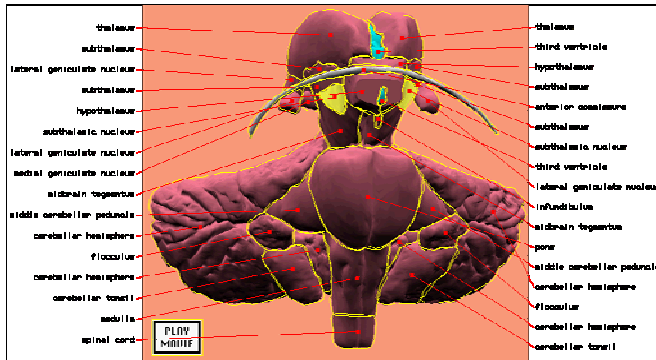


Fig. 29 Núcleo anterior del tálamo

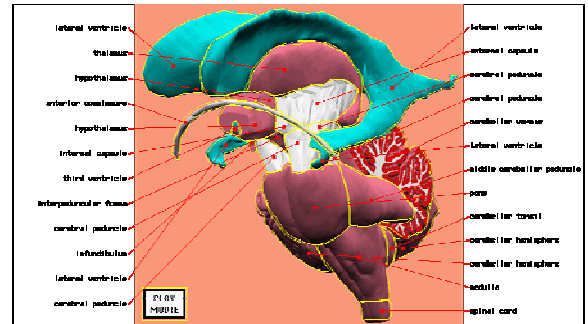


Fig. 30 Pedúnculos cerebrales

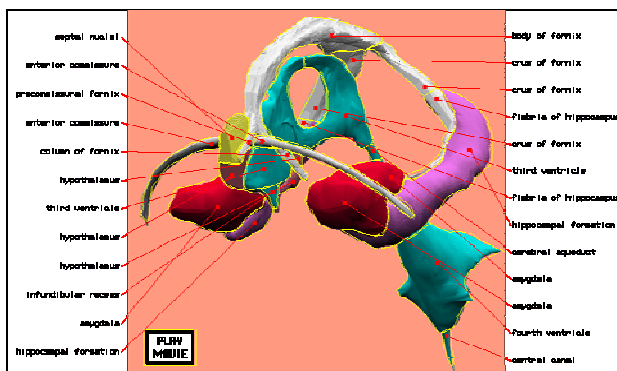


Fig. 31 Acercamiento del sistema Límbico

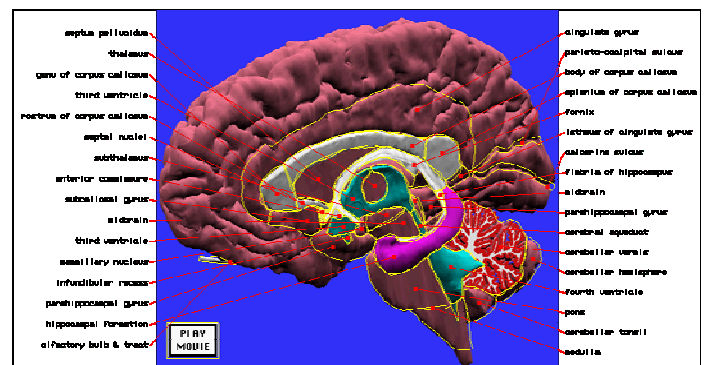


Fig. 32 Córtex del sistema Límbico

Los tipos específicos de señales sensoriales, motoras y de integración se procesan en ciertas regiones cerebrales. En general, las *áreas sensoriales* reciben e interpretan impulsos relacionados con las sensaciones; las *áreas motoras* inician movimientos, y las *áreas de asociación* se encargan de funciones de integración más complejas, como memoria, emociones, razonamiento, voluntad, juicio, rasgos de personalidad e inteligencia.

Los impulsos sensoriales llegan principalmente a la mitad posterior de ambos hemisferios cerebrales, es decir, a la porción situada detrás de los surcos centrales. En la corteza, las áreas sensoriales primarias tiene la conexión más directa con receptores sensoriales periféricos. Las áreas sensoriales secundarias y las áreas de asociación sensoriales

suelen estar adacentes a las áreas primarias, y es común que reciban impulsos de estas últimas y de otras regiones del encéfalo.

Las áreas sensoriales secundarias y las de asociación integran experiencias sensoriales para generar patrones significativos de reconocimiento y conciencia. Por ejemplo, una persona con daño en el área visual primaria tendría ceguera al menos en parte del campo visual, mientras que otra con daño en el área de asociación visual podría ver normalmente, pero le sería imposible reconocer a un amigo.

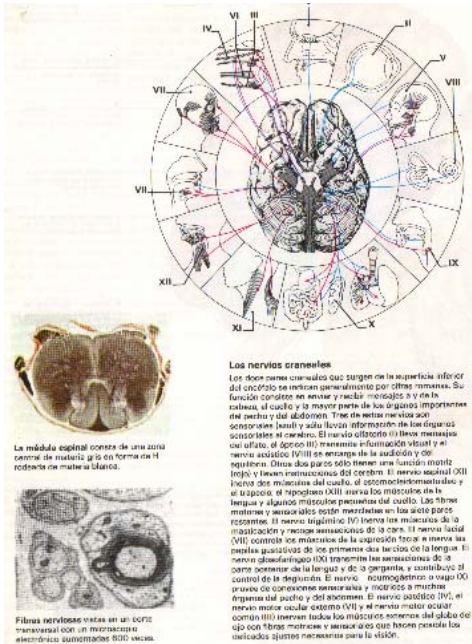


Fig. 33 Funciones cerebrales

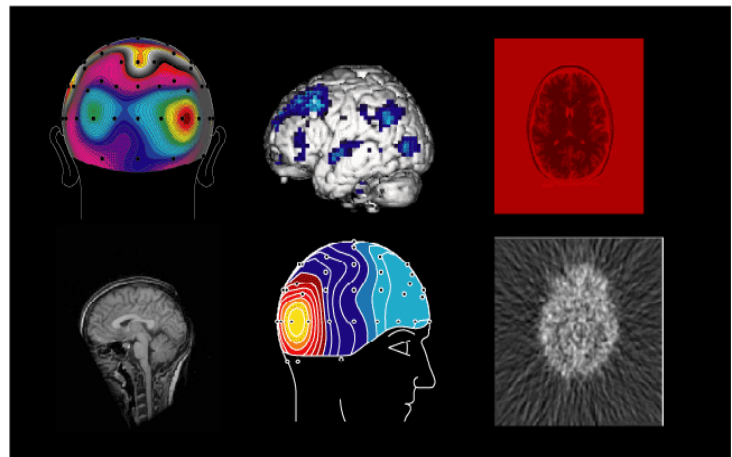


Fig. 34 Funciones cerebrales a través de Neuroimágenes

El *área somatosensorial* se localiza directamente detrás de los surcos centrales de cada hemisferio cerebral, en la circunvolución ascendente del lóbulo parietal, y se extiende desde la cisura perpendicular en la cara superior del cerebro hasta la cisura de Silvio. Esta área recibe señales nerviosas de los receptores sensoriales somáticos relativos la tacto, propiocepción (posición articular y muscular), dolor y temperatura. Cada punto en el área capta sensaciones de una parte específica del cuerpo, el cual está representado espacialmente por completo en ella. El tamaño del área cortical que recibe impulsos de una parte corporal específica depende del número de receptores presentes en ella, no del tamaño de dicha parte. Por ejemplo, una porción más grande percibe los impulsos de labios y yemas de los dedos que del tórax o cadera. La función principal del área somatosensorial es localizar con exactitud los puntos del cuerpo donde se originan las sensaciones. Aunque el tálamo las registra de manera general, no distingue con precisión

el sitio específico de estimulación, función que depende del área somatosensorial de la corteza.

El *área visual* ubicada en la cara medial del lóbulo occipital, recibe impulsos que transmiten información visual. Los axones de las neuronas con cuerpos celulares en los ojos forman los nervios ópticos (nervio craneal II), que terminan en el núcleo geniculado lateral del tálamo. Desde éste, se proyectan fibras al área visual, las cuales transmiten información concerniente a formas, colores y movimientos de los estímulos visuales.

El *área auditiva* se localiza en la parte superior del lóbulo temporal, cerca de la cisura de Silvio, e interpreta las características básicas de los sonidos, como su tonalidad y ritmo.

El *área gustativa* se ubica en la base de la circunvolución parietal ascendente, de manera superior a la cisura de Silvio en la corteza parietal, y percibe impulsos gustativos.

El *área olfatoria* se sitúa en la cara medial del lóbulo temporal y recibe impulsos relacionados con la olfacción.

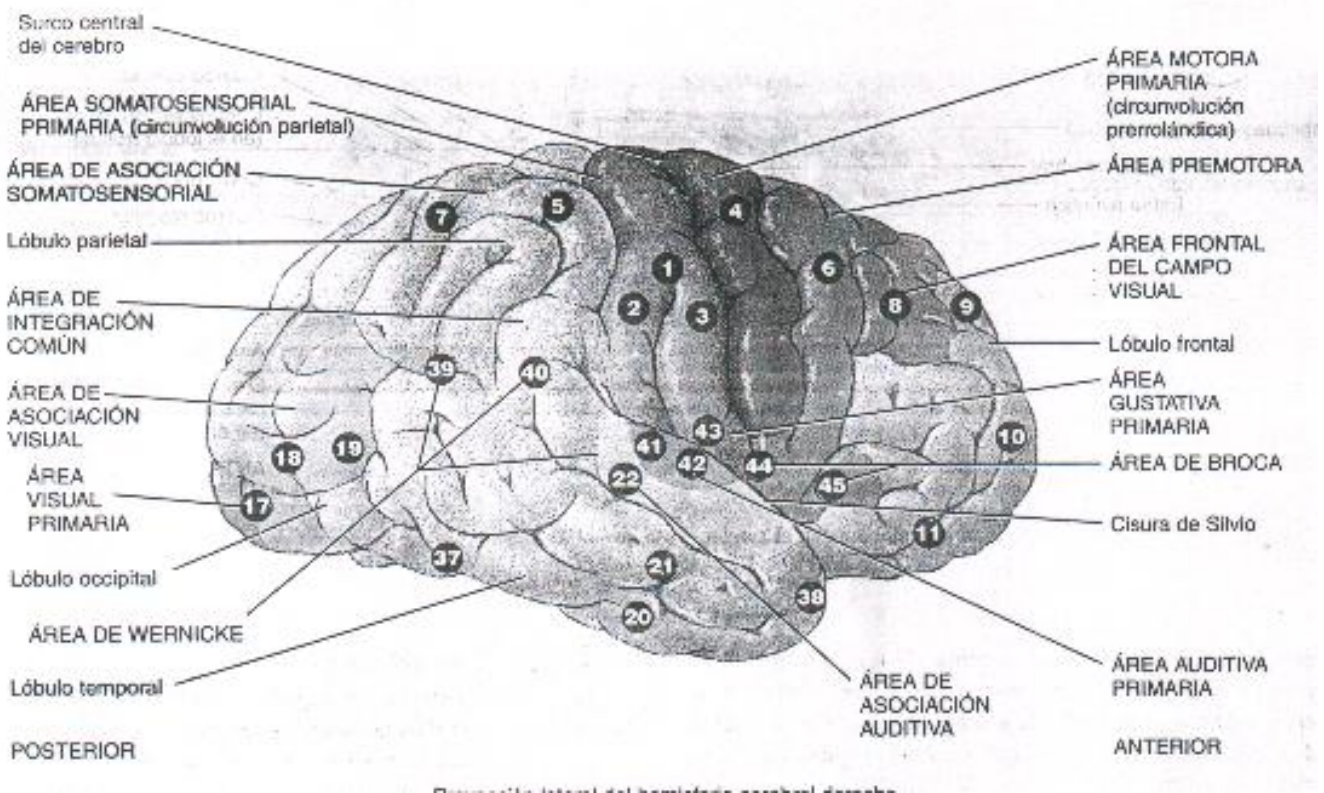


Fig. 35 Proyección lateral del hemisferio cerebral derecho

Los impulsos motores provenientes de la corteza cerebral fluyen principalmente desde la parte anterior de cada hemisferio. El *área motora primaria*, localizada en la circunvolución prerrolándica del lóbulo frontal, regula la contracción voluntaria de músculos específicos. La electroestimulación de cualquier parte de esta área produce la contracción de las fibras

musculares específicas que correspondan. Al igual que en el área somatosensorial, las partes corporales no están representadas en proporción a su tamaño: una mayor porción del área cortical está dedicada a los músculos que participan en movimientos de habilidad, complejos o finos (por ejemplo, la manipulación de objetos con los dedos).

El habla y la comprensión del lenguaje son actividades complejas, en que participan diversas áreas sensoriales, de asociación y motoras de la corteza cerebral. En 97 % de las personas, estas áreas corresponden al hemisferio cerebral izquierdo. La generación del habla ocurre en un *área de Broca*, que se ubica en uno de los lóbulos frontales (el izquierdo en la mayoría de las personas) justo en plano superior a la cisura de Silvio.

El área de asociación cerebral comprende algunas áreas motoras y sensoriales, además de grandes áreas en la cara lateral de los lóbulos occipital, parietal y temporal, así como en el lóbulo frontal por delante de las áreas motoras. Las áreas de asociación están conectadas una con otra mediante fascículos de asociación y abarcan las siguientes áreas.

El *área de asociación somatosensorial* se sitúa justo por detrás del área somatosensorial y recibe impulsos de ésta, así como del tálamo y otros centros encefálicos inferiores. Su función es integrar e interpretar las sensaciones. Permite determinar la forma y textura precisas de un objeto sin verlo, determinar la orientación de un objeto respecto de otro al palparlos y percibir la relación que existe entre las partes corporales. Otra función de esta área es el almacenamiento de recuerdos de experiencias sensoriales, lo cual permite comparar las sensaciones actuales con las previas.

El *área de asociación visual*, situada en el lóbulo occipital, recibe impulsos sensoriales del área visual primaria y del tálamo. Relaciona las experiencias visuales previas y actuales, además de ser esencial para reconocer y evaluar lo que se observa.

El *área de asociación auditiva*, situada en el plano posteroinferior al área auditiva primaria en la corteza temporal, permite discernir si los sonidos corresponden al habla, la música o el ruido.

El *área de Wernicke* interpreta el significado del habla mediante el reconocimiento de las palabras habladas, además de traducirlas en pensamientos. Las regiones del Hemisferio derecho que corresponden al área de Broca y de Wernicke en el hemisferio izquierdo también contribuyen a la comunicación verbal mediante la adición de las inflexiones de entonación y del contenido emocional al lenguaje hablado. Por ejemplo, permiten saber si una persona está enojada o alegre con base en el tono de la voz.

El *área de integración común* está rodeada por las áreas somatosensorial, visual y auditiva de asociación, y recibe impulsos nerviosos de ellas y de las áreas gustativa y olfatoria primarias, tálamo y partes del tronco encefálico. Se encarga de integrar las interpretaciones sensoriales de las áreas de asociación y los impulsos de otras áreas, lo cual permite formar los pensamientos con base en diversos estímulos sensoriales. Luego transmite las señales a otras partes del encéfalo para que se produzca la respuesta apropiada a la interpretación de los impulsos sensoriales.

El *área premotora* es un área de asociación motora situada inmediatamente por delante del área motora primaria. Sus neuronas se comunican con la corteza motora primaria, las áreas de asociación sensorial del lóbulo parietal, los ganglios basales y el tálamo. Se encarga de actividades motoras aprendidas de carácter complejo y secuencial. Genera impulsos nerviosos que producen la contracción de grupos musculares específicos en secuencias también específicas. A manera de ejemplo, esta parte de la corteza está activa al escribir. Regula los movimientos hábiles aprendidos y sirve como banco de memoria de tales movimientos.

El *Área frontal del campo visual* se incluye a veces en el área premotora. Regula los movimientos visuales voluntarios de seguimiento, por ejemplo, al leer esta oración.

En relación con las *áreas del lenguaje*, desde el área de Broca, los impulsos nerviosos pasan a las regiones premotoras relacionadas con el control de los músculos de la laringe, faringe y boca. Los impulsos del área premotora producen contracciones musculares coordinadas y específicas que hacen posible el habla. De manera simultánea, se envían impulsos del área de Broca al área motora. Desde ésta, se generan impulsos para los músculos de la respiración, con el fin de regular el flujo de aire correcto por las cuerdas vocales. Las contracciones coordinadas de los músculos del habla y de la respiración permiten expresar verbalmente los pensamientos.

4.6.2 Ubicación del lenguaje y otras funciones cognitivas en el córtex cerebral.

Las funciones cerebrales relacionadas con el lenguaje se localizan básicamente en el córtex cerebral, el cual envuelve y recubre los hemisferios del encéfalo⁷⁸. En cada uno de los dos hemisferios del encéfalo, el córtex que los rodea se divide en cuatro lóbulos anatómicamente distintos: el frontal, el parietal, el occipital y el temporal. El lóbulo frontal está considerablemente implicado en la planificación del acción futura y el control del

⁷⁸ Jessell, T., Kandel, E., and Schwartz, J. Essentials of neural science and behavior Appleton & Lange. Simon & Schuster International Group. Prentice Hall. 1999

movimiento; el lóbulo parietal en la sensación táctil y la imagen corporal; el lóbulo occipital en la visión y el lóbulo temporal en la audición, así como en ciertos aspectos del aprendizaje, la memoria y la emoción.

El córtex cerebral tiene dos características de organización importantes. En primer lugar cada hemisferio se ocupa básicamente de los procesos sensoriales y motores del lado opuesto o contralateral del cuerpo. La información sensorial que llega a la médula espinal de la parte izquierda del cuerpo cruza al lado derecho del sistema nervioso antes de ser conducida a la corteza cerebral. De modo similar, las áreas motoras de un hemisferio del encéfalo ejercen el control de los movimientos del de la mitad opuesta del cuerpo. En segundo lugar, aunque los hemisferios parecen ser similares en los humanos, no tienen una estructura simétrica ni una función equivalente.

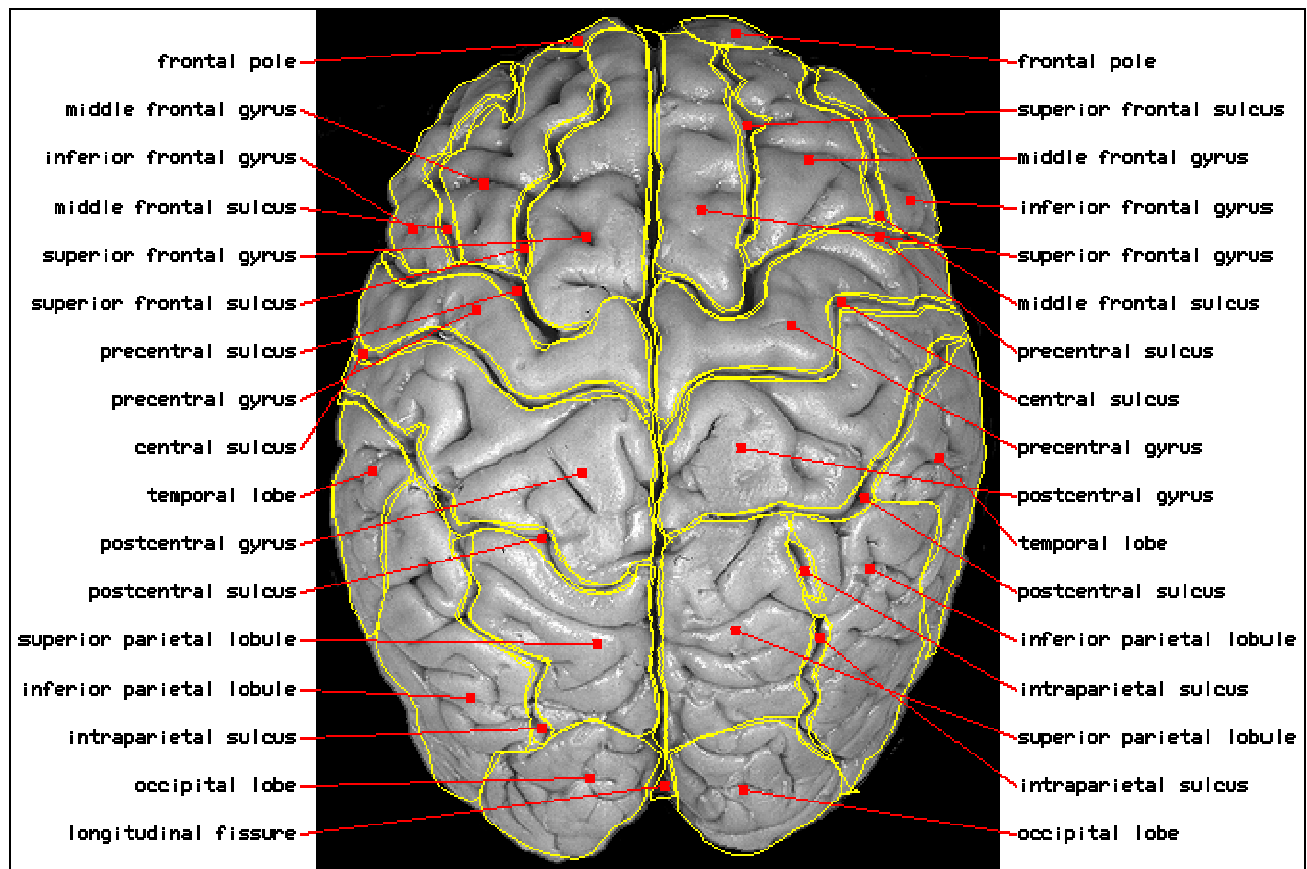


Fig. 36 Hemisferios cerebrales y lóbulos

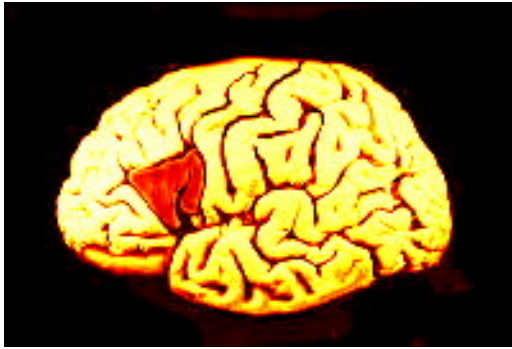


Fig. 37 Área de Broca

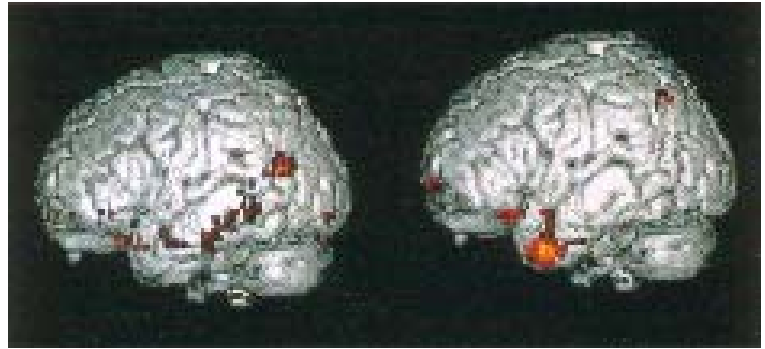


Fig. 38 La tomografía por emisión de positrones, revela en tintes rojos y naranjas, las áreas del hemisferio cerebral izquierdo que se activan mientras tratan de entender el lenguaje. El escaneo del lado izquierdo muestra la actividad asociada con la comprensión de las oraciones

Gran parte de lo que se sabe sobre la localización del lenguaje procede del estudio de la afasia, una categoría de trastornos del lenguaje. El primer avance ocurrió en 1861, cuando el neurólogo Pierre Paul Broca describió el caso de un paciente que podía comprender el lenguaje pero no podía hablar. El paciente no tenía problemas motores convencionales en la

lengua, la boca o las cuerdas vocales que pudieran afectar el habla. Podía pronunciar palabras sueltas y cantar una melodía sin dificultad, pero no podía hablar gramaticalmente o con frases completas, ni podía expresar sus ideas por escrito. El examen post-mortem del encéfalo del paciente reveló una lesión en la región posterior del lóbulo frontal, hoy llamada área de Broca. Broca estudió ocho pacientes similares; todos ellos tenían lesiones cerebrales en dicha región. En todos los casos la lesión se localizaba en el hemisferio cerebral izquierdo. Por este descubrimiento Broca el principio “hablamos con el hemisferio izquierdo”.

La siguiente etapa la inició el neurólogo alemán Carl Wernicke quien a los 26 años publicó el trabajo “El complejo de síntomas de la afasia: un estudio psicológico sobre una base anatómica”. En este trabajo describió un nuevo tipo de afasia, consistente en un deterioro de la comprensión más que de la expresión. (Disfunción receptiva por contraposición a la expresiva). Mientras que los pacientes de Broca podían entender pero no hablar, el paciente de Wernicke podía hablar pero no comprender el lenguaje (incluso sus propias palabras). Wernicke encontró que este nuevo tipo de afasia se debía a lesiones en un lugar diferente al de Broca: en la parte posterior del lóbulo temporal, donde se une con los lóbulos parietal y occipital.

Además de este descubrimiento, Wernicke propuso una teoría del lenguaje que intentó conciliar y trascender las dos teorías existentes de la teoría cerebral. Los frenólogos argumentaban que la corteza es un mosaico de funciones específicas y que incluso los

atributos mentales abstractos están localizados y se representan en áreas corticales particulares, funcionalmente específicas. La escuela de pensamiento opuesta, considerando al encéfalo como un campo agregado, argumentaba que las funciones mentales no están localizadas en regiones del encéfalo específicas sino que cada función está representada difusamente por toda la corteza.

De sus descubrimientos y los de Broca, Wernicke propuso que sólo las funciones mentales más básicas, las concernientes a las actividades perceptivas y motoras sencillas, están localizadas en áreas particulares del córtex; mientras que las funciones intelectuales más complejas son el resultado de interconexiones entre varias zonas funcionales. Situando el principio de función localizada en un contexto conexionista, Wernicke consideró que los distintos componentes de una conducta determinada se procesan en diferentes regiones del encéfalo. Así avanzó la primera prueba de la idea del procesamiento distribuido, que en la actualidad es un concepto central en el conocimiento de la función cerebral.

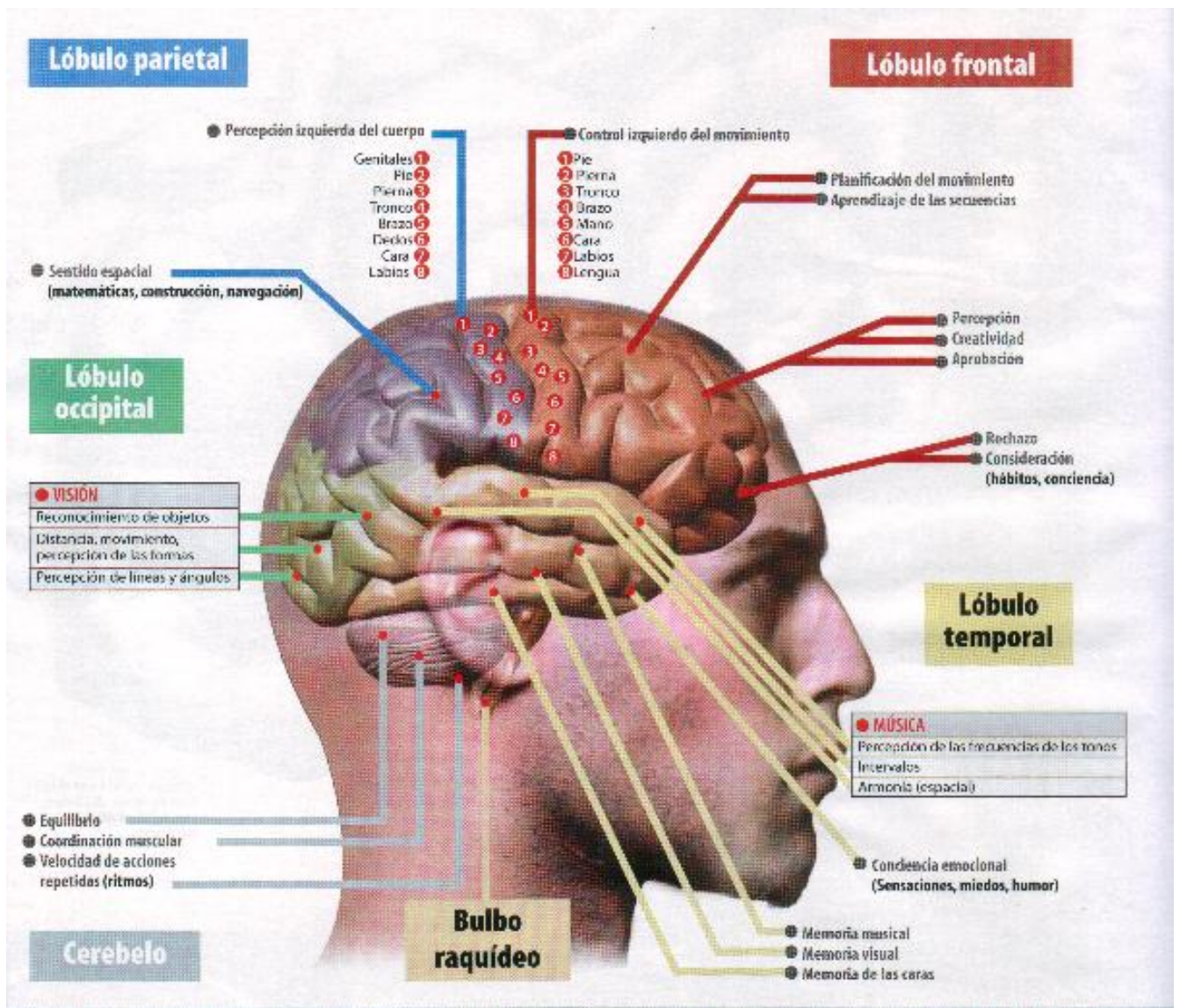


Fig. 39 Ubicación de las funciones cerebrales en el hemisferio izquierdo

Wernicke postuló que el lenguaje implica programas sensoriales y motores específicos, distintos; estando cada uno de ellos bajo el control de regiones corticales específicas. Propuso que el programa motor, que rige los movimientos de la boca implicados en el habla, se localiza en el área de Broca, la cual adecuadamente se sitúa justo delante del área motora que controla la boca, la lengua, el paladar y las cuerdas vocales. El programa sensorial, que rige la percepción de la palabra, se atribuyó al área del lóbulo temporal que él había descubierto (ahora llamada área de Wernicke). Esta área también se localiza adecuadamente, estando rodeada por la corteza auditiva así como por áreas que integran las sensaciones auditivas, visuales y somáticas para formar percepciones complejas (áreas denominadas córtex de asociación).

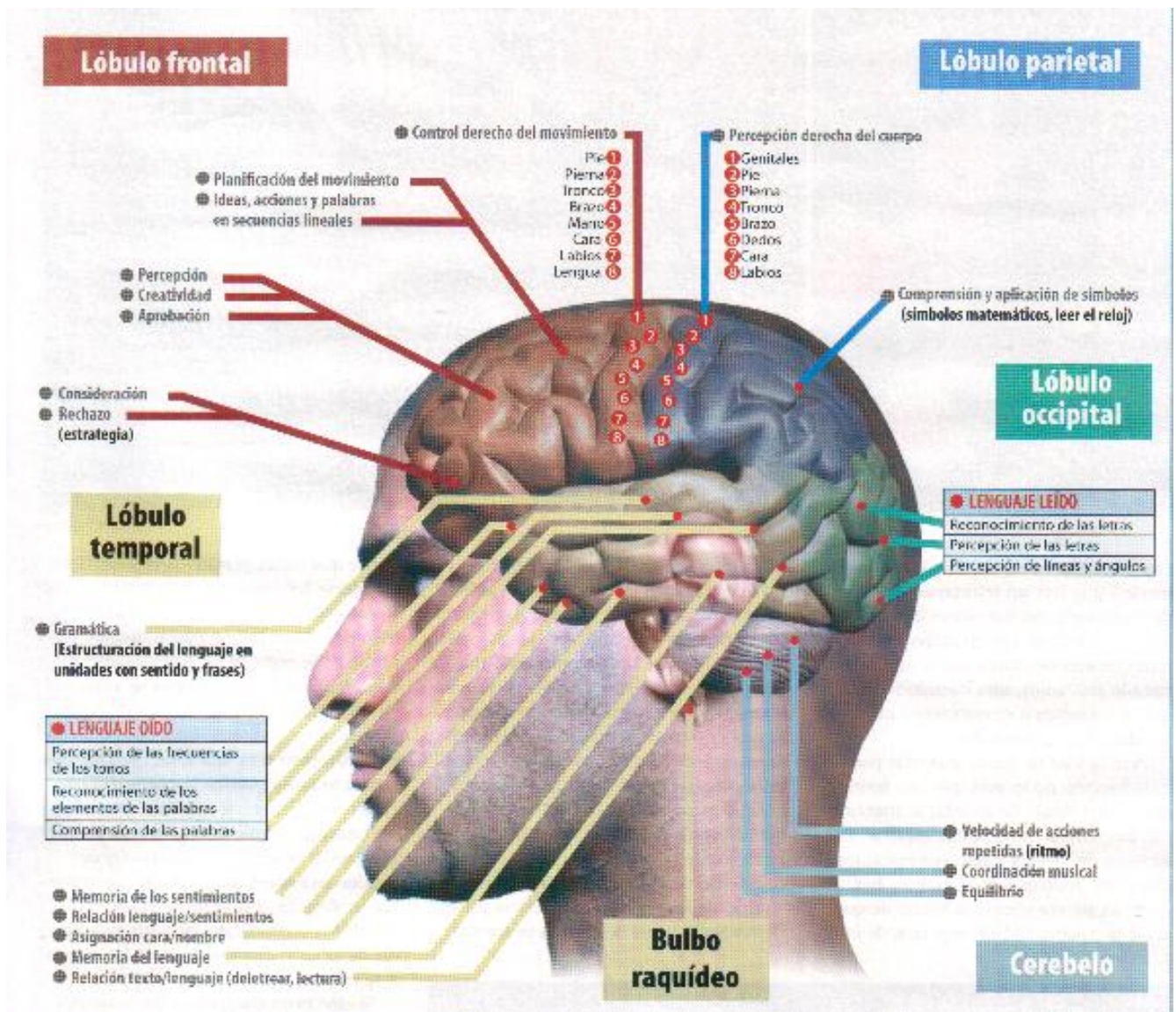


Fig. 40 Ubicación de las funciones cerebrales en el hemisferio derecho

Así, Wernicke formuló un modelo coherente de la organización del lenguaje el cual, con ciertas modificaciones, todavía es útil hoy en día. Conforme a este modelo, las percepciones auditivas o visuales iniciales del lenguaje se forman en áreas sensoriales particulares del córtex especializadas en información auditiva o visual. Las representaciones neurales de estas percepciones se transmiten entonces a un área de asociación del córtex especializada en información tanto visual como auditiva (giro angular). Aquí, las palabras habladas o escritas se transforman en una representación neural común, un código compartido por el habla y la escritura. Este código se transmite desde el giro angular hasta el área de Wernicke, donde se reconoce como lenguaje y se asocia con un significado. Sin tal asociación se pierde la capacidad de comprender el lenguaje. El código neural común se transmite después desde el área de Wernicke hasta

el área de Broca, donde se transforma de una representación sensorial (auditiva o visual) en una representación motora, que puede desembocar en el lenguaje hablado o escrito.

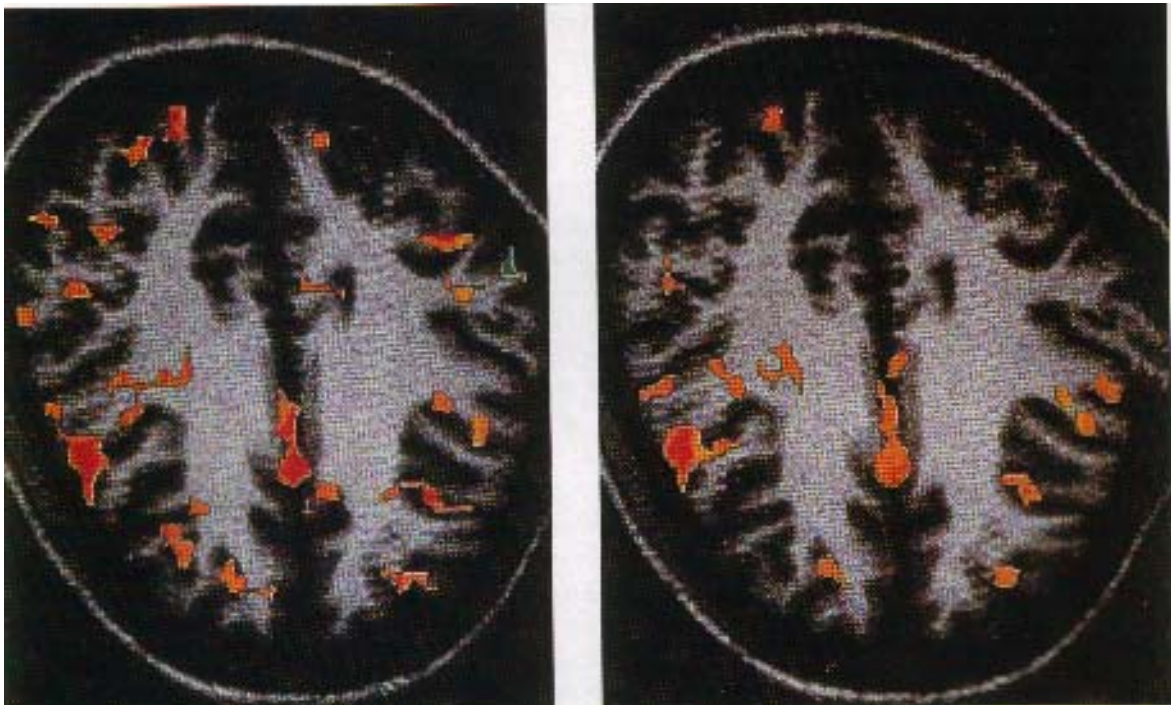


Fig. 41 Áreas del lenguaje del córtex cerebral estimuladas en un sujeto japonés durante un experimento de IRMf. Pensar en una palabra *kanji* (asimilable en un morfograma) provoca en este sujeto una actividad cerebral más intensa que imaginar la misma palabra *kana* (alfabeto silábico).

Cuando no ocurre la última fase de la transformación de representación sensorial a motora, la capacidad para expresar al lenguaje (tanto mediante palabras habladas como por escrito) se pierde. Con este razonamiento Wernicke predijo un nuevo tipo de afasia, que más tarde se demostraría clínicamente.

Hasta hace poco, casi todo lo que se sabía sobre la organización anatómica del lenguaje procedía de estudios clínicos de pacientes que habían sufrido lesiones cerebrales. En la actualidad se han extendido dichos estudios a individuos normales, utilizando la exploración mediante tomografía por emisión de positrones (TEP o PET). La PET es una técnica de neuroimagen no invasiva para visualizar los cambios locales en el flujo sanguíneo cerebral y el metabolismo que se asocian con actividades mentales, tales como leer, hablar y pensar.

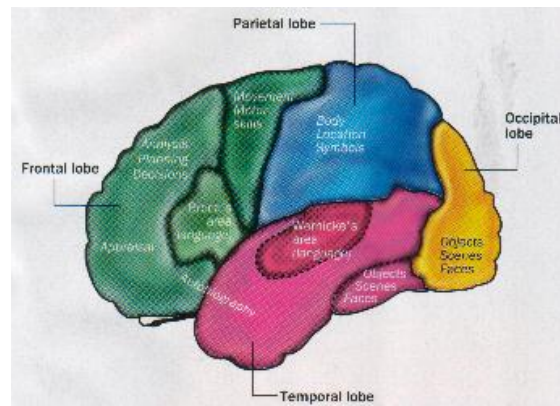


Fig. 42 Ubicación de las Áreas de Broca y wernicke en los Lóbulos Frontal y Temporal

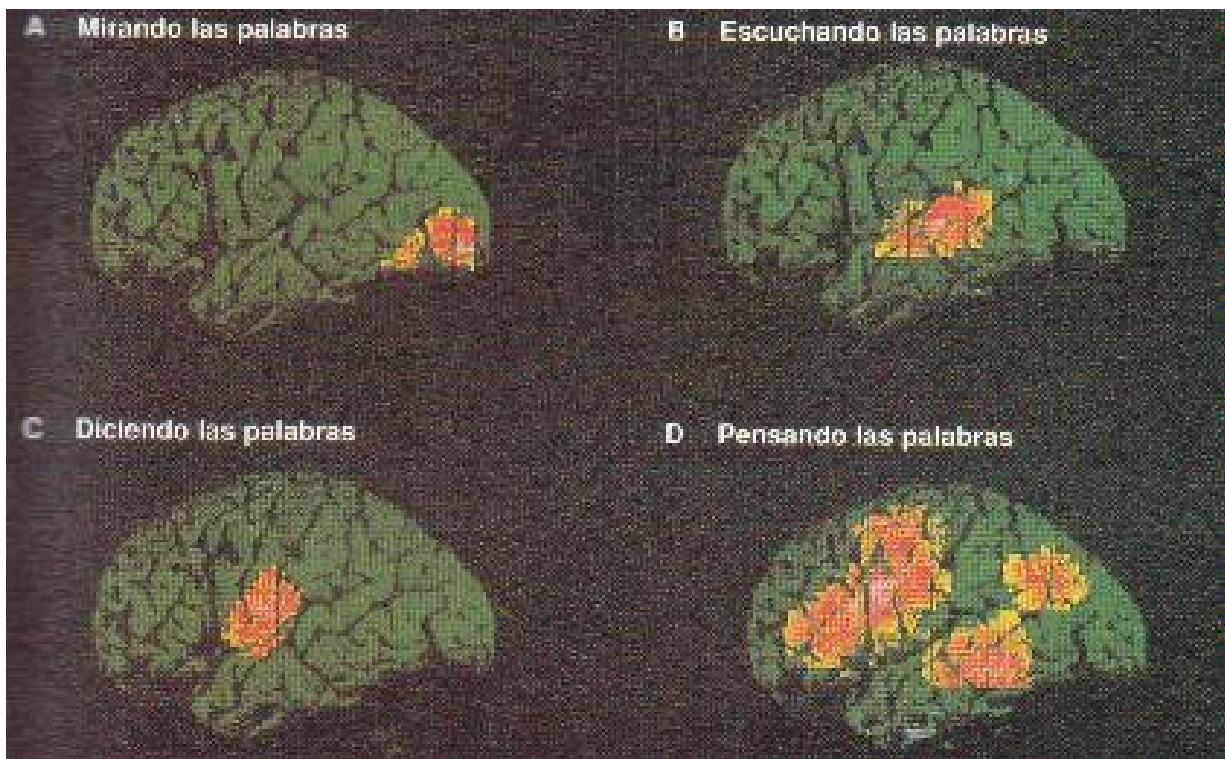


Fig. 43 Cada una de las cuatro imágenes del encéfalo humano que aquí se muestran (vistas laterales del hemisferio izquierdo) representan el promedio de actividad cerebral que está ocurriendo en varios sujetos normales. En las imágenes de PET, el blanco representa las áreas de mayor actividad, el amarillo las áreas de actividad bastante alta y el azul las áreas de menor actividad. El componente de input del lenguaje (leer u oír una palabra) activa las regiones del encéfalo mostradas en A y B. El componente de output (habla o pensamiento) activa las regiones mostradas en C y D. (Cathy Price, MRC Cyclotron Unit, Hammersmiht Hospital, Londres, Inglaterra)

En A, la lectura de una sola palabra produce una respuesta en el córtex visual primario y en el córtex visual de asociación. En B, oír una palabra activa una serie completamente diferente de áreas en el córtex temporal y en la convergencia del córtex temporal y parietal. Esto demuestra que el encéfalo utiliza vías auditivas y visuales separadas para procesar el lenguaje y no una sola vía común. En C, decir una palabra activa el área motora suplementaria en la región medial del córtex frontal. En D, el pensamiento, tal como analizar el significado de una palabra, activa el córtex frontal. Las áreas de Broca y de Wernicke también están involucradas.

Con la técnica basada en PET se descubrió que los inputs neurales para la producción y comprensión del lenguaje son procesados por más de una vía.

De acuerdo con Wernicke, la información visual y la auditiva se transforman en una representación auditiva del lenguaje. Esta información se transmite luego al área de

Wernicke, donde llega a asociarse con un significado antes de transformarse en el área de Broca en un output como lenguaje escrito o hablado. Cabe la pregunta ¿La representación neural de una palabra leída también se transmite por vías auditivas antes de que pueda asociarse con un significado? ¿O puede transferirse directamente la información visual al área de Broca? Utilizando imágenes de PET se determinó cómo se codifican palabras individuales en el encéfalo cuando las palabras se leen o se escuchan. Se encontró que cuando se escuchan las palabras, el área de Wernicke se activa; sin embargo, cuando las palabras se ven pero no se escuchan o dicen, no hay actividad en el área de Wernicke. Parece ser que la información visual se transmite directamente desde la corteza occipital al área de Broca, sin que primero se transforme en una representación auditiva en la corteza temporal posterior. A partir de esos datos se concluyó que se utilizaron diferentes vías encefálicas y códigos sensoriales para percibir palabras presentadas oral o visualmente.



Fig. 44 Las recientes técnicas de imagen para diagnóstico permiten conocer qué áreas del cerebro se activan en determinados momentos de la vida. Arriba aparecen representadas cuatro zonas cerebrales que trabajan en funciones mentales concretas.

Además se propuso que estas vías tienen acceso independiente a las regiones de nivel superior, que se encargan de asignar el significado y de la expresión del lenguaje.

No solo la lectura y la escucha activas se procesan por separado, sino también cuando un sujeto simplemente piensa en el *significado* de una palabra, sin recurrir a otros inputs, se activa un área diferente en la corteza frontal izquierda. Así, el procesamiento del lenguaje se da tanto en serie como en paralelo.

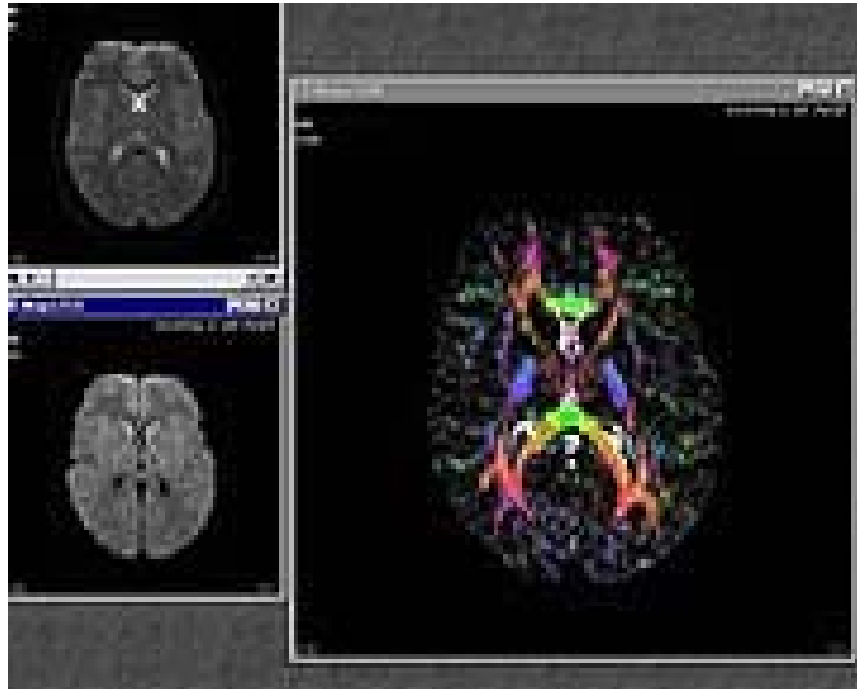


Fig. 45. En esta imagen de Resonancia Magnética Funcional, se muestran las zonas infladas y de color naranja y verde que entran en funciones cuando el cerebro lleva a cabo alguna actividad vinculada con el lenguaje.

4.6.3 La organización del lenguaje

Desde la publicación de *Estructuras Sintácticas*⁷⁹ en 1957, uno de los objetivos de la lingüística moderna ha sido construir un modelo de gramática para un hablante nativo hipotético de cualquier lengua. El fin prioritario de este proyecto ha sido el de crear un modelo abstracto que “genere” –esto es, que de cuenta- de todas las oraciones gramaticales en el lenguaje sin generar ninguna cadena agramatical. Desde luego que estos modelos no se proponen reflejar los procesos que usan los hablantes nativos para crear sus frases cada vez que hablan. Algunos lingüistas ven la gramática generativa como una parte esencial de un modelo de producción; esto es, entienden la gramática como algo que “vehicula” lo que realmente se produce o se comprende en el habla. Muchos otros entienden la gramática generativa como potencialmente separada del proceso del habla. Para estos últimos, la gramática describe los patrones abstractos del

⁷⁹ Chomsky, Noam. *Estructuras Sintácticas*. Siglo XXI editores. 1974

lenguaje, mientras que otro conjunto de reglas que uno podría llamar gramática de producción le dice al hablante como debería hablar en realidad.

Tal vez, y sólo tal vez, sea preferible asumir que la gramática abstracta tiene alguna conexión con las manifestaciones físicas del habla y los procesos del lenguaje. Cabría esperar, en consecuencia, qué aspectos autónomos del análisis se pueda vincular con los diferentes tipos de lesiones que se encuentran en personas con lesiones cerebrales. Si el funcionamiento de un conjunto de aspectos lingüísticos (por ejemplo, palabras funcionales) está gravemente dañado, pero algunos otros aspectos relacionados con ellos (por ejemplo, nombres y verbos) se encuentran intactos, esta disociación en el funcionamiento de ambos conjuntos sugiere una diferencia entre ellos, al menos desde un punto de vista psicológico: esto es deben existir mecanismos psicológicos independientes para procesarlos. Entonces, lo que se quiere decir con “realidad psicológica” de un concepto gramatical abstracto es que no solo es un concepto lingüístico abstracto sino que puede observarse cómo funciona durante la producción y/o comprensión del habla.

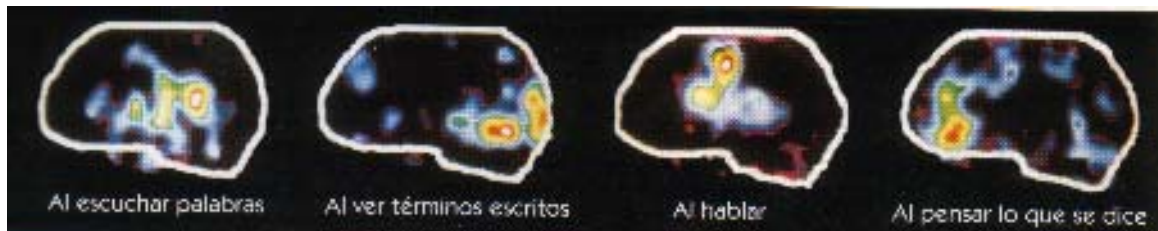


Fig. 46 El lenguaje es una de las funciones más complejas. En el proceso se activan diferentes zonas, como muestran estas imágenes.

Esta noción de “realidad psicológica” es importante para determinar la relación entre las nociones teóricas abstractas que han deducido los lingüistas y el funcionamiento real del cerebro. Se da por supuesto, también, que es posible que las nociones abstractas describan un modelo que exista en el lenguaje como una entidad abstracta, pero que no guarde ninguna relación significativa con el procesamiento real del lenguaje. Téngase en cuenta la poca relación que existe entre la ecuación matemática que describe la ordenación espiral de las semillas que forman el centro de un girasol y las leyes biológicas por las que se rigen las semillas que componen esa específica figura en espiral.

La aritmética es un sistema que posee, en cierto modo, una abstracción semejante a la del lenguaje. Mientras que se espera una cierta representación cerebral de los hechos matemáticos a los que se tiene acceso automático (por ejemplo $5+4=9$), se puede cuestionar si tales principios abstractos, como la propiedad conmutativa, son una regla

que tiene una representación en un lugar específico o incluso en una trayectoria neuronal en el cerebro. A pesar de que muy pocas personas pueden articular esa regla (o recordar su nombre), en la mayoría de los adultos opera la certeza de que es verdad sin que se sea capaz de especificar por qué. Se debe concluir, basándose en el uso de ese principio en el mundo real, que la propiedad conmutativa tiene una realidad psicológica, pero no necesariamente una localización cerebral asociada a ella.

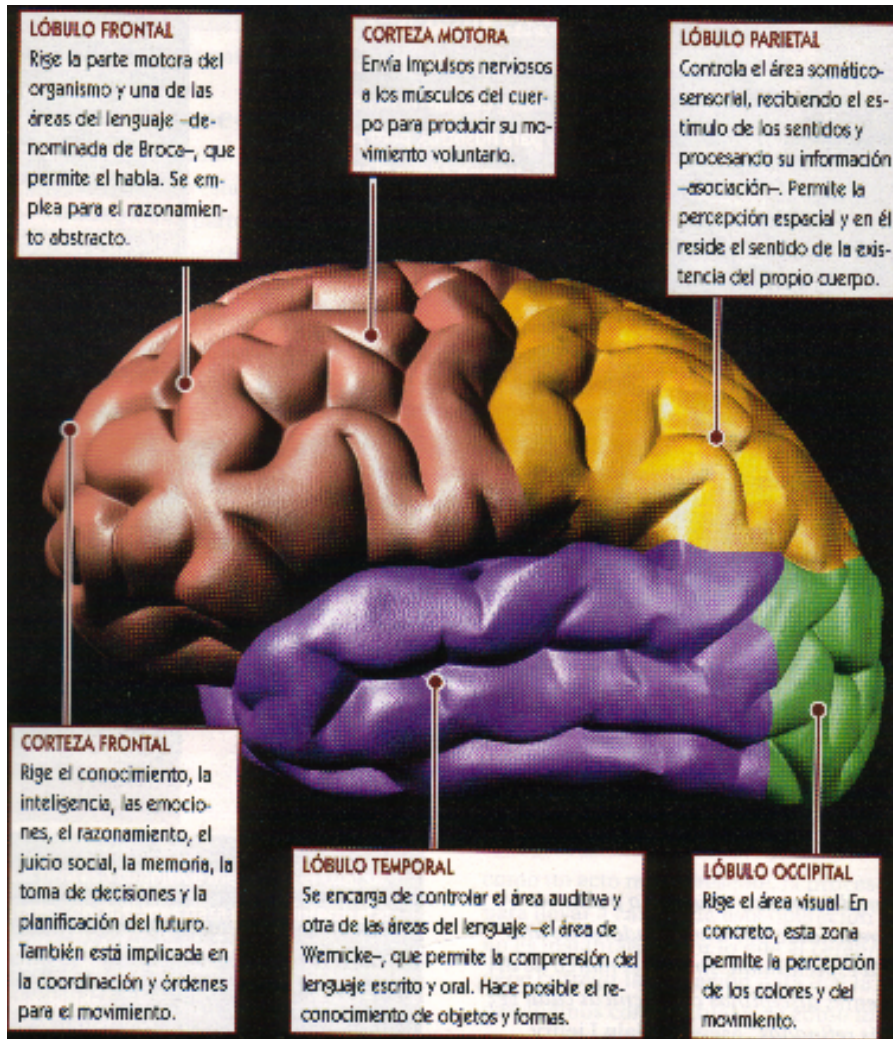


Fig. 47 A través de los diferentes lóbulos que se encuentran en el encéfalo, se recibe toda la información por medio de los cinco sentidos, indispensable para que el cerebro pueda dar instrucciones una vez que “conoce” lo que sucede en su entorno.

¿Qué dice, entonces, la noción de “realidad psicológica” sobre la relación entre competencia y actuación? Mientras que la mayor parte de los lingüistas están interesados en el estudio de la competencia, como se ha mencionado antes, es decir, la grácil gramática que subyace al lenguaje, tal y como la conocen los adultos, cabe preguntarse sobre el modo en que la defectuosa actuación se relaciona con dicha competencia. ¿Hay

una simple correspondencia entre las reglas de la gramática y las reglas que usamos para hablar o comprender (o analizar sintácticamente) lo que oímos? ¿O existe una gramática totalmente distinta construida para producir el lenguaje y comprenderlo, una que tiene en cuenta factores como la frecuencia de las palabras o la semejanza entre determinadas estructuras sintácticas que se utilizan? De hecho, cabe pensar que predominarán los principios que rigen la programación de computadoras y que se traducirán en gramáticas de actuación, que sirven tanto para la producción como para la comprensión, totalmente distintas de las estructuras sofisticadas que imperan en la gramática de competencia.

Se ha demostrado⁸⁰ que las nociones lingüísticas son útiles en el estudio de los modelos de conducta en individuos con lesiones cerebrales. En este sentido cabe hacerse la pregunta ¿cómo la información neurolingüística sirve de sostén a aspectos de la teoría lingüística? El debate teórico en la lingüística surge, en su mayor parte, de lo que los lingüistas piensan sobre lo que parece que ocurre y en la confrontación de estas ideas con las intuiciones que los hablantes tienen acerca de la gramaticalidad o no gramaticalidad de las oraciones que producen. La información neurolingüística, como la de cualquier otra actuación de lenguaje “excepcional”, como los saberes o el lenguaje literario o los errores del habla normal permiten una medida complementaria para evaluar los constructos lingüísticos.

4.6.4 La memoria

No conviene abandonar el estudio de la capacidad de pensamiento sin referirse, aunque sea brevemente, a la memoria. Según como se conciba la memoria, casi todos los fenómenos de pensamiento y aprendizaje pueden reducirse a ella, o, por el contrario, puede verse como un aspecto limitado y no el más importante de nuestra capacidad de pensar.

La concepción tradicional y popular de la memoria la considera como un gran almacén, de capacidad casi ilimitada, en el que se van conservando las experiencias pasadas, que están disponibles para ser recuperadas cuando resulta necesario. Se conservan recuerdos de personas, objetos, acontecimientos, situaciones, nombres, fechas, textos, lugares, etc., con los que se ha estado en contacto en un momento determinado. Hay que señalar que buena parte de esos recuerdos tendrían forma de imágenes de distintas modalidades. Una vez almacenados los recuerdos el proceso de mantenerlos en la memoria sería más pasivo y sólo se irán perdiendo con el paso del tiempo.

⁸⁰ Opler K. Opler, Gjerlow K. El lenguaje y el cerebro. Cambridge University Press. 2001.

Si se sostuviera que la memoria es el mantenimiento de lo aprendido todas las adquisiciones que se han ido logrando a lo largo de la vida podrían considerarse memoria. Entonces la memoria se identificaría con el conocimiento en general. Por ello conviene establecer una distinción entre lo que Piaget y Inhelder⁸¹ han llamado memoria en sentido estricto y memoria en sentido amplio. *La memoria en sentido estricto* se refiere al recuerdo de acontecimientos específicos y bien localizados en el espacio y en el tiempo y éste es posiblemente el sentido más claro que tiene el término memoria, tal y como se emplea corrientemente. En cambio las adquisiciones de carácter más general, como por ejemplo que los objetos que dejan de estar presentes a nuestra vista siguen existiendo (lo que se había llamado el esquema del objeto permanente o la permanencia de los objetos), o que el número de elementos de una colección se conserva aunque se cambie la disposición, serían ejemplos de *memoria en sentido amplio*. Las actividades que dan lugar a esquemas y que llegan a automatizarse no serían entonces ejemplos de memoria en sentido estricto. El ejercicio de cualquier esquema,

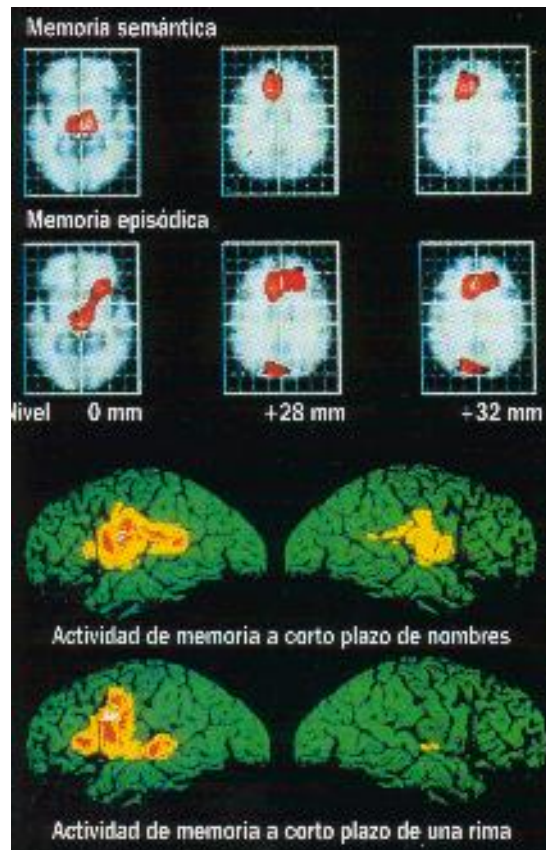


Fig. 48 Las técnicas de imágenes, como la tomografía de emisión de positrones (PET), permiten visualizar las regiones cerebrales que se activan en los diferentes tipos de memoria, como la semántica y la episódica. En agosto de 2002, Nature publicó las primeras imágenes de cómo los recuerdos son almacenados en el Hipocampo durante unos días, para luego ser transferidos lentamente a regiones específicas del Córtex.

⁸¹ Piaget, J. e Inhelder, B. Memoria e inteligencia. El Ateneo. Buenos Aires 1978

como señala Piaget, es el propio esquema funcionando y cuando el esquema ha sido automatizado resulta difícil olvidarlo. Por eso es difícil que nos olvidemos de escribir o de montar en bicicleta una vez que hemos aprendido a hacerlo.

Tulving⁸², un psicólogo norteamericano, estableció una diferencia entre lo que se llamó memoria semántica y memoria episódica. *La memoria Episódica* es la memoria de acontecimientos concretos localizados en el espacio y en el tiempo, y tiene un carácter autobiográfico, es decir, referencias a la experiencia del propio sujeto. *La Memoria Semántica*, por su parte, se refiere a actividades cognitivas más básicas, que tienen relación con el almacenamiento del conocimiento en general. Un ejemplo de Tulvin es recordar que la fórmula química de la sal común es NaCl, lo cual hace intervenir generalmente muchos de los conocimientos en química. Como se ve, aunque existan diferencias, la distinción es semejante a la que establecían Piaget e Inhelder.

Sin embargo, no parece que el conocimiento de lo episódico y de lo general pueda separarse fácilmente. Si se incluyen ambos tipos de memoria en el objeto de estudio de la memoria, ésta se convierte en un estudio de todo el conocimiento. Por esta postura parecen inclinarse muchos psicólogos cognitivos y por eso se han desarrollado tanto los estudios sobre memoria en la psicología cognitiva.

Recientemente, las investigaciones en el campo de la psicología cognitiva han demostrado que existen dos tipos de memoria: la *implícita* y la *explícita*. Utilizando esta última, se aprende *qué* es el mundo y permite adquirir conocimientos sobre personas, lugares y acontecimientos. Los recuerdos explícitos pueden ser semánticos, es decir, que contiene los hechos o conocimientos en general, asociados a sus significados, y episódicos, que están formados por los elementos pasados del individuo. Así por, ejemplo, cuando se recuerda que todo número, distinto de cero, elevado a la cero es uno, se utiliza la memoria semántica, mientras que la episódica permite acordarse del primer profesor que nos lo dijo.

Por su parte, la memoria implícita es requerida para aprender *cómo* se hacer las cosas, mediante la adquisición de habilidades motoras o perceptivas. Hoy, se sabe que algunas regiones del lóbulo temporal y el hipocampo son indispensables para la adquisición y consolidación de los recuerdos explícitos, así como para su conservación durante meses y algunos años. Mientras tanto, la memoria implícita es gestionada, en principio, por le cerebelo, la amígdala y el cuerpo estriado.

⁸² Tulving, E. Episodic and semantic memory. En E. Tulving and W. Donaldson EDS. Organization of memory. New York: Academic Press.

La memoria está constituida por un conjunto de sistemas cerebrales que tratan y almacenan componentes específicos de la información. En condiciones normales, estos subsistemas, que en última instancia quedan grabados en la corteza cerebral o córtex –la delgada capa de células nerviosas más externa que conforma el casquete pensante-, trabajan de forma coordinada. ¿Pero cómo se imprimen los recuerdos en el cerebro? Aún no se sabe como responder a esta pregunta.

Se sabe que los animales aprenden de la experiencia porque en el cerebro ocurren cambios que hacen posible que la información pueda ser adquirida, grabada y evocada. A nivel celular, estas modificaciones suceden en la sinapsis, el punto de comunicación entre neuronas. Hasta hace poco, los neurólogos creían erróneamente que los recuerdos se almacenaban dentro de las células cerebrales y que existía una especie de código bioquímico escrito en forma de moléculas de memoria.

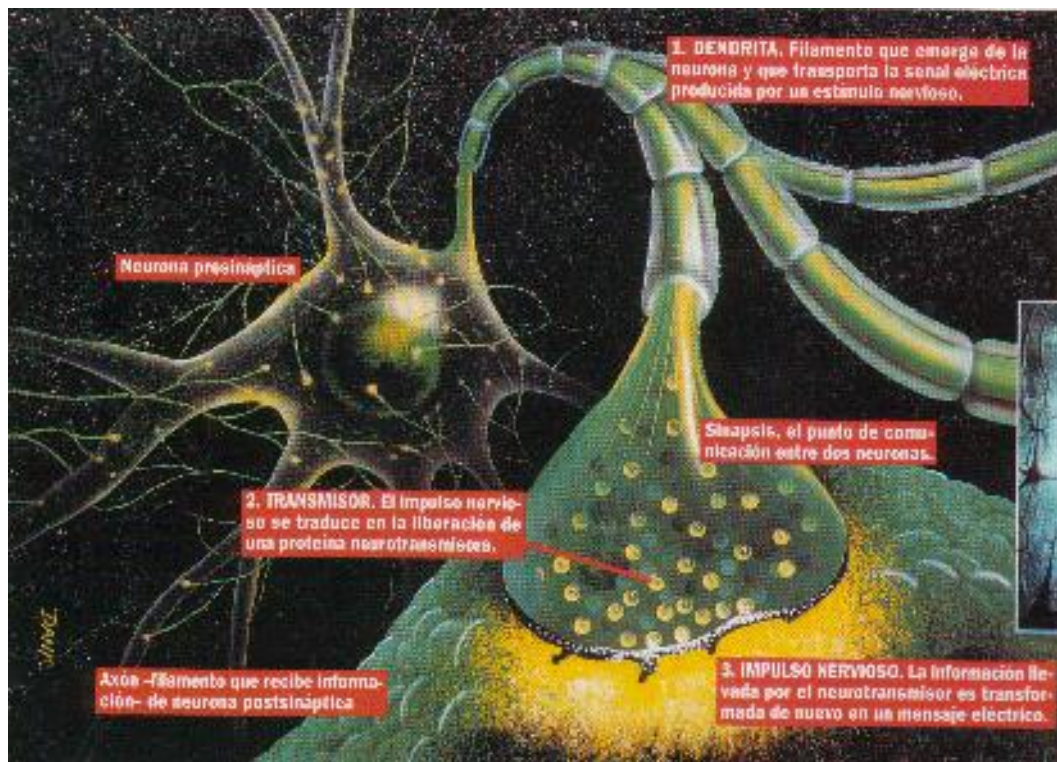


Fig. 49 La memorización de un recuerdo es el resultado de modificaciones en las redes de neuronas, que son inducidas por una señal eléctrica. Cuando se trata de una información se activan genes y proteínas en las neuronas postsinápticas, que sirven de refuerzo a la sinapsis.

Recientes estudios⁸³ revelan que las experiencias sensoriales dejan huella en el cerebro modificando la eficacia de las sinapsis entre neuronas, así como la estructura espacial de las redes neuronales implicadas. Así, dependiendo del grado de activación durante la

⁸³ Petrich, J. S. Storage and retrieval process in unlearning. *Memory & Cognition*. 2003.

experiencia sensorial, algunas sinapsis desaparecen, otras quedan reforzadas e, incluso, surgen nuevos contactos sinápticos. La configuración de estos cambios neuronales representa el recuerdo de la experiencia. Según este modelo memorístico, la huella de un recuerdo fruto de una experiencia ocurre y se mantiene por medio de modificaciones celulares que primero trazan y luego consolidan la estructura espacial de las redes neuronales. Pero para que acontezcan estos cambios en el sistema nervioso es obligatoria la existencia de un fenómeno que los biólogos conocen como plasticidad cerebral. En 1973, Timothy Bliss y Terje Lomo descubrieron que las neuronas del hipocampo tenían una gran plasticidad, conocida como potenciación a largo plazo (PLP). Bliss y Lomo comprobaron que la estimulación eléctrica durante algunas decenas de milisegundos de una vía nerviosa que desembocara en el hipocampo de un animal adulto provocaba un aumento de la eficacia de la transmisión nerviosa y modificaba la sinápsis de este circuito durante algunas semanas e incluso meses.

4.6.5 Actividad Cerebral: Neuroimágenes

Casi cinco años después de que el congreso de los Estados Unidos declarase los años noventa como la década del cerebro, los más de 30,000 científicos de todo el mundo que trabajan para descifrar cómo funciona la estructura más compleja del universo, se muestran optimistas ante los avances conseguidos. Los neurólogos empiezan a descifrar los mecanismos de la memoria y de las áreas cerebrales que se activan al pensar, hablar o ver. Muchos de esos adelantos están siendo posibles gracias a la conjugación de las más avanzadas técnicas de imagen conectadas con computadoras provistas de un software muy sofisticado, lo cual ha permitido elaborar atlas del funcionamiento cerebral.

El aparato de Resonancia Magnética Nuclear (**RMN**), el Tomógrafo de Emisión de Positrones (**TEP**), el Magnetoencefalógrafo (**MEG**), el Tomógrafo Axial Computarizado (**TAC**), The Superconducting Quantum Interferente Device (**SQUID**), y el Tomógrafo de Emisión de Fotón Único (**SPECT**) son los nombres de algunos de los y técnicas para retratar al cerebro, sin usar sistemas de exploración invasivos y permiten una investigación del interior del cerebro sin utilizar electrodos ni sensores y gracias a ellos, se están relacionando algunas funciones como el pensamiento, la conducta y la resolución de problemas, con la activación de zonas neuronales específicas, lo que permite una localización cerebral de las funciones mentales.

Cada una de estas máquinas ofrece al especialista la posibilidad de *mirar* de formas distintas en el interior del cerebro humano. Mientras en TAC y la RMN muestran con todo

lujo de detalles la anatomía de la masa encefálica, el SPECT y el TEP filman la actividad metabólica de las neuronas.

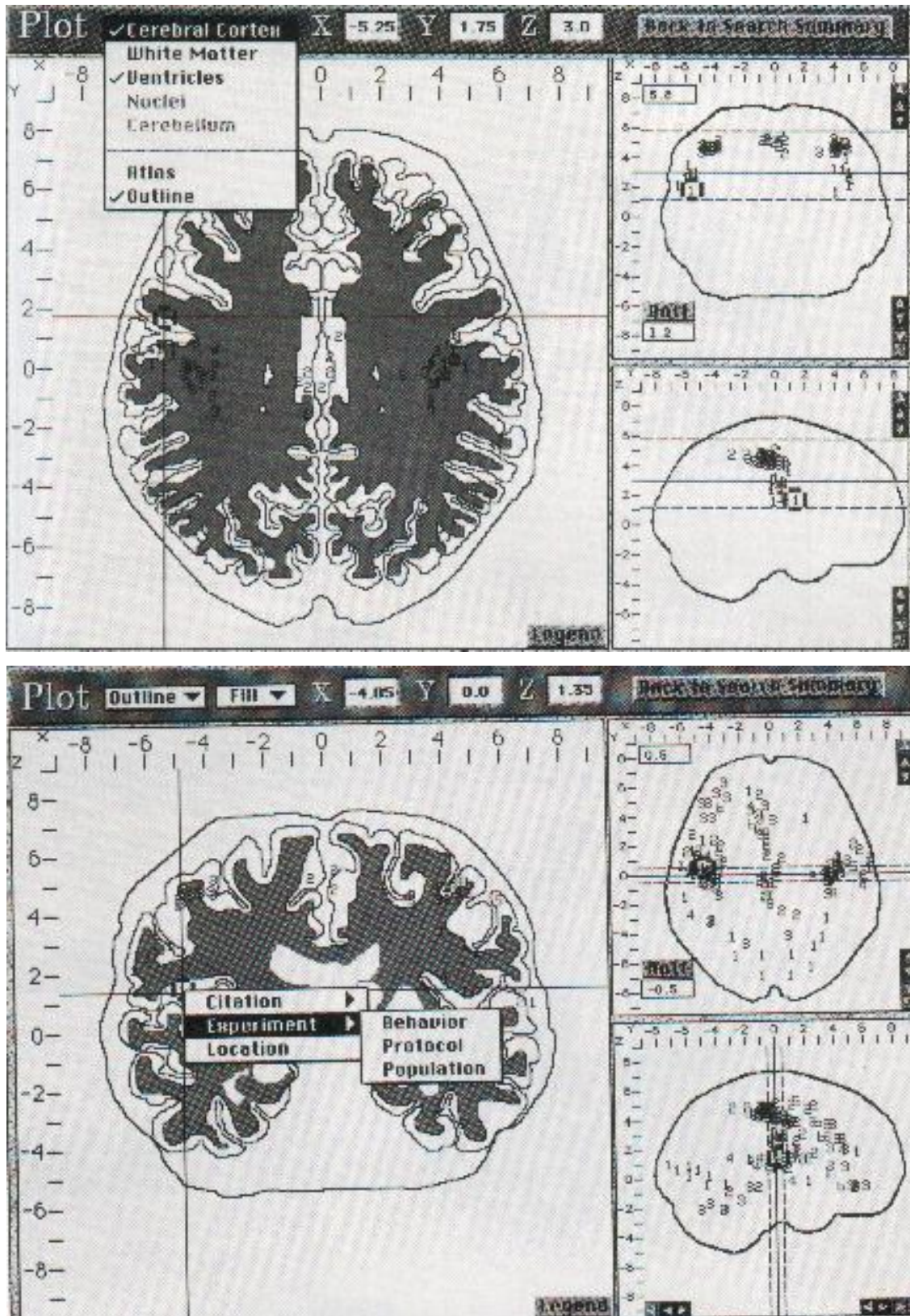


Fig. 50 Software que permite elaborar un atlas del cerebro en pleno funcionamiento, a partir de interfases colocadas en los tomógrafos, logrando imágenes de alta resolución.

Esta última es quizás la más espectacular. Inyectando en la sangre del individuo que se observa una pequeña dosis de un compuesto biológico-agua-glucosa transformando en radiactivo mediante la adición de un positrón (^{15}O , ^{11}C , ^{18}F) el especialista puede obtener una secuencia de imágenes del paso de la radiación por la cabeza, gracias a los detectores fijados alrededor de ella.

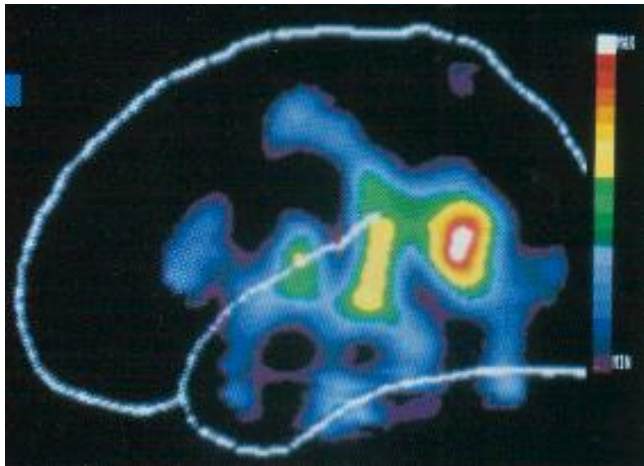


Fig. 51 Inyectando agua marcada con un radioisótopo en un individuo, el TEP revela qué áreas del cerebro se activan al escuchar. Los colores blanco y rojo indican las zonas de máxima actividad, y el azul y violeta las de menor

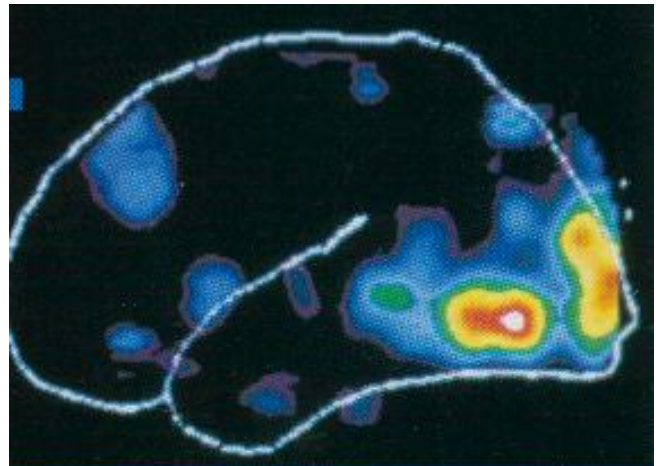


Fig. 52 Al ver una palabra escrita, el cerebro elabora la correspondiente imagen mental, y viceversa. Durante este proceso se activan un grupo de neuronas del lóbulo occipital y de los sectores lingüísticos posteriores.

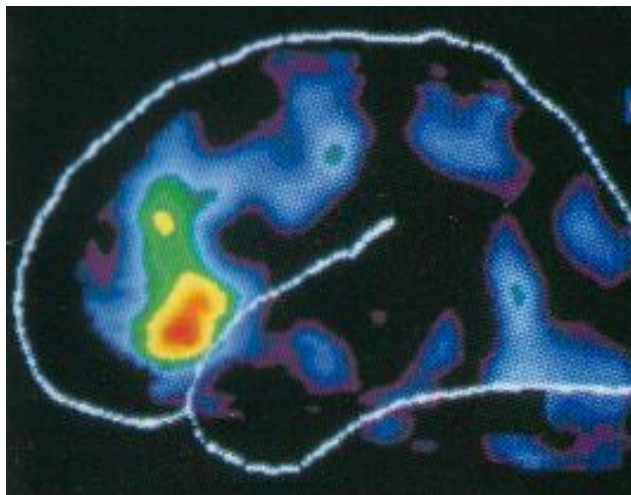


Fig. 53 Al hablar, se activa una región del lóbulo frontal situada en el hemisferio izquierdo, el área de Broca.

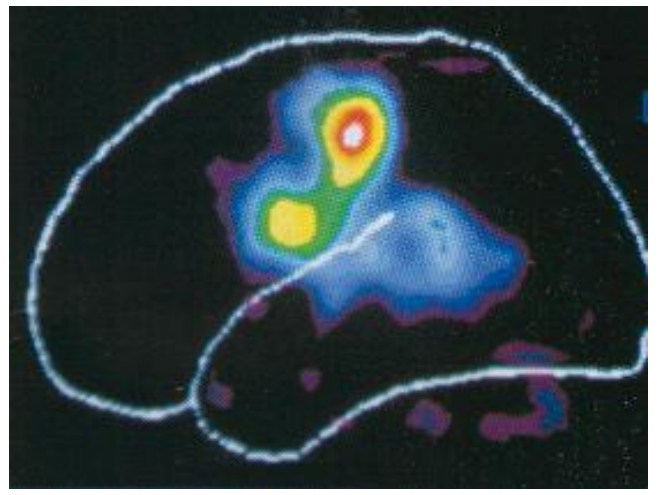


Fig. 54 Las regiones lateral y dorsal inferior en la corteza frontal se activan cuando al contemplar una imagen –por ejemplo, una salchicha, se asocia con un verbo –por ejemplo, comer-, como se aprecia en este TEP.

El estudio del cerebro mediante imágenes constituye uno de los componentes fundamentales en el mapeo del cerebro humano. La introducción de las imágenes eléctricas cerebrales como una modalidad más dentro de las neuroimágenes permite combinar la alta resolución espacial de las neuroimágenes anatómicas como la

Tomografía Computarizada y las imágenes de Resonancia Magnética con la alta resolución temporal que brinda el registro de actividad eléctrica-magnética cerebral.

El mapeo del cerebro humano constituye una de las temáticas de mayor actualidad en las neurociencias. Este estudio se ha visto impulsado en los últimos años con el desarrollo creciente de diferentes técnicas de neuroimágenes. Entre éstas se destacan, por el valor de la información que brindan, tanto desde el punto de vista anatómico como funcional: la Tomografía Computarizada (TC), las Imágenes de Resonancia Magnética (IRM), la Tomografía por Emisión de Positrones (TEP), la Tomografía Cerebral por Emisión de un Fotón único (TEFU) y las imágenes de Resonancia Magnética Funcional (IRMf).

Al principio la única manera de averiguar dónde se localizaba determinada función del cerebro era estudiar a las personas que tenían lesionada esa zona. Así empezaron a obtenerse, por un lado, mapas poco detallados de la anatomía del cerebro y, por otro, mapas de pequeños grupos de neuronas. Más tarde se construyeron máquinas avanzadas para estudiarlo cada vez con mayor resolución. Hoy, estos sistemas ya pueden coger al cerebro en flagrante en medio de un pensamiento. La resonancia magnética funcional (RM) y la Tomografía por emisión de Positrones (PET) permiten ver al cerebro en pleno ajetreo neuronal mientras se habla, se aprende un idioma o se hace un razonamiento matemático.

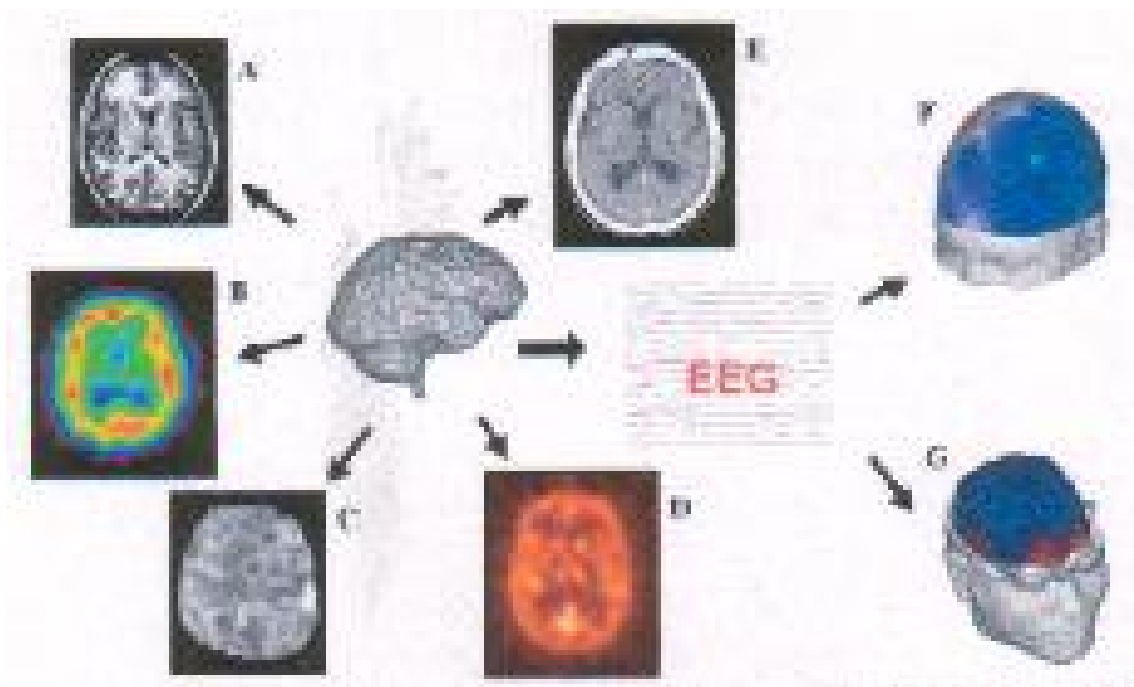


Fig. 55 Distintas modalidades de neuroimágenes. A) IRM, B) TEFU, C) IRMf, D) TEP, E) TC, F) MTC, G) TEC.

Las áreas activadas pueden localizarse fácilmente en la pantalla de una computadora. En procesos más complejos, como la memoria, se ha visto que intervienen distintas áreas cerebrales simultáneamente.

La imagenología y la espectroscopia por Resonancia Magnética pertenecen a un grupo de técnicas basadas en el fenómeno de la resonancia magnética nuclear del protón, o núcleo del átomo de hidrógeno. En particular, la imagenología por resonancia magnética es una técnica topográfica para la generación de imágenes de alta resolución, que brinda información física y química mediante el uso de la señal de resonancia magnética nuclear.

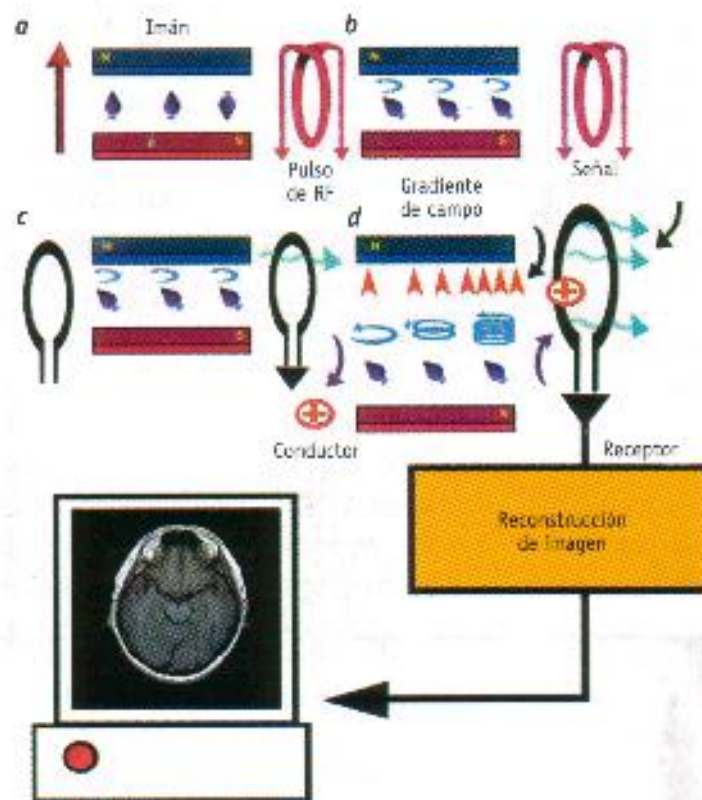


Fig. 56 Descripción esquemática del proceso de generación de la señal de resonancia magnética. En a) los protones, representados por "trompos" se alinean en forma paralela o antiparalela dentro del campo magnético: las direcciones son todas paralelas, pero sus proyecciones pueden apuntar en direcciones opuestas. En b) se envía una señal de radiofrecuencia (RF) exactamente sintonizada con la frecuencia de giro de los "trompos" (frecuencia de Larmor). Como resultado de la absorción de esta señal, los "trompos" cambian su dirección de giro (precesan), al aumentar su energía como resultado de la absorción de radiofrecuencia, en c). En d) se aprecia la aplicación de una variación local en el campo magnético (usando gradientes de campo); esta variación local hace que distintos "trompos" (protones) localizados en distintos tejidos tengan condiciones de resonancia diferentes. El estado al que quieren regresar los protones es al de estar alineados al campo magnético externo, pero sólo pueden hacerlo si emiten la energía de excitación en forma de ondas de radio, las cuales son detectadas por las antenas localizadas en forma adyacente a la región de interés. Las señales recibidas tendrán diferentes frecuencias dependiendo del tejido desde donde se emitieron las ondas. De esta forma, la imagen se construye al digitalizar y procesar todas las señales recibidas, dando distintos tonos de gris en la imagen.

La imagenología por resonancia magnética se basa en que la diferencia entre los estados de energía de ciertos núcleos atómicos sometidos a un campo magnético externo depende de la magnitud del campo: si se hace variar el campo magnético aplicado entre

un punto y otro, se estará variando la energía de la radiación emitida o absorbida por los núcleos. De esta manera, se puede asignar a cada señal cierta posición.

Cuando ciertos núcleos atómicos muy abundantes en el cuerpo humano –por ejemplo, el del hidrógeno-, son colocados dentro de campos magnéticos externos constantes, se alinean con el campo magnético y pasan a un estado de menor o de mayor energía. La diferencia entre estas dos energías es proporcional a la intensidad del campo magnético externo aplicado. A este fenómeno se le denomina *efecto Zeeman*.

Los protones o núcleos de hidrógeno se pueden alinear en dos formas distintas: en dirección paralela al campo o en dirección opuesta a él (antiparalela), alcanzando los diferentes niveles de energía posibles que, en este caso particular, la naturaleza permite al protón; y como existen más protones apuntando en la dirección paralela al campo externo (estado de menor energía) que aquellos alineados en forma antiparalela, entonces se genera cierta magnetización.

Los núcleos, entre otros componentes, poseen protones que tienen su propio campo magnético, de tal suerte que se puede pensar en éstos como si fueran pequeñas barras de imanes. Además, los protones giran alrededor de su eje en un movimiento llamado de precesión, que depende de la intensidad del campo magnético que se aplica. Finalmente, se produce un campo magnético longitudinal en el sujeto, campo que no puede medirse de manera directa.

La Tomografía por Emisión de Positrones (conocida como PET, *positron emission tomography*) es una modalidad de la medicina nuclear molecular que utiliza elementos radiactivos que emiten positrones para obtener imágenes bidimensionales y tridimensionales de la distribución de moléculas radiactivas dentro del cuerpo humano.

El positrón es la antipartícula del electrón: tiene la misma carga y su carga eléctrica es igual, pero con signo positivo. El potencial que ofrece la tomografía por emisión de positrones es muy grande, ya que permite estudiar procesos bioquímicos y funcionales del cuerpo humano, y hace posible detectar campos tempranos en la fisiología, producidos por alguna enfermedad, aun antes de que se presenten los primeros síntomas o de que aparezcan alteraciones anatómicas y registrar, también, actividad cerebral en el momento de pensar o de realizar algún tipo de razonamiento.

Algunas de las virtudes de la tomografía por emisión de positrones son su facultad para medir el flujo sanguíneo, el metabolismo del oxígeno, la síntesis de proteínas, la actividad enzimática, el metabolismo de glucosa y la densidad de receptores, y para caracterizar enfermedades a nivel molecular, entre otras.

Los pasos a seguir para obtener la imagen topográfica son:

- a) Se produce un elemento radiactivo emisor de positrones en un ciclotrón o en un generador.
- b) El elemento radiactivo producido se une a un compuesto químico para producir una radiomolécula.
- c) Se administra una dosis apropiada de la radiomolécula al sujeto, ya sea por inyección o por inhalación.
- d) Una vez que la radiomolécula se ha concentrado en la región que se quiere estudiar, se recaban los datos en el Escáner o en la cámara de tomografía por emisión de positrones.
- e) Se aplican algoritmos matemáticos a los datos adquiridos para reconstruir las imágenes topográficas.
- f) Finalmente, se interpretan los resultados bidimensionales o tridimensionales que fueron procesados.

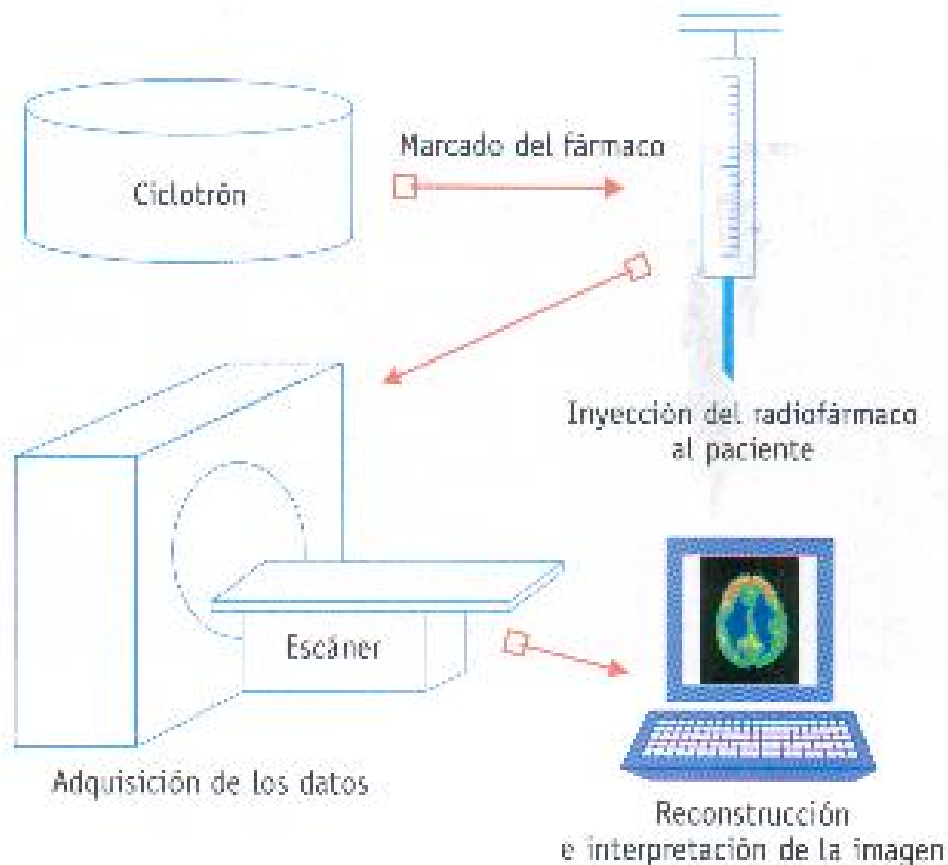


Fig. 57 Proceso de obtención de la tomografía por emisión de positrones, desde la producción del elemento radiactivo hasta la obtención de la imagen



Fig. 58 Sucesión de tomografías obtenidas con la técnica de emisión de positrones

La tomografía por emisión de positrones se ha utilizado como una poderosa herramienta de investigación para estudiar parámetros funcionales en el cerebro, por ejemplo, para cuantificar o especificar la ubicación de neuroreceptores o para hacer mapeos de las funciones cerebrales en el momento de ejecutar una acción mental.



Fig. 59 Cualquier pensamiento o actividad mental se traduce en una secuencia de impulsos eléctricos. En la fotografía se muestra el Escáner usado en la técnica PET para detectar las regiones cerebrales que se activan al realizar una tarea concreta, en este caso leer una palabra.

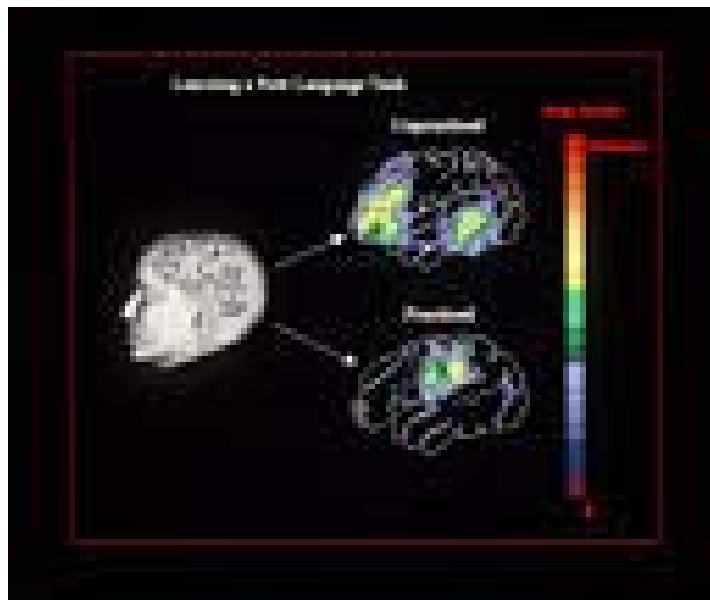


Fig. 60 Obtención de imágenes usando integración de técnicas

Es importante mencionar que el gran avance obtenido en los años más recientes también se ha debido al desarrollo de algoritmos matemáticos para la fusión de imágenes de diferentes modalidades, por ejemplo, la fusión de imágenes de tomografía axial computarizada o de resonancia magnética con las de tomografía por emisión de positrones. La información que se puede obtener por la fusión de imágenes ha mostrado ser mucho más útil que cada una de las técnicas por separado, ya que de la misma imagen se puede obtener información anatómica y metabólica de manera simultánea.



Fig. 61 Cortes tomográficos del cerebro obtenidos por resonancia magnética y por tomografía por emisión de positrones, así como la fusión de estas dos últimas.

La imagen de resonancia magnética se muestra con una escala convencional de grises, y da información sobre la anatomía del cerebro de un ser humano. El corte tomográfico

logrado con la tomografía por emisión de positrones, en el mismo nivel que la imagen de resonancia, muestra el metabolismo de la glucosa en el cerebro. La imagen se presenta en una escala convencional de varios colores, que permite distinguir las áreas del cerebro que captan más radiofármaco (en rojo) de aquellas que captan menos (en azul). La fusión de imágenes ayuda a determinar con precisión qué estructuras del cerebro están funcionando anormalmente o cuáles están en plena actividad intelectual.

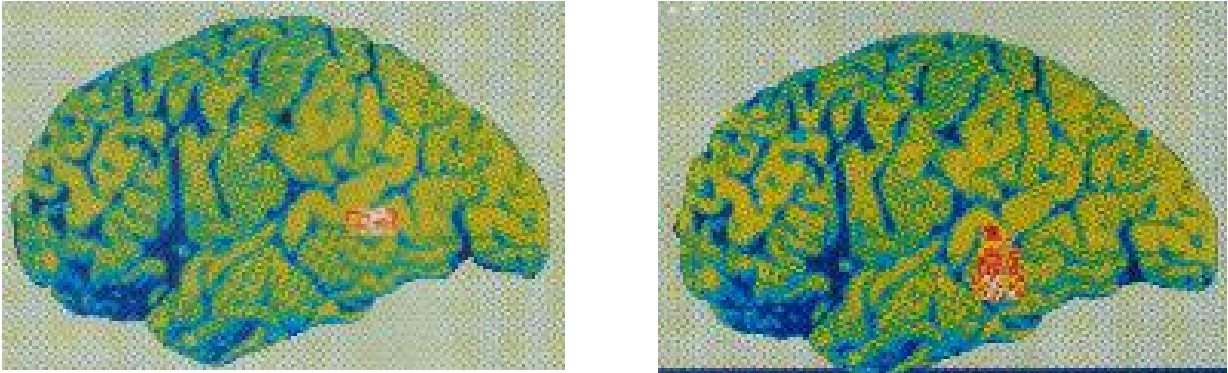


Fig. 62 Según Noam Chomsky, el Homo Sapiens se diferencia radicalmente de todos los mamíferos y supone una excepción en la evolución. Su boca, su nariz y su laringe, en un principio destinados a la respiración y a la alimentación, se transformaron en un refinado aparato de articulación. La laringe, la boca y las fosas nasales formaron el llamado tubo, el verdadero instrumento del lenguaje, donde el aire vibrante de la respiración es transformado en sonidos, convertidos luego en vocales y consonantes gracias a la posición de lengua y de los labios. En estas dos imágenes, obtenidas por TEP, se aprecian la reacción del cerebro cuando ve y oye palabras. Las zonas que se activan, situadas en la región temporal, aparecen en colores rojo y blanco.

En neurología, la tomografía por emisión de positrones se ha utilizado extensivamente para estudiar desordenes cerebrales vasculares, del movimiento (por ejemplo, Parkinson), demencias (por ejemplo, Alzheimer), epilepsias o inclusive el efecto que causa el abuso del alcohol, la cocaína y otras sustancias adictivas. Pero la aplicación más relevante para fines de este estudio, es el del funcionamiento del cerebro. Con esta técnica ha sido posible determinar qué regiones del cerebro están encargadas de controlar determinado tipo de acción, desde movimientos de los dedos, visualización de colores y formas, percepción de la música o hasta la realización de operaciones y razonamiento matemático.

Los neurólogos estiman que el cerebro humano adulto posee entre 10,000 y 100,000 millones de neuronas. Cada una de ellas establece de 5000 a 50,000 conexiones con las vecinas por medio de los axones –los cables de salida de información- y dentritas –los de entrada-. Aun en el caso de considerar las cifras más conservadoras, los lazos de comunicación que se establecen entre las células nerviosas serían de un centenar de billones. Este entramado neuronal permite configurar la inteligencia, la memoria, la visión, el aprendizaje, el pensamiento, la conciencia y otras facultades de la mente.

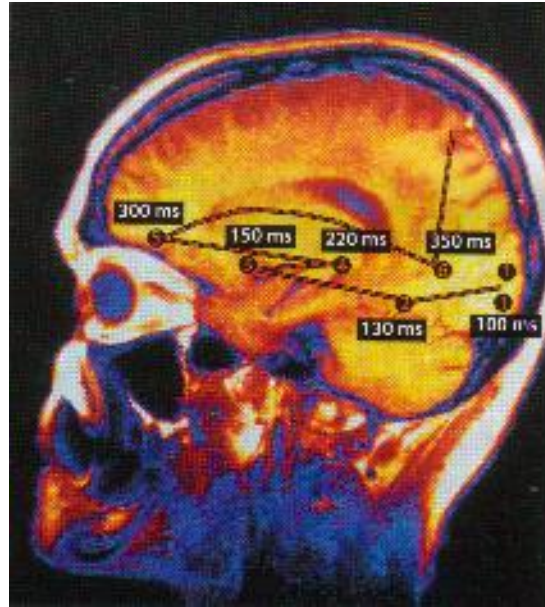


Fig. 63 Este es el recorrido del mensaje. Los números indican los milisegundos transcurridos cuando se activa cada área. 1) Lóbulo Occipital. 2) Cerebelo. 3) Amígdala. 4) Hipocampo. 5) Área Orbito-frontal. 6) Área tempo-occipital inferior.

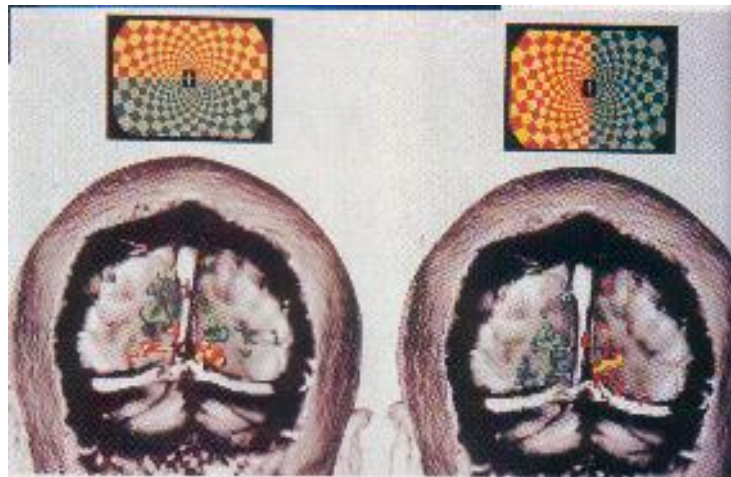


Fig. 64 La tecnología permite fotografiar el cerebro en el momento en el que se producen las sensaciones. Las últimas técnicas de diagnóstico por imagen permiten diseñar gráficas como ésta, en la que se representa la actividad cerebral cuando se ven dos tarjetas de colores colocadas en distinta posición.

Para confirmar la máxima cartesiana, la moderna neurología conecta electrodos en el cuero cabelludo o debajo de la tapa de lo sesos, directamente en las estructuras cerebrales, de personas sanas o enfermas mentales para interceptar y escuchar los diálogos eléctricos entre neuronas. Paralelamente, las técnicas de obtención de imágenes cerebrales, revelan el modo en que diferentes regiones del cerebro están implicadas en la

ejecución de una tarea mental; por ejemplo, el reconocimiento de un rostro, la percepción de un sonido, la evocación de un recuerdo o la memorización de una lista de números.

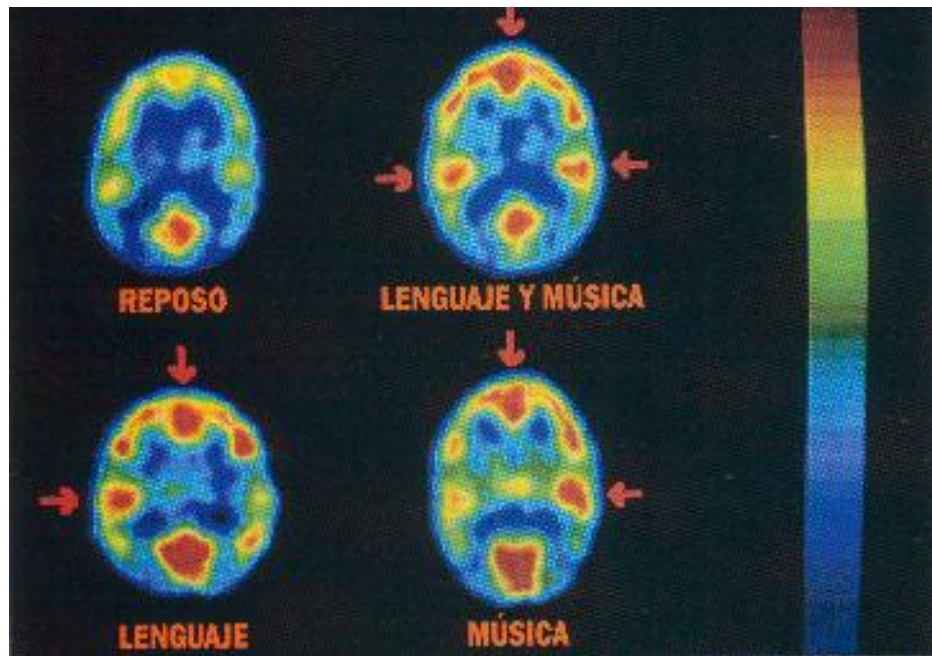


Fig. 65 Las nuevas técnicas de imagen permiten analizar al cerebro cuando realiza algunas tareas. En este caso se ha fotografiado la actividad cerebral (en rojo) relacionada con la audición de palabras habladas, de música y de ambas a la vez.

Las técnicas de obtención de imágenes son, tal vez, el mejor testimonio de la validez de las posturas teóricas de Chomsky, pero esto se argumentará después.

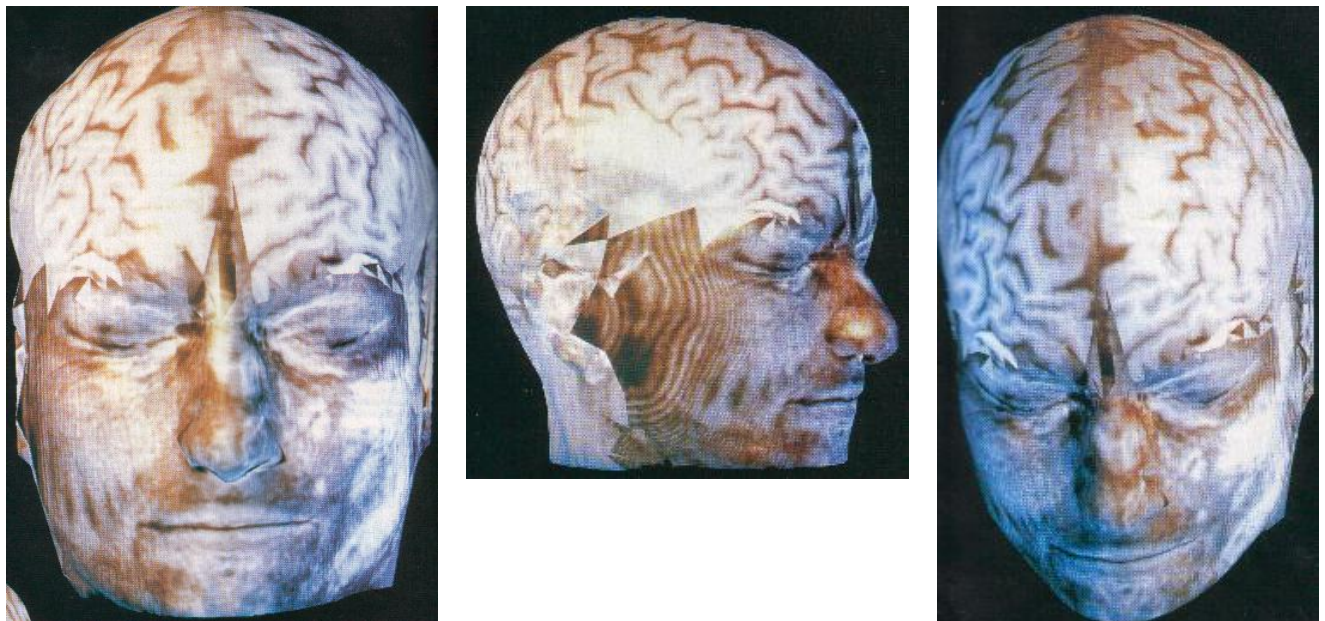


Fig. 66 Imagen cerebral de un sujeto vivo proyectada en tres dimensiones sobre su rostro. La técnica empleada supone una revolución en el diagnóstico por imagen. Combina todos los datos obtenidos en varias sesiones de resonancia magnética y de tomografía computarizada para crear una sola visión del cerebro humano y permite analizar las zonas que se activan en acciones intelectuales y

lingüísticas.

4.7 EL DEBATE CHOMSKY - PIAGET

El documento que divulga el debate de Jean Piaget con Noam Chomsky en la abadía de Royaumont⁸⁴, es más que una memoria del evento; es un testimonio del encuentro personal entre el creador de la Epistemología Genética y el de la Gramática Generativa, dos estructuras teóricas que han dado lugar a otros trabajos científicos orientados hacia otras disciplinas, como las matemáticas, la neurología, la lingüística, la antropología y otros. El presente estudio es uno más de estos estudios, solo que deliberadamente se pone de lado de Chomsky, básicamente por los actuales descubrimientos en la tecnología neurológica y la posibilidad de considerar, como ya se dijo antes, al las matemáticas como un lenguaje que podría tener cabida en la teoría de la lingüística generativa.

En el debate, el constructivismo piagetiano y el innatismo chomskiano se confrontan con posturas teóricas y opiniones metodológicas basadas en la neurobiología, etología, psicología animal, antropología del conocimiento, en la inteligencia artificial y de la filosofía de los procesos mentales. *Théories du Langage, Théories de L'apprentissage*, transcribe el debate y los textos preliminares escritos para el coloquio. En éste, se justifica el porqué la teoría del desarrollo cognoscitivo, elaborada por Piaget en sus trabajos sobre psicología del niño, y la teoría de las gramáticas generativas elaborada por Chomsky en sus trabajos sobre los universales lingüísticos, se comparaban frecuentemente tanto en términos de oposición como en términos de complementación. Sin embargo en los escritos de ambos teóricos, las referencias mutuas son casi nulas. Los análisis de los trabajos de Piaget en términos chomskyanos o los de Chomsky en términos piagetianos apenas existen, y de acuerdo con las inclinaciones conceptuales de cada uno de los que se intente se pueden obtener distintas conclusiones, básicamente porque las relaciones entre lo innato y lo adquirido, entre las estructuras biológicas y las estructuras cognoscitivas no están claras. Para el coloquio, Piaget y Chomsky escribieron unos textos que permitieron ubicar el debate. Piaget tituló su texto "La psicogénesis del conocimiento y su significación epistemológica" y Chomsky por su parte tituló el suyo "Las estructuras cognoscitivas y su desarrollo". Ambos textos se transcriben fielmente con el fin de no omitir algún detalle que pudiera provocar errores de interpretación.

⁸⁴ Chomsky N, Piaget J. *Théories du Langage, Théories de L'apprentissage*. Editions du Seuil, París. 1983

4.7.1 El documento de Piaget: La psicogénesis del conocimiento y su significado epistemológico.

Cincuenta años de experiencia nos han enseñado que no existe conocimiento alguno resultante de un simple registro de observaciones, sin una estructuración debida a las actividades del sujeto. No obstante, tampoco existen (en el hombre) estructuras cognoscitivas a priori o innatas: únicamente es hereditario el funcionamiento de la inteligencia, y éste sólo engendra estructuras a través de una organización de acciones sucesivas ejercidas sobre los objetos. De ahí que una epistemología conforme a los datos de la psicogénesis no podría ni ser empirista ni preformista, sino que ha de consistir en un constructivismo, con la elaboración continua de operaciones y de estructuras nuevas. El problema central es el de comprender cómo se afectan tales creaciones y por qué, siendo construcciones no predeterminadas, pueden hacerse lógicamente necesarias.

1. **El empirismo.** *La crítica del empirismo no consiste en negar el papel de la experimentación; no obstante, el estudio “empírico” de la génesis del conocimiento muestra de entrada la insuficiencia de la interpretación “empirista” de la experiencia. No hay conocimiento alguno que deba su origen únicamente a las percepciones, porque éstas están siempre dirigidas y encuadradas por esquemas de acciones. Así pues, el conocimiento procede de la acción, y toda acción que se repite o generaliza por aplicación a nuevos objetos engendra, por este mismo hecho, un “esquema”, es decir, una especie de concepto práxico. El vínculo fundamental constitutivo de todo conocimiento no es una simple “asociación” entre objetos, porque esta noción descuida la parte de actividad debida al sujeto. Este proceso prolonga, por otra parte, las diversas formas de “asimilaciones” biológicas, cuya asimilación cognoscitiva es un caso particular en tanto que proceso funcional de integración. En reciprocidad, cuando los objetos han sido asimilados a los esquemas de la acción, se produce una “acomodación” a las particularidades de estos objetos (Cf. Los “accommodats” fenotípicos en biología) y esta acomodación resulta sin duda de los datos exteriores, es decir, de la experiencia. Por lo tanto, este mecanismo exógeno converge con lo que hay de válido en la tesis empirista, pero (y esta reserva es esencial) la acomodación no existe en estado “puro” o aislado, ya que ésta es siempre la acomodación de un esquema de asimilación: por tanto, esta última se erige en motor del esquema cognoscitivo.*

Estos mecanismos, visibles desde el nacimiento, son enteramente generales y se encuentran en los diferentes niveles del pensamiento científico. El papel de la asimilación se reconoce por el hecho de que un “observable” o un “hecho” se interpretan siempre desde su lectura misma: ésta precisa, en efecto, siempre y desde un buen principio, la utilización de marcos lógico-matemáticos como la puesta en relación o en correspondencia, proximidades o separaciones, cuantificaciones en más o menos conducentes a ponderaciones; en pocas palabras, precisa de una conceptualización debida al sujeto y que excluye la existencia de “hechos” puros, en tanto que totalmente exteriores a las actividades de este sujeto, y ello especialmente cuando este último tiene que modificar estos fenómenos para poder assimilarlos.

En cuanto a los procesos de aprendizaje, invocados por los behavioristas a favor de sus tesis, Inhelder, Sinclair y Bovet han demostrado que no explican el desarrollo cognoscitivo, sino que se someten a sus leyes, al no actuar un estímulo como tal más que a un cierto nivel de “competencia” (otra noción biológica, próxima a la asimilación). En una palabra, la acción de un estímulo supone la presencia de un esquema, el cual constituye la verdadera fuente de la respuesta (esto invierte el esquema E-R o lo hace simétrico $E \leftrightarrow R$). Piabram puso de relieve una selección de inputs a partir de los niveles neurológicos.

2. **La preformación.** *¿Hay que orientarse pues en la dirección de la preformación del conocimiento? Más adelante volveremos a abordar el problema del innatismo, pero de momento nos limitaremos a la crítica de la hipótesis de las predeterminaciones. Si nos atenemos a los hechos de la psicogénesis, comprobaremos en primer lugar la existencia de estadios que parecen atestiguar una construcción continua. En un principio, un periodo sensorio-motor, anterior al lenguaje, en el que se constituye una lógica de las acciones (relaciones de orden, encajamiento de los esquemas, intersecciones, puestas en correspondencia, etc.) fértil en descubrimientos e incluso en invenciones (objetos permanentes, organización del espacio, de la causalidad, etc.). De los 2 a los 7 años, se produce una conceptualización de las acciones, y, por consiguiente, tienen lugar representaciones con un descubrimiento de funciones entre las covariaciones de los fenómenos, identidades, etc., pero todavía sin operaciones reversibles ni conservaciones. Estas dos últimas se constituyen a nivel de operaciones concretas (7-10 años), con “agrupaciones” lógicamente estructuradas, pero todavía vinculadas a la*

manipulación de los objetos. Por último, hacia los 11-12 años, se constituye una lógica proposicional hipotética-deductiva, con combinatoria, “conjunto de partes”, grupos de cuaternidad, etc.

Ahora bien, estas hermosas construcciones sucesivas y secuenciales (=cada una de ellas para la siguiente) podría interpretarse como la actualización progresiva (unida a las maduraciones nerviosas, etc.) de un conjunto de preformaciones, al modo en que una programación génica regula “epigénesis” orgánica, aunque ésta siga en interacción con el medio y sus objetos. El problema reside entonces en elegir entre dos hipótesis: construcciones auténticas con aperturas sucesivas a nuevas posibilidades, o actualizaciones sucesivas de un conjunto de posibles “presente desde el principio”. Señalemos primero que el problema es exactamente el mismo en lo que se refiere a la historia de las ciencias: los periodos tan sumamente distintos de la historia de las matemáticas ¿resultan de creaciones por etapas debidas a los matemáticos, o bien no constituyen más que la realización por tematizaciones progresivas del conjunto de todos los posibles, correspondiendo este conjunto entonces, a un universo de ideas platónicas? Por otro lado, el conjunto de todos los posibles es una noción antinómica al igual que el conjunto de todos los conjuntos, ya que, por su parte, el “todos” no es más que un posible. Además, los trabajos actuales muestran que, más allá del número transfinito “kappa cero” (límite de la precatividad), las aperturas a nuevos posibles siguen manifestándose, aunque son imprevisibles al no poder fundarse en una combinatoria. Así pues, o las matemáticas forman parte de la naturaleza y, por consiguiente, se deben a construcciones humanas, creadoras de novedades, o bien tienen su origen en un universo suprasensible y platónico del cual habría que demostrar mediante qué medios psicológicos tomamos conciencia de ellas, cosa que nunca se ha podido indicar.

Ello nos retrotrae al niño, puesto que en el curso de unos años reconstruye espontáneamente las operaciones y estructuras de base de naturaleza lógico-matemática, al margen de las cuales no podría comprender nada de lo que se le enseñara en la escuela. Así, después de un largo periodo preoperatorio en el que carece de todos estos instrumentos cognoscitivos, el niño reinventa para sí, alrededor de los 7 años, la reversibilidad, la transitividad, la recursividad, la reciprocidad de las relaciones, la inclusión de las clases, la conservación de los conjuntos numéricos, la medida, la organización de las referencias espaciales

(coordenadas), los morfismos y ciertos funtores, etc. ; en otras palabras, todas las bases de la lógica y las matemáticas. Si estas se encontraran preformadas, ello significaría que el bebé a su nacimiento posee virtualmente todo aquello que Galois, Cantor, Hilbert, Bourbaki o MacLane han llegado a actualizar después. Y como que la cría del hombre es en sí misma una resultante, habríamos de remontarnos hasta los protozoos y los virus para localizar el asiento del “conjunto de los posibles”.

En una palabra, las teorías de la preformación del conocimiento nos parecen tan desprovistas de verdad concreta como las interpretaciones empiristas, porque las estructuras lógico-matemáticas, en su infinidad, no se pueden localizar ni en los objetos ni en el sujeto en su origen. Así pues, únicamente resulta aceptable un constructivismo, cuya ardua tarea consiste en explicar a la vez el mecanismo de formación de las novedades y el carácter de la necesidad lógica que éstas adquieren durante su desarrollo.

3. **La abstracción reflectora.** Si las estructuras lógico-matemáticas no están preformadas, habremos de remontarnos muy lejos para hallar sus raíces, es decir, los funcionamientos elementales que permiten su elaboración; y desde los niveles sensorio-motores, esto es, mucho antes del lenguaje, encontramos puntos de partida (aunque sin comienzo absoluto, puesto que hay que retroceder a continuación hasta el propio organismo: ¿cuáles son pues los mecanismos que aseguran las construcciones, de un estadio al siguiente? El primero de ellos será el que denominaremos “abstracción reflectora”.

En realidad podemos distinguir tres clases diferentes de abstracciones: 1) Llamemos “abstracción empírica” a la que hace referencia a los objetos físicos exteriores al sujeto. 2) A la abstracción lógico-matemática, en cambio, la denominaremos “reflectora” porque procede de acciones y operaciones del sujeto. Y lo es en un doble sentido, de ahí que tengan lugar dos procesos solidarios, pero diferentes: el de una proyección a un plano superior de aquello que se extrae del nivel inferior, por lo tanto se trata de un “reflejo”; y el de una “reflexión” en tanto que reorganización en el plano nuevo. Esta reorganización no utiliza las operaciones extraídas del nivel precedente más que a título instrumental, pero con intención (aunque ésta sea en parte inconsciente) de coordinarlas en una nueva totalidad. 3) Por último, hablaremos de la “abstracción reflejada” o del “pensamiento reflexivo” para designar la tematización de lo operacional o instrumental en (2); la fase (3)

constituye el desenlace natural de (2), pero, además, supone un juego de comparaciones explícitas de un nivel superior a las “reflexiones” en acción en las utilidades instrumentales y las construcciones en formación de (2). Por lo tanto, hay que distinguir las fases de abstracciones reflectoras que intervienen en toda construcción en el momento de la solución de nuevos problemas y la abstracción reflejada que añade un sistema de correspondencias explícitas entre las operaciones así tematizadas.

Las abstracciones reflectoras y reflejadas son fuente de novedades estructurales por los siguientes motivos. En primer lugar, el “reflejo” a un plano superior de un elemento extraído de un nivel inferior (por ejemplo, la interiorización de una acción en una representación conceptualizada) constituye una puesta en correspondencia, lo cual representa ya una novedad que abre el camino a otras posibles correspondencias, que, a su vez, representan una “apertura” nueva. El elemento transferido al nuevo estadio está compuesto de aquellos otros elementos que ya existían o que se añaden al mismo; ello es obra de la “reflexión” y no del “reflejo”, aunque está provocada por este último: de ahí resultan nuevas combinaciones que pueden conducir hasta la construcción de nuevas operaciones que actúan “sobre” las precedentes, lo cual significa el avance habitual del progreso matemático (un ejemplo en el niño sería el de una reunión de sumas que engendra la multiplicación). De manera general, todo reflejo sobre un nuevo estadio comporta y precisa una reorganización, y a esta reconstrucción productora de novedades la denominamos “reflexión”: ahora bien, antes de su tematización de conjunto entra en acción a través de un juego de asimilaciones y de coordinaciones todavía instrumentales sin toma de conciencia de la estructura como tal (y ello se encuentra a lo largo de toda la historia de las matemáticas). Finalmente se hace posible la abstracción reflejada o tematización retrospectiva que, aunque actúe sólo sobre elementos ya construidos, constituye naturalmente una nueva construcción, puesto que dota de simultaneidad, mediante correspondencias transversales, a lo que hasta entonces estaba elaborado por vinculaciones sucesivas a direcciones longitudinales (Cf., en el pensamiento científico, la tematización de las “estructuras” por los Bourbaki).

4. **La generalización constructiva.** *Abstracción y generalización son, evidentemente, dos conceptos estrechamente solidarios que se apoyan el uno sobre el otro. De ello resulta que a la abstracción empírica no corresponderán más*

que generalizaciones inductivas procedentes del “algunos” al “todos” por vía simplemente extensional, mientras que a las abstracciones reflectoras y reflejas corresponderán generalizaciones contractivas y, en especial, “completivas”.

Ahora bien, el primer problema a resolver es el de la construcción de los estadios sucesivos, a los que hemos hecho alusión: cada uno de ellos resulta de una asimilación u operación nueva destinada a completar una laguna del nivel anterior, actualizando así una posibilidad abierta por este último. Un buen ejemplo lo constituye el del paso de la acción a la representación gracias a la formación de la función semiótica. La asimilación sensorio-motriz no consiste más que en asimilar objetos a esquemas de acción, mientras que la asimilación representativa asimila unos objetos a otros, de ahí la constitución de esquemas conceptuales. No obstante, esta nueva forma de asimilación era ya virtual en la forma sensorio-motriz, puesto que ésta hacía referencia a objetos múltiples, pero sucesivos: bastaba con completar estas asimilaciones sucesivas mediante un acto simultáneo de puesta en correspondencia para pasar al estadio siguiente. Pero un acto semejante implica el recuerdo de objetos no percibidos en el momento presente, y este recuerdo necesita la formación de un instrumento específico como es la función semiótica (imitaciones diferidas, juego simbólico, imagen mental que es una imitación interiorizada, lenguaje gestual, etc., además del lenguaje vocal y aprendido). Por otra parte, existen significantes sensorio-motores como son los indicios o señales, pero no constituyen más que un aspecto o una parte de los objetos significados: la función semiótica debuta, en cambio, cuando los significantes aparecen diferenciados de los significados y pueden corresponder a una multiplicidad de éstos. Observamos que entre la asimilación conceptual de los objetos entre sí y la semiotización hay una mutua dependencia, y que ambas proceden de una generalización completiva de la asimilación sensorio-motriz con la abstracción reflectora de elementos que le han sido directamente usurpados.

Asimismo, resultaría fácil mostrar que las novedades propias de los niveles de las operaciones concretas, y después hipotético-deductivas, proceden igualmente de generalizaciones completivas. Así es cómo las operaciones concretas deben sus nuevos poderes a la conquista de la reversibilidad, preparada por la invertibilidad preoperatoria, que exige cada vez más un ajuste sistemático de las afirmaciones y negaciones; dicho en otros términos, una autorregulación constante en el seno de las generalizaciones constructivas. Por lo que a las operaciones hipotético-

deductivas se refiere, éstas deben su existencia al paso de las estructuras de “agrupaciones” sin combinatoria y cuyos elementos se hallan desglosados a las estructuras de los “conjuntos de partes” con combinatoria y generalización de las particiones.

Estos últimos progresos se deben a una forma especialmente importante de las generalizaciones constructivas, que consisten en elevar una operación a una potencia superior: así pues, las combinaciones son clasificaciones de clasificaciones, las permutaciones seriaciones de seriaciones, los conjuntos de partes divisiones de divisiones, etc.

Señalemos, por último, una forma más simple, pero igualmente importante, que consiste en generalizaciones por síntesis de estructuras análogas, como la coordinación de dos sistemas de referencias, interna y exterior a un proceso espacial o cinemático (nivel de 11-12 años).

5. ***Las raíces biológicas del conocimiento.*** *Lo que hemos visto hasta ahora habla claramente a favor de un constructivismo sistemático. Hay que buscar sus orígenes en el plano del organismo, puesto que una sucesión de construcciones no comporta ningún comienzo absoluto. Sin embargo, antes de proponer una solución, es preciso que primero nos preguntemos qué significaría biológicamente una solución preformista, o dicho de otro modo, en qué se convertiría el apriorismo una vez traducido en términos de innatismo.*

Un gran autor lo ha mostrado claramente: K. Lorenz, que se declara kantiano y es partidario de un origen hereditario de las grandes estructuras de la razón, en tanto que previas a toda adquisición sacada de la experiencia. No obstante, al ser biólogo, Lorenz sabe perfectamente que, salvo la herencia “general” común a todos los seres vivos o a todos los grandes conjuntos, la herencia específica varía de una especie a otra: la del hombre, por ejemplo, es especial para nuestra especie particular. Por consiguiente, Lorenz, al creer en el carácter innato, en tanto que previo, de nuestras grandes categorías de pensamiento, no puede honestamente, por este mismo motivo, afirmar su generalidad: de ahí su fórmula sumamente instructiva según la cual los a priori de la razón consisten simplemente en “innate working hypotheses”. En otras palabras, Lorenz conserva del a priori su punto de partida, anterior a las construcciones del sujeto, pero desdeña la necesidad, que sin embargo es mucho más importante (mientras que nosotros hacíamos exactamente

lo contrario, al insistir en la necesidad pero situándola al término de las construcciones, sin programación, hereditaria previa).

Esta posición de Lorenz resulta hartamente reveladora; si la razón es innata, o bien es general y hay que remontarse hasta los protozoos, o bien es específica (o genérica, etc.) y hay que explicar mediante qué mutaciones y bajo la influencia de qué selecciones naturales ha podido consolidarse (incluso privada de su carácter esencial de necesidad). Ahora bien, en el estado actual del conocimiento al respecto, las explicaciones corrientes se reducen, para este problema en particular, a un puro y simple verbalismo: en efecto, consisten en hacer de la razón el producto de una mutación aleatoria, esto es, una simple casualidad.

Pero lo que los innatistas parecen olvidar de modo sorprendente es que existe un mecanismo tan general como la herencia, y que, en cierto sentido, la dirige: se trata de la autorregulación, que desempeña un papel importante en todas las escalas, desde el genoma, y que adquiere preponderancia a medida que se va aproximando a los niveles superiores y del comportamiento. La autorregulación, cuyas raíces son evidentemente orgánicas, es común a los procesos vitales y mentales, y sus acciones tienen, además, la gran ventaja de ser directamente controlables: por lo tanto, conviene buscar la explicación biológica de las construcciones cognitivas en esta dirección, y no en la simple herencia, especialmente cuando, a través del juego de las regulaciones de regulaciones, la autorregulación es por su naturaleza misma eminentemente constructivista (y dialéctica).

Se comprende entonces por qué, aunque simpatizamos plenamente con los aspectos transformacionales de la doctrina de N. Chomsky, no podemos aceptar la hipótesis de su “núcleo fijo innato”. Hay dos razones para ello. La primera es que biológicamente esta mutación propia de la especie humana sería inexplicable: no se comprende por qué el azar de las mutaciones hace al ser humano apto para “aprender” un lenguaje articulado, y si además hubiera que atribuirle el innatismo de una estructura lingüística racional, ello significaría la desvalorización de esta última sometiéndola al azar y haciendo de la razón, con K. Lorenz, una colección de simples “hipótesis de trabajo”. Nuestro segundo motivo es que el “núcleo fijo innato” conservaría todas sus cualidades de “núcleo fijo” si no fuera innato, sino que constituyera el resultado “necesario” de las construcciones propias de la inteligencia sensorio-motriz, anterior al lenguaje y consecuencia de las autorregulaciones a la vez orgánicas y del comportamiento que determinan esta

epigénesis. Esta explicación de un “núcleo fijo” no innato, pero producido por la inteligencia sensorio-motriz, ha sido aceptada finalmente por autores como R. Brown, E. Lenneberg y D. MacNeill; ello muestra de modo claro que la hipótesis del innatismo es inútil para la coherencia del sistema de Chomsky.

6. **Necesidad y equilibración.** *Todavía nos queda por saber por qué las construcciones que exige la formación de la razón se hacen progresivamente necesarias, mientras que cada una de ellas se inicia gracias a intentos diversos, en parte contingentes y que comportan una parte importante de irracionalidad (no conservaciones, defectos de reversibilidad, regulación insuficiente de las negaciones, etc.). La hipótesis será, naturalmente, que esta necesidad progresiva resulta de las autorregulaciones y se traduce por un equilibrio igualmente progresivo de las estructuras cognoscitivas, cuya necesidad proviene entonces de su “cierre”.*

A este respecto podemos distinguir tres formas de equilibrio. La más simple y, por consiguiente, la más precoz es de la asimilación y de la acomodación. A partir del nivel sensorio-motor, es evidente que un esquema de acciones aplicado a nuevos objetos debe diferenciarse en función de sus propiedades, de ahí un equilibrio tendente a la vez a conservar el esquema y a tener en cuenta las propiedades del objeto, pero capaz, si éstas son inesperadas e interesantes, de conllevar la formación de un subesquema o incluso de un nuevo esquema que precisarán su propio equilibrio. Pero estos mecanismos funcionales los encontramos en todos los niveles. Incluso en ciencias la asimilación de las velocidades lineales y angulares comporta al mismo tiempo una asimilación en cuanto a las relaciones espacio-temporales comunes y una acomodación a estas distintas situaciones; asimismo, la incorporación de sistemas abiertos a los sistemas termodinámicos generales exige tanto acomodación diferenciadora como asimilaciones.

Una segunda forma de equilibrio se impone entre los subsistemas, ya se trate de subesquemas en un esquema de acción, de subclases en una clase general o de subsistemas en el conjunto de las operaciones de que dispone un sujeto, como, por ejemplo, los números y las medidas espaciales en el momento de las evaluaciones, en que ambos pueden intervenir. Ahora bien, los subsistemas evolucionan ordinariamente a velocidades diferentes y pueden producirse conflictos entre ellos. Su equilibración supone en este caso una distinción entre sus partes comunes y sus diferentes propiedades y, por consiguiente, un ajuste compensador entre las

afirmaciones y las negaciones parciales así como entre las operaciones directas e inversas, o incluso la utilización de reciprocidades. Vemos entonces en qué conduce la equilibración de reciprocidades. Vemos entonces en qué conduce la equilibración a la necesidad lógica: la coherencia progresiva que el sujeto busca y logra finalmente proviene de una simple regulación causal de acciones cuyos resultados se revelan después compatibles o contradictorios; luego ésta desemboca en una comprensión de vínculos o implicaciones deductibles y, por ello, necesarias.

La tercera forma de equilibrio se apoya en la precedente, pero distinguiéndose de la misma por la construcción de un nuevo sistema total: es la que precisa del proceso mismo de diferenciación de nuevos subsistemas, y que exige una evolución compensadora de integración en una nueva totalidad. Existe en apariencia un simple balance de fuerzas opuestas, cuya diferenciación amenaza la unidad del todo y cuya integración pone en peligro las distinciones necesarias. De hecho, la originalidad del equilibrio cognoscitivo (y de los sistemas orgánicos) es asegurar el enriquecimiento del todo en función de la importancia de sus diferenciaciones y asegurar, por otro lado, la multiplicación de estas últimas (y no sólo su coherencia) en función de las variaciones intrínsecas de la totalidad en sus caracteres propios. Aquí, de nuevo, vemos claramente las relaciones entre el equilibrio y la necesidad lógica progresiva, la necesidad del terminus ad quem resultante de la integración final o “cierre” de los sistemas.

En una palabra, el equilibrio cognoscitivo es pues “aumentativo”, es decir que los desequilibrios no conducen a un retorno hacia la forma anterior de equilibrio, sino a una forma mejor caracterizada por el aumento de las dependencias mutuas o implicaciones necesarias.

En cuanto a los conocimientos experimentales, su equilibración comporta, además de las leyes precedentes, un paso progresivo de lo exógeno a lo endógeno, en el sentido de que las perturbaciones se hallan en un principio anuladas o neutralizadas, luego se van integrando poco a poco (con desplazamientos de equilibrio) y por último se incorporan al sistema a título de variaciones intrínsecas deducibles, reconstruyendo lo exógeno por vía endógena. El equivalente biológico de este proceso hay que buscarlo en la “fenocopia” tal como hemos tratado de interpretarla y generalizarla en un ensayo recientemente aparecido.

7. **Psicogénesis e historia de las ciencias.** *Tal como afirma Holton, se pueden reconocer ciertas convergencias entre la psicogénesis y el desarrollo histórico de las estructuras cognoscitivas, y esto será lo que trataremos de precisar en una obra próxima con el físico R. García.*

En algunos casos, antes de la ciencia del siglo XVII, puede observarse un paralelismo estadio por estadio. De este modo, para las relaciones entre la fuerza y el movimiento podemos distinguir cuatro períodos: 1) el de la teoría de los dos motores de Aristóteles con el modelo de la antiperístasis como consecuencia; 2) una explicación global en la que la fuerza, el movimiento y el impulso quedan indiferenciados; 3) la teoría del ímpetu (o impulso), concebida por Buridan como intermediario necesario entre la fuerza y el movimiento; 4) un período final y prenewtoniano en el que el impulso tiende a reducirse a la aceleración. Por otra parte, constatamos en el niño una sucesión de cuatro estadios análogos. El primero es aquel en el que los dos motores son sistemáticos como residuos del animismo, pero con una gran cantidad de ejemplos espontáneos de antiperístasis (a menudo en situaciones imprevistas y no sólo por el movimiento de los proyectiles). El primero es aquel en el que los dos motores son sistemáticos como residuos del animismo, pero con una gran cantidad de ejemplos espontáneos de antiperístasis (a menudo en situaciones imprevistas y no sólo por el movimiento de los proyectiles). En un segundo estadio interviene una noción global comparable a la "acción" y que puede simbolizarse por mve , en donde m es el peso, v la velocidad y e el camino recorrido. En un tercer período (7-10 años) aparece espontáneamente el "impulso" en el sentido del término medio de Buridan, pero además con el poder de "atravesar" los intermediarios inmóviles pasando por su "interior" cuando un movimiento se transmite gracias a su meditación. Por último, en cuarto lugar (hacia los 11-12 años) aparecen los comienzos de la aceleración.

Para períodos más largos de la historia, es evidente que no encontremos paralelismo estadio por estadio, pero podemos buscar ciertos mecanismos comunes. Así pues, la historia de la geometría occidental hace gala de un proceso de estructuración cuyas etapas son las de un centramiento en las relaciones intrafigurales con Euclides, de una construcción de las relaciones interfigurales con las coordenadas cartesianas, y por último de una algebrización progresiva a partir de Klein. Por otra parte, encontramos en pequeño un proceso análogo en los niños, que empiezan por lo intrafigural, pero que a los 7 años descubren que para

determinar un punto en un plano no basta con una medida, sino que hacen falta dos, que estén dispuestas de modo ortogonal. A esta etapa “interfigural” (necesaria también para la construcción de las horizontales) sucede otra etapa a la que llamamos “transfigural” en la que las propiedades por descubrir no pueden leerse en una sola figura, sino que precisan una deducción o un cálculo; por ejemplo, las curvas mecánicas, los movimientos relativos, etc.

Ahora bien, estas analogías con la historia de las ciencias abogan a favor de nuestro constructivismo. La antiperístasis no se ha transmitido hereditariamente de Aristóteles a los pequeños ginebrinos, sino que Aristóteles empezó siendo niño, porque la infancia es anterior a la edad adulta en todos los hombres, incluidos los de las cavernas. Todo aquello que el hombre de ciencia extrae de sus años jóvenes no es una colección de ideas innatas, puesto que se producen ciertos tanteos, sino un poder constructivo. Incluso uno de nosotros ha llegado a decir que un físico genial es un hombre que ha sabido conservar la creatividad propia de su infancia en vez de perderla en la escuela.

4.7.2 El documento de Chomsky: A propósito de las estructuras cognoscitivas y su desarrollo.

En sus interesantes observaciones acerca de la psicogénesis del conocimiento y su alcance epistemológico, Jean Piaget formula tres puntos de vista generales sobre el modo de adquisición del conocimiento: empirismo, preformación (innatismo) y su propio constructivismo. Califica, no sin razón, mis concepciones como una forma de innatismo, para utilizar sus propios términos. Precisamente, el estudio del lenguaje humano me ha llevado a considerar que una capacidad del lenguaje genéticamente determinada, que constituye un componente de la mente humana, especifica una cierta clase de “gramáticas humanamente accesibles. El niño adquiere una de estas gramáticas (de hecho un sistema de gramáticas de este tipo, aunque me limitaré al caso más simple, al caso ideal) a partir de elementos limitados que le son accesibles. En el seno de una cierta comunidad lingüística, los niños cuyas experiencias personales varían adquieren gramáticas comparables ampliamente subdeterminadas por los datos que le son accesibles. Podemos considerar una gramática, representada de un modo o de otro en la mente, como un sistema que especifica las propiedades fonéticas, sintácticas y semánticas de un clase infinita de frases posibles. El niño conoce la lengua así determinada por la gramática que ha adquirido. Dicha gramática es una representación de su “competencia intrínseca”.

En su adquisición del lenguaje, el niño desarrolla asimismo “sistemas de ejecución” para poner en funcionamiento este saber (por ejemplo, estrategias de producción y de percepción). Todo lo que se sabe de las propiedades generales de los sistemas de ejecución es tan poco que únicamente podemos especular acerca del fundamento de su desarrollo. Por lo que a mi respecta, plantearía la hipótesis de que, al igual que para las gramáticas, un sistema fijo y genéticamente determinado limita enormemente las formas que pueden adoptar dichos sistemas. Y es más, me atrevería incluso a aventurar la noción de que análisis análogos podrían revelarse fructíferos respecto a otras estructuras cognoscitivas que se desarrollan en el hombre.

En contra de esta concepción, Piaget lanza dos argumentos fundamentales: 1) las mutaciones, propias de la especie humana, que han podido dar lugar a las estructuras innatas postuladas son “biológicamente explicables”; 2) todo aquello que puede ser explicado por la hipótesis de las estructuras fijas innatas puede asimismo ser explicado como el resultado “necesario” de construcciones propias de la inteligencia “sensorio motriz...”

Ninguno de estos argumentos me parece decisivo. En lo que respecta al primero, únicamente lo admite en parte. El curso de la evolución permanece, sin duda alguna, “biológicamente inexplicado”. No obstante, no veo ninguna razón para admitir la afirmación, todavía más perentoria, según la cual resulta “biológicamente inexplicable”. Podemos decir exactamente lo mismo en cuanto a los órganos del cuerpo. El curso de su evolución permanece igualmente “biológicamente inexplicado”. Así pues, post hoc, podemos proponer una hipótesis de la manera en que este desarrollo habría podido realizarse, pero no podemos elaborar ninguna teoría que dé cuenta del desarrollo tal como éste se ha llevado a cabo excluyendo a otras que no por ello están en desacuerdo con los principios que se han postulado con respecto a la evolución de los organismos. Si es absolutamente cierto que ignoramos cómo y por qué mutaciones debidas al azar han dotado a la especie humana de la capacidad específica de aprender un lenguaje humano, resulta igualmente cierto que ignoramos asimismo cómo y por qué otras mutaciones debidas al azar han conducido al desarrollo de las estructuras particulares del ojo de los mamíferos o del córtex cerebral. Por lo tanto, no concluimos que, en su naturaleza fundamental, estas estructuras, en el individuo que ha alcanzado la madurez, estén determinadas por una interacción con el entorno (aunque semejante interacción sea, sin duda alguna, necesaria para el desencadenamiento de procesos genéticamente determinados e influya, naturalmente, en el carácter de los órganos que han alcanzado la

madurez). Evidentemente, sabemos muy poco sobre el desarrollo de la evolución, y a partir de lo que ignoramos no podemos sacar conclusiones, sean cuales sean. En especial, resulta temerario concluir ya sea a) que las leyes físicas conocidas no bastan, en principio, para dar cuenta del desarrollo de las estructuras particulares, ya sea b) que las leyes físicas, conocidas o desconocidas, no son suficientes, en principio. Las conclusiones a o b resultarían, según parece, de la afirmación de que el desarrollo de la evolución es, literalmente, “inexplicable” desde el punto de vista biológico. No obstante, aparentemente, hoy en día no hay nada que justifique el planteamiento serio de b, y, si podemos considerar como cierta la hipótesis a, la conclusión no puede constituir más que una especulación. De todos modos, el punto crítico, en este caso, es que las estructuras cognoscitivas y los órganos del cuerpo parecen comparables en lo que concierne a la posibilidad de una “explicación biológica”.

El segundo argumento me parece mucho más importante. Sin embargo, no veo en qué pueda fundarse la conclusión de Piaget. A mi parecer, no se ha lanzado ninguna proposición de fondo que haga intervenir “construcciones de la inteligencia sensorio-motriz” y ofrezca alguna esperanza en cuanto a poder dar cuenta de los fenómenos del lenguaje que exigen explicación. Que yo sepa, no hay nada plausible en el origen de dicha suposición. Incluso añadiría que, si algunos han objetado que la hipótesis de la capacidad de lenguaje genéticamente determinada es una “petición de principio”, se trata también de una afirmación indudablemente no justificada. La hipótesis es tanto una “petición de principio” en el caso de las estructuras mentales como lo es la hipótesis análoga en el caso del desarrollo de los órganos. Las proposiciones de fondo relativas al carácter de esta capacidad de lenguaje resultan refutables si son falsas, pero, en cambio, si son ciertas, son susceptibles de ser confirmadas. Numerosas hipótesis particulares han sido discutidas y modificadas a la luz de ulteriores investigaciones, y estoy convencido de que continuará siendo así.

Una de las particularidades de nuestra historia intelectual reside en el hecho de que las estructuras cognoscitivas desarrolladas por la mente suelen ser consideradas y estudiadas de modo muy distinto de las estructuras orgánicas desarrolladas por el cuerpo. No hay razón alguna para que un investigador independiente, libre de toda doctrina tradicional, adopte esta manera de considerar las mencionadas estructuras. Antes más bien, abordará, o debería abordar, el estudio de las estructuras cognoscitivas como el lenguaje humano de un modo análogo a cómo abordaría el estudio de un órgano como el ojo o el corazón, tratando de determinar: 1) sus características en un individuos

determinado; 2) sus propiedades generales, invariantes de una especie a otra, haciendo abstracción de cualquier déficit flagrante; 3) su puesto en un sistema de estructuras de este tipo; 4) el curso de su desarrollo en el individuo en cuestión; 5) el fundamento genéticamente determinado de dicho desarrollo; 6) los factores que han facilitado el nacimiento de este órgano mental en el curso de la evolución. La idea de que las construcciones de la inteligencia sensorio-motriz determinan el carácter de un órgano mental como el lenguaje me parece tan poco plausible como la afirmación de que las propiedades fundamentales del ojo, o del córtex visual, se desarrollen de este mismo modo. Además, que yo sepa, cuando pasamos a las propiedades específicas de este órgano mental, comprobamos que no hay apenas nada que justifique esta creencia.

No tengo intención de proporcionar aquí una argumentación detallada, sino que me limitaré a exponer a grandes rasgos el tipo de razonamiento que me conduce a las conclusiones que acabo de citar.

Supongamos que no nos proponemos estudiar el desarrollo cognoscitivo de una persona en un entorno natural. Podemos empezar tratando de delimitar ciertos terrenos cognoscitivos, regidos cada uno por algún sistema integrado de principios. En este caso, resulta perfectamente legítimo considerar el lenguaje como uno de estos terrenos, aunque los límites exactos de éste y sus relaciones con otros campos todavía no se hayan determinado. Podríamos emprender el estudio de la naturaleza y el desarrollo de un órgano del cuerpo exactamente legítima, observamos que el desarrollo de un órgano del cuerpo exactamente de la misma manera. De acuerdo con esta hipótesis completamente legítima, observamos que el desarrollo de esta persona se efectúa a partir del estado inicial S_0 genéticamente determinado, pasa por una secuencia de estados S_1, S_2, \dots y alcanza por último un "estado estacionario" (steady state) S_s , que únicamente parece modificarse de modo secundario (digamos que añadiendo vocabulario nuevo). El estado estacionario se alcanza a una edad relativamente fija, aparentemente en la pubertad o un poco antes. Así pues, estudiando este estado estacionario, podemos elaborar una hipótesis en cuanto a la gramática interiormente representada. Podemos intentar proceder del mismo modo en lo que concierne a los estados intermedios y avanzar por este camino en el conocimiento del desarrollo del lenguaje.

En un principio, resulta posible enumerar de modo casi exhaustivo la experiencia de que dispone la persona que ha alcanzado el estado estacionario. En la práctica, no hacemos, naturalmente, nada de esto, pero podemos sin embargo centrarnos en aspectos particulares de esta experiencia vinculados a hipótesis específicas en cuanto a la

naturaleza de S_s y de S_0 . Suponiendo que se haya obtenido una enumeración suficiente E de experiencia pertinente, podremos construir una subhipótesis relativa al carácter de S_0 . Dicha hipótesis debe satisfacer ciertas condiciones empíricas. No debe ser específica hasta el punto de alejarse de los estados estacionarios que en otras lenguas se consideran como tales. Debe ser capaz de dar cuenta del paso de S_0 a S_s , teniendo en cuenta E , en toda persona (normal). Podemos considerar esta hipótesis como una hipótesis relativa a una función que aplica (maps) E en S_s . Para la elección de E suficiente para dar lugar al conocimiento de una lengua humana L , esta función debe atribuir un S_s apropiado en el que la gramática de L esté representada. Podríamos denominar esta función como “teoría del aprendizaje humano en el campo del lenguaje” (Learning Theory for Humans in the Domain Language); llamémosla $LT(H, L)$. Haciendo abstracción de las diferencias individuales, podemos considerar a su S_0 —que especifica $LT(H, L)$ — como un carácter de la especie genéticamente determinado. Si observamos con mayor atención los estadios del desarrollo, captaremos ciertos refinamientos.

En general, para toda especie O y todo campo cognoscitivo D identificados y delimitados experimentalmente, podemos estudiar la $LT(O, D)$, esto es la “teoría del aprendizaje” para el organismo. O en el campo D , propiedad del estado inicial genéticamente determinado. Supongamos, por ejemplo, que estudiamos la capacidad de los seres humanos para reconocer e identificar los demás rostros humanos. Partiendo de la hipótesis de que el “reconocimiento de los rostros” constituye un terreno cognoscitivo legítimo F , podemos tratar de especificar $LT(H, F)$ principios genéticamente determinados que dan lugar a un estado estacionario (probablemente posterior a la fijación neurológica del lenguaje y representado quizá en regiones homólogas del hemisferio derecho, como se ha sugerido ya en trabajos recientes). De modo similar, podemos estudiar otros campos cognoscitivos en el hombre y en otros organismos. Evidentemente, no esperaremos encontrar propiedades interesantes comunes a toda $LT(O, D)$, para O, D cualesquiera. En otras palabras, no esperaremos descubrir lo que podría llamarse una “teoría general del aprendizaje”. A mi entender, las posibilidades de una teoría semejante no son mayores que las de una “teoría del desarrollo”, situada entre la biología celular y el estudio de órganos particulares, apuntando a los principios que gobiernan el desarrollo de ciertos órganos en organismos cualesquiera. Podemos incluso afinar más nuestra investigación y tener en cuenta los estados intermedios. Volviendo al ejemplo del lenguaje, si tratamos de descubrir las propiedades de S_0 , centraremos nuestra atención en las propiedades de los estados ulteriores (especialmente de S_s) que no están determinadas por E ; es decir,

de los elementos conocidos del lenguaje, pero para los que no disponemos de ninguna explicación pertinente. Examinemos algunos ejemplos de ello.

1. LA PROPIEDAD DE DEPENDENCIA ESTRUCTURAL DE LAS REGLAS LINGÜÍSTICAS

Consideremos EL proceso de formación de las oraciones interrogativas simples de respuesta sí/no en inglés.

Tenemos parejas de declarativas-interrogativas como (1):

- (2) *The man is here — Is the man here?*
*The man will leave — Will the man leave?*⁸⁵

Son dos hipótesis susceptibles de dar cuenta de esta clase infinita de parejas:

H_1 : tratar la frase declarativa desde el principio hasta el final (de izquierda a derecha), palabra por palabra, hasta encontrar la primera unidad lingüística de las palabras *is*, *Hill*, etc.; transponer dicha unidad al principio de la frase (a la izquierda), formando así la interrogativa correspondiente.

H_2 : proceder como en H_1 , pero elegir la primera aparición de *is*, *Hill*, etc.; que sigue al primer sintagma nominal de la frase declarativa.

Diremos entonces que H_1 es una “regla independiente de la estructura” mientras que H_2 es una “regla dependiente de la estructura”. Así, pues, H_1 exige un análisis de la frase declarativa en una simple secuencia de palabras, mientras que H_2 requiere, además de un análisis de palabras sucesivas, un análisis de sintagmas abstractos como un “sintagma nominal”. Los sintagmas son “abstractos” en el sentido de que sus fronteras y clasificación no suelen indicarse físicamente; se trata más bien de construcciones mentales.

Un investigador que observase a unos locutores anglófonos, en presencia de datos como lo que figuran en (1), elegiría naturalmente la hipótesis H_1 antes que la hipótesis H_2 , mucha más compleja, que postula además de H_1 un tratamiento mental abstracto nada trivial. De modo análogo, en presencia de los datos de (1), es lógico suponer que un niño “no estructurado” consideraría H_1 perfectamente válida. De hecho, como ya sabemos, no lo es, y H_2 es exacta, o por lo menos está más cerca de la exactitud. Consideremos los ejemplos siguientes:

- (3) *The man who is here is tall — is the man who is here tall?*
*The man who is tall will leave — will the man who is tall leave?*⁸⁶

⁸⁵ (1) El hombre está aquí - ¿está el hombre aquí?
 El hombre se irá - ¿se irá el hombre?

Estos ejemplos se hallan previstos por H_2 , mientras que refutan H_1 , que formaría, por el contrario, las siguientes interrogativas (3):

(4) *Is the man who here is tall?*

*Is the man who tall will leave?*⁸⁷

En este caso se plantea la siguiente cuestión: ¿cómo sabe un niño que H_2 es correcta (o casi correcta) mientras que H_1 es falsa? Es evidente que el pequeño no empieza descubriendo H_1 (tal como haría un investigador sin ninguna idea preconcebida) para verse luego obligado a rechazarla en presencia de datos como los de (2). A los niños no se les enseña cuáles son los hechos más pertinentes. Cuando aprenden a hablar los niños cometen muchos errores, pero, anteriormente a todo aprendizaje apropiado o a toda experiencia adecuada, jamás cometen errores como los de (3). Uno puede pasar una buena parte de su vida, incluso toda su vida, sin enfrentarse a una experiencia adecuada, sin embargo empleará siempre H_2 sin el más mínimo error, y jamás H_1 , a la primera ocasión pertinente, si se trata de alguien capaz de manejar las estructuras. Aparentemente, no podemos explicar la presencia por H_2 apoyándonos en la eficacia de la comunicación ni en nada semejante. Por otro lado, parece que tampoco podemos hallar en otro campo cognoscitivo más que analogías superficiales y poco instructivas. Si los seres humanos fueran distintos de lo que son, podrían adquirir una gramática que admitiera H_1 y se evitarían problemas. En realidad, si nos entregásemos a una observación puramente pasiva de la ejecución lingüística total de una persona, resultaría difícil saber si está utilizando H_1 o H_2 .

Todas estas observaciones nos hacen pensar que el hecho de que las reglas (reglas pertenecientes a una determinada categoría específica, identificables de modo muy general por cualquier mecanismo genéticamente determinado) sean dependientes de la estructura se debe a una propiedad de S_0 , es decir de LT (H,L). El niño no tiene ninguna necesidad de tomar en consideración a H_1 , porque ésta ya está previamente eliminada por ciertas propiedades presentes en su estado mental inicial, S_0 . Por más simple y trivial que pueda parecer este ejemplo, ilustra perfectamente el problema general que se plantea cuando uno examina las propiedades específicas de los estados cognoscitivos terminales.

2. LA CONDICIÓN DE SUJETO ESPECIFICADO (SSC)

⁸⁶ (2) El hombre que está aquí es alto - ¿es alto el señor que está aquí?
El hombre que es alto se irá - ¿se irá el hombre que es alto?

⁸⁷ (3) ¿Está el hombre que aquí es alto?
¿Es el hombre que alto se irá?

Observemos ahora un ejemplo ligeramente más complejo. Las frases (4) y (5) son casi sinónimas:

(5) *Each of the men likes the others.*⁸⁸

(6) *The men like each other.*⁸⁹

De modo más general, las parejas *each of the men... the others* y *the men... each other* son intercambiables sin que por ello haya modificación (notable) del sentido. En ciertos contextos, sin embargo, no es así. Veamos, por ejemplo, las frases de (6):

(7) (I) *Each of the men expects (John to like the others).*

(II) *Each of the men was surprised at (John's hatred of the others).*

(III) *Each of the men liked (John's stories about the others).*⁹⁰

Si sustituimos *each of the men... the others* por *the men... each other* en (6), obtendremos respectivamente las frases de (7) (con un cambio automático de la flexión del verbo, pero que puede ignorarse):

(8) (I) *The men expect (John to like each other).*

(II) *The men were surprised at (John's hatred of each other).*

(III) *The men liked (John's stories about each others).*⁹¹

Pero las frases de (7) no son sinónimas de las correspondientes de (6). De hecho, tampoco son frases inglesas bien formadas, aunque si nos viéramos obligados a atribuirles una interpretación de las frases de (6) que les corresponden. Para formular la afirmación anterior, no se trata de recurrir a una "incoherencia semántica" ni a nada parecido; comparemos (6 I-III) que son perfectamente coherentes, pero no expresan, por algún motivo cualquiera, el sentido de (7 I-III). ¿Cómo sabe el locutor inglés que esto es así? ¿Por qué su gramática, en el estado S_s , determina todo esto?

A mi entender, la respuesta se encuentra en un principio general de la estructura de la lengua a la que yo calificaría de "condición de sujeto especificado" (Specified Subject Condition: SSC). Esta condición hace referencia las reglas que unen a X y a Y en una estructura como la de (8), en la que la estructura encerrada en el paréntesis es una frase o un sintagma nominal:

⁸⁸ (4) Cada hombre ama a los otros.

⁸⁹ (5) Los hombres se aman los unos a los otros.

⁹⁰ (6) (I) Cada hombre espera (que John ame a los otros).
(II) Cada hombre se sorprendió del (odio de John por los otros).
(III) A cada hombre le gustaban (las historias

⁹¹ (7) (I) Los hombres esperan (que John ame los unos a los otros)
(II) Los hombres se sorprendieron del (odio de John hacia unos a otros)
(III) A los hombres les gustaban (las historias de John sobre unos a otros)

(8) ... X ... (... Y ...) ...

La SSC postula, a grandes rasgos, que no puede aplicarse ninguna regla a X ni a Y si la estructura contenida en el paréntesis posee un sujeto distinto de Y.

Consideremos ahora (7 I), el paréntesis delimita una frase encajada en él. De ahí que (7 I) es de la forma (8). Tomemos el sintagma de reciprocidad *each other* como Y y su antecedente propuesto, *the men*, como X. Sin embargo, la frase entre paréntesis contiene un sujeto *John* distinto de *each other*, de manera que la relación entre X e Y está bloqueada por la SSC. Existen asimismo otros casos calificados de “anáforas ligeras”. Observemos que la frase (9) es totalmente aceptable, porque el sintagma de reciprocidad *each other* es a la vez sujeto:

(9) *The candidates expect (each other to⁹² win).*

¿Qué sucede con (7 II)? Esta misma condición bloqueará (7 II) si tomamos a *John* como “sujeto” del nombre *hatred* (como lo sería en la frase correspondiente *John hates...*) en el sintagma nominal contenido en los paréntesis. Análogamente, (7 III) queda justificada si se considera que *John* es el “sujeto” de *stories* en el sintagma nominal entre paréntesis. Observemos que (10) es una frase bien formada, porque el sintagma nominal incluido no contiene sujeto alguno y, por lo tanto, no hay sujeto distinto de *each other* (Y de (8)).

(10) *The men heard (stories about each other)⁹³*

Hay que subrayar que la noción de “sujeto” en la SSC es bastante abstracta y constituye una generalización de la noción correspondiente de la gramática tradicional. Existen buenas razones, independientes totalmente de las consideraciones que nos ocupan, para generalizar así la noción tradicional.

La SSC se aplica no sólo a las anáforas ligadas, sino también a reglas muy diversas. Consideremos, por ejemplo, las interrogativas en *wh* de (11):

(11) (I) *Who did the men hear (stories about)?*

(II) *Who did the men hear (John's stories about)?⁹⁴*

(11 I) es una frase gramatical del inglés, pero (11 II) no lo es, porque la regla de formación de la interrogativa está formada por la SSC; (11 II) podría estar igualmente bloqueada en el caso de un estilo que impusiera condiciones estrictas al rechazo de las proposiciones.

⁹² (9) Los candidatos esperan (ganarse unos a otros)

⁹³ (10) Los hombres escucharon (historias sobre unos a otros)

⁹⁴ (11) (I) ¿sobre quién escucharon los hombres (historias)?

(II) ¿sobre quién escucharon los hombres (historias de John)?

Esta explicación es discutible y, por ahora, trato de evitar otras muchas cuestiones al respecto, así como un cierto número de problemas planteados. No obstante, creo que esta explicación es fundamentalmente exacta.

Podemos plantear exactamente las mismas cuestiones acerca de la propiedad que poseen las reglas de ser dependientes de la estructura. ¿Cómo sabe la persona que aprende la lengua que la SSC se aplica a la anáfora ligada “each other” y no a “the others” en (6)? Por supuesto, no podemos concebir que se enseñen al que aprende la lengua estos hechos o los principios pertinentes. Nadie comente errores por el sólo hecho de vérselos corregir. Al igual que en el caso del principio de la dependencia frente a la estructura, la observación pasiva de la ejecución total de una persona no nos permite afirmar si los principios son efectivamente observados. (así como tampoco bastaría la experiencia, normalmente, para proporcionar esta información al que aprende la lengua), aunque la “experiencia” revelase sin demora que ello es así. La única conclusión racional que podemos extraer es que la SSC y la noción abstracta pertinente de “sujeto” y de “anáfora ligada” son propiedades de So, es decir, que forman parte de LT (H, L).

Nos queda todavía por precisar la diferencia entre la anáfora libre the others, diferencia que se descubre en la comparación de (6) y de (7). Hay que hacer hincapié en que el antecedente de the others puede en general estar determinado por una propiedad de las frases, mientras que el antecedente de the others puede en general estar determinado, al margen de la frase en la que aparece, por un rasgo del contexto situacional o del saber adquirido. Así pues, la frase (12) resulta perfectamente posible, mientras que la (13) no lo es:

(12) The others left.⁹⁵

(13) Each other left.⁹⁶

La frase (12) puede aparecer en un discurso si los participantes saben de que grupo se trata; por ejemplo, en la frase (14):

(14) Some of the men stayed. The others left.⁹⁷

En cambio, (13) no puede aparecer en ninguna frase. Del mismo modo, en frases como la (4) y la (6), el sintagma the others podría no estar vinculado al sintagma each of the men. Estudiemos el siguiente ejemplo (15):

(15) Each of the women likes some of the books. Each of the men likes the others.⁹⁸

⁹⁵ (12) Los otros se fueron.

⁹⁶ (13) Unos a otros se fueron.

⁹⁷ (14) Algunos de los hombres se quedaron. Los otros se fueron.

⁹⁸ (15) A cada una de las mujeres les gustan algunos libros. A cada uno de los hombres le gustan los otros.

No resulta difícil comprender que the others remite a los otros libros. No obstante, ello no es posible si, en (15), (4) queda sustituido por (5). Por consiguiente, no es totalmente exacto decir, como he afirmado antes, que (4) y (5) sean casi sinónimos. Dichas frases no tiene el mismo campo de significación, como lo muestran estos ejemplos. Semejantes propiedades forman parte de las propiedades de base que distinguen las anáforas libres de las anáforas ligadas. Un locutor debe tener conciencia de esa distinción para saber cuál es el campo de aplicación de la SSC. Y es más, parece que ese conocimiento ha de constituir una propiedad de So, aunque, como sucede en otras muchas propiedades genéticamente determinadas (inicio de la pubertad, término de crecimiento, por ejemplo), la aparición de esta característica mental no se produzca más que algunos años después del nacimiento y dependa eventualmente del efecto desencadenante de la experiencia pertinente. (Una vez más, ocurre exactamente lo mismo en el caso de otros procesos y estructuras innatos).

3. SUJETOS MENTALMENTE PRESENTES.

Consideremos ahora unos ejemplos un poco más complejos: Veamos las frases (16) y (17):

(16) John seems to each of the men (to like the others).⁹⁹

(17) John seems to the men (to like each other).¹⁰⁰

La frase (16) está bien formada, pero la (17) no lo está. ¿Cómo explicar esto?

Una vez más, la respuesta nos la proporciona la SSC. Las expresiones entre paréntesis en (16) y (17) no se presentan como frases completas porque carecen de sujeto, o, para emplear el término clásico, cada una de ellas posee un “sujeto implícito”, a saber, John. El sujeto implícito John del fragmento de la frase entre paréntesis de (17) es suficiente para que la SSC bloquee la regla de interpretación de reciprocidad, al igual que ocurre con el sujeto John de la frase entre paréntesis de (7 I). La única diferencia entre (7 I) y (17) estriba en que el sujeto está físicamente presente en el primer caso, mientras que en el segundo se halla “mentalmente presente”. Tal como muestra este ejemplo, los sujetos mentalmente presentes actúan, en lo que concierne a la SSC, exactamente igual que los sujetos físicamente presentes.

Como en los casos anteriormente estudiados, no podemos concebir que todo locutor del inglés capaz de distinguir (16) y (17) haya aprendido de los demás que los sujetos mentalmente presentes son suficientes para poner en funcionamiento el principio de la

⁹⁹ (16) John parece a cada hombre (amar a los otros).

¹⁰⁰ (17) John parece a los hombres (amar los unos a los otros).

SSC, ni que haya enfrentado una experiencia pertinente. Así pues, la observación pasiva no nos permite descubrir el hecho de que una persona conozca (inconscientemente, claro) el principio pertinente. Por otro lado, si el inglés no respetara este principio particular, no por ello sería una lengua “menos buena”; al contrario, en este pseudoinglés (17) significaría (16). Todo locutor que ha alcanzado su estado estable conoce efectivamente el principio según el cual los sujetos mentalmente presentes son suficientes para poner en funcionamiento la SSC. Por lo tanto, hemos de suponer que este principio es una propiedad de So que en un determinado momento del desarrollo mental se ha hecho eficaz.

4. LA NOCIÓN DE “SUJETO ESPECIFICADO”

En los ejemplos precedentes, la SSC servía para bloquear la aplicación de reglas a una frase entre paréntesis o un sintagma nominal con sujeto distinto del sintagma (Y de (8))al que se aplicaba la regla en el interior de la estructura entre paréntesis. Otros ejemplos muestran que el “sujeto especificado” debe ser igualmente distinto del X de (8). Consideremos el siguiente ejemplo:

(18) (I) John seems to the men (to like each other) (idéntico a (17))

(II) The men seem to John (to like each other)

(III) John ordered the men (to kill each other).

(IV) John promised the men (to kill each other)¹⁰¹

Las frases (II) y (III) están bien construidas y tiene poco más o menos el mismo sentido que las frases correspondientes formadas con *each of the men...the others* en lugar de *the men...each other*. Sin embargo, (I) y (IV) no están bien construidas. La explicación resulta harto evidente. En (II) y (III) el sujeto implícito, mentalmente presente, de los fragmentos de las frases entre paréntesis es el mismo que el antecedente *the men* y, por consiguiente, la SSC no puede aplicarse, a diferencia de lo que ocurre en el caso (I) y (IV) en el que el sujeto mentalmente presente es distinto del antecedente. Vemos pues que un “sujeto especificado” en el sintagma incluido en el paréntesis de (18) es un sujeto distinto de X de (8). Es importante precisar lo que significa exactamente “distinto”. No obstante, se trata de un análisis en el que no pienso detenerme por el momento.

¹⁰¹ (18) (I) John parece a los hombres (amar los unos a los otros)
 (II) Los hombres parecen a John (amarse los unos a los otros)
 (III) John ordenó a los hombres (que se mataran los unos a los otros).
 (IV) John prometió a los hombres (que se mataran los unos a los otros)

De nuevo, no existe razón alguna a priori para que eso sea así, ni tampoco resulta imaginable que el principio en cuestión haya sido aprendido ni que provenga de una construcción sensorio- motriz o de algo parecido.

En todos los casos parece que nos enfrentamos a un conocimiento que fluye, empleando los términos de Hume, “de la mano original de la naturaleza”, es decir a un “conocimiento innato”. A fin de evitar toda controversia terminológica inútil, evitaré este término y me limitaré a indicar que una investigación del lenguaje nos lleva a atribuir al estado invariante de So ciertas propiedades como la dependencia estructural de las reglas, la SSC, las nociones de “anáfora ligada” y de “sujeto abstracto”, la condición según la cual los sujetos mentalmente presentes se comportan como los sujetos físicamente presentes respecto a la SSC, las condiciones relativas al sujeto especificado, y así sucesivamente. De un modo más general, a lo largo de esta discusión, he presupuesto de manera tácita un cierto cuadro de reglas y de principios que deben ser atribuidos a So como parte del conjunto de esquemas que determinan la forma que adopta el conocimiento del lenguaje que se desprende de aquellas. Evidentemente, los detalles específicos resultan de la experiencia. En tanto que seres humanos en un entorno social, nos interesamos por las diferencias que se manifiestan en los individuos y en las culturas, mientras que tenemos tendencia a olvidar los puntos de semejanza, o a no ser conscientes de ellos. Éstos se consideran como “naturales” o “necesarios” o simplemente se admiten como tales, del mismo modo que admitimos como tales las propiedades “evidentes” del entorno natural. Sin embargo, el científico que trata de comprender la naturaleza y el origen de las capacidades cognoscitivas del hombre debe, por el contrario, interesarse por esas propiedades invariantes que puede, sin peligro y con pleno derecho, ignorar en sus relaciones con los otros. Su tarea es la de precisar LT (H, D) para cada uno de los D; especialmente tiene que precisar LT (H, L), “teoría del aprendizaje” para los seres humanos en el ámbito del lenguaje, que es una propiedad del estado inicial So. Ya he sugerido algunas de las características que pueden atribuirse a So. Dichas características son bastante abstractas, son lo que he denominado “universales formales”, condiciones acerca de la forma y la función del sistema de reglas y principios que constituyen nuestra teoría de la estructura de un terreno cognoscitivo determinado. Comparativamente, y que yo sepa, se pueden decir muchas cosas de los “universales sustanciales”, elementos fijos que entran en las gramáticas particulares.

Los ejemplos que hemos tomado provienen del terreno de la sintaxis y de la interpretación semántica de las estructuras sintácticas, pero también podemos encontrar ejemplos

similares en la fonología, la fonética o en la semántica propiamente dicha. Así, en fonología, consideremos las propiedades complejas acerca del orden de las reglas y su aplicación, propiedades que se han estudiado en los últimos años. Como en el caso que acabamos de mencionar, estas propiedades no son aprendidas y, por consiguiente, son propiedades de *So*. O consideremos también algunos usos aceptables en caso de “ambigüedad sistemática” en relación a lo que sucede en caso de ambigüedad “accidental” o “sintácticamente determinada”. Comparemos (19) y (20)

(19) (I) John wrote a book

(II) This book weighs five pounds.¹⁰²

(20) (I) Flying planes are a nuisance (are dangerous).

(II) Flying planes is a nuisance (is dangerous).¹⁰³

En (19 I) el referente a la palabra “book” es abstracto. Al enunciar (19 I), podemos no tener ningún objeto concreto en la mente (de hecho, es perfectamente plausible que John haya escrito un libro en su cabeza, sin haber plasmado nada en el papel). En cambio, si tenemos delante nuestros dos ejemplares del libro, podremos señalar uno u otro con el dedo y decir “John ha escrito este libro”, pero nunca podremos afirmar que John ha escrito dos libros. En (19 II), por el contrario, la referencia de “book” es concreta. El empleo de “book” comporta cierta ambigüedad; esta palabra puede emplearse ya sea con una referencia abstracta ya con referencia concreta. Si el estado actual de la semántica descriptiva exige una cierta prudencia, parece sin embargo que puede plantearse razonablemente la hipótesis de que esta ambigüedad es totalmente sistemática y no constituye una propiedad idiosincrásica de la palabra “book”, al igual que se trata de una propiedad idiosincrásica el que el que la palabra “trunk” pueda referirse tanto a un baúl como al apéndice de un elefante.

En las frases de (20), al sintagma “flying planes” se utiliza de dos maneras: para referirse a ciertos objetos que vuelan, en (I), y al acto de pilotar, en (II). No obstante, esta ambigüedad está sintácticamente determinada, no se trata de ninguna propiedad general de los sintagmas al que posean estas funciones semánticas.

Las dos frases de (19) pueden “combinarse” en una construcción por relativización en “book”, a pesar de la ambigüedad de esta palabra, como en (21):

(21) (I) John wrote a book that weighs five pounds.

¹⁰² (19) (I) John escribió un libro
(II) Este libro pesa dos kilos.

¹⁰³ (20) (I) Los aviones que vuelan son una molestia (son peligrosos).
(II) Pilotar aviones es una molestia (es peligroso).

(II) *The book that John wrote weighs five pounds.*

(III) *This book, which John wrote, weighs five pounds.*¹⁰⁴

En (I), por ejemplo, el referente de "book" es abstracto en la proposición principal y concreto en la relativa que contiene, pero la frase está perfectamente formada. En cambio, a partir de (20) no pueden construirse relativas como las de (22):

(22) (I) *Flying planes, which is a nuisance, are dangerous*

(II) *Flying planes, which is dangerous, are a nuisance*¹⁰⁵

Esta propiedad de la ambigüedad sistemática, aunque resulta curiosa, es bastante general. Consideremos las frases (23):

(23) (I) *John's intelligence, which is his most remarkable quality, exceeds his foresight*

(II) *The temperature, which was 70 degrees this morning, will rise rapidly.*

(III) *The price of bread, which was fixed at \$1 a loaf by the monopoly, will rise rapidly.*

En (I), *intelligence* hace referencia a una capacidad en la proposición entre comas, mientras que en la principal se refiere a un grado de inteligencia. Los ejemplos (II) y (III) ilustran un tipo de ambigüedad sistemática diferente. Los términos *temperatura* o *price of bread* designan funciones susceptible de crecer o decrecer. No obstante, los términos que designan funciones pueden emplearse de manera ambigua para designar también su valor. Así pues, en (II) y (III), los términos en cuestión designan una función en la principal y su valor en un momento dado en la relativa, y sin embargo, el procedimiento de la relativización no está bloqueado.

Es lícito creer que lo que he denominado "ambigüedad sistemática" viene determinado en el seno del componente léxico de la gramática por principios generales, e incluso universales. La ambigüedad sintáctica mente determinada (o la ambigüedad léxica idiosincrásica, como en el caso de *trunk*) no viene establecida por principios léxicos generales. Así, en el caso de *book*, *intelligence*, *temperatura*, *the price of bread*, tenemos un elemento único formal que comporta un (un campo de) significado fijo, que permite la

¹⁰⁴ (21) (I) John ha escrito un libro que pesa dos kilogramos.
(II) El libro que John ha escrito pesa dos kilogramos.
(III) Este libro, que John ha escrito, pesa dos kilogramos.

¹⁰⁵ (22) (I) $\left\{ \begin{array}{l} \text{Los aviones que vuelan} \\ \text{Pilotar aviones} \end{array} \right\}$, cosa que es una molestia, $\left\{ \begin{array}{l} \text{son} \\ \text{es} \end{array} \right\}$ peligroso (s)
(II) $\left\{ \begin{array}{l} \text{Los aviones que vuelan} \\ \text{Pilotar aviones} \end{array} \right\}$, cosa que es peligrosa, $\left\{ \begin{array}{l} \text{son} \\ \text{es} \end{array} \right\}$ una molestia.

relativización. En cambio, en el caso de flying planes o trunk tenemos realmente dos elementos formales con la misma forma fonética; justamente por esto, la construcción por relativización no está permitida.

Por consiguiente, parece lógico suponer que en estos juicios intervienen principios generales de la representación semántica, elementos del estado inicial S_0 . Generalmente, cuando nos encontramos con ejemplos surgidos del terreno de la significación y de la referencia, los casos son menos sorprendentes que los casos sintácticos o fonológicos, quizá porque el ámbito de la semántica es menos rico en principios fundamentales o quizá porque estos principios, sean cuales fueren, nos han pasado desapercibidos hasta ahora. Si existen principios semánticos tan fundamentales y generales como los que actualmente se conocen, aunque parcialmente, en el campo de la sintaxis, de la fonología y de la interpretación semántica de las estructuras sintácticas, entonces dichos principios podrían pretender legítimamente figurar entre los principios de las teorías del aprendizaje humano en determinados campos cognoscitivos, y, por lo tanto, ser considerados como propiedades del estado cognoscitivo inicial general.

El tipo de inferencia de los ejemplos precedentes está, a mi modo de ver, perfectamente justificado aunque no sea demostrativo. En cada caso, empezamos precisando ciertas propiedades de la competencia lingüística realizada, o estado estacionario S_s . Nos preguntamos cómo se desarrollan estas propiedades por interacción de la experiencia y del equipamiento genético. Las propiedades han sido investigadas y seleccionadas para minimizar el papel susceptible de ser desempeñado por la experiencia y, así, sacar a la luz el equipamiento genético al igual que puede hacerlo una propiedad de un estado estacionario. Así, en los casos en cuestión, parece muy poco probable que una experiencia pertinente sea directamente accesible en todos los casos (o quizá en algunos) en que el que aprende el lenguaje ha alcanzado el estado estable. Se podría objetar que una experiencia pertinente es indirectamente accesible, en el sentido de que comporta el desarrollo de ciertas capacidades generales cuya propiedad lingüística en cuestión constituye un caso particular. Presumo que lo que propone la teoría "constructivista" es algo por el estilo. Por otra parte, no se ha emitido ninguna proposición específica en cuanto a estas "capacidades generales" y, por lo que a mí respecta, me parece muy poco probable que las propiedades lingüísticas en cuestión reflejen construcciones de la inteligencia sensorio-motriz o algo por el estilo.

En los ejemplos que acabamos de examinar, no he dudado un solo instante en proponer un principio general de la estructura lingüística fundado en la observación de una sola

lengua. Semejante inferencia se justifica en virtud de la hipótesis de que los seres humanos no están específicamente adaptados para aprender una lengua humana con preferencia a otra, por ejemplo el inglés más que el japonés. Si admitimos que la capacidad de lenguaje genéticamente determinada es una facultad común a todos los seres humanos, podemos concluir que existe un principio de lenguaje que es universal, siempre que postulemos que dicho principio es una “precondición” de la adquisición de una lengua determinada. De este modo, podemos atribuir a la SSC la cualidad de principio universal basándonos en el hecho de que el estudio que este principio es un elemento del estado inicial S_0 , una precondición del aprendizaje del lenguaje, una propiedad de la capacidad general del lenguaje, que constituye una de las facultades de la mente.

Si queremos demostrar esta conclusión, tendremos que estudiar otras lenguas de modo comparable. Quizá ello nos conduzca a rechazar nuestra inferencia. Consideremos por ejemplo el argumento siguiente, análogo en su estructura a la de los argumentos expuestos más arriba. Puede haber frases como la (24) y la (25,) pero no como la (26):

(24) (I) John, who likes math, goes to MIT (Massachusetts Institute of Technology).¹⁰⁶

(II) People who like math are likely to get jobs.

(III) John, who goes to MIT, likes math.

(IV) People who go to MIT are likely to get jobs.

(25) People who like math who go to MIT are likely to get jobs.¹⁰⁷

(26) John, who likes math, who goes to MIT, is likely to get a job.¹⁰⁸

En resumen, las relativas determinativas pueden ser “apiladas” (como en (25)), mientras que las relativas no determinativas no se pueden amontonar (véase (26)). Al igual que en el anterior ejemplo, podemos tratar de encontrar el origen de este principio. No es descabellado adelantar la idea de que se trata de un principio general del lenguaje, determinado por la capacidad de lenguaje. Asimismo resulta difícil pensar que se ofrezca infaliblemente una información pertinente a los sujetos capaces de operar estas distinciones en inglés. Pero en el presente caso, esta conclusión parece demasiado fuerte. Así, en japonés o en coreano, por ejemplo, las relativas no determinativas pueden

¹⁰⁶ (24) (I) John, a quien le gustan las matemáticas, va al MIT.

(II) Las personas a las que les gustan las matemáticas tienen grandes probabilidades de obtener empleos.

(III) A John, que va al MIT, le gustan las matemáticas.

(IV) Las personas que van al MIT tienen grandes probabilidades de obtener empleos.

¹⁰⁷ (25) Las personas a las que les gustan las matemáticas que van al MIT tienen grandes probabilidades de obtener empleos.

¹⁰⁸ (26) John, a quien le gustan las matemáticas, que va al MIT, tiene grandes probabilidades de obtener un empleo.

“apilarse” y dar un análogo de (26) (no parece que estas lenguas distinguan los dos tipos de relativas). De ello se desprende que hemos de tratar de modificar nuestra proposición primera para explicar la propiedad del inglés que acabamos de señalar, y ello, quizá, en términos de algún otro rasgo de las lenguas en cuestión que determina si las relativas pueden o no ser amontonadas.

Nuestras inferencias anteriores, en la medida en que no son demostrativas, deben constituir el objeto del mismo tipo de verificación. La estructura que atribuimos a la capacidad de lenguaje genéticamente determinada ha de satisfacer dos condiciones empíricas: debe ser lo suficientemente rica y específica como para excluir casos efectivamente experimentados. La teoría de la “gramática universal” ha de situarse entre estas dos fronteras empíricas.

Cuando se adelanta una proposición particular relativa a la gramática universal, conviene someterla a este doble modo de verificación empírica. En principio, pueden realizarse ciertas comprobaciones directas; de esta manera, podríamos criar a una persona en un ambiente controlado, en el que la información relativa a la proposición en cuestión estuviera ausente, y a continuación observar si el comportamiento está conforme o no a la proposición. Evidentemente, tales experiencias están fuera de lugar. Una parte de la fascinación intelectual del estudio del lenguaje reside en que hemos de elaborar argumentos complejos para compensar el hecho de que la experimentación directa resulta casi siempre imposible. Esta limitación contingente no amenaza de ningún modo al estatuto empírico de los problemas suscitados, aunque afecte indiscutiblemente la credibilidad y la fuerza de las distintas teorías.

Quizá sería oportuno decir algunas palabras acerca de la verificación empírica de las gramáticas. En lo anteriormente expuesto, he basado mi argumentación en datos procedentes del inglés; por ejemplo, el hecho de que las interrogativas bien construidas sean las de (2) y no las de (3), el hecho de que (7 I) no constituya una paráfrasis de (6 I) (y, en realidad, no esté bien formada), y así sucesivamente. Estas observaciones no resultan de una experimentación minuciosa, aunque no haya ninguna objeción de principio en construir experiencias susceptibles de proporcionar observaciones de este tipo, cubriendo un amplio abanico de hechos verdaderamente interesantes. Naturalmente, toda proposición de experiencia debería satisfacer ciertas condiciones en cuanto a su adecuación. Supongamos que alguien construya un procedimiento experimental cuyo criterio operacional sea la “gramaticalidad” (well formedness), y que este procedimiento atribuya esta propiedad no a las formas de (2) sino de (3). Nosotros sabríamos que ha

construido una mala experiencia; su “criterio operativo” no es un criterio de gramaticalidad, aunque pueda serlo de otro tipo. Resulta fácil construir malas experiencias, que proporcionan resultados que no significan absolutamente nada. Construir experiencias que proporcionen datos útiles es mucho más complicado.

Por otro lado, lo que constituye un problema es que los datos experimentales se refieren necesariamente al comportamiento, a la ejecución, y de ahí que no incidan más que indirectamente en la naturaleza de la competencia lingüística –el conocimiento de la lengua- que no constituye más que uno de los factores de la ejecución. En realidad el problema no es particular al estudio del lenguaje. En física, en el conjunto de las ciencias de la naturaleza se plantea siempre el problema de determinar cómo se aplica una prueba experimental a teorías que comportan aspectos cruciales de construcciones intelectuales. Teniendo en cuenta las contingencias inevitables de la investigación racional, es evidente que no podemos concluir que los datos experimentales –en este caso estudios de ejecución- no son pertinentes con respecto a las teorías postuladas, y esta idea absurda no la he emitido nunca nadie, que yo sepa. Al contrario, tratamos constantemente de precisar el alcance de las observaciones frente a construcciones teóricas, tanto si estas observaciones provienen de la experimentación como de la introspección simplemente.

Esperamos en un futuro poder construir una teoría explicativa global de la ejecución que enuncie de manera precisa la interacción de los diferentes sistemas, entre ellos el conocimiento de la lengua (competencia lingüística, gramática). Las observaciones relativas a la ejecución que hacen referencia directa a este sistema de explicación y, por consiguiente, a los componentes que postula, aunque de modo indirecto. De momento, únicamente entrevemos lo que puede ser una teoría explicativa global y, por lo tanto, hemos de seguir examinando cuidadosamente las observaciones de la ejecución. Una vez más, hago hincapié en que siempre es así, tanto si las observaciones surgen de la introspección, como de la experimentación psicolingüística, de la neurofisiología o de cualquier otro campo: Dichas observaciones son todas ellas, en principio, de gran importancia e interés. No obstante, su alcance en las teorías de la estructura cognoscitiva raramente resulta nítido; por el contrario, a menudo se revela oscuro.

Estas observaciones generales, cuya evidencia debería quedar patente, se han hecho en el pasado. Sin embargo, lo que se ha propuesto sigue dando lugar a graves errores de interpretación. A este respecto, consideremos el artículo “Logic and the theory of mind” de C. Fleisher, C. F. Feldman y S. Toulmin. Feldman y Toulmin declaran que yo he abordado el “problema de las pruebas a fin de eliminarlo” y sostenido la “tesis extrema” de que “el

comportamiento relativo al lenguaje de los sujetos de laboratorio... no puede ni confirmar ni invalidar la "realidad psicológica" de las estructuras de la gramática chomskiana", considerando así "los datos observables relativos al comportamiento" como "prueba adecuada" en comparación con "intuiciones' de un locutor de origen" que constituyen el "único sustituto apropiado". Este modo de proceder, concluyen, "revoluciona las reglas fundamentales de la investigación científica". En realidad, ésta no es más que una concepción que siempre he refutado de modo harto explícito, precisamente por las razones que acabo de aducir.

Es absolutamente cierto que ninguna observación, tanto si proviene de la introspección como de la experimentación, puede confirmar ni invalidar las hipótesis de la teoría lingüística de modo decisivo. Por otra parte, también es cierto que los resultados experimentales han de satisfacer ciertas condiciones de compatibilidad con la intuición para que se pueda precisar su aportación. Así pues, no nos queda más que considerar una hipotética experiencia que clasificaría a (3) y no a (2) entre las frases gramaticales. Además, como ya he señalado repetidamente, conviene apreciar todas las observaciones con gran cuidado, teniendo en cuenta su pertinencia frente a hipótesis teóricas, y ello por las razones que hemos esbozado. Lejos de "revolucionar los fundamentos de la investigación científica", estas observaciones indican simplemente que la investigación del lenguaje es comparable a cualquier investigación no trivial en ciencias de la naturaleza, en la que siempre es necesario evaluar la aportación de datos experimentales frente a construcciones teóricas y, en especial, determinar en qué medida tales datos se hallan en estrecha relación con hipótesis que, en casos no triviales, exigen la intervención de distintas construcciones y abstracciones. El hecho de que la experimentación y la observación del comportamiento puedan proporcionar pruebas adecuadas, es una perogrullada que jamás he discutido y sobre la que he insistido varias veces.

He abordado sólo algunos ejemplos. En todo estudio de las propiedades particulares del conocimiento humano encontramos principios extremadamente específicos que se articulan estrechamente los unos con los otros, estructuras de una maravillosa complejidad y de notable finura. Como en el caso de los órganos físicos, parece imposible dar cuenta del carácter y del origen de las estructuras mentales de base en términos de interacción del organismo y del entorno. Los órganos mentales y los órganos físicos vienen, tanto unos como otros, determinados por propiedades típicas de la especie y genéticamente determinadas, aunque, en ambos casos, la interacción con el ambiente sea necesaria para desencadenar el desarrollo, y aunque esta interacción influya en las

estructuras que se desarrollan y las moldean. Nuestra ignorancia –que esperamos sea temporal- de los fundamentos físicos de las estructuras mentales obliga a limitarnos a una caracterización abstracta, pero nada nos permite suponer que el carácter y desarrollo de las estructuras físicas en juego sean fundamentalmente distintas del carácter y desarrollo de otros órganos físicos mejor conocidos, aunque una larga tradición haya supuesto tácitamente dicha diferencia.

¿Y qué ocurre con las otras capacidades y realizaciones cognoscitivas, por ejemplo, con el desarrollo de nuestro sistema de creencias “de sentido común” acerca del espacio físico y los objetos que contiene, acerca de la acción humana y la estructura de la personalidad, la naturaleza y la función de los objetos? E incluso, ¿qué ocurre con los principios, todavía ignorados, que subtienden lo que Peirce llamaba la “abducción”, es decir, los principios por los que los hombres construyen teorías científicas para explicar aquellos fenómenos que les intrigan? No veo razón alguna para dudar de que existen capacidades innatas de un alto grado de especificidad que determinan el desarrollo de las estructuras cognoscitivas, de las cuales algunas permanecen inconscientes, y más allá de los límites de la introspección, mientras que otras, de un tipo probablemente distinto, se enuncian explícitamente y se ponen a prueba. Nuestra ignorancia en este terreno es inmensa, pero no es imposible que los resultados de la investigación en campos cognoscitivos relativamente bien definidos, como el lenguaje, sugieran un modelo eficaz para una investigación más avanzada.

5.0 LAS HIPÓTESIS

A manera de hipótesis se afirma que para los no versados, la gramática y los símbolos hacen que las Matemáticas parezcan, más que un lenguaje universal, una barrera lingüística entre <<dos culturas>>. Las Matemáticas, ubicadas en la Estructura Superficial, deben reflejar el pensamiento matemático existente de un modo innato e identificado en la Estructura Profunda, sin embargo se afirma que esto no es así ya que en las escuelas se enfatiza una enseñanza orientada hacia las reglas y no a los significados. Los niños poseen un <<pensar matemático>> que produce un pensamiento matemático que se pierde en la escuela al transcurrir el tiempo. Este pensamiento matemático no se refiere exclusivamente a las llamadas Matemáticas elementales; los niños muestran un pensar matemático aún ante situaciones que presumiblemente son del dominio de las matemáticas superiores.

5.1 La existencia del lenguaje como órgano

Si el lenguaje es un órgano, las gramáticas constituyen en cierto modo sus mecanismos característicos. La ciencia lingüística, como ciencia de las gramáticas, pertenece de derecho a las ciencias que estudian los órganos: la Biología, de la que depende la ciencia de los órganos somáticos, y la Psicología, entendida como ciencia de los órganos mentales; porque, como salta a la vista, por más que el órgano de que se trata cuando se habla del lenguaje se parezca al máximo a lo que llamamos usualmente un órgano, se distingue, sin embargo de él en un punto: un órgano en el sentido usual de este término tiene en los seres vivos un soporte anatómico material; no obstante, si bien es cierto que es posible determinar “centros del lenguaje” en el cerebro, también es cierto que estos centros no se recomponen en un soporte extenso, especialmente continuo y solidario, claramente aislable por la anatomía. Desde este punto de vista, subsiste una diferencia; para captarla, se hablará de *órgano mental* por oposición a los órganos somáticos usuales. Asimismo, se hablará de órganos mentales a propósito de la memoria, de la atención, de las diversas partes que componen el sentido psíquico. Pero es difícil decir que, en su uso corriente, el término *órgano* no se aplica más a los órganos somáticos. Hablar de *órgano mental* es, pues, una extensión de noción.

Esto puede tener justificaciones de dos tipos; por un lado, una *analógica*: al generalizar a entidades no somáticas una noción inicialmente somática, hay quizás el deseo de extender al mismo tiempo los métodos que permitieron tratar los órganos somáticos. La proposición “el lenguaje es un órgano” vale entonces por las analogías que autoriza: en

síntesis, si se considera que en los pájaros las alas son órganos en el sentido usual, se construye una relación con las alas una serie de proposiciones: “las alas cumplen una función determinada”, “las alas tienen un lugar en la evolución”, etc.; evidentemente, todo órgano somático dará lugar a proposiciones de éste género. Siguiendo la analogía, se podrá y deberá, a propósito del lenguaje, construir proposiciones del mismo tipo: en rigor, toda proposición científica relativa a un órgano somático permitirá construir un esquema de proposición del que extraerá, a través de unas pocas transposiciones y modificaciones, una proposición concerniente al órgano mental considerado.

Por otra parte, la justificación puede ser o no analógica sino también *identificatoria*: al extender la noción de órgano, queda de manifiesto que la definición de la noción de órgano era hasta ahora insuficiente; al modificarla, se advierte que el lenguaje, la memoria, etc., no son solamente comparables a órganos (analogía), sino que son en verdad órganos (identificación). Esto supone evidentemente que se haya establecido una definición del órgano: definición que no conviene sino aquello que se quiere llamar órgano y que conviene a todo aquello que se quiere llamar órgano.

En particular, si el lenguaje es innato en el ser humano, la extensión al lenguaje matemático como un órgano tendrá las dos posibilidades: la somática y la psicológica, sólo que la parte analógica se orientaría hacia el modelado y la identificatoria hacia la gramática.

5.2 Identificación de las Matemáticas como Estructura Superficial y de la Matemática como Estructura Profunda

Si el lenguaje matemático es innato en el ser humano el componente sintáctico genera para cada afirmación matemática una estructura profunda y una superficial. La primera se verá como producto de las reglas básicas (relaciones sintácticas básicas y rasgos semánticos lexicales) e insumo del componente semántico y la segunda, como producto de las reglas transformacionales (orden final de las palabras y rasgos fonológicos lexicales) e insumo del componente fonológico. En este sentido, el conjunto de grafías reconocidas como matemáticas se identificarían como la estructura superficial, el significado de cada proposición y su asignación de verdad como la estructura profunda y la estructura matemática como las reglas de transformación.

5.3 Manifestaciones en niños

Evidenciar la validez de las anteriores hipótesis depende de la capacidad de observar el lenguaje matemático desde la óptica de ambas estructuras: la superficial y la profunda. Para esto se afirma que en las escuelas, la enseñanza sólo se enfoca hacia la estructura superficial y que el aprendizaje se mide en términos de ésta. La estructura profunda relacionada con el pensamiento matemático se manifiesta sólo en niños y se va diluyendo al transcurrir el tiempo y el paso por la escuela, hasta privilegiar la estructura superficial. En estudiantes de cursos de matemáticas en el ciclo medio superior y superior la estructura profunda se manifiesta sólo en las situaciones matemáticas que no dependen de las gráficas matemáticas que les proporciona el medio escolar como estructura superficial, por lo que las zonas cerebrales implicadas sólo se activan en contadas ocasiones

6.0 LOS OBJETIVOS

El propósito principal de este trabajo es la búsqueda de testimonios que validen la teoría de Chomsky, en términos de un supuesto órgano lingüístico, del innatismo y las estructuras profunda y superficial, en el contexto del lenguaje matemático. Esta búsqueda se orientará hacia:

- La indagación de evidencias neurofuncionales de existencia matemática en el cerebro.
- Argumentación de que las Matemáticas son un lenguaje.
- Análisis de las argumentaciones en la abadía de Royaumont.
- Diseño de actividades matemáticas que sirvan como un recurso experimental que permita validar las afirmaciones chomskianas.

En relación con el propósito principal de este trabajo, es pertinente hacer algunas aclaraciones. La teoría de Chomsky se refiere al lenguaje como objeto de la lingüística y su intención es hacer de ésta una ciencia. La lingüística para él no es el uso del lenguaje, ni reflexiones informales acerca de la lengua, es el estudio de la misma. Chomsky rechaza la visión de la lingüística como un campo que sirve a otras áreas proporcionándoles clasificaciones y terminologías. En el pensamiento de Chomsky, la ciencia se distingue de otras actividades humanas en el hecho de que busca las explicaciones de los fenómenos. En esta búsqueda el lingüista toma a la Física moderna como un modelo de ciencia que ha logrado grandes explicaciones y trata de seguir el método galileano aplicándolo al estudio del lenguaje.

En estos contextos, Chomsky se hace preguntas cuya respuesta dan como resultado su teoría: ¿Qué es lo que debe explicar la Lingüística?, ¿Cuál es el conocimiento que está presente en la mente de la persona que habla inglés, español o japonés? Las respuestas a estas preguntas están dadas en la *Gramática Generativa*, la teoría del lenguaje que Chomsky viene desarrollando desde los años 50, y que concierne al estado mental de una persona que conoce una lengua en particular.

La siguiente pregunta que preocupa a Chomsky es: ¿Cómo surge en la mente el sistema de conocimiento? La respuesta a esta pregunta se encuentra en la *Gramática Universal* (GU), el último desarrollo de la gramática Generativa que intenta explicar cómo el niño adquiere el lenguaje. Según Chomsky, el cerebro humano tiene una facultad innata para el lenguaje y parte de este don biológico constituye un sistema de principios que es común a todas las lenguas.

Así, se puede apreciar que en los años 50 nace la primera versión de la *Gramática Generativa*, en los años 60 Chomsky elaboró la llamada *Teoría Estándar*, en los años 70 la modifica para llegar a la *Teoría Estándar Extendida*. Los años 80 ven una vuelta drástica y, tal vez, inesperada en el pensamiento chomskiano y surge la *GU* que, llegando a los 90, toma la forma de *Programa Minimalista*. En esta última versión de su teoría (1999), Chomsky trata de dar explicación de los fenómenos lingüísticos de la manera más sencilla posible usando el criterio de “economía” al máximo.

En ninguno de sus trabajos Chomsky hace referencia específica de otros tipos de lenguaje como el de la música o el de las matemáticas, aunque hay algunos esbozos de éste en el debate de Roycaumont y en su texto del 2000¹⁰⁹, de ahí que afirmar que en este trabajo se intenta validar la Teoría Lingüística de Chomsky en el contexto de las Matemáticas como lenguaje, es una arrogancia porque habría que indagar las relaciones desde todos los aspectos de la teoría, pero vale la pena intentarlo desde los principales, haciéndose las siguientes preguntas: ¿Si el lenguaje es un órgano psicosomático en qué parte del cerebro reside y cómo se verifica su existencia?, ¿En qué sentido se dice que las Matemáticas son un lenguaje y cuáles serían sus roles como medio de expresión y comunicación?, ¿Cuál es la aportación del debate Chomsky-Piaget en la relación lenguaje-aprendizaje de las Matemáticas? Y, por último, ¿Es posible diseñar actividades experimentales que inclinen la balanza hacia la postura de Chomsky? El objetivo principal de este trabajo se diseñó con el propósito de contestar estas preguntas.

¹⁰⁹ Chomsky, Noam. *New Horizons in the Study of Language and Mind*. Cambridge. 2000.

7.0 LA METODOLOGÍA

La estrategia seguida para la indagación se compone de tres partes: en una se exhiben resultados científicos que evidencian la existencia de lenguaje matemático en el cerebro tomados de la literatura especializada y de la observación directa, en el Centro Nacional de Rehabilitación de la SSA, de imágenes cerebrales en plena actividad matemática.

La segunda parte consistió en los análisis de los documentos directos de Chomsky, por un lado, y del debate en la abadía, por otro y, por último, la tercera parte muestra los resultados de algunos experimentos basados en el diseño de actividades que permitieran observar la veracidad de las afirmaciones de Chomsky. En esta parte experimental se exhiben, también, dos experimentos diseñados y realizados por Piaget y se intenta una explicación en términos chomskyanos.

7.1 Evidencias neurofuncionales de la existencia matemática en el cerebro.

En 1954, en pleno auge del constructivismo de Piaget, Tobías Dantzing¹¹⁰ escribió: *“El ser humano, aún en sus estados primarios de desarrollo, posee una facultad la cual, por no encontrar un nombre mejor, llamaré Sentido Numérico. Esta facultad le permite reconocer que algo ha cambiado en una colección pequeña cuando, sin su conocimiento directo, un objeto ha sido eliminado o agregado a la colección”*.

Este punto de vista que proclama la existencia de facultades cognoscitivas innatas en el cerebro humano, se encuentra coincidente con Chomsky y en abierta contradicción con la tesis sustentada por Piaget según la cual el cerebro humano, partiendo de cero, construye todas sus estructuras cognoscitivas por medio de un proceso dialéctico de interacción con el mundo circundante. Este proceso se llevaría a cabo a partir del mismo momento del nacimiento, a lo largo de distintas etapas claramente diferenciadas. De acuerdo a esta teoría, el concepto de número no comienza a formarse en el cerebro del niño antes de los cuatro o cinco años. Cabe entonces preguntarse: ¿Cuál de estos dos planteamientos se ajusta mejor a la realidad? Stanislas Dehaene, un matemático convertido en neuropsicólogo, da su respuesta a esta interrogante¹¹¹. A partir de un análisis amplio y detallado de experimentos recientes en el campo de la neurología, Dehaene apoya el punto de vista de Chomsky y Tobías Dantzing y señala que por lo menos este aspecto del constructivismo de Piaget está equivocado. Dehaene sustenta la tesis de que ciertas facultades numéricas se encuentran genéticamente impresas en nuestro cerebro las

¹¹⁰ Dantzing, T. Number: The Language of Science. New York. The Free Press. 1954

¹¹¹ Stanislas Dehaene. The Number Sense: How the mind Creates Mathematics. Oxford 2003

cuales, como nuestra facultad para distinguir colores, son el resultado de un proceso evolutivo de adaptación por selección natural. Este sentido numérico es el punto de partida para la construcción de un “*órgano cerebral*” dedicado a la representación aproximada y geométrica de los conceptos numéricos, el cual sirve de base intuitiva para la adquisición y manipulación de las nociones aritméticas elementales.

Dehaene aborda algunas de las consecuencias que estos hallazgos tienen en la pedagogía, práctica y filosofía de la matemática. En lo pedagógico se validan los métodos de enseñanza que parten de la formulación de ejemplos concretos, con la finalidad de estimular el razonamiento intuitivo del niño, para construir progresivamente los conceptos abstractos. Este proceso no es muy distinto al que se lleva a cabo durante la invención matemática, en donde la participación del razonamiento intuitivo ha sido ampliamente documentada.

En el terreno filosófico Dehaene busca una conciliación entre Platonismo e Intuicionismo a partir de una visión semi empírica de la actividad matemática que se enmarca en su concepción evolucionista del proceso de conocimiento.

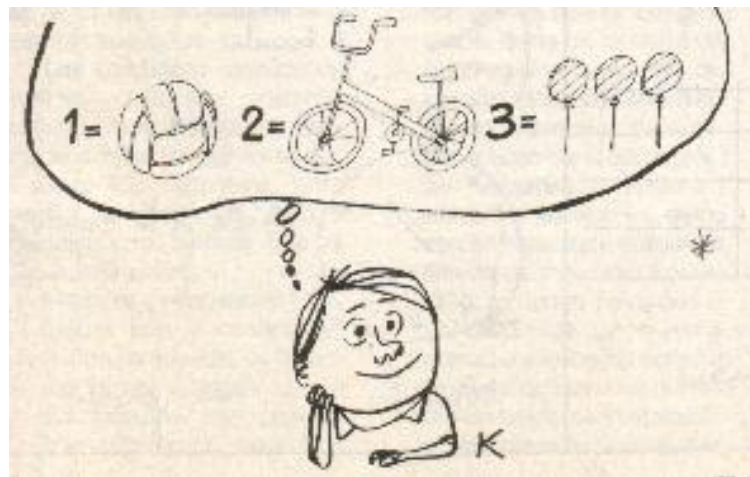


Fig.67 Un modo de que el niño tenga contacto con los recursos intuitivos es fundamentando los conocimientos matemáticos, en situaciones concretas.

Los experimentos neurocientíficos llevados a cabo por Dehaene sustentan la tesis de que en el dominio de la aritmética elemental nuestro cerebro utiliza al menos dos formatos para representar los números. Un formato simbólico, sustentado en nuestras facultades de lenguaje, para la manipulación exacta de signos y algoritmos numéricos; y un tipo de representación independiente del lenguaje, localizado en los circuitos del cerebro asociados con lo visual y espacial, que es usado para el calculo aproximado de

cantidades numéricas. Nuestras habilidades en aritmética elemental serían el resultado de una integración dinámica de estos dos tipos de representación.



Fig.68 Mapa cerebral obtenido con técnicas de imagenología que permite visualizar las áreas implicadas en distintos procesos mentales, incluyendo funciones matemáticas.

John Von Neuman¹¹² se había adelantado a estos descubrimientos con una visión acertada del cerebro humano como una máquina mixta análogo-digital: “...los procesos que se llevan a cabo a través del sistema nervioso podrían, como lo he señalado antes, cambiar su carácter de digital a analógico y de regreso a digital, etc., repetidamente. Los pulsos nerviosos, es decir la parte digital del mecanismo, podrían controlar una parte de tales procesos, por ejemplo la contracción de un cierto músculo o la secreción de una sustancia química específica. Estos son fenómenos pertenecientes a la clase analógica, pero podría ser el origen de una cadena de impulsos nerviosos que se originan al ser estos percibidos por los receptores internos adecuados”

¹¹² Von Neumann, J. The Computer and the Brain. New Haven, CT: Yale University Press. (1958).

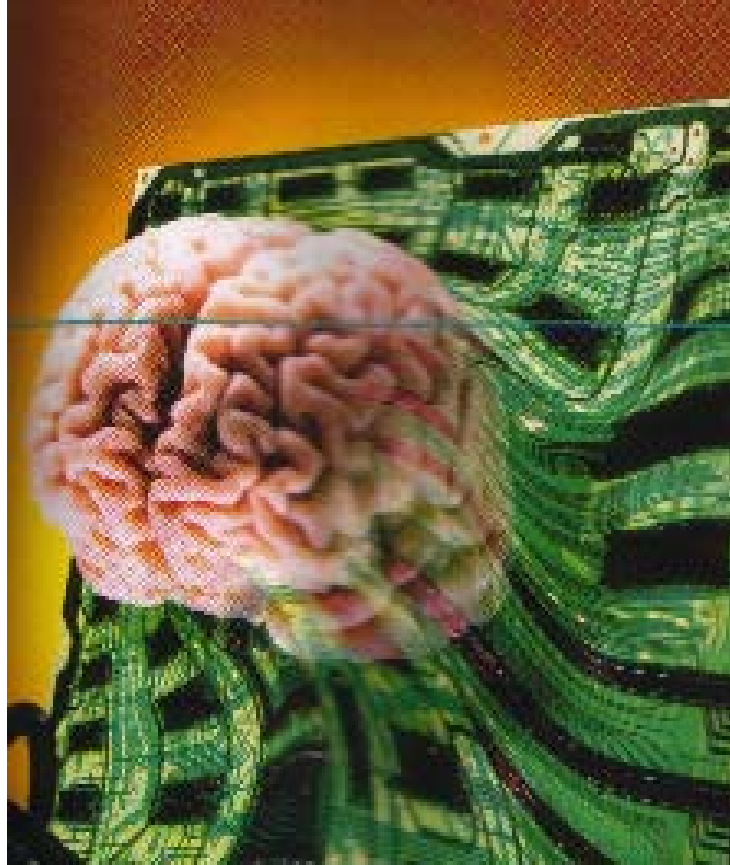


Fig.69 Enfoque de Von Newman, del cerebro visto como una máquina analógico-digital

La representación de tipo simbólico, al estar sustentada en el lenguaje, es propia de la especie humana y pareciera pertenecer principalmente al dominio de la mente consciente. La representación analógica podría estar relacionada con las facultades numéricas que se observan en los recién nacidos y en algunos animales, está ubicada en el plano inconsciente y parece servir de soporte intuitivo a la representación simbólica.

A partir de la descripción de algunos experimentos ingeniosos, Dehaene distingue los siguientes estadios en el desarrollo del sentido numérico del niño:

1. Los recién nacidos rápidamente distinguen dos objetos de tres y quizás tres de cuatro, mientras que sus oídos notan la diferencia entre dos y tres sonidos.
2. Los bebés de al menos seis meses de edad son capaces de reconocer números pequeños de objetos o sonidos y combinarlos en operaciones elementales de sumas y restas.

3. A los quince meses los bebés empiezan a seleccionar espontáneamente el mayor entre dos conjuntos de juguetes, mostrando los primeros rudimentos de comparación numérica.

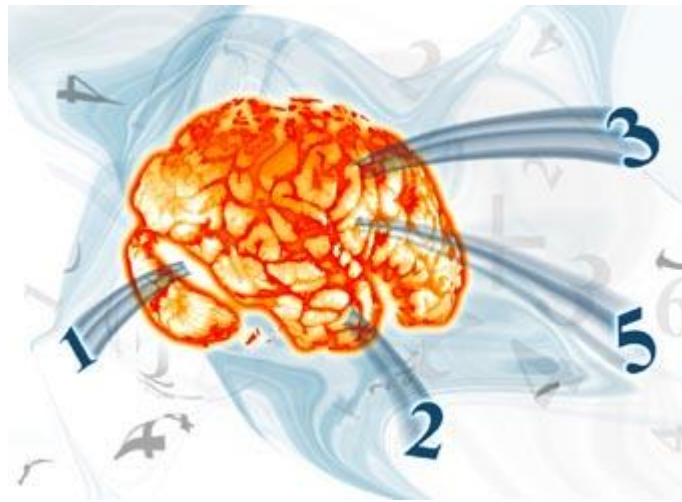


Fig.70 El Sentido Numérico es innato y a partir de él se identifican los tres estadios en el desarrollo numérico del niño.

Estos son solamente los primeros pasos en la construcción de un “órgano cerebral”, ubicado en el lóbulo parietal inferior de nuestro cerebro, que Dehaene llama de manera metafórica “acumulador numérico”. Esta metáfora sirve para significar la naturaleza analógica y no digital de la representación numérica primitiva que se encuentra en nuestros cerebros. Se caracteriza por un tipo de codificación aproximada, más parecida a una balanza mecánica que a un reloj digital.



Fig.71 Funciones de las áreas orbito- frontal y prefrontal en la solución de situaciones matemáticas

Dehaene destaca dos características básicas en nuestra representación numérica primitiva que permiten sustentar su tesis del acumulador numérico. La primera, llamada “*Efecto de la distancia*”, se manifiesta experimentalmente en un aumento considerable del

tiempo, medido en milisegundos, que tomamos para comparar dos números en la medida que los números son mas cercanos. Por ejemplo, en uno de los experimentos documentados llevados a cabo en adultos se observa de manera sistemática que se toma mas tiempo en decidir que 71 es mas grande que 65 que la misma decisión entre 79 y 65. Esta discrepancia no podría ser explicada satisfactoriamente si nuestra representación numérica instintiva fuera de tipo digital. No es difícil imaginar que cualquier algoritmo numérico implementado en una calculadora digital tardaría esencialmente el mismo tiempo, por pequeño que este sea, en procesar ambos problemas.

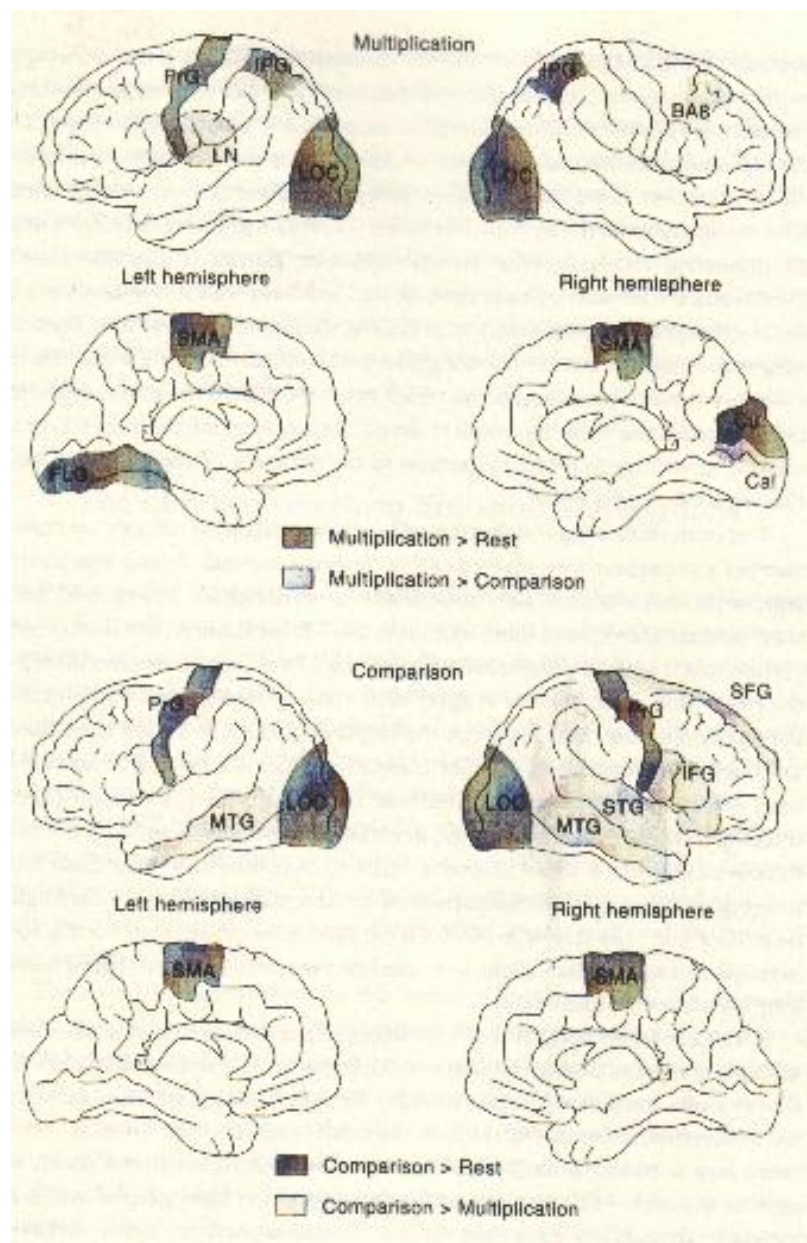


Fig.72 La Tomografía por Emisión de Positrones revela amplias redes de áreas cerebrales cuyo flujo sanguíneo cambia cuando, sujetos en estado de reposo con los ojos cerrados, multiplican pares de dígitos o cuando los comparan.

Las neurociencias y las nuevas tecnologías para la obtención de imágenes del cerebro han aunado esfuerzos para localizar las áreas que se ponen en juego dentro de la masa gris a la hora de pensar en números. Estudiando el tiempo que se invierte en la comparación de dos cifras, se ha descubierto que nuestro cerebro¹¹³ examina los dígitos arábigos según una representación interna de las cantidades que se produce sobre todo en la región parietal inferior. Pero, según qué operación se realice con dichos números, se activará esta región en uno u otro hemisferio y se estimularán otras partes del cerebro.

¹¹³ Thatcher, R., Hallet, M., Functional Neuroimaging. Academic Press. New York. 2002.

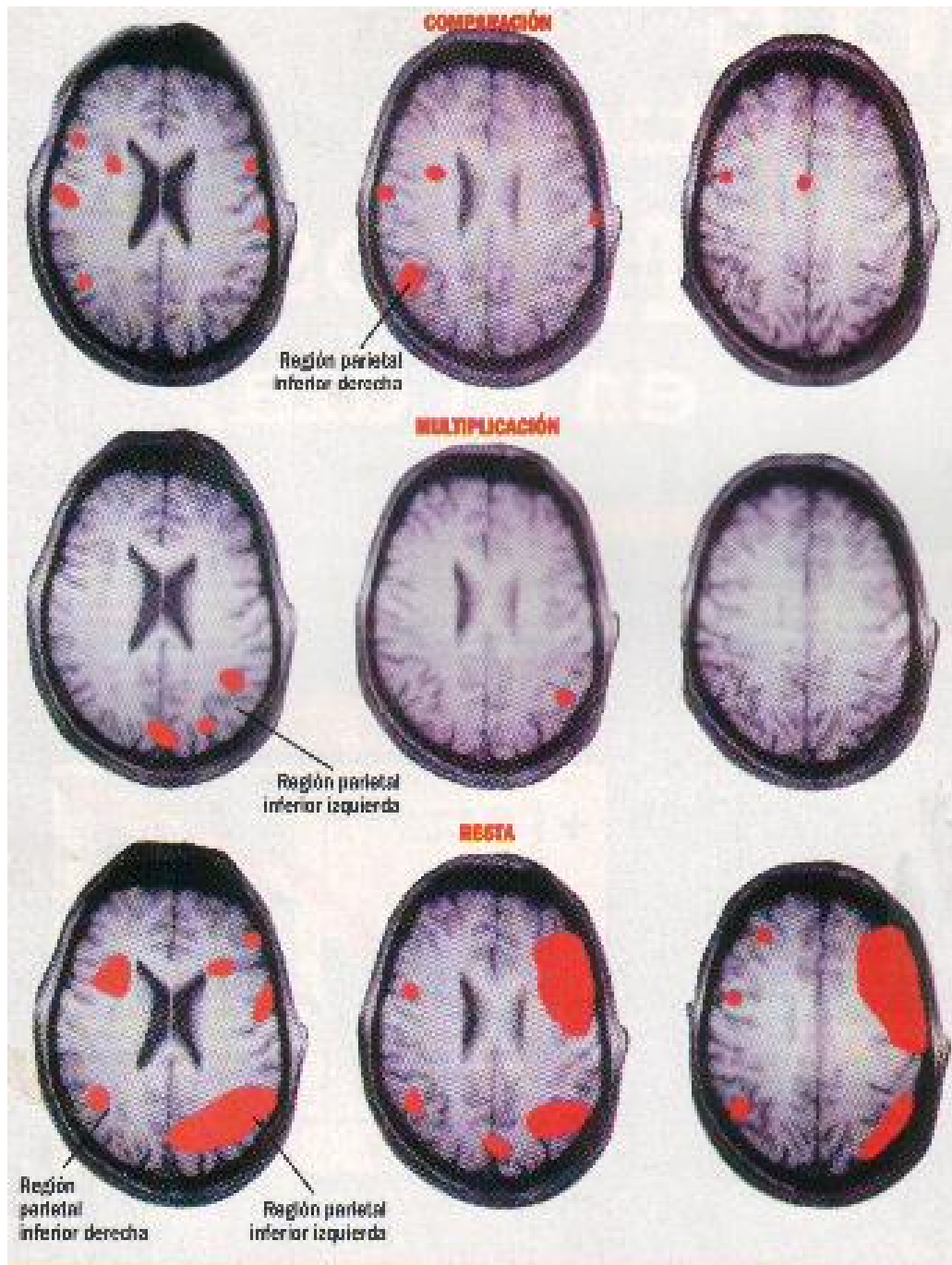


Fig.73 En rojo aparecen las áreas que se activan en ambos hemisferios en tres fases de la realización de diferentes operaciones matemáticas. En la fila superior, comparación para determinar qué número de una pareja es mayor. En la central, multiplicación por tres de varias cifras y en la inferior, cuando el sujeto resta 11 de una secuencia de números.

La lectura de los números se ejecuta al 100 % en el hemisferio izquierdo y el cálculo mental, en un 94 %. Otras operaciones como la comparación de dos cantidades, exigen un esfuerzo apenas mayor al hemisferio izquierdo que al derecho. Por último, el reconocimiento visual y la designación de cifras requieren idéntica actividad en ambos. Con la tecnología de imágenes ha sido posible dibujar una cartografía completa de nuestra relación con los dígitos. El reconocimiento visual de los mismos activa la región occisito-temporal ventral en ambos hemisferios. Las cantidades que corresponden a cada

número se representan mentalmente en el área parietal inferior también de las dos mitades. Para memorizar los resultados de una operación se pone en marcha la corteza prefrontal.

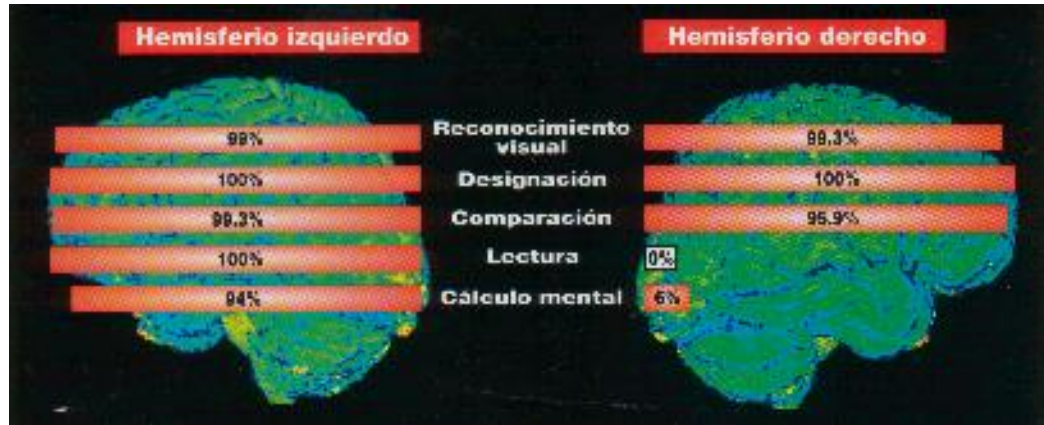


Fig.74 En esta gráfica se muestra la actividad de ambos hemisferios cerebrales en relación con las Matemáticas. El reconocimiento visual de los números, la designación de una cantidad a cada uno y la comparación entre cantidades se realiza en las dos partes del cerebro por igual. Sin embargo, a la hora de leer un número en voz alta o de realizar operaciones de cálculo mental sólo se activa el hemisferio izquierdo.

Pero no solo se sabe dónde se producen las experiencias matemáticas, sino que se sabe cuánto duran. Utilizando las tecnologías de neuroimagen y de electroencefalografía, un equipo del centro hospitalario de Frédéric-Joliot, en Orsay, ha determinado los siguientes tiempos de reacción media en el ser humano:

- Reconocimiento de números arábigos: 150 milisegundos.
- Reconocimiento de la expresión léxica del número: 150 milisegundos.
- Comparación entre dos números: 190 milisegundos
- Tiempo de respuesta cuando se pide a un voluntario que elija la mayor entre dos cifras: 330 milisegundos.
- Corrección de errores: 470 milisegundos.

En cualquier caso, siempre se tiene en cuenta el llamado efecto de distancia, un fenómeno que afecta a los animales y humanos de cualquier edad y cultura. A medida que las cifras aumentan de tamaño, el tiempo de respuesta ante determinadas operaciones sencillas también crece. Por ejemplo, los voluntarios suelen tardar mucho menos en decidir qué cifra es mayor si se les presenta un 7 y un 9 que si se hace el experimento con un 37 y un 39, aunque la distancia en ambos casos sea dos.

Al parecer existen varias similitudes entre los procesos de adquisición numérica humano y animal. En ambos casos, la capacidad de operación se hace más imprecisa cuantos mayores son los números con los que se trabaja. Así, somos más lentos al hacer la suma

4+5, que la suma 2+3. La otra característica, llamada “Efecto de magnitud”, es similar a la anterior pero está asociada con el tamaño de los números a comparar: para distancias iguales entre los numerales, el desempeño decrece en la medida que los números a comparar se hacen más grandes.

Progresivamente, a partir del análisis cuidadoso de numerosos experimentos conducidos en animales, niños y adultos, Dehaene hace surgir la semblanza del órgano en nuestro cerebro que se especializa en el procesamiento numérico intuitivo:

1. Sus características lo conectan inequívocamente con las habilidades proto-numéricas que se encuentran en los animales y niños.
2. Sirve de soporte para nuestra representación numérica simbólica. Cada vez que al cerebro adulto se le presenta un numeral, rápidamente lo convierte en una magnitud analógica interna que preserva las relaciones de proximidad entre cantidades.
3. Puede codificar con bastante precisión conjuntos cuya cantidad no exceda 3.
4. Tiende a confundir números en la medida en que se hagan más grandes y cercanos.
5. También tiende a asociar a las cantidades numéricas con un mapa espacial, legitimando así la metáfora mental de la línea numérica orientada en el espacio. Debido a la observación 4) esta línea numérica pareciera estar codificada en una escala logarítmica.

Las implicaciones pedagógicas de estos descubrimientos son enormes. Ponen en evidencia la existencia de un mecanismo bidireccional en el aprendizaje de las matemáticas que se mueve entre los niveles de la mente consciente e inconsciente. Al nivel de la mente consciente el niño codifica los conceptos aritméticos a través del uso del lenguaje simbólico y la memorización de algoritmos numéricos. Sin embargo existe un substrato, ubicado en la profundidad de la mente inconsciente, en donde se encuentran representadas nuestras facultades protonuméricas. Este acumulador numérico primitivo soporta la adquisición de las primeras nociones numéricas elementales. Permite que su asimilación se realice con naturalidad, al tiempo que los nuevos conceptos se van filtrando desde la mente consciente hacia el subconsciente. Una vez que estos conocimientos son codificados en el ámbito intuitivo pueden servir a su vez de apoyo para la adquisición de otros conceptos, en un proceso dinámico, complejo y estimulante que permite la adquisición progresiva de los conocimientos matemáticos.

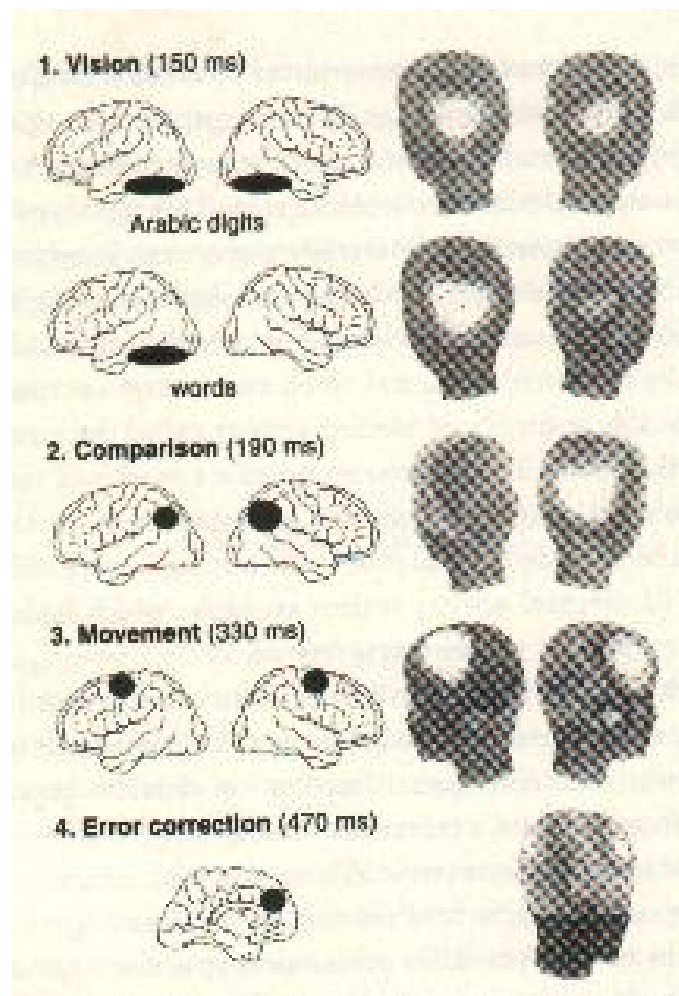


Fig.75 Sucesión de activaciones cerebrales durante una comparación numérica reconstruida con técnicas electroencefalográficas. En este experimento, unos voluntarios presionaban botones con la mano izquierda o la derecha tan rápido como podían, para indicar si los números que oían eran menores o mayores a cinco. Al final se identificaron cuatro procesos: 1) identificación visual de dígitos arábigos o palabras de números, 2) Representación de la cantidad correspondiente y la comparación con lo que se tiene memorizado como referencia, 3) Programación y ejecución de la respuesta manual y, 4) Corrección de errores ocasionales.

Es lamentable que con el tipo de educación que comúnmente reciben los niños en el ámbito escolar, en donde se hace demasiado énfasis en los conceptos abstractos y la memorización rutinaria de tablas y algoritmos numéricos, se pierda la continuidad de este proceso. Se estanca el desarrollo del substrato numérico instintivo y con ello se derrumba el soporte intuitivo para la adquisición de los nuevos conceptos. Esto trae consigo la pérdida de motivación por parte del niño, al hacerse cada vez más difícil y tediosa la memorización de los conocimientos.

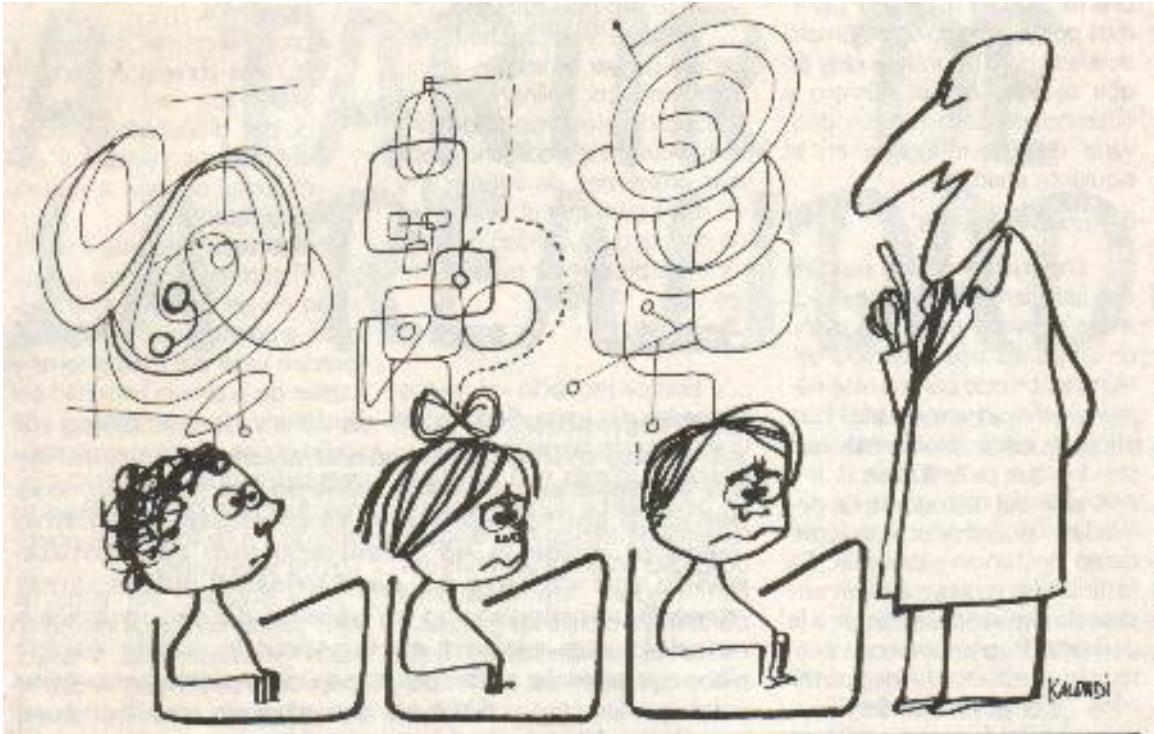


Fig.76 El hacer demasiado énfasis en la abstracción y la memorización de técnicas y procedimientos provoca un estancamiento en el desarrollo del substrato numérico instintivo del niño.

Dehaene expresa su adherencia a este punto de vista y aboga por la necesidad de propiciar un tipo de enseñanza que busque generar una respuesta profunda en el niño, que le permita tomar contacto con sus recursos intuitivos. Propone que se debe tratar de fundamentar los conocimientos matemáticos en situaciones concretas, con la ayuda de recursos gráficos y geométricos, en vez del uso exagerado de conceptos abstractos. En breve, dice Dehaene, debemos ayudarlos a que construyan un repertorio rico de “modelos mentales” en aritmética.

Este proceso se puede extrapolar y aplicar en los distintos niveles de la enseñanza, aprendizaje y práctica de la matemática. Ha sido ampliamente documentado por Hadamard¹¹⁴ que al menos una porción significativa del proceso de invención en matemática se lleva a cabo con la participación de facultades inmersas en el dominio de la mente inconsciente. Después de analizar los resultados de las entrevistas realizadas a un grupo selecto de investigadores, Hadamard concluye que durante los períodos críticos de actividad creativa la mayoría de ellos evitan no solo el uso de palabras mentales sino también el uso de signos mentales de tipo algebraico u otra forma de simbología precisa. Típicamente sustentan sus exploraciones con un lenguaje de imágenes vagas, sonidos y

¹¹⁴ Hadamard, J. *The Mathematicians Mind: The Psychology of Invention in the Mathematical Field*. Princeton Science Library. Princeton University Press, Princeton, New Jersey. (1995).

hasta de movimientos musculares. Los experimentos presentados por Dehaene sustentan fehacientemente algunas de estas evidencias, sobre todo las que se ubican en el dominio de la actividad mental pre-consciente, con una participación casi simultánea de los dominios consciente e inconsciente. Por otra parte en cuanto al proceso conocido como incubación, en donde se supone que por largos períodos la actividad creativa se realiza de manera independiente por el inconsciente, las investigaciones presentadas por Dehaene no aportan ningún sustento experimental por eso, en este estudio, se sugieren algunos ensayos experimentales que pueden evidenciar estos periodos de incubación que, por otro lado, con las técnicas modernas de imagen cerebral, se han podido detectar e interpretar las trazas psicológicas de este tipo de actividad inconsciente.



Fig.77 Durante los periodos críticos de actividad creativa, se evita el uso de palabras y signos mentales u otra forma de simbología precisa.

El cerebro está dividido en dos mitades conectadas por puentes de neuronas que reciben el nombre de *Comisuras*. Se ha hablado de los hemisferios cerebrales: el derecho mueve el lado izquierdo del organismo; el izquierdo controla el lado derecho. Por otro lado, las dos mitades regulan aspectos extraordinariamente diferentes del pensamiento y de la acción. El cerebro diestro predomina en las acciones visuales y motoras, mientras que el que el izquierdo sobresale en las tareas del lenguaje. Las estructuras del córtex también realizan tareas muy concretas. El lóbulo occipital, en la parte trasera del cráneo, contiene el área visual primaria; los lóbulos temporales, que están situados por encima del oído a ambos lados de la cabeza, comprenden las áreas las áreas auditivas primarias, y su estimulación eléctrica causa extravagantes fantasías y sensaciones; los lóbulos parietales,

situados en la parte superior del cerebro, rigen las acciones motrices; y los lóbulos frontales, que ocupan la parte delantera del cerebro, controlan la conciencia y otras funciones esenciales de la mente. Por ejemplo, en el córtex frontal se gestan y procesan las operaciones matemáticas.

Stanislas Dehaene y sus colegas en el hospital Frédéric-Joliot, en Orsay Francia, han descubierto con la ayuda de la resonancia magnética qué regiones del cerebro intervienen en el tratamiento aritmético. Así, el reconocimiento visual de un número activa la región occipito-temporal, en el lado izquierdo, en el lado izquierdo en el caso de los números escritos con letras y en ambos hemisferios en el caso de cifras arábicas. El reconocimiento y la producción de palabras habladas ponen en acción la denominada región Perisilviana del hemisferio izquierdo, y las cantidades numéricas se representan en los lóbulos parietales. Por último, interviene la corteza prefrontal, que tiene el cometido de memorizar los resultados intermedios y controlar las estrategias puestas en juego en las regiones posteriores.

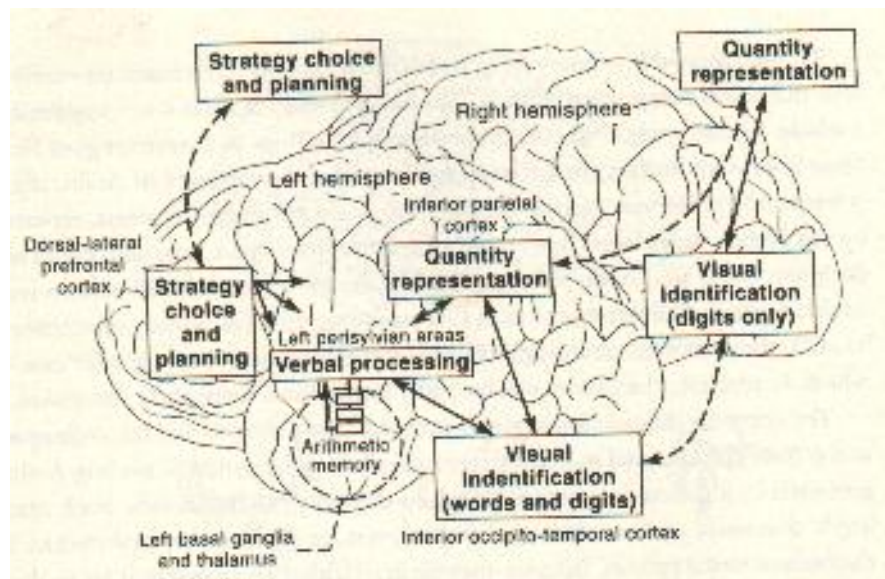


Fig.78 Diagrama de áreas cerebrales involucradas en el proceso numérico. Ambos hemisferios pueden manipular numerales arábicos y cantidades numéricas, pero sólo el hemisferio izquierdo tiene acceso a la representación lingüística de numerales y a la memoria verbal de tablas aritméticas.

Pero la Matemática, con su elegante representación, aparece sugiriendo una gran cantidad de apariencias como números, cálculos, grafos, pronósticos, patrones, estructuras, diagramas y otras, que parecen esconder un fondo oscuro. ¿Pero cómo es posible que los comprendamos? ¿Qué misteriosos mecanismos cerebrales permiten que un simple palote (el 1), un aro (el 0) o una trenza (el 8) cobren un sentido en la mente y nos lleguen a evocar tantas cosas? Si las afirmaciones de Chomsky tiene sentido, el

cerebro está equipado desde el nacimiento con un exclusivo sentido matemático. Percibir los números es una cualidad innata tan natural como la ecolocación de los delfines o el canto en ciertas aves. Así, los conceptos básicos de las Matemáticas, tales como los números, las operaciones, las distancias o el cálculo, no son una creación cultural sino que responden a una arquitectura especial de nuestro cerebro.

Los científicos encargados de descubrir qué partes de la arquitectura del cerebro son responsables del pensar matemático, opinan que los números son como el color. Se sabe que el color no existe como tal en el mundo físico sino que es una construcción subjetiva de nuestro cerebro, según este interpreta las diferentes longitudes de onda en las que le llega la luz reflejada por los objetos. Pero esta creación es muy útil para detectar alimentos en mal estado, reconocer a los enemigos o camuflarse. Con los números podría suceder algo similar. Efectivamente, hay varias pistas que conducen a las neurociencias a la conclusión de que el sentido numérico es biológico; por ejemplo, la evidencia de que los animales también gozan de él, pero otra forma de indagar en los orígenes biológicos de la capacidad de cálculo es estudiar su desarrollo en los niños. Antes de adquirir el lenguaje, el pequeño ya sabe distinguir los números, puede diferenciar cuándo una caja tiene muchos juguetes y cuándo tiene pocos e incluso hace sumas y restas elementales. A la edad de 5 meses, cuando se le esconde un juguete al niño debajo de la almohada y luego se introduce otro juguete, él espera encontrarse dos. Para llegar a esta conclusión, se ha medido¹¹⁵ la velocidad del movimiento de los ojos de los bebés a los que se les escondían objetos tras una pantalla. Cuando, al levantar la pantalla, los niños encontraban una cantidad distinta a la esperada, su movimiento ocular expresaba mayor grado de sorpresa. Otra área de investigación neurológica sobre la capacidad matemática es el estudio de cerebros dañados por un accidente o por una malformación. Algunos pacientes con lesiones intensas en el hemisferio izquierdo muestran grandes dificultades para la práctica matemática. Jordan Grafman, del Instituto Nacional de Salud en Bethesda, E. U., ha estudiado el caso de un excombatiente en Vietnam que había sufrido la pérdida casi completa de su hemisferio izquierdo tras un disparo en la cabeza. El enfermo leía y escribía con dificultad pero tenía capacidad para comparar números de 1 y 2 dígitos. Es decir, comprendía las cantidades asociadas a las cifras aunque apenas podía hacer sumas más complicadas que $2+2$.

En otros casos aún más dramáticos los pacientes son capaces de comprender los números en voz alta e incluso identificar cuál es el mayor y cuál el menor, pero no pueden

¹¹⁵ Antell, S. y D. Keating. Perception of numerical invariance in neonates. Child Development 54 pp. 1994

hacer ninguna operación con ellos. Dicen con seguridad que $2+2$ son 3, aunque sí se dan cuenta que $2+2$ no es igual a 9. Cuando se les pregunta cuántos huevos hay en una docena, responden 8 o 10.

Estos casos parecen demostrar que la habilidad matemática reside en partes distintas del cerebro y que es la correcta conjunción de todas las piezas la que nos permite comprender los números, identificarlos, compararlos y hacer operaciones con ellos.

La evidencia de que la capacidad matemática presenta un origen biológico puede tener grandes repercusiones en la sociedad. Una de las más cruciales sería llegar a comprender por qué unos niños desarrollan un gran talento para la aritmética y otros, la mayoría, permanecemos inmaduros toda la vida.

La clave puede estar en la adquisición de un “lenguaje de los números”. Por ejemplo, es sabido que los niños chinos encuentran entre los que mejores resultados obtienen en matemáticas. La razón podría residir en que su idioma ofrece una sintaxis mucho más sencilla para los números. Donde nosotros decimos trece, catorce o quince, ellos dicen diez-tres, diez-cuatro, diez-cinco... Tiene que aprender menos palabras, lo que aumenta su velocidad de aprendizaje. Los dígitos no solo se identifican con su expresión léxica, sino que incluso pueden llegar a tener forma, posición en el espacio y hasta color. Según un estudio en el SAM¹¹⁶, cada uno de nosotros generamos nuestra propia representación de las cifras. Las sucesiones de números aparecen en nuestra mente como líneas, escaleras, curvas sinuosas o redes.

Hay una evidencia de la existencia innata de capacidades matemáticas. A los tres años de edad, una niña autista llamada Nadia, tomó una pluma y empezó a dibujar. No a hacer garabatos: a dibujar. Sin entrenamiento, creaba de memoria bocetos de caballos a galope que sólo un adulto podría igualar. A diferencia de la mayoría de las personas dibujaría un caballo, comenzando por el contorno, Nadia comenzaba por detalles al azar y luego trazaba líneas firmes que conectaban estos rasgos, y cuando lo hacía siempre estaban en el punto correcto con relación al resto. La capacidad de un genio autista (conocido como savants) tiene muchas aristas. El caso más famoso es el de un hombre llamado Joseph que podía responder inmediatamente a preguntas como: ¿Qué número multiplicado por otro número da 1, 234, 567,890? La respuesta es 137, 174,210 x 9 y la daba de un modo inmediato. La mayoría de los investigadores han ofrecido una explicación simple de estos raros dones: aprendizaje convulsivo. Pero Allan Zinder, director del centro para la Mente

¹¹⁶ Gevins A., Cuttito C., Dourousseau D., and et. High-Resolution Evoked Potential Technology for Imaging Neural Networks of Cognition. EEG Systems Laboratory & SAM Technology, San Francisco, Cal 94107 1998

de la Universidad de Sydney, ha promovido una nueva explicación de tales talentos: “todos tenemos una capacidad innata para las destrezas de los savants, pero en la mayoría de las personas esa maquinaria mental es inconsciente”.

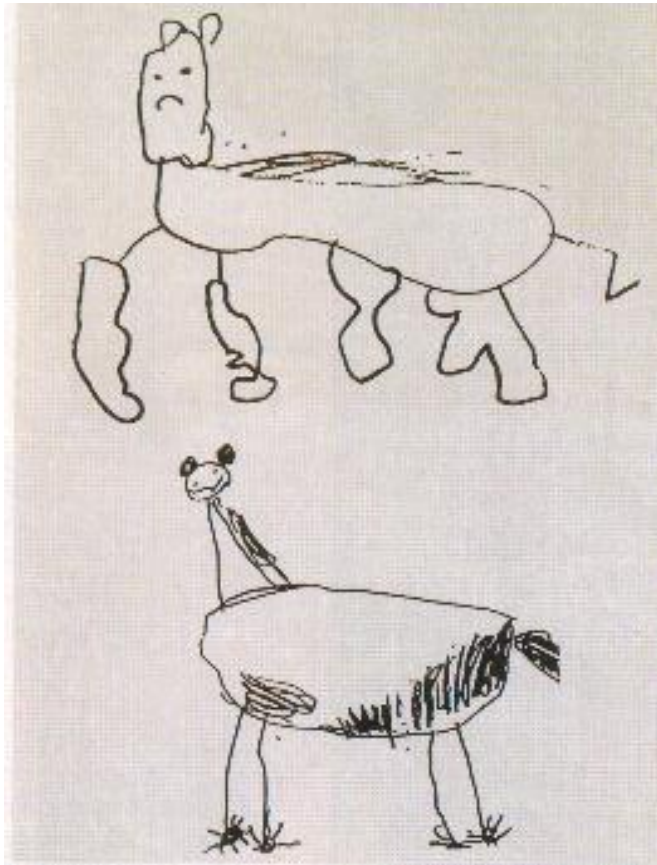


Fig.79 Cuando los niños de cuatro años dibujan un caballo, establecen primero su contorno y características familiares. Se cree que estos niños dibujan sobre un concepto del caballo para recrearlo, en lugar de recordar sus detalles físicos precisos, como hacen los savants.



Fig.80 Nadia, una niña de tres años, se ha vuelto famosa por su capacidad para bosquejar de memoria caballos y jinetes. Los savants como Nadia muestran capacidad para realizar hazañas de ilustración o cálculo antes de los seis años.

Zinder cree que los savants pueden explotar las extraordinarias capacidades de la mente humana. Explica que algo tan sencillo como ver, requiere de un procesamiento de información de una fenomenal complejidad. Cuando una persona mira un objeto, por ejemplo, el cerebro calcula de inmediato la distancia hasta él, sopesando las sutiles diferencias entre las imágenes en cada retina (para hacer esto, las computadoras requieren memoria y velocidad extremas).

Durante el proceso de reconocimiento el cerebro analiza incontables detalles y la mayoría de las personas hacen estos cálculos inconcientemente. En los savants, dice Zinder, el estrato superior del procesamiento mental –el pensamiento conceptual- es de alguna forma desechado. Sin él, los savants pueden acceder a una capacidad sorprendente para recordar detalles infinitos o hacer cálculos relámpago. La teoría de Zinder llega a una

conclusión radical: Algún día será posible crear tecnologías que permitan a cualquier persona no autista explotar estas capacidades, pero mientras llega ese día, es posible explotar desde las aulas el instinto numérico del niño, cumpliendo un solo requisito: comprender cómo y dónde se procesan las acciones numéricas y cómo el niño recurre a su “sentido numérico innato”. Sin duda, este día está más cercano gracias a la teoría de Chomsky y del uso de modernas tecnologías de obtención y procesamiento de imágenes en dos y tres dimensiones que facilitan la interpretación de los registros de actividad cerebral en plena acción.



Fig.81 El savant Stephen Wiltshire, bosquejó de memoria el Museo de Historia Natural de Londres, cuando tenía diez años de edad. Ahora, a los 27 años, es un artista consagrado.

Los estudios de Stanislas Dehaene se han concentrado en niños y en la naturaleza numérica, pero el sentido numérico innato se conserva aún en matemáticas avanzadas. Al exponer a estudiantes de matemáticas voluntarios a experimentos registrados en TEP¹¹⁷, donde se enfrentan a expresiones como:

$$\int x dx = \frac{x^2}{2} + c$$

$$\int_0^1 x dx = \frac{1}{2}$$

¹¹⁷ Estos estudios experimentales se llevaron a cabo en el Centro Nacional de Rehabilitación de la S. S. A. con el apoyo de la Doctora Josefina Gutiérrez, Jefa del Departamento de Ingeniería Biomédica y experta en la obtención de imágenes y registros cerebrales.

las imágenes obtenidas muestran actividad en áreas cerebrales distintas.

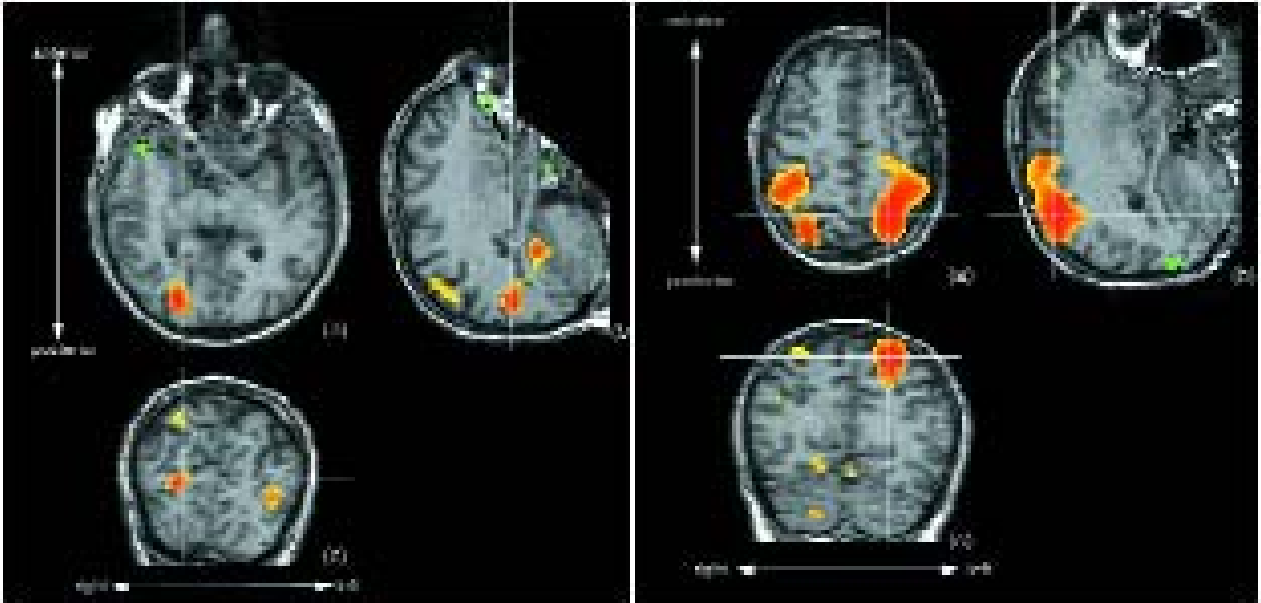


Fig.82 Respuesta cerebral ante dos estímulos matemáticos. En la primera imagen se muestran las áreas que entran en actividad al presentárseles una integral indefinida y, en la segunda imagen, las áreas que entran en actividad ante una integral definida. Ambas imágenes coinciden con las esquematizadas en la fig. 78.

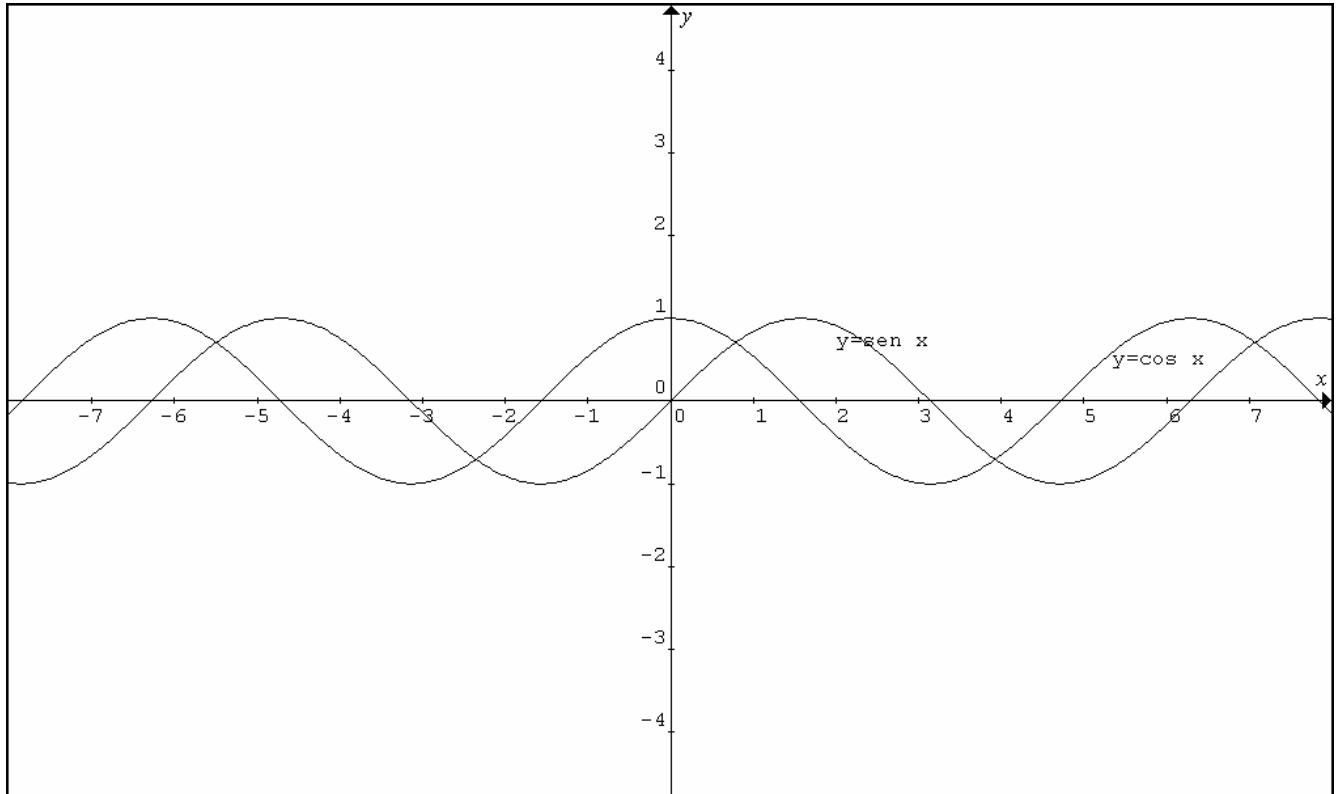
La aparición del número $\frac{1}{2}$ tiene mucho que ver. Mientras el sujeto está “resolviendo” la integral, en ambas situaciones se registra actividad en la misma área del córtex cerebral (el parietal inferior), pero en cuanto se ven las “soluciones” el área de actividad cerebral se mantiene en el primer caso, en cambio en el segundo la actividad cerebral se extiende hacia las áreas Perisiviana izquierda, Occipito-temporal inferior y Dorsal-lateral prefrontal. Estas áreas de alta actividad coinciden con la Representación de la Cantidad, la Cualidad de la Representación, la Identificación Visual, el Procesamiento Verbal y la de Elección de Estrategia y Planeación. Por supuesto, no es lo mismo enfrentarse a $\frac{x^2}{2} + c$ como solución, que al resultado $\frac{1}{2}$.

Un detalle adicional digno de analizar son las fuertes relaciones entre las áreas que gobiernan las partes psicomotoras y su relación con la naturaleza lingüística que motiva su dinámica. Las relaciones y conectivos entre áreas de identificación visual (occipito-temporal), de representación cuantitativa y cualitativa (Parietal Inferior y perisilviana) y la de procesamiento verbal (figura 78), se estrechan o se pierden de acuerdo al modo en que aparece el estímulo matemático. Por ejemplo, Hay una gran distinción entre las instrucciones:

a) Demuestre que existe al menos un valor de x tal que $\text{sen } x = \text{cos } x$.

b) Muestre que existe al menos un valor de x tal que $\text{sen } x = \text{cos } x$.

Mostrar, evidentemente, tiene una connotación puramente cualitativa que tiene asociado una acción ilustrativa al acto de “enseñar” o “ver que así es”, luego entonces basta con “Mostrar” los siguientes dibujos, para aceptar que tal x existe; basta con observar que hay lugares donde ambas curvas se intersecan.



Poner el prefijo de en la palabra *mostrar* implica acciones más rigurosas que orillan hacia la formalidad, el dominio de técnicas y conocimiento de la estructura gramatical de las matemáticas. Así se esperan cosas como:

$$\text{Sin } x = \text{Cos } x \Rightarrow \sin x = \sqrt{1 - \sin^2 x} \Rightarrow \sin^2 x = 1 - \text{sen}^2 x$$

$$2 \sin^2 x = 1 \Rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin x = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.4142$$

$$x = \text{arc sin } 0.4142 = \frac{\pi}{4}$$

u otra equivalente.

La idea de *mostrar* está más asociada a la acción de *convencer* al estudiante, porque en el cerebro hay un alojamiento de lo que es fácil de aceptar sin grandes argumentos. En cambio la idea de *demostrar* se asocia a la de *vencer* al estudiante (es muy difícil refutar los argumentos de una demostración), aunque, dicho sea de paso, el maestro rara vez demuestra afirmaciones matemáticas; por lo general, sólo repite demostraciones de resultados que ya están hechos en alguna parte.

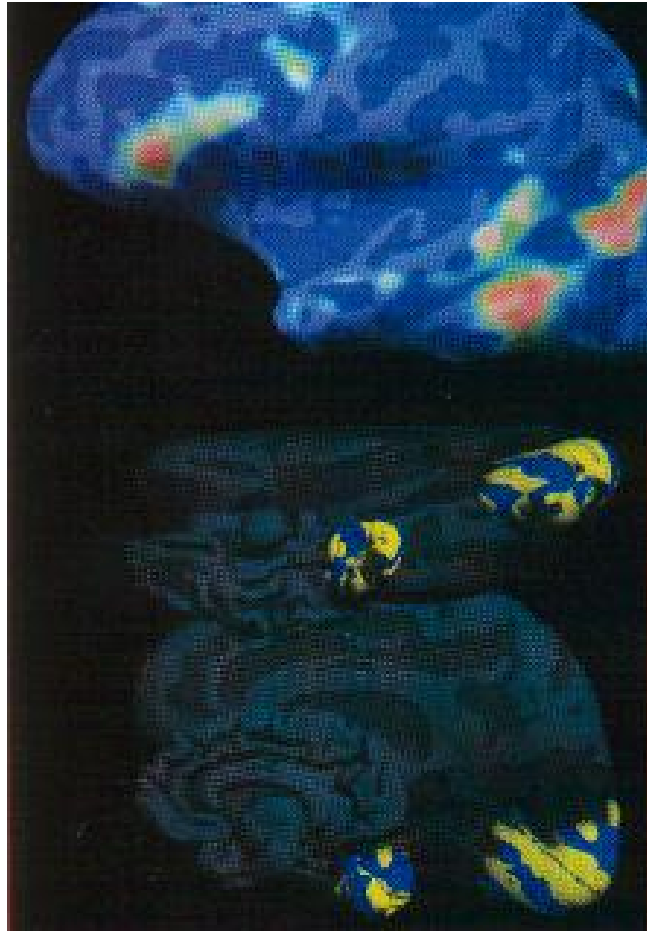


Fig. 83 Las áreas de activación cerebral en el caso de la acción de *mostrar* son más coincidentes con la esquematización del sentido intuitivo existente en el cerebro, que cualquier otra señal lingüística como la de *demostrar*.

Al mostrar a los sujetos de prueba ambas instrucciones y sus soluciones alternativas y así obtener las imágenes, se observó un suceso curioso: en el caso del recurso geométrico, los sujetos usaron indistintamente los dedos para seguir la “conducta” de las curvas en busca de una evidencia de aceptación. La imagen de la figura ilustra las áreas de activación, coincidentes con las áreas de atención y de planeación motriz (lóbulo frontal y frontal superior), las áreas de representación cuantitativa y cualitativa (parietal inferior y área perisilviana) y de identificación visual, otra vez coincidente con el esquema de la fig. 78.

Al intentar obtener la imagen correspondiente a la acción de *demostrar*, hubo dificultades para ubicar las áreas de actividad, lo cual hizo sospechar que la localización de actividad no se encontraba en el córtex, por lo que se intentó una técnica integrada, obteniéndose la imagen de la figura 84, que permite identificar actividad en el ganglio basal izquierdo y el Tálamo, lugar donde se ubica la Memoria Aritmética.

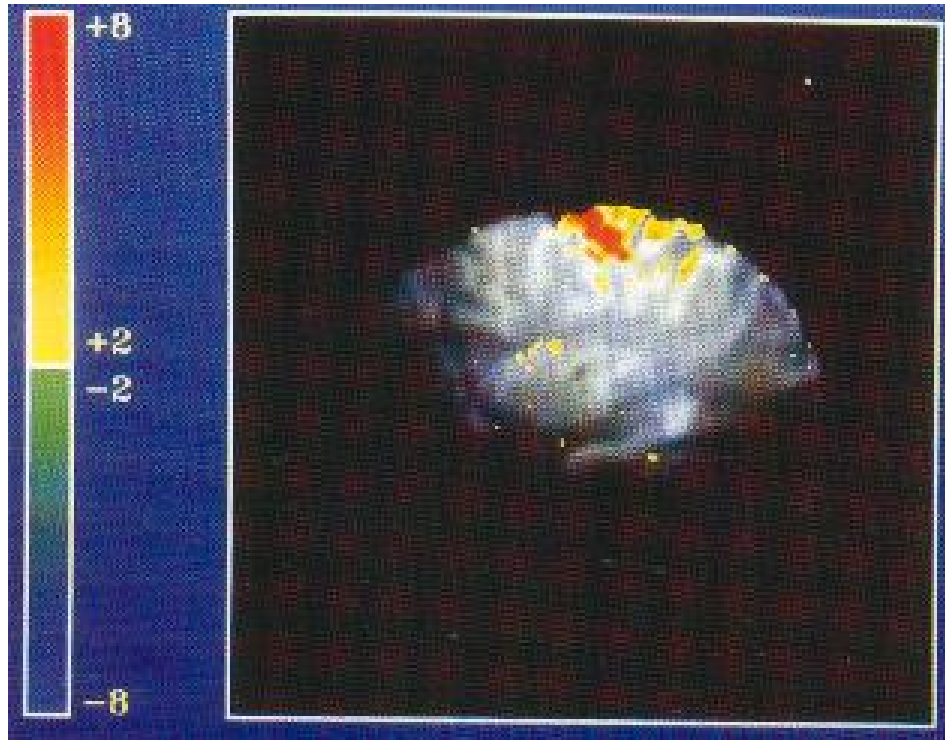


Fig.84 Imagen obtenida al registrar la actividad cerebral ante la acción de demostrar una afirmación matemática.

Ante tareas matemáticas como esta no es difícil intuir cuál tarea, de las dos siguientes, será más fácil de realizar y comprender:

- a) Muestre que no existe un x tal $\ln x = x$.
- b) Demuestre que no existe un x tal $\ln x = x$.

En el marco de la teoría de Chomsky, la tarea de mostrar se asociaría a las estructuras profundas y la de demostrar a las estructuras superficiales. Esto significa que la primera tiene un dominio puramente semántico y la segunda uno fonológico lo que, por supuesto, acarrea grandes problemas de aprendizaje.

Desde luego que hay que dejar un lugar para la lógica, pero también se supone una existencia de ésta de un modo innato, lo cual permite afirmar que si bien las matemáticas no residen en el cerebro de un modo instintivo, si se puede afirmar esta existencia del lenguaje matemático. Parece claro que la parte psicomotora tiene un rol importante en el

aprendizaje matemático, pero es la lógica la que lo guía. Una señal equivocada o una vista defectuosa conducen a grandes errores que pueden deteriorar las conclusiones o los resultados matemáticos, lo cual sugiere que tampoco es adecuado marginar la rígida gramática que norma las matemáticas. Lo que se pide es que no se privilegie esta última. Vale la pena aclarar que cuando se habla de la *lógica* no nos referimos a la lógica que hace que "una proposición falsa pueda conducir a una verdadera", sino a la lógica que coincide con lo que el niño acepta con facilidad por razones intuitivas basándose en lo que ve y es congruente con su forma de pensar. Una lógica como la que se obtiene por definición solo por satisfacer un edificio matemático, no toma en cuenta lo que los sentidos están avisando y puede convencer a cualquiera de que es cierto lo que no es cierto. Un excelente ejemplo que permite aclarar la necesidad de reflexión de los que los sentidos nos dicen es el siguiente:

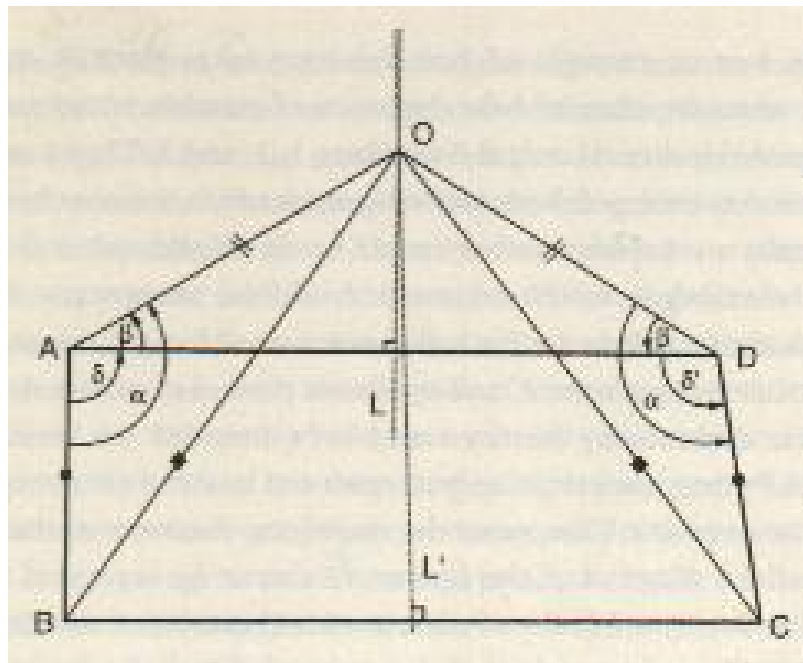


Fig. 85 El cerebro humano está adaptado para seguir una larga cadena de pasos lógicos requeridos en demostraciones matemáticas. En la demostración, aunque cada paso parece correcto, la conclusión final no es aceptada por la vista.

Afirmación: Cualquier ángulo es un ángulo recto.

Demostración:

Sea ABCD un cuadrilátero con dos lados iguales AB y CD y con un ángulo recto $\delta = \angle BAD$.

El ángulo $\delta^1 = \angle ADC$ es arbitrario.

Sea L la mediana de AD y L^\perp , la mediana de BC. Sea O es la intersección de L y L^\perp .

Por construcción, O es equidistante desde A y D ($OA = OD$), y también desde B y C ($OB = OC$)

Como $AB = CD$, los triángulos OAB y ODC tienen lados iguales por lo que son semejantes. Luego los ángulos son iguales: $\angle BAO = \angle ODC = \alpha$.

Como OAD es un triángulo isósceles $\angle DAO = \angle ODA = \beta$.

De aquí, $\delta = \angle BAD = \angle BAO - \angle DAO = \alpha - \beta$; y $\delta^1 = \angle ADC = \angle ODC - \angle ODA = \alpha - \beta$

Esto implica que $\delta = \delta^1$ por lo que la afirmación está demostrada.

En este ejemplo hay, evidentemente, un error pero la construcción “lógica” es tan sólida que la argumentación resulta aplastante, así que el único mecanismo de defensa es la lógica del estudiante, que no coincide con la lógica del maestro, y es a sus sentidos a los que les creé más que a los argumentos del maestro pero que, al final, termina aceptando. Un resultado que se obtiene de estos experimentos es que los modelos del uso del lenguaje matemático pueden basarse en las estructuras superficial y profunda. Además, los modelos de la estructura profunda pueden estar subdivididos conforme a si las operaciones para disponer la profundidad en la estructura superficial son transformacionales o toman otra forma. En este estudio no se discuten con detalle las reglas transformacionales que permiten conectar la estructura superficial con la profunda, pero es de esperar que a medida que estas reglas se afinen, terminaran confundándose en el cerebro y tendrán significados inmediatos. Esto se registrará en imágenes sucesivas que mueven las áreas de activación cerebral que invadirán casi todo el encéfalo, tal y como se muestra en la figura 86. Esto será la culminación de un aprendizaje matemático realmente significativo desde el punto de vista chomskiano.

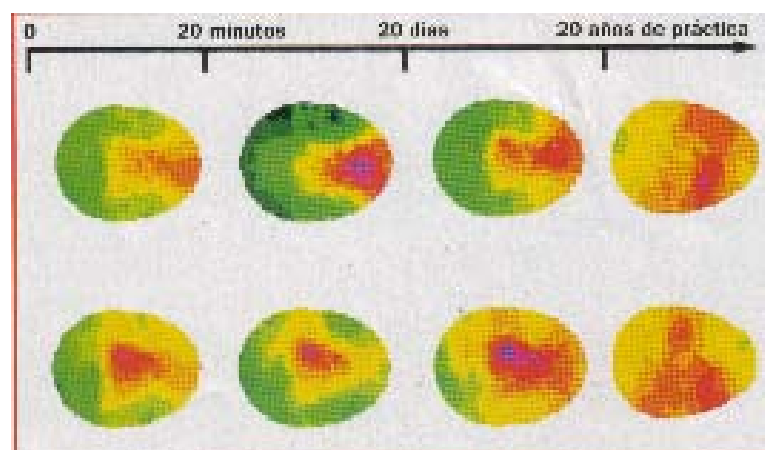


Fig. 86 El uso del lenguaje matemático y su asociación con la estructura profunda produce un efecto análogo al del fenómeno musical. La tendencia al rojo evidencia la existencia de asociación con significados. La permanencia del verde muestra el uso de reglas pero no de significados.

7.2 Análisis de las argumentaciones en el debate Chomsky – Piaget.

En los dos textos aparecen ya, expuestos de modo preciso, los puntos esenciales que prefiguran ambas posiciones. Para ubicarse en la perspectiva de las discusiones ulteriores, es útil subrayar brevemente algunos puntos básicos con algunas observaciones analíticas. Desde el principio, parece que la controversia entre Piaget y Chomsky se refiere a su diferente manera de explicar tanto la necesidad (lógica o factual) como la naturaleza de este núcleo fijo, cuya existencia admiten ambos si discusión. Para Piaget, lo compacto del proceso constructivo, unido a una combinatoria de subestructuras en evolución, constreñidas por el cierre del campo cognoscitivo, es una base mucho más sólida para garantizar la necesidad del núcleo fijo que las mutaciones al azar del proceso neodarwiniano. El innatismo es, para él, un argumento débil que acarrearía, además, una regresión al infinito, hacia las bacterias y los virus. En cambio, para Chomsky, las estructuras innatas, características de la especie, y que pueden expresarse por los universales formales del lenguaje, son los únicos argumentos evidentes que pueden explicar el carácter espontáneo, uniforme y complejo, de las reglas de producción y comprensión de las frases gramaticales. Como principio, el innatismo no plantea problema alguno, pero la dificultad surge en el momento en que hay que traducir este principio en términos de hipótesis verificables, que pueden inscribirse en el marco de las ciencias de la naturaleza. No obstante, las estructuras anatómicas presentan las mismas dificultades cuando hay que situarlas puntualmente, reconstruir de modo detallado sus orígenes y su filogénesis.

El capítulo siguiente está dedicado a esta cuestión, y en él intervendrán con su opinión los biólogos. La interpretación que hace Piaget de los mecanismos fundamentales de la evolución y la importancia que atribuye al concepto de “fenocopia” son difícilmente conciliables con los principios rigurosos de la biología contemporánea, tal como lo indican Jacob, en sus observaciones, y Danchin, al final del capítulo (“Notas acerca de la noción de fenocopia”). El compromiso propuesto por Changeux y tan bien acogido por parte de Piaget (véanse sus “Observaciones finales” capítulo 13) hace referencia a otro problema distinto que merece ser señalado. El concepto de “envoltura genética” postulado por Changeux concuerda perfectamente con el de epigénesis, tal como lo expone Piaget en

este capítulo y lo evoca en el siguiente. Sin embargo, esta envoltura está delimitada por la herencia, y su evolución ha respetado estrechamente las normas de mutación y de selección neodarwinianas. El compromiso se halla entre la plasticidad del desarrollo de las redes neurológicas (dicha plasticidad se encierra, sin embargo, delimitada por una envoltura genética propia de la especie) y la especificidad del estado estacionario final. En realidad, no se trata más que de la extensión de las teorías selectivas al campo, en otros tiempos sagrado, del desarrollo cognoscitivo y de su soporte neuronal. Ahora bien, en el momento en que la interpretación del concepto de fenocopia implica, como sugiere Piaget, un mecanismo de feedback –por muy sutil y matizado que sea- actuando entre la expresión y los genes, entre el fenotipo y el genotipo, no puede haber compromiso alguno. Esta controversia provoca diversas posturas, especialmente las de Bateson, de Toulmin y de Tilden. Éstos hacen hincapié sobre todo en el carácter inadecuado de las explicaciones neodarwinianas de la evolución de las estructuras complejas, ya sean biológicas o bien conductuales y cognoscitivas. No obstante, esta crítica es marginal y no hace más que rozar superficialmente lo esencial de la controversia entre Chomsky y Piaget.

Hay otro punto importante relativo a las formas de explicación de toda teoría constructivista. Planteado por Fodor en el capítulo 2, aparecerá totalmente desarrollado por el propio autor bajo el título de “Fijación de creencias y adquisición de conceptos” en el capítulo 6. Fodor y Chomsky se esfuerzan en subrayar la imposibilidad lógica y el vacío experimental que invalidan las teorías del aprendizaje en las que se halla implicada la “adquisición” en sentido estricto, es decir, donde el sujeto se apropia de las estructuras y de las operaciones auténticamente nuevas, a través de las experiencias sobre el entorno. En cambio, Piaget, al igual que Papera y Cellérier, sostiene que las teorías del aprendizaje que implican la adquisición de elementos totalmente nuevos son tan coherentes desde el punto de vista lógico como verificables experimentalmente. La profundización de este debate desemboca en un análisis detallado del concepto de adquisición y a un examen del problema global de la inducción (capítulo 12). Los argumentos intercambiados entre Chomsky, Putman y Fodor después del coloquio (segunda parte) contribuyen a dilucidar las posiciones filosóficas expuestas en esta primera vuelta.

Aunque se haga poca mención de ellos, los puntos de convergencia merecen también nuestra atención. Son, en cierto modo, la tela de fondo implícita sobre la que el debate toma forma, el acuerdo del principio sobre ciertos valores que hace posible este intercambio de opiniones. Como subraya Piaget (en todo lo precedente y en lo que

sigue), el rechazo de las teorías empiristas del conocimiento y del behaviorismo es el punto común entre Chomsky y él; y, en nuestra opinión, es también su punto común con los demás participantes. Los representantes de la psicología animal, como Premack; de la etología, como Bischof; de la inteligencia artificial, como Papera; de etología como Bischof; de la biología, como Monod, Jacob, Changeux, Danchin; de la filosofía de las ciencias, como Fodor, Toulmin y Putnam, exponen una variedad de posiciones, de pasos metodológicos y de criterios de pensamiento, conservando siempre por lo menos dos postulados implícitos comunes:

- 1) ningún conocimiento es posible sin que esté presente en el punto de partida un cierto tipo de organización cognoscitiva
- 2) ningún conocimiento es posible sin que el sujeto actúe, de una forma u otra, sobre su entorno.

Todo lo demás, modalidades, orígenes, grados de universalidad, rasgos constitutivos y propiedades descriptibles de estas estructuras cognoscitivas, son cuestiones que ocupan el centro mismo del presente debate.

Aquí es donde realmente da comienzo el debate, pues el capítulo 1 estaba dedicado a los textos escritos y repartidos a los participantes antes de la conferencia. Al abrir la primera sesión, Piaget reconoce su admiración por Chomsky y subraya los puntos esenciales en los que cree estar de acuerdo con él. El presente capítulo contiene las primeras discusiones, basadas principalmente en la naturaleza del núcleo fijo, su variabilidad y sus orígenes. El punto en torno al cual gira la controversia, una vez admitida la existencia de “algo” innato, es precisamente la especificidad de este núcleo que, con palabras de Hume citadas por Chomsky, brota “*de la mano original de la naturaleza*”. Antiempirista y antibehaviorista, Piaget presenta la actividad endógena del sujeto como abierta a un campo de interacciones constructivas con el entorno. El signo distintivo del desarrollo cognoscitivo es, según Piaget, “*la construcción de la novedad*”; dicha novedad tiene dos rasgos específicos: carece de precedentes para todo individuo y “*se presta a construcciones adicionales*”. Una estructura exterior se transforma, gracias a la asimilación, en una estructura correspondiente interior. Desde el momento en que ha sido asimilada, la nueva construcción pertenece al sujeto; puede ser integrada como componente de construcciones más complejas y alcanzar el nivel ulterior, según un álgebra combinatoria, de construcciones a partir de construcciones. La autoorganización global del sujeto es el producto variable de esquemas de autoequilibrio, integrados localmente. Para Piaget este proceso responde esencialmente a un modelo biológico. La

cognición es un subsector de la clase de interadaptaciones biológicas entre un organismo y su entorno. Ahí es donde Piaget atribuye una función destacada al concepto de fenocopia, o también a otro concepto más moderado, el de “*asimilación genética*”.

Una parte de este capítulo está dedicada a la definición del concepto de fenocopia y pone de relieve el corto circuito que opone la biología de Piaget a la biología de los biólogos (ver las intervenciones de Jacob, de Changeux y de Danchin).

A través de metáforas biológicas menos audaces, Chomsky describe la adquisición del lenguaje en términos de “maduración” o “crecimiento”. El lenguaje no es, propiamente hablando, un “*órgano*”, precisa Chomsky en respuesta a Bateson (p. 115). Y sin embargo el desarrollo de las competencias y ejecuciones lingüísticas debería estudiarse del mismo modo que el anatomofisiólogo estudia el crecimiento y el funcionamiento del hígado o del corazón. Entre estas dos posiciones “extremas” –la de Piaget, para quien el conocimiento es “*orden a partir del ruido*”, y la de Chomsky, que considera el lenguaje como un “*órgano*”-, Cellérier defiende la suya proponiendo un posible compromiso entre el innatismo y el constructivismo.

La búsqueda de este “compromiso”, entablada por las estrategias de una “escalada de la montaña” (hill climbing) de Cellérier, se orienta en la vía del perceptron de Papert, y prosigue, más o menos asiduamente, a lo largo de los capítulos 4 y 5. A continuación interviene Fodor, cuyos argumentos, presentados en el capítulo 6, obstaculizan seriamente estos intentos de conciliación “demostrando” sobre bases puramente lógicas, que un sistema conceptual “más rico” no puede derivar nunca de un sistema “más pobre”. En contra de esta argumentación, Putman y Petitot aportarán, cada uno por su parte, una crítica convincente. Podemos prever, desde este momento, que los logros y los fracasos del “compromiso” reflejarán fielmente la oscilación del consenso hacia uno u otro “programa de investigación científica”.

7.3 Diseño de actividades matemáticas

Si las matemáticas son un lenguaje, entonces parece natural la aceptación del uso de la teoría de Chomsky en el estudio del aprendizaje de las matemáticas. Sin embargo la adecuación de las posturas chomskianas exige ciertas identificaciones que aquí se plantean, con la aclaración de que éstas son responsabilidad del autor de este estudio y por lo tanto cualquier interpretación incorrecta no es, de ninguna manera, atribuible a Noam Chomsky.

La primera de estas identificaciones es la de Estructura Superficial con las Matemáticas y la de Matemática con la de Estructura Profunda. Así, las Matemáticas se ven como un

conjunto de grafías simbólicas y signográficas sujetas a una gramática y a una sintaxis donde se ubica la ejecución. La Matemática, por otro lado, reside en la parte innata donde se dan los significados y la competencia del sujeto. Es pertinente subrayar que, con este enfoque, la Matemática puede existir sin las Matemáticas y que el proceso de llevar una a las otras se reconoce aquí como Matematización y que, en el paradigma chomskiano, correspondería a las reglas de transformación.

Otra consideración importante que se hace en este estudio, es que es en la Estructura Profunda donde se ubica el <<pensar matemático>> y que el producto de éste es lo que aquí se etiqueta como <<Pensamiento Matemático>>. Así, el pensamiento matemático no existe como tal en la mente del sujeto, sino que es el producto del poder creativo del uso del lenguaje. Dicho de otra manera, el pensar matemático se ve como la competencia y la matematización de éste como la ejecución y, visto de este modo, el pensamiento matemático tiene inmerso el *contenido* y el lenguaje matemático la *forma*. En este sentido, las Matemáticas no constituyen tanto un cuerpo de conocimientos como un tipo especial del lenguaje. La gramática del lenguaje viene determinada por las reglas de la lógica y su vocabulario está formado por símbolos y signos tales como cifras para los números, letras para los números desconocidos, ecuaciones para las relaciones entre los números, π para la relación entre la longitud de la circunferencia y su diámetro, sen (seno) y cos (coseno) para las relaciones entre ciertos lados de un triángulo rectángulo, $\sqrt{\quad}$ para una raíz cuadrada, ∞ para el infinito y $\sum, \int, \partial, \Rightarrow$ para otros conceptos.

Los experimentos se diseñaron de modo tal que se evidencien la existencia de las Estructuras Profunda y Superficial, el innatismo chomskiano y el rol de las reglas de transformación; de estos ensayos experimentales se exhiben dos casos, en los que los sujetos se dividen en dos grupos que se someten a un mismo objeto matemático. Uno de los grupos es de adolescentes que cursan actualmente el primer semestre de ingeniería y el otro grupo, se forma con niños de seis y siete años que no están contaminados con la ristra de signos y símbolos típicos de las matemáticas.

En el siguiente tipo de experimentos, se trabaja con los mismos grupos de sujetos, sólo que ahora las actividades matemáticas a los que se les somete, son atacables sin necesidad de simbología matemática. De esta situación experimental, también se exhiben dos casos.

Por último se analizan dos experimentos típicos de Piaget y se intenta una interpretación en términos chomskianos buscando tomar partido, de manera deliberada, en el debate de

la abadía de Royaumont, con el propósito de plantear una alternativa explicativa que no se ha intentado antes.

Experimento No 1

Para trabajar en la búsqueda de la verificación o rechazo de la hipótesis se diseñó un experimento, basado en un tema del Cálculo: la teoría de Límites de Funciones. Se eligió un límite muy especial donde interviene la noción de infinito y se registraron las respuestas que dieron jóvenes del primer curso de Matemáticas que se imparte en la Unidad Profesional Interdisciplinaria en Ingeniería y Tecnologías Avanzadas del IPN. Estos alumnos tienen edades entre 18 y 19 años y, en el momento de la entrevista, tenían una semana de clases en el primer semestre de la carrera, por lo que el tema que en ese momento estudiaban en clase se refería a los Número Reales.

Después se planteó una situación que involucró a niños de 7 y 8 años elegidos al azar en la Escuela Primaria Dr. Carlos Bauer, situación que en su significado es esencialmente la misma que la aplicada a los estudiantes de ingeniería. Los relatos se identificarán en la parte experimental como fase uno, para la sesión con los jóvenes y como fase dos para la sesión con los niños.

Fase uno:

Se exhibe a los estudiantes la expresión:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0^+$$

y la gráfica siguiente:

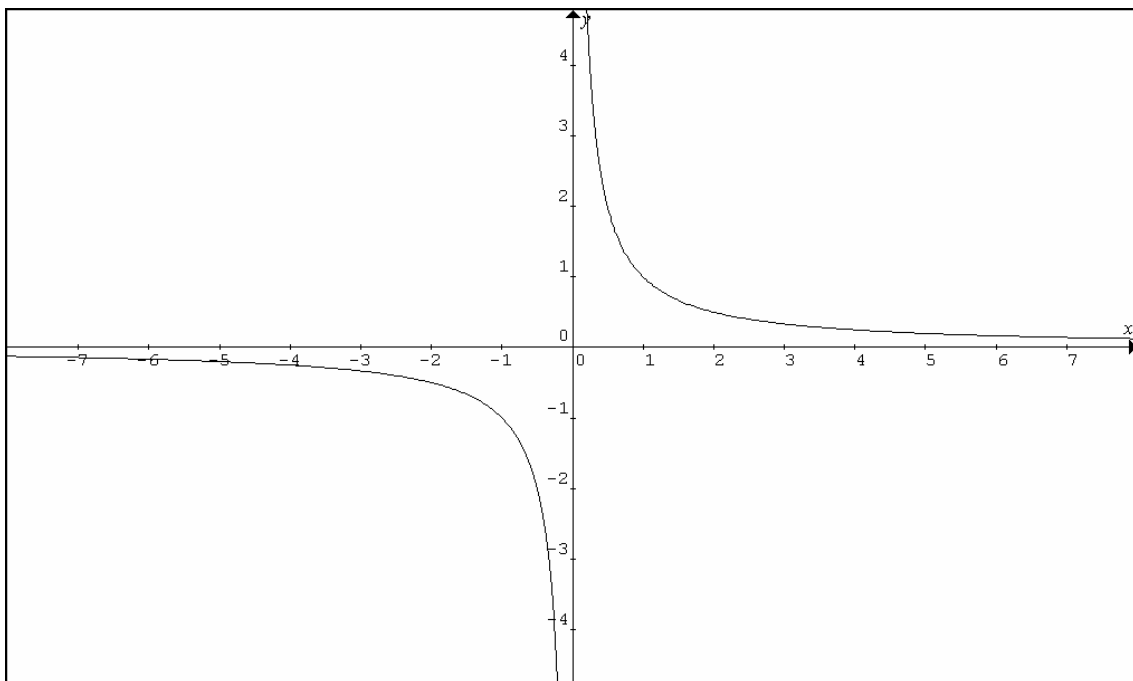
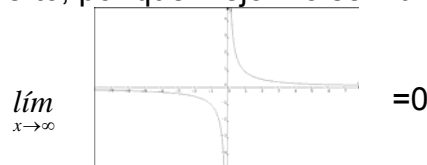


Fig. 87

Enseguida se hace la pregunta: ¿cuál es la relación entre la expresión y la gráfica? Las respuestas de los estudiantes fueron:

- Ramón. No entiendo la pregunta.
- Janet. Yo creo que lo que se quiere es ver si son iguales.

- Ramón. Pero si el límite ya está resuelto ¿qué más se busca?
- Ángel. A mi me parece que más bien, lo que se quiere es saber que tiene que ver uno con el otro.
- Janet. Pero ¿cómo se puede ver esto si el límite es un número y la gráfica no?
- Verónica. Pero yo creo que lo que el maestro pregunta es el significado del cero en la gráfica.
- Ramón. Eso es peor, porque ¿cómo vamos a ver el infinito en la gráfica?
- Rocío. El infinito no se ve, pero uno se lo imagina.
- Ángel. Esa es la ventaja de ver el límite de forma matemática, porque hay algo que nos dice que la x se va al infinito.
- Rocío. Pero en la gráfica también se ve que si la x se va al infinito también la gráfica lo hace.
- Ramón. ¿También la gráfica se va al infinito?
- Alejandro (había estado escuchando sin opinar). Yo creo que tenemos que hacer varias interpretaciones para poder responder la pregunta del maestro: me parece que es mejor idea llamar curva a la gráfica y después ver lo que pasa con ella cuando x se vaya al infinito.
- Rocío. Es que ahí está la dificultad porque no sabemos lo que indica $1/x$.
- Alejandro. Es que $1/x$ se refiere precisamente a la curva ¿no es así maestro?
- Ramón. Si eso es cierto, por qué mejor no se indica como:



y con eso nos ahorramos los problemas.

- Alejandro. No sé. Supongo que no es práctico.
- Ángel. Yo creo que ahí está la respuesta. $1/x$ representa la gráfica y lo que nos está pidiendo el maestro es cómo se ve el límite en la curva si x se va al cero.

Fase dos:

Se muestra a los niños la siguiente figura:

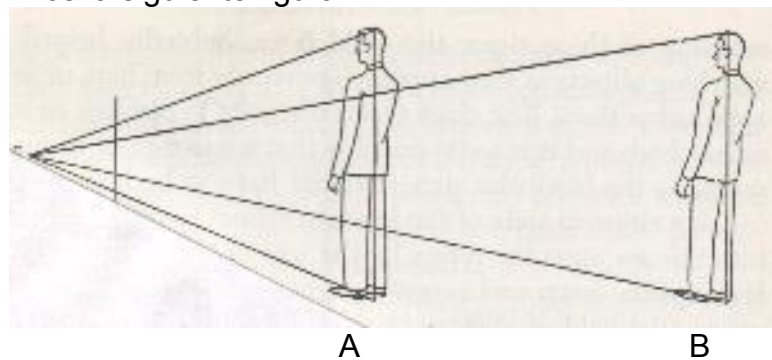


Fig. 88

Enseguida se hace la pregunta ¿cuál de los dos señores es más alto?

- Ursula. El señor A es más alto. Luego luego se ve.
- Fátima. Las rayas que están ahí ¿para que sirven?
- Ursula. Es que los dos señores van hacia el mismo lugar.
- Eloisa. Oye, eso quiere decir que se van haciendo chiquitos.
- Oswaldo. Se van haciendo chiquitos y ya no se van a ver, pero están ahí.
- Eloisa. De veras, siempre van a estar ahí.

-Fátima. Yo ya estoy viendo a los dos señores del mismo tamaño.

-Loren. Como crees ¿Qué no ves?

-Abraham. Si tienen el mismo tamaño (pone el dedo índice en la cabeza y el dedo pulgar en los pies del señor A y, conservando la abertura, la traslada al señor B).

-Oswaldo. Voy a ver (pliega el papel intentando sobreponer una figura en la otra). ¡Si son iguales!

-Fátima. Mira si son iguales (usa dos marcas en un papel coincidiendo con los pies y cabeza de los dos señores).

-Eloisa. Hay muchas maneras de ver que son iguales.

-Ursula. Sí, pero con los dedos es más fácil.

En una segunda actividad, se pide a los niños que observen el siguiente dibujo. Después se les pide si, para ellos ocurre lo mismo aquí que en el dibujo anterior. Las respuestas de los niños fueron:

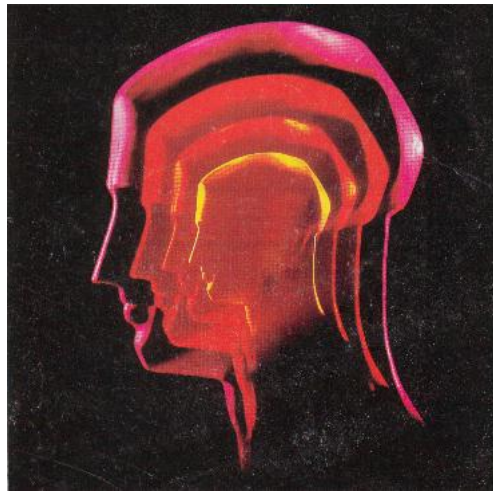


Fig.89

-Eloisa. Es un señor que está pensando en otro señor, y ese señor está pensando en otro señor.

-Ursula. Todos son el mismo señor.

-Ana. Es un señor que está soñando en él mismo.

-Abraham. Es un señor que piensa que piensa que piensa que piensa que piensa en él mismo.

-Fátima. Oye pero el dibujo está mal, porque debería haber más cabezas adentro.

-Guillermo. Eso no podría dibujarse, pero se supone que todavía hay más cabezas adentro que están soñando en lo mismo.

-Fátima. Si es cierto porque eso ya no se puede ver pero ahí está.

En la tercera actividad se les pide a los niños que observen la siguiente fotografía:



Fig.90

Ahora se les pide a los niños que dibujen una raya que una las cabezas del niño que ven en la fotografía. Los dibujos de algunos de los niños, son los siguientes:

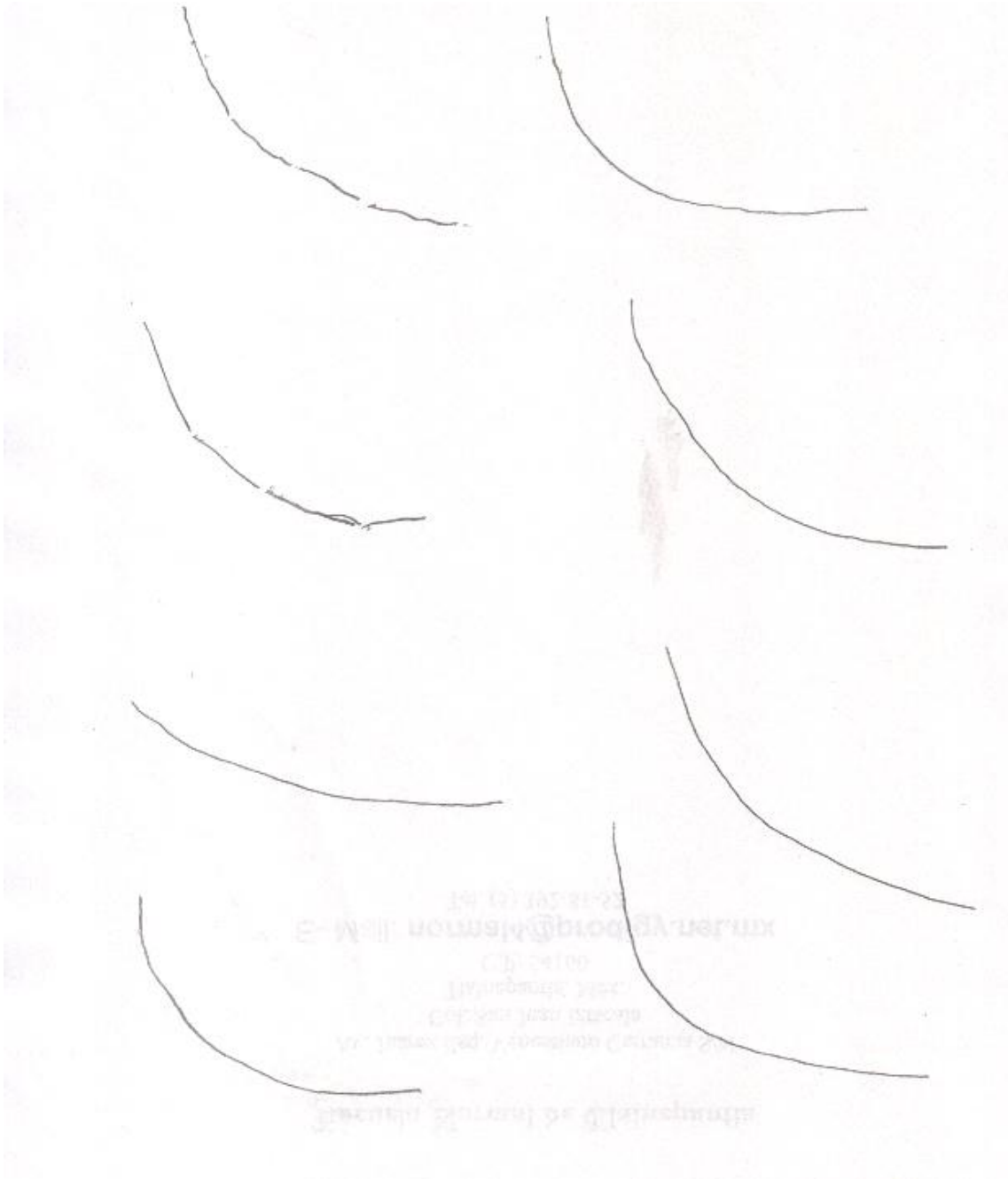


Fig.91

Enseguida se les pide a los niños que dibujen una recta debajo de sus trazos y que, suponiendo que el modelo que se les muestra es el niño en el espejo, dibujen las imágenes que se van observando en el espejo. Los dibujos de los niños se ilustran enseguida:

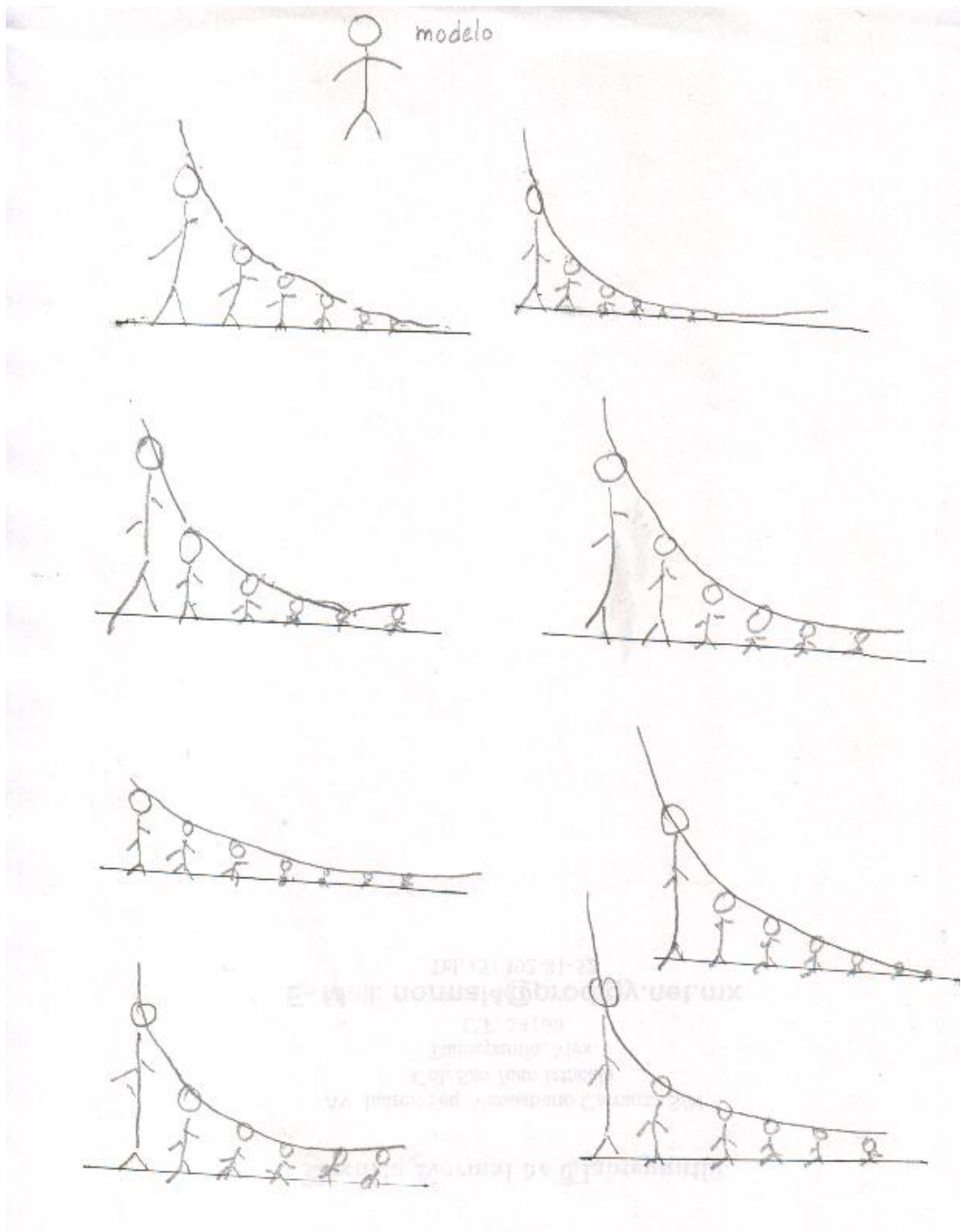


Fig.92

Ahora se establece un diálogo con los niños:

- Filio: ¿En qué se parecen los dibujos de ustedes con los de ésta? (se les muestra la figura 2)
- Eloisa: En una aparecen dos muñequitos y en la otra seis.
- Ursula: Pero no son dos muñequitos. Son el mismo pero se van haciendo chiquitos.
- Eloisa: Ya lo sé, pero ni modo que pinten muchos.
- Fátima: En esta (señala la fig.2) las rayas están derechas y en las de nosotros están chuecas.
- Oswaldo: Pero las dos dicen lo mismo.

- Filio: ¿Qué es lo mismo?
- Oswaldo: Que en los dos se van haciendo chiquitos.
- Anel: Si es cierto. Se hacen chiquitos y luego ya no se pueden dibujar.
- Filio: Entonces ¿van a desaparecer?
- Fátima: No. Ahí están pero ya no se ven.
- Ursula: Mira como se hacen chiquitos (pone su dedo índice en la cabeza y el pulgar en los pies del primer muñeco y al desplazarse a lo largo de la recta pintada en el "suelo" va cerrando sus dedos disminuyendo la distancia entre ellos).
- Filio: ¿Se pegarán los dedos en algún momento?
- Oswaldo: No, porque aplastamos al señor.
- Fátima: No porque si se pegan los dedos desaparece el señor y él siempre está ahí, pero no lo vemos.
- Filio: A ver, les voy a mostrar este dibujo. ¿Qué significa?

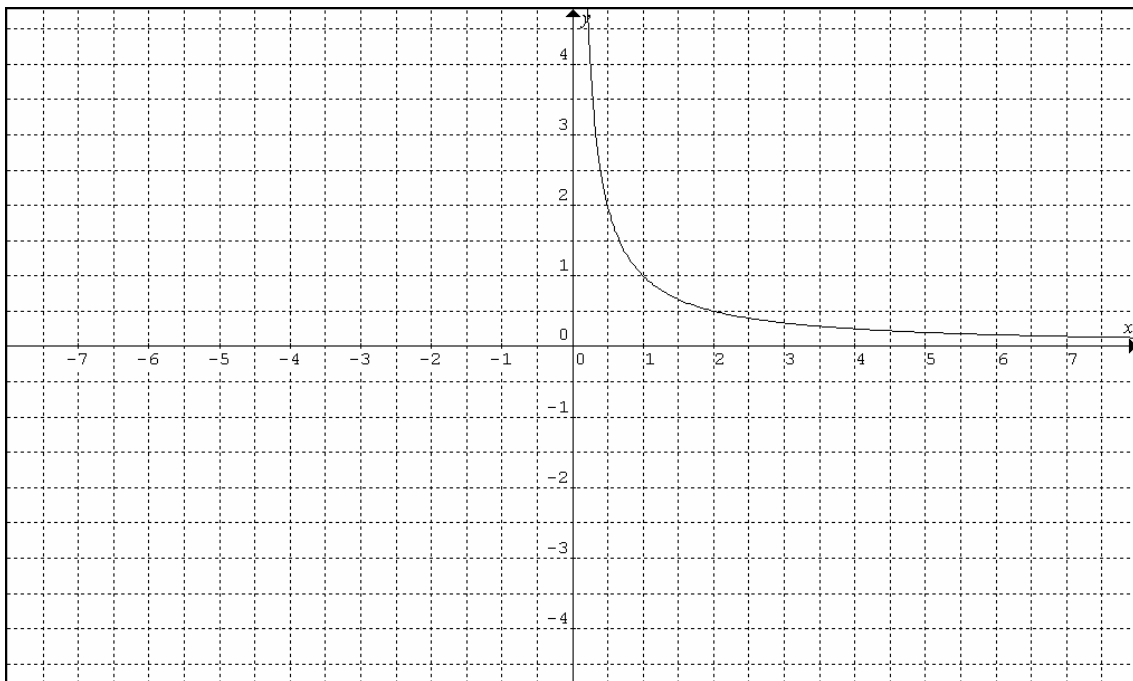


Fig.93

- Ursula: Es lo mismo pero sin muñequitos.
- Anel: Si ponemos los dedos, se van pegando pero no se pegan, pero parece que se pegan.
- Oswaldo: Si, nada más parecen que se pegan.

Experimento No 2

En este experimento se recurrirá a la interpretación geométrica de la derivada. Los individuos sujetos al experimento son los mismos que en el experimento 1. Nuevamente la fase uno relata las respuestas de los jóvenes y la fase 2 la de los niños.

Fase 1

Pregunta: ¿qué es una tangente?

- Armando: es la división del cateto opuesto entre el cateto adyacente.
- Ángel: Si, pero hay que tomar en cuenta el ángulo.
- Armando: ¿para qué?
- Ángel: Si no se toma en cuenta no se puede saber cuál es el opuesto y cuál el adyacente.
- Rocío: Eso no importa porque la tangente siempre es el cateto opuesto entre el adyacente.
- Alejandro: Oye Filio, si digo que la tangente es una recta del círculo ¿está mal?
- Janet: Pero no te están preguntando eso.
- Ramón: De veras, ¿cómo se sabe de cuál tangente se está hablando?
- Verónica: Es fácil, en una se usa un triángulo y en el otro un círculo.
- Rocío: entonces la pregunta está mal hecha.
- Filio: ¿cómo debí hacer la pregunta?
- Rocío: Nada más usando la figura geométrica de la que estamos hablando. Si la tangente de un triángulo o de un círculo.
- Ramón: ¿por qué se llaman igual si no tienen nada que ver?
- Janet: A lo mejor si tienen que ver.
- Ramiro: ¿cómo crees que van a tener que ver uno con el otro? (hace un dibujo parecido a este)

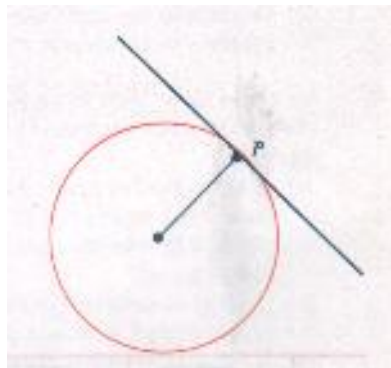


Fig. 94

- Ángel: Si, ahí no se ve ningún triángulo, o tal vez si hay un triángulo, pero está muy chiquito.
- Ramón: ¿cómo crees? ¿de dónde sacas eso? ¿dónde estaría el triángulo?
- Ángel: No sé, tal vez en donde se tocan el círculo y la recta, pero está tan chiquito que no se ve.
- Verónica: No puede haber un triángulo porque el círculo y la recta se tocan en un punto y adentro de un punto no cabe nada.
- Ramón: Yo insisto ¿por qué se llaman igual?
- Filio: Muy bien, ya me dijeron que una tangente es una relación entre los catetos de un triángulo. Ahora, en un círculo ¿Qué es una tangente?
- Ángel: Pues es una recta que nada más toca un punto del círculo.

- Rocío: Ahora te estás contradiciendo. Hace rato dijiste que donde se tocaban la recta y el círculo había un triángulo chiquito.
- Armando. Yo creo que está claro que la tangente es una si se toma un triángulo y es otra si se toma un círculo. ¿Qué estamos discutiendo?
- Ana: Si, ¿Qué estamos alegando? Si nos piden una tangente a un círculo, dibujamos una recta que toque un punto y ya.
- Filio: Y eso ¿es posible?
- Ana: ¿Qué?
- Filio: Que si se puede dibujar una recta que sólo toque un punto del círculo.
- Ana: Claro que si. ¿no ves el dibujo de Ramiro?
- Rocío: Oye, pero ¿cómo se sabe si está tocando nada más un punto?
- Alma: Eso no se puede saber.
- Janet: Pero si un punto del círculo siempre tiene pegado otro punto ¿cómo se puede dibujar una recta que sólo toque un punto?
- Armando: Entonces la tangente no existe así como nos la enseñaron.
- Ángel: Yo creo que si existe, porque si es cierto que no se puede dibujar una recta que sólo toque un punto, pero nosotros la dibujamos de manera que la recta y el círculo nada más se rocen y con eso ya decimos que nada más toca la recta un punto del círculo.
- Filio: Observen la siguiente curva ¿Pueden dibujar una recta tangente en los puntos P y Q?

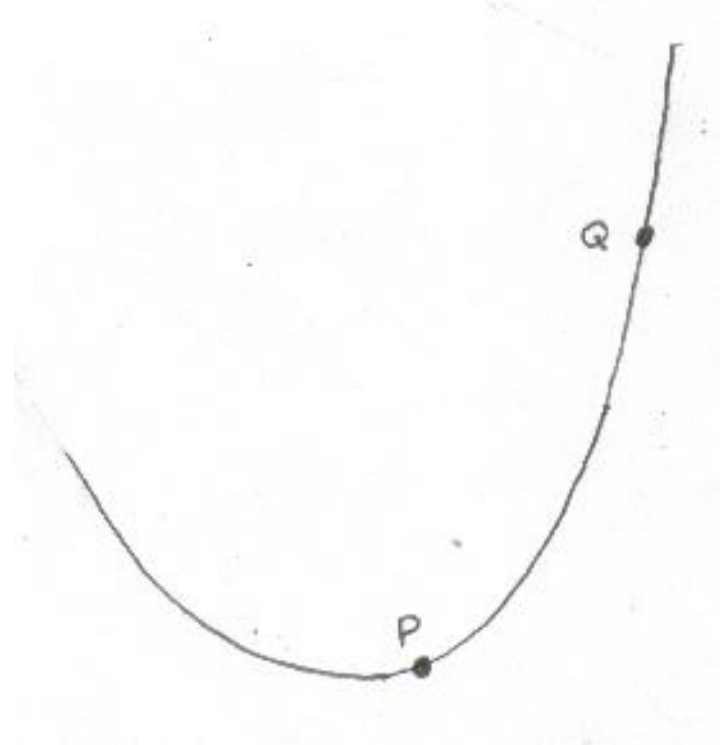


Fig. 95

- Alejandra: Claro que sí, con una regla se puede.
- Ramón: No nada más con una regla, también se puede con cualquier cosa que esté recta; por ejemplo con el lápiz.
- Daniel: ¿Cómo le vamos hacer para atinarle a un solo punto?
- Ángel: Yo creo que no hay que exagerar. Si la dibujamos suficientemente bien, con eso ya decimos que toca nada más un punto
- Rocío: Mejor vamos a dibujarla y nos dejamos de alegar.

- Ana: Haber dibújala.
- Rocío: Claro que sí, mira (recarga una regla y dibuja lo que se muestra)

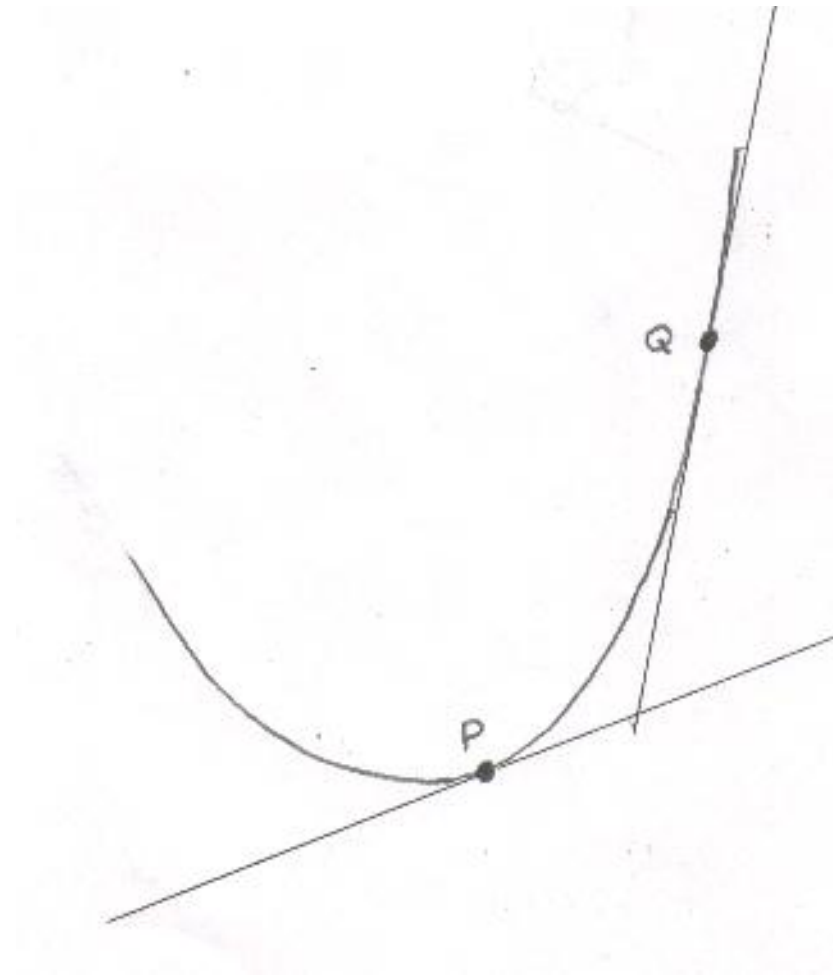


Fig. 96

- Daniel: ¿Ya viste? En el punto P como que si parece tangente, pero en el Q, no porque la recta toca muchos puntos de la curva, no nada más el punto Q.
- Ramón: Es que ahora ya no es un círculo, sino una curva.
- Ana: ¿Y eso que?
- Ramón: Pues que las curvas tiene rectas tangentes en unos puntos y en otros no.
- Ana: ¿Cómo crees?
- Daniel: Yo creo que Ramón tiene razón. No vamos a poder dibujar una tangente en el punto Q.
- Ramón: Yo desde hace rato estoy preguntando por qué se le dice tangente cuando se trabaja con un triángulo y por qué se le dice igual cuando se trabaja con un círculo. Y ahora ya se metió una curva y también se le llama tangente, lo que empeora las cosas porque resulta que en algunas partes se puede dibujar la recta tangente y en otras no. A mi me parece que cosas como estas son las que hacen difíciles a las Matemáticas, porque unos maestros te dicen una cosa y otros te dicen otra cosa. ¿A dónde nos lleva todo esto?
- Ángel: ¿No será que tal vez no tengamos tan claro lo que es una tangente?
- Alejandra: Si Filio ¿por qué no nos dices lo que es una tangente y ya? ¿No será mejor que nos digas para qué es esto?

- Ramón: Si, y de paso nos dices por qué se llaman igual en los triángulos y en los círculos. Ah y también en las curvas.
- Filio: No se desesperen. Intentemos reflexionar este asunto un poco más. Tomemos un pedazo de la curva que dibujamos anteriormente, pero ahora usaremos un sistema de coordenadas rectangulares, como se ve en la figura del pizarrón.

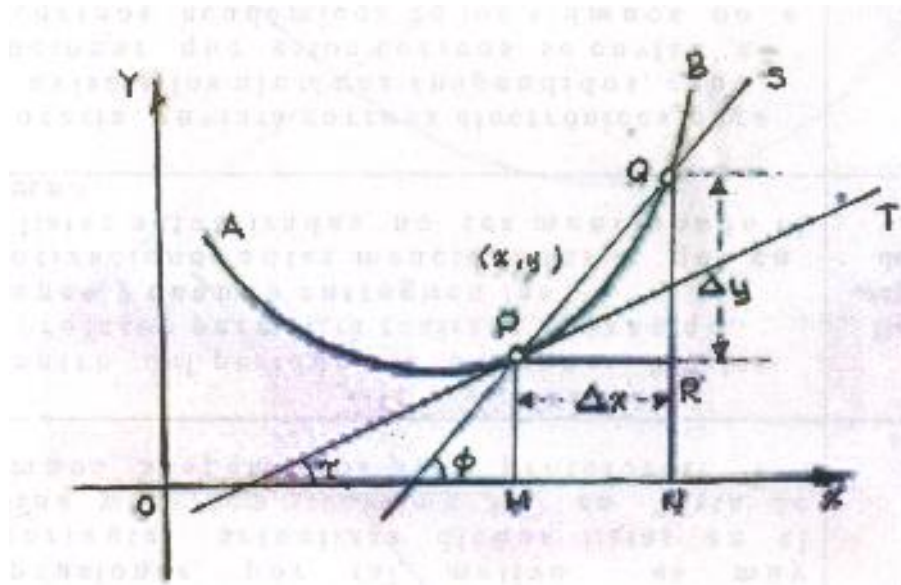


Fig. 94

- Ramón: Oye, ahí se ve un triángulo.
- Ana: También se ve una recta tangente en el punto P, pero ¿para qué es la recta que pasa por P y Q?
- Ángel: Oye Filio, ¿no es esa la figura que usamos cuando estudiamos la derivada?
- Rocío: Sí, si es, por cierto que no entendí cuando me explicaron, para qué se dibujaron tantas rectas. ¿no era más fácil decir cómo se calcula la recta tangente usando la derivada y ya?
- Janet: Fíjate que me gustaría que explicaras esto de la derivada otra vez. ¿para qué queremos la recta que pasa por P y Q?
- Filio: Muy bien, empecemos por la recta PQ. ¿Es una tangente o una secante?
- Janet: Es una secante.
- Filio: Es cierto. El segmento PQ es la hipotenusa del triángulo PRQ. En este triángulo ¿podrían decir cuál es la tangente del ángulo Φ ?
- Rocío: Si, la tangente es $\tan \phi = \frac{\Delta y}{\Delta x}$
- Filio: ¿Y si escogemos Q más cercano a P, qué ocurre?
- Rocío: Nada, la tangente se escribe igual aunque Φ sería más pequeño.
- Daniel: Pero también el triángulo se hace más pequeño.
- Filio: ¿Qué más ven?
- Ramiro: Como el triángulo se está haciendo más chico, P y Q están más pegados.
- Ángel: Si pero por ahí empezamos, escogiendo a Q más cerca de P. No, yo creo que como el triángulo es más chico, Δx y Δy se hacen más chicos y también la recta S se está acercando a la recta T que es la tangente en el punto P.
- Ramón: Creo que ya estoy entendiendo porqué se llaman igual.

- Ángel: Si, pero estaba yo bien cuando dije que ahí había un triángulo, pero muy chiquito.
- Filio: Muy bien, ya observaron lo importante. Ahora tal vez me puedan explicar el significado de:

Si la recta S tiende a la recta T, entonces :

$$Q \rightarrow P$$

$$\phi \rightarrow \tau$$

$$\Delta y \rightarrow 0$$

$$\Delta x \rightarrow 0$$

- Rocío: Estás poniendo en símbolos lo que está pasando en el dibujo.
- Janet: Ya se dieron cuenta de que si Δx y Δy se hacen cero ¿cómo vamos a dividir?
- Ángel: Es que ese es el problema, si Δx se hace cero, estamos en el punto P que es lo que se desea, pero si se hace cero hay problemas con la división. Por eso yo digo que nada más debe parecer que toca el punto pero no lo hace.
- Filio: Muy bien, esto quiere decir que la manera como se define la tangente no es buena. En realidad, una buena definición es que la tangente es un límite que se expresa como:

La recta tangente a la curva $y = f(x)$ en el punto $P(c, f(c))$ es aquella recta que pasa por P con pendiente :

$$m_{\text{tan}} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} m_{\text{sec}} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(c + \Delta x) - f(c)}{\Delta x}$$

siempre y cuando este límite exista y no sea $+\infty$ o $-\infty$

Reflexionen esta definición y busquen la congruencia con lo que hemos discutido.

Fase 2

Se proporciona a los niños unas tijeras rectas (sólo permiten recortar objetos delimitados por rectas), como las que se muestran en la figura.



Fig. 95

Enseguida se les muestra la siguiente fotografía:



Fig. 96

Pregunta: ¿Alguien de ustedes reconoce lo que hay en esta fotografía?

- Abraham: Es el mundo.
- Fernanda: Si, es el mundo.
- Ursula: Pero también es el planeta en que vivimos.
- Brando: ¿Por qué se ve así? El mundo que está en el escritorio de la maestra no se ve así.
- Filio: Tienen razón: Es nuestro planeta. Se llama Tierra y es una fotografía del planeta tal y como es. Lo ven de esta manera porque es una fotografía tomada desde una nave espacial; las partes de color café son los continentes, las azules son los océanos y las partes blancas, son las nubes y las partes que contienen hielo. Como un todo, nuestro planeta se ve azul por la atmósfera. Pero esta fotografía que ven, tiene una parte muy negra que quiero quitar ¿podrían recortar el planeta de manera que no tenga las partes oscuras?
- Fátima: Tú quieres el puro mundo, pero eso no se puede hacer con las tijeras que nos diste.
- Eloisa: Yo no creo que se pueda recortar con las tijeras que nos diste porque no podemos recortar lo redondo con estas tijeras.
- Ursula: Te lo podemos recortar, pero siempre se verá la parte negra.
- Loren: Yo creo que si le puedo quitar las partes negras pero me voy a comer parte del mundo.
- Brando: Pero así qué chiste tiene.
- Osvaldo: Yo voy a recortarlo a para que veas que no se puede.

Algunos de los primeros intentos de los niños para recortar la esfera terrestre, se muestran en las figuras 97, 98, 99 y 100.



Fig. 97



Fig. 98

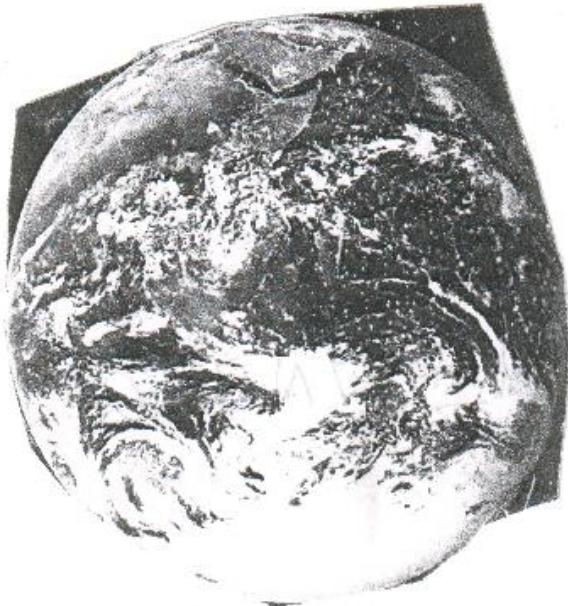


Fig. 99



Fig. 100

- Guillermo: ¿Ya viste que no se puede?
- Filio: Pero ¿por qué el recorte de Lorena tiene menos partes negras?
- Lorena: Sí, mi mundo se ve más redondo.
- Fátima: Es que ella hizo trampa porque recortó más.
- Víctor: Si yo hago más recortes me quedaría más redondo.
- Fátima: Si porque así le quitaría todos los piquitos que me quedaron en la foto que me quedó.
- Ursula: Yo ya había pensado en eso, pero yo creí que no podía hacer tantos recortes, pero los voy a hacer y me va a quedar mejor que a todos.
- Brando: ¿Cuántos recortes puedo hacer?
- Eloisa: Yo voy a hacer todos los que pueda hasta que me quede bien la bola.

Algunos de los segundos intentos de los niños se muestran en las figuras 101, 102, 103 y 104.

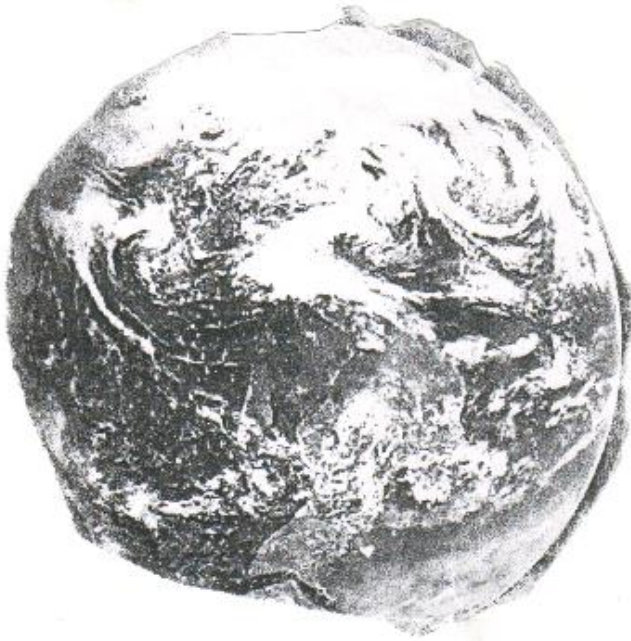


Fig. 101



Fig. 102



Fig. 103



Fig. 104

- Aura: Ya me quedo más bonita.
- Osvaldo: Si, pero todavía se ven cachitos negros.
- Eloisa: También se le ven muchos piquitos.
- Fernando: También se los podemos quitar si seguimos recortando.
- Brando: Vamos a ver a quién le queda mejor.

Algunos de los recortes logrados en el tercer intento se muestran en las figuras 105, 106, 107 y 108.

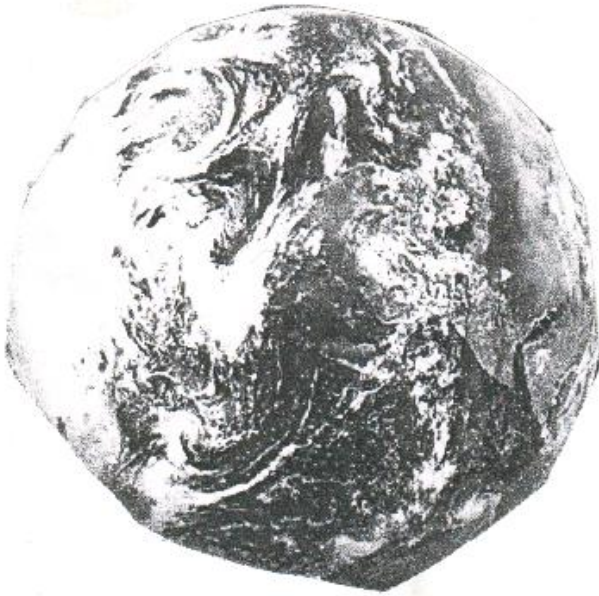


Fig. 105



Fig. 106



Fig. 107

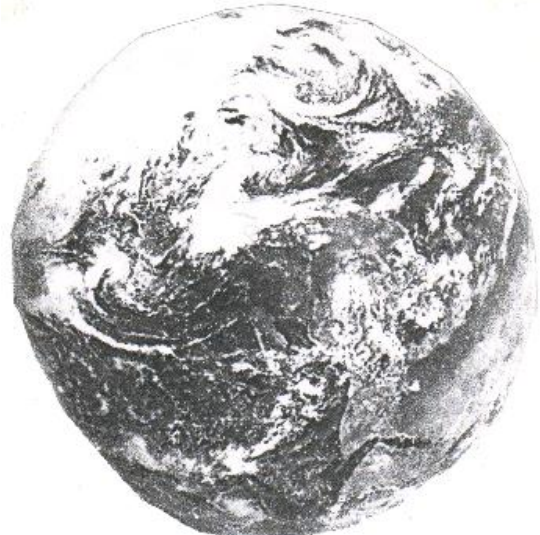


Fig. 108

- Aura: Ya me quedó más bonita.
- Brando: A mi también.
- Ana: Si se puede recortar una bola con unas tijeras derechas.
- Osvaldo: Si, pero se cansa mucho la mano.
- Ursula: Yo creo que queda más bonita, pero nunca le vamos a poder quitar las partes oscuras, porque siempre se ve un cachito negro.
- Eloisa: Pero podemos ya terminar si se parece a la bola.
- Filio: ¿Qué quieres decir con que se parece a la bola?
- Eloisa: Que ya es casi el mundo pero que todavía tiene piquitos que no le podemos quitar.
- Fátima: Si los podemos quitar pero siempre le vamos a dejar otros más chiquitos.
- Aura: Si se los quitamos ya es casi la bola: mira.

El resultado de los recortes en el cuarto intento, se muestran en las figuras 109, 110, 111 y 112.



Fig. 109



Fig. 110



Fig. 111



Fig. 112

- Ursula: Así hubiéramos empezado.
- Filio: Así ¿cómo?
- Ursula: Recortando chiquito.
- Filio: ¿Qué es recortando chiquito?
- Loren: Pegando las tijeras al mundo.
- Filio: ¿Cómo de qué manera?
- Loren: Así mira (pone las tijeras en posición tangente a la esfera terrestre)
- Osvaldo: De veras, así se puede recortar el mundo, pero es muy cansado.
- Fátima: Pero nunca vamos a acabar.

- Osvaldo: Si porque cuando ya no vemos los piquitos, ya acabamos.
- Eloisa: Oye Filio, creo que si se puede cortar algo redondo con las tijeras derechas.
- Ursula: No se puede, pero casi se puede.
- Filio: ¿Podrían hacer un último intento?

La figura 113 muestra una de las esferas que obtuvieron los niños en el quinto intento.



Fig. 113

Durante toda la actividad se conservaron todos los intentos sucesivos de los niños y se numeraron: aquí sólo se muestran algunos de ellos. También se filmaron, fotografiaron y grabaron las sesiones de trabajo. En el reporte sólo se muestran los diálogos más representativos. La figura 114 ilustra algunos de los recortes externos logrados y la figura 115 evidencia los recortes sucesivos de las diferentes posiciones que fueron tomando las tijeras en el proceso de acercamiento al recorte fino.

En ningún momento se motivó a los niños a seguir un procedimiento o estrategia. El primer recorte y las correcciones sucesivas fueron propuestas de los niños, orientándose por lo que querían lograr y por los obstáculos que se les iban presentando. De este modo decidieron la posición que deberían tener las tijeras y las posteriores correcciones hasta obtener la figura deseada.

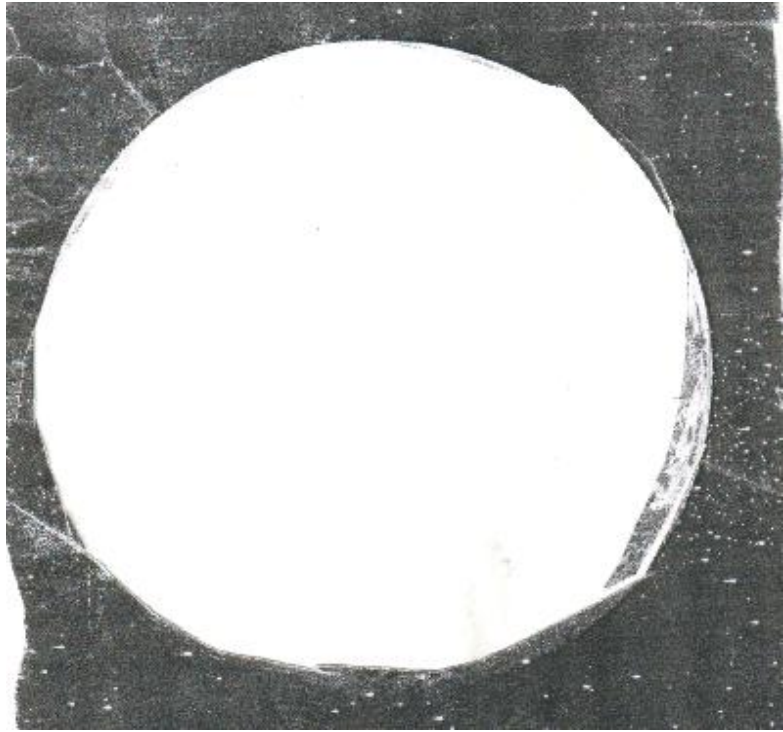


Fig. 114

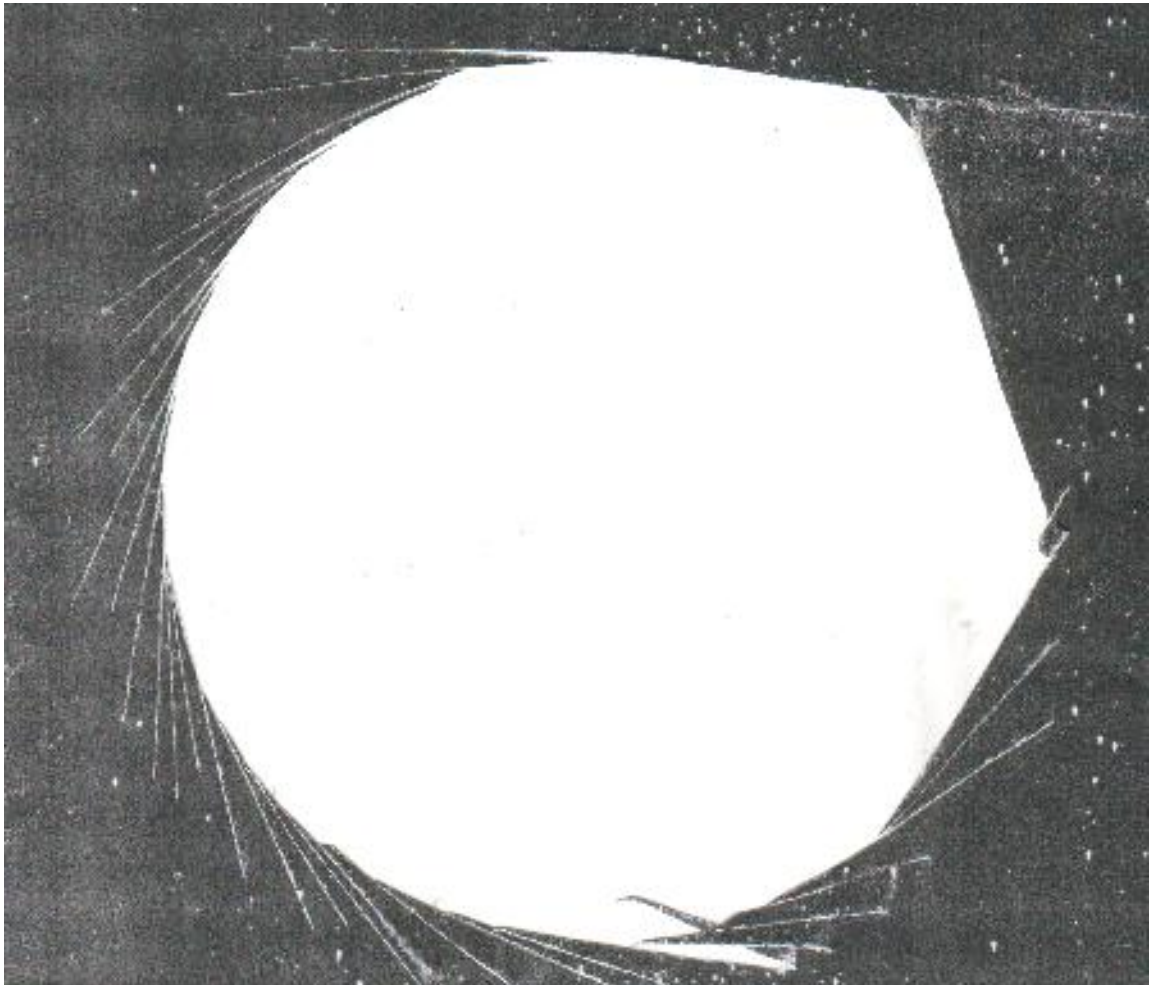


Fig. 115

Análisis de los experimentos 1 y 2

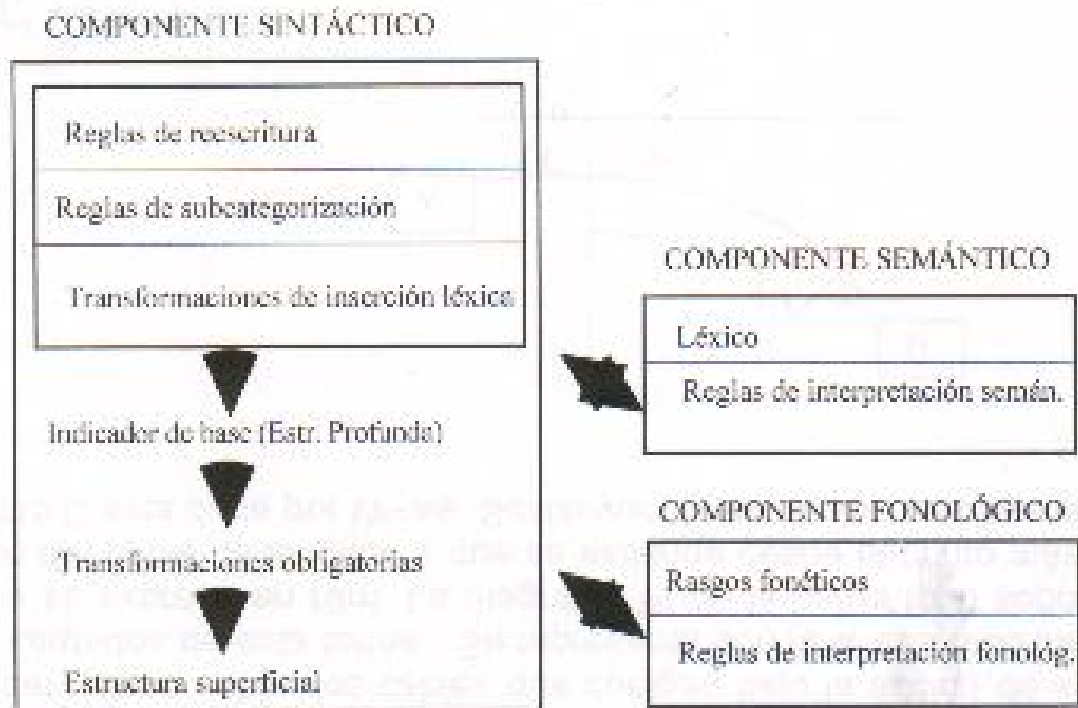
El análisis de los experimentos en términos de las hipótesis de Chomsky se apoya en los siguientes postulados:

- 1) De la intuición como método al postulado del innatismo.
 - a) Los aspectos de creatividad y ambigüedad
 - b) Modelo del mecanismo creativo que decide sobre la gramaticalidad
 - c) La intuición como decisión sobre la gramaticalidad
 - d) Intuición y Competencia
 - e) Innatismo: la estructura innata como independiente de la inteligencia y subestructura fija común.

- 2) De la Competencia y Ejecución Lingüística
 - a) La Competencia como el conocimiento que tiene el sujeto y que dirige la ejecución de todo acto lingüístico y como característica humana universal
 - b) La Ejecución como el saber hacer y la puesta en práctica de la competencia psicolingüística.

- 3) De la formulación como la proposición de una precisión explícita de los procesos creativos del lenguaje, con los que la gramática se presenta como un sistema de reglas que pueden ser reiteradas para engendrar un número indefinidamente grande de estructuras.

- 4) Del componente sintáctico como articulador de los componentes semántico que realiza la interpretación semántica apoyándose en la estructura profunda y, el fonológico que realiza la interpretación fonética de las estructuras de superficie. Así, el componente sintáctico genera un conjunto infinito de pares (**P**, **S**) donde **P** es la Estructura Profunda y **S** es la Estructura Superficial. Los componentes representativos asignan una representación semántica a **P** y una representación fonológica a **S**.



A estos postulados se suma otra adecuación de la teoría de Chomsky a este estudio, que se refiere a un constructo que permite identificar la intuición a partir de las nociones. Este constructo es el tránsito *Noción-Concepto-Definición* donde la *Noción* es el momento innato del conocimiento, el *Concepto* es la forma lingüística de la Noción y la *Definición* es la convención fonológica que intenta unificar y contener a la Noción y al Concepto.

En el caso de los experimentos 1 y 2, los indicadores de la presencia de este constructo se identifican como:

l) *Nociones*:

- ¿Un límite se resuelve o indica un comportamiento?
- Si los límites son números ¿cómo se pueden ver en una gráfica?
- ¿Cómo se puede ver el infinito en una gráfica?
- “El infinito no se ve, pero uno se lo imagina”
- “Algo nos dice que la x se va al infinito”
- “Se van haciendo chiquitos y ya no se van a ver, pero están ahí”
- “Se parece pero no es igual”
- “Ahí está pero no se ve”
- “Se hace chiquito pero no desaparece”
- “Se hacen chiquitos y ya no se pueden dibujar, pero tiene que haber más”

- k) “Se pueden poner los dedos en los dibujos y ver como se hacen chiquitos”
- l) “Los dedos se van pegando pero no se pegan”
- m) “Dentro de un punto no cabe nada”
- n) “Si un punto siempre tiene pegado otro punto, no se puede dibujar una recta que sólo toque un punto”
- o) “Si una recta y un círculo se rozan, se puede decir que tocan un solo punto”
- p) “Hay lugares donde una recta toca una gran cantidad de puntos de una curva y en otros donde toca pocos”
- q) “Las curvas tiene rectas tangentes en unas partes y en otras no”
- r) “No se puede recortar una cosa redonda con tijeras rectas”
- s) “Si se recorta una cosa redonda con unas tijeras rectas quedan muchos piquitos”
- t) “Si se puede recortar una cosa redonda con unas tijeras rectas si se hacen muchos recortes”
- u) “Se termina de recortar cuando se parece a la bola”
- v) “Se puede recortar la bola sin que queden piquitos, poniendo las tijeras en la orilla”
- w) “Cuando uno termina de recortar la bola, ya casi no se ven los piquitos, pero ahí están sólo que ya no se notan”

II) *Conceptos:*

- a) Una función es cuando algo depende de algo.
- b) La gráfica de una función indica cómo se comporta ésta.
- c) Relación entre una expresión y su gráfica.
- d) Decir que $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$ significa que $f(x)$ está cerca de L cuando x está suficientemente cerca de c .
- e) Decir que $\lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = L$ significa que $f(x)$ está cerca de L cuando x se aproxima a c por la derecha.
- f) Decir que $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = L$ significa que $f(x)$ está cerca de L cuando x se aproxima a c por la izquierda.
- g) Decir que $x \rightarrow +\infty$ significa que x crece sin límite.
- h) Decir que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$ significa que $f(x)$ se acerca a L cuando x crece sin límite.
- i) Decir que $\lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = +\infty$ significa que $f(x)$ crece sin límite cuando x se aproxima a c por la derecha.

- j) Decir que $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = -\infty$ significa que $f(x)$ decrece sin límite cuando x se aproxima a c por la izquierda.
- k) Una tangente es una línea recta que toca a una circunferencia en un solo punto.

III) Definiciones:

- a) Una función f es una regla de correspondencia que asocia a cada objeto x en un conjunto llamado Dominio, un solo valor $f(x)$ de un segundo conjunto llamado Rango.
- b) Decir que $\lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = L$ significa que para cada $\varepsilon > 0$ existe una correspondiente $\delta > 0$ tal que $0 < x - c < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$.
- c) Decir que $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = L$ significa que para cada $\varepsilon > 0$ existe una correspondiente $\delta > 0$ tal que $0 < c - x < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$
- d) Si $\lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = L$ y $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = L$ entonces $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$
- e) El significado preciso de $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$ es que, dado cualquier número positivo ε , existe un correspondiente número positivo δ tal que $0 < |x - c| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$.
- f) Sea f definida en $x \in [c, \infty)$ para algún número c . Se dice que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$ si para cada $\varepsilon > 0$ existe un correspondiente número M tal que $x > M \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$
- g) Sea f definida en $x \in (-\infty, c]$ para algún número c . Se dice que $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$ si para cada $\varepsilon > 0$ existe un correspondiente número M tal que $x < M \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$
- h) En un triángulo rectángulo, *la tangente de un ángulo agudo es el cociente del lado opuesto al ángulo entre el lado adyacente al mismo ángulo.*
- i) La recta tangente a la curva $y=f(x)$ en el punto $P(c, f(c))$ es aquella recta que pasa por P con pendiente $m_{\tan} = \lim_{h \rightarrow 0} m_{\sec} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(c+h) - f(c)}{h}$ siempre y cuando este límite exista y no sea $-\infty$ o $+\infty$.

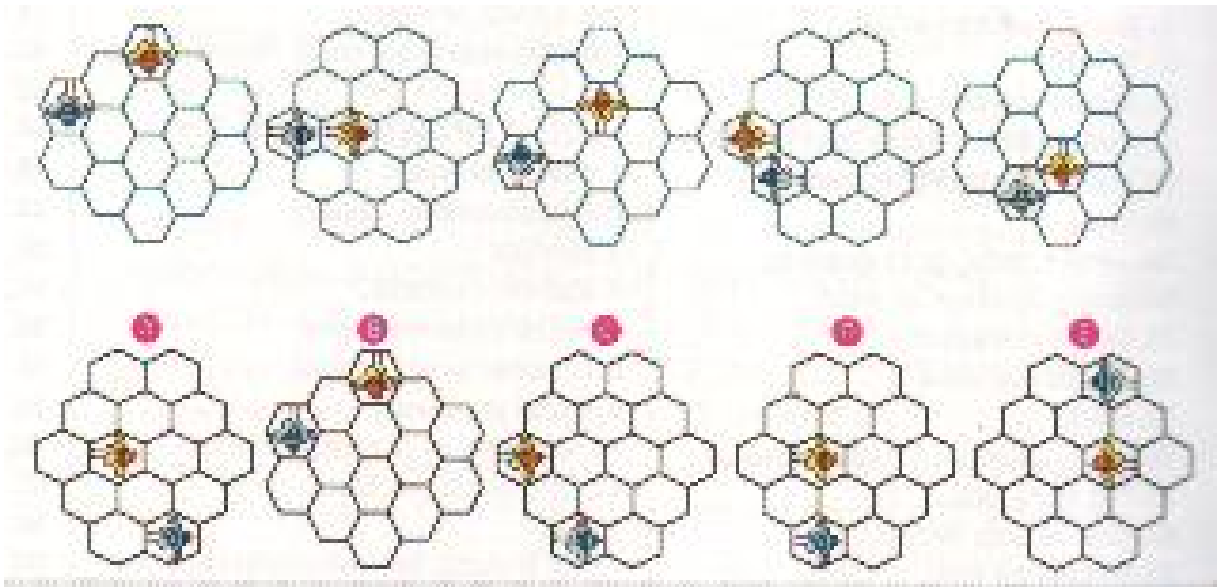
En los experimentos 1 y 2, en su fase uno, los jóvenes estudiantes poseen la expresión matemática inmersa en la estructura superficial y no es producto de su <<pensar matemático>>, por lo que no intentan ni siquiera la lectura sintagmática. En el experimento 1 fase 1, el discurso del maestro es la única guía a la que recurren para buscar la relación entre la expresión matemática del límite que se les presenta y la gráfica que lo muestra, pero no a la interpretación ni significado de éste y, en el experimento 2 fase 1, el uso de

este discurso es para contestar una definición recurriendo a informaciones confusas previas. También se observa una fuerte limitación en la parte semiológica en ambos experimentos en su primera fase, por lo que cualquier resultado que los estudiantes obtengan carece de pensar matemático; es decir trabajan sobre objetos matemáticos sin un punto de partida en la estructura profunda. En ambos experimentos en su fase uno, la presencia y uso de las nociones es casi inexistente y la ejecución lingüística depende de una regla de transformación que se malinterpreta, por lo que todo depende de la fonología evidenciando así el frecuente uso de la Estructura Superficial. La Competencia no se evidencia porque no está respaldada por las nociones propias del sistema cognitivo pertenecientes al lenguaje como órgano. Es muy probable que los jóvenes con los que se experimentó sean capaces de manejar reglas de transformación que les permitan resolver límites asociados a las definiciones, pero no saben lo que están resolviendo ni las consecuencias de estas soluciones. El componente sintáctico no aparece como un articulador de los componentes semántico y fonológico, por lo que no hay manera de formar el par (**P**, **S**) que conecta las Estructuras Superficial y Profunda.

En la fase dos de ambos experimentos, los niños están anclados en la estructura profunda y su única limitación es la Matematización, pero su <<pensar matemático>> los lleva a evidenciar un pensamiento matemático, evidencia que se hace notable en la semiología que manejan coincidiendo con la idea lingüística de Chomsky. La cadena de razonamiento lógico de los niños no coincide con la llamada Lógica Formal que conlleva a los procesos de matematización, pero el llamado <<instinto del lenguaje>> que tanto defiende Chomsky parece llevarlos a una fuerte analogía sintáctica del lenguaje de los epsilon y los delta utilizados en la rigorización de la definición de límite. También es notable la recurrencia, por parte de los niños, a los sentidos como es el uso de las manos y dedos como un apoyo de sus decisiones. Esto les permite concluir que, por ejemplo, los dedos nunca se pegarán, pero “parecerán pegados”, lo cual destaca la función de la intuición como decisión de la gramaticalidad en sus aspectos de creatividad y competencia. En todo momento están presentes las nociones residentes en la estructura profunda, y el componente sintáctico como articulador de las interpretaciones semánticas y fonológicas en donde el conjunto infinito de pares (**P**, **S**) se testimonia por la versatilidad morfológica de las frases gramaticales que cobran sentido como pensamiento matemático. La carencia, lo cual se esperaría según las hipótesis, es en las reglas de transformación, que no aparecen en ningún momento lo que demuestra la fuerte dependencia del Instinto del Lenguaje que sostiene los postulados de Chomsky.

Experimento No 3

Este ensayo experimental (y el siguiente) se aplicó al los mismos grupos de sujetos que en los experimentos 1 y 2. Para esto se les mostró el siguiente dibujo:



Las instrucciones que se les dieron fueron:

“La abeja no solamente es un insecto disciplinado, sino que también es muy listo. Por eso el orden de estos panales no es aleatorio, ya que tiene su lógica. Descúbrela y completa correctamente la secuencia con una de las cinco opciones.”

Sin embargo a pesar de que a ambos grupos de experimentación se les dio el mismo tipo de instrucciones, en los niños se tuvieron que disfrazar algunos vocablos. Así se invirtió un tiempo en aclarar los términos “aleatorio”, “lógica” y “secuencia”. La razón es que en su estructura profunda residen otro tipo de vocablos “como caiga”, “ordenado” o “que van haciendo para formarse” y los usados en las instrucciones se ubican en la superficial. Aquí las reglas de transformación están dadas por las formas gramaticales, por lo que no es difícil que ambos grupos experimentales formen rápidamente los pares sintácticos (**P**, **S**).

El orden en que se ordenan las abejas se hizo de modo que el panal fuera girando de 90° en 90°, en el sentido contrario a las manecillas del reloj. Además, independientemente del movimiento del panal, la abeja roja desciende verticalmente de una celda a otra y, al llegar abajo, asciende de la misma manera. La abeja azul va rotando en sentido de las manecillas del reloj, de dos en dos celdas, por los bordes del panal. Por lo tanto el panal correcto es el D.

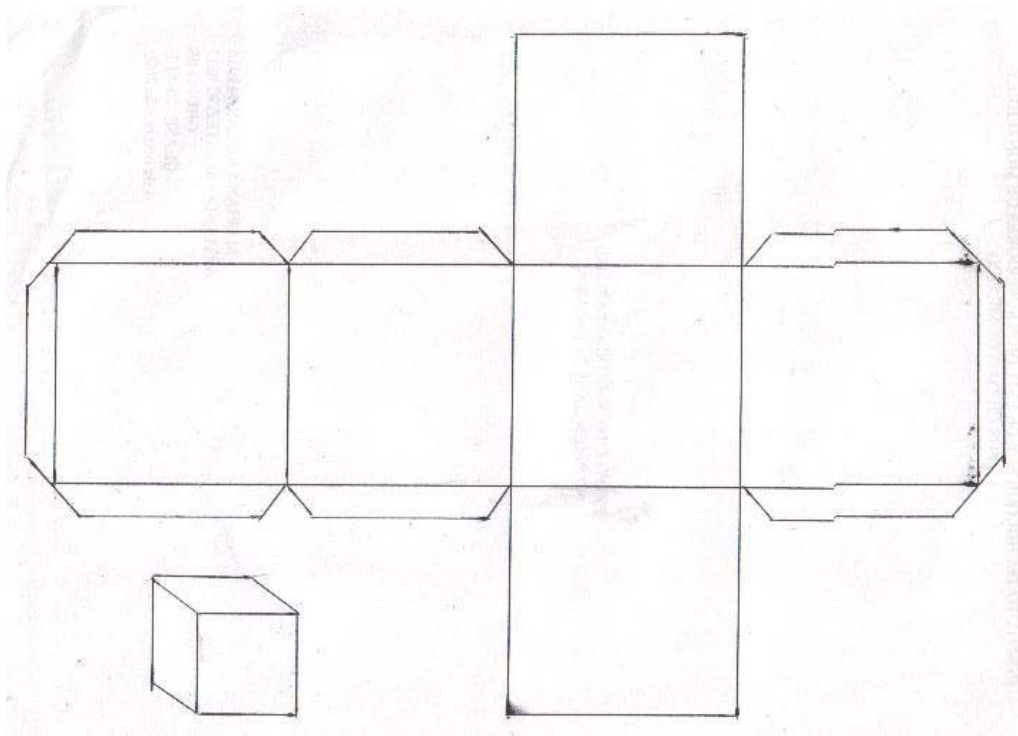
En el caso de los niños, las instrucciones se ampliaron de manera verbal, lo suficiente hasta que quedó claro lo que se buscaba y en el caso de los adolescentes sólo se aclararon dudas. En la siguiente tabla se muestran algunos de los comentarios relevantes

de ambos grupos experimentales y se excluyeron otros que, aunque no se relacionaban con la solución, si alimentaron ideas que si conducían a ella.

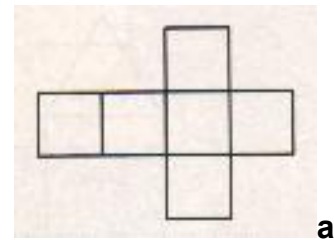
Jóvenes	Niños
-El panal no conserva su posición.	- Los panales no son los mismos
-Las abejas también se mueven.	- Las abejas si son las mismas
-El truco para saber cual sigue, es descubrir cómo se mueve el panal y las abejas.	- Los panales y las abejas son las mismas, pero se están moviendo.
-Conviene imaginar un sistema de ejes coordinados en el panal y luego ir viendo cómo se mueve el eje.	- Unas de las cajitas de los panales están formadas derechas y otras están formadas inclinadas.
-El sistema de ejes se mueve en el sentido contrario a las manecillas del reloj	- La abejita roja no se sale de las cajitas que están formadas derechas.
-La abeja roja está en el eje de las y.	- El panal está dando vueltas.
-La abeja roja siempre se mueve en el eje y, aunque el panal gire.	- Parece que el panal está dando vueltas a la izquierda.
-La abeja azul está a dos cajas de la roja.	- La abeja azul está persiguiendo a la roja
-La abeja azul siempre está en las orillas.	- La abeja azul siempre está en las orillas.
-Por la manera que gira el panal, la siguiente posición no puede ser la B.	- Si el panal está dando vueltas, el panal que sigue no puede ser el B.
-Eliminando B, sólo en A, C y D puede estar la solución.	- El panal que sigue nadamás puede ser el A, el C, el D o el E.
-La solución se puede saber analizando cómo se mueve la roja, independientemente del movimiento de la azul.	- Se puede saber cuál sigue si sabemos en dónde van a estar las abejas cuando el panal se mueva.
	- Si sabemos en dónde va estar la abeja roja ya sabemos lo demás porque la abeja azul nada más va persiguiendo a la roja.

Experimento No 4

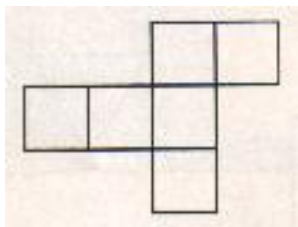
Recorta la siguiente figura, pliega las partes punteadas y arma un dado como el que se muestra:



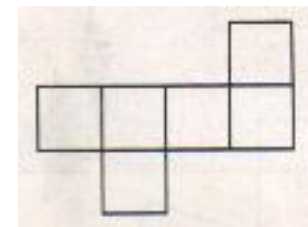
Sin recortar las siguientes figuras: ¿cuáles, al plegarse, forman un dado?



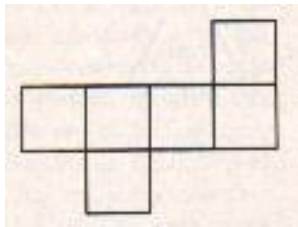
a



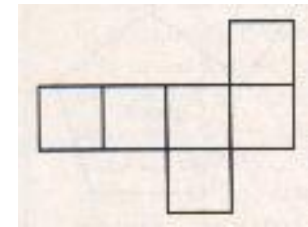
b



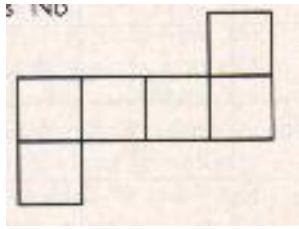
c



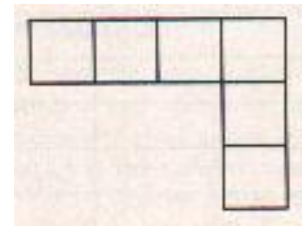
d



e



f



g

Las respuestas de ambos grupos experimentales se describen en la siguiente tabla. Sólo se muestran los comentarios relevantes y conclusivos de una discusión donde abundaron frases como “Se pueden doblar mentalmente”, “luego luego se ve que con todas se puede”, “¿por qué no nos dejas recortar y ver después?” y otros.

Jóvenes	Niños
-Un dado tiene forma de cubo y los cubos se forman con seis caras	-Con todas porque, porque en todas las figuras hay seis cuadros.
-Con cuatro caras se forma el cubo y con las otras dos se cierra para formar el dado.	-Primero debe hacerse una caja y después taparla.
-Todos las figuras tiene seis caras, pero eso no basta para formar un dado.	-Si los cuadros de arriba y abajo están separados forman el dado.
-Las caras que sirven para cerrar el cubo no deben encimarse.	-Los cuadros de arriba y abajo del dado no deben estar juntos.
-Se puede formar un cubo con cualquiera de las figuras menos con la g.	-Si hay seis cuadros y los cuadros de arriba y abajo no están juntos, forman un dado.
	-La figura g no forma un dado.

Análisis de los experimentos 3 y 4.

Aquí aparece otro de los supuestos duros de la teoría de Chomsky: la existencia de la facultad del lenguaje. Esto es, la afirmación de que hay alguna parte del cerebro, o de la mente, que se dedica específicamente al conocimiento y al uso del lenguaje. Se trata de una función particular del cuerpo; una suerte de órgano lingüístico, a grandes rasgos análogo al sistema visual que también se dedica a una tarea muy delimitada. Dado que este estudio busca la validez de la teoría de Chomsky, se da por sentado que existe esta facultad lingüística, y que dicha facultad abarca al menos un sistema cognitivo, esto es, un sistema que almacena información. Tiene que haber, por lo tanto, sistemas que accedan a

esa información, los sistemas de actuación; por ejemplo, los sistemas sensomotores, los sistemas articuladores y perceptivos.

Desde el tiempo de los griegos, la demostración ha jugado un importante papel en las matemáticas. Por medio de la demostración los matemáticos determinan cuáles afirmaciones matemáticas son verdaderas o falsas, pero ¿qué es exactamente una demostración? Ciertamente, la argumentación que se hace en términos matemáticos usando una relativamente simple notación, se admite como una demostración cuando hay una concatenación de elementos que se corresponden con una estructura matemática (por ejemplo, en la demostración de que $\sqrt{2}$ no se puede expresar como cociente de enteros), pero esto no es la esencia de la demostración. Podría ser extremadamente fácil eliminar toda el álgebra, reemplazando cada símbolo con palabras y frases del idioma español, y sería una demostración de la afirmación; de hecho sería la misma demostración. La elección del lenguaje, ya sea simbólico, verbal o pictórico, puede afectar el tamaño de la demostración o facilitar su entendimiento, pero esto no afecta si el argumento constituye o no una demostración. En términos humanos, tener una demostración significa poseer la capacidad de convencer completamente a cualquier persona suficientemente educada, inteligente y racional y seguramente que esa capacidad se hace con algún tipo de patrón abstracto o estructura abstracta asociada con el argumento. Esto es, una demostración tiene que ver con el cumplimiento o no de cierto patrón y esto es el meollo, según el autor de este estudio, del asunto. El pensamiento matemático no es más que la manifestación de un pensar matemático caracterizado por la intuición, la lógica, la jerarquización y la estructuración que conducen al descubrimiento de un patrón. En sí, esto es la matemática: una ciencia de patrones y los seres humanos tienen una facultad innata para detectar patrones. Los patrones abstractos con los que los seres humanos están equipados para reconocer y utilizar, no solo están en el mundo físico. Los patrones abstractos también están involucrados en nuestro pensamiento y comunicación con otras personas; los patrones existen en nuestra mente y gobiernan nuestra matemática desde el tiempo de Aristóteles con sus silogismos lógicos hasta nuestros días, pasando por el cómo Euler circuló los silogismos con técnicas geométricas, el uso que dio a los patrones George Boole para estudiar el razonamiento humano, su utilidad en el descubrimiento y formalización del Cálculo, la influencia que hay de los patrones en los trabajos de Georg Cantor, Gottlob Frege, Bertrand Russell, Hilbert y Poincaré y, por último los patrones en el lenguaje de Noam Chomsky.

En los experimentos 3 y 4, ambos grupos experimentales evidencian su ámbito de competencia en la búsqueda de patrones a pesar de la diferencia sintagmática que da el lenguaje y la terminología. La solución es rastreada en el análisis de conductas y un eje que las conecte suponiendo que tiene que existir una propiedad común, todo esto sin que haya una instrucción previa o guía de trabajo que oriente el descubrimiento de la solución.

Experimentos 5 y 6 (Experimentos piagetianos: una explicación en términos chomskyanos.)

En realidad la actividad que en este momento se realiza no es estrictamente experimental. Más bien se trata de dos experimentos ya realizados por Jean Piaget y que intentan ser analizados en términos de la teoría de Noam Chomsky con el propósito de, aunque de manera imprudente, formar parte del debate en la abadía de Royaumont. El primero de estos experimentos ya se había cuestionado por Jacques Mehler y Tom Bever, pero aquí se complementa con algunos comentarios con tendencias chomskianas. El segundo experimento es un cuestionamiento de la completa responsabilidad del que esto escribe.

Paris 1920. Binet y Simon están produciendo los primeros tests para la medición de la inteligencia. El joven Piaget se asocia a esta tarea, con el encargo de aplicar algunas pruebas de razonamiento: debía averiguar a qué edad estas pruebas eran resueltas. Pero ocurre que, aplicando estas pruebas a los niños, Piaget descubre que las respuestas erróneas eran mucho más interesantes que las respuestas correctas¹¹⁸.

Desde ese momento Piaget se dedica afanosamente a descubrir lo que se podría llamar “*errores sistemáticos*”, o sea respuestas erróneas que parecen ser comunes a todos los niños en un momento dado del desarrollo. El estudio de la razón de esos “*errores*” lo lleva a considerarlos como la expresión manifiesta de un modo particular de organización del pensamiento, y por lo tanto, a descartar cualquier descripción en términos de “*respuestas erróneas*”. Piaget logra hacer hablar a los niños porque los escucha con un modo de escucha que es inédito y que los niños perciben de inmediato: alguien ¡por fin!, está interesado en saber por qué ellos piensan de la manera en que piensan.

El libro sobre *La Génesis del Número en el Niño* (1941), uno de los libros más utilizados por los investigadores en didáctica de las Matemáticas, comienza de manera insólita. Pierre Gréco, graduado de l’École Normale Supérieure y colaborador del Centro de Epistemología Genética, lo dice en términos elocuentes:

¹¹⁸ Ferreiro, E. Jean Piaget y el Descubrimiento del Pensamiento Infantil. Avance y Perspectiva. Vol. 18 1999

El estudiante que aborda por primera vez el libro llamado La Génesis del Número en el Niño queda desconcertado por dos razones. Primero, porque durante las 200 primeras páginas, por lo menos, no se habla sino de líquidos transvasados, de correspondencia entre objetos y receptáculos, de palitos que es preciso seriar, etc., en lugar de las buenas y sólidas operaciones de la aritmética escolar. En segundo lugar porque, para hacerle apreciar la importancia de todo eso, se le cita a Russell, Whitehead, Poincaré, y se lo remite a un libro (el de Piaget) todavía menos legible (Clases, Relaciones y Números) con un subtítulo híbrido: “Ensayos sobre los agrupamientos logísticos y sobre la reversibilidad del pensamiento”. En pocas palabras, el lector se sorprende de que no se le hable más (o de que se le hable de inmediato) ni del número ni del niño. Pero habrá comprendido el libro –lo cual no lo obliga en absoluto a aprobarlo- sino a partir del momento en que haya tomado conciencia de las razones por las cuales un tal Piaget creyó necesario proceder a esos laboriosos rodeos.

En ese libro Piaget presenta una de las situaciones experimentales que más réplicas confirmatorias ha recibido, y que es de una extrema simplicidad. En su versión actual esta situación se diseña de la siguiente manera. Se presenta a un niño de 4 o 5 años un conjunto de fichas de dos colores contrastantes (rojas y azules). Nos aseguramos de ese niño sabe contar hasta 5 o 6. Formamos una fila con tantas fichas rojas como sabe contar (5, por ejemplo). Pedimos al niño que, con las azules, haga una fila que tenga “igualito de fichas, ni más ni menos”. Supongamos que el niño lo logra, por correspondencia biunívoca. Entonces, a la vista del niño, y solicitándole máxima atención, procedemos a ampliar la separación entre las fichas de una de las filas, por ejemplo la roja, preguntando luego: “¿seguimos teniendo igualito de fichas?”. La respuesta típica es la siguiente: “No, porque la fila roja es más larga”. Preguntamos: “Si, es más larga, pero ¿hay más fichas?”. El niño responde que sí. Entonces preguntamos cómo podemos hacer para volver a tener “igualito en las dos filas”. El niño las reacomoda como al principio. Transformamos de la misma manera a la azul. Misma respuesta. Entonces le pedimos que cuente las fichas de las dos filas. En cierto momento del desarrollo, el niño sabe que va a tener el mismo número, pero su conclusión puede expresarse en estos términos: “son cinco y cinco, pero los cinco azules (fila más larga) son más que los cinco rojos”.

Ese niño hipotético comparte con nosotros una presuposición básica: para obtener dos conjuntos con el mismo número de elementos hay que ponerlos en correspondencia

biunívoca. Pero cualquier modificación a esa “puesta en correspondencia práctica” modifica la igualdad inicial. El conteo, para esos niños, no constituye ninguna verificación de la igualdad de ambos conjuntos. ¿Cómo convencer a esos niños de la igualdad de ambos conjuntos? Todos nuestros argumentos se desvanecen (excepto el argumento de autoridad: ¡te equivocaste!) ya que ellos saben que no agregamos ni sacamos ninguna ficha, saben que se puede volver al estado inicial y saben contar (o sea, poner nombres de números en correspondencia con objetos, sin repetir nombres de números y sin contar con dos veces el mismo objeto).

Poco tiempo después, el mismo niño (ahora con 6 años de edad) nos dirá que, por supuesto, hay “igualito de fichas” por las siguientes razones: “porque no sacaste ninguna”, “porque si las contamos va a dar igual”, “porque son las mismas”.

¿Qué ha pasado entre el niño 1 (N1) y el niño 2 (N2)? Evidentemente N1 y N2 tiene la misma información, el mismo imput. La diferencia reside en la manera de procesar la información objetiva. Lo que es prueba de conservación numérica para N2 no lo es para N1. Lo importante es que N2 lo afirma como si tratara de una evidencia lógica, y no necesita verificación alguna, mientras que N1 afirma la ausencia de conservación de la cantidad a pesar de las verificaciones (contar y/o volver al estado inicial).

Escuchando a los niños, proponiéndoles situaciones que apelan a su creatividad, observando atentamente a los bebés, y teorizando sin cesar, Piaget reinventa la psicología del desarrollo entendida como una génesis, donde, en cada etapa se construyen los instrumentos del conocimiento que hacen posible la etapa siguiente. Pero el desarrollo descrito por Piaget no es una tranquila adición de nuevas adquisiciones. Se pasa de una etapa a la siguiente por conflictos, reorganizaciones, construcción de nuevos observables. El niño es un teorizador que, en cada etapa de su desarrollo, elabora teorías acerca del mundo circundante. Y, tal como lo hacen los científicos, los niños no renuncian a sus teorías al primer contra ejemplo que se les ofrece.

Ahora sabemos que hay un aspecto del constructivismo de Piaget que está equivocado. Obviamente los niños tienen mucho que aprender acerca de la aritmética y obviamente su entendimiento conceptual de los números se profundiza con la edad y educación, pero ellos no carecen de representaciones mentales genuinas de números, aún al nacer, y uno puede probarlo simplemente usando métodos de investigación adaptados a su edad. Desafortunadamente las pruebas que favorecen a Piaget no posibilitan a los niños mostrar de lo que son realmente capaces. Su mayor defecto yace en su confianza en un diálogo abierto entre los experimentadores y los niños. ¿Realmente entienden los niños todas las

preguntas que se les hacen? ¿Interpretan las preguntas como lo haría un adulto? Hay varias razones para pensar que no. Cuando se pone a los niños en situaciones análogas a las usadas con animales y cuando sus mentes son probadas sin palabras, sus habilidades numéricas resultan ser nada menos que considerables.

Tomar, por ejemplo, la prueba piagetiana clásica de la conservación del número. En 1967, Jacques Mehler y Tom Bever del entonces departamento de Psicología del MIT, demostraron¹¹⁹ que el resultado de esta prueba cambió radicalmente de acuerdo al contexto y el nivel de motivación de los niños. Mostraron a los mismos niños, de dos o cuatro años de edad, dos series de ensayos: En uno (similar a la situación clásica de la conservación) el experimentador puso dos filas de canicas. Una fila era corta pero consistía de seis canicas y la otra más larga consistía cuatro canicas. Cuando se preguntó a los niños cuál de las filas tenía más canicas, la mayoría de los niños de tres y cuatro años de edad seleccionaron erróneamente que la más larga tenía más canicas. A esto Piaget le llama el error clásico de la no conservación. En una serie de ensayos, sin embargo, la estratagema de Mehler y Bever consistió en remplazar las canicas con objetos sabrosos y, en vez de hacerles preguntas engorrosas, se permitió a los niños levantar una de las dos hileras con derecho a consumirlas. Este procedimiento tiene la ventaja de dar un paso hacia un lado de las dificultades de la comprensión del lenguaje, mientras se incrementa la motivación de los niños para elegir la fila que le es más atractiva. Al final, cuando se usaron dulces, la mayoría de los niños eligieron la que contenía el mayor número de éstos, aun cuando la longitud de las filas se conflictuara con este número. Esto aportó una notable demostración de que su competencia numérica no es más insignificante que su afición por los dulces.

Que los niños de tres y cuatro años seleccionen la fila más numerosa de dulces no es, tal vez, para sorprenderse, aun a pesar de los conflictos con la teoría de Piaget. Pero hay más: en los experimentos de Mehler y Bever, los niños de alrededor de dos años de edad respondieron perfectamente en esta prueba, usando canicas y dulces. Sólo los niños más grandes fallaron al conservar el número de canicas. Así, en la ejecución de pruebas de conservación del número parece dejarse caer temporalmente entre los dos y tres años de edad. Pero las habilidades cognitivas de los niños de tres y cuatro años de edad están ciertamente no menos bien desarrolladas que aquellos de edades dos años.

¹¹⁹ Mehler, J. y Bever, T. Cognitive capacity of very young children. Science 1967

De aquí que los tests piagetianos no pueden medir la real competencia numérica de los niños. Por alguna razón, estos tests parecen confundir más a los niños más grandes y los hace incapaces de ejecutar tan bien como sus hermanos o hermanas más jóvenes.

Yo creo que lo que pasa es esto: los niños de tres y cuatro años de edad interpretan las preguntas de los experimentadores de manera completamente diferente que los adultos. La redacción de las preguntas y en el contexto en el que están planteadas engañan a los niños con la creencia de que ellos contestaron juzgando la longitud de las filas después de su número. Recuérdese que, en los experimentos seminales de Piaget, el experimentador pregunta la misma cuestión dos veces: “¿Es la misma cosa o alguna fila tiene más canicas?” Ellos llevan primero la pregunta cuando las filas están colocadas uno a uno y cuando este arreglo ha sido modificado.

¿Qué pueden pensar los niños de estas preguntas sucesivas? Supongamos por un momento que la igualdad numérica de dos filas es obvia para ellos. Deberían encontrar completamente extraño que un adulto repitiera la trivial pregunta dos veces. Por supuesto, constituye una violación de las reglas ordinarias de conversación (Gramática Universal) preguntar una cuestión cuya respuesta es conocida por ambos hablantes. Encarando el conflicto interno, tal vez los niños imaginen que la segunda pregunta, aunque superficialmente similar a la primera, no tiene el mismo significado. Tal vez algo como el siguiente razonamiento acude a sus cabezas:

Si los adultos me preguntan lo mismo dos veces, debe ser porque están esperando una respuesta diferente. Pero la única cosa que cambia relativa a la situación previa es la longitud de una de las filas. Por lo consiguiente, la nueva pregunta debería relacionarse con la longitud de las filas, aun cuando parezca relacionarse con su número. Supongo que es más fácil responder sobre la base de la longitud que sobre la base del número.

Esta línea de razonamiento, aunque completamente refinada, está al alcance de niños de tres y cuatro años de edad. De hecho, inferencias inconscientes de este tipo subyacen en la interpretación de una gran cantidad de afirmaciones, incluyendo aquellas que muchos niños pequeños pueden producir y comprender. Nosotros podemos ejecutar cientos de inferencias de este tipo. Entender una afirmación consiste en ir detrás de su significado literal y recuperar el significado inicial que quiso dar el hablante (Componente Semántico). En muchas circunstancias, el significado actual puede estar directamente opuesto al sentido literal. Hablamos de una buena película diciendo “no estuvo tan mal, ¿verdad?” Y cuando preguntamos “¿podría pasarme la sal?” no estaríamos satisfechos cuando la

respuesta es un simple “sí”. Semejantes ejemplos demuestran que constantemente reinterpretamos las afirmaciones que oímos ejecutando complejas inferencias inconscientes que tiene que ver con otras intenciones de los hablantes. No hay razones para pensar que los niños pequeños no están haciendo lo mismo cuando conversan con un adulto durante estas pruebas. De hecho, esta hipótesis parece la más plausible desde los tres o cuatro años de edad (el punto que Mehler y Bever encuentran es que los niños no empiezan por conservar el número) que la habilidad para razonar acerca de las intenciones, creencias y conocimiento de otra gente, a lo que los psicólogos llaman “teoría de la mente”, se origina en los niños pequeños.

Dos psicólogos del desarrollo de la Universidad de Edimburgo¹²⁰ probaron directamente la hipótesis del fracaso del niño al “conservar el número” con los tests piagetianos ligados a las malas interpretaciones de las intenciones de los experimentadores. En su experimento, la mitad de los ensayos fueron del tipo clásico, donde el experimentador modificó la longitud de una de las filas y después preguntó “¿cuál tiene más?” En la otra mitad de los ensayos, sin embargo, la transformación de la longitud fue hecha casualmente por un osito. Mientras el experimentador estuvo observando convenientemente en otro lado, un osito alargó una de las dos filas. El experimentador regresó después y exclamó “¡Oh no! el estúpido osito ha mezclado todo otra vez” Sólo entonces, el investigador hizo la pregunta otra vez “¿cuál tiene más?” La idea que subyace fue que, en esta situación, el interrogatorio pareció sincero y podría ser interpretado en su sentido literal. Como el oso ha desordenado las dos filas, el adulto no sabe ya cuántos objetos hay y por eso le pregunta al niño. En esta situación, la gran mayoría de los niños respondió correctamente sobre la base del número, sin estar influido por la longitud de la fila. Los mismos niños, sin embargo, fracasaron sistemáticamente contestando basándose en la longitud cuando la transformación fue hecha intencionalmente por el experimentador. Esto prueba dos cosas: Primero que aun un niño pequeño es capaz de interpretar la misma pregunta exacta en dos modos completamente diferentes dependiendo del contexto y, segundo, a pesar de Piaget, cuando la pregunta es hecha en un contexto que tiene sentido, los niños pequeños dan la respuesta correcta: ¡Pueden conservar el número!

No me gustaría dejar esta discusión montada en un malentendido. Ciertamente no considero que los fracasos de los niños en las tareas de conservación de Piaget sea un tema trivial. Por el contrario, esto es un área de investigación que aun atrae la atención de

¹²⁰ MacGarrigle J. y Donaldson M. Conservation Accidents. Cognition. 1984

muchos investigadores en muchas partes del mundo. Después de cientos de experimentos es aun confuso por qué los niños se dejan engañar tan fácilmente por una señal errónea, tal como la longitud de una fila, cuando ellos tienen que juzgar un número. Algunos científicos piensan que la falla en las tareas piagetianas refleja la maduración continua del córtex prefrontal, una región del cerebro que nos posibilita seleccionar una estrategia y seguirla a pesar de la distracción. Si esta teoría es correcta, las pruebas piagetianas podrían tomar un nuevo significado como una marcada conducta de la habilidad de los niños para resistir la distracción. Sin embargo, desarrollar tales ideas podría ser materia de otro estudio. Mi propósito aquí, es más modesto. Mi único objetivo es convencer a los lectores que las pruebas piagetianas no están bien interpretadas. Contrariamente a lo que pensó su inventor, estas no son buenos tests de cuándo un niño empieza a entender el concepto de número, sobre todo cuando el componente fonológico no es considerado como un contaminante asociado al contexto y a la parte intuitiva como fundamento de las nociones. Esto, desde luego es un punto ciego para el componente semántico de los supuestos chomskyanos.

El segundo experimento de Piaget se refiere la presentación al niño, de una fila de 10 flores, de las cuales tres son blancas y siete flores rojas. Enseguida se le pregunta *¿Qué hay más: flores rojas o flores?*, a lo que el niño responde "Hay más flores rojas". Ante esto Piaget se pregunta *¿Por qué será que los niños incurren siempre en los mismos errores, frente a problemas lógicos? Por ejemplo, cuando deben resolver problemas en que se relacionan las partes y el todo, o las causas con sus efectos. Encuentro que este punto es más interesante que estandarizar las respuestas correctas e incorrectas, así que comencé a tener entrevistas personales (entrevistas clínicas) con los niños, para indagar a fondo el razonamiento que los lleva a cometer lo que, a primera vista, los adultos consideramos "errores".Entonces pude corroborar que el razonamiento lógico no es innato. El conocimiento se va desarrollando en un proceso en el cual el niño interactúa con su medio.*

La respuesta a la que se refiere Piaget es cierta, pero ésta no es emitida sólo por niños de la edad con la que experimentó Piaget. Ocurrieron las mismas respuestas erróneas cuando esta pregunta se hizo a adolescentes y adultos. La diferencia es que no todos los adolescentes, ni todos los adultos, contestaron erróneamente y que los que lo hicieron modificaron su respuesta después de un momento de reflexión. Pero una actitud unificada fue el desconcierto ante la pregunta y la no respuesta inmediata por lo que la clave, en mi opinión, está en la estructura gramatical de la pregunta.

Según Chomsky, el sistema nervioso central y la corteza cerebral están biológicamente programados no solamente para los aspectos fisiológicos del habla, sino también para la organización del lenguaje mismo. La capacidad de organizar las palabras según sus relaciones le es inherente. Chomsky determinó que existe una Gramática Universal que forma parte del patrimonio genético de los seres humanos, que nacemos con un patrón lingüístico básico al cual se amoldan todas las lenguas concretas. Esta capacidad es propia de la especie humana y el uso corriente del lenguaje evidencia el tremendo potencial creativo del ser humano. La notable habilidad con que los niños aprenden rápidamente la lengua cuando aun tienen una escasa experiencia externa y no cuentan con un marco de referencia en el cual basar su comprensión, hace suponer que no sólo la capacidad para el lenguaje, sino también una gramática fundamental, son innatos.

Chomsky afirma que ciertas reglas gramaticales son demasiado complejas y ocultas como para que los niños, que cuentan con tan pocos datos, las puedan inventar. Estas habilidades son innatas, no pueden ser aprendidas. Los niños no tiene suficientes datos como para armar un sistema tan complicado como la gramática de su lengua y aprender velozmente a improvisar sin titubeos dentro de ese sistema sin que se les diga casi nunca cuáles son las reglas subyacentes o se les den ejemplos de errores gramaticales. Consideremos, por ejemplo, los siguientes textos:

- A) Los Biólogos encontraron en el *Spinelli morphenium* una interesante especie de estudio.
- B) Muchos matemáticos están fascinados por la reciprocidad cuadrática.
- C) Plátanos rosas porque los matemáticos trabajan.

Sin duda, cualquier persona decidirá que en A y B se identifican oraciones genuinas del idioma español y no así en la C, aun sin haber escuchado antes algunos de los términos que ahí aparecen y sin saber si estas afirmaciones son verdaderas o falsas.

La postulación de axiomas que describen la estructura sintáctica del lenguaje es uno de los resultados más importantes en la teoría de Chomsky por la naturaleza matemática de la estructura capturada por la gramática. Algunos de estos axiomas son:

$$DNP + VP \rightarrow S$$

$$V + DNP \rightarrow VP$$

$$P + DNP \rightarrow PP$$

$$DET + NP \rightarrow DNP$$

$$DNP + PP \rightarrow DNP$$

$$A + NP \rightarrow NP$$

$$N \rightarrow NP$$

En palabras, el primero de estos axiomas dice que una frase con un sustantivo definido más una frase verbal da una oración, la segunda dice que un verbo más una frase con un sustantivo definido da una proposición verbal y así sucesivamente. Con estos axiomas es posible diferenciar Modelos de Estructura Superficial de los de Estructura Profunda. Por ejemplo en una oración como *hay más flores rojas que flores*, la más alta proporción de error de transición se registra entre *flores rojas y flores*, es decir la distinción entre sujeto y predicado. A partir de que las asociaciones de palabra a palabra son menos fuertes a través de los límites entre constitutivos principales, el análisis estructural superficial actúa como un esquema de remodelación para organizar las palabras de la oración en un pequeño número de unidades de evocación, las cuales son equivalentes a los constitutivos principales de la oración. Así estas unidades de respuesta altamente asociadas son recordadas como un todo por lo que, para su estructura profunda, se margina el componente fonológico y se privilegia el semántico. Con esto se puede deducir que la lucha del oyente de la frase *hay más flores rojas que flores* entre las estructuras superficial y profunda se confunda como un proceso lógico erróneo del que responde.

8.0 CONCLUSIONES

De los análisis de los trabajos experimentales difundidos por la literatura especializada y por los presentados en este estudio, se plantean las siguientes conclusiones:

1. Existe un sentido numérico que sirve como punto de partida para la construcción de un Órgano Cerebral dedicado a la representación aproximada y geométrica de los conceptos numéricos y que es la base intuitiva para la adquisición y manipulación de nociones aritméticas elementales: Esto contradice la tesis de Piaget según la cual el cerebro humano, partiendo de cero, construye todas sus estructuras cognitivas por medio de una interacción con el medio circundante.
2. Nuestro cerebro utiliza al menos dos formatos para representar los números. Un formato simbólico, sustentado en nuestras facultades de lenguaje, para la manipulación exacta de signos y algoritmos numéricos; y un tipo de representación independiente del lenguaje, localizado en los circuitos del cerebro asociados con lo visual y espacial, que es usado para el cálculo aproximado de cantidades numéricas. Nuestras habilidades en aritmética elemental serían el resultado de una integración dinámica de estos dos tipos de representación.
3. Las incidencias pedagógicas de estos resultados experimentales son muy grandes, ya que ponen en evidencia la existencia de un mecanismo en el aprendizaje de las matemáticas que se mueve entre el consciente e inconsciente. Al nivel de la mente consciente el niño codifica los conceptos aritméticos a través del uso del lenguaje simbólico y la memorización de algoritmos numéricos. Sin embargo existe un substrato, ubicado en la profundidad de la mente inconsciente, en donde se encuentran representadas nuestras facultades protonuméricas. El acumulador numérico primitivo soporta la adquisición de las primeras nociones numéricas elementales y permite que su asimilación se realice con naturalidad, al tiempo que los nuevos conceptos se van filtrando desde la mente consciente hacia el subconsciente. Una vez que estos conocimientos son codificados en el ámbito intuitivo pueden servir a su vez de apoyo para la adquisición de otros conceptos, en un proceso dinámico, complejo y estimulante que permite la adquisición progresiva de los conocimientos matemáticos. Con el tipo de educación que comúnmente reciben los niños en el ámbito escolar, en donde se hace demasiado énfasis en los conceptos abstractos y la memorización rutinaria de tablas y algoritmos numéricos, se pierde la continuidad de este proceso. Se estanca el desarrollo del substrato

numérico instintivo y con ello se derrumba el soporte intuitivo para la adquisición de los nuevos conceptos. Esto trae consigo la pérdida de motivación por parte del niño, al hacerse cada vez más difícil y tediosa la memorización de los conocimientos. A partir de aquí el fracaso en el aprendizaje de las matemáticas está asegurado.

4. Los conceptos básicos de las Matemáticas, tales como los números, las operaciones, las distancias o el cálculo, no son una creación cultural sino que responden a una arquitectura especial de nuestro cerebro.
5. Es posible explotar desde las aulas el instinto numérico del niño, cumpliendo un solo requisito: comprender cómo y dónde se procesan las acciones numéricas y cómo el niño recurre a su “sentido numérico innato”. Sin duda, este día está más cercano gracias a la teoría de Chomsky y del uso de modernas tecnologías de obtención y procesamiento de imágenes en dos y tres dimensiones que facilitan la interpretación de los registros de actividad cerebral en plena acción.
6. Los experimentos confirman el compromiso entre el innatismo y el constructivismo en el aprendizaje de las matemáticas, cuyo enlace sólo puede explicarse desde la naturaleza del lenguaje.
7. El experimento 1, en sus dos fases, trata sobre un objeto matemático que es esencialmente el mismo: el *límite*. La diferencia es que los jóvenes parecen más preocupados por satisfacer al profesor y no lo que su intuición les dice, lo que los lleva a conducirse por una fonología que tampoco manejan y cuya única recurrencia es la memoria. En cambio los niños actúan con la frescura que les da el uso de lenguaje en congruencia con su existencia como un órgano. Esto se evidencia con las respuestas y actitudes tan distintas. Lo mismo sucede en el experimento 2 con el objeto matemático *tangente*.
8. Cuando a los sujetos de experimentación se les libera del componente fonológico, las respuestas y las actitudes son sorprendentemente análogas en los niños y jóvenes, como lo muestran los experimentos 2 y 3 en sus dos fases, debido a su desprendimiento de la Estructura Superficial y a la recurrencia de la Estructura Profunda.
9. Es claro que un caso no basta para generalizar la validez de una teoría, pero aún sin que esto suceda, es posible verlo como un contraejemplo de las afirmaciones relacionadas con las etapas de desarrollo piagetianas, sin que esto quiera decir que Piaget esté mal, sino que valdría la pena el análisis en términos de la epistemología

genética. Hay otros casos analizados con el enfoque chomskiano realizados por el autor de este estudio, mismos que aparecen en otros reportes, en los que se analiza el descubrimiento de patrones por parte de los niños, el concepto geométrico de la derivada, la noción de área bajo la curva y algunos de tipo aritmético.

10. Normalmente los pequeños tienen una capacidad ilimitada para aprender, pero si se les satura con la gramática y vocabulario propio de las matemáticas les queda poco espacio para desarrollar lo que de manera innata poseen. Primero se instruye a los niños en gramática, sintaxis y vocabulario matemáticos asociados al componente fonológico y nunca al componente semántico asociado a la Estructura Profunda del lenguaje matemático. Esto es un grave error y es la causa de que haya muchos individuos que odian a las matemáticas desde edades muy tempranas y que después se desentiendan de él. Poca gente es consciente del papel de las matemáticas como lenguaje y los profesores que imparten esta importante disciplina hacen escasas referencias de esto a los estudiantes.

De la validez de la teoría de Chomsky y su extensión a las matemáticas como lenguaje, emergen grandes esperanzas en la simulación de redes neuronales que pueden ofrecer las computadoras. Hay grandes perspectivas de los científicos¹²¹ cognitivos que están inmersos en el “procesamiento con distribución en paralelo”. Precisamente debido a que los científicos como Kandel han demostrado que las neuronas aprenden, estos estudiosos han diseñado programas informáticos en el que los “niveles” de unidades entre una fase de entrada y una fase de salida puedan “aprender” a producir la salida correcta, a partir de una entrada en un tiempo dado mediante la variación de “la carga” que soportan unas conexiones y otras. Seidenberg y su equipo de científicos han demostrado que estos modelos de computadoras pueden aprender a leer de modo parecido a como lo hacen los niños, porque aprenden más fácil las palabras regulares que las irregulares, por ejemplo, y cometen errores parecidos. Tal vez esto sea extensible a las matemáticas, por lo que la consecuencia más grande de la teoría de Chomsky en este sentido sería evidente.

En la medida que aumente el conocimiento del modo en que el cerebro procesa el lenguaje matemático y su relación con el modo en que interaccionan las capacidades cognitivas no lingüísticas con la producción del lenguaje, crecen las posibilidades de comprender con más finura el fenómeno del aprendizaje de las matemáticas, lo que

¹²¹ Kandel, E. y R. Hawkins. “The biological basis of learning and individuality” Scientific American. 1992.

modificaría una gran cantidad de conceptos, entre los cuales el más sobresaliente es el de la didáctica, con todas las consecuencias que esto trae.

Investigaciones sobre la adquisición del lenguaje indican que, si bien todos los infantes tienen la capacidad de aprender cualquier idioma, un niño pronto incorporará los patrones de sonidos de su propio idioma particular, bloqueando de hecho el desarrollo de otras posibilidades. Si no se introducen otros idiomas a temprana edad, un niño experimentará dificultades mucho mayores para aprender una segunda lengua. ¿Ocurrirá lo mismo en lo que se refiere a las percepciones matemáticas? Si esperamos hasta que los estudiantes hayan empezado a trabajar con aritmética compleja (y muchos conceptos erróneos) antes de alentarlos a pensar en objetos sólidos y en la interacción entre diferentes dimensiones, quizás los estemos privando de la oportunidad de apreciar el potencial y el alcance plenos de la geometría.

Las teorías del aprendizaje existentes son paradigmas difíciles de contradecir. A veces se creé que han sido superadas por otras que aparentan tener un carácter explicativo más sólido y, de pronto, se ven derrumbadas por una nueva cuya cientificidad está a toda prueba y que parece ser la panacea, sobre todo si están respaldadas por investigadores que poseen un fuerte prestigio. Pero lo cierto es que no está dicha la última palabra, sobre todo en lo relacionado con el aprendizaje de las Matemáticas.

Cada vez que aparece un contraejemplo, los autores de las teorías dicen que no hay tal. Que este contraejemplo no es más que otra prueba de la veracidad de éstas. Mi afirmación es que, no importa cuál sea el futuro de estas teorías ni cuánto se puedan defender: si no tienen como columna vertebral al lenguaje, ninguna de éstas tendrán validez ni aceptación alguna. Incorporar al lenguaje como eje central en una teoría del aprendizaje, significa considerar las funciones cerebrales, el carácter explicativo de las estructuras, al medio con el que interior del ser humano se conecta con su exterior, al instrumento que le permite crear modelos cada vez más complejos de una realidad que intenta explicar y de la forma con la que da a conocer su forma de pensar a sus semejantes.

Bibliografía.

- Adams, J. **Aprendizaje y Memoria**. Manual Moderno. México 1988.
- Alcaraz, .et al. **Neurociencias Cognitivas**. Manual Moderno. México 2001.
- Antell, S. E. And Keating, D. P. **Perception of Numerical Invariance in Neonates**. Child Development, 54, 695-701 1987
- Baroody, A. **El Pensamiento Matemático de los Niños**. Visor. Barcelona 1997.
- Beniers, E. **El Lenguaje del Preescolar**. Trillas. México 1999.
- Bronckurt, J. **Las Ciencias del Lenguaje: ¿Un desafío para la Enseñanza?** UNESCO 1985.
- Brown, T. **Mathematics Education and Language**. Kluwer Academic Pub. N. Y. 2001.
- Butterworth, B. **What Counts: How Every Brain is Hardwired for Math**. The Free Press. New York 2002.
- Cabeza, R. **Handbook of Functional Neuroimaging of Cognition**. MIT Press. 2003.
- Casacuberta, D. **La Mente Humana**. Editorial Océano. 2001.
- Chacón, I. **Matemática Emocional**. Narcea. Madrid 2000.
- Changeux, J. P. and Connes, A. **Conversations on Mind, Matter and Mathematics**. Princeton, N. J: Princeton University Press. 1995.
- Chateau, J. **Las Fuentes de lo Imaginario**. Fondo de Cultura Económica. México 1984.
- Chomsky, N et Piaget, J. **Théories du Langage, Théories de L'apprentissage**. Editions du Seuil. París 1982.
- Chomsky, N. **Aspects of the Theory of Syntax**. Cambridge Press. MIT. 1965.
- Chomsky, N. **El Lenguaje y el Entendimiento**. Seix Barral. México 1986.
- Chomsky, N. **Estructuras Sintácticas**. Siglo XXI editores. México 1974.
- Chomsky, N. **Lingüística Cartesiana. Un Capítulo de la Historia del Pensamiento Racionalista**. Madrid, Gredos. 1984.
- Chomsky, N. **New Horizons in the Study of Language and Mind**. Cambridge. 2000.
- Chomsky, N. **Reflexiones Acerca del Lenguaje**. Trillas. México 1981.
- Chomsky, N. **Resents Contributions to the Theory of Innate Ideas**. Boston Studies in the Philosophy of Science. Vol. III. New York. The Humanity Press and Philosophy of Language. Oxford University Press 1971
- Chomsky, N., **La Arquitectura del Lenguaje**. Cairo Editorial. Barcelona 2004.
- Coumet, E. **Lógica y Lingüística**. Ediciones Nueva Visión. Buenos Aires 1978.
- Dadourian, H. **How to Study**. Addison Wesley Publishing. Massachusetts. 1957
- Damasio, R. **El Error de Descartes**. Editorial Crítica. Barcelona 2003.
- Dantzig, T. **Number: The Language of Science**. Macmillan 1956.
- De la Fuente, R. **Biología de la Mente**. Fondo de Cultura Económica. México 2001.
- Dehaene, S. **Numerical Cognition**. Oxford: Blackwell. 1993.
- Dehaene, S. **The Number Sense**. Oxford. 1997.
- Delval, J. **El Desarrollo Humano**. Siglo XXI editores. México 2002.
- Devlin, K. **The Language of Mathematics**. OWL Books. New York 2002.
- Doman, G. **Cómo Multiplicar la Inteligencia de su Bebé**. EDAF. España 2000.
- Dubarle, D. **La Utilidad Matemática de la Formalización**. UNAM. 1987.
- Ducrot, O. et al. **Diccionario Enciclopédico de Ciencias del Lenguaje**. Siglo XXI 2001.

- Evans, R. ***The Atomic Nucleus***. McGraw Hill. New York. 1975
- Foucault, M. ***Las Palabras y las Cosas***. Siglo XXI México 2002.
- Frege, G. ***Conceptografía***. UNAM edit. México 1973.
- Gallistel, C. R. ***The Organization of Learning***. Cambridge, MA: Bradford Books/MIT Press 1990.
- Garnham, A. ***Manual de Psicología del Pensamiento***. Paidós. España 1996.
- Gelman, R. And Gallistel, C. R. ***The Child's Understanding of Number***. Cambridge, MA: Harvard University Press. 1987.
- Greene, G. ***Psicolingüística: Chomsky y la Psicología***. Trillas. México 1999.
- Guiraud, P. ***La Semiología***. Siglo XXI editores. México 2000.
- Hilgard, E. ***Teorías del Aprendizaje***. Trillas. México 1977.
- Howe, M. A. Ans Smith, J. ***Calendar Calculating I "Idiots Savants": How do they do it?*** British Journal of Psychology, 79, 371-386. 1988.
- Howe, Michael. ***Psicología del Aprendizaje***. Oxford. México 1999.
- Kandel, S. ***Neurociencia y Conducta***. Prentice Hall. México 2000.
- Kanigel, R. ***The Man Who Knew Infinity: A Life of the Genius Ramanujan***. New York: Charles Scribner's Sons. 1991.
- Kitcher, P. ***The Nature of Mathematical Knowledge***. New York: oxford 1984.
- Kline, M. ***Mathematical Thought from Ancient to Modern Times***. New York: Oxford. 1973.
- Kline, M. ***Mathematics: The Loss of Certainty***. New York. Oxford. 1980.
- Labinowicz, E. ***Introducción a Piaget***. Adisson Wesley. México 1998.
- Lakoff, G. ***Where Mathematics come from: How the Embodied Mind Brings Mathematics into Being***. Basic Books. New York 2000.
- Leahey, H. ***Aprendizaje y Cognición***. Prentice Hall. México 2001.
- Lepore, E. ***¿Qué es la Ciencia Cognitiva?*** Oxford 1992
- Loeches, M. ***Qué es la Actividad Cerebral***. Biblioteca Nueva. Madrid 2001.
- Luria, A. ***Lenguaje y Desarrollo Intelectual en el Niño***. Siglo XXI editores. México 1994.
- Luria, A. R. ***Lenguaje y Pensamiento***. Planeta Técnicos. México 1995.
- Marcus, S. et al. ***Introducción a la Lingüística Matemática***. Teide. Barcelona 1978.
- McCrone, J. ***Cómo Funciona el Cerebro***. Editorial Planeta. México 2002.
- Milner, J. ***Introducción a una Ciencia del Lenguaje***. Bordes Manantial. Buenos Aires 1995.
- Mounin, G. ***Claves para la Lingüística***. Anagrama. Barcelona 1976.
- National Research Council. ***How People Learn***. National Academy Press. Washington, D. C 2002.
- Nicasio, J. ***Manual de Dificultades de Aprendizaje***. NARCEA 2001.
- Not, L. ***Las Pedagogías del Conocimiento***. Fondo de Cultura Económica. México 1983.
- Nunes, T. ***Las Matemáticas y su Aplicación: La perspectiva del Niño***. Siglo XXI editores. México 1998.
- Obler, L. et Al. ***El Lenguaje y el Cerebro***. Cambridge. University Press. 2002.
- Oteen, A. ***La Enseñanza Agradable de las Matemáticas***. Limusa editores. México 2001.
- Penrose, R. ***Lo Grande, lo Pequeño y la Mente Humana***. Cambridge. 2002.

- Piaget, J. et Inhelder, B. *De la Lógica del Niño a la Lógica del Adolescente*. Paidós. España 1983.
- Piaget, J. *El Lenguaje y el Pensamiento del Niño Pequeño*. Paidós. España 1987.
- Piaget, J. *Introducción a la Epistemología Genética, 1: El Pensamiento Matemático*. Paidós. España 1982.
- Piaget, J. *Psicología y Epistemología*. Ariel Edit. España 1979.
- Piaget, J. *Seis Estudios de Psicología*. Obras Maestras del Pensamiento Contemporáneo. Planeta 1985.
- Pinker, S. *El Instinto del Lenguaje*. Alianza Editorial. Madrid 1999.
- Poincaré, H. *The Value of Science*. New York. Science Press. 1907
- Popper, K. *El Desarrollo del Conocimiento Científico*. Paidós. Buenos Aires 1978.
- Rencoret, C. *Iniciación Matemática*. Editorial Andrés Bello. Santiago de Chile 1995.
- Rodríguez, M. et al. *Tomografía por Emisión de Positrones*. Ciencia: Revista de la Academia Mexicana de Ciencias. Abril-Junio 2002.
- Roland, P. E. and Freiberg, L. *Localization of Cortical Areas Activated by Thinking*. Journal of Neuropsychological, 53, 1219-1243. 1988.
- Rondal, A. *La Interacción Adulto- Niño y la Construcción del Lenguaje*. Trillas. México 1990.
- Rubinstein, S. *Principios de Psicología General*. Manual de Grijalbo. México 1969.
- Sapir, E. *El Lenguaje*. Fondo de Cultura Económica. México 1988.
- Schaff, A. *La Gramática Generativa y la Concepción de las Ideas Innatas*. Rodolfo Alonso Editor. Buenos Aires 1978.
- Searle, J. *La Revolución de Chomsky en Lingüística*. Cuadernos Anagrama. Barcelona 1976.
- Serrano, S. *Elementos de Lingüística matemática*. Anagrama. Barcelona 1975.
- Serrano, S. *Lógica, Lingüística y Matemáticas*. Anagrama. Barcelona 1977.
- Serrano, S. *Signos, Lengua y Cultura*. Anagrama. Barcelona 1981.
- Smith, N. *Chomsky: Ideas e Ideales*. Cambridge University Press. 2001.
- Thatcher, R. et Al *Functional Neuroimaging*. Academia Press. New York 2000.
- Toga, A. W., and Mazziotta, J. C. *Brain Mapping: The Methods*. The New York. Academic Press. 1996.
- Tortora-Grabowsky. *Anatomía y Fisiología*. Oxford. México 2002.
- Vigotsky, L. *Pensamiento y Lenguaje*. Ediciones Quinto Sol. México 1996.
- Viña, A. *Contra el Lenguaje*. Cuadernos Anagrama. Barcelona 1977.
- Von Neumann, J. *The Computer and the Brain*. New Haven, CT. Yale University Press. 1958.
- Wood, D. *Cómo Piensan y Aprenden los Niños*. Siglo XXI. México 2000.
- Wynn, K. *Origins of Numerical Knowledge*. Mathematical Cognition, 1, 35-60.
- Yule, G. *El Lenguaje*. Cambridge University Press. 2003.