Estimación de parámetros en un espacio probabilístico para sistemas SISO

R. Palma Orozco[1] y J. Medel Juárez[1,2]

[1]*Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional, Legaria 694. Colonia Irrigación, 11500 México D. F.*
[2]*Centro de Investigación en Computación, Av. Juan de Dios Batiz s/n casi esq. Miguel Othón de Mendizábal. Unidad Profesional Adolfo López Mateos 07738 México D.F.*

Resumen
En este artículo se describe el diseño de un filtro estocástico recursivo a través de un algoritmo de estimación estocástica propuesto en función de la variable de salida del proceso tipo caja negra simplificado con respecto al proceso de excitación. Se realiza la identificación de la señal de salida estocástica de la caja negra contra la señal de salida arrojada del filtro estocástico recursivo obtenido, para determinar su precisión a través del funcional del error entre ellas. Así como, la convergencia del parámetro de estimación del proceso estocástico simplificado contra el parámetro estocástico estimado obtenido, para k muestreos.

Introducción
El proceso se formula en un modelo tipo caja negra para describir el comportamiento observado, e intenta predecir la variable de salida, que está siendo medida y en función de la variable de estado x en k muestreos. Así, el modelo se representa por la forma de la ecuación (1).

$$\widetilde{y}_k = f(x,k) + \epsilon \qquad (1)$$

A partir del modelo tipo caja negra de un sistema, se obtiene el modelo simplificado. Con la variable de salida estocástica del modelo simplificado se determina el modelo de estimación del parámetro estocástico de forma recursiva aplicando los dos primeros momentos. Finalmente, se tiene el modelo de ecuación de filtro estocástico simplificado y recursivo en función del segundo momento.

Resultados y Análisis
La estructura general del modelo de estimación estocástica usando el método de estimación de parámetros recursiva con base en el segundo momento es: a) Modelo caja negra de proceso estocástico simplificado, b) Modelo de estimación estocástica basado en operadores estocásticos, c) Modelo de caja negra del proceso estocástico desconocido. **Teorema 1.** *Sea el modelo del sistema tipo caja negra con entrada y salida acotadas. Existe un modelo del proceso tipo caja negra simplificado dado por la ecuación (2).*

$$\widetilde{y}_k = \widetilde{a}\widetilde{y}_{k-1} + \widetilde{\nu}_k. \qquad (2)$$

Usando la covariancia Q_k, la variancia P_k, la media, y formas recursivas de las mismas, para determinar el parámetro estocástico basado en los conceptos sobre sistemas de secuencia de estados, que de acuerdo con Hilbert quedarán descritos por un proceso estocástico acotado dentro de un espacio de probabilidad filtrado. **Teorema 2.** *Existe un estimador estocástico recursivo para un sistema tipo caja negra de la forma de la ecuación (2) dado por la ecuación (3).*

$$\widehat{\widetilde{a}}_k = \frac{(\widetilde{y}_k\widetilde{y}_{k-1}) + (k-1)P_{k-1}}{\widetilde{y}^2_{k-1} - d(\widetilde{\nu}_{k-1}\widetilde{y}_{k-1}) + (k-1)Q_{k-1}}. \qquad (3)$$

Se define el filtro estocástico recursivo covariante completo por el Teorema 3 y por el Teorema 4. **Teorema 3.** *Sea el modelo de sistema de caja negra con entrada y salida estocástica que tienen las propiedades de invarianza observadas en sus segundos momentos. Entonces, existe un filtro estocástico recursivo covariante para un sistema tipo caja negra definido por la ecuación (4).*

$$\widehat{\widetilde{y}}_k = \widehat{\widetilde{a}}_k\widehat{\widetilde{y}}_{k-1} + \widetilde{\nu}_k. \qquad (4)$$

Y la evaluación de la convergencia del filtro mediante su error está determinado por la ecuación (5). **Teorema 4.** *Sea el error de identificación e_k. Entonces, el funcional del error J_k está dado de manera recursiva por la ecuación (5).*

$$J_k = \frac{1}{k}\left(e_k^2 + (k-1)J_{k-1}\right). \qquad (5)$$

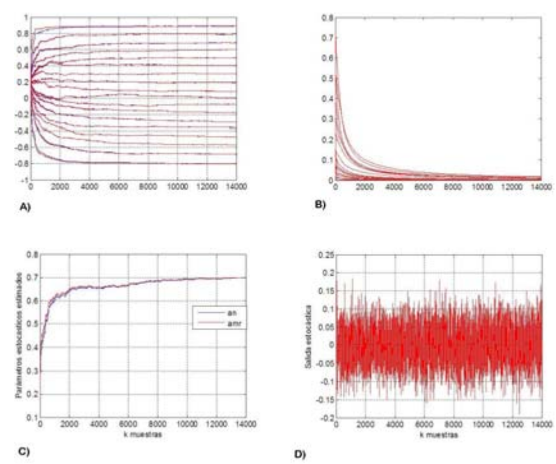

Figura 1. A) Estimación de parámetros para diferentes condiciones de *a*. **B)** Funcional del error para diferentes condiciones de *a*. **C)** Convergencia para *a=0.7*: modelo recursivo simplificado (an) y modelo recursivo (amr). **D)** Identificación estocástica de la salida simplificada y la salida covariante del modelo para *a=0.7*.

Conclusiones
Con el parámetro estimado, la salida del sistema tipo caja negra se puede identificar de manera sencilla. Se obtiene un modelo lineal de un filtro recursivo estocástico, identificado como el sistema real tipo caja negra, con una precisión extremadamente alta.

Agradecimientos
Agradecemos a CICATA-IPN y CONACYT por su apoyo.

Referencias
[1] R. E. Curry, *Estimation and Control with Quantized Measurements* (MIT Press, **1970**).
[2] A. Sinha, *Linear Systems: Optimal and Robust Control*, (CRC Press, **2007**).